

**СРАВНИТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ УСТОЙЧИВОСТИ  
РАЗЛИЧНЫХ СТРАТЕГИЙ ОПТИМИЗАЦИИ АНАЛОГОВЫХ  
ЦЕПЕЙ**

*Маркина Т. М., аспирантка  
Национальный технический университет Украины,  
«Киевский политехнический институт»*

**COMPARATIVE CHARACTERISTICS OF DIFFERENT STRATEGIES  
STABILITY OF ANALOG CIRCUITS OPTIMIZATION**

*Markina T. M., Postgraduate Student  
National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, Ukraine*

**Вступление**

Проектирование аналоговых электронных цепей с выбранной топологией на основе традиционного подхода сводится к процессу параметрической оптимизации при одновременном анализе цепи на каждом шаге оптимизационной процедуры. Время проектирования в этом случае быстро возрастает при увеличении размеров и сложности цепи. Требуется развивать альтернативные подходы, позволяющие существенно сократить затраты процессорного времени при решении задачи проектирования. Известные традиционные подходы сокращения времени анализа цепи связаны с использованием свойств разреженных матриц и техники декомпозиции. Новые идеи, связанные с использованием методов теории управления были предложены в ряде работ [1–2]. Идея отказа от точного соблюдения законов Кирхгофа, предложенная в работе [3], была обобщена на основе применения теории оптимального управления. Это приводит к появлению множества различных стратегий проектирования и возможности построению на основе этого множества стратегии близкой к оптимальной по быстродействию. Этот подход обобщает процесс проектирования и позволяет определить задачу поиска оптимального по времени алгоритма как задачу теории управления. Основная концепция нового подхода заключается во введении специальных управляющих функций, которые обобщают процесс проектирования и позволяют управлять этим процессом для достижения оптимума целевой функции проектирования за минимально возможное процессорное время. Эта возможность появляется вследствие практически неограниченного числа различных стратегий проектирования, которые существуют в рамках предложенного подхода. В рамках этой концепции традиционная стратегия проектирования является лишь одним из

возможных представителей множества различных стратегий проектирования.

Решение задачи сокращения времени оптимизации электронных цепей позволяет повысить качество проектирования в целом. Построенная методология позволяет искать среди множества различных стратегий оптимизации одну или несколько стратегий, обладающих минимальным процессорным временем. Традиционная стратегия оптимизации (ТСО), включающая анализ цепи на каждом шаге процедуры оптимизации, не является оптимальной по времени, и выигрыш во времени проектирования для некой оптимальной стратегии по сравнению с ТСО возрастает при возрастании размеров и сложности проектируемой цепи [4]. Процесс проектирования электронной цепи был определен как динамическая управляемая система [5]. Эта система определяется дифференциальными или разностными уравнениями для переменных состояния и системой ограничений, в качестве которых выступает математическая модель электронной цепи.

#### **Формулировка задачи**

В соответствии с обобщенной методологией [4] процесс проектирования электронной цепи определим как задачу минимизации обобщенной целевой функции  $F(X, U)$  на основе векторного уравнения (1)

$$X^{s+1} = X^s + t_s \cdot H^s \quad (1)$$

с ограничениями (2), в качестве которых выступает математическая модель электронной цепи:

$$(1 - u_j) g_j(X) = 0, \quad j = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

где  $X \in R^N$ ,  $X = (X', X'')$ ,  $X' \in R^K$  — вектор независимых переменных и  $X'' \in R^M$  — вектор зависимых переменных,  $M$  — число зависимых переменных электронной цепи,  $K$  — число независимых переменных,  $N$  — общее число переменных ( $N = K + M$ ) и  $t_s$  — итерационный параметр. Функции  $g_j(X)$  для всех  $j$  являются уравнениями модели цепи. Функция  $H \equiv H(X, U)$  определяет направление уменьшения обобщенной целевой функции  $F(X, U)$ ,  $U$  — вектор управляющих функций  $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$ , где  $u_j \in \Omega$ ,  $\Omega = \{0; 1\}$ . Обобщенная целевая функция процесса проектирования  $F(X, U)$  определяется следующим аддитивным выражением:

$$F(X, U) = C(X) + \psi(X, U), \quad (3)$$

где  $C(X)$  — неотрицательная функция цели задачи проектирования, и  $\psi(X, U)$  — дополнительная штрафная функция, определяемая следующим выражением:

$$\psi(X, U) = \frac{1}{\varepsilon} \sum_{j=1}^M u_j \cdot g_j^2(X). \quad (4)$$

Такая формулировка задачи проектирования позволяет перераспределять затраты процессорного времени между решением задач (1) и (2). Вектор  $U$  при этом является основным инструментом описанной методологии и управляет динамическим процессом приведения целевой функции  $C(X)$  к минимуму за возможно минимальное время проектирования. В данной постановке задача поиска оптимальной по времени стратегии проектирования формулируется как типичная задача минимизации функционала, каковым является процессорное время, путем поиска оптимального управляющего вектора  $U$ . В непрерывной форме основное уравнение процедуры оптимизации (1) может быть записано как следующая система дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(X, U), \quad i = 1, \dots, N. \quad (5)$$

Система (5) совместно с уравнениями (2)-(4) задает непрерывную форму процесса проектирования. Правые части системы (5) определяют направление поиска минимума обобщенной целевой функции  $F(X, U)$ . Структура функций  $f_i(X, U)$  определяется методом оптимизации и, например, для градиентного метода, имеет вид:

$$f_i(X, U) = -\frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) \quad (6)$$

$$i = 1, 2, \dots, K$$

$$f_i(X, U) = -u_{i-K} \frac{\delta}{\delta x_i} F(X, U) + \frac{(1-u_{i-K})}{dt} [-x_i' + \eta_i(X)] \quad (6')$$

$$i = K+1, K+2, \dots, N$$

Поиск оптимальной структуры управляющего вектора  $U$  является ключевым моментом в построении оптимальной стратегии проектирования. В такой постановке процесс проектирования электронной цепи является управляемой динамической системой, и вектор  $U$  является основным инструментом, реализующим оптимальное управление.

В работе [6] для анализа динамических свойств процесса проектирования было введено понятие функции Ляпунова процесса проектирования. Было показано, что имеется определенная корреляция между процессорным временем проектирования и свойствами функции Ляпунова процесса проектирования. Функция Ляпунова была определена на основе обобщенной целевой функции посредством следующих формул:

$$V(X, U) = [F(X, U)]^r \quad (7)$$

$$V(X, U) = \sum_i \left( \frac{\partial F(X, U)}{\partial x_i} \right)^2, \quad (8)$$

где степень  $r > 0$ . Подобные определения функции Ляпунова могут быть заменены другими, так как достаточно построить функцию, удовлетворяющую стандартным свойствам функции Ляпунова.

В соответствии с теорией прямого метода Ляпунова информация об устойчивости траектории, а в нашем случае и процессорное время оптимизации цепи, связаны с производной по времени от функции Ляпунова  $\dot{V} = dV / dt$ . Процесс оптимизации цепи и соответствующая траектория являются устойчивыми, если эта производная является отрицательной.

В работе [7] показано, что функция Ляпунова процесса проектирования и ее производная по времени могут служить достаточно информативным источником для поиска перспективных, с точки зрения минимального процессорного времени, стратегий проектирования. Основным инструментом при поиске стратегии с минимальным процессорным временем служит управляющий вектор  $U$ , позволяющий изменять структуру функций  $f_i(X, U)$ , и, в соответствии с этим [8-9], изменять время переходного процесса динамической системы, т.е., в нашем случае, время оптимизации схемы.

### **Численные результаты**

Задача оптимизации усилителя по постоянному току, рассмотренная ниже, была решена на основе формулировки процесса проектирования в непрерывной форме (5).

Рассмотренный пример соответствует исследованию процесса оптимизации транзисторного усилителя, представленного на Рис. 1.

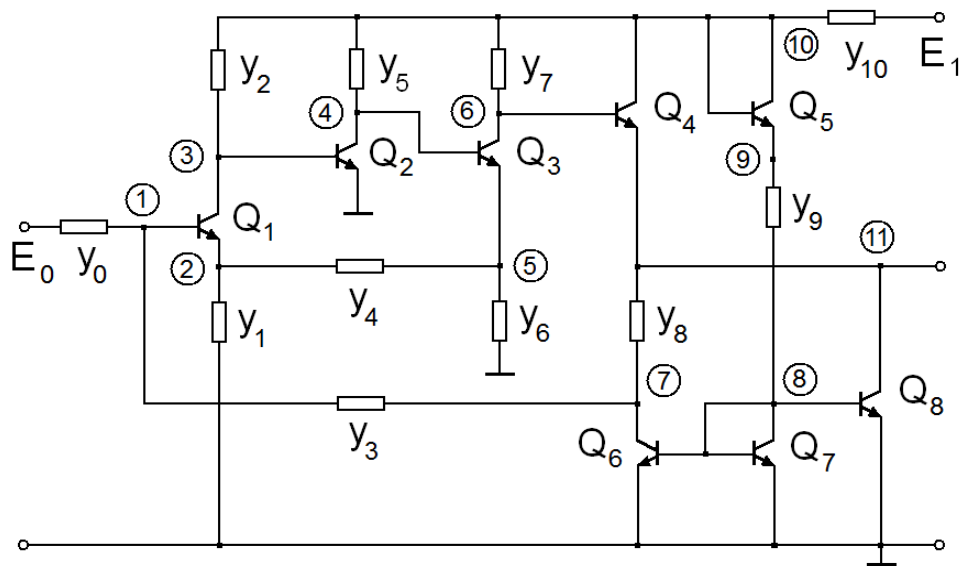


Рис. 1. Транзисторний усилитель.

Модель транзистора соответствовала статической модели Эберса-Молла, реализуемой в системе SPICE [10]. Целевая функция определена как сумма квадратов разностей между заранее заданными и текущими значениями напряжений на переходах транзисторов. Определены 11 независимых переменных  $y_0, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8, y_9, y_{10}$  ( $K=11$ ) и 11 зависимых переменных  $V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6, V_7, V_8, V_9, V_{10}, V_{11}$  ( $M=11$ ) в случае ТСО. Алгоритм оптимизации включает систему 22 уравнений, а модель схемы определяется одиннадцатью нелинейными уравнениями. Базис стратегий проектирования содержит 2048 различных стратегий, и управляющий вектор содержит 11 компонент.

Для анализа процесса оптимизации цепей была введена [7] специальная функция, являющаяся относительной временной производной функции Ляпунова  $W = \dot{V}/V$ . В этом случае сравниваются различные стратегии оптимизации посредством анализа поведения функции  $W(t)$  в течение процесса оптимизации и выбираются наиболее перспективные из них, с точки зрения минимального процессорного времени. Количественная мера этой функции может определять запас устойчивости той или иной траектории оптимизации. Стратегия и соответствующая ей траектория оптимизации, обладающая большей величиной функции  $W$ , имеет больший запас устойчивости. Было показано, что большее абсолютное значение функции  $W(t)$  соответствует более быстрому уменьшению функции Ляпунова и меньшему процессорному времени. В то же время этот вывод справедлив лишь в целом, так как между кривыми  $W(t)$ , принадлежащими различным стратегиям оптимизации, наблюдаются взаимопересечения [7], что не позволяет высказаться однозначно относительно корреляции между процессорным временем и значением функции  $W(t)$ . Этот эффект затрудняет

как анализ, так и сравнение различных стратегий. Представляется рациональным использовать интегральную характеристику от функции  $W(t)$ , что может привести к более точной идентификации и более качественному сравнению различных стратегий. Определим функцию  $S(t)$ , рассчитываемую посредством интеграла от функции  $W(t)$ .

$$S(t) = -\int_0^t W(t)dt = -\int_0^t \frac{dV}{dt} \cdot \frac{1}{V} dt = -\int_{V(0)}^{V(t)} \frac{dV}{V} = -\ln \left| \frac{V(t)}{V(0)} \right| \quad (8)$$

Знак минус перед интегралом выбран для удобства, для получения положительных значений.

Результаты анализа некоторых стратегий из полного структурного базиса стратегий, при оптимизации заданного усилителя приведены в таблице 1. Процессорное время определялось по достижении целевой функцией значения  $10^{-8}$ .

Таблица 1

N	Управляющий вектор	Число итераций	Процессорное время, (сек)
1	(0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0)	34863	1199,61
2	(0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0)	47989	1089,73
3	(0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1)	47774	785,65
4	(0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1)	74831	866,39
5	(0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1)	52818	460,02
6	(0 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1)	99771	937,25
7	(0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1)	64137	432,71
8	(0 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1)	224490	1673,86
9	(0 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1)	149658	1005,35
10	(0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1)	89794	329,94
11	(1 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1)	128278	743,08
12	(1 0 1 0 1 1 1 1 1 1 1)	69071	423,86
13	(1 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1)	81630	319,89
14	(1 1 0 1 1 1 1 1 1 1 1)	49884	161,72
15	(1 1 1 0 1 1 1 1 1 1 1)	74849	318,41
16	(1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 1)	56136	83,73
17	(1 1 1 1 1 1 1 1 0 1 1)	74858	356,47
18	(1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 1)	48930	73,11
19	(1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0)	55027	498,51
20	(1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1)	45814	19,94

Анализ полученных результатов показал существенное различие в процессорном времени для стратегий, представленных в таблице. Можно выделить условно четыре группы стратегий. Первая группа включает наиболее медленные стратегии 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9 и 11, процессорное время которых находится в диапазоне от 740 до 1670 сек. Вторая группа включает стратегии 5, 7, 10, 12, 13, 15, 17 и 19, время выполнения которых лежит в диапазоне от 318 до 500 сек. Третья группа включает быстрые стратегии 14, 16 и 18, имеющие время выполнения от 70 до 160 сек. Отдельно можно рассматривать самую быструю стратегию 20, выполняемую за время ме-

нее 20 сек., которая, по сути, является модифицированной традиционной стратегией оптимизации (МТСО).

Поведение функции  $S(t)$  в процессе оптимизации усилителя, для всех стратегий таблицы 1 показано на рис. 2. Эти зависимости соответствуют временному интервалу, в котором практически все рассмотренные стратегии оптимизации завершились. Как видно из полученных зависимостей, наблюдается корреляция между поведением функции  $S(t)$  и процессорным временем. Чем большее значение имеет функция  $S(t)$  на начальном отрезке процесса оптимизации для некоторой стратегии, тем меньшее процессорное время соответствует этой стратегии. Применительно к этой функции можно сказать, что угол наклона линии, соответствующей функции  $S(t)$ , определяет запас устойчивости стратегии оптимизации и одновременно полное процессорное время. Подобная корреляция позволяет сравнивать различные стратегии оптимизации цепи, анализируя поведение функции  $S(t)$ , и при этом сделать однозначный вывод относительно сравнительного процессорного времени оптимизации для каждой стратегии.

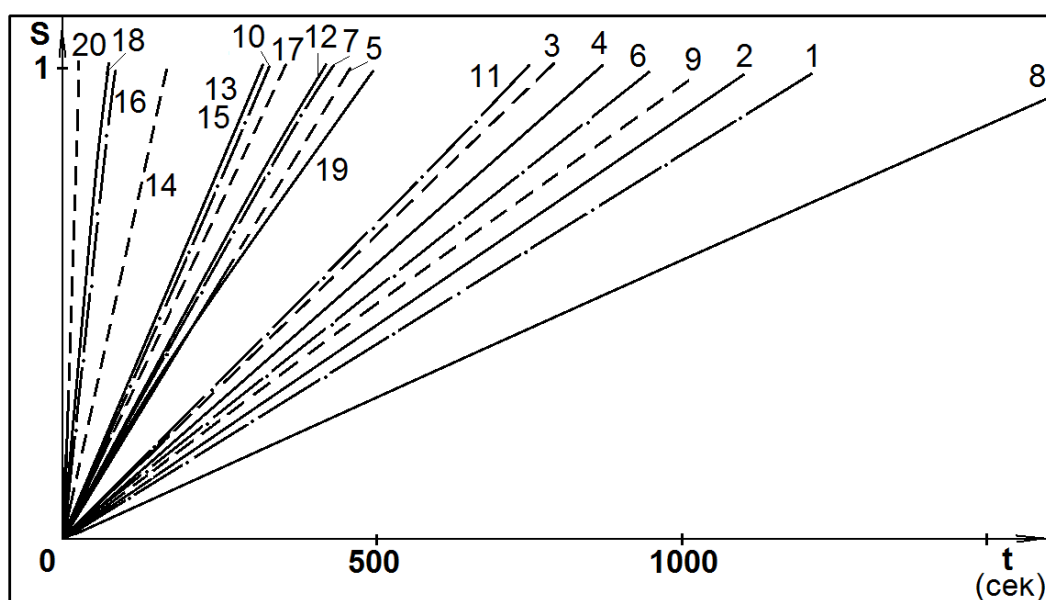


Рис. 2. Поведение функции  $S(t)$  в процессе оптимизации.

Стратегии 14, 16, 18 и 20 соответствуют наибольшим значениям функции  $S(t)$  на начальном этапе процесса оптимизации. Процессорное время в случае стратегии 20 минимально и составляет 19,94 сек.

Графики функции  $S(t)$  для стратегий второй группы проходят ниже и обладают меньшим запасом устойчивости, а процессорное время для них значительно больше. Первой группе стратегий, графики функции  $S(t)$  для которых проходят значительно ниже всех, имеют наименьший запас устойчивости и наибольшее процессорное время.

Таким образом, поведение функции  $S(t)$  для различных стратегий оптимизации в значительной мере определяет относительное процессорное время.

Наилучшая стратегия 20, являющаяся МТСО, с управляющим вектором (1111111111) позволяет получить выигрыш во времени в 60 раз по сравнению со стратегией 1 (ТСО) с управляющим вектором (0000000000).

Исходя из проведенного анализа, можно сделать следующий вывод: поведение функции Ляпунова процесса оптимизации, а точнее функции  $S(t)$ , являющейся логарифмом от функции Ляпунова, сильно коррелирует с полным процессорным временем оптимизации цепи. Уже на начальном этапе процесса оптимизации можно прогнозировать полное относительное процессорное время той или иной стратегии оптимизации. Это означает, что для сравнения полного процессорного времени оптимизации для различных стратегий нет необходимости проводить процесс оптимизации до конца. Достаточно сравнить поведение функции  $S(t)$  на начальном этапе проектирования, чтобы выделить стратегии с наименьшим процессорным временем. Большой запас устойчивости стратегии оптимизации (большой угол наклона линии для функции  $S$ ) приводит к меньшему полному процессорному времени. Это свойство функции  $S$  позволяет сделать вывод, что структура оптимального по времени алгоритма оптимизации электронной цепи может базироваться на поведении этой функции.

#### **Выводы**

Обобщая полученные результаты, можно сделать вывод, что функция Ляпунова процесса проектирования и функции производные от нее, могут служить достаточно информативным источником для поиска стратегий, имеющих наименьшее процессорное время. Это свойство может явиться основой для конструирования оптимального по времени алгоритма оптимизации и проектирования цепей.

#### **Литература**

1. Zemliak A. M. Analog System Design Problem Formulation by Optimum Control Theory / A.M. Zemliak // IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences. — 2001. — Vol. E84-A, № 8. — P. 2029—2041.
2. Земляк А. М. Проектирования аналоговых цепей методами теории управления. I. Теория / А. М. Земляк // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 2004. — Т. 47, № 5. — С. 18—28.
3. Каширский И. С. Обобщенная оптимизация электронных схем / И.С. Каширский, Я.К. Трохименко. — К. : Техника, 1979. — 192 с.
4. Zemliak A. Novel Approach to the Time-Optimal System Design Methodology / A. Zemliak // WSEAS Transactions on Systems. — 2002. — Vol. 1, №2. — P. 177—184.
5. Земляк А. М. Проектирование аналоговой системы как управляемый динамический процесс / А.М. Земляк // Нелинейный мир. — 2006. — № 11. — С. 609—618.
6. Zemliak A. M. Dynamic Characteristics Analysis of Analogue Networks Design Process / A. M. Zemliak // IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences. — 2009. — Vol. E92-A, № 2. — P. 652—657.



7. Земляк А. М. Сравнительный анализ функции Ляпунова различных стратегий проектирования аналоговых цепей / А. М. Земляк // Известия высших учебных заведений. Радиоэлектроника. — 2008. — Т. 51, № 5. — С. 3—11.
8. Барбашин Е. А. Введение в теорию устойчивости / Е.А. Барбашин. — М. : Наука, 1967. — 223 с.
9. Rouche N. Stability Theory by Liapunov's Direct Method / N. Rouche, P. Habets, M. Laloy. — New York : Springer-Verlag. — 1977. — 396 p. — ISBN 978-0-387-90258-6.
10. Antognetti P. Semiconductor Device Modeling with SPICE / P. Antognetti, G. Massobrio. — New York : McGraw-Hill, Inc. — 1993. — 389 p. — ISBN 0-07-002469-3.

#### References

1. Zemliak A. M. (2001) Analog System Design Problem Formulation by Optimum Control Theory *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol. E84-A, no 8, pp. 2029–2041.
2. Zemliak A. M. (2004) Proektirovanie analogovykh tsepei metodami teorii upravleniia. 1 Teoriia [Analog circuit design methods of control theory. I. Theory]. *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 47, no 5, pp. 18–28.
3. Kashirskii I. S., Trokhimenko Ya. K. (1972) *Obobshchennaia optimizatsiia elektronnykh skhem* [Generalized optimization of electronic circuits], Kiev, Tekhnika Publ., 192 p.
4. Zemliak A. (2002) Novel Approach to the Time-Optimal System Design Methodology. *WSEAS Transactions on Systems*, Vol. 1, no 2, pp. 177–184.
5. Zemliak A. M. (2006) Proektirovanie analogovoi sistemy kak upravliaemyi dinamicheskii protsess [Designing analog system as a controllable dynamic process] *Nelineinyi mir*, no 11, pp. 609–618.
6. Zemliak A. M. (2009) Dynamic Characteristics Analysis of Analogue Networks Design Process. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, Vol. E92-A, no 2, pp. 652–657.
7. Zemliak A. M. (2008) Comparative analysis of the Lyapunov function for different strategies of analogue circuits design. *Radioelectronics and Communications Systems*, vol. 51, no 5, pp. 3–11. doi: 10.3103/S0735272708050014
8. Barbashin E. A. (1967) *Vvedenie v teoriyu ustoychivosti* [Introduction to the theory of stability]. Moscow, Nauka Publ., 223 p.
9. Rouche N., Habets P., Laloy M. (1977) *Stability Theory by Liapunov's Direct Method* New York, Springer-Verlag, 396 p.
10. Antognetti P., Massobrio G. (1993) *Semiconductor Device Modeling with SPICE*, New York, McGraw-Hill Inc, 389 p.

*Маркіна Т. М. Порівняльні характеристики стійкості різних стратегій оптимізації аналогових кіл. Методологія проектування аналогових кіл, розроблена раніше на основі застосування теорії управління, дозволяє використовувати важливі поняття і результати цієї теорії. Функція Ляпунова, визначена для процесу оптимізації електронного кола, з'явилася корисною характеристикою, що дозволяє порівнювати різні стратегії оптимізації. При цьому поведінка спеціальної функції, що є логарифмом від функції Ляпунова, визначає запас стійкості стратегії оптимізації і добре корелює з повним процесорним часом оптимізації кола. Аналіз поведінки цієї функції в початковий період процесу оптимізації дозволяє зробити висновок відносно повного часу проектування електронного кола, і тому дана функція є практичним інструментом при виборі найбільш перспективних стратегій оптимізації.*

**Ключові слова:** оптимізація аналогових кіл, теорія управління, керуючий вектор, оптимальний алгоритм проектування, функція Ляпунова процесу проектування, стійкість траєкторії оптимізації.

Маркина Т. М. **Сравнительные характеристики устойчивости различных стратегий оптимизации аналоговых цепей.** Методология проектирования аналоговых цепей, разработанная ранее на основе применения теории управления, позволяет использовать важные понятия и результаты этой теории. Функция Ляпунова, определенная для процесса оптимизации электронной цепи, явилась полезной характеристикой, позволяющей сравнивать различные стратегии оптимизации. При этом поведение специальной функции, являющейся логарифмом от функции Ляпунова, определяет запас устойчивости стратегии оптимизации и хорошо коррелирует с полным процессорным временем оптимизации цепи. Анализ поведения этой функции в начальный период процесса оптимизации позволяет сделать вывод относительно полного времени проектирования электронной цепи, и поэтому данная функция является практическим инструментом при выборе наиболее перспективных стратегий оптимизации.

**Ключевые слова:** оптимизация аналоговых цепей, теория управления, управляющий вектор, оптимальный алгоритм проектирования, функция Ляпунова процесса проектирования, устойчивость траектории оптимизации.

Markina T. M. **Comparative characteristics of different strategies stability of analog circuits optimization.**

**Introduction.** Methodology of analog circuits designing was developed before on the basis of control theory application and it allows to use important concepts and results of this theory.

**Problem formulation.** A problem of circuit optimization is defined as a controllable dynamic process. This approach gives possibility to control the process of optimization by means of changing special control functions during the process. A function of Lyapunov defined for the process of electronic circuit optimization is a useful characteristic allowing to compare different strategies of optimization. Thus, the behavior of the special function, being logarithm from the function of Lyapunov, defines a stock of stability of optimization strategy and well correlates with total processor time of circuit optimization.

**Numerical results.** The process of optimization of transistor amplifier shows the principal advantage of proposed approach. There are new strategies of circuit optimization that have a big time gain with respect to the traditional approach. A time gain for some strategies achieve 50-60 times. A function that is logarithm from the function of Lyapunov describes very well the optimization process behavior. The total processor time depends on properties of strategy and has a strong correlation with behavior of Lyapunov function of optimization process. The analysis shows the perspectives in searching of the best optimization strategy.

**Conclusions.** The analysis of a special function behavior described a process of circuit optimization allows obtaining in relation of complete time of electronic circuit designing. This function is a practical instrument at the choice of the most perspective strategies of optimization. In this case we can obtain a big acceleration of the optimization process.

**Keywords:** analog circuits optimization, the control theory, control vector, optimum algorithm of designing, Lyapunov function of designing process, stability of optimization trajectory.