

УДК 655.3.066.364

DOI: 10.20535/1810-0546.2016.2.66801

Т.Ю. Киричок, Т.Є. Клименко, О.В. Рибак

Національний технічний університет України “КПІ”, Київ, Україна

## МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ПОВЕРХНІ БАНКНОТНОГО ПАПЕРУ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ФРАКТАЛІВ

**Background.** The article describes the experimental study of the structure of the paper surface.

**Objective.** The surface structure modeling of printed and unprinted banknote paper using fractal theory. Calculation of the main parameters describing the macro- and microstructure of the banknote paper surface within and beyond water marks.

**Methods.** A method for studying the structure of the surface paper based on the theory of fractals is used. This method is based on profilograms analysis obtained by contact and optical profilometry.

**Results.** The approximate method of measuring the fractal dimension of arbitrary shape was determined  $S_i \cdot h_i^D \approx c$ , where  $c$  – some constant, and  $D$  – fractal dimension figure. Function of the surface paper sheet was received  $f(h) \approx L \times \times c \cdot h^{-(1+D_{np})}$ . Determined the fractal dimension  $D = 1 + D_{np}$  and amplitude coefficient of the surface of the paper  $S = C\eta^{(2D-3)}\tau^{(4-2D)}$ . Graphical model structure of the surface paper on the basis fractal dimension and amplitude coefficient was constructed.

**Conclusions.** A method studying the structure of the paper surface based on the theory of fractals was developed. This method is based on analysis of profilograms obtained by contact and optical profilometry. A mathematical model of the surface of unprinted and printed banknote paper was developed. Algorithm and software to determine the fractal dimension and the amplitude coefficient of the microstructure of the unprinted and printed paper was developed. The value of the fractal dimension and the amplitude coefficient of the surface of the banknote paper was obtained.

**Keywords:** paper with water marks; surface structure of paper; theory of fractals; fractal dimension; amplitude coefficient; mathematical model of the surface; profilometry.

### Вступ

Одними з найважливіших напрямів досліджень і розробок у сфері захисту захищеної продукції є методи, пов'язані із захистом паперового полотна. Цим методам присвячено майже 20 % усіх розробок [1]. Для виготовлення банкнотної продукції використовують папір високої якості, який відповідає суворим технологічним вимогам: має бути довговічним, стійким до впливу навколишнього середовища, міцним на розрив, згин, мати захист від підроблення тощо. Паперова основа є елементом захисту; певним чином підібраний склад волокнистого матеріалу може забезпечувати необхідну зносостійкість [2].

Захист банкнотного паперу на сьогодні є одним із найдосконаліших видів захисту від фальсифікації. Під час вивчення банкнотного паперу особливу увагу необхідно звернути на захист від підробок, що забезпечується за рахунок використання особливих технологій, певного поєднання способів і прийомів нанесення поліграфічного оформлення, а також за рахунок застосування спеціальних елементів захисту. До захисних елементів належать водяний знак, захисні волокна,

нитки, стрічки, компонентні складові паперу і фарб, голограми, кінєграма тощо [3].

Водяні знаки є одним із найбільш дієвих методів захисту паперового полотна. Відповідно, явища, які відбуваються в друкарському контакті та під час закріплення фарби на папері з водяними знаками, що є основним матеріалом для виготовлення захищеної продукції, потребують більш докладного вивчення.

Одним із найбільш істотних факторів, що ускладнює математичний опис шорсткої поверхні банкнотного паперу, є її нерегулярність. Вона проявляється на мікроскопічному рівні внаслідок природної неоднорідності бавовняної сировини, яка використовується у виробництві банкнотного паперу, та внаслідок включення великої кількості захисних волокон [4]. Перспективними є спроби теоретико-імовірнісних підходів для аналізу та опису шорсткості поверхні за допомогою теорії фракталів, оскільки в цьому випадку для повної характеристики шорсткості достатньо мати параметри, що характеризують середовище, в розглядуваному випадку друкарський папір [5–8]. У зв'язку з цим виникає задача, розв'язання якої полягає в розробці мате-

матичної моделі шорсткої поверхні банкнотного паперу як у зоні водяних знаків, так і поза їх межами.

Оскільки теорія фракталів використовується для моделювання найрізноманітніших поверхонь, у т.ч. шорстких матеріалів, підхід, запропонований Б. Мандельбротом і Ф.Ф. Лінгом [9], у подальшому став основою багатьох успішних досліджень шорстких поверхонь. Проведено значну кількість числових експериментів, у яких виявляли закономірності фрактальної природи реальних об'єктів на основі моделювання. Показники фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта вважаються основними у теорії фракталів. Спираючись на ці показники, можна судити про форму фрактала [10]. Шорсткість поверхні паперу з водяними знаками досліджено різними методами профілометрії [11]. На основі цих досліджень отримано профілограми і значення шорсткості паперу з водяними знаками та встановлено, що шорсткість на ділянках з негативними водяними знаками є більшою, ніж на звичайній ділянці паперу.

Застосування теорії фракталів для опису властивостей поліграфічних матеріалів розглянуто в роботах [12, 13], виконаних під керівництвом М.І. Кулака, де проведено фрактальний опис поверхні офсетного паперу. Побудовано фрактальну теорію фарбоперенесення між контактувальними поверхнями друкарського апарата, викладено фрактальний підхід до дослідження впливу тиску на процес друкування. На основі методів теорії фракталів досліджено процеси проникнення друкарської фарби до моменту її закріплення на відбитку. Проте різновиди досліджуваних матеріалів за показником неоднорідності поверхні досить обмежені.

Отже, аналіз літературних джерел [3–14] дає змогу зробити висновок про те, що метод дослідження банкнотного паперу на основі теорії фракталів дає змогу виявити розходження в поверхневій структурі як у зоні з водяними знаками, так і поза їх межами. Дослідження структури поверхні паперу на основі теорії фракталів ведуться різними науковцями [11–16], але досі не розглянуто як об'єкт дослідження задрукований банкнотний папір. Використання теорії фракталів є перспективним для опису структури поверхні паперу, в т.ч. для банкнотного паперу, оскільки дає змогу описувати параметри структури поверхні з високою точністю. Також спосіб визначення неоднорідності мікроструктури поверхні паперу за допомогою фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта

поверхні дає змогу отримувати в результаті дослідження поверхневих властивостей паперу показники, що відображають мікрохарактер поверхні. Крім того, фрактальна розмірність і амплітудний коефіцієнт поверхні дають можливість врахувати вплив просторової розвиненості мікропрофілю, що точно характеризує поверхнево-просторову структуру паперу та його друкарські властивості.

### Постановка задачі

Метою роботи є моделювання структури поверхні задрукованого і незадрукованого банкнотного паперу з використанням теорії фракталів, а також розрахунок основних показників, які описують макро- та мікроструктуру поверхні банкнотного паперу в зоні водяного знаку та поза його межами.

### Математична модель структури поверхні незадрукованого і задрукованого паперу

При побудові моделі зроблені такі припущення: нехай фігура  $F$  буде мати фрактальну межу. Розглянемо зображення  $F$  на певній сітковій області за допомогою методу скінченних різниць (методу сіток) [17] і розрахуємо, скільки клітинок будуть містити хоча б одну точку границі фігури  $F$ , якщо розмір клітинок дорівнює  $h$ . На практиці зазвичай клітини ділять навпіл, тобто розглядають  $h = 1/2^n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ . Нехай  $f(h)$  — кількість зайнятих межею клітинок, значення  $f(h)$  залежить від розміщення  $F$ , але гранична поведінка  $f(h)$  при  $h \rightarrow 0$  для різних розміщень буде аналогічною — тому можна розглядати будь-які розміщення.

Знайдемо таку величину  $D$ , щоб для всіх  $\beta > D$ :

$$\lim_{h \rightarrow 0} f(h) \cdot h^\beta = 0,$$

а для всіх  $\gamma < D$ :

$$\lim_{d \rightarrow 0} f(d) \cdot d^\gamma \neq 0.$$

Число  $D$  називається фрактальною розмірністю заданої фігури. Зазвичай для  $D$  виконується така умова:

$$0 < \lim_{h \rightarrow 0} f(h) \cdot h^D < \infty.$$

На прикладі кола з радіусом 1 та  $h = 1/m$ , де  $m \in \mathbb{N}$ , можна показати, що функція  $f(h)$  до-

рівнює  $8m$  (з точністю до відхилень меншого порядку, ніж  $m$ ), якщо центр кола лежить в куті певної клітинки (рис. 1). Для доведення цього розглянемо одну чверть кола та почнемо рухатися вздовж кола від клітинки, нижній правий кут якої має координати  $(0; m-1)$ , до клітинки з координатами  $(m-1; 0)$ . Усього пройдено клітинок:  $1 + (m-1) + (m-1) = 2m-1$ . Виняток становить випадок, коли коло проходить через кут деякої клітинки. Проте кількість таких випадків мала порівняно з  $m$ , а якщо  $m = p_1, p_2, \dots, p_i$ , де кожне  $p_i$  — просте і має вигляд  $p_i = 4q_i + 3$ , то таких кутів взагалі немає, тому для такого  $m$  єдиними цілими точками на колі будуть  $(\pm m; 0)$  і  $(0; \pm m)$ . Отже,  $f(h) = 8m + r(m)$ , де  $r(m)$  — мала величина порівняно з  $m$ , тобто  $\lim_{m \rightarrow 0} \frac{r(m)}{m} = 0$ .

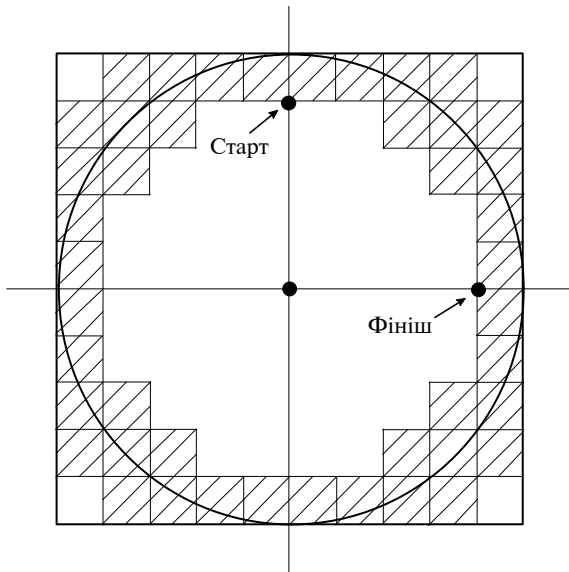


Рис. 1. Модель визначення фрактальної розмірності кола при  $m = 5$

Таким чином, опишемо спосіб наближеного вимірювання фрактальної розмірності довільної фігури. Розглянемо декілька розмірів клітинок  $h_1, h_2, \dots, h_i$ . Для кожного з розмірів розрахуємо кількість зайнятих фігурою клітинок  $S_1 = f(h_1), \dots, S_n = f(h_i)$  за певного положення фігури на площині. Для зручності та підвищення точності розрахунків за різних  $h_i$  напрям ліній клітинок можна вибирати одним і тим самим. Для фігури, яка побудована достатньо однорідно, виконується закономірність

$$S_i \cdot h_i^D \approx c, \quad (1)$$

де  $c$  — деяка константа, а  $D$  — фрактальна розмірність фігури.

Перетворимо формулу (1) таким чином:

$$\begin{aligned} \ln(c) &\approx \ln(S_i \cdot h_i^D), \\ \ln(c) &\approx \ln(S_i) + \ln(h_i^D), \\ \ln(c) &\approx \ln(S_i) + D \ln(h_i), \\ \ln(c) &\approx \ln(S_i) - D \ln\left(\frac{1}{h_i}\right), \\ \ln(c) &\approx D \ln\left(\frac{1}{h_i}\right) - \ln(c). \end{aligned} \quad (2)$$

Ця закономірність є наближенням лінійним законом (лінійною регресією). Необхідно підібрати такі  $D$  і  $\beta = \ln(c)$ , щоб закономірність (2) була достатньо самоподібною. Знайдемо потрібні параметри за допомогою методу найменших квадратів [18, 19]. Суть цього методу така. Нехай дано пари точок  $(x_1; y_1), \dots, (x_n; y_n)$  такі, що не всі  $x_1, \dots, x_n$  рівні між собою. Наша мета — побудувати таку функцію  $y = f(x)$ , щоб  $f(x)$  була записана у формі  $f(x) = ax + b$  і при цьому сума квадратів відмінностей

$$\sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2$$

була мінімальною.

Для випадку  $f(x) = ax + b$  відхилення є найменшим, якщо

$$\begin{aligned} a &= \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}, \\ b &= \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}. \end{aligned} \quad (3)$$

Помітимо, що знаменник у формулах (3) задовольняє умову

$$n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2 = \sum_{1 \leq i < j \leq n} (x_i - x_j)^2 > 0,$$

якщо тільки не буде випадку  $x_1 = \dots = x_n$ .

Для пошуку фрактальної розмірності  $D$  використаємо формулу (2).

Нехай

$$x_i = \ln\left(\frac{1}{h_i}\right) = -\ln(h_i), y_i = \ln(S_i), i = 1, 2, \dots, n.$$

Тоді за формулами (3)

$$D = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2},$$

і цю величину можна вважати наближеною фрактальною розмірністю фігури. Для рівномірного розподілу точок  $x_i$  по прямій доцільно

застосувати  $h_i = \frac{1}{u^i}$ , де  $u$  – деяке число (наприклад,  $u = 1,5$  або  $u = 2$ ). Тоді  $x_i = i \ln(u)$

**Фрактальна розмірність поверхні паперу.** В кожній вертикальній площині знаходиться профіль паперу, який має приблизно одну й ту ж фрактальну розмірність (рис. 2).

Для тривимірних об'єктів фрактальну розмірність можна розраховувати за формулою, аналогічною (3), де  $x_i = \ln \frac{1}{h^i}$ , а  $y_i = \ln S_i$ ;  $S_i$  – кількість зайнятих фігурою кубів зі стороною  $h_i$  (розміром  $h_i \times h_i \times h_i$ ). Нехай  $D$  – фракталь-

на розмірність кожного профілю. Тоді кожний профіль займає приблизно  $c \cdot h^{-D}$  клітинок (де  $c$  – константа). Розглянувши профілі з кроком  $h$ , отримаємо, що кількість зайнятих кубів буде приблизно дорівнювати  $c \cdot h^{-D} \frac{L}{h}$ , де  $L$  – довжина паперового аркуша ( $\frac{L}{h}$  – кількість профілів).

Перетворимо формулу:  $c \cdot h^{-D} \frac{L}{h} = L \cdot c \cdot h^{-(1+D)}$ ,

отже, для всього паперового аркуша функція  $f(h) \approx L \cdot c \cdot h^{-(1+D)}$  (рис. 3), а фрактальна розмірність поверхні паперу дорівнює  $(1 + D)$ . Так само можна розрахувати фрактальну розмірність задрукованого паперу.

**Амплітудний коефіцієнт поверхні паперу.**

Для імітації поверхні паперу було розраховано амплітудний коефіцієнт поверхні паперу  $C$ , який визначається на основі профілю поверхні, не залежить від масштабу досліджуваної поверх-

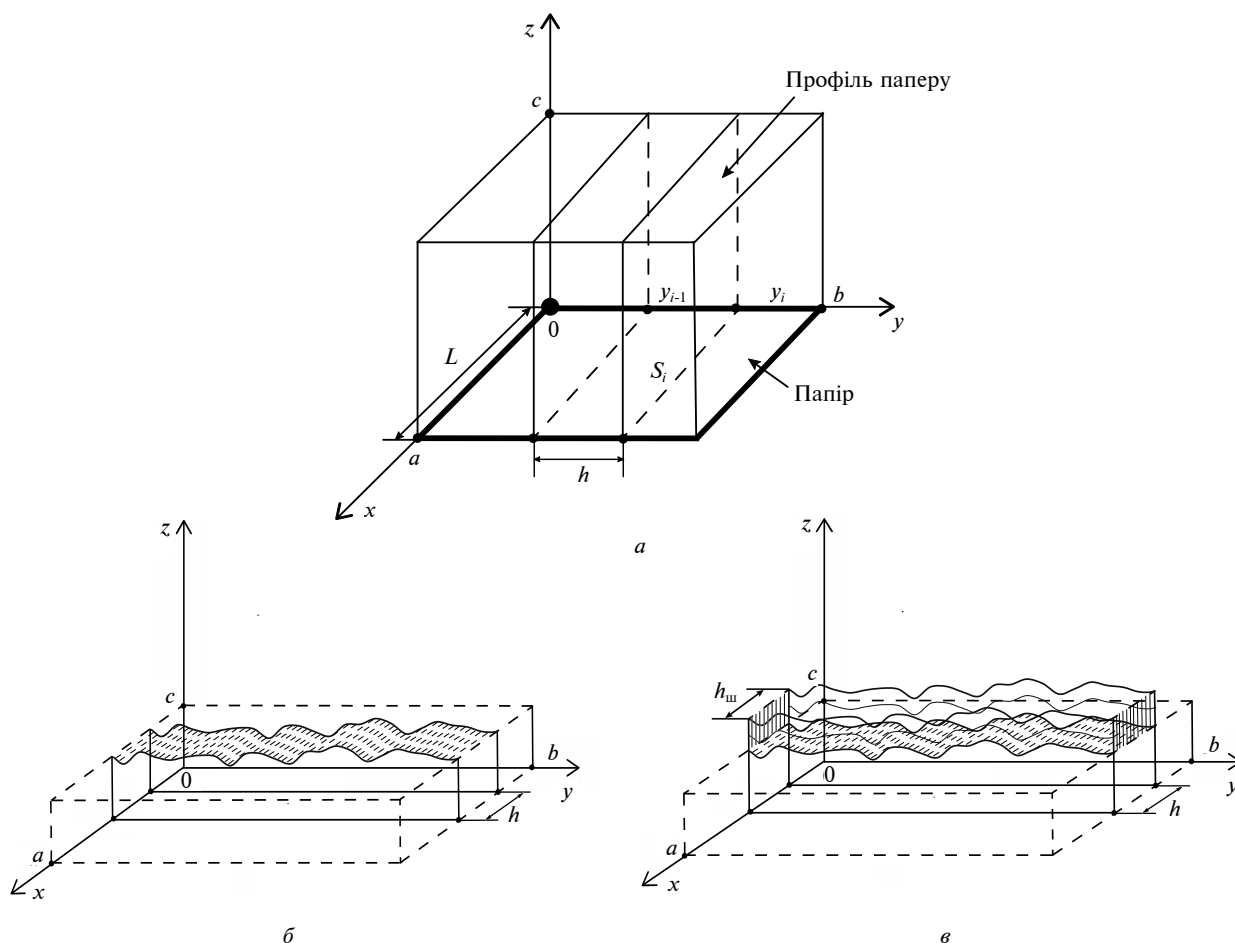


Рис. 2. Модель визначення фрактальної розмірності поверхні паперу (а), моделювання поверхні незадрукованого (б) та задрукованого (в) паперу в тривимірному просторі

ні та належить до амплітудно-частотних складових. Було встановлено, що  $C$  монотонно зростає з дисперсією поверхневих висот.

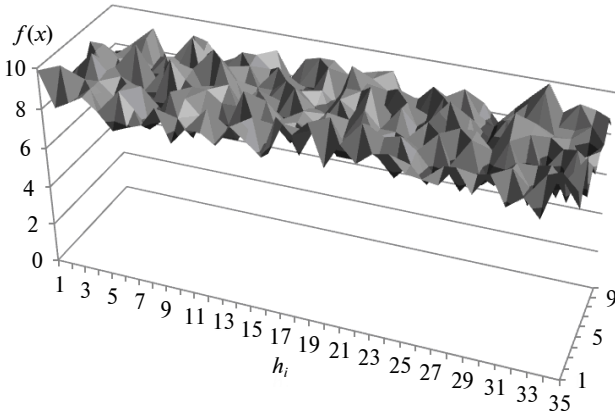


Рис. 3. Графічне зображення розробленої моделі з урахуванням фрактальної розмірності поверхні паперу

Структурна функція була використана при визначенні шорсткості поверхні паперу як альтернатива кореляційній функції. Для функцій, що імітують фрактальний броунівський рух, структурна функція має лінійну залежність від довжини. Амплітудний коефіцієнт поверхні розраховується за формулою

$$S(\tau) = C_{\eta}^{2D-3} \tau^{4-2D},$$

де  $\tau$  — приріст довжини,  $\eta$  — роздільна здатність профілюючого інструмента.

При обчисленні структурної функції  $\tau$  змінюється роздільна здатність між точками до довжини досліджуваного зразка. Структурна функція — це середньомовірне значення квадрата різниці висот на відстані  $\tau$ :

$$S(\tau) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L [z(x) - z(x + \tau)]^2 dx.$$

При дослідженні профілю поверхні паперу структурна функція була визначена на основі отриманих профілограм. Для профілограми з  $n$  точок структурна функція розраховується за формулою

$$S_j = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n-1} (z_{k+j} - z_j)^2. \quad (4)$$

Після розрахунку структурної функції можна побудувати графік залежності  $\log S_j$  від  $\log \tau$ , де лінія апроксимації проведена за мето-

дом найменших квадратів. З використанням рівняння (4) амплітудний коефіцієнт поверхні паперу розраховується за формулою

$$C = \frac{m}{\eta^{2D-3} \tau^{4-2D}},$$

де  $m$  — нахил лінії апроксимації.

На рис. 4 зображено графічну модель поверхні паперу в тривимірному просторі з урахуванням амплітудного коефіцієнта.

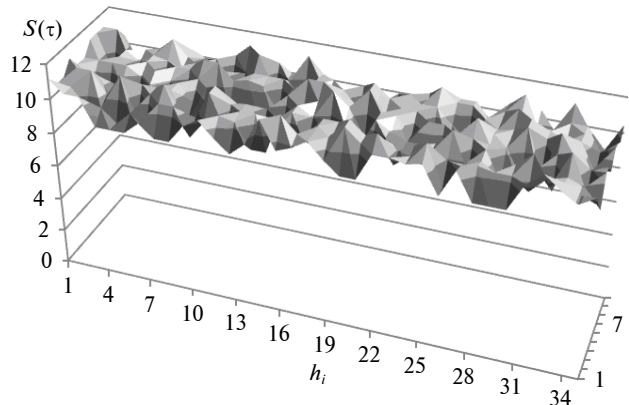


Рис. 4. Графічне зображення розробленої моделі з урахуванням амплітудного коефіцієнта поверхні паперу

### Методика експериментальних досліджень

Для підтвердження коректності розробленої математичної моделі було проведено експериментальні дослідження банкнотного паперу для друку банкнот української гривні різних номіналів — зразок № 1, зразок № 2, зразок № 3. Для отримання кількісних показників за допомогою стандартних методик [20–24] експериментально було визначено фізико-технічні характеристики досліджуваних зразків паперу. Результати вимірювань наведено в табл. 1.

Вимірювання мікрорельєфу здійснено двома способами: за допомогою контактного профілометра з індуктивним перетворювачем моделі 296 заводу “Калібр” [25, 26] та оптичного інтерференційного безконтактного профілометра “Мікрон-альфа” [27] побудовою 2D-профілю.

Вимірювання проводилися профілометром з автоматизованою вимірювальною системою, яка базується на модульному принципі побудови технічних і програмних блоків. У ролі обчислювального модуля виступає комп’ютер IBM PC з мікропроцесором 8046. Вимірювальний модуль розроблено на базі профілометра цехового з цифровим відліком та індуктивним пристро-

Таблиця 1. Характеристики досліджуваних видів банкнотного паперу

Зразок	Характеристики паперу							Всотування масла папером, с
	Непрозорість, %	Шорсткість за Бендстеном, мл/хв		Пористість, мл/хв		Вбирна здатність, Кобб 60		
		Лицьовий бік	Сітковий бік	Лицьовий бік	Сітковий бік	Лицьовий бік	Сітковий бік	
№ 1	93,3	376	390	20	22	49,28	49,7	2,56
№ 2	90,0	399	311	27	27	45,2	42,98	1,64
№ 3	90,5	376	314	25	25	46,98	45,72	1,53

ем моделі 296 заводу “Калібр”. Цей пристрій дає можливість здійснювати контактний аналіз ділянки поверхні паперу тонкою голкою, що дає змогу отримати збільшене зображення профілю поверхні. В таких приладах досліджувана поверхня аналізується алмазною голкою з радіусом заокруглення 10–12,5 мкм. Вимірювання проводилися зі швидкістю трасування датчика 0,15 мм/с.

Оптичний інтерференційний безконтактний метод дає змогу отримувати кількісні характеристики шорсткості поверхні досліджуваних зразків, вимірювати висоту та глибину рельєфу, отримувати розподіл виступів за площею, а також інші топографічні особливості поверхні, будувати дво- і тривимірне зображення поверхні, спостерігати інтерференційні картини в білому і в монохроматичному світлі. Основні переваги вимірювання полягають в тому, що немає необхідності в проведенні спеціальної підготовки зразків, процедура вимірювання та обробки даних займає небагато часу і дає можливість відтворювати мікротопографію поверхні незадрукованого та задрукованого паперу методом обробки послідовності інтерференційних даних.

Технічними характеристиками профілометра “Мікрон-альфа” є такі: поле сканування ( $X, Y$ ) – 50–350 мкм; роздільна здатність по горизонталі ( $X, Y$ ) – 0,15 мкм; вимірювана висота рельєфу ( $Z$ ) – до 50 мкм; роздільна здатність по вертикалі ( $Z$ ) – 5 нм; час реєстрації – 0,1–3 хв.

### Результати експериментальних досліджень

Оскільки досліджувані зразки паперу різняться за якістю та друкарськими властивостями, дуже важливо отримати структурний параметр, який дасть змогу описати таку різницю та визначити оцінку ступеня відмінності шорсткості різних ділянок.

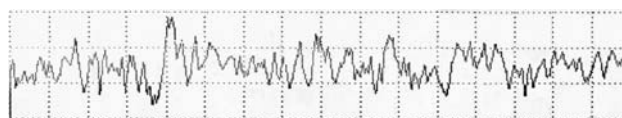
Для визначення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта структури поверхні до-

сліджуваних зразків банкнотного паперу розроблено програмне забезпечення на основі програмного пакета Free Pascal. Вхідні дані, які використовує програмний засіб, – це профілограми поверхні банкнотного паперу на різних ділянках.

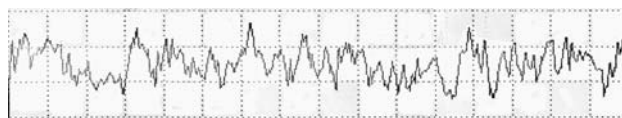
Для того щоб зробити розрахунок даних у програмі, реалізовано алгоритм, який виконується в такій послідовності. Спочатку вводяться вхідні дані – координати профілограми поверхні досліджуваного паперу (рис. 5). На наступному етапі задається номер ітерації  $k = 1$ . Потім здійснюється вибір сторони клітинки  $h$  залежно від  $k$ . Далі розраховується  $s(k)$  зайнятих профілограмою клітинок зі стороною  $h$  та визначаються змінні  $x(h) = \ln(k)$ ,  $y(h) = \ln(s(k))$ . Така процедура виконується для кількох  $k$ , де  $k$  набуває значення від 0 до 12. Далі відбувається розрахунок фрактальної розмірності як старшого коефіцієнта лінійної регресії між  $x$  і  $y$  методом найменших квадратів:

$$D = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2},$$

та виведення фрактальної розмірності поверхні паперу (на екран).



а



б

Рис. 5. Профілограми поверхні банкнотного паперу зразка № 1, отримані оптичним безконтактним методом з лицьового (а) та сіткового (б) боків

Таблиця 2. Фрактальна розмірність і амплітудний коефіцієнт поверхні банкнотного паперу

Досліджувані зразки	Фрактальна розмірність поверхні паперу $D$		Амплітудний коефіцієнт поверхні паперу $C$	
	Лицьовий бік	Сітковий бік	Лицьовий бік	Сітковий бік
Механічний контактний метод				
№ 1	2,113	2,087	0,090	0,081
№ 2	2,080	2,067	0,075	0,065
№ 3	2,130	2,092	0,109	0,082
Оптичний безконтактний метод				
№ 1	2,144	2,132	0,102	0,094
№ 2	2,103	2,084	0,084	0,072
№ 3	2,183	2,165	0,116	0,099

Отримані значення фрактальної розмірності і амплітудного коефіцієнта поверхні досліджуваних зразків банкнотного паперу, розраховані на основі профілограм, які отримані контактним та оптичним методами профілометрії, наведено в табл. 2.

Значення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта поверхні банкнотного паперу отримані на основі профілограм за даними механічного контактного ( $D_{\text{мех}} = 2,067\text{--}2,130$ ,  $C_{\text{мех}} = 0,065\text{--}0,109$ ) та оптичного безконтактного інтерференційного ( $D_{\text{опт}} = 2,103\text{--}2,183$ ,  $C_{\text{опт}} = 0,072\text{--}0,116$  методів профілометрії. Визначено, що для всіх досліджуваних зразків паперу  $D_{\text{опт}} > D_{\text{мех}}$ ,  $C_{\text{опт}} > C_{\text{мех}}$  унаслідок більшої роз-

дільної здатності оптичної профілометрії. Найбільші значення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта було визначено для зразка № 3 з лицьового боку, найменші — для зразка № 3 з сіткового боку (рис. 6).

Отримані моделі адекватні за критерієм Стьюдента, оскільки задовольняють вимогу  $t_{\text{exp}} > t_{\text{кр}}$  ( $t_{\text{exp}}$  перебуває в діапазоні від 5,09 до 23,19 для моделі з урахуванням  $D$ ;  $t_{\text{exp}}$  перебуває в діапазоні від 4,54 до 21,74 для моделі з урахуванням  $C$  за умови  $p = 0,05$ ,  $t_{\text{кр}} = 2,10$ ) та за критерієм Фішера, коли  $F_{\text{exp}} < F_{\text{кр}}$  ( $F_{\text{exp}}$  перебуває в діапазоні від 2,14 до 3,18 для моделі з урахуванням  $D$ ;  $F_{\text{exp}}$  перебуває в діапазоні від 2,88 до 3,25 для моделі з урахуванням  $C$  за умови  $F_{\text{кр}} = 4,16$ ) (рис. 7).

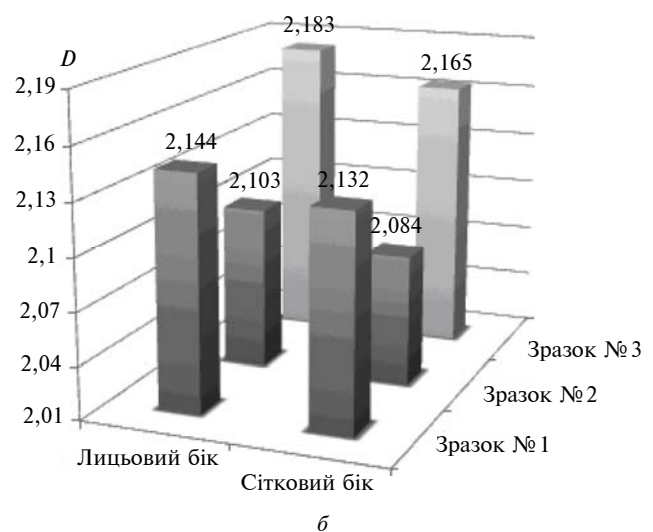
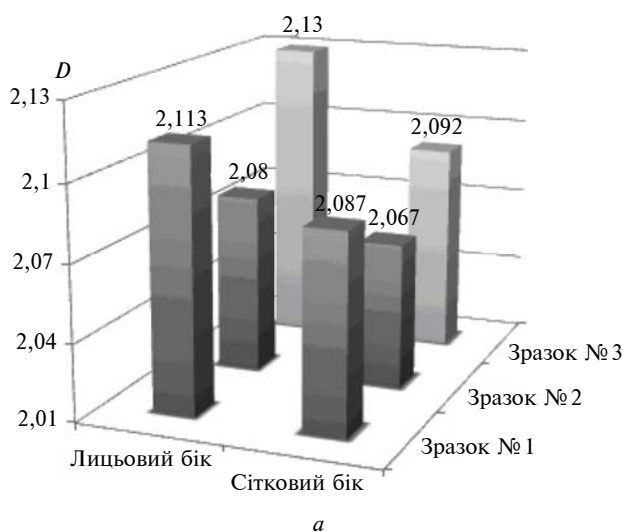


Рис. 6. Діаграми фрактальної розмірності поверхні досліджуваних зразків банкнотного паперу, отримані: а — механічним контактним методом; б — оптичним безконтактним методом



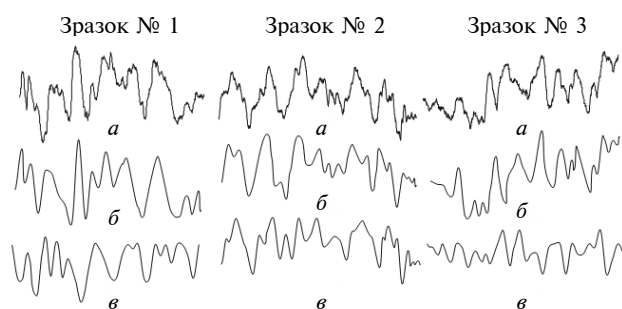


Рис. 7. Відповідність реального профілю паперу (а) змодельованим профілям за допомогою фрактальної розмірності (б) й амплітудного коефіцієнта (в) поверхні паперу

## Висновки

Моделювання структури поверхні задрукованого і незадрукованого банкнотного паперу є перспективним для адекватного опису поверхні та цілеспрямованого керування якістю друку. Для подальшого цілеспрямованого керування показниками якості банкнотних відбитків розроблено математичну модель структури поверхні незадрукованого та задрукованого банкнотного паперу, що дає змогу описати структуру поверхні паперу встановленням фрактальної роз-

мірності й амплітудного коефіцієнта паперу в зоні з водяними знаками та поза їх межами.

Розроблено алгоритм і програмне забезпечення для визначення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта мікроструктури незадрукованого та задрукованого паперу, які уможливають прогнозування оптичних характеристик відбитків на етапі вхідного контролю та оперативного контролю під час офсетного друку. Отримано значення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта поверхні банкнотного паперу на основі профілограм за даними механічного контактного ( $D_{\text{mex}} = 2,067\text{--}2,130$ ,  $C_{\text{mex}} = 0,065\text{--}0,109$ ) та оптичного безконтактного інтерференційного ( $D_{\text{opt}} = 2,103\text{--}2,183$ ,  $C_{\text{opt}} = 0,072\text{--}0,016$ ) методів профілометрії. Визначено, що для всіх досліджуваних зразків паперу  $D_{\text{opt}} > D_{\text{mex}}$ ,  $C_{\text{opt}} > C_{\text{mex}}$  унаслідок більшої роздільної здатності оптичної профілометрії.

Як напрям подальших досліджень планується встановлення кореляції між фрактальним описом поверхні банкнотного паперу та кольорними показниками і параметрами технологічного процесу офсетного друку.

## Список літератури

1. Perron M. Patenting of new banknote security features // *Billetaria. Int. Rev. Cash Management*. – 2010. – Iss. 9. – P. 22–23.
2. Badania odpornosci na zuzycie papieru banknotowego = [Testing of banknote paper wear and tear] / T.J. Kyrychok, P.O. Kyrychok, S.F. Havenko, V.M. Nesterenko // *Przeglad Papierniczy*. – 2013. – № 12. – P. 653–656.
3. Корочкин Л.С. Материалы и методы защиты специальных бумаг и документов от подделки. – Минск: НТУП “Криптотех”, 2001. – 264 с.
4. Технология целлюлозно-бумажного производства. В 3 т. – СПб.: Политехника, 2005. – Т. II. Производство бумаги и картона. Ч. I. Технология производства и обработки бумаги и картона. – С. 20.
5. Бобров В.И., Варено Л.Г., Голунов А.В. Применение теории фракталов для описания и моделирования поверхности печатных материалов // *Вестн. МГУП*. – 2010. – № 6. – С. 76–81.
6. Голунов А.В., Варено Л.Г. Определение фрактальной размерности профиля поверхности бумаг (картонов) // *Визуальная культура: дизайн, реклама, информационные технологии: Матер. IX Междунар. науч.-практ. конф.* – Омск: ОмГТУ, 2010. – С. 175–177.
7. Geusebroek J.M., Smeulders A.W.M.A. Physical explanation for natural image statistics // *Int. Workshop on Texture Analysis and Synthesis*. – Amsterdam, 2002. – P. 47–52.
8. Разработка фрактальной математической модели шероховатости поверхности / В.И. Курдюков, А.К. Остапчук, В.Е. Овсянников, Е.Ю. Рогов // *Вестник Кузбасского гос. техн. ун-та*. – 2008. – Вып. 5. – С. 43–45.
9. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы / Пер. с англ. – М.: ИКИ, 2002. – 656 с.
10. Ролдугін В.І. Фрактальні структури в матеріалознавстві // *Матеріалознавство*. – 2005. – № 5. – С. 19–26.
11. Киричок Т.Ю., Клименко Т.Є., Малкуш Н.Л. Мікрогеометрія поверхні паперу з водяними знаками // *Технологія і техніка друкарства*. – 2009. – № 4. – С. 130–137.
12. Кулак М.И. Фрактальная механика материалов. – Минск: Высшая школа, 2002. – 304 с.
13. Кулак М.И., Нечипорович Н.А., Медяк Д.М. Методы теории фракталов в технологической механике и процессах управления: полиграфические материалы и процессы. – Минск: Беларуская наука, 2007. – 419 с.
14. Медяк Д.М., Маслакова И.А., Кулак И.И. Фрактальная геометрия структуры поверхности бумаги с водяными знаками // *Труды БГТУ*. – Минск: БГТУ, 2011. – № 9. – С. 51–56.



15. Кобенко В.Ю., Ихлазов С.З., Голунов А.В. Определение качества поверхности бумаги методом фрактального анализа // Омский научный вестник. — 2011. — № 3. — С. 330–334.
16. Bigerelle M. A new method to calculate the fractal dimension of surfaces: application to human cell proliferation // Int. J. Comp. Math. Applications. — 2001. — 42, № 1-2. — P. 241–253.
17. Федер Е. Фракталы / Пер. с англ. Ю.А. Данилова. — М.: Мир, 1991. — 254 с.
18. Алгоритмы: построение и анализ / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, Р. Штайн; под ред. И.В. Красикова. — 2-е изд. — М.: Вильямс, 2005. — 1296 с.
19. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей / Пер. с англ. — М.: Вильямс, 2001. — 287 с.
20. Бумага. Методы определения прозрачности и непрозрачности: ГОСТ 8874–80. — Введ. 01.01.81. — М.: Изд-во стандартов, 1980. — 5 с.
21. Paper and Board — Determination of Air Permeance (Medium Range): ISO 5636–3:1992. — Part 3. Bendtsen Method.
22. Папір та картон. Метод визначення шорсткості (метод із застосуванням пропускання повітря). Метод Бендтсена: ДСТУ ISO 8791-2:1990. — Введ. 01.01.90. — М.: Изд-во стандартов, 1994. — 10 с.
23. Бумага и картон. Метод определения поверхностной впитываемости воды при одностороннем смачивании (метод Кобба): ГОСТ 12605–97. — Введ. 30.06.01. — М.: Изд-во стандартов, 2001. — 9 с.
24. Бумага и картон. Метод определения поверхностной впитываемости капельным способом: ГОСТ 12603–67. — Введ. 30.06.67. — М.: Изд-во стандартов, 1967. — 4 с.
25. Kyrychok T., Klymenko T., Malkush N. Badanie szorstkosci powierzchni papierow ze znakami wodnymi = [The investigation of roughness for paper with watermarks] // Przegląd Papierniczy. — 2012. — № 7. — P. 414–417.
26. Майданюк С.В., Плівак О.А., Бекмуратов Р.А. Модуль для вимірювання фасонних профілів // Вісник ЖДТУ. — 2007. — № 2 (41). — С. 15–18.
27. Игнатович С.Р., Шмаров В.Н., Закиев И.М. Аппаратурный комплекс для микро- и нанотестирования поверхности материалов и покрытий // Технологические системы. — 2009. — № 5 (49). — С. 72–78.

## References

1. M. Perron, “Patenting of new banknote security features”, *Billetaria. Int. Rev. Cash Management*, iss. 9, pp. 22–23, 2010.
2. T.J. Kyrychok et al., “Badania odpornosci na zuzycie papieru banknotowego” = [“Testing of banknote paper wear and tear”], *Przegląd Papierniczy*, no. 12, pp. 653–656, 2013.
3. L.S. Korochkyn, *Materials and Methods of Protection of Special Papers and Documents from Counterfeiting*. Minsk, Belarus: NTUP “Kryptotekh”, 2001, 264 p. (in Russian).
4. *The Technology of Pulp and Paper Production*, vol. 2, *Manufacture of Paper and Paperboard*, part 1, *Technology of Production and Processing of Paper and Paperboard*. St Petersburg, Russia: Polytekhnyka, 2005, p. 20 (in Russian).
5. V.Y. Bobrov et al., “Application of fractal theory to describe and simulate the surface of printed materials”, *Vestn. MHUP*, no. 6, pp. 76–81, 2010 (in Russian).
6. A.V. Holunov and L.H. Varepo, “Determination of the fractal dimension of the surface profile papers (cardboards)”, in *Proc. IX Int. Conf. Visual Culture: Design, Advertising, Information Technology*, Omsk, Russia, 2010, pp. 175–177 (in Russian).
7. J.M. Geusebroek and A.W.M.A. Smeulders, “Physical explanation for natural image statistics”, in *Int. Workshop on Texture Analysis and Synthesis*, Amsterdam, Netherlands, 2002, pp. 47–52.
8. V.Y. Kurdyukov et al., “Development of fractal mathematical model of the surface roughness”, *Vestnik Kuzbasskogo Gosudarstvennogo Tehnicheskogo Universiteta*, no. 5, pp. 43–45, 2008 (in Russian).
9. B. Mandelbrot, *Fractal Geometry of Nature*. Moscow, Russia: IKI, 2002, 656 p. (in Russian).
10. V.I. Rolduhin, “Fractal structures in materials”, *Materialoznavstvo*, no. 5, pp. 19–26, 2005 (in Ukrainian).
11. T. Kyrychok et al., “Microgeometry of the paper surface with watermarks”, *Tekhnolohiya i Tekhnika Drukarnya*, no. 4, pp. 130–137, 2009 (in Ukrainian).
12. M.Y. Kulak, *Fractal Mechanics of Materials*. Minsk, Belarus: Vysshaja Shkola, 2002, 304 p (in Russian).
13. M.Y. Kulak, *Methods of the Fractal Theory in the Technological Mechanics and Control Processes: Printing Materials and Processes*. Minsk, Belarus: Belarusskaja Nauka, 2007, 419 p. (in Russian).
14. D.M. Medyak, “Fractal geometry of the surface structure of the paper with water marks”, *Trudy BGTU*, no. 9, pp. 51–56, 2011 (in Russian).
15. V.Yu. Kobenko, “Determination of the surface quality of the paper method of fractal analysis”, *Omskij Nauchnyj Vestnik*, no. 3, pp. 330–334, 2011 (in Russian).
16. M. Bigerelle, “A new method to calculate the fractal dimension of surfaces: application to human cell proliferation”, *Int. J. Comp. Math. Applications*, vol. 42, no. 1-2, pp. 241–252, 2001.
17. E. Feder, *Fraktals*. Moscow, Russia: Mir, 1991 (in Russian).
18. T. Kormen et al., *Algorithms: Construction and Analysis*, 2nd. Moscow, Russia: Vylyams, 2005 (in Russian).
19. R. Kallan, *The Basic Concepts of Neural Networks*. Moscow, Russia: Vylyams, 2001, 287 p. (in Russian).
20. *Paper. Methods for Determination of Transparency and Opacity*, GOST 8874–80, 1981 (in Russian).
21. *Paper and Board — Determination of Air Permeance (Medium Range)*, part 3, *Bendtsen Method*, ISO Standard 5636–3:1992.

22. *Paper and Cardboard. Vyznachennya Shorstkosti Method (Method iz Zastosuvannyam Bandwidth Povitrya). Bendtsen Method*, State Standard ISO 8791-2:1990, 1990 (in Russian).
23. *Paper and Cardboard. Method for Determination of Surface Absorption of Water at One-Sided Wetting (Cobb Method)*, GOST 12605–97, 2001 (in Russian).
24. *Paper and Cardboard. Method for Determination of Surface Absorption by Drip Method*, GOST 12603–67, 1967 (in Russian).
25. T. Kyrychok *et al.*, “Badanie szorstkosci powierzchni papierow ze znakami wodnymi” = [“The investigation of roughness for paper with watermarks”], *Przeglad Papierniczy*, no. 7, pp. 414–417, 2012.
26. S.V. Maydanyuk *et al.*, “Module for measuring shapes”, *Visnyk ZhDTU*, no. 2 (41), pp. 15–18, 2007 (in Ukrainian).
27. S.R. Yhnatovych *et al.*, “Instrumental complex for micro- and nano- surface testing materials and coatings”, *Tekhnical Systems*, no. 5 (49), pp. 72–78, 2009 (in Ukrainian).

Т.Ю. Киричок, Т.Є. Клименко, О.В. Рибак

#### МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ПОВЕРХНІ БАНКНОТНОГО ПАПЕРУ НА ОСНОВІ ТЕОРІЇ ФРАКТАЛІВ

**Проблематика.** У статті розглянуто експериментальне дослідження структури поверхні банкнотного паперу в зоні водяного знака та поза його межами.

**Мета дослідження.** Моделювання структури поверхні задрукованого і незадрукованого банкнотного паперу з використанням теорії фракталів, а також розрахунок основних показників, які описують макро- та мікроструктуру поверхні банкнотного паперу в зоні з водяними знаками і поза їх межами.

**Методика реалізації.** Використовуються метод, який оснований на аналізі профілограм, отриманих контактним і оптичним методами профілометрії, та метод теорії фракталів.

**Результати дослідження.** Визначено спосіб наближеного вимірювання фрактальної розмірності довільної фігури:

$S_i \cdot h_i^D \approx c$ , де  $c$  – деяка константа, а  $D$  – фрактальна розмірність фігури. Отримано функцію поверхні паперового аркуша:

$f(h) \approx L \cdot c \cdot h^{-(1+D_{np})}$ . Визначено фрактальну розмірність поверхні паперу:  $D = 1 + D_{np}$ , і амплітудний коефіцієнт поверхні паперу:

$S = C\eta^{(2D-3)}\tau^{(4-2D)}$ . Побудовано графічну модель поверхні паперу з урахуванням фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта.

**Висновки.** Розроблено метод дослідження структури поверхні паперу на основі теорії фракталів. Вказаний метод оснований на аналізі профілограм, отриманих контактним та оптичним методами профілометрії. Розроблено математичну модель структури поверхні незадрукованого та задрукованого банкнотного паперу. Розроблено алгоритм і програмне забезпечення для визначення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта мікроструктури незадрукованого та задрукованого паперу. Отримано значення фрактальної розмірності й амплітудного коефіцієнта поверхні банкнотного паперу.

**Ключові слова:** банкнотний папір; структура поверхні паперу; теорія фракталів; фрактальна розмірність; амплітудний коефіцієнт; математична модель поверхні; профілограма.

Т.Ю. Киричок, Т.Е. Клименко, О.В. Рыбак

#### МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОВЕРХНОСТИ БАНКНОТНОЙ БУМАГИ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ФРАКТАЛОВ

**Проблематика.** В статье рассмотрены экспериментальные исследования структуры поверхности банкнотной бумаги в зоне водяного знака и за его пределами.

**Цель исследования.** Моделирование структуры поверхности запечатанной и незапечатанной банкнотной бумаги с использованием теории фракталов, а также расчет основных показателей, описывающих макро- и микроструктуру поверхности банкнотной бумаги в зоне с водяными знаками и за их пределами.

**Методика реализации.** Используются метод, который основан на анализе профилограмм, полученных контактными и оптическими методами профилометрии, и метод теории фракталов.

**Результаты исследования.** Определен способ приближенного измерения фрактальной размерности произвольной фигуры:  $S_i \cdot h_i^D \approx c$ , где  $c$  – некоторая константа, а  $D$  – фрактальная размерность фигуры. Получена функция поверхности бумажного листа:

$f(h) \approx L \cdot c \cdot h^{-(1+D_{np})}$ . Определены фрактальная размерность:  $D = 1 + D_{np}$ , и амплитудный коэффициент поверхности бумаги:

$S = C\eta^{(2D-3)}\tau^{(4-2D)}$ . Построена графическая модель поверхности бумаги с учетом фрактальной размерности и амплитудного коэффициента.

**Выводы.** Разработан метод исследования структуры поверхности бумаги на основе теории фракталов. Указанный метод основан на анализе профилограмм, полученных контактными и оптическими методами профилометрии. Разработана математическая модель структуры поверхности незапечатанной и запечатанной банкнотной бумаги. Разработаны алгоритм и программное обеспечение для определения фрактальной размерности и амплитудного коэффициента микроструктуры незапечатанной и запечатанной бумаги. Получены значения фрактальной размерности и амплитудного коэффициента поверхности банкнотной бумаги.

**Ключевые слова:** банкнотная бумага; структура поверхности бумаги; теория фракталов; фрактальная размерность; амплитудный коэффициент; математическая модель поверхности; профилометрия.

Рекомендована Радою  
Видавничо-поліграфічного інституту  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
28 грудня 2015 року

