

ДИСКРЕТНОЕ ВЭЙВЛЕТ–ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУНКЦИЙ НА ОГРАНИЧЕННОМ ИНТЕРВАЛЕ И ПРОГНОЗИРОВАНИЕ НА ЕГО ОСНОВЕ ВРЕМЕННЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ, ЗАДАНЫХ КОРОТКОЙ ВЫБОРКОЙ

В статье предложена модификация дискретного вэйвлет-преобразования функций на ограниченном интервале. Разработан метод прогнозирования временных последовательностей, заданных короткой выборкой. Проведено численное моделирование на основе медицинских данных; результаты подтвердили эффективность развиваемого подхода.

Введение

В задачах обработки информации, связанных с построением аппроксимирующих и экстраполирующих моделей, наряду со ставшими уже традиционными искусственными нейронными сетями и системами нечеткого вывода и аппаратом различных преобразований (Фурье, Лапласа, F -преобразования и т.п.) в настоящее время получили распространение подходы, основанные на гибридных системах вычислительного интеллекта [1–4] и, в том числе, вэйвлет–нейронные сети [5–10].

Обладая универсальными аппроксимирующими возможностями нейронных сетей и свойствами компактного локального представления стохастических процессов на основе вэйвлетов, вэйвлет–нейронные сети продемонстрировали свою эффективность в задачах идентификации, эмуляции и прогнозирования нелинейных нестационарных сигналов и систем. Вместе с тем, необходимость наличия больших обучающих выборок и низкая скорость настройки нейронных сетей, основанных на оптимизации принятого критерия обучения, заставляет искать альтернативные подходы в задачах, характеризующихся малым объемом априорной информации, прежде всего малыми выборками наблюдений.

В настоящей работе предпринимается попытка решения задачи аппроксимации и экстраполяции функций, заданных ограниченным числом наблюдений, на основе дискретного вэйвлет–преобразования [11–12], дискретного F -преобразования [13] и искусственных нейронных сетей, основанных на принципе “нейроны в точках данных” (“neurons at the data points”) [14].

Дискретное вэйвлет–преобразование функции, заданной на ограниченном интервале

Пусть функция $y = f(x)$, подлежащая преобразованию, задана на ограниченном интервале $[a, b]$, на котором задан также набор фиксиро-

ванных узлов $a \leq c_1 \leq c_2 \leq \dots \leq c_j \leq c_h \leq b$. С каждым из узлов свяжем дочерний вэйвлет $\varphi_j(x) = \varphi(x, c_j, \sigma_j)$, где c_j и σ_j – параметры, задающие расположение центра вэйвлета и его ширину соответственно. Полный набор дочерних вэйвлетов на интервале $[a, b]$ может быть описан также с помощью $h \times 1$ -вектора $\varphi^h(x) = (\varphi_1(x), \dots, \varphi_j(x), \dots, \varphi_h(x))^T$, а их взаимное расположение показано на рис. 1.

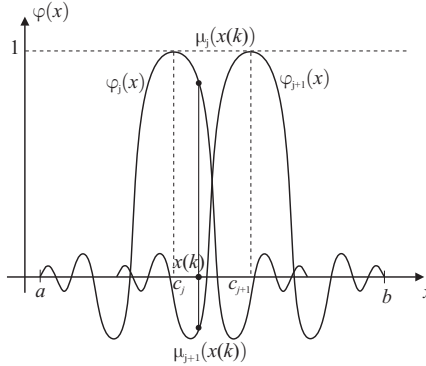


Рис. 1 – Дочерние вэйвлеты на интервале $[a, b]$

Набор вещественных чисел $W^h = (W_1, \dots, W_j, \dots, W_h)^T$ таких, что

$$W_j = \frac{\int_a^b f(x)\varphi_j(x)dx}{\int_a^b \varphi_j(x)dx}, j = 1, 2, \dots, h, \tag{1}$$

будем называть интегральным вэйвлет–преобразованием функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$.

Поскольку в задачах, связанных с обработкой информации, функция $f(x)$ задается, как правило, в отдельных точках $x(1), y(1); x(2), y(2); \dots; x(k), y(k); \dots; x(l), y(l)$, $h \leq l$, более удобно вместо (1) использовать выражение

$$W_j(l) = \frac{\sum_{k=1}^l y(k)\varphi_j(x)}{\sum_{k=1}^l \varphi_j(x(k))}, j = 1, 2, \dots, h, \tag{2}$$

которое будем называть дискретным вэйвлет–преобразованием функции $f(x)$ на интервале $[a, b]$.

Можно видеть, что значение $W_j(l)$, полученное с помощью (2), доставляет минимум функции (критерий обучения)

$$E_j^l = \sum_{k=1}^l (f(x(k)) - W_j)^2 \varphi_j(x(k)). \tag{3}$$

Обратное к (2) преобразование определяется выражением

$$\hat{y}_W(k) = f_{W,h}(x(k)) = \sum_{j=1}^h W_j(l)\varphi_j(x(k)) = (W^h(l))^T \varphi^h(x(k)) \quad (4)$$

и структура совпадает с обратным дискретным F -преобразованием [13].

На рис. 2 приведена функция $y = (x - 1)(x - 2)(2x - 3) + 6$ на интервале $[0, 3.1]$ (пунктирная линия) и соответствующее ей преобразование (сплошная линия) при равномерном расположении узлов c_j (отмечено "o"), $h = 10$ и числе наблюдений $l = 10$.

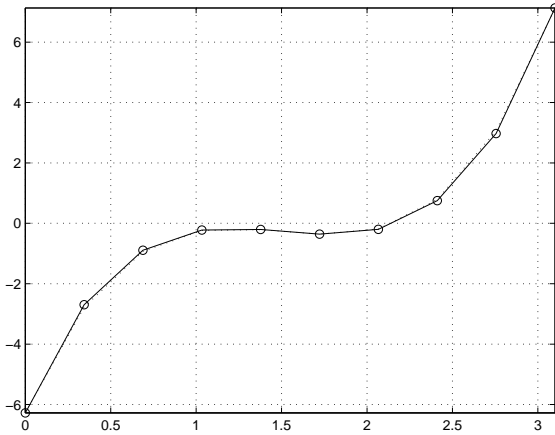


Рис. 2 – Демонстрация дискретного вэйвлет-преобразования

В общем случае в преобразовании (2) расположение узлов c_j никак не связано с расположением наблюдений $x(k)$, а его структура, если рассматривать ее с точки зрения организации процесса обучения вэйвлет-нейронных сетей [5-8,15], с учетом (3) может быть отнесена к системам, обучение которых основано на решении задачи оптимизации.

Альтернативой системам вычислительного интеллекта, обучение которых основано на оптимизации, являются системы, основанные на памяти, обучаемые за один проход и реализующие концепцию "нейроны в точках данных" [14]. Представителями таких систем является обобщенная регрессионная нейронная сеть (GRNN) [16] и ее развитие в форме обобщенной регрессионной нейро-фаззи сети [17,18], предназначенные для решения задач идентификации и эмуляции нелинейных объектов.

В основе обобщенных регрессионных сетей лежит идея непараметрического оценивания на основе ядерных оценок Надарая-Ватсона [19,20], при этом для обучающей выборки $\{x(k), y(k)\}, k = 1, 2, \dots, l$ сеть реализует отображение

$$\hat{y}_G(x) = \frac{\sum_{k=1}^l y(k)\psi(D(k), \sigma)}{\sum_{k=1}^l \psi(D(k), \sigma)}, \quad (5)$$

где $\psi(D(k), \sigma)$ – ядерная функция, аргументами которой являются расстояние $D(k) = |x - x(k)|$ и параметр ширины σ .

Обучение обобщенной регрессионной нейронной сети реализуется крайне просто и состоит в однократной установке центров ядерных функций $\psi(\bullet)$ в точках наблюдений $x(k)$ (нейроны в точках данных). Как отмечено в [16], основными преимуществами обобщенной регрессионной нейронной сети являются быстрое обучение и сходимость к оптимальной нелинейной кривой регрессии.

На рис. 3 показана архитектура GRNN с одним входом $x(k)$ и числом наблюдений равным l .

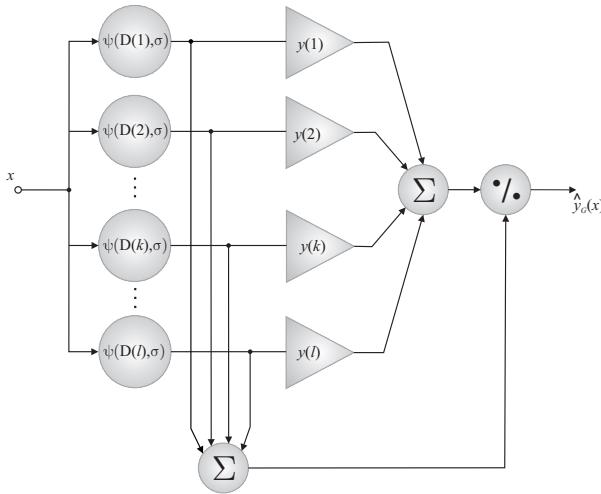


Рис. 3 – Обобщенная регрессионная нейронная сеть с одним входом

Применяя идеи, лежащие в основе GRNN, будем располагать узлы преобразования (2) в точках, соответствующих наблюдениям $x(j)$, $j = 1, 2, \dots, l$, а в качестве дочерних вэйвлетов вместо $\varphi_j(x) = \varphi(x, c_j, \sigma)$ используем $\varphi_j(x) = \varphi(x, x(j), \sigma)$, при этом число коэффициентов $W_j(l)$ становится равным l вместо h . Понятно, что $\varphi_k(x(k)) = 1$.

Введем далее в рассмотрение элементарную архитектуру, реализующую обратное дискретное вэйвлет–преобразование (4) и имеющую вид, приведенный на рис. 4.

При подаче на вход этой архитектуры сигнала $x(p)$ ($p > l$), не принадлежащего обучающей выборке, на ее выходе появляется значение

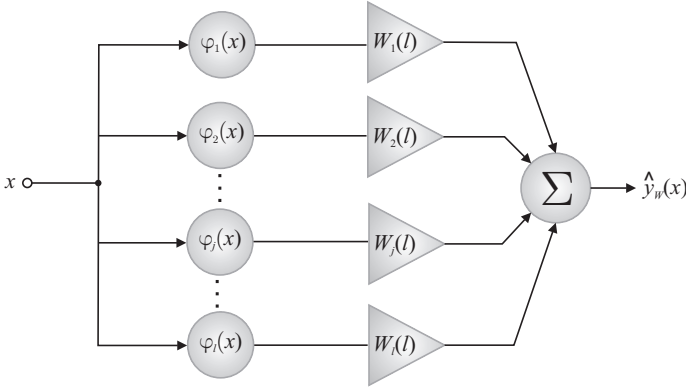


Рис. 4 – Архитектура обратного дискретного вэйвлет–преобразования

$$\hat{y}_w(x(p)) = \hat{y}_w(p) = \sum_{j=1}^l W_j(l)\varphi_j(k)(x(p)), \quad (6)$$

аппроксимирующее исходную функцию $f(x)$ в точке $x(p)$.

Прогнозирование временных последовательностей заданных короткой выборкой

Рассмотрим задачу прогнозирования случайной последовательности $x(1), \dots, x(k), \dots, x(l)$, где k – имеет смысл дискретного времени. Предполагается, что количество наблюдений l , таково, что не позволяет использовать для построения прогноза $\hat{x}(l+1)$ любую нейронную сеть, основанную на оптимизации, вместо которой мы будем применять архитектуру, приведенную на рис. 4, преобразование (6) и нелинейную модель авторегрессии первого порядка

$$\hat{x}(l+1) = f(x(l)),$$

где вид функции априори известен. С каждым наблюдением $x(k)$, $k = 1, 2, \dots, l-1$, свяжем дочерний вэйвлет так, как это показано на рис. 5.

Для каждого наблюдения $x(k)$ рассчитаем $l-1$ коэффициентов

$$W_j(l) = \frac{\sum_{k=1}^{l-1} x(k+1)\varphi_j(x(k))}{\sum_{k=1}^{l-1} \varphi_j(x(k))} = \frac{\sum_{k=1}^{l-1} x(k+1)\varphi(|x(j) - x(k)|, \sigma)}{\sum_{k=1}^{l-1} \varphi(|x(j) - x(k)|, \sigma)},$$

$j = 1, 2, \dots, l-1,$

после чего найдем значение прогноза в виде

$$\hat{x}(l+1) = f_{w,l}(x(l)) = \sum_{k=1}^{l-1} W_j(l)\varphi_j(x(l)) = \sum_{k=1}^{l-1} W_j(l)\varphi(|x(j) - x(k)|, \sigma),$$

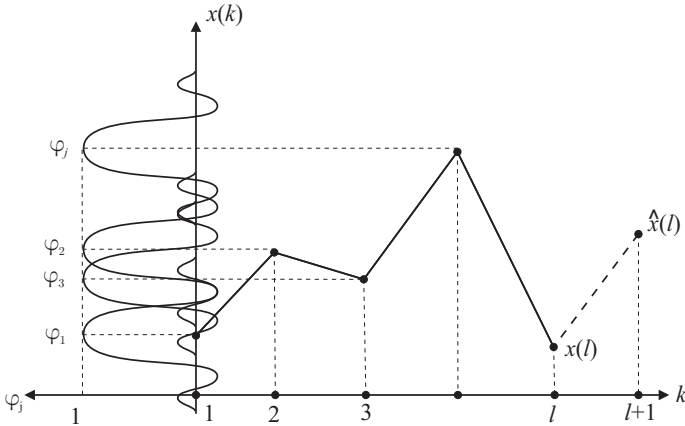


Рис. 5 – Прогнозирование по короткой выборке

являющиеся по сути обратным преобразованием (6).

Численное моделирование

Численное моделирование было проведено на данных, полученных в рамках договора о научном сотрудничестве между Харьковским национальным университетом радиоэлектроники и Институтом неотложной и общей хирургии АМН Украины. Было проведено изучение динамики показателей гомеостаза у больных с острым повреждением желудка [21]. Анализу подлежали показатели кислородного каскада, системной гемодинамики, суточной рН-метрии и маркеров гипоксии и эндотоксемии. Результатом обработки изучаемых клинико–лабораторных данных было определение степени развития энтеральной недостаточности, что позволило на основе полученного прогноза проводить адекватную гастропротекторную терапию.

Выводы

Рассмотрена задача нахождения дискретного вейвлет–преобразования функции, заданной на ограниченном интервале малым числом наблюдений, и построения на его основе одношагового прогноза нелинейной временной последовательности. Полученные результаты просты в численной реализации и позволяют обрабатывать данные в условиях существенного дефицита информации.

Литература

1. Palit A.K., Popovic D. Computational Intelligence in Time Series Forecasting: Theory and Engineering Application. London: Springer, 2005. – 372 p.

2. Konar A. Computational Intelligence: Principles, Techniques and Applications. New York: Springer-Verlag, 2005. – 708 p.
3. Eberhart R.C., Shi Yu. Computational Intelligence: Concepts to Implementations. San Francisco: Morgan Kaufmann, 2007. – 496 p.
4. Engelbrecht A.P. Computational Intelligence: An Introduction. New York: John Wiley and Sons Inc., 2007. – 448 p.
5. Reyneri L. M. Unification of neural and wavelet networks and fuzzy systems // IEEE Trans. on Neural Networks. – 1999. – N10. – P. 801–814.
6. Sheng-Tun Li, Shu-Ching Chen. Function approximation using robust wavelet neural networks // Proc. of the 14th IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI-02). – 2002. – P. 483–488.
7. Zhang Q. H., Benveniste A. Wavelet networks // IEEE Trans. on Neural Networks. – 1992. – 3. – N6. – P. 889–898.
8. Bodyanskiy Ye., Lamonova N., Pliss I., Vynokurova O. Recurrent learning algorithm for double-wavelet neuron // Proc. XII -th Int. Conf. – “Knowledge - Dialogue - Solution”. – Varna (Bulgaria), 2006. – P. 77–84.
9. Bodyanskiy Ye., Pliss I., Vynokurova O. A learning algorithm for forecasting adaptive wavelet-neuro-fuzzy network // Proc. XIII -th Int. Conf. “Information Research and Applications”. – Varna (Bulgaria), 2007. – P. 211–218.
10. Bodyanskiy Ye., Lamonova N., Pliss I., Vynokurova O. Double-wavelet neuron based on analytical activation functions // Int. J. Information Theory and Applications. – 2007. – N14. – P. 281–288.
11. Mallat Y. A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego (CA): Academic Press, 1999. – 620 p.
12. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and Applications. Philadelphia, PA: SIAM, 1993. – 133 p.
13. Perfilieva I. Fuzzy transforms: Theory and applications // Fuzzy Sets and Systems. – 2006. – N157. – P. 993–1023.
14. Zahirniak D.R., Chapman R., Rogers S.K., Suter B.W., Kabrisky M., Pyati V. Pattern recognition using radial basis function network // Proc. 6-th Ann. Aerospace Application of AI Conf. – Dayton: OH, 1990. – P. 249–260.
15. Bodyanskiy Ye., Lamonova N., Pliss I., Vynokurova O. An adaptive learning algorithm for a wavelet neural network // Expert Systems. – 2005. – N22. – P. 235–240.
16. Specht D.E. A general regression neural networks // IEEE Trans. on Neural Networks. – 1991. – N2. – P. 568–576.
17. Bodyanskiy Ye., Teslenko N. General regression neuro-fuzzy network // Proc. 5-th Int. Conf. – Information Research and Applications– i.TECH. – Varna, 2007. – 1. – P. 211–218.

18. Bodyanskiy Ye., Otto P., Pliss I., Teslenko N. Nonlinear process identification and modelling using general regression neuro-fuzzy network // Proc. 52-nd Int. Sci. Colloquium “Computer Science Meets Automation”. – 2007. – P 27–33.
19. Bishop C.M. Neural Networks for Pattern Recognition. Oxford: Clarendon Press, 1995. – 482 p.
20. Friedman J., Hastie T., Tibshirani R. The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference and Prediction. Berlin: Springer, 2003. – 552 p.
21. Бойко В.В., Сушков С.В., Павлов О.О., Винокурова О.А. Стратегія анестезії та інтенсивної терапії при гострих кровотечах високого операційного ризику. Харьков: ТО Ексклюзив, 2007. – 97 с.

Получено 01.04.2008