

## РАДІОТЕХНІЧНІ КОЛА ТА СИГНАЛИ

УДК 621.372.061

### ЗАСТОСУВАННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ МАТРИЦІ ДО РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ АУТЕНТИФІКАЦІЇ ОСОБИ ЗА ДИНАМІЧНО ВВЕДЕНИМ ПІДПИСОМ

Кузьменко О.М., Ніжебецька Ю.Х., Рибіна І.О.

Підпис — класичний спосіб підтвердження аутентичності особи. В наш час системи аутентифікації дозволяють реєструвати не лише статичний підпис, а й фіксувати сам процес відтворення цього підпису у часі – динамічно введений підпис (ДВП), що можна подати у вигляді параметричної кривої з координатами по осях  $x$ ,  $y$ ,  $t$  у тривимірному просторі [1].

В процесі розв'язання поставленої задачі будуть використані дві траєкторії розкладу підпису людини по координатних осях  $x(t)$ ,  $y(t)$ . Так, як кожна реалізація у часі підпису тієї самої особи може значно відрізнитися від іншої, нормуємо усі траєкторії, звівши їх до нульової початкової точки, однакової кількості відліків у часі та поклавши амплітуду розмаху рівною одиниці. Отримані нормовані компоненти ДВП позначимо відповідно  $X_{ni}(n)$  та  $Y_{ni}(n)$  для  $i$ -го підпису особи. Задача аутентифікації особи за ДВП є задачею класифікації сигналів, яку доцільно розв'язувати методом, оснований на ортогональному розкладі кореляційних матриць відліків сигналів на власні значення та власні вектори [2].

Так, для кожного класу підписів формується кореляційна матриця:

$$\overline{\overline{Cor}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \overline{\Delta x} \cdot \overline{\Delta x}^T \quad (1)$$

де  $\overline{\Delta x} = \overline{x} - \overline{m}$  — стовпець відхилень значення кожного відліку дискретизованого підпису з певного класу від математичного очікування цього ж класу підписів. Ця матриця усереднена по кількості підписів в класі –  $M$ .

Далі одержану кореляційну матрицю розкладають за власними значеннями та власними векторами:

$$\overline{\overline{Cor}} = \overline{\overline{P}} \cdot \overline{\overline{\lambda}} \cdot \overline{\overline{P}}^T \quad (2)$$

де  $\overline{\overline{\lambda}}$  – діагональна матриця власних значень, де кожне з  $N$  власних значень  $\lambda_i$  є коренями визначника матриці, утвореної з  $\overline{\overline{Cor}}$  відніманням від неї діагоналі  $\lambda \cdot \overline{\overline{E}}$ , тобто  $\left| \overline{\overline{Cor}} - \lambda \cdot \overline{\overline{E}} \right|_{\lambda=\lambda_i} \equiv 0$ , де  $\overline{\overline{E}}$  – одинична матриця.

За визначеними власними значеннями обчислюють власні вектори, тобто розв'язки рівняння:  $\left[ \overline{\overline{Cor}} - \lambda_i \cdot \overline{\overline{E}} \right] \cdot \overline{\overline{\pi}}_i = \overline{0}$ . Усі власні вектори об'єднують

в матрицю власних векторів  $\overline{\Pi}$ . Для розв'язання задачі класифікації підписів, обчислимо значення дискримінантних функцій:

$$D_\alpha = \Delta\tilde{x}_\alpha^T \cdot \overline{\overline{Cor}_\alpha^{-1}} \cdot \Delta\tilde{x}_\alpha \quad (3)$$

де  $\Delta\tilde{x}_i$  — вектор-стовпець відхилення  $i$ -го відліку досліджуваного дискретизованого підпису певного класу від математичного очікування того класу, належність до якого досліджується.

Звичайно  $\overline{\overline{Cor}}^{-1} = \overline{\Pi} \cdot \overline{\lambda}^{-1} \cdot \overline{\Pi}^T$ , тобто для обернення кореляційної матриці треба обернути діагональну матрицю власних значень. Проте, якщо

деякі з коренів  $\lambda_i$  є нулями, зворотної матриці  $\overline{\overline{Cor}}^{-1}$  не існує. Але нульові власні значення свідчать про те, що певні рядки кореляційної матриці є лінійною комбінацією інших рядків. Тобто такий рядок слід відкинути, бо він не несе (або майже не несе) додаткової інформації про досліджуваний образ. Слід також відкинути рядки що не впливають на класифікацію (хоча й не є лінійною комбінацією інших). Це такі, наприклад, яким відповідають власні значення рівні безкінечності.

Проведена екстракція залежних ( $\lambda_i \rightarrow 0$ ) і несуттєвих ( $\lambda_i = \infty$ ) ознак досліджуваного образу призведе до певних незручностей, так як для образів з різних класів надлишкові і несуттєві відліки матимуть різні номери, крім того і кількість їх буде різною. Тоді кореляційні матриці для різних класів матимуть різні порядки, що ускладнює процедуру класифікації по значенню дискримінантної функції (3). Для уникнення таких незручностей при розпізнаванні образів утворюють миттєві (не усереднені) кореляційні матриці:

$$Co\tilde{r}_i = \Delta\tilde{x}_i \cdot \Delta\tilde{x}_i^T \quad (4)$$

де  $\Delta\tilde{x}_i$  - вектор – стовпець відхилення  $i$ -того відліку досліджуваного дискретизованого підпису певного класу від математичного очікування того класу, належність до якого досліджується.  $Co\tilde{r}_i$  дає можливість сформува-ти інший критерій для оцінки “близькості” досліджуваного образу до певного з класів. Для цього для кожного класу формуємо добутки:

$$\overline{\Pi}_1^T \cdot Co\tilde{r}_1 \cdot \overline{\Pi}_1 = \tilde{\lambda}_1, \quad \overline{\Pi}_2^T \cdot Co\tilde{r}_2 \cdot \overline{\Pi}_2 = \tilde{\lambda}_2, \quad \overline{\Pi}_\alpha^T \cdot Co\tilde{r}_\alpha \cdot \overline{\Pi}_\alpha = \tilde{\lambda}_\alpha \quad (5)$$

Дискримінантне число, значення якого визначатиме міру “близькості” досліджуваного підпису до  $i$ -го класу матиме вигляд:

$$\delta_i = \left\| \tilde{\lambda}_i - \overline{\lambda}_i \right\| \quad (6)$$

Тут  $\| \dots \|$  означає норму відхилень, тобто або корінь квадратний з суми квадратів, або суму модулів, або найбільше з чисел, одержаних відніманням діагональної матриці  $\overline{\lambda}_i$  від недіагональної матриці  $\tilde{\lambda}_i$ . Якщо підпис належить до даного класу, то дискримінантне число має дорівнювати нулеві,

оскільки миттєва та усереднена кореляційна матриці будуть майже рівними ( в ідеальному випадку абсолютно рівними). В протилежному випадку – дискримінантне число буде суттєво більшим від нуля.

Для дослідження ефективності класифікації за допомогою дискримінантного числа (6) було сформовано 2 класи, до кожного з яких належить  $R=10$  підписів. Ансамбль з  $R$  реалізацій нормованих компонент підписів досліджуваних осіб та їх математичних очікувань наведено на рис. 1.

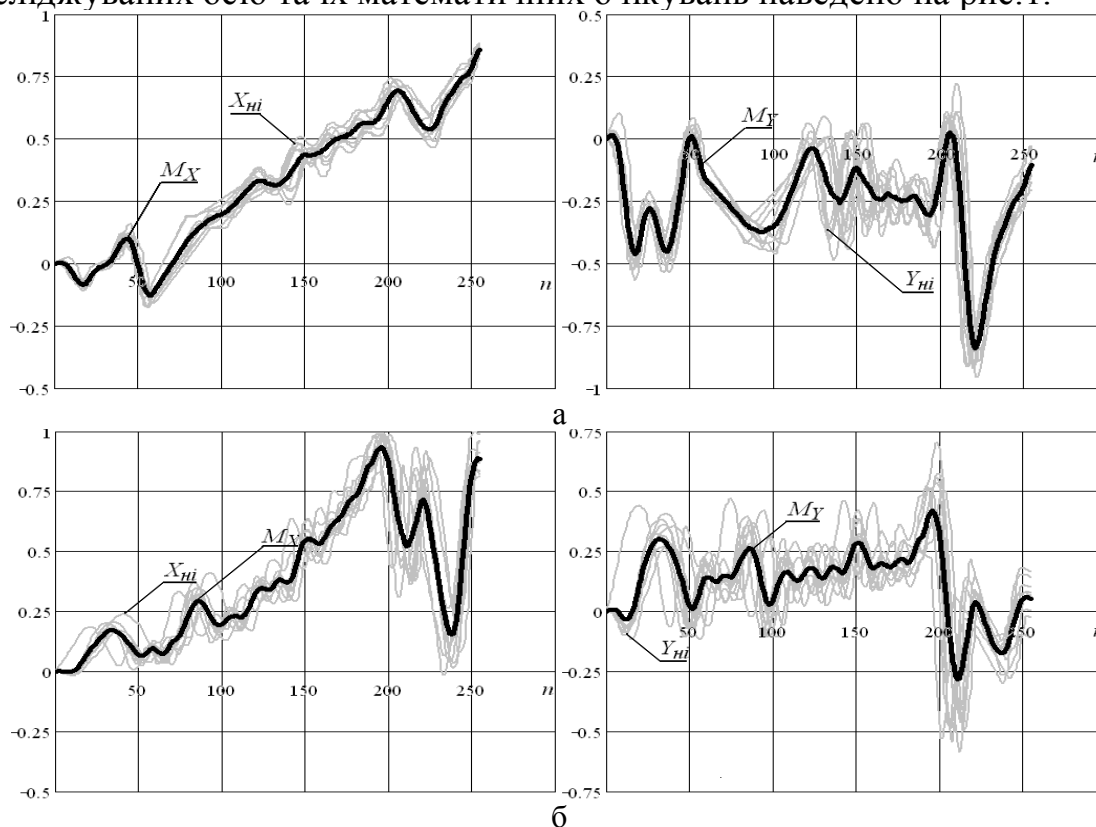


Рис.1. Ансамблі реалізації компонент  $X_{ni}(n)$  та  $Y_{ni}(n)$  10-ти динамічно введених підписів для особи №1 (а) та №2 (б) та їх математичні очікування

Для кожного класу сформовано кореляційну матрицю (1) та здійснено її розклад згідно (2). За (4) та (5) сформовані дискримінантні числа (6) як сума модулів елементів різниці  $\tilde{\lambda}_i - \bar{\lambda}_i$  для випадків істинної та хибної належностей підпису до кожного з досліджуваних класів. Значення  $\delta$  для компонент реалізацій підписів осіб №1 та №2 при перевірці їх належності до першого та другого класів наведені в табл. 1, 2, відповідно.

Таблиця 1

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\delta x_{11i}$	1.41	2.67	3.06	2.55	3.61	1.91	3.16	2.70	3.42	2.10
$\delta x_{12i} \cdot 10^3$	1.54	1.36	1.55	1.49	1.22	1.08	1.28	1.59	1.70	1.56
$\delta y_{11i}$	11.71	12.31	15.56	14.75	15.86	11.69	15.54	14.89	15.55	12.89
$\delta y_{12i} \cdot 10^3$	2.84	3.66	4.19	2.87	4.25	3.81	3.06	4.34	3.56	3.45

Таблиця 2

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\delta x_{22i}$	16.28	6.97	15.08	5.38	3.43	8.03	10.56	5.64	5.90	4.58
$\delta x_{21i} \cdot 10^3$	1.03	0.92	0.94	1.02	1.11	0.90	1.16	1.16	0.95	0.97
$\delta y_{22i}$	19.81	15.61	29.95	8.85	15.24	10.19	17.59	10.69	9.10	7.14
$\delta y_{21i} \cdot 10^3$	4.99	3.85	3.86	3.76	4.35	4.06	5.49	4.07	3.88	3.92

Аналогічними будуть результати аутентифікації ДВП всіх інших класів.

Великі відмінності (більше, ніж в тисячу разів) в дискримінантних числах, продемонстровані в таблицях, роблять критерій класифікації підпису та розпізнавання особи надійним та незалежним від випадкових неконтрольованих змін в підписі, від похибок обробки, котрі зумовлюють зміщення вектора ознак в просторі для різних ідентифікацій того самого образу. Отже, можна стверджувати про вірність класифікації.

#### Література

1. Луцків А.М. Алгоритм роботи системи аутентифікації особи за динамічно введеним підписом//Проблеми інформації та управління – К.:НАУ – 2006. – №1–с.111–117.
2. Абакумов В.Г., Рибін О.І., Сватош Й. Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг – К.: Нора-прінт, 2001. – 516 с.

<p><i>Кузьменко О.М., Ніжебецька Ю.Х., Рибіна І.О. Застосування кореляційної матриці до розв'язання задачі аутентифікації особи за динамічно введеним підписом. Проілюстровано роботу методу з використанням кореляційної матриці при розв'язанні задачі аутентифікації особи за динамічно введеним підписом.</i></p> <p><b>Ключові слова:</b> аутентифікація особи, електронний підпис</p>
<p><i>Кузьменко О.М., Ніжебецька Ю.Х., Рыбина И.А. Применение корреляционной матрицы к решению задачи аутентификации особи по динамически введённой подписи. Проиллюстрировано работу метода с использованием корреляционной матрицы при решении задачи аутентификации особи по динамически введённой подписи.</i></p> <p><b>Ключевые слова:</b> аутентификация личности, электронная подпись</p>
<p><i>Kuzmenko O.M., Nizhebetska Y.Kh, Ribina I.O. Application of correlation matrix for solving the task of authentication of person after the dinamically entered signature. The work of method with use of correlation matrix for solving the task of authentication of person after the dinamically entered signature is illustrated.</i></p> <p><b>Key words:</b> authentication of person, electronic signature</p>

УДК 621.372.061

## УМОВНА ДЕКОНВОЛЮЦІЯ ОБРАЗУ В ОБЛАСТІ ПРОСТОРОВИХ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ

*Наталенко С.С., Рибін О.І.*

### Вступ. Постановка задачі

При обробці образу первинного параметра, відображуваного системою, завжди постає проблема його спотворення, що з'являється через похибки багаторазового перетворення сигналу, наявність шуму, арте-