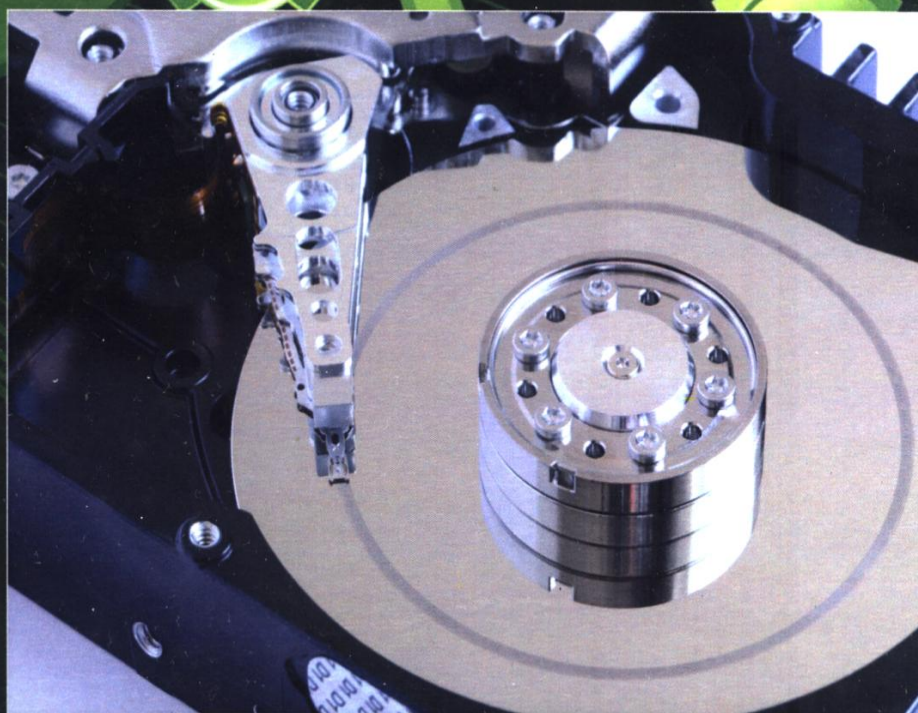


АВТОМАТИКА ТА ЕЛЕКТРОПРИВОД ТЕХНІКИ РЕЄСТРАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ

Г. Г. Власюк, В. М. Співак,
К. О. Трапезон, В. Б. Швайченко

АВТОМАТИКА ТА ЕЛЕКТРОПРИВОД ТЕХНІКИ РЕЄСТРАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ



«Освіта України»

**ВЛАСЮК Г.Г., СПІВАК В.М., ТРАПЕЗОН К.О.,
ШВАЙЧЕНКО В.Б.**

АВТОМАТИКА ТА ЕЛЕКТРОПРИВОД ТЕХНІКИ РЕЄСТРАЦІЇ ІНФОРМАЦІЇ

*РЕКОМЕНДОВАНО МІНІСТЕРСТВОМ НАУКИ І ОСВІТИ УКРАЇНИ
ЯК НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК ДЛЯ СТУДЕНТІВ
ТЕХНІЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВИЩИХ НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ, ЩО НАВЧАЮТЬСЯ В ГАЛУЗІ
ЗНАНЬ «АКУСТОТЕХНІКА»*

Київ
«Освіта України»
2010

УДК 621.382.2/.3.049.77
32.844.1Я73(075.8)
А75

РЕКОМЕНДОВАНО МІНІСТЕРСТВОМ
ОСВІТИ УКРАЇНИ
(ПРОТОКОЛ ВІД 23.09.2010 Р. № 1/11-
8889)

АВТОРИ: *Г.Г. ВЛАСЮК, В.М. СПІВАК, К.О. ТРАПЕЗОН,
В.Б. ШВАЙЧЕНКО*

РЕЦЕНЗЕНТИ:

В.А. ПОРЄВ, ДОКТОР ТЕХНІЧНИХ НАУК, ПРОФЕСОР (НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»);
Бойко В.І. ДОКТОР ТЕХНІЧНИХ НАУК, ПРОФЕСОР (ДНІПРОДЗЕРЖИНСЬКИЙ
ДЕРЖАВНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ)

АВТОМАТИКА ТА ЕЛЕКТРОПРИВОД ТЕХНІКИ РЕЄСТРАЦІЇ
ІНФОРМАЦІЇ: Навчальний посібник / Г.Г. Власюк, В.М. Співак, К.О.
Трапезон, В.Б. Швайченко – К.: Освіта України, 2010. – 159 с.

ISBN 978-966-188-191-3

Розглянуто основи теорії і практики, принципи дії та розрахунки
рухівних механізмів відео-, аудіо- та кінопристроїв, складених із
електроприводів та систем автоматичного регулювання на базі різних
малопотужних електродвигунів та електронних систем керування. Відповідає
програмам підготовки бакалаврів та магістрів технічного напрямку навчання
згідно вимог державного стандарту України.

Навчальний посібник може бути корисним фахівцям, які спеціалізуються
в галузі розробки, виготовлення і експлуатації електромеханічних та
електронних систем і приладів.

ISBN 978-966-188-191-3

© ВЛАСЮК Г.Г., СПІВАК В.М.,
ТРАПЕЗОН К.О., ШВАЙЧЕНКО В.Б.

ЗМІСТ

Перелік умовних скорочень.....	6
1. Загальні відомості щодо систем автоматичного регулювання та управління.....	7
1.1. Основні терміни та визначення.....	7
1.2. Принципи регулювання автоматичних систем.....	8
1.3. Системи автоматичного регулювання прямої та непрямої дії.....	13
1.4. Слідкуючі системи автоматичного регулювання.....	13
1.5. Статичні та астатичні системи автоматичного регулювання.....	15
1.6. Критерії якості систем автоматичного регулювання.....	15
2. Елементи та ланки систем автоматичного регулювання.....	17
2.1. Неперервні та дискретні САР.....	17
2.2. Імпульсні та цифро-аналогові системи автоматичного регулювання.....	18
2.3. Класифікація автоматичних регуляторів. Закони регулювання.....	20
2.4. Типові з'єднання динамічних ланок систем автоматичного регулювання та управління.....	22
2.5. Часові характеристики лінійних систем автоматичного регулювання.....	27
2.6. Дискретні системи автоматичного управління.....	32
3. Структурні схеми та рівняння лінійних систем автоматичного регулювання.....	38
3.1. Система автоматичного регулювання швидкості обертання двигуна.....	38
3.2. Передатні функції лінійних систем автоматичного регулювання.....	44
3.3. Моделювання процесів систем автоматичного регулювання.....	46
3.4. Інтегральні оцінки якості систем автоматичного регулювання.....	46
3.5. Точність систем за типових сигналів.....	47
3.6. Способи покращення процесу регулювання.....	51
3.7. Інваріантність систем автоматичного регулювання.....	52
3.8. Корегуючі пристрої систем автоматичного регулювання.....	53
4. Особливості синтезу систем автоматичного регулювання та управління.....	61
4.1. Метод кореневого годографу.....	61
4.2. Синтез корегуючих пристроїв.....	62
4.3. Метод припасовування.....	65
5. Самонастроювальні системи автоматичного регулювання.....	68
5.1. Визначення та класифікація самонастроювальних систем.....	68

5.2. Екстремальні системи.....	70
5.3. Безпошукові самонастроювальні системи.....	72
5.3.1. Ідентифікація в самонастроювальних системах.....	73
5.3.2. Особливості дослідження самонастроювальних систем.....	75
6. Електричні машини.....	77
6.1. Загальна класифікація електричних машин.....	77
6.2. Основні вимоги, що висувають до електричних машин.....	78
6.3. Будова та принцип роботи електричної машини.....	78
7. Асинхронні машини.....	94
7.1. Принцип дії асинхронної машини.....	94
7.2. Конструкція асинхронних машин.....	97
7.3. Механічна характеристика асинхронних машин.....	99
7.4. Схема заміщення асинхронної машини.....	100
7.5. Кругова діаграма асинхронної машини.....	103
7.6. Робочі характеристики асинхронного двигуна.....	105
7.7. Однофазна асинхронна машина.....	106
8. Синхронні машини.....	110
8.1. Принцип роботи синхронної машини.....	110
8.2. Будова синхронної машини.....	112
8.3. Робота синхронного генератора в режимі холостого ходу.....	115
8.4. Основні характеристики синхронного генератора.....	116
8.5. Робочі характеристики синхронних двигунів.....	118
8.6. Переваги і недоліки синхронного двигуна.....	118
9. Електричні машини постійного струму.....	120
9.1. Класифікація машин постійного струму.....	120
9.2. Принцип дії машин постійного струму.....	121
9.3. Особливості індукування електрорушійної сили в обмотці якоря.....	122
10. Двигуни постійного струму.....	126
10.1. Механічні характеристики двигунів постійного струму.....	126
10.2. Основні режими роботи двигунів. Поняття щодо жорсткості характеристики електропривода.....	129
10.3. Гальмівні режими роботи двигунів.....	129
11. Прикладні застосування систем автоматичного регулювання.....	134
11.1. Системи автоматичного регулювання в лазерних пристроях відображення.....	134
11.2. Системи автотрекінгу відеомагнітофонів.....	138
11.3. Системи автоматичного регулювання в відеопрогравачах.....	140

11.4. Системи автоматичного регулювання частоти обертання відеодисків.....	140
11.5. Системи автоматичного регулювання швидкості магнітного носія магнітофону.....	142
12. Вибіркові тестові завдання.....	144
Список рекомендованої літератури.....	152
Додатки	
Додаток А. Криві намагнічування феромагнітних матеріалів.....	154
Додаток Б. Довідкові дані асинхронних двигунів.....	156

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

А	– аналізатор;
АР	– автоматичний регулятор;
БДЖ	– блок джерел випромінювання;
БМ	– блок модуляторів;
БПР	– блок пристроїв розгортки;
ВЕ	– виконуючий елемент
ВП	– виконуючий пристрій;
Д	– двигун;
Дз	– дзеркало;
Е	– екстраполятор;
ЕР	– екстремальний регулятор;
ЕРС	– електрорушійна сила
ЗЕ	– задавальний елемент;
ЗЗ	– зворотній зв'язок;
ІЕ	– імпульсний елемент;
КЧС	– коректор часових спотворень;
КВЧС	– коректор високочастотних часових спотворень;
ЛАЧХ	– логарифмічна амплітудно-частотна характеристика;
МЕД	– магнітоелектричний дефлектор;
О	– об'єкт;
ОМД	– оптико-механічний дефлектор;
П	– потенціометр;
ПАП	– пристрій автоматичного пошуку;
ПД	– пропорційно-диференційний;
ПДз	– полігональне дзеркало;
ПЕ	– проміжний елемент;
ПІ	– пропорційно-інтегральний;
ПІД	– пропорційно-інтегрально-диференційний;
ПоЕ	– порівняльний елемент;
ПР	– пристрій реєстрації;
ПФ	– пристрій функціонування;
Р	– регулятор;
РЕ	– релейний елемент;
РІЕ	– релейно-імпульсний елемент;
РО	– регулюючий орган;
С	– синтезатор;
САР	– система автоматичного регулювання;
САУ	– система автоматичного управління;
ТГ	– тахогенератор;
ФП	– фотоприймач;
ЧЕ	– чутливий елемент;

1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ЩОДО СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ

1.1. Основні терміни та визначення

Систему називають *автоматичною*, якщо вона виконує свої основні функції без безпосередньої участі людини. Впровадження автоматично діючих пристроїв у той або інший процес називають автоматизацією. У зв'язку з появою та стрімким розвитком автоматичних систем і пристроїв стали розрізняти окрему галузь науки і техніки, яка займається їх вивченням – автоматика.

Автоматика – прикладна наукова дисципліна, яка вивчає принципи побудови та методи розрахунку автоматичних систем. Названа дисципліна охоплює не тільки теорію технічних засобів автоматики, але й теорію автоматичного керування. Разом з тим, предметом теорії автоматичного регулювання є аналіз автоматичних систем в цілому.

Автоматичні системи залежно від призначення поділяють на: системи автоматичної сигналізації; системи автоматичного контролю за значеннями параметрів в приладі або процесі; системи автоматичного блокування або захисту пристрою; системи автоматичного пуску або зупинки; системи автоматичного керування пристроєм (системою) або процесом. З наведеної класифікації особливу увагу в техніці приділяють системам автоматичного керування, адже саме завдяки їм з'являється можливість керувати роботою потужних технічних комплексів та систем, слідкувати за проходженням певних технологічних процесів без безпосереднього втручання людини.

В свою чергу системи автоматичного керування за призначенням поділяють на системи автоматичного регулювання та кібернетичні системи. Якщо системи автоматичного регулювання розв'язують задачу регулювання роботи технічних пристроїв, систем, то кібернетичні системи призначені для розв'язання задач значно складніших, аніж задача автоматичного регулювання. До таких задач відносять: екстремальне регулювання; самонастроювання систем; забезпечення оптимального функціонування технічних пристроїв за умови зміни зовнішніх впливів; вибір найкращих режимів роботи систем управління тощо.

Системи автоматичного регулювання є окремим розділом систем автоматичного керування, а наука, яка їх вивчає – один з розділів теорії автоматичного керування.

Автоматичним регулюванням називають зміну будь-якої фізичної величини за визначеним законом без безпосереднього втручання людини. Фізична величина, яка підлягає регулюванню, носить назву величини регулювання. Автоматичне регулювання є частковим випадком автоматичного керування і в цьому сенсі процесом, над яким здійснюється керування, треба розуміти процес зміни величини, яку регулюють, наприклад, у часі, або в функції будь-якої іншої величини. Мета керування полягає у забезпеченні необхідного закону зміни величини, яку регулюють. Цей закон може бути різним. Позначимо через $y(t)$ функцію, яка описує зміну у часі величини, яку регулюють і нехай $g(t)$ – функція, яка характеризує

необхідний закон її зміни. Тоді основну задачу автоматичного регулювання можна виразити як забезпечення рівності

$$y(t) = g(t) \quad (1.1)$$

у всі моменти часу роботи системи з певним рівнем точності. Функцію $g(t)$ надалі будемо визначати як функцію, що характеризує напрямлений вплив. В реальних об'єктах регулювання завжди існують чинники, які відхиляють величину регулювання від потрібного закону зміни. Ці чинники можна визначити як збуджуючі дії (дестабілізуючі фактори) і позначити через функції $f_1(t), f_2(t), \dots$. Для боротьби з цими збуреннями об'єкт регулювання зазвичай має у своєму складі регулюючий орган (РО), впливаючи на який (у ручному режимі або автоматично) можна змінювати величину регулювання, компенсуючи тим самим небажані її зміни внаслідок дії дестабілізуючих факторів. Вплив на РО носить назву регулюючого впливу і в літературі його позначають літерою m . Наведені пояснення дозволяють нам зобразити типову схему будь-якого об'єкту регулювання (рис.1.1). На рисунку 1.1 умовно зазначено три впливи, які діють на об'єкт регулювання. В загальному випадку кількість таких зовнішніх або внутрішніх впливів може бути довільною.

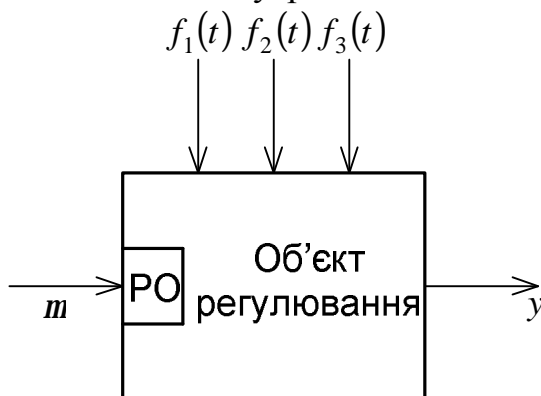


Рис. 1.1. Типова схема об'єкту регулювання

Пристрій, який вирішує задачу регулювання в даному об'єкті, носить назву автоматичного регулятора. Разом об'єкт регулювання і автоматичний регулятор утворюють систему автоматичного регулювання (САР). В САР також можуть входити наступні елементи: ВЕ- виконавчий елемент; ПЕ – проміжний елемент; ПоЕ – порівняльний елемент; ЧЕ – чутливий елемент. Особливості сумісної роботи цих елементів буде наведено далі.

1.2. Принципи регулювання автоматичних систем

Розрізняють два основні принципи регулювання систем – принцип регулювання за збуренням та принцип регулювання за відхиленням. Перший принцип ще називають як принцип компенсації збурень. Він був запропонований відомим французьким вченим Понселе, на практиці його реалізував російський електротехнік Чиколів під час вивчення регуляторів сили світла у дугових лампах. Другий визначений принцип носить назву ще принципу регулювання за помилкою.

Цей принцип став відомий у 1765 році, коли його використав російський вчений Ползунов в регуляторі рівня води у котлі парової машини. Дещо пізніше цей принцип використовував англійський механік Уатт під час розробок регулятора швидкості обертання валу парової машини. З цих причин принцип регулювання за відхиленням дістав ще назву принципу Ползунова-Уатта. Розглянемо ці два принципи більш докладніше.

Принцип регулювання за збуренням. Основною причиною відхилення величини, яка регулюється, від потрібного закону її зміни є наявність збуджуючих впливів різної природи. У зв'язку з цим, з метою компенсації шкідливого впливу можна виміряти цей вплив і залежно від результатів вимірювань здійснити регулюючу дію на об'єкт, яка забезпечить зміну величини за потрібним законом. Наприклад, якщо збуджуюча дія викликала збільшення величини, яку регулюють, то регулятор повинен створити вплив, який буде спрямований на зменшення цієї величини і навпаки. Наведені пояснення і складають сутність принципу регулювання. Для його технічної реалізації до складу автоматичного регулятора повинні входити пристрої, які не тільки дозволяють виміряти збурений вплив але й ті, які дозволяють створити регулюючий вплив на об'єкт регулювання. Перші пристрої визначимо як ЧЕ системи, другі – як виконуючий елемент (ВЕ) регулятора. Між ЧЕ та ВЕ регулятора можуть бути ввімкнені ПЕ, які призначені для підсилення вихідного сигналу чутливого елемента за потужністю. У найпростіших випадках регулюючий вплив може створювати безпосередньо ЧЕ, а отже ВЕ та ПЕ непотрібні.

Загальна функціональна схема САР, яка побудована на основі принципу регулювання за збуренням, показана на рисунку 1.2. В даному випадку регулювання здійснюється за збуренням f_1 . ЧЕ, ВЕ та ПЕ системи утворюють автоматичний регулятор (АР).

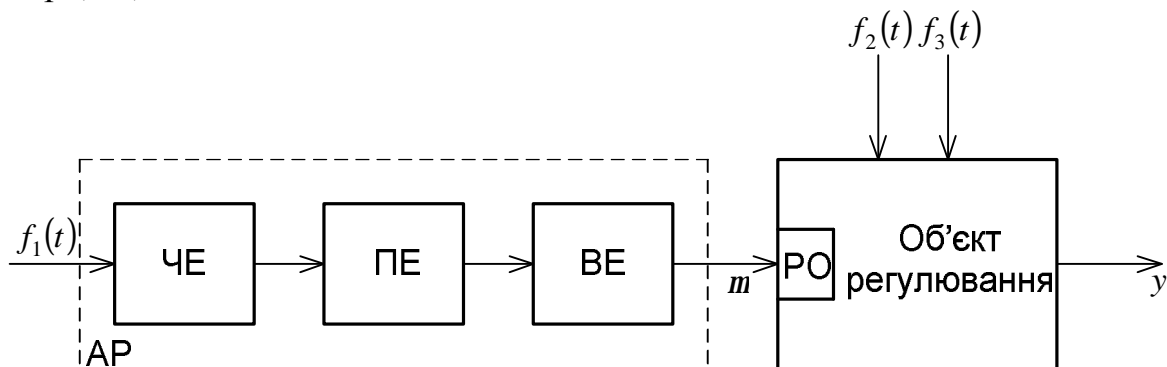


Рис. 1.2. Функціональна схема системи автоматичного регулювання за принципом компенсації збурень

На рисунку 1.3 наведена залежність величини y від збурення f_1 в усталеному режимі за умови відсутності інших впливів. Через символ g позначимо необхідне значення величини регулювання. Автоматичний регулятор забезпечує незалежність величини регулювання від збуджуючого впливу f_1 (рис. 1.3).

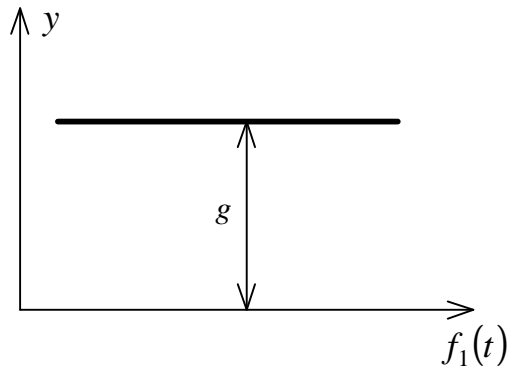


Рис. 1.3. Залежність величини y від f_1

Наведений принцип регулювання має свої недоліки. Так в САР, які працюють на основі такого принципу регулювання, інваріантність величини, яку регулюють, забезпечено лише відносно до того збуджуючого впливу, яке вимірює ЧЕ регулятора. В даному випадку це вплив f_1 . Наявність великої кількості інших впливів, які не контролюються регулятором (з рис.1.2, наприклад, це f_2 та f_3) призводить до того, що величина, яку регулюють, значно відрізняється від необхідного закону її зміни, тобто задача регулювання (1.1) не виконується. Водночас спроби створити окремі регулятори до кожного впливу призводять до значного технічного ускладнення самої САР. Інший недолік автоматичних систем, які побудовані за таким принципом регулювання, полягає в тому, що інваріантність відносно впливу, який вимірюється в системі (рис.1.3) забезпечується лише за умови строгої відповідності параметрів регулятора їх розрахунковим значенням. Зміна параметрів регулятора, наприклад, внаслідок їх старіння або дії зовнішніх факторів, викликає відхилення величини регулювання від потрібного значення.

Наведені два недоліки обумовлені тим, що в схемі на рис. 1.2 величина y жодним чином не вимірюється і не контролюється. І до того ж, регулюючий вплив m не залежить від величини y . Така система має розімкнений цикл передавання впливу і носить назву розімкненої системи. З цих причин таку САР самостійно майже не використовують, а лише у складі так званих комбінованих САР. Перевагою розімкнених систем є їх простота проектування.

Принцип регулювання за відхиленням. Головна задача будь-якої САР полягає у виконанні рівняння (1.1) з певною точністю. Чим точніше виконується рівність (1.1), тим кращою є САР. Тому якість функціонування системи можна визначити через різницю

$$x(t) = g(t) - y(t) \quad (1.2)$$

між потрібним законом зміни величини, яка регулюється $g(t)$ та дійсним законом її зміни $y(t)$. Функція $x(t)$ визначає помилку роботи САР. За умови ідеальної системи автоматичного регулювання $x(t) = 0$ у всі моменти часу. У тому випадку, коли $g(t) = g = \text{const}$, то для оцінки якості САР користуються терміном відхилення:

$$\Delta y(t) = y(t) - g. \quad (1.3)$$

Зрозуміло, що при цьому відхилення і помилка відрізняються лише знаком. При більш складних законах зміни впливу рівняння (1.3) вже не може слугувати як міра якості функціонування САР.

Принцип регулювання за відхиленням полягає у визначенні помилки САР (1.2) і залежно від знаку та величини цієї помилки здійснюється регулюючий вплив на об'єкт регулювання задля приведення цієї помилки до нульового значення. За умови $x(t) > 0$ регулюючий вплив повинен збільшувати величину y , за $x(t) < 0$ – зменшувати.

Для визначення сигналу помилки x в автоматичній системі, побудованій за таким принципом, використовують три елементи: задавальний елемент (ЗЕ), ЧЕ та ПоЕ. ЗЕ призначений для формування впливу $g(t)$, що характеризує потрібний закон зміни величини, яку регулюють. ЧЕ призначений для вимірювання дійсних значень величини $y(t)$. ПоЕ – найпростіший обчислювальний пристрій, який визначає сигнал помилки відповідно до (1.2). Взаємодія та сполучення наведених елементів САР показана на рисунку 1.4, де наведено функціональну схему САР, яка працює за принципом регулювання за відхиленням.

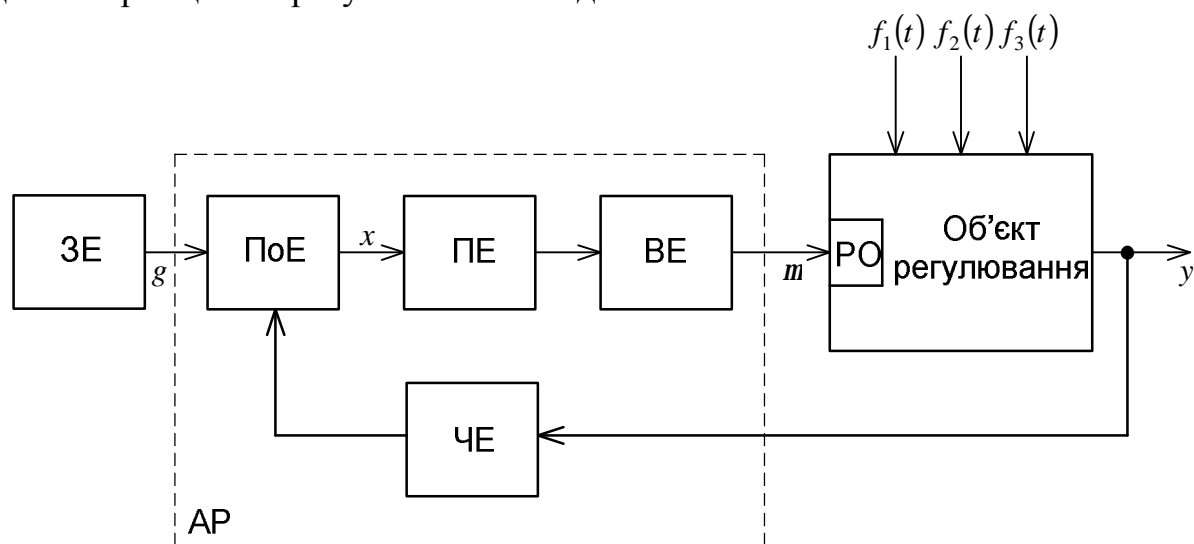


Рис. 1.4. Функціональна схема САР, яка працює на основі принципу регулювання за відхиленням

В схемі на рисунку 1.4. чутливий, проміжний та виконуючий елементи у сукупності складають автоматичний регулятор АР. Зазначимо, що проміжний елемент може складатися з декількох блоків і містить пристрої для перетворення фізичної природи сигналу помилки, пристрої для підсилення сигналу помилки та корегуючі пристрої, які здійснюють функціональні перетворення сигналу помилки (диференціювання, інтегрування, тощо), і призначені для забезпечення системі потрібних властивостей.

Першою і основною перевагою САР, що працює за принципом регулювання за відхиленням, є їх здатність виконувати задачу регулювання за будь-якої кількості збуджуючих впливів. Це пояснює насамперед те, що робота системи не пов'язана ні з яким визначеним збуренням. Тобто на відміну від регулювання за збуренням, у випадку регулювання за відхиленням жодне зі збуджуючих впливів не вимірюється.

Замість цього постійно вимірюють помилку $x(t)$. Коли помилка $x \neq 0$, тобто коли величина, яку регулюють, змінюється за законом, який відмінний від необхідного, регулятор створює регулюючий вплив на об'єкт, зменшуючи тим самим помилку x до нульового значення або до дозволеного значення в межах точності. Система ніби визначає сам факт появи помилки без з'ясування причин її виникнення і застосовує заходи щодо її ліквідації.

Другою перевагою САР є відсутність жорстких вимог до стабільності характеристик елементів регулятора та об'єкту. Пояснюють це тим, що зміна параметрів регулятора або об'єкту призводить до появи помилки, яка виявляється системою з метою її зменшення. Дана перевага САР не відноситься до ЧЕ, ПоЕ та ЗЕ. До стабільності характеристик цих елементів системи наявні жорсткі вимоги, оскільки точність роботи САР насамперед обумовлена точністю, з якою вимірюється сигнал помилки.

Таким чином САР, які працюють на основі принципу регулювання за відхиленням характерна відсутність основних недоліків САР, які визначено принципом регулювання за збуренням, вони є замкненими системами з від'ємним зворотнім зв'язком (рис.1.4). Під терміном зворотній зв'язок будемо розуміти процес передавання сигналу з виходу пристрою на його вхід. У тому випадку, коли сигнал зворотного зв'язку підсумовується з вхідним сигналом, зворотній зв'язок є додатнім, у протилежному випадку – від'ємний.

Разом з тим, ці системи мають і свої недоліки. По-перше, регулюючий вплив, який спрямований на зменшення помилки, з'явиться лише при $x \neq 0$, тобто аби зменшити помилку треба допустити її виникнення. По-друге, замкненим системам властиві коливання. В системах, які працюють на основі принципу регулювання за збуренням наведені недоліки не характерні. І тому природно поєднати описані два принципи в одній автоматичній системі. Такі системи в теорії регулювання назвали комбінованими (рис. 1.5). На цьому рисунку є як замкнений цикл, так і розімкнений.

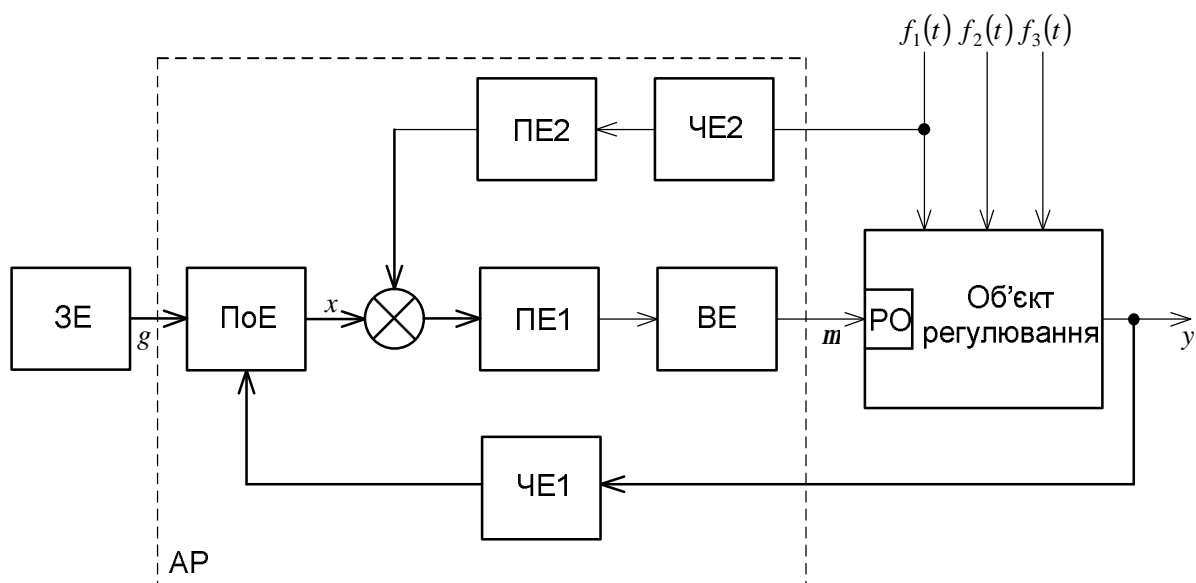


Рис. 1.5. Комбінована САР

Частина системи, де цикл розімкнений, забезпечує інваріантність величини, яку регулюють до збурення f_1 , що найбільш сильно впливає на величину. Інша частина автоматичної системи носить замкнений характер і ліквідує вплив всіх інших збуджуючих впливів (f_2, f_3). Проміжні та виконуючі елементи для обох частин системи можуть бути спільними.

1.3. Системи автоматичного регулювання прямої та непрямої дії

Залежно від наявності додаткових джерел енергії усі замкнені САР, тобто ті, що функціонують на основі принципу регулювання за відхиленням, поділяють на системи прямого та непрямого регулювання.

Системами прямого регулювання називають автоматичні системи, в яких регулюючий орган переміщується безпосередньо чутливим елементом системи. Додаткові джерела енергії в таких системах відсутні. Перевагою таких систем є їх простота конструювання, адже проміжні та виконуючі елементи найчастіше в таких системах відсутні (дивись як приклад рис.1.4). Разом з тим, точність роботи зазначених систем є невеликою і область їх використання обмежується об'єктами регулювання невеликої потужності. До того ж, точність роботи ЧЕ різко знижується, якщо з їх виходу буде зніматися значне значення потужності.

Системами непрямого регулювання називають системи, до складу яких входять пристрої, що дозволяють підсилити сигнал помилки за потужністю. Такими пристроями можуть бути спеціальні підсилювачі сигналів або ВЕ, або і ті і інші. Власне підсилення сигналу за потужністю досягається за рахунок додаткових джерел енергії, які живлять підсилювальні і виконуючі елементи системи. В результаті сигнал помилки керує лише передаванням енергії від додаткових джерел енергії до регулюючого органу. Саме тому системи непрямого регулювання дозволяють використовувати високоточні малопотужні ЧЕ для керування роботою об'єктів, для яких характерні великі значення потужності.

1.4. Слідкуючі системи автоматичного регулювання

Слідкуючі системи автоматичного регулювання призначені для зміни величини, що регулюється $y(t)$ за законом, який заздалегідь є невідомим. В таких системах задавальний вплив $g(t)$ характеризується випадковою функцією часу.

Залежно від фізичної природи вихідної величини, тобто тієї що регулюється, розрізняють слідкуючі системи відтворення кута, швидкості обертання, моменту та електричних величин – напруги і струму. У всіх перерахованих випадках вхідна величина може бути будь-якою – як електричною, так і не електричною. Частіше за все вплив $g(t)$ – це електрична напруга або кут повороту.

Слідкуючі системи відтворення кута призначені для повороту деякої осі, яку називають виконуючою або вихідною, за законом, який визначається командною

або вхідною віссю. Позначимо через $q_1(t) = g(t)$ кут повороту командної осі та $q_2(t) = y(t)$ – кут повороту виконуючої осі. Тоді основна задача регулювання зводиться до підтримання рівності

$$q_2(t) = q_1(t) \quad (1.4)$$

з заданою точністю. У найпростіших випадках вираз (1.4) може бути реалізований за допомогою різного роду механічних передач, потенціометричних та сельсінкових систем передачі куту. Слідкуючі системи застосовуються тоді, коли для повороту виконуючої осі необхідна значна потужність або коли вимоги до точності співвідношення (1.4) значно високі. За структурою такі системи являють собою замкнені автоматичні системи, що працюють за принципом регулювання за помилкою (дивись рис.1.4). Несуттєві відмінності викликані тим, що по-перше, в якості ЗЕ може бути як автоматичний пристрій, так і дії людини-оператора і по-друге, об'єкт регулювання у явному вигляді відсутній.

В слідкуючих системах відтворення кута основним збуренням є момент навантаження на виконуючій осі. Для збільшення точності роботи такі системи містять підсилювач і їх проектують за схемою непрямого регулювання.

Слідкуючі системи відтворення швидкості обертання призначені для зміни швидкості обертання вихідної осі за законом, який визначає вхідний сигнал.

Слідкуючі системи відтворення моменту призначені для автоматичного урівноваження одного збуджуючого моменту іншим моментом, який розвиває, наприклад, двигун слідкуючої системи. Ці системи широко використовують в гіроскопічних пристроях.

Слідкуючі системи відтворення електричних величин призначені для деякої електричної величини (напруги, струму) за законом, який визначається іншою електричною величиною. Прикладом такої системи може слугувати підсилювач з глибоким зворотнім зв'язком (рис. 1.6).



Рис. 1.6. Підсилювач з глибоким від'ємним зв'язком

Основний елемент системи – підсилювач з великим коефіцієнтом підсилення за напругою $k_{n\partial c}$ та непарною кількістю каскадів, що можуть змінювати полярність або фазу вхідного сигналу. На вході підсилювача напруга $U = U_1 - U_2$ є різницею між вхідною та вихідною напругами системи. Так як в усталеному режимі роботи $U_2 = k_{n\partial c} U$, то $U = U_1 - k_{n\partial c} U$ і звідси

$$U = \frac{U_1}{1 + k_{n\partial c}} \approx 0,$$

за умови, якщо коефіцієнт підсилення є достатньо великим. Таким чином, в схемі при великих значеннях k_{nidc} напруга $U_2(t) \approx U_1(t)$, тобто вихідна напруга слідує за вхідною напругою. Точність такої системи визначено значенням коефіцієнта підсилення k_{nidc} , чим більше величина k_{nidc} , тим точніше працює система.

1.5. Статичні та астатичні системи автоматичного регулювання

Як вже відмічалось раніше, якість роботи САР визначається величиною помилки з (1.2). Границю, до якої прямує значення помилки з часом, називають усталеною помилкою САР:

$$x_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t).$$

У тому випадку коли усі зовнішні впливи з часом наближаються до сталих значень, усталена помилка носить назву статичної. Розглянемо випадок, коли статична помилка має форму

$$x_{cm} = x_{ne} + x_g + x_{f_1} + x_{f_2} + x_{f_3} + \dots, \quad (1.5)$$

де x_{ne} – помилка роботи ПоЕ; x_g – статична помилка відтворення задавального впливу; x_{f_1} – статична помилка, яка обумовлена збуренням f_1 ; x_{f_2} – статична помилка, яка обумовлена збуренням f_2 тощо.

Система автоматичного регулювання називають статичною відносно до даного зовнішнього впливу, якщо складова статичної помилки (1.5), яка обумовлена цим впливом, відмінна від нуля. Наприклад, за умови $x_g \neq 0$ САР є статичною щодо впливу g .

Систему автоматичного регулювання називають астатичною відносно до будь-якого зовнішнього впливу, якщо складова статичної помилки (1.5), що обумовлена цим впливом, дорівнює нулю. Наприклад, за $x_g = 0$ САР є астатичною щодо задавального впливу g .

1.6. Критерії якості систем автоматичного регулювання

Якість систем автоматичного регулювання характеризує її поведінку в неусталених режимах функціонування. Повне уявлення щодо якості САР можна отримати, якщо мати криву зміни з часом величини, яку регулюють $y(t)$ або помилки $x(t)$ за тих або інших зовнішніх впливах. Побудова цих кривих, з огляду на складність сучасних САР, викликає значні труднощі. З цих причин на практиці при дослідженні САР користуються різними критеріями якості, які являють собою числові характеристики, що залежать від структури та параметрів самої системи. При такому підході автоматична система відповідає потрібній якості роботи, якщо критерії якості знаходяться в заданих межах.

В загальному випадку критерії якості систем n_i можна представити у вигляді функціоналів від різниці (1.2), тобто функціоналів від помилки:

$$n_i = F_i(g(t) - y(t)), \quad i = 1, 2, 3, \dots, m.$$

де F_i – функціонали, які відповідають вибраному критерію якості; m – кількість критеріїв якості, що застосовують. Усі критерії якості можна умовно розділити на критерії точності, запасу стійкості, швидкодії та комбіновані критерії. Розглянемо їх детальніше.

Критерії точності використовують для оцінки величини помилок, які виникають у різних типових усталених режимах і у випадках, коли вхідний $g(t)$ та збурений $f(t)$ впливи являють собою плавні, монотонні функції часу. До таких режимів можна віднести такі, при яких $g(t) = g_0 1(t)$ та $f(t) = f_0 1(t)$, де $g_0 = \text{const}$; $f_0 = \text{const}$; $1(t)$ – одинична ступінчаста функція. Можуть бути режими при яких $g(t) = V_0 t$ і $g(t) = at^2/2$ (V_0, a – швидкість та прискорення вхідного впливу відповідно) при $f(t) = f_0 1(t)$, а також синусоїдний режим виду $g(t) = g_m \sin wt$. Критерієм точності слугує значення помилки в усталеному режимі $x_{уст}$.

Критерії запасу стійкості визначають віддаленість автоматичної системи від границі стійкості. Для оцінки якості системи за цим критерієм розглядають два підходи. Перший підхід оснований на розгляді перехідних процесів системи і при цьому критеріями запасу стійкості слугують величина перерегулювання та кількість коливань перехідного процесу, його загасання. Другий підхід полягає у вивченні частотних та резонансних властивостей системи. В якості критеріїв запасу стійкості використовують запаси стійкості за амплітудою та фазою тощо. Обидва підходи задіяні і при оцінці швидкодії системи.

Критерієм швидкодії для першого підходу може бути час загасання перехідного процесу системи, для другого підходу – смуга пропускання амплітудно-частотної характеристики замкненої системи.

До *комбінованих критеріїв* відносяться узагальнені критерії, які характеризують одночасно точність, запас стійкості та швидкодію.

2. ЕЛЕМЕНТИ ТА ЛАНКИ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

2.1. Неперервні та дискретні САР

Функціонування будь-якої системи регулювання супроводжується передаванням сигналів від одного елемента системи до іншого та перетворенням цих сигналів засобами елементів САР.

При передаванні сигналів в автоматичних системах регулювання може використовуватися модуляція сигналів. Відповідно, пристрій який реалізує модуляцію називають модулятором (рис. 2.1).

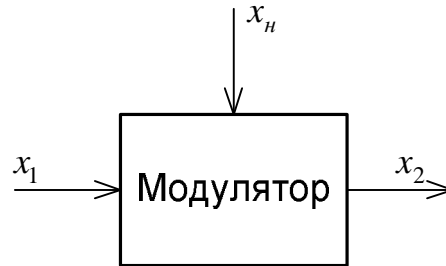


Рис. 2.1. Позначення модулятора сигналів

Модулятор має два входи, на один з яких подають сигнал x_1 , який підлягає модуляції, а на другий – так званий опорний або несівний сигнал x_n , який відіграє роль носія інформації, що міститься в сигналі x_1 . Вихідний сигнал модулятора являє собою функцію вхідних сигналів, вигляд якої залежить від типу модуляції:

$$x_2 = f(x_1, x_n). \quad (2.1)$$

Залежно від характеру несівного сигналу x_n і функції (2.1) розрізняють неперервну та дискретну модуляції. Модуляцію називають неперервною, коли несівний сигнал є неперервним у часі, а функція з (2.1) є неперервною за обома аргументами. Дискретна модуляція має місце у тому випадку, коли сигнал x_n має дискретну форму від часу або функція (2.1) дискретна за аргументом x_1 .

Автоматичні системи з неперервною модуляцією носять назву *неперервних систем регулювання*. Їх зазвичай складено з неперервних елементів, де за неперервної зміни вхідного сигналу також за неперервним законом змінюється і вихідний сигнал системи.

В неперервних САР в якості несівного сигналу зазвичай використовують або сталий, або гармонічний сигнал $x_n(t)$. У випадку, коли мають справу з електричними сигналами, то в САР, наприклад, зі змінним струмом несівний сигнал має вигляд

$$x_n(t) = A \sin(\omega t + j),$$

де A – амплітуда сигналу; ω – колова частота; j – початкова фаза. Будь-який з трьох параметрів A, ω, j може бути використаний для передачі інформації щодо вхідного сигналу модулятора. У тому випадку, коли $A = A(x_1)$ – амплітудна модуляція; якщо ж $\omega = \omega(x_1)$ або $j = j(x_1)$ – частотна або фазова модуляції відповідно.

Точність неперервного способу передавання і перетворення сигналів залежить від точності роботи елементів САР, і в найкращому випадку характеризується величиною граничної відносної похибки $0,1 \div 0,5\%$, тобто точність та завадозахищеність таких систем САР є невисокою.

Системи з дискретною модуляцією називають *дискретними системами регулювання*. Вони містять хоча б один дискретний елемент, вихідна величина якого змінюється дискретно за неперервної зміни вхідного сигналу. Таким елементом можна вважати дискретний модулятор, який перетворює неперервний сигнал x_1 у дискретний x_2 . З теорії передачі інформації відомо, що процес перетворення неперервної величини у дискретну визначено двома послідовними діями – дискретизацією вхідного сигналу та його квантування. Розрізняють три види квантування сигналів: квантування за рівнем, за часом, за рівнем і за часом разом. Квантуванню за рівнем відповідає фіксація дискретних рівнів сигналу у довільні моменти часу. Квантуванню за часом відповідає фіксація дискретних моментів часу, за яких рівні сигналу можуть приймати довільні значення. При квантуванні за рівнем і за часом неперервний сигнал замінюється дискретними рівнями, які є найближчими до значень неперервного сигналу у дискретні моменти часу.

В результаті квантування за рівнем неперервна функція часу $x_1(t)$ перетворюється на ступінчасту функцію. У разі квантування за часом вхідний сигнал $x_1(t)$ описують як

$$x_2(t) = \begin{cases} x_1(nT) & \text{якщо } t = nT, \quad n = 0, 1, 2, \dots; \\ 0 & t \neq nT, \end{cases}$$

де T – крок квантування за часом (інтервал дискретизації).

2.2. Імпульсні та цифро-аналогові системи автоматичного регулювання

Залежно від характеру квантування вхідного сигналу усі дискретні елементи САР можуть бути поділені на релейні, імпульсні та цифрові.

Релейним елементом (РЕ) називають пристрій, який реалізує квантування вхідного сигналу за рівнем. Вихідна величина x_2 такого елемента може приймати лише фіксовані значення, які дорівнюють цілому числу кроків квантування за рівнем. Прикладами релейних елементів можуть бути механічні, електричні та гідравлічні реле, в яких вихідна величина змінюється стрибком при досягненні вхідним сигналом певних значень.

Імпульсним елементом (ІЕ) називають пристрій, який здійснює квантування вхідного сигналу за часом. Вихідна величина ІЕ являє собою послідовність імпульсів, які промодульовано вхідним сигналом. Залежно від вхідного сигналу може змінюватися будь-який з параметрів імпульсної послідовності $x_n(t)$: амплітуда A , період повторення T (або частота повторення $\omega_0 = 2\pi/T$), тривалість імпульсу gT ($0 < g \leq 1$ – шпаруватість сигналу) тощо. Відповідно до цього, можлива

амплітудно-імпульсна модуляція, коли $A = A(x_1)$, широтно-імпульсна модуляція, коли $g = g(x_1)$ при $T = \text{const}$ та частотно-імпульсна модуляція, для якої $w_0 = w_0(x_1)$.

При амплітудно-імпульсній модуляції амплітуда імпульсів на виході ІЕ є функцією вхідного сигналу, наприклад, $A = kx_1$, де k – коефіцієнт пропорційності. Для $k = 1$ амплітуда вихідних імпульсів дорівнює значенням вхідного сигналу у дискретні моменти часу $t = nT$ (рис. 2.2).

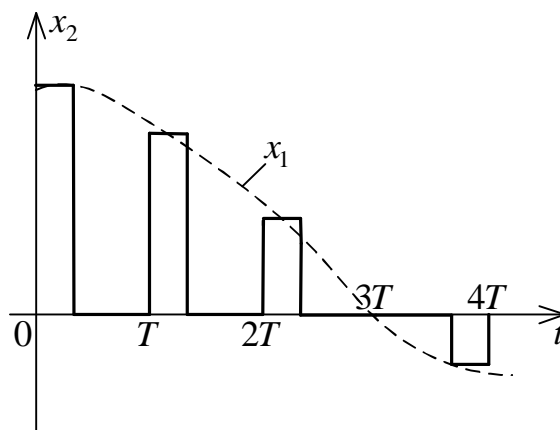


Рис. 2.2. Вихідний сигнал ІЕ для $k = 1$

Найпростішим прикладом ІЕ з амплітудно-імпульсною модуляцією є періодично замикаючий і розмикаючий контакт електричного кола – контакт електромагнітного реле, обмотка якого живиться періодично змінюваною напругою.

Релейно-імпульсним елементом (РІЕ) називають пристрій, який здійснює квантування вхідного сигналу за рівнем і за часом. Названий елемент можна отримати, якщо з'єднати послідовно ІЕ та РЕ (рис. 2.3).

У багатьох випадках РІЕ здійснюють імпульсно-кодову модуляцію вхідного сигналу, при якій результат квантування вхідного сигналу має форму коду, тобто набору символів. Кодування неперервних сигналів дозволяє суттєво підвищити точність та завадозахищеність передавання інформації. Найпростішим цифровим кодом є бінарний код, який використовує для представлення різних чисел лише два символи – “0” та “1”.

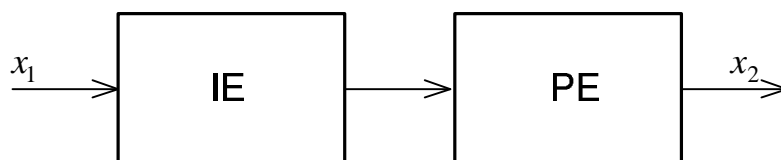


Рис. 2.3. Еквівалентна схема РІЕ системи регулювання

Пристрої, які перетворюють неперервні величини у цифровий код, називаються перетворювачами “аналог-код”. Такими перетворювачами можуть слугувати перетворювачі напруги або струму в код (аналогово-цифрові перетворювачі).

Систему автоматичного регулювання, яка має у своєму складі хоча б один РЕ, називають *релейною системою*. САР, яка містить хоча б один ІЕ – імпульсною системою. Особливості щодо використання ІЕ в системах управління та регулювання будуть визначені у підрозділі 2.6.

Імпульсні системи регулювання широко використовують в радіолокаційних системах військової техніки. Важливою особливістю імпульсної модуляції є можливість передавання декількох повідомлень одним каналом зв'язку. Ця можливість в теорії передавання інформації носить назву часового розподілу каналів зв'язку, при якому проміжки часу між імпульсами, які відповідають одному повідомленню, використовують для передавання інших повідомлень.

САР, які містять хоча б один РІЕ, називають релейно-імпульсними системами. Різновидом таких САР є цифрові системи регулювання, де вихідна величина РІЕ має вигляд двійкового або іншого коду.

2.3. Класифікація автоматичних регуляторів. Закони регулювання

Автоматичні регулятори в САР можна класифікувати за наступними ознаками. Так, залежно від характеру величини, яку регулюють, розрізняють регулятори тиску, швидкості обертання, напруги, температури тощо. За принципом регулювання автоматичні регулятори поділяють на тих, що працюють за відхиленням, за збуренням та в комбінованому режимі. До того ж, за наявністю додаткових джерел енергії розрізняють регулятори прямої та непрямої дії.

Залежно від кількості величин, які регулюються, усі автоматичні регулятори можуть бути за класифікацією визначені як одномірні та багатомірні. За типом модуляції, яку використовують для передавання сигналів від одного елемента регулятора до іншого, розрізняють неперервні, релейні, імпульсні та цифрові регулятори.

В основу класифікації автоматичних регуляторів покладені закони регулювання. Законом регулювання називають залежність між вхідною та вихідною величинами регулятора, без урахування інерційності його елементів.

Розглянемо основні закони регулювання, вважаючи, що регулятор є одномірний, неперервної дії і працює на основі принципу за відхиленням. Як вже було відмічено для САР, до основних задач регуляторів відноситься визначення помилки x (1.2) та формування регулюючого впливу m з певною точністю для компенсації цієї помилки. У зв'язку з цим, однією з основних характеристик визначених регуляторів можна вважати рівняння, яке визначає залежність регулюючого впливу m від помилки x .

У найпростішому випадку регулюючий вплив m залежить лише від помилки x :

$$m = m(x). \quad (2.2)$$

Якщо функція (2.2) є лінійною, то

$$m = m_0 + kx,$$

де m_0 – стала величина; k – коефіцієнт пропорційності. Позначивши $\Delta m = m - m_0$, отримаємо

$$\Delta m = kx. \quad (2.3)$$

Закон регулювання, який характеризують виразом (2.3), носить назву пропорційного, а регулятори, для яких цей закон є характерним, називають *П-регуляторами*.

Основною перевагою П-регуляторів є їх простота конструювання. Так на прикладі схеми (рис.1.4) проміжні елементи таких регуляторів не містять корегуючих пристроїв і виконують тільки функції підсилення сигналу помилки і перетворення фізичної природи цього сигналу. На жаль, точність П-регуляторів є невисокою і до того ж, в таких регуляторах в роботі може виникнути так звана статична помилка.

У випадку, коли в залежності (2.2) використовують не величину регулюючого впливу, а швидкість його зміни $m' = \frac{dm}{dt}$, де

$$m' = m_1(x),$$

і якщо ця залежність є лінійною, а саме

$$m' = kx,$$

то

$$\Delta m = k \int_0^t x dt. \quad (2.4)$$

Закон регулювання (2.4) називають інтегральним законом регулювання, а відповідний регулятор, для якого цей закон є характерним, носить назву *І-регулятора*. Для реалізації закону виду (2.4) використовують інтегратори, які побудовані на основі операційних підсилювачів. Інтегральні регулятори широко використовують з метою збільшення точності роботи САР в усталених режимах. В неусталеному режимі названому регулятору необхідний час, аби регулюючий орган відхилився на величину, яка є достатньою для ліквідації помилки. В П-регуляторі, виходячи з (2.3), регулюючий вплив миттєво змінюється зі зміною помилки x . З метою виключення вказаного недоліку І-регулятора було запропоновано комбінацію регуляторів, тобто

$$\Delta m = k \int_0^t x dt + k_1 x, \quad (2.5)$$

де k_1 – коефіцієнт пропорційності.

Закон регулювання виду (2.5) називають пропорційно-інтегральним законом регулювання, а регулятор, який підкорюється названому закону – *ПІ-регулятором*. Завдяки інтегральній складовій в правій частині рівняння (2.5) ПІ-регулятори не мають статичної помилки, а якісна робота САР з ПІ-регуляторами в неусталених режимах (в динаміці) забезпечено (при правильному розрахунку регулятора) за рахунок пропорційної складовій $k_1 x$ закону регулювання. Ці властивості дозволили

широко застосовувати ПІ-регулятори в системах регулювання загальнопромислового значення.

Покращення динамічних властивостей САР з ПІ-регуляторами досягають за допомогою введення в закон регулювання складової, яка пропорційна похідній x' . В результаті отримуємо пропорційно-диференціальний закон регулювання виду

$$\Delta m = kx + k_1 x' \quad (2.6)$$

Регулятори з законом регулювання виду (2.6) називають *ПІ-регуляторами*. Вони реагують не лише на помилку x , але й на тенденцію її зміни. Для реалізації закону виду (2.6) використовують диференціатори, які побудовані на основі операційних підсилювачів.

Крім зазначених вище видів регуляторів, на практиці часто використовують *ПІД-регулятори* з пропорційно-інтегрально-диференціальним законом регулювання виду:

$$\Delta m = kx + k_1 x' + k_2 \int_0^t x dt \quad (2.7)$$

В цьому співвідношенні коефіцієнт, який пропорційний інтегралу від помилки, забезпечує потрібну точність роботи САР в ustalених режимах, а коефіцієнт, пропорційний швидкості зміни помилки (похідна від помилки), призначений для покращення динамічних властивостей САР. Розглянуті типи регуляторів відносять до найпростіших видів автоматичних регуляторів.

2.4. Типові з'єднання динамічних ланок систем автоматичного регулювання та управління

Для математичного опису роботи систем автоматичного регулювання та управління за структурним аналізом доцільно розглядати не окремі елементи автоматики, а їх динамічні ланки.

Динамічною ланкою називають частину системи регулювання або управління, яку описують диференціальним рівнянням або іншим рівнянням визначеної форми. На відміну від елемента автоматики, динамічна ланка не обов'язково є конструктивно або схемно оформленим пристроєм. До того ж, в окремих випадках динамічні ланки взагалі можуть не мати фізичного змісту, а характеризувати лише математичні залежності, які мають місце між деякими величинами автоматичної системи. Яскравими прикладами технічних систем з динамічними ланками можна вважати: електромеханічну слідкуючу систему відтворення кута повороту; систему стабілізації температури у відсіку космічної орбітальної станції; систему з автоматичним підстроюванням частоти випромінювання постановника радіозавод при протидії засобам управління ракетною зброєю; цифрову систему управління рухом літака в режимі приземлення.

Стан будь-якої динамічної ланки може бути охарактеризований сукупністю відповідних фізичних величин (напруга, струм, швидкість, прискорення) – узагальнених координат. Для того щоб охарактеризувати стан динамічної ланки, як

правило, обирають одну узагальнену координату на вході ланки і одну – на виході. Надалі вхідну величину будемо позначати як x_1 , вихідну – x_2 . В загальному випадку ці обидві величини є функціями часу. Окрім вхідної на вихідну величину ланки можуть впливати і зовнішні фактори, наприклад, збуджуючі впливи. Ці фактори будемо позначати у вигляді символу f (рис.2.4).

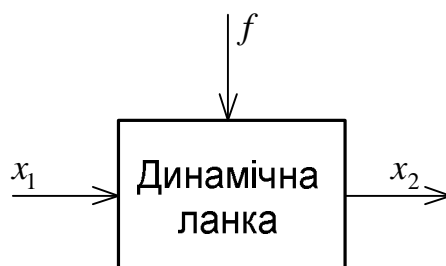


Рис. 2.4. Умовне позначення динамічної ланки

Залежність вихідної величини від вхідної в усталеному режимі називається *статичною характеристикою* ланки. Для аналітичного визначення статичної характеристики слід скласти рівняння, які описують роботу ланки в усталеному режимі. Розв'язавши ці рівняння відносно величин x_1 та x_2 , отримаємо рівняння статичної характеристики в явному або в неявному вигляді:

$$\begin{aligned} x_2 &= f(x_1); \\ j(x_1, x_2) &= 0, \end{aligned}$$

де j – деяка функція своїх аргументів.

Статична характеристика повністю характеризує поведінку динамічної ланки в усталених режимах. Але системи управління та регулювання частіше за все працюють в неусталених режимах і тому важливою задачею є вивчення поведінки динамічних ланок у перехідних режимах. Для теоретичного дослідження динамічних властивостей ланок треба виразити у математичній формі співвідношення, які пов'язують узагальнені координати на вході та на виході ланки в неусталеному режимі. Цей зв'язок можна побудувати за допомогою використання диференціальних рівнянь різного порядку. Врешті-решт, фізична задача визначення вихідної величини ланки у разі зміни вхідного сигналу набуває форми математичної задачі пошуку розв'язку диференційного рівняння, яке описує роботу ланки.

Для опису динамічних властивостей ланок в теорії автоматичного регулювання, окрім диференціальних рівнянь, широко використовують передатні функції, часові та частотні характеристики, які від диференціальних рівнянь відрізняються насамперед наочністю.

Передатною функцією ланки за будь-яким зовнішнім впливом називають відношення перетворення Лапласу вихідної величини ланки до перетворення Лапласу від зовнішнього впливу, яке розглядається. При цьому інші зовнішні впливи вважаються такими, що відсутні. Таким чином, для будь-якої ланки з однією вихідною величиною кількість передатних функцій дорівнює кількості зовнішніх впливів. Зокрема для ланки, яку показано на рис.2.4, можна ввести передатну функцію за вхідною величиною

$$W(r) = P_2(r) / P_1(r) \quad (2.8)$$

і за збуренням

$$W_f(r) = P_2(r) / F(r), \quad (2.9)$$

де r – комплексна змінна; $P_2(r), P_1(r), F(r)$ – перетворення Лапласа (зображення) відповідних функцій часу (оригіналів). З теорії вищої математики відомо, що

$$P_2(r) = \int_0^{\infty} x_2(t) e^{-pt} dt;$$

$$P_1(r) = \int_0^{\infty} x_1(t) e^{-pt} dt;$$

$$F(r) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt.$$

Існують три основних типи з'єднання динамічних ланок: послідовне, паралельне та з'єднання зі зворотнім зв'язком (зустрічно-паралельне).

Послідовним називають таке з'єднання двох або більше ланок, за якого вихідна величина попередньої ланки є вхідною величиною для наступної ланки. Еквівалентна схема такого з'єднання показана на рис.2.5.

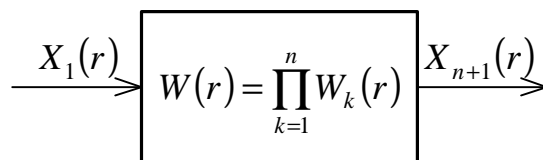


Рис. 2.5. Послідовне з'єднання динамічних ланок

Таким чином, зображення вихідної та вхідної величин у разі послідовного з'єднання характеризуються зв'язком

$$X_{n+1}(r) = W(r) X_1(r).$$

Паралельним називають таке з'єднання двох або більше ланок, за якого вхідна величина у всіх ланок одна і та ж, а вихідні величини підсумовують. Еквівалентна схема такого з'єднання наведена на рис.2.6.

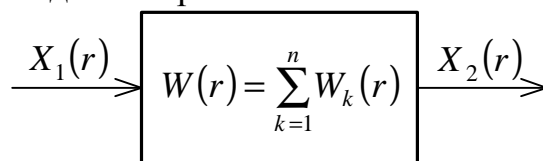


Рис. 2.6. Паралельне з'єднання динамічних ланок

Для правильного з'єднання

$$x_2(t) = \sum_{k=1}^n x_{1k}(t),$$

де n – кількість ланок, які входять у з'єднання; $x_{1k}(t)$ – вихідна величина k -ї ланки з передатною функцією $W_k(r)$. Тоді можемо знайти, що

$$X_2(r) = \sum_{k=1}^n X_{1k}(r),$$

$$X_2(r) = W(r)X_1(r),$$

де

$$W(r) = \sum_{k=1}^n W_k(r).$$

Зустрічно-паралельним називають таке з'єднання двох ланок, за якого вихідну величину однієї ланки подають у зворотному напрямку на її вхід крізь іншу ланку. Еквівалентна схема такого з'єднання показана на рис.2.7. Значимо, що тут використано додатній зворотній зв'язок.

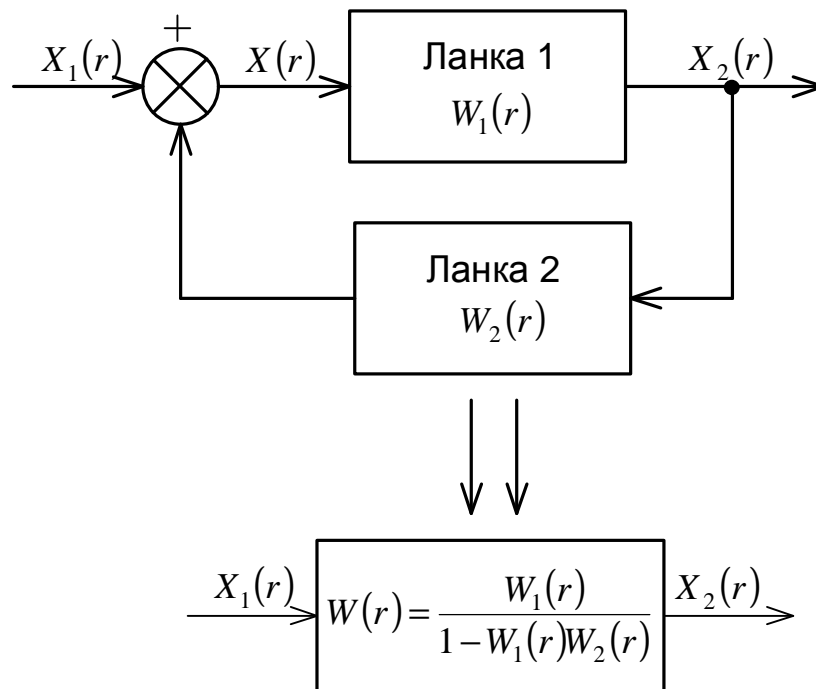


Рис. 2.7. Еквівалентні структурні схеми зустрічно-паралельного з'єднання (додатній зворотній зв'язок)

Для випадку, коли в зустрічно-паралельному з'єднанні використовують від'ємний зворотній зв'язок, передатна функція загальної ланки буде мати інший вигляд, а саме:

$$W(r) = \frac{W_1(r)}{1 + W_1(r)W_2(r)}.$$

Еквівалентна схема у випадку використання від'ємного зворотного показана на рис.2.8.

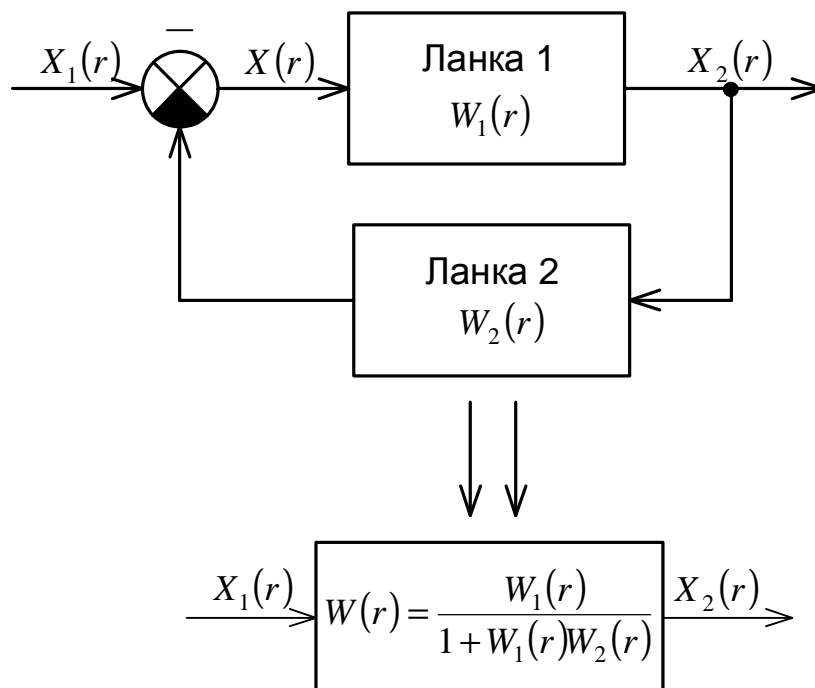


Рис. 2.8. Еквівалентні структурні схеми зустрічно-паралельного з'єднання (від'ємний зворотній зв'язок)

□ **Задача P2.1.** Знайти передатну функцію динамічної системи за відомим диференціальним рівнянням з нульовими початковими умовами:

$$4x_2''(t) + 2x_2'(t) + 10x_2(t) = 5x_1(t).$$

△ **Розв'язування.** Диференціальне рівняння можна визначити як

$$0,4x_2''(t) + 0,2x_2'(t) + x_2(t) = 0,5x_1(t),$$

тоді в операторній формі рівняння матиме вигляд

$$(0,4r^2 + 0,2r + 1)x_2(r) = 0,5x_1(r),$$

де $r = d/dt$ – оператор диференціювання. Звідси передатна функція динамічної системи:

$$W(r) = \frac{x_2(r)}{x_1(r)} = \frac{0,5}{0,4r^2 + 0,2r + 1}.$$

△ **Відповідь.** $W(r) = \frac{0,5}{0,4r^2 + 0,2r + 1}$.

□ **Задача P2.2.** Перетворити динамічну ланку, яку описують диференціальним рівнянням

$$(T_2^2 r^2 + T_1 r + 1)x_2 = kx_1,$$

де T_1, T_2 – постійні часу; $r = d/dt$ – оператор диференціювання; x_1 – вхідна величина; x_2 – вихідна величина, у зустрічно-паралельне з'єднання (зі зворотним зв'язком) схеми.

△ **Розв'язування.** Диференціальне рівняння з умови задачі можна перетворити наступним чином

$$x_2 = \frac{k}{T_2^2 r^2 + 1} x_1 - \frac{T_1 r}{T_2^2 r^2 + 1} x_2,$$

за цим рівнянням можна скласти структурну схему (рис. P2.1)

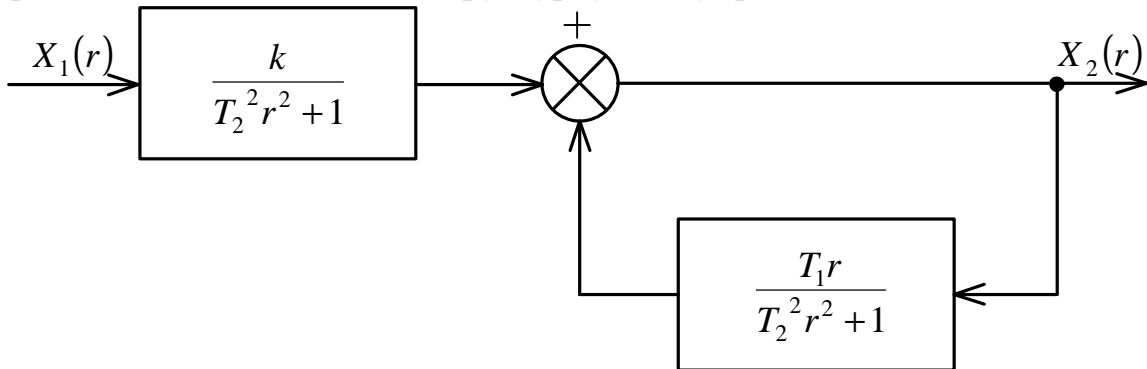


Рис. P2.1. Структурна схема системи за рівнянням

Структурну схему можна спростити шляхом переносу суматора і заміни двох з'єднаних послідовно ланок однією (рис. P2.2):

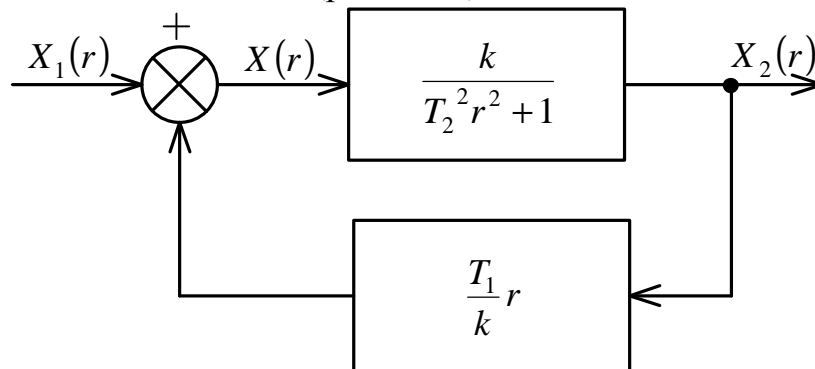


Рис. P2.2. Спрощена структурна схема системи

2.5. Часові характеристики лінійних систем автоматичного регулювання

Часовою характеристикою ланки за будь-яким зовнішнім впливом називають закон зміни вихідної величини ланки x_2 у часі у разі зміни зовнішнього впливу за визначеним законом і за умови, що до прикладення зовнішнього впливу сама ланка знаходилась у стані спокою.

Часові характеристики ланки насамперед залежать від зовнішнього впливу, для якого вони визначаються. Зазначені характеристики можна розглядати за вхідною величиною x_1 , за збуренням f_1 тощо.

Зазвичай в лінійних ланках при визначенні часових характеристик за будь-яким зовнішнім впливом всі інші зовнішні впливи вважають рівними нулю. Розглянемо часові характеристики лише за вхідною величиною x_1 , тобто в даному випадку зовнішній вплив буде виражено через x_1 і часові характеристики будуть залежати від властивостей ланки і закону зміни зовнішнього впливу. Найчастіше для отримання часових характеристик вважають, що зовнішній вплив змінюється або за

законом дельта-функції, або за законом одиничної ступінчастої функції. Часові характеристики ланки при цих законах зміни зовнішніх впливів отримали назву імпульсної та перехідної функцій ланки відповідно.

Перехідною функцією ланки $h(t)$ називають реакцію ланки на вхідний сигнал $x_1(t)=1(t)$ за умови, що до прикладення вхідного впливу ланка знаходилась у стані спокою (рис.2.9).

Результати розрахунку перехідної функції зображують у графічній формі в координатах (t, h) . Вигляд функції $h(t)$ залежить від властивостей ланки.

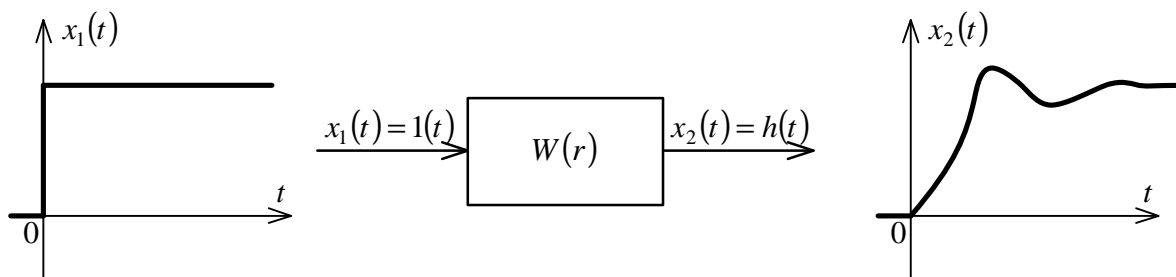


Рис. 2.9. Перехідна функція ланки

Імпульсною функцією ланки $y(t)$ називають її реакцію на вхідний сигнал $x_1(t)=d(t)$ за умови, що до прикладення вхідного впливу ланка знаходилась у стані спокою (рис. 2.10). Як відомо з теорії процесів та систем, імпульсна функція являє собою обернене перетворення Лапласа від передатної функції ланки. Можна довести, що для випадку, коли передатна функція ланки є правильним раціональним дробом, то

$$y(t) = \frac{dh(t)}{dt}.$$

Маючи функції $y(t)$ та $h(t)$, можна знайти реакцію ланки на вхідний сигнал $x_1(t)$, що змінюється за довільним законом, за допомогою співвідношень, які в теорії електричних кіл відомі під назвою інтегралу Дюамеля:

$$x_2(t) = \int_0^t y(t)x_1(t-t)dt;$$

$$x_2(t) = x_1(0)h(t) + \int_0^t h(t)x_1'(t-t)dt.$$

До переваг часових характеристик можна віднести можливість їх експериментального визначення та значну наочність. Разом з тим основним недоліком часових характеристик є складність співвідношень, які визначають перехідну та імпульсну функції послідовного та зустрічно-паралельного з'єднання ланок.

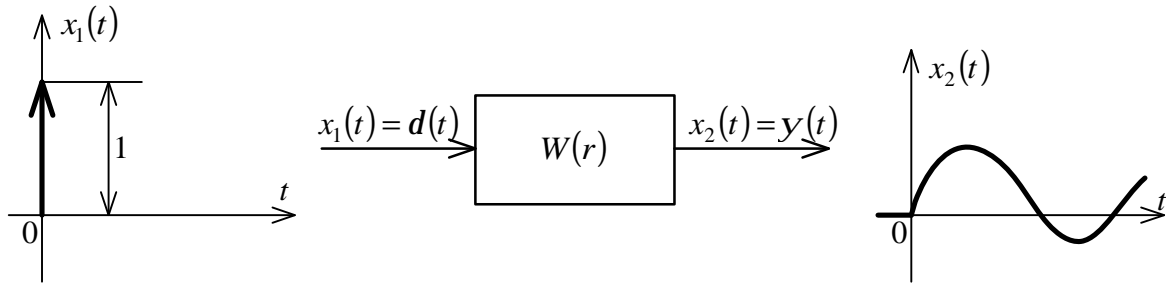


Рис. 2.10. Імпульсна функція ланки

□ **Задача Р2.3.** Передатна функція розімкненої системи автоматичного регулювання дорівнює

$$W(r) = \frac{k}{r(1+Tr)} = \frac{20}{r(1+0,1r)}.$$

Знайти перехідну функцію замкненої системи.

△ **Розв'язування.** Передатну функцію замкненої системи можна визначити як

$$\Phi(r) = \frac{W(r)}{1+W(r)} = \frac{k}{Tr^2 + r + k} = \frac{20}{0,1r^2 + r + 20}.$$

Перехідна функція $h(t)$ – реакція системи на одиничний ступінчастий вплив $1(t)$. Зображення $Y(r)$ вихідної величини $y(t)$ замкненої системи у разі вхідного впливу $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$, зображення якого позначимо як $G(r)$, являє собою добуток

$$G(r) \cdot \Phi(r) = Y(r).$$

Відомо, що зображення одиничної ступінчастої функції для перетворення Лапласа дорівнює $1/r$, тоді

$$\frac{1}{r} \Phi(r) = \frac{20}{r(0,1r^2 + r + 20)}$$

Для переходу до оригіналу $h(t)$ потрібно знаменник зображення розкласти на множники. Для цього прирівнюємо знаменник до нуля:

$$0,1r^2 + r + 20 = 0,$$

корені цього рівняння

$$r_1 = -g + j1 = -5 + j13,2;$$

$$r_2 = -g - j1 = -5 - j13,2.$$

і знаменник має вигляд

$$\begin{aligned} 0,1r^2 + r + 20 &= 0,1(r - r_1)(r - r_2) = 0,1[r - (-g + j1)][r - (-g - j1)] = \\ &= 0,1[(r + g)^2 + 1^2] = 0,1[(r + 5)^2 + 13,2^2] \end{aligned}$$

тоді

$$\frac{1}{r} \Phi(r) = \frac{200}{r[(r + 5)^2 + 13,2^2]}.$$

Використовуючи таблиці зображень на основі перетворення Лапласа (табл. Р2.1) можна визначити в загальному випадку (для уявних коренів)

$$\frac{1}{r[(r+g)^2 + I^2]} \Rightarrow \frac{1}{g^2 + I^2} + \frac{1}{I\sqrt{g^2 + I^2}} e^{-gt} \sin(I t - j),$$

де $j = \operatorname{arctg} \frac{I}{-g}$.

Використовуючи попереднє рівняння, можна отримати оригінал функції, тобто перехідну функцію системи

$$\Phi(r) \Rightarrow h(t) = \left[\frac{200}{5^2 + 13,2^2} - \frac{200}{13,2\sqrt{5^2 + 13,2^2}} e^{-5t} \sin(13,2t + 69^\circ 15') \right] \cdot 1(t),$$

або

$$h(t) = [1 - 1,068e^{-5t} \sin(13,2t + 69^\circ 15')] \cdot 1(t).$$

Табл. P2.1 Зображення функцій та їх оригінали на основі перетворення Лапласа

№	Оригінал функції	Зображення функції
1	$1(t)$	$1/r$
2	t^n	$n!/r^{n+1}$
3	e^{-at}	$\frac{1}{r+a}$
4	$\frac{1}{a}(1 - e^{-at})$	$\frac{1}{r(r+a)}$
5	$\frac{e^{-at} - e^{-bt}}{b-a}$	$\frac{1}{(r+a)(r+b)}$
6	$\frac{1}{I} \sin I t$	$\frac{1}{r^2 + I^2}$
7	$\frac{\sqrt{d^2 + I^2}}{I} \sin(I t + j),$ де $j = \operatorname{arctg} \frac{I}{d}$	$\frac{r+d}{r^2 + I^2}$
8	$\frac{1}{I} e^{-gt} \sin I t$	$\frac{1}{(r+g)^2 + I^2}$

△ **Відповідь.** $h(t) = [1 - 1,068e^{-5t} \sin(13,2t + 69^\circ 15')] \cdot 1(t).$

□ **Задача P2.4.** Передатна функція лінійної системи дорівнює $W(r) = \frac{k_1}{r} + k_2$. Знайти реакцію цієї системи на одиничний ступінчастий вплив (перехідну функцію).

△ **Розв'язування.** З аналізу виду передатної функції можна зробити висновок, що ланки з передатними функціями k_1/r та k_2 системи з'єднані між собою паралельно.

На основі принципу суперпозиції перехідна функція системи, яка складається з двох ланок,

$$h(t) = h_1(t) + h_2(t).$$

Використовуючи дані з довідкової таблиці (див. попередню задачу) можна визначити

$$\begin{aligned} h_1(t) &= k_1 \cdot t; \\ h_2(t) &= k_2 \cdot 1(t), \end{aligned}$$

тоді реакція системи на одиничний ступінчастий вплив

$$h(t) = k_1 \cdot t + k_2 \cdot 1(t).$$

△ **Відповідь.** $h(t) = k_1 \cdot t + k_2 \cdot 1(t)$.

□ **Задача P2.5.** Знайти перехідну функцію нестійкої динамічної ланки з передатною функцією $W(r) = \frac{5}{0,1r - 1}$.

△ **Відповідь.** $h(t) = 5(-1 + e^{10t}) \cdot 1(t)$.

□ **Задача P2.6.** Є статична система автоматичного регулювання, яка описується на основі рівняння

$$(a_0 r^2 + a_1 r + a_2) y(t) = b_0 g(t),$$

де $a_0 = 0,002 \text{ с}^2$, $a_1 = 0,12 \text{ с}$, $a_2 = 5$, $b_0 = 4$. Знайти реакцію системи на вхідний вплив у вигляді ступінчастої функції: $g(t) = g_0 \cdot 1(t)$.

△ **Відповідь.** $y(t) = g_0 [0,8 - e^{-30t} \sin(40t + 53^\circ 10')]$. $1(t)$.

□ **Задача P2.7.** Передатна функція розімкненої системи дорівнює

$$W(r) = \frac{k}{(1 + T_1 r)(1 + T_2 r)} = \frac{3}{(1 + 0,2r)(1 + 0,01r)}.$$

Знайти перехідну функцію замкненої системи.

△ **Відповідь.** $h(t) = (0,75 + 0,314e^{-80t} - 1,09e^{-25t}) \cdot 1(t)$.

□ **Задача P2.8.** Замкнену систему автоматичного регулювання описано рівнянням

$$(0,1479r^4 + 3,7r^3 + 15,61r^2 + 17,9r + 20)y(t) = (17,9r + 20)g(t).$$

Визначити вихідну величину $y(t)$ для вхідного впливу $g(t) = g_0 1(t)$ і за умови нульових початкових умов.

△ **Відповідь.**

$$y(t) = g_0 [1 + 1,456e^{-0,5t} \sin(1,2t - 72^\circ) + 0,398e^{-4t} - 0,019e^{-20t}] \cdot 1(t).$$

2.6. Дискретні системи автоматичного управління

До дискретних систем автоматичного управління відносять релейні, імпульсні та цифрові системи автоматичного управління і регулювання. Насправді до дискретних автоматичних систем відносять лише імпульсні та цифрові системи управління у лінійному наближенні, через те що релейні системи є значно нелінійними системами і їх дослідження потребує додаткового аналізу та дослідження, в цьому розділі вони не будуть предметом розгляду. Характерною ознакою визначених імпульсних та цифрових систем управління є наявність процедури квантування сигналів за часом. Як було зазначено у підрозділі 2.2, в каналі управління таких систем використовують імпульсний елемент (ІЕ), який виконує функцію перетворення неперервної величини у послідовність імпульсів визначеної форми. Звідси дискретну систему можна розглядати як комбінація ІЕ та деякої неперервної частини, яка об'єднує усі елементи неперервної дії системи управління. В імпульсних системах регулювання ІЕ знаходиться в колі сигналу помилки і через це функціональна схема замкненої імпульсної системи з одним ІЕ та неперервної частини має вигляд як на рис. 2.11.

В цифрових системах управління цифрова машина управління може виконувати функції як задавального елемента, так і бути як самостійний пристрій порівняння або корегування сигналів.

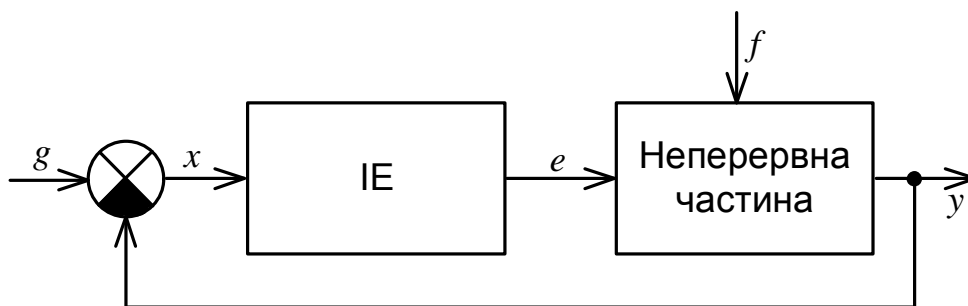


Рис. 2.11. Узагальнена функціональна схема імпульсної системи, де e – вихідна змінна імпульсного елемента

В загальному випадку цифрову машину управління визначають еквівалентною схемою разом з ІЕ (рис.2.12). На цьому рисунку ІЕ визначає дискретний характер вхідних сигналів, дискретний фільтр імітує процес генерування сигналів управління (процес зміни закону модуляції вхідних імпульсів), а релейний елемент (РЕ) з багатоступінчастою характеристикою враховує ефект квантування вихідних сигналів цифрової машини управління за рівнем. І, нарешті, екстраполятор (Е) відображає процес перетворення дискретних значень сигналу управління у неперервний сигнал. За великого значення кількості рівнів квантування в системі крок квантування виявляється малим, і за великої точності машини цифрового управління ефект квантування сигналів за рівнем можна не враховувати. Справа у тому, що для багатьох цифрових систем кількість розрядів (точність) цифрової машини управління визначено не задачами управління, а знаходиться у площині

розрахункових обчислень. Насправді, основні властивості цифрових систем визначають ефектом квантування за часом, тоді як квантування за рівнем, окрім відповідної нелінійності, значно ускладнює дослідження системи управління. За умов лінійного наближення явища, які характерні для ефекту квантування за часом, враховувати не будемо. Тоді функціональну схему з рис.2.12 можна спростити до схеми, яка показана на рис.2.13.

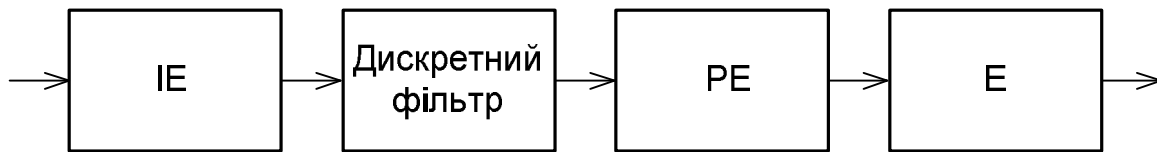


Рис. 2.12. Еквівалентна схема цифрової машини управління

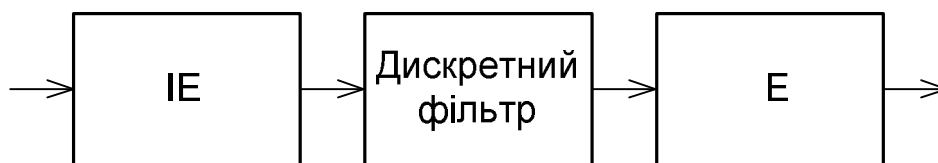


Рис. 2.13. Спрощена схема цифрової машини управління

За умови знехтування ефектом квантування за рівнем цифрові системи набувають вигляду імпульсних. Характерна ознака імпульсних систем управління – наявність в структурі дискретних фільтрів та екстраполяторів. За умов такого прийому схему імпульсної системи (рис.2.11) можна представити так, як представлено на рис.2.14.

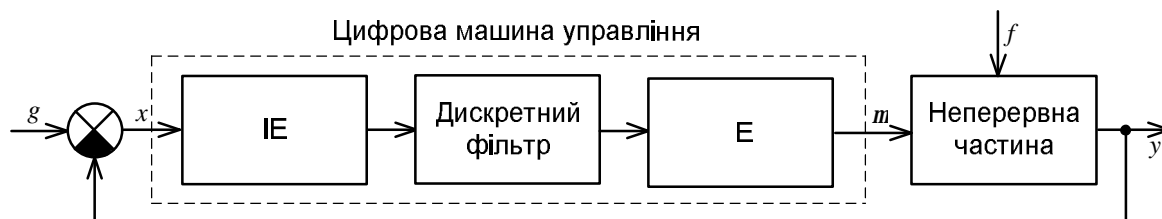


Рис. 2.14. Функціональна схема цифрової системи регулювання

Вважаючи, що імпульсний елемент здійснює амплітудно-імпульсну модуляцію, позначимо w_ϕ функцію форми, яка відповідно характеризує структуру вихідних імпульсів ІЕ. У фізичному сенсі ця функція визначає перший імпульс, який виникає на виході ІЕ за дії $x(t)=1(t)$ ($1(t)$ – функція Хевісайда) або за будь-якої іншої дії, яка задовольняє умові $x(0)=1$. Вважаємо, що $w_\phi(t)=0$, за умови коли $t < 0$ чи $t > gT_0$, де g – шпаруватість ($0 < g \leq 1$); T_0 – період роботи ІЕ. За умови довільної форми вхідного сигналу $x(t)$ (рис. 2.11) вихідну величину ІЕ визначають відношенням:

$$e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} e_n(t) = x(nT_0)w_\phi(t - nT_0), \quad nT_0 \leq t < (n+1)T_0, \quad n = 0, 1, 2, \dots, k$$

де $e_0(t), e_1(t), e_2(t), \dots$ – імпульси, які виникають на виході ІЕ у моменти часу $t = 0, T_0, 2T_0, \dots$. Через це вихідну величину ІЕ для довільного моменту часу t можна визначити і таким чином:

$$e(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT_0) w_{\phi}(t - nT_0). \quad (2.10)$$

Вигляд отриманого співвідношення вказує на те, що замість неперервної функції $x(t)$ використовують лише її дискретні значення $x(nT_0)$. Цим пояснюється робота імпульсного елемента, оскільки він з вхідного сигналу $x(t)$ виділяє лише його певні дискретні значення в чітко визначені моменти часу.

Визначимо за ідеальний ІЕ такий елемент, для якого функція форми визначено одиничною d – функцією, тобто $w_{\phi}(t) = d(t)$ ($d(t)$ – функція Дірака). Нехай ця функція форми у графічному вигляді має вид ключа. Вихідна величина ідеального ІЕ – послідовність модульованих “за площею” d – функцій:

$$x_1(t) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT_0) d(t - nT_0).$$

Запровадимо додатково поняття формуючого елемента – динамічну ланку, яка має передатну функцію виду:

$$W_{\phi}(r) = \int_0^{\infty} w_{\phi}(t) e^{-rt} dt,$$

що представляє собою перетворення Лапласа від функції форми $w_{\phi}(t)$. Інші види передатних функцій, залежно від функцій форми наведено в табл.2.1.

Табл. 2.1. Передатні функції формуючих елементів

Назва імпульсу	Функція форми	Передатна функція
Ідеальний	$w_{\phi}(t) = d(t)$	1
Прямокутний	$w_{\phi}(t) = 1(t) - 1(t - gT_0)$	$\frac{1 - e^{-gT_0 r}}{r}$
Прямокутний зі значенням $g = 1$	$w_{\phi}(t) = 1(t) - 1(t - gT_0)$	$\frac{1 - e^{-T_0 r}}{r}$
Трикутний	$w_{\phi}(t) = \frac{2}{gT_0} [t \cdot 1(t) - 2 \left(t - \frac{gT_0}{2} \right) \cdot 1 \left(t - \frac{gT_0}{2} \right) + (t - gT_0) \cdot 1(t - gT_0)]$	$\frac{2}{gT_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{gT_0 r}{2}} \right)^2$

Продовження табл.2.1. Передатні функції формуючих елементів

Назва імпульсу	Функція форми	Передатна функція
Трикутний зі значенням $g = 1$	$w_{\phi}(t) = \frac{2}{T_0} [t \cdot 1(t) - 2 \left(t - \frac{T_0}{2} \right) \cdot 1 \left(t - \frac{T_0}{2} \right) + (t - T_0) \cdot 1(t - T_0)]$	$\frac{2}{T_0} \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \left(1 - e^{-\frac{T_0 r}{2}} \right)^2$
Синусоїдний	$w_{\phi}(t) = \sin \frac{p}{gT_0} 1(t) + \sin \frac{p}{gT_0} (t - gT_0) \cdot 1(t - gT_0)$	$\left(\frac{p}{gT_0} \right)^2 \cdot \frac{1 + e^{-gT_0 r}}{r^2 + \left(\frac{p}{gT_0} \right)^2}$
Синусоїдний зі значенням $g = 1$	$w_{\phi}(t) = \sin \frac{p}{T_0} 1(t) + \sin \frac{p}{T_0} (t - T_0) \cdot 1(t - T_0)$	$\left(\frac{p}{T_0} \right)^2 \cdot \frac{1 + e^{-T_0 r}}{r^2 + \left(\frac{p}{T_0} \right)^2}$

Розглянемо послідовне з'єднання ідеального імпульсного елемента та формуючого елемента (рис.2.15). Для такого з'єднання на вхід ланки надходить послідовність модульованих d – функцій. Тоді функція форми w_{ϕ} – реакція формуючого елемента на сигнал у вигляді d – функції. Оскільки ланка з передатною функцією (рис. 2.15) є лінійною, то її реакція на сигнал $x(nT_0)d(t - nT_0)$ буде визначатися відношенням $x(nT_0)w_{\phi}(t - nT_0)$. Звідси випливає, що формула (2.10) є справедливою для даної схеми. Тобто, реальний ІЕ може бути замінений еквівалентною структурною схемою, яку складено з послідовного з'єднання ідеального імпульсного та формуючого елементів.

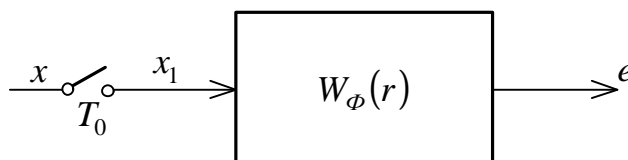


Рис. 2.15. Схема заміщення ІЕ

Використовуючи цей прийом, схему (рис. 2.11) з зазначенням передатних функцій можна зобразити у вигляді (рис.2.16):

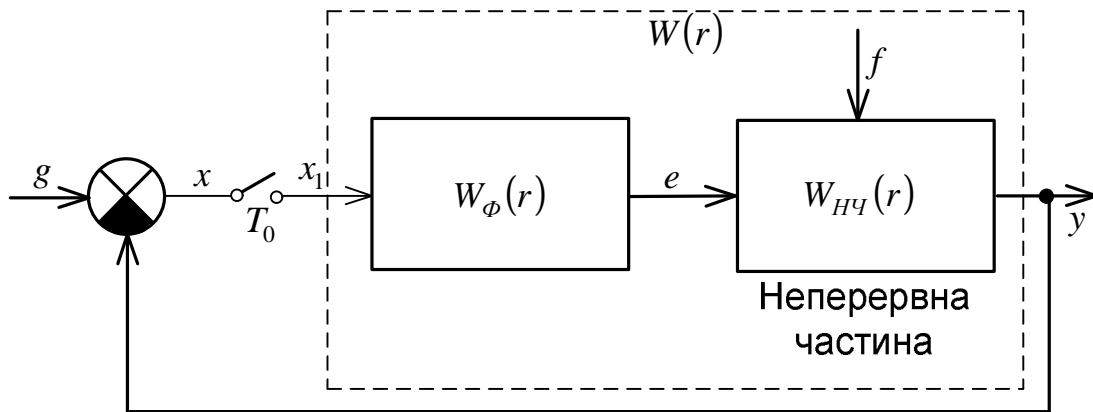


Рис. 2.16. Еквівалентна структурна схема імпульсної системи

На рисунку 2.16 введені наступні нові позначення: $W(r)$ – передатна функція зведеної неперервної частини системи; $W_{HЧ}(r)$ – передатна функція неперервної частини системи. Слід відмітити, що $W(r) = W_{\phi}(r) \cdot W_{HЧ}(r)$.

Далі розглянемо дискретні фільтри та екстраполятори, які входять до еквівалентної схеми цифрової машини управління (рис. 2.12). На вхід дискретного фільтру надходить послідовність модульованих d – функцій. Згідно з алгоритмом управління, дискретний фільтр проводить зміну закону модуляції послідовності вхідних імпульсів, не змінюючи при цьому дискретної природи сигналів. Внаслідок цього, вихідна змінна дискретного фільтру є також послідовністю d – функцій, а це в свою чергу дозволяє представити дискретний фільтр у вигляді еквівалентної структурної схеми, яку складено з деякої неперервної ланки з передатною функцією $Q(r)$, на виході якої встановлено ідеальний імпульсний елемент (рис.2.17).

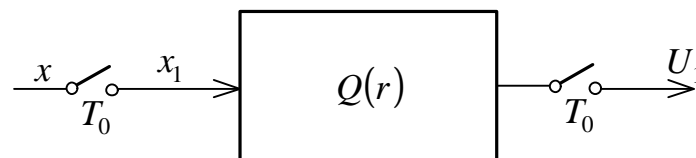


Рис. 2.17. Еквівалентна структурна схема дискретного фільтру

Екстраполятор призначений для перетворення вихідного сигналу дискретного фільтру у неперервну величину, яка надходить на вхід неперервної частини системи управління. Способи екстраполяції, які закладені у принцип роботи такого пристрою, зводяться до побудови деякої неперервної функції часу, значення якої у моменти часу $t = 0, T_0, 2T_0, \dots$ є достатньо близькими до значень сигналу, які генерує цифрова машина управління. У більшості цифрових систем вихідні дані цифрової машини перетворено у послідовність прямокутних імпульсів з одиничною шпаруватістю і при цьому передатну функцію формуючого пристрою, який є еквівалентом екстраполятора (табл. 2.1) визначено як $W_0(r) = (1 - e^{-T_0 r}) / r$. Екстраполятор з такою формою передатної функції називають екстраполятором першого порядку. На завершення приклад, без доведення отриманих передатних

функцій, наведемо еквівалентну структурну схему цифрової системи спостереження, яку використовують в радіолокаційних системах військового призначення (рис.2.18).

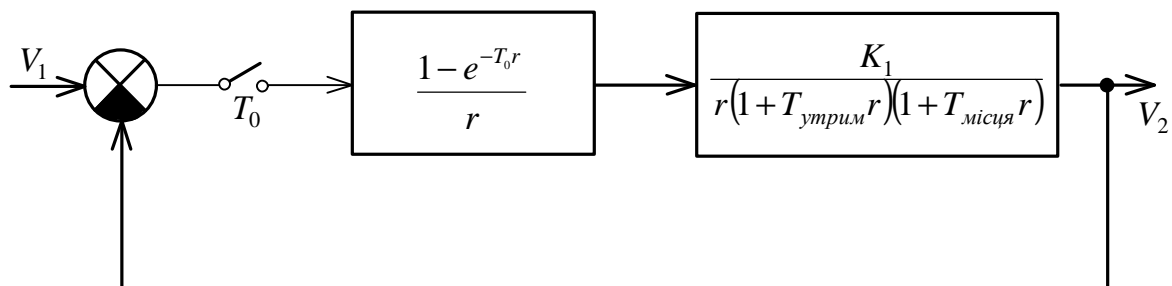


Рис. 2.18. Еквівалентна структурна схема цифрової системи

3. СТРУКТУРНІ СХЕМИ ТА РІВНЯННЯ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

З метою теоретичного вивчення систем регулювання насамперед слід скласти рівняння, які описують їх роботу. Цими рівняннями зазвичай є диференційні рівняння різного порядку. Для спрощення в даному випадку обмежимо розгляд лише лінійними системами і тому будемо розглядати звичайні лінійні диференційні рівняння зі сталими коефіцієнтами.

Реальні елементи САР у більшій або меншій степені є нелінійними, а тому їх опис лінійними диференційними рівняннями є достатньо наближеним. Тим не менш, точність, яку отримуємо за лінійного наближення, у багатьох практичних випадках є достатньою. Для того, аби отримати диференційні рівняння, системи автоматичного регулювання зазвичай ділять на ланки і складають диференційне рівняння для кожної ланки окремо. Таким чином, ми отримуємо систему диференційних рівнянь для опису САР.

Доцільно розподіляти САР на типові ланки, рівняння роботи яких є відомими. Найчастіше динамічні ланки обирають просто елементи САР. І далі, виключаючи проміжні величини, систему диференційних рівнянь ніби згортають в одне рівняння високого порядку, яке містить не тільки величини (вхідних та вихідних ланок), але й усі зовнішні впливи. Зазвичай диференційне рівняння САР складають або відносно величини, яку регулюють $y(t)$, або відносно помилки $x(t)$.

3.1. Система автоматичного регулювання швидкості обертання двигуна

Розглянемо САР швидкості обертання двигуна (рис.3.1). На рисунку 3.1 введені наступні позначення: П – потенціометр; Д – двигун постійного струму; ТГ – тахогенератор; U_D – напруга на якорі двигуна; $U_{ТГ}$ – вихідна напруга тахогенератору; Ω – швидкість обертання вихідного валу двигуна; M – момент навантаження на валу двигуна; U_3 – напруга, яка є задавальним впливом системи.

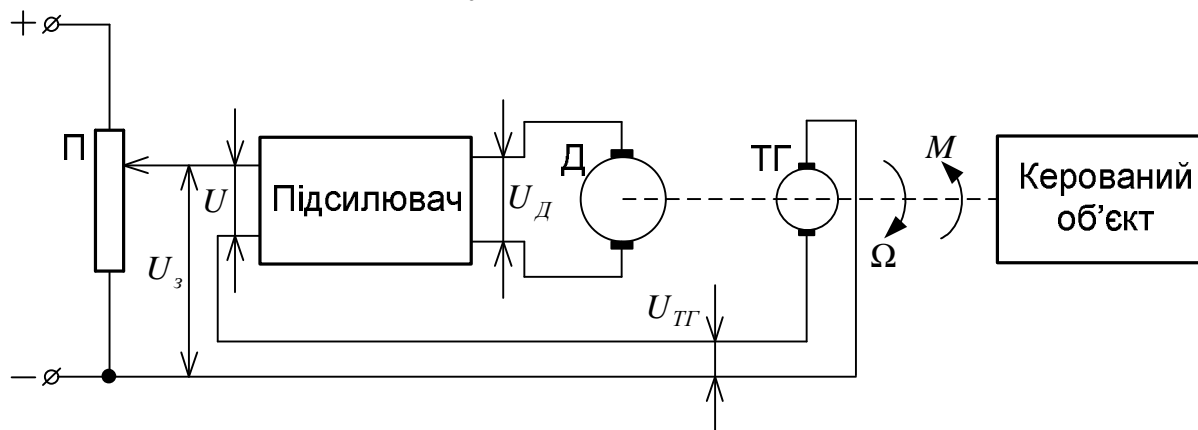


Рис. 3.1. САР швидкості обертання електродвигуна постійного струму

Для того щоб скласти рівняння цієї САР, зобразимо її у вигляді чотирьох ланок: ПоЕ, підсилювач, двигун та тахогенератор. Вхідні та вихідні величини для зручності зобразимо у вигляді таблиці 3.1.

Табл. 3.1. Динамічні ланки САР, вхідні та вихідні величини

Ланка	Вхідні величини	Вихідні величини
ПоЕ	$U_3; U_{ТГ}$	U
Підсилювач	U	U_D
Двигун	$U_D; M$	Ω
Тахогенератор	Ω	$U_{ТГ}$

Слід відмітити, що для схеми (рис. 3.1) порівняльний елемент в явному вигляді відсутній – його реалізовано у вигляді зустрічного ввімкнення напруг U_3 та $U_{ТГ}$. Враховуючи можливі нелінійності в двигуні, тахогенераторі та підсилювачі, розглянемо номінальний усталений режим САР, в якому $U_3 = U_{3(0)}$; $U_{ТГ} U_D = U_{D(0)}$; $U = U_{(0)}$; $\Omega = \Omega_{(0)}$; $M = M_{(0)}$.

Складемо рівняння ланок відносно параметрів (відхилень основних величин САР), у момент, коли система потребує регулювання: $\Delta U_3 = U_3 - U_{3(0)}$; $\Delta U_{ТГ} = U_{ТГ} - U_{ТГ(0)}$; $\Delta U_D = U_D - U_{D(0)}$; $\Delta U = U - U_{(0)}$; $\Delta \Omega = \Omega - \Omega_{(0)}$; $\Delta M = M - M_{(0)}$.

Рівняння порівняльного елемента з огляду на рис. 3.1 матиме вигляд:

$$\Delta U = \Delta U_3 - \Delta U_{ТГ}.$$

Зрозуміло, що для системи стабілізації швидкості обертання двигуна постійного струму

$$U_3 = U_{3(0)} = \text{const},$$

Тоді $\Delta U_3 = U_3 - U_{3(0)} = 0$ і

$$\Delta U = -\Delta U_{ТГ}. \quad (3.1)$$

Рівняння підсилювача залежить від його функціональної схеми. Для спрощення будемо вважати, що підсилювач описано рівнянням аперіодичної ланки другого порядку:

$$(T_1 r + 1)(T_2 r + 1)\Delta U_D = k_{\text{нідс}}\Delta U, \quad (3.2)$$

де T_1, T_2 – сталі часу підсилювача, як елемента другого порядку; $r = \frac{d}{dt}$ – символ диференціювання за символічним методом запису лінійних диференціальних рівнянь; $k_{\text{нідс}}$ – коефіцієнт підсилення за напругою підсилювача.

Рівняння двигуна сталого струму з урахуванням моменту навантаження на валу має вигляд:

$$(T_{\text{я}} T_{\text{м}} r^2 + T_{\text{м}} r + 1)\Delta \Omega = k_{\text{Д}}(T_{\text{я}} r + 1) - k_{\text{м}}(T_{\text{я}} r + 1)\Delta M, \quad (3.3)$$

де $T_{\text{я}} = L/R$ – електромагнітна стала часу якірного кола; L – індуктивність якірного кола; R – активний опір якірного кола; $T_{\text{м}} = JR/(c_{\text{м}} c_{\text{е}})$ – електромеханічна стала часу

двигуна; J – момент інерції усіх частин обертання, який зведено до валу двигуна; c_m, c_e – конструктивні сталі; $k_D = 1/c_e$ – коефіцієнт передавання двигуна; k_m – крутизна механічних характеристик двигуна.

Рівняння тахогенератору має наступний вигляд:

$$\Delta U_{TG} = k_{TG} \Delta \Omega, \quad (3.4)$$

де k_{TG} – крутизна тахогенератору.

Співвідношення (3.1)-(3.4) утворюють систему диференційних рівнянь, які описують роботу САР як в усталених, так і в неусталених режимах. Ця система рівнянь містить чотири невідомі функції часу: $\Delta U, \Delta U_{TG}, \Delta U_D, \Delta \Omega$. Аби розв'язати сформовану систему рівнянь, повинні бути задані зовнішні впливи ΔU_3 та ΔM як функції часу та початкові умови.

Виразимо рівняння (3.1)-(3.4) в одне рівняння, яке містить величину регулювання $\Delta \Omega$. Згорання зручно починати з рівняння тієї ланки, для якої величина $\Delta \Omega$ є вихідною. Такою ланкою є двигун (рівняння (3.3)). Для того щоб виключити з цього рівняння величину ΔU_D , помножимо обидві частини рівняння на вираз $(T_1 r + 1) \times (T_2 r + 1)$. Після врахування виразу (3.2) маємо

$$(T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y T_m r^2 + T_m r + 1) \Delta \Omega = k_{nidc} k_D \Delta U - k_m (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y r + 1) \Delta M.$$

Долучивши рівняння (3.1) та (3.4) врешті-решт знайдемо

$$\left\{ (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y T_m r^2 + T_m r + 1) + k_{nidc} k_D k_{TG} \right\} \Delta \Omega = k_{nidc} k_D \Delta U_3 - k_m (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y r + 1) \Delta M. \quad (3.5)$$

Отримано звичайне лінійне диференційне рівняння четвертого порядку зі сталими коефіцієнтами. Аналогічним чином можна згорнути рівняння (3.1)-(3.4) і відносно інших величин $\Delta U, \Delta U_{TG}, \Delta U_D$. Наведемо ці рівняння без доведення і в їх правильності можете переконались самостійно. Так рівняння відносно напруги на вході підсилювача ΔU САР матиме вигляд:

$$\left\{ (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y T_m r^2 + T_m r + 1) + k_{nidc} k_D k_{TG} \right\} \Delta U = (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y T_m r^2 + T_m r + 1) \Delta U_3 + k_{TG} k_m (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y r + 1) \Delta M. \quad (3.6)$$

Якщо ж обрати параметр ΔU_{TG} , то відносно нього диференційне рівняння буде:

$$\left\{ (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y T_m r^2 + T_m r + 1) + k_{nidc} k_D k_{TG} \right\} \Delta U_{TG} = k_{nidc} k_D k_{TG} \Delta U_3 - k_{TG} k_m (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y r + 1) \Delta M. \quad (3.7)$$

Відносно параметру ΔU_D диференційне рівняння буде мати вигляд:

$$\left\{ (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_y T_m r^2 + T_m r + 1) + k_{nidc} k_D k_{TG} \right\} \Delta U_D = k_{nidc} (T_y T_m r^2 + T_m r + 1) \Delta U_3 + k_{nidc} k_{TG} k_m (T_y r + 1) \Delta M. \quad (3.8)$$

Розв'язок будь-якого з рівнянь (3.5)-(3.8) дозволяє визначити, як з часом буде змінюватися відповідна величина САР ($\Delta U, \Delta U_{ТГ}, \Delta U_{Д}, \Delta \Omega$) у разі зовнішнього впливу за величин $\Delta U_{з}(t)$ і $\Delta M(t)$ та заданих початкових умов.

В режимі стабілізації швидкості обертання електродвигуна $\Delta U_{з} \equiv 0$ і отримані рівняння значно спрощуються. Так, наприклад, за таких умов рівняння (3.5) набуде вигляду:

$$\begin{aligned} & \left\{ (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_{я} T_{м} r^2 + T_{м} r + 1) + k_{нідс} k_{д} k_{ТГ} \right\} \Delta \Omega = \\ & = -k_{м} (T_1 r + 1)(T_2 r + 1)(T_{я} r + 1) \Delta M. \end{aligned} \quad (3.9)$$

При усталеному режимі та за умови незмінних зовнішніх впливів в рівняннях (3.5)-(3.8), які описують роботу САР, слід покласти $r=0$, оскільки всі змінні є сталими і зрозуміло, що похідні від них дорівнюють нулю. Зокрема за таких умов з рівняння (3.9) можемо знайти:

$$\Delta \Omega = -k_{м} \Delta M / (1 + k_{нідс} k_{д} k_{ТГ}).$$

□ **Задача Р3.1.** Визначити необхідне значення коефіцієнта підсилення для тахометричного приводу постійної швидкості (рис.Р3.1). Припустима похибка швидкості обертання за момента навантаження на валу двигуна $M_{н} = 0,2M_{кор.замик.}$ не повинна перевищувати 0,1% від швидкості в режимі холостого ходу.

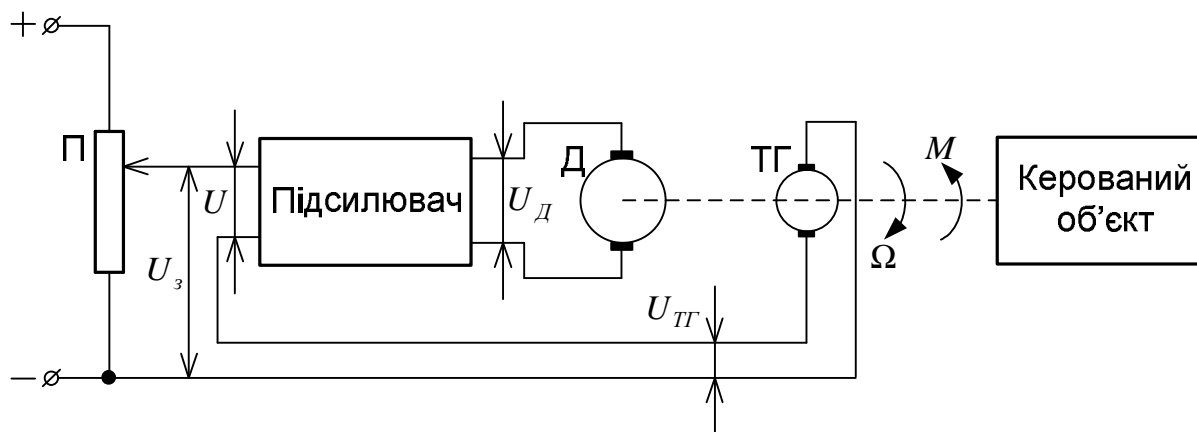


Рис. Р3.1. Тахометричний привід постійної швидкості

△ **Розв'язування.** Помилку регулювання $\Delta \Omega$ складено з двох складових:

$$\Delta \Omega = \frac{1}{1 + W(r)} \Omega_{зад} \pm \frac{W_{м.н.}(r)}{1 + W(r)} M_{н},$$

де $\Omega_{зад}$ – задана швидкість обертання приводу; $W(r)$ – передатна функція розімкненої системи; $W_{м.н.}(r)$ – передатна функція розімкненої системи за моментом навантаження; $M_{н}$ – момент навантаження.

Перша складова для визначення помилки $\Delta \Omega$ визначає помилку внаслідок вибору закону регулювання, тоді як друга викликана дією моменту навантаження $M_{н}$.

Якщо враховувати сталу часу підсилювача $T_{нідс}$ та електромеханічну сталу часу двигуна $T_{м.д.}$, то

$$W(r) = \frac{k}{(1 + T_{м.д.}r)(1 + T_{нідс}r)};$$

$$W_{м.н.}(r) = \frac{\Omega_0 / M_{кор.замик.}}{1 + T_{м.д.}r},$$

де $M_{кор.замик.}$ – момент короткого замикання, який розвиває двигун; Ω_0 – швидкість холостого ходу двигуна; k – загальний коефіцієнт підсилення розімкненої системи.

Зазвичай настроювання системи проводять таким чином, щоб помилка регулювання була б найменшою. Цю вимогу задовольняє таке настроювання системи, за якого в статичній системі відсутня статична помилка від закону регулювання. Для усунення цієї помилки коефіцієнт передачі кола зворотного зв'язку повинен відрізнятись від одиниці і дорівнювати

$$k_{з.з} = \frac{k - 1}{k}.$$

Для того щоб забезпечити потрібну точність підтримання швидкості обертання за момента навантаження $M_n = 0,2M_{кор.замик.}$, коефіцієнт підсилення розімкненої системи k слід обирати з умови

$$\Delta\Omega = \frac{(M_n / M_{кор.замик.}) \cdot \Omega_0}{1 + k},$$

звідси

$$k = \frac{\frac{M_n}{M_{кор.замик.}} - \frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}}{\frac{\Delta\Omega}{\Omega_0}} = \frac{0,2 - 0,001}{0,001} = 199.$$

△ **Відповідь.** $k = 199$.

□ **Задача Р3.2.** Електропривод з двигуном типу 4А180S2У3 запускають з моментом навантаження $M_{старт}$, який дорівнює $0,4M_{ном}$ ($M_{ном} = 70,4$ Н·м). За цих умов він розганяється до частоти обертання $n_2 = 2940$ об/хв. Визначити час розгону, якщо пусковий момент електродвигуна $M_{пуск} = 1,4M_{ном}$, максимальний момент електродвигуна $M_{max} = 2,5M_{ном}$, а сумарний момент інерції електроприводу, який приведено до валу двигуна, $J = 0,125$ кг·м².

△ **Розв'язування.** Можна припустити, що в режимі пуску середнє значення динамічного моменту електродвигуна

$$M_{сер} = \frac{M_{max} + M_{пуск}}{2} = \frac{2,5M_{ном} + 1,4M_{ном}}{2} = 137,2 \text{ Н·м},$$

де M_{max} – максимальний момент двигуна.

Час розгону знаходять з формули

$$t_p = \frac{J}{9,55} \cdot \frac{n_2}{M_{сер} - 0,4M_{ном}} = \frac{0,125}{9,55} \cdot \frac{2940}{137,2 - 0,4 \cdot 70,4} = 0,34 \text{ с.}$$

△ **Відповідь.** $t_p = 0,34 \text{ с.}$

□ **Задача Р3.3.** Визначити потужність та оброти за довідковими даними електродвигун для приводу механізму з цикловим графіком навантаження (рис.Р3.2). Частота обертання ротора електродвигуна $n_2 = 940 \text{ об/хв.}$ Вважати, що зміни цієї частоти, які пов'язані з коливаннями моменту навантаження, є незначними.

△ **Розв'язування.** З графіку циклового навантаження можна зробити висновок, що двигун працює в повторно-короткочасному режимі з тривалістю ввімкнення

$$ТВ = \frac{\sum t_p}{\sum t_p + \sum t_0} = \frac{\sum t_p}{t_u},$$

де t_p – час розгону; t_0 – час паузи між робочими періодами; t_u – час циклу.

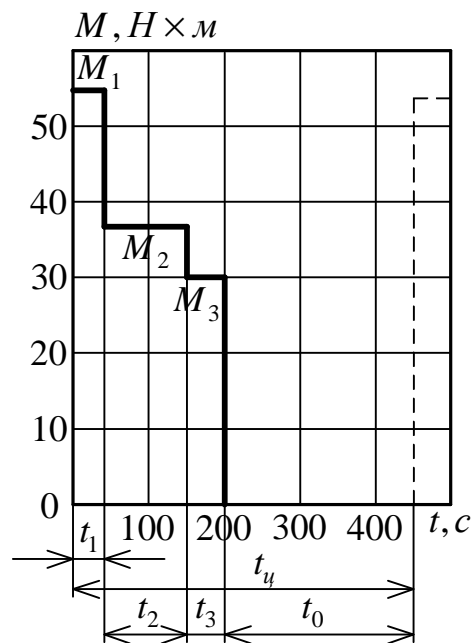


Рис. Р3.2. Цикловий графік навантаження

Для визначення потужності електродвигуна використовують метод еквівалентного моменту

$$M_{ек} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + at_0}},$$

де $M_1, M_2, M_3, t_1, t_2, t_3$ – моменти та час відповідних ділянок з графіку навантаження (рис.Р3.2); $a = 0,5$ – коефіцієнт, який враховує погіршення тепловіддачі двигуна під час паузи.

Таким чином

$$T_B = \frac{\sum t_p}{\sum t_p + \sum t_0} = \frac{40 + 110 + 50}{40 + 110 + 50 + 250} = \frac{200}{450} = 0,44,$$

тобто $T_B = 44\%$;

$$M_{ек} = \sqrt{\frac{M_1^2 t_1 + M_2^2 t_2 + M_3^2 t_3}{t_1 + t_2 + t_3 + at_0}} = \sqrt{\frac{55^2 \cdot 40 + 38^2 \cdot 110 + 30^2 \cdot 50}{40 + 110 + 50 + 0,5 \cdot 250}} = 31,6 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Еквівалентна потужність

$$P_{ек} = M_{ек} \frac{n_2}{9,55} \cdot 10^{-3} = 3 \text{ кВт}.$$

За довідковими даними при $T_B = 44\%$ можна обрати електродвигун МТКН111-6, який характеризують наступними параметрами: $P_{ном} = 3 \text{ кВт}$; $n_{ном} = 910 \text{ об/хв}$.

△ **Відповідь.** $P_{ек} = 3 \text{ кВт}$.

3.2. Передатні функції лінійних систем автоматичного регулювання

У більшості випадків наочним та простішим є спосіб формування рівнянь САР не за рівняннями окремих ланок системи, а за структурною схемою, на основі широко вживаного апарату передатних функцій (підрозділ 2.4).

Структурна схема САР відразу дає інформацію оператору щодо кількості ланок системи, їх типів та особливостей з'єднання між собою в складі системи регулювання. Тобто, на відміну від підходів, які описані у підрозділі 3.1, структурна схема САР визначає графічне зображення системи диференціальних рівнянь, які описують роботу системи. Таке представлення дозволяє у деяких випадках спростити рівняння шляхом їх згортання за певними визначеними правилами. На рисунку 3.2 показана структурна схема САР швидкості обертання електродвигуна постійного струму, яка складається з ланок і кожна з яких визначена на основі передатних функцій.

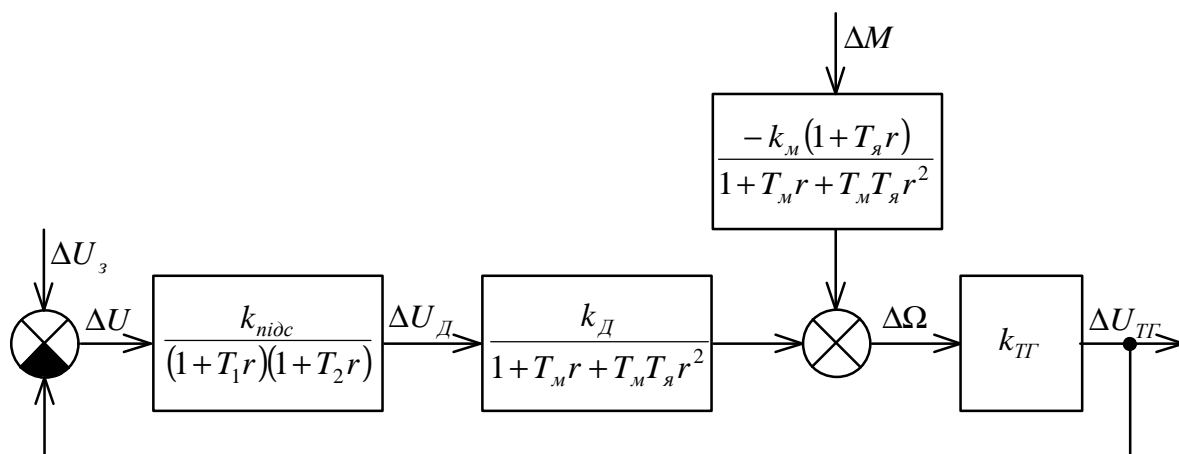


Рис. 3.2. Структурна схема САР швидкості обертання електродвигуна постійного струму

В загальному випадку диференціальні рівняння ланок для будь-якої САР можуть бути поділені на дві групи, одна з яких описує роботу регулятора, інша – об'єкту регулювання. Так, наприклад, для схеми на рис.3.2 об'єкт регулювання визначається рівнянням (3.3), а регулятор – рівняннями (3.2) та (3.4). Звідси можна стверджувати, що структурна схема будь-якої САР може бути зображена у формі, яка наведена на рисунку 3.3.

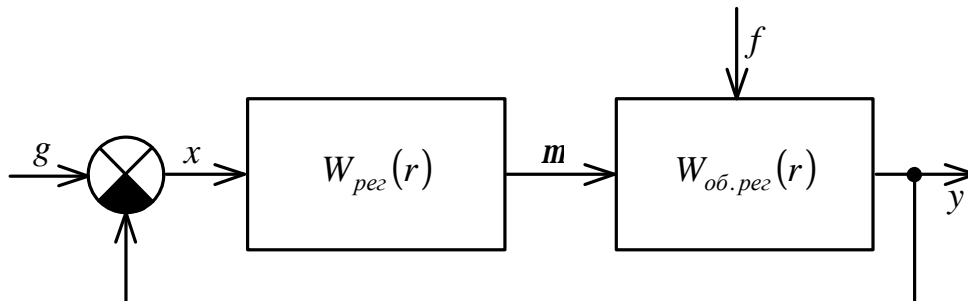


Рис. 3.3. Загальна структурна схема САР

На рисунку 3.3 для спрощення показано лише один збурювальний вплив f , хоча насправді цих впливів може бути довільна кількість і передатну функцію об'єкту за цим збуренням можна позначити як $W_f(r)$. Крім того, ЧЕ САР умовно віднесено до об'єкту регулювання і вихідною величиною САР вважають вихідну величину ЧЕ. На рисунку 3.4 показана розгорнута структурна схема САР, відповідно до схеми (рис.3.2)

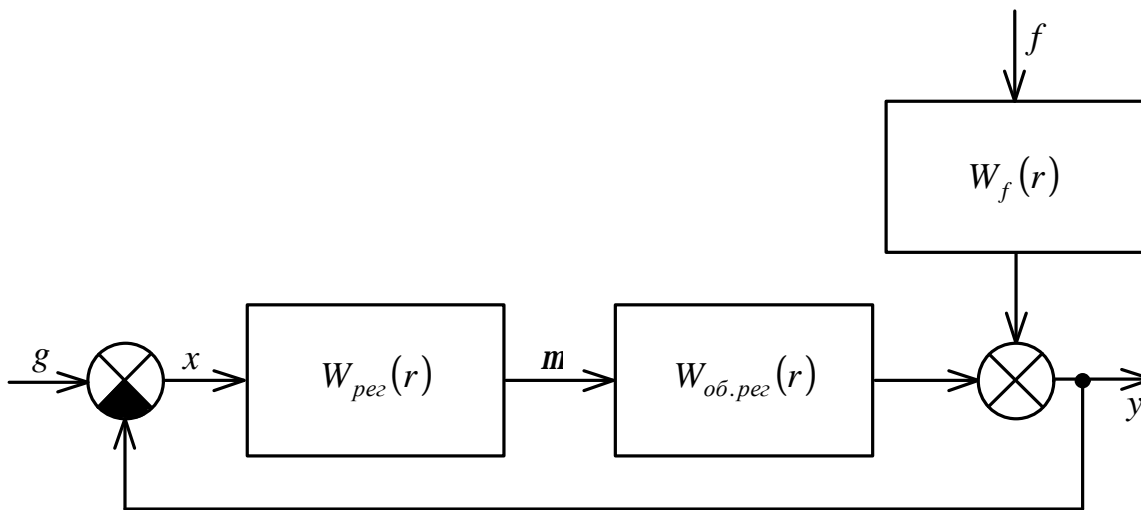


Рис. 3.4. Розгорнута структурна схема САР

Порівняльний аналіз схем (рис. 3.2 та 3.4) для САР швидкості обертання двигуна дає передатні функції основних ланок:

$$W_{pes} = \frac{k_{nidc}}{(1 + T_1 r)(1 + T_2 r)};$$

$$W_{об.pez} = \frac{k_D k_{ТГ}}{1 + T_M r + T_J T_M r^2};$$

$$W_f = \frac{-k_{ТГ} k_M (1 + T_J r)}{1 + T_M r + T_J T_M r^2}.$$

3.3. Моделювання процесів систем автоматичного регулювання

Для дослідження систем автоматичного регулювання останнім часом широко використовують різноманітні комп'ютерні програми та обчислювальні машини, де прописані методи математичного моделювання і в яких закладено поняття ідентичності рівнянь, що описують процеси в оригіналі та в моделі. Оригіналом в процесі математичного моделювання є математичний опис процесів регулювання та управління, які проходять в даній системі. Математичне моделювання особливо є доцільним при дослідженні систем, які описуються диференційними рівняннями високого порядку і треба враховувати дію змінних нелінійних параметрів як самої системи, так і зовнішніх впливів.

Реалізацію опису диференційних рівнянь можна проводити двома способами. Перший спосіб полягає у тому, що модель відтворює структурну схему системи. Іншими словами, модель повторює структуру оригінала. Цей спосіб значно спрощує процес дослідження, особливо коли треба досліджувати поведінку не тільки якоїсь однієї координати або величини системи, але й проміжних координат з урахуванням можливих нелінійних змін. Другий спосіб (спосіб зниження порядку похідної) полягає у тому, що вихідне рівняння системи розв'язують відносно старшої похідної і вже потім будують структурну схему у вигляді моделі, яку досліджують.

3.4. Інтегральні оцінки якості систем автоматичного регулювання

Інтегральні оцінки якості САР є узагальненими критеріями, які оцінюють у сукупності запас стійкості, швидкодію та помилку системи. Названі оцінки основані на розроблених інтегральних показниках, які визначають відхилення перехідного процесу реальної системи від так званого ідеального процесу. Під ідеальним процесом в теорії автоматичного регулювання розуміють або ступінчастий процес, або такий, що змінюється за законом експоненти із заданими параметрами.

В якості інтегральної оцінки якості САР можна визначити показник, який знаходять за наступною формулою:

$$I_1 = \int_0^{\infty} x(t) dt,$$

де $x(t)$ – помилка САР. Показник I_1 – це алгебраїчна сума площ під кривою перехідного процесу. Чим менше I_1 , тим швидше загасає перехідний процес і тим менше величина відхилення, а отже тим якіснішою є САР. Але цей критерій є

справедливим лише для систем з аперіодичними перехідними процесами, тобто такими, для яких знак $x(t)$ не змінюється.

Для систем з коливальними перехідними процесами рекомендовано користуватись інтегральним показником

$$I_2 = \int_0^{\infty} x^2(t) dt.$$

Як і у випадку першого розглянутого показника, чим меншим є I_2 , тим швидше загасає перехідний процес і тим меншим є відхилення системи. Недоліком квадратичної оцінки якості є те, що вона не враховує близькість системи до коливальної межі стійкості. Тому, аби виключити надмірну коливальність, пропонують накласти обмеження не тільки на величину відхилення, але й на швидкість відхилення. Наслідком цього є інтегральний показник вигляду

$$I_3 = \int_0^{\infty} \left(x^2(t) + e^2 \cdot (x^2(t))' \right) dt, \quad (3.10)$$

де e – деяка стала часу.

Мінімальне значення показника I_3 є свідченням того, що отримано перехідний процес, який близький до експоненти зі сталою e . Дійсно, вираз (3.10) можна записати як

$$I_3 = \int_0^{\infty} \left[x(t) + e(x(t))' \right]^2 dt - 2e \int_0^{\infty} x(t) \cdot (x(t))' dt = \int_0^{\infty} \left[x(t) + e(x(t))' \right]^2 dt - ex^2(t) \Big|_0^{\infty}.$$

Так як $x(\infty) = 0$, то позначивши $x(0) = x_0$ отримаємо

$$I_3 = \int_0^{\infty} \left[x(t) + e(x(t))' \right]^2 dt - ex_0^2.$$

Інтеграл має мінімум, якщо перетворюється у нуль його підінтегральна функція, тобто показник I_3 є мінімальним, якщо функція помилки $x(t)$ задовольняє рівнянню

$$ex' + x = 0.$$

Розв'язком цього рівняння є функція виду $x(t) = x_0 e^{-t/e}$. Таким чином, ідеалізованим перехідним процесом в даному випадку є експоненціальний.

Інтегральні оцінки якості використовують у разі вибору оптимального значення будь-якого параметру системи, який може змінюватися, забезпечуючи тим самим мінімум такої оцінки. Крім того визначення інтегральних оцінок не потребує розв'язання диференційних рівнянь. Водночас недоліком таких оцінок є відсутність наочної відповідності між значеннями інтегральних показників і характеристиками перехідних процесів.

3.5. Точність систем за типових сигналів

Точність роботи систем автоматичного регулювання та управління в усталених режимах визначають за величиною усталеної помилки (підрозділ 1.5) за

типових вхідних та збуджуючих впливах. Зрозуміло, що чим меншою є ця помилка, тим точніше працює автоматична система.

Розглянемо визначення усталеної помилки за типових зовнішніх впливах на САР.

Вхідний вплив, який описується ступінчастою функцією. Враховуючи запровадженні позначення і вираз (1.2), вхідний вплив описують як $g(t) = g_0 1(t)$, де $g_0 = \text{const}$. З метою спрощення вважаємо, що на систему впливає один збурювальний вплив, який описують функцією $f(t) = f_0 1(t)$, де $f_0 = \text{const}$. Усталену помилку, яку ще називають статичною, можна визначити наступним чином:

$$x_{ycm} = x_{gcm} + x_{fcm}. \quad (3.11)$$

Перша складова виразу (3.11) відмінна від нуля тільки в статичних системах, де $W(0) = k_{заг}$ – загальний коефіцієнт підсилення розімкненої системи. Тоді

$$x_{gcm} = \frac{g_0}{1 + W(0)} = \frac{g_0}{1 + k_{заг}}.$$

Першу складову помилки (3.11) можна виключити шляхом масштабування вхідного сигналу системи. Ця складова також дорівнює нулю в автоматичних системах, для яких $g(t) = 0$ та у випадках, коли система є астатичною відносно вхідного впливу, так як при цьому $W(0) = \infty$.

Друга складова виразу (3.11) для системи, яка є статичною до впливу $f(t)$,

$$x_{fcm} = \frac{W_f(0)f_0}{1 + k_{заг}}.$$

В даному випадку $W_f(0)$ – відношення усталеної помилки до сталого впливу в системі з розімкненою ланкою управління.

Розглянуті складові помилки (3.11) можуть бути віднесені до методичних похибок на відміну від інструментальних, які характерні ЧЕ САР.

Вплив у вигляді лінійної функції. В цьому випадку $g(t) = At$ і $f(t) = f_0 1(t)$. Цей режим головним чином використовують в слідкуючих системах і він відповідає, наприклад, руху командної осі слідкуючої системи із сталою швидкістю. Використовуючи перетворення Лапласа, знайдемо

$$G(r) = \frac{A}{r^2};$$

$$F(r) = \frac{f_0}{r},$$

тоді усталена помилка є

$$x_{ycm} = \lim_{r \rightarrow 0} r \left[\frac{A/r^2}{1 + W(r)} \right] + \lim_{r \rightarrow 0} r \left[\frac{W_f(r)f_0/r}{1 + W(r)} \right] = x_{gc} + x_{fcm}. \quad (3.12)$$

Перша складова виразу (3.12) має суттєве значення тільки для систем з астатизмом першого порядку по відношенню до вхідного впливу. Ця складова помилки носить назву швидкісної і дорівнює відношенню швидкості вхідного впливу A до добротності системи за швидкістю k_1 :

$$x_{gc} = \frac{A}{k_1}.$$

Друга складова (3.12) – статична помилка за умови, що діє сталий збурений вплив. Якість системи тим вище, чим вище добротність системи. В статичних системах $x_{gc} = \infty$, при астатизмі вище першого порядку $x_{gc} = 0$.

Вплив у вигляді квадратичної функції. Для цього режиму визначимо, що $g(t) = at^2/2$, де $a = \text{const}$ і $f(t) = f_0 1(t)$. Режим є доцільним для слідкуючих систем та систем з програмним керуванням, які характеризуються астатизмом вище першого порядку. Вказаний режим, наприклад, може відповідати руху командної осі слідкуючої системи зі сталим прискоренням. Усталена помилка визначається як

$$x_{ycm} = \lim_{r \rightarrow 0} r \left[\frac{a/r^3}{1+W(r)} \right] + \lim_{r \rightarrow 0} r \left[\frac{W_f(r)f_0/r}{1+W(r)} \right] = x_{gn} + x_{fcm}. \quad (3.13)$$

Першу складову усталеної помилки (3.13) називають помилкою від прискорення і визначають як

$$x_{gn} = \frac{a}{k_2}.$$

Якість системи вважають тим кращою, чим більше є добротність системи за прискоренням k_2 . Друга складова (3.13), як і за інших режимів, визначає статичну помилку.

Вплив у вигляді гармонічної функції. Для цього режиму $g(t) = g_{\max} \sin w_g t$. Збуджуючі впливи тут можуть бути або незмінними або змінюватися. Такий режим широко використовують для оцінки динамічної точності систем автоматичного управління. Для спрощення розглянемо складову помилки лише від вхідного впливу g . Зрозуміло, що в усталеному режимі помилка також буде змінюватися за гармонічним законом з тією ж частотою w_g . Максимальне значення помилки можна знайти, використовуючи теорію передатних функцій (п.3.2):

$$x_{\max} = \frac{g_{\max}}{1+W(jw_g)}. \quad (3.14)$$

На практиці зазвичай $g_{\max} \gg x_{\max}$ і тому модуль знаменника співвідношення (3.14) можна вважати таким, що суттєво більше одиниці, а тому

$$x_{\max} = \frac{g_{\max}}{|W(jw_g)|} = \frac{g_{\max}}{A(w_g)}, \quad (3.15)$$

де $A(w_g)$ – значення амплітудно-частотної характеристики розімкненої системи на частоті w_g . З (3.15) випливає вимога до частотної характеристики розімкненої системи, для якої забезпечено необхідна точність управління:

$$A(w_g) \geq g_{\max} / x_{\max},$$

або

$$20 \lg A(w_g) \geq 20 \lg (g_{\max} / x_{\max}). \quad (3.16)$$

□ **Задача Р3.4.** Передатну функцію розімкненої слідкуючої системи визначають співвідношенням

$$W(r) = \frac{k}{r(1 + T_1 r)(1 + T_2 r)}.$$

Знайти перші три коефіцієнта величини помилки.

△ **Розв'язування.** Передатна функція розімкненої слідкуючої системи регулювання відносно помилки

$$\Phi_x(r) = \frac{1}{1 + W(r)} = \frac{r(1 + T_1 r)(1 + T_2 r)}{r(1 + T_1 r)(1 + T_2 r) + k}.$$

Для знаходження коефіцієнта помилки треба поділити чисельник на знаменник визначеного вище дробу

$$\begin{aligned} & [r(1 + T_1 r)(1 + T_2 r)] \div [r(1 + T_1 r)(1 + T_2 r) + k] = [r(1 + T_1 r)(1 + T_2 r) + k] \times \\ & \times \left[\frac{1}{k} r + \frac{1}{k} \left(T_1 + T_2 - \frac{1}{k} \right) r^2 + \dots \right] + \left[- \left(T_1 + T_2 - \frac{1}{k} \right) r^2 + \left(T_1 T_2 - \frac{T_1 + T_2}{k} \right) r^3 - \frac{T_1 T_2}{k} r^4 \right] \text{звідси} \end{aligned}$$

можна визначити тотожність виду

$$a_0 + a_1 r + \frac{a_2}{2} r^2 + \dots = \frac{1}{k} r + \frac{1}{k} \left(T_1 + T_2 - \frac{1}{k} \right) r^2 + \dots$$

з якої коефіцієнти величини помилки системи

$$a_0 = 0; \quad a_1 = \frac{1}{k}; \quad \frac{a_2}{2} = \frac{1}{k} \left(T_1 + T_2 - \frac{1}{k} \right).$$

△ **Відповідь.** $a_0 = 0; \quad a_1 = \frac{1}{k}; \quad a_2 = \frac{2}{k} \left(T_1 + T_2 - \frac{1}{k} \right).$

□ **Задача Р3.5.** Передатна функція замкненої системи

$$\Phi(r) = \frac{5r + 200}{0,001r^3 + 0,502r^2 + 6r + 200}.$$

Визначити усталене значення помилки (після завершення перехідного процесу) у разі зміни вхідної величини за законом: $g(t) = 5 + 20t + 10t^2$.

△ **Розв'язування.** Передатна функція замкненої системи відносно помилки

$$\Phi_x(r) = 1 - \Phi(r) = \frac{0,001r^3 + 0,502r^2 + r}{0,001r^3 + 0,502r^2 + 6r + 200}.$$

Поділивши чисельник на знаменник знаходять коефіцієнти помилок (див. попередню задачу):

$$a_0 = 0; \quad a_1 = 1/200 \text{ с}; \quad \frac{a_2}{2} = 0,00236 \text{ с}^2.$$

Далі знаходять похідні

$$\frac{dg(t)}{dt} = 20 + 20t;$$

$$\frac{d^2 g(t)}{dt^2} = 20.$$

Вираз для визначення помилки матиме вигляд:

$$x(t) = a_0 g(t) + a_1 \frac{dg(t)}{dt} + \frac{a_2}{2} \frac{d^2 g(t)}{dt^2} = 0,1472 + 0,1t.$$

△ **Відповідь.** $x(t) = 0,1472 + 0,1t$.

□ **Задача Р3.6.** Передатну функцію розімкненої системи визначають співвідношенням:

$$W(r) = \frac{50(1 + 0,15r)}{r^2(1 + 0,02r)}.$$

Визначити перші три коефіцієнта помилки.

△ **Відповідь.** $a_0 = 0$; $a_1 = 0$; $a_2 / 2 = 0,02 \text{ с}^2$.

3.6. Способи покращення процесу регулювання

Покращення процесу регулювання автоматичних систем насамперед полягає у підвищенні точності їх роботи. Разом з тим, задача підвищення точності роботи може бути розв'язана за рахунок: підвищення загального коефіцієнту підсилення розімкненої системи; підвищення порядку астатизму; компенсації збурень шляхом використання методів теорії інваріантності тощо. Розглянемо перелічені способи більш докладніше.

Збільшення загального коефіцієнту підсилення. Збільшення точності за рахунок підвищення загального коефіцієнту підсилення – найбільш розповсюджений спосіб. Це пояснюється тим, що значення усталених помилок є обернено пропорційні загальному коефіцієнту підсилення (п.3.5). Так в статичній системі помилку від зміни вхідного впливу розраховують за виразом

$$x_{gcm} = \frac{g_0}{1 + k_{заг}},$$

в системі з астатизмом першого порядку помилка за вхідним впливом визначають як

$$x_{gc} = \frac{A}{k_1},$$

для системи з астатизмом другого порядку як

$$x_{gn} = \frac{a}{k_2}.$$

Тобто, збільшення загального коефіцієнту підсилення призводить до зниження усталених помилок. Але від коефіцієнту підсилення залежить не лише точність, але й запас стійкості системи. Тому, при збільшенні коефіцієнту підсилення система наближається до коливальної межі стійкості. І цей факт треба враховувати.

Збільшення порядку астатизму. Цей спосіб насамперед полягає у введенні в склад системи додаткових інтегруючих чи ізодромних пристроїв. Послідовне підключення інтегруючих пристроїв з передатною функцією

$$W_i(r) = \frac{k_i}{r},$$

де k_i – коефіцієнт передачі ланки, у канал підсилення системи безпосередньо призводить до підвищення порядку астатизму, а отже до зниження усталених помилок системи. Разом з тим, за таких умов знижується і запас стійкості системи. Вихід з такої ситуації можливий за рахунок використання ізодромних пристроїв, які за структурою являють собою сукупність двох паралельно з'єднаних ланок – ідеальної інтегруючої та безінерційної. З теорії передатних функцій відомо, що передатна функція ізодромного пристрою має вигляд:

$$W_{i3}(r) = \frac{k_i}{r} + k_1 = \frac{k_i(1 + t_i r)}{r},$$

де $t_i = k_1 / k_i$ – стала часу ізодромного пристрою. Структурна схема слідкуючої системи з ізодромним пристроєм показана на рисунку 3.5.

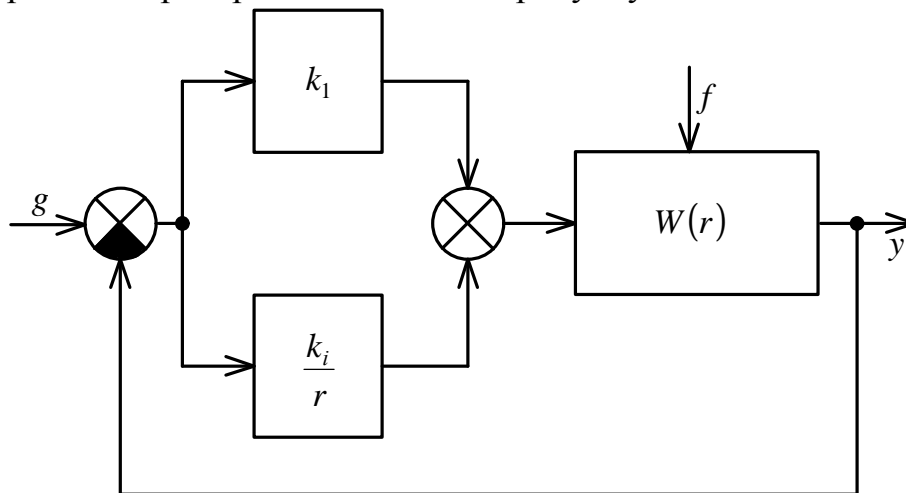


Рис. 3.5. Структурна схема САР (варіант)

3.7. Компенсація збурень

Цей спосіб підвищення точності є третім за класифікацією, він базується на використанні способів теорії інваріантності.

Автоматичну систему, в якій досягнута компенсація збурень, називають інваріантною. Система автоматичного управління є інваріантною по відношенню до збуджуючого впливу, якщо після завершення перехідного процесу величина, яку регулюють, та помилка системи не залежить від цього збурення. Слідкуюча система може бути інваріантною і по відношенню до вхідного задавального впливу, якщо після завершення перехідного процесу помилка системи не буде залежати від цього впливу. Тобто, в інваріантних системах усувається усталена складова помилки.

Основний спосіб побудови інваріантних систем полягає у застосуванні комбінованого керування, коли поряд з керуванням за відхиленням відбувається керування за збуренням (п.1.2). При комбінованому керуванні здійснюється регулювання як за замкненим, так і розімкненим циклами.

Доведено, що для отримання повної (абсолютної) інваріантності в системах необхідно вводити сигнали, які будуть пропорційні першій та вищим похідним від задавального впливу. Разом з тим, в реальних системах можна отримати однозначно лише першу похідну, всі вищі похідні можуть бути знайдені наближено. Це призводить до досягнення не повної, а лише часткової інваріантності. Застосування комбінованого управління підвищує точність системи і не впливає на її стійкість.

Недоліком способу є те, що для його використання необхідно мати можливість вимірювання збурень. І в більшості випадків безпосереднє вимірювання збурень або викликає ускладнення, або взагалі є неможливим.

3.8. Корегуючі пристрої систем автоматичного регулювання

Підвищення запасу стійкості системи можна досягти шляхом раціонального вибору параметрів системи та введення у її склад спеціальних пристроїв, які в літературі називають корегуючими. Корегуючі пристрої – це динамічні ланки з визначеними передатними функціями.

Корегуючі пристрої проводять такий перерозподіл нулів та полюсів передатних функцій розімкненої та замкненої систем, за яких автоматична система задовольняє не тільки критерію стійкості, але й критеріям якості щодо запасу стійкості та швидкодії. Графічна інтерпретація дії корегуючих пристроїв показана на рисунку 3.6, де зображені амплітудно-фазова характеристика нестійкої системи (суцільна лінія) та стійкої скорегованої системи (штрихова лінія). З цього рисунку можна зробити висновок, що корегуючі ланки дозволяють відсунути криві характеристик від межі, де вже не гарантована стійкість роботи самої системи.

Задачу досягнення потрібних якісних показників можна трактувати як задачу корекції амплітудно-фазової характеристики розімкненої системи у потрібному напрямку.

Корегуючі пристрої систем автоматичного управління та регулювання поділяють на три типи: послідовні, паралельні та пристрої з додатковим зворотнім зв'язком. У випадку лінійних систем корегуючому пристрою одного типу завжди можна підібрати еквівалентний пристрій іншого типу. Звідси випливає, що вибір типу корегуючого пристрою обумовлений лише зручністю технічної реалізації або умовами врахування нелінійних факторів.

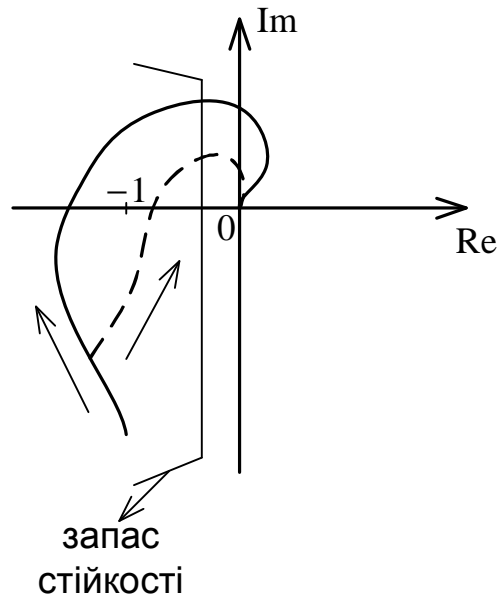


Рис. 3.6. Амплітудно-фазова характеристика системи автоматичного управління

Перехід від одного типу корегуючого пристрою до іншого виконують на основі формул перерахунку, які можна отримати шляхом прирівнювання відповідних передатних функцій схем. Якщо покласти, що передатна функція автоматичної системи (частини САР, до якої підключають корегуючий пристрій) має позначення $W(r)$, а $W_{\text{послкпр}}(r)$ – передатна функція послідовного корегуючого пристрою; $W_{\text{паркпр}}(r)$ – передатна функція паралельного корегуючого пристрою; $W_{\text{кпрв.з.}}(r)$ – передатна функція корегуючого пристрою з від’ємним зворотнім зв’язком, то формули перерахунку, які дозволяють перейти від одного типу корегуючого пристрою до іншого і навпаки, мають вигляд

$$W_{\text{послкпр}}(r) = \frac{1}{1 + W'(r)W_{\text{кпрв.з.}}(r)} = \frac{W'(r) + W_{\text{паркпр}}(r)}{W'(r)};$$

$$W_{\text{паркпр}}(r) = W'(r)[W_{\text{послкпр}}(r) - 1] = -\frac{(W'(r))^2 W_{\text{кпрв.з.}}(r)}{1 + W'(r)W_{\text{кпрв.з.}}(r)};$$

$$W_{\text{кпрв.з.}}(r) = \frac{1 - W_{\text{послкпр}}(r)}{W'(r)W_{\text{послкпр}}(r)} = -\frac{W_{\text{паркпр}}(r)}{(W'(r))^2 + W'(r)W_{\text{паркпр}}(r)}.$$

Розглянемо приклади корегуючих пристроїв різних типів на основі залучення електричних елементів.

Послідовні корегуючі пристрої. Найбільш широко розповсюдженими в теорії автоматики та електроприводу є пасивні електричні послідовні корегуючі пристрої, які будують на основі ланок з R, C, L – елементів. Серед основних таких ланок насамперед виділяють *пасивну інтегруючу ланку*, яка показана на рисунку 3.7.

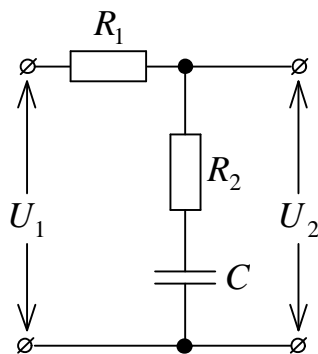


Рис. 3.7. Пасивна інтегруюча ланка

Передатна функція ланки може бути отримана через відношення повних опорів вихідного кола $Z_2(r)$ і вхідного $Z_1(r)$:

$$W_{\text{послкр}}(r) = \frac{Z_2(r)}{Z_1(r)} = \frac{R_2 + 1/rC}{R_1 + R_2 + 1/rC} = \frac{1 + R_2Cr}{1 + (R_1 + R_2)Cr} = \frac{1 + tr}{1 + Tr},$$

де $t = R_2C$; $T = (R_1 + R_2)C$.

Іншим прикладом послідовного корегуючого пристрою можна вважати пасивну диференційну ланку, яку зображено на рисунку 3.8. Передатна функція для цієї ланки буде мати вигляд:

$$W_{\text{послкр}}(r) = \frac{Z_2(r)}{Z_1(r)} = \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1}{1 + R_1Cr}} = \frac{R_2(1 + R_1Cr)}{R_1 + R_2 + R_1R_2Cr} = \frac{T(1 + tr)}{t(1 + Tr)},$$

де $t = R_1C$; $T = \frac{R_1R_2C}{R_1 + R_2}$.

Комбінацією двох вище розглянутих послідовних ланок є ланка, яка носить назву інтегрально-диференційну, її вигляд наведено на рисунку 3.9.

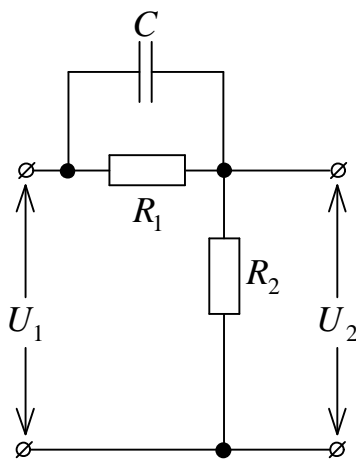


Рис. 3.8. Пасивна диференційна ланка

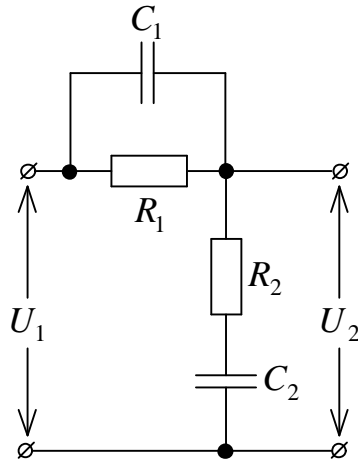


Рис. 3.9. Інтегрально-диференційна ланка

Для ланки (рис. 3.9) передатна функція має вигляд:

$$W_{\text{нослкпр}}(r) = \frac{Z_2(r)}{Z_1(r)} = \frac{R_2 + 1/rC_2}{\frac{R_1}{1 + R_1C_1r} + R_2 + \frac{1}{rC_2}} = \frac{(1 + t_1r)(1 + t_2r)}{(1 + T_1r)(1 + T_2r)},$$

де $t_1 = R_1C_1$; $t_2 = R_2C_2$; $T_1T_2 = t_1t_2$; $T_1 + T_2 = t_1 + (1 + R_1/R_2)t_2$.

Паралельні корегуючі пристрої. В даному випадку мають на увазі, що основному сигналу (шляху його проходження) паралельно підключають вище розглянуті інтегруючі чи диференційні ланки (рисунки 3.10 та 3.11). Використання інтегруючих ланок (ізодромний пристрій) дозволяє збільшити точність автоматичної системи в усталених режимах, диференційні ланки підвищують запас стійкості та точності системи.

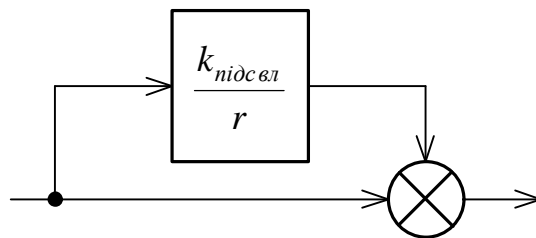


Рис. 3.10. Схема під'єднання інтегруючої ланки

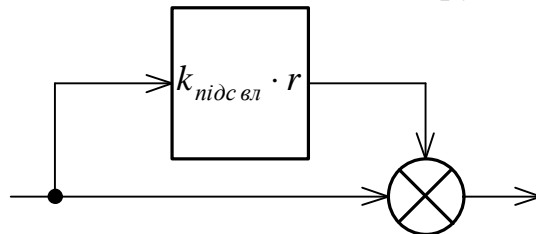


Рис. 3.11. Схема під'єднання диференційної ланки

Пристрої з додатковим зворотнім зв'язком. Додаткові зворотні зв'язки можуть бути жорсткими та гнучкими. *Жорсткий зворотній зв'язок* діє увесь час, а *гнучкий* – не діє за умови відсутності швидкості зміни вихідної координати ланки, яка охоплена цим зв'язком. В колі жорсткого зворотного зв'язку розташовують

позиційну ланку (безінерційну), в колі гнучкого зв'язку – диференційну. Інтегруючі ланки в колі додаткового зворотного зв'язку зазвичай не використовують. Розглянемо безінерційну ланку, яку охоплено жорстким та гнучким від'ємним зв'язком (рисунки 3.12 та 3.13).

У випадку використання жорсткого від'ємного зворотного зв'язку для безінерційної ланки (рис.3.12) передатна функція має вигляд:

$$W(r) = \frac{k_1}{1 + k_1 k_{33} / (1 + T_{33} r)} = \frac{k_1}{1 + k_1 k_{33}} \frac{1 + tr}{1 + tr},$$

де $t = T_{33}$; $T = T_{33} / (1 + k_1 k_{33})$.

Таким чином, в результаті охоплення ланки жорстким зворотнім зв'язком загальний коефіцієнт передачі зменшився, тобто в динамічному відношенні таке підключення зворотного зв'язку еквівалентне включенню в систему пасивної диференційної ланки.

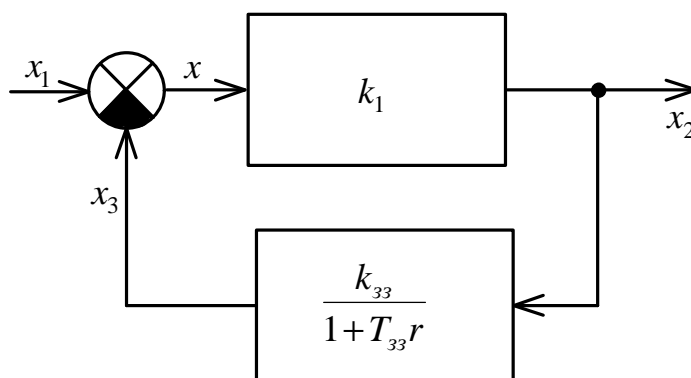


Рис. 3.12. Структурна схема безінерційної ланки із застосуванням жорсткого від'ємного зворотного зв'язку

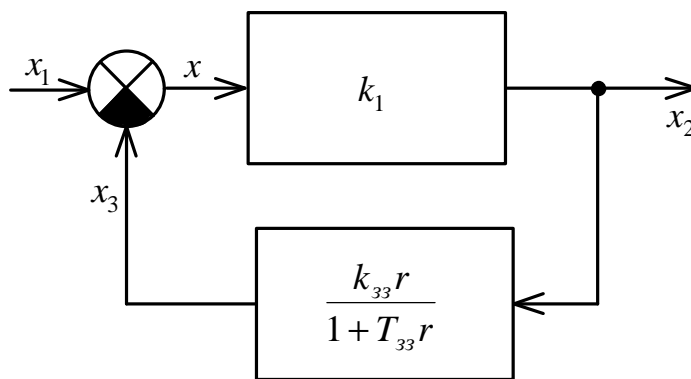


Рис. 3.13. Структурна схема безінерційної ланки із застосуванням гнучкого від'ємного зворотного зв'язку

Для режиму гнучкого від'ємного зворотного зв'язку (рис.3.13) для випадку основної безінерційної ланки можна знайти, що передатну функцію визначають співвідношенням:

$$W(r) = \frac{k_1}{1 + k_1 k_{33} r / (1 + T_{33} r)} = k_1 \frac{1 + tr}{1 + Tr},$$

де $t = T_{33}$; $T = T_{33} + k_1 k_{33}$. В цьому випадку можна переконатись, що коефіцієнт передачі не змінився. В динаміці цей тип зворотного зв'язку відповідає включенню в систему послідовної корегуючої ланки.

□ **Задача Р3.7.** Знайти передатну функцію пасивного електричного кола (рис. Р3.3) відносно напруг U_1 та U_2 .

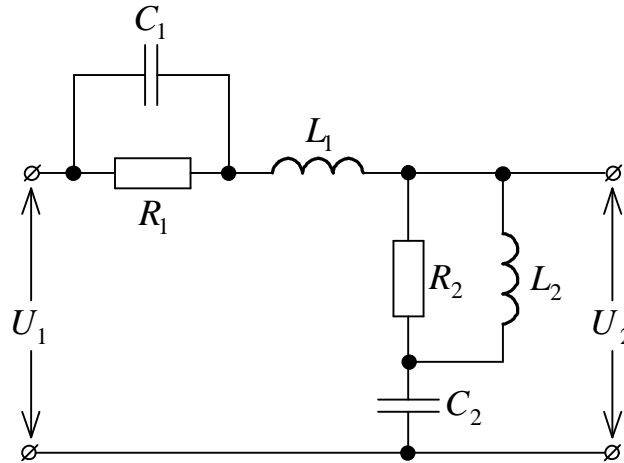


Рис. Р3.3. Пасивне електричне коло

△ **Розв'язування.** Для знаходження передатної функції електричного кола найчастіше застосовують операторну форму запису елементів кола на основі перетворення Лапласа ($r = \frac{d}{dt}$ – оператор диференціювання). Електричне коло, що наведено на рисунку Р3.3, можна перетворити у еквівалентне (рис. Р3.4):

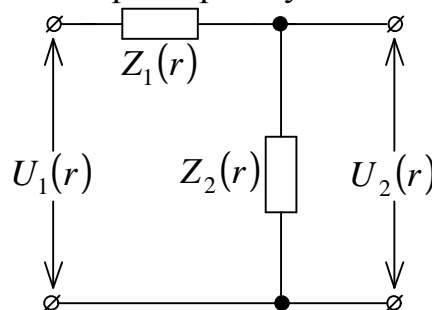


Рис. Р3.4. Еквівалентна форма електричного кола

За наведеною еквівалентною формою кола можна визначити наступні співвідношення:

$$Z_1(r) = \frac{\left(\frac{1}{rC_1}\right) \cdot R_1}{R_1 + \frac{1}{rC_1}} + rL_1 = \frac{R_1(T_1^2 r^2 + T_{1L} r + 1)}{T_{1C} r + 1};$$

$$Z_2(r) = \frac{R_2 L_2 r}{R_2 + L_2 r} + \frac{1}{C_2 r} = \frac{R_2(T_2^2 r^2 + T_{2L} r + 1)}{r(T_{2C} + T_2^2 r)};$$

де $T_1 = \sqrt{C_1 L_1}$; $T_{1L} = L_1 / R_1$; $T_{1C} = R_1 C_1$;

$T_2 = \sqrt{C_2 L_2}$; $T_{2L} = L_2 / R_2$; $T_{2C} = R_2 C_2$. Параметр T_{ij} – стала часу, її вимірюють в секундах. Так як падіння напруги на ділянці, де опори підключені послідовно, пропорційне величині цих опорів, то передатна функція для еквівалентної схеми буде мати вигляд:

$$W(r) = \frac{U_2(r)}{U_1(r)} = \frac{Z_{\text{вих}}(r)}{Z_{\text{вх}}(r)} = \frac{Z_2(r)}{Z_1(r) + Z_2(r)},$$

або

$$W(r) = \frac{R_2(a_0 r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3)}{R_2(a_0 r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3) + R_1(b_0 r^4 + b_1 r^3 + b_2 r^2 + b_3 r)},$$

де введені такі позначення: $a_0 = T_2^2 T_{1C}$; $a_1 = T_2^2 + T_{2L} T_{1C}$; $a_2 = T_{2L} + T_{1C}$; $a_3 = 1$;
 $b_0 = T_1^2 T_2^2$; $b_1 = T_1^2 T_{2C} + T_2^2 T_{1L}$; $b_2 = T_{1L} T_{2C} + T_2^2$; $b_3 = T_{2C}$.

△ **Відповідь.** $W(r) = \frac{R_2(a_0 r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3)}{R_2(a_0 r^3 + a_1 r^2 + a_2 r + a_3) + R_1(b_0 r^4 + b_1 r^3 + b_2 r^2 + b_3 r)}$.

□ **Задача Р3.8.** Отримати формулу для розрахунку передатної функції відносно напруг U_1 та U_2 для пасивного електричного кола у вигляді мостової схеми (рис. Р3.5)

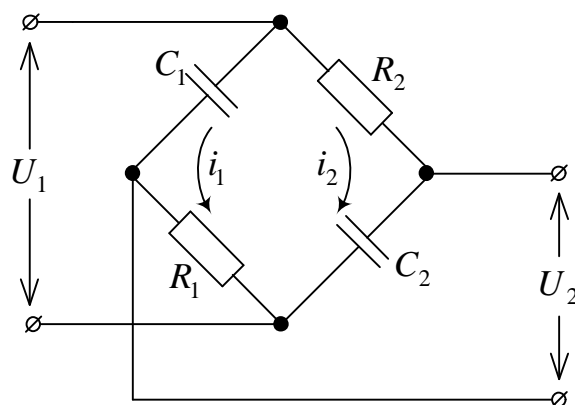


Рис. Р3.5. Пасивне електричне коло у вигляді моста

△ **Розв'язування.** Напругу на виході мостової схеми з урахуванням струмів, які протікають в колі можна визначити через співвідношення:

$$U_2(t) = \frac{1}{C_2 r} i_2(t) - R_1 i_1(t),$$

де $i_1 = \frac{U_1 C_1 r}{T_1 r + 1}$; $i_2 = \frac{U_1 C_2 r}{T_2 r + 1}$; $r = \frac{d}{dt}$; $T_1 = R_1 C_1$; $T_2 = R_2 C_2$. Або

$$U_2(t) = \frac{1 - T_1 T_2 r^2}{(T_1 r + 1)(T_2 r + 1)} U_1(t),$$

звідси можна дістати вираз для розрахунку передатної функції

$$W(r) = \frac{1 - T_1 T_2 r^2}{(T_1 r + 1)(T_2 r + 1)}$$

△ **Відповідь.** $W(r) = (1 - T_1 T_2 r^2) / [(T_1 r + 1)(T_2 r + 1)]$.

□ **Задача Р3.9.** Знайти передатну функцію відносно напруг U_1 та U_2 для пасивного електричного кола у вигляді мостової схеми (рис. Р3.6)

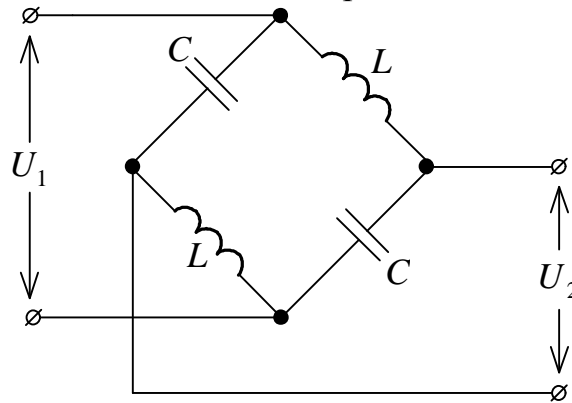


Рис. Р3.6. Пасивне електричне коло у вигляді моста

△ **Відповідь.** $W(r) = \frac{1 - T^2 r^2}{1 + T^2 r^2}$, де $T = \sqrt{LC}$.

□ **Задача Р3.10.** Як зміняться сталі часу T_1 та T_2 , коефіцієнт передачі K , час перехідного процесу для коливальної ланки другого порядку, якщо її охопити жорстким від'ємним зворотнім зв'язком з коефіцієнтом передачі K_0 (рис. Р3.7).

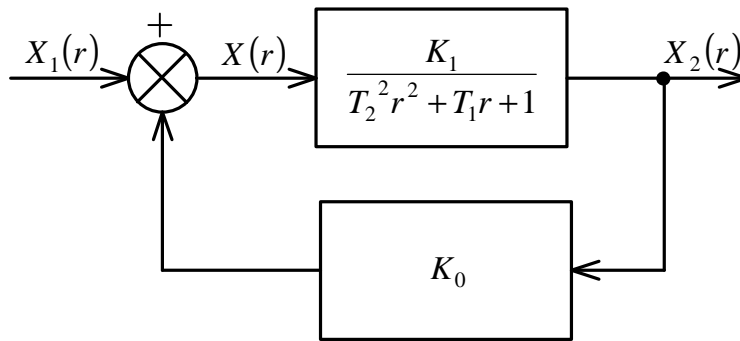


Рис. Р3.7. Структурна схема системи

△ **Відповідь.** Час перехідного процесу зменшиться, так як зменшаться обидві сталі T_1 та T_2 . Так стала часу T_1 зменшиться у $1 + K_1 K_0$ раз, тоді як стала часу T_2 зменшиться лише у $\sqrt{1 + K_1 K_0}$ раз. Коефіцієнт передачі з введенням зворотного зв'язку зменшиться в $1 + K_1 K_0$ раз.

4. ОСОБЛИВОСТІ СИНТЕЗУ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ТА УПРАВЛІННЯ

Задача синтезу автоматичних систем полягає у визначенні динамічних та статичних характеристик, які за дотримання необхідних обмежень найкраще задовольняють висунутим вимогам. Іншими словами, синтез – процес проектування САР, в межах якого проводять пошук оптимальної структури системи та її характеристик з точки зору досягнення необхідних показників якості. До проблеми синтезу систем можна віднести питання синтезу оптимальних динамічних характеристик системи, параметрів системи певної структури та корегуючих пристроїв за заданими якісними показниками.

Синтез оптимальних динамічних характеристик системи у більшості випадків полягає у розв'язанні варіаційної задачі, яка забезпечує найкраще управління або теоретичний мінімум помилки управління.

Синтез параметрів системи заданої структури та синтез корегуючих пристроїв можна розглядати як певну інженерну задачу, яка визначає таку побудову САР, за якої забезпечено виконання технічних вимог до системи.

Слід підкреслити, що у разі інженерного синтезу САР та САУ на практиці рекомендовано забезпечити у першу чергу точність та допустимий рівень перехідних процесів. Необхідну точність досягають за рахунок вибору загального коефіцієнта підсилення системи і, якщо потрібно, за рахунок додаткового використання корегуючих засобів. За цих умов точність системи оцінюють за величиною помилки в типових режимах.

Великі труднощі виникають при забезпеченні необхідного рівня перехідних процесів системи. Разом з тим, комп'ютерні засоби допомагають знайти розв'язок задачі синтезу не лише на основі наближених методів, а й визначеним перебором можливих розв'язків вихідної системи диференційних рівнянь за умови зміни параметрів корегуючих пристроїв.

4.1. Метод кореневого годографу

В системах регулювання та управління зазвичай об'єкт управління відомий. Якщо ж до того задана структура регулятора та корегуючих пристроїв, то задача синтезу полягає у виборі параметрів регулятора та корегуючих пристроїв, виходячи з існуючих вимог до системи. При цьому при виборі параметрів САР використовують зв'язки між характеристиками розподілу коренів (нулі та полюса) передатної функції та перехідними характеристиками систем. Характеристика розподілу коренів дозволяє приблизно визначити ступінь стійкості автоматичної системи, її коливальність.

Розглянемо метод вибору параметрів системи чітко визначеної структури – метод кореневого годографу.

Названий метод пов'язаний з побудовою траєкторії коренів характеристичного рівняння замкненої системи (годографу системи). Іншими

словами, він передбачає побудову картини переміщення нулів та полюсів передатної функції системи залежно від зміни параметрів.

Розглянемо сутність методу кореневого годографа на прикладі зміни одного параметру автоматичної розімкненої системи – коефіцієнта підсилення k_{nidc} . В загальному випадку передатну функцію розімкненої системи можна визначити як відношення двох поліномів:

$$W(r) = \frac{k_{nidc}M(r)}{N(r)} = \frac{k_{nidc}(M_0r^m + M_1r^{m-1} + \dots + 1)}{N_0r^n + N_1r^{n-1} + \dots + 1},$$

де $n \geq m$. Тоді, характеристичне рівняння замкненої системи матиме вигляд:

$$N(r) + k_{nidc}M(r) = 0, \quad (4.1)$$

або

$$N(r)/k_{nidc} + M(r) = 0. \quad (4.2)$$

З аналізу рівняння (4.1) випливає, що коли $k_{nidc} \rightarrow 0$, то корені характеристичного рівняння замкненої системи прямують до коренів характеристичного рівняння розімкненої системи, тобто до коренів рівняння $N(r) = 0$, тобто до полюсів передатної функції $W(r)$.

Навпаки, з рівняння (4.2) можна знайти, що за умови, коли $k_{nidc} \rightarrow \infty$ корені характеристичного рівняння замкненої системи прямують до коренів рівняння $M(r) = 0$, тобто до нулів функції $W(r)$. Оскільки в існуючих автоматичних системах справджується нерівність $n \geq m$, то при $k_{nidc} \rightarrow \infty$ число $n - m$ – коренів поліному $N(r) + k_{nidc}M(r)$ будуть наближатися до нескінченності. Коли ж $M(r) = 1$, тобто $m = 0$, то усі корені рівняння (4.1) при $k_{nidc} \rightarrow \infty$ наближаються до нескінченності. У разі застосування графічного способу (методом годографа) аналіз характеру коренів залежно від зміни параметрів значно спрощується. Так, графічно знаходять корені, які розташовані на дійсній осі площини коренів для обраного значення коефіцієнта підсилення k_{nidc} . За тим самим годографом знаходять число комплексних коренів та значення k_{nidc} , за яким дійсні корені переходять у комплексну область.

Траєкторії (годографи) комплексних коренів у разі зміни k_{nidc} знаходять за виразом $k_{nidc} = -N(r)/M(r)$ (з (4.1)) з одночасною підстановкою $r = -a + jb$, де a, b – дійсні додатні числа. Тоді можна записати у символній формі

$$k_{nidc} = -N(-a + jb)/M(-a + jb) = F_1(a, b) + jF_2(a, b).$$

Оскільки k_{nidc} є дійсною величиною, то $F_2(a, b) = 0$ і $k_{nidc} = F_1(a, b)$. Розв'язок рівняння $F_2(a, b) = 0$ дозволяє знайти залежність $b = f(a)$, яка і є годографом коренів з різними значеннями параметру k_{nidc} .

4.2. Синтез корегуючих пристроїв

При синтезі корегуючих пристроїв виходять з того, що об'єкт регулювання є заданим і саме регулятор системи найчастіше підлягає синтезу. Для розв'язання цієї

задачі доцільним з позицій зручності є використання частотних методів синтезу, в яких задіяні логарифмічні частотні характеристики, зокрема *логарифмічні амплітудно-частотні характеристики* (ЛАЧХ). Синтез корегуючих пристроїв на основі цих характеристик полягає у наступному.

Вихідними даними до синтезу вважають ЛАЧХ вихідної незкорегованої системи A_{lg} і вимоги, які висувають до процесу керування чи регулювання. На основі цих вимог будують так звану бажану логарифмічну амплітудну характеристику $A_{lg\delta}$. Різниця $A_{lg\delta} - A_{lg}$ дає необхідну ЛАЧХ, наприклад, послідовного корегуючого пристрою $A_{lg_{nkn}}$. За видом цієї характеристики визначається структура і параметри послідовного корегуючого пристрою.

У випадку, коли корегування динамічних властивостей систем автоматичного управління виконують за рахунок додаткового зворотного зв'язку або прямого паралельного зв'язку, розрахунок та синтез дещо ускладнено. Так для розрахунку можуть використовуватися формули перерахунку послідовного корегуючого пристрою в еквівалентний додатковий зворотній зв'язок або прямий паралельний зв'язок. Досить часто синтез систем автоматичного управління завершують побудовою графіку перехідного процесу.

Таким чином, синтез корегуючих пристроїв на основі використання ЛАЧХ складається з п'яти основних етапів: побудова ЛАЧХ вихідної незкорегованої системи; побудова бажаних ЛАЧХ; визначення виду та параметрів корегуючих пристроїв; технічна реалізація корегуючих пристроїв та проведення перевірного розрахунку системи з побудовою перехідного процесу. Існують декілька підходів до частотних методів синтезу, які відрізняються побудовою бажаних частотних характеристик.

Розглянемо деякі загальні рекомендації щодо побудови бажаної ЛАЧХ.

1. Вигляд низькочастотної області ЛАЧХ (рис.4.1) визначає головним чином точність роботи систем автоматичного управління. Область середніх частот, в якій знаходиться частота зрізу w_z , відповідає, в основному, за запас стійкості, тобто за якість перехідних процесів. Високочастотна область несуттєво впливає на якість процесів управління.

2. Бажана ЛАЧХ в якомога більшому інтервалі частот повинна співпадати з ЛАЧХ вихідної некорегованої системи. У протилежному випадку реалізація корегуючих пристроїв може значно ускладнитися, особливо, якщо треба збільшити частоту зрізу і значно підвищити коефіцієнт підсилення на високих частотах.

3. У низькочастотній області нахил бажаної ЛАЧХ повинен складати $-20n$ дБ/декада, де n – порядок астатизму системи. Бажана ЛАЧХ на частоті $w = 1$ 1/сек має ординату $20\lg K_n$, де K_n – загальний коефіцієнт підсилення розімкненої системи.

Якщо задана припустима помилка x_{\max} для гармонічного вхідного впливу $g(t) = g_{\max} \sin w_g t$, то бажана ЛАЧХ повинна бути розташована вище контрольної точки A_k (п.3.5), яка на частоті w_g має ординату, що дорівнює $20\lg(g_{\max} / x_{\max})$.

Якщо задана припустима помилка x_{\max} та відомі лише максимальна швидкість $\Omega_{1\max}$ та максимальне прискорення $a_{1\max}$ вхідного впливу, то може бути підібрано еквівалентний гармонічний вплив, у якого амплітуди швидкості та прискорення дорівнюють заданим значенням, тобто:

$$g(t) = g_{\max} w_g \cos(w_g t) = \Omega_{1\max} \cos w_g t;$$

$$\ddot{g}(t) = -g_{\max} w_g^2 \sin w_g t = -a_{1\max} \sin w_g t,$$

звідки отримаємо

$$w_g = a_{1\max} / \Omega_{1\max}; \quad g_{\max} = \Omega_{1\max}^2 / a_{1\max}.$$

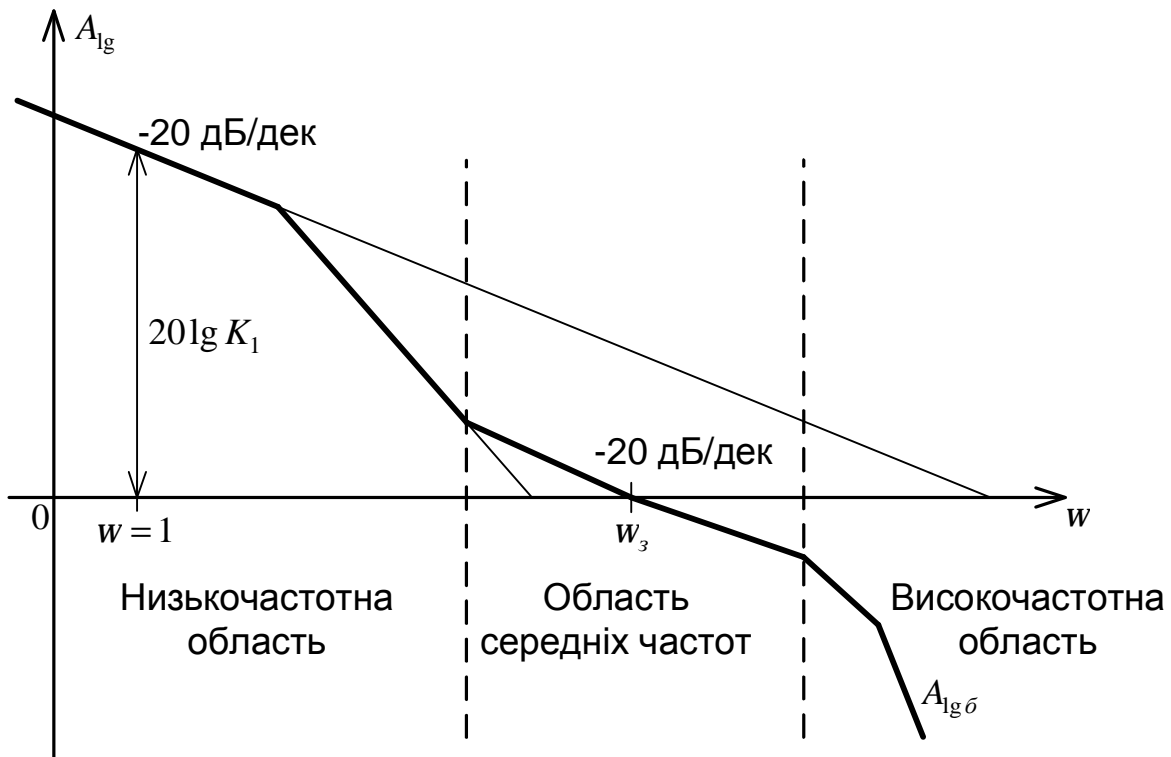


Рис. 4.1. Вигляд бажаної ЛАЧХ

Тоді ордината контрольної точки A_k буде дорівнювати $20\lg(\Omega_{1\max}^2 / a_{1\max} x_{\max})$. Якщо задано $\Omega_{1\max}$, $a_{1\max}$, то можна визначити так звану заборонену зону для низькочастотної частини ЛАЧХ. Для цього необхідно побудувати ряд контрольних точок, для яких амплітуда швидкості дорівнює максимальному значенню, а амплітуда прискорення менше максимального значення і, навпаки, коли амплітуда прискорення є максимальною, то амплітуда швидкості – менше максимального значення. набір цих контрольних точок утворює дві прямі лінії з нахилами -20 дБ/декада та -40 дБ/декада, які перетинаються на частоті w_g . Задля уникнення попадання бажаної ЛАЧХ у заборонену зону, слід підняти цю характеристику над контрольною точкою на 3 дБ (рис.4.2). При цьому

$$K_1 = \sqrt{2} \Omega_{1\max} / x_{\max}.$$

4. В області частоти зрізу w_3 нахил бажаної ЛАЧХ обирають рівним -20 дБ/декада, що дозволяє зазвичай забезпечити необхідний запас стійкості. Чим більшою є протяжність ділянки з нахилом -20 дБ/декада, тим більшим є запас стійкості, тобто тим вище є якість перехідного процесу.

Швидкодію системи автоматичного управління у всіх цих випадках оцінюють за значенням частоти зрізу:

$$t_n \approx (1 \div 2)2p / w_3.$$

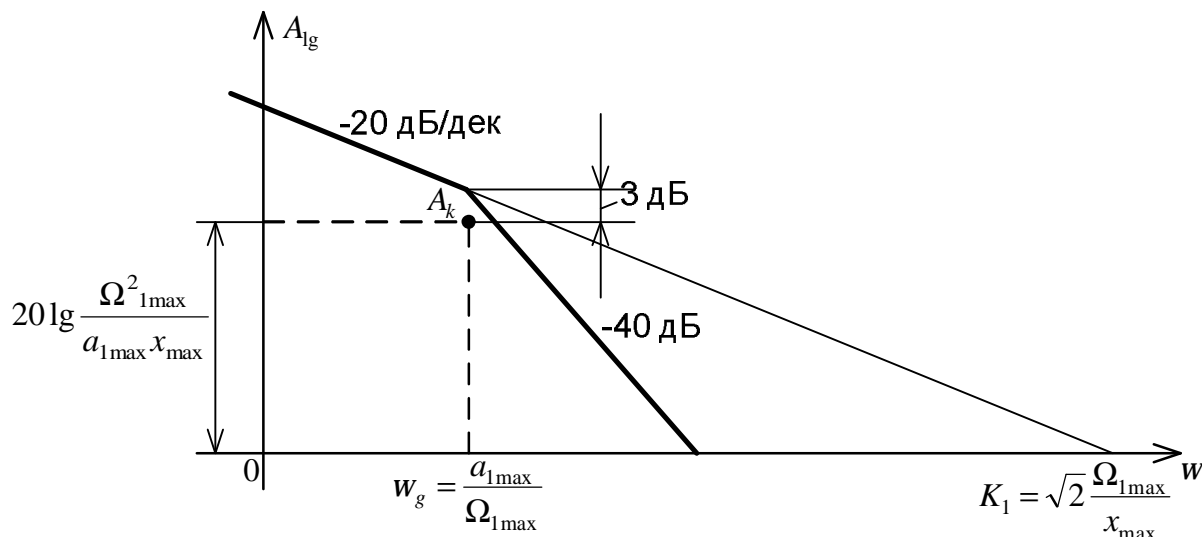


Рис. 4.2. Заборонена зона для низькочастотної частини ЛАЧХ

4.3. Метод припасовування

В деяких випадках у разі дослідження нелінійних систем автоматичного регулювання існує можливість побудувати нелінійні характеристики (наприклад, релейну або перехідну характеристики схеми) з відрізків прямих, що визначають певні режими або умови роботи зазначених систем. Ці режими роботи, їх зміну визначають певним порядком перемикання електронних ключів, які входять до складу автоматичної системи, адже моменти перемикання ключів супроводжуються виникненням в системі певних перехідних процесів за основними електричними параметрами. В той же час, певний інтервал нелінійної характеристики (перехідний стан та положення рівноваги) можна описати відповідною системою нелінійних рівнянь, і перехід від одного положення системи до іншого (замкнення одних ключів і розмикання інших) призведе до розподілу побудованої загальної системи нелінійних рівнянь, що описує роботу, на дві лінійні системи, кожна з яких буде справедливою лише у визначеній області значень змінних. Яскравим прикладом такого розпаду рівнянь може слугувати аналіз рівнянь для релейної системи. Таким чином, опис функціонування нелінійної системи автоматичного регулювання може бути описаний за рахунок отримання набору розв'язків лінійних систем, які змінюються з часом, і кінцеві значення змінних попередньої ділянки при цьому приймають за початкові значення змінних наступної ділянки нелінійної

характеристики (визначення граничних умов системи). Такий метод побудови та аналізу перехідних процесів отримав назву методу припасовування, оскільки він передбачає визначення сталих інтегрування, виходячи з погодження (припасовування) значень змінних на границі сусідніх ділянок відповідної характеристики. Побудувавши на основі методу припасовування криву перехідного процесу і проаналізувавши її, можна визначити умови стійкості нелінійної системи автоматичного регулювання, а також оцінити якість перехідного процесу. Метод припасовування є чисельно-аналітичним методом і дозволяє значно спростити аналіз роботи складних багатоступінчастих автоматичних систем. Недоліком такого методу є його громіздкість.

□ **Задача Р4.1.** Характеристичне рівняння системи має вигляд: $(k_1 - k_2)r^3 + a_1r^2 + a_2r + a_3 = 0$, де $k_1 = 25 \text{ с}^3$; $k_2 = 25 \text{ с}^3$; $a_1 = 10 \text{ с}^2$; $a_2 = 5 \text{ с}^2$; $a_3 = 25$. Визначити стійкість системи.

△ **Розв'язування.** Коефіцієнт старшого члену характеристичного поліному $a_0 = k_1 - k_2$. Коли $k_1 - k_2 < 0$ система є нестійкою, оскільки не виконується умова стійкості. У випадку, коли $k_1 - k_2 > 0$ і $a_1a_2 - a_0a_3 > 0$ система є стійкою. З умови задачі $a_0 = k_1 - k_2 = 25 - 25 = 0$, тобто система знаходиться на границі стійкості.

△ **Відповідь.** Система знаходиться на границі стійкості.

□ **Задача Р4.2.** Характеристичне рівняння системи має вигляд: $a_0r^4 + a_1r^3 + a_2r^2 + a_3r = 0$, де $a_0 = 10 \text{ с}^4$; $a_1 = 5 \text{ с}^3$; $a_2 = 2 \text{ с}^2$; $a_3 = 10 \text{ с}$. Визначити стійкість системи.

△ **Розв'язування.** Характеристичне рівняння системи можна записати у такому вигляді:

$$(a_0r^3 + a_1r^2 + a_2r + a_3) \cdot r = 0$$

з якого випливає, що один з коренів рівняння дорівнює нулю. Система буде на границі стійкості, якщо усі інші корені рівняння будуть розташовані в лівій половині площини коренів. Для цього коефіцієнти поліному повинні задовольняти умовам: $a_0 > 0$; $a_1 > 0$; $a_2 > 0$; $a_3 > 0$; і $a_1a_2 > a_0a_3$. Остання умова для параметрів задачі не виконується і через це система є не стійкою.

△ **Відповідь.** Система є не стійкою.

□ **Задача Р4.3.** Характеристичне рівняння системи має вигляд: $r^3 + r^2 + 2r + 1 = 0$. Визначити стійкість системи.

△ **Відповідь.** Система є стійкою.

□ **Задача Р4.4.** Передатна функція розімкненої системи має вигляд: $W(r) = \frac{k}{r(1 + Tr)}$.

Визначити умови стійкості замкненої системи.

△ **Відповідь.** $k > 0$, $T > 0$.

□ **Задача Р4.5.** Передатна функція розімкненої системи $W(r) = k/r^2$, де $k = 100 \text{ с}^{-2}$. Визначити стійкість замкненої системи.

△ **Відповідь.** Замкнена система в даному випадку знаходиться на границі стійкості.

□ **Задача Р4.6.** Передатна функція замкненої системи має вигляд:

$W(r) = \frac{k}{T_1 T_2 r^3 + (T_1 + T_2) r^2 + r + k}$, де $k = 50 \text{ с}^{-1}$, $T_1 = 0,2 \text{ с}$, $T_2 = 0,2 \text{ с}$. Визначити

стійкість системи.

△ **Відповідь.** Система є не стійкою.

5. САМОНАСТРОЮВАЛЬНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

5.1. Визначення та класифікація самонастроювальних систем

Самонастроювальними називають такі системи автоматичного регулювання, для яких параметри і структура керуючого пристрою, а можливо і управляючі впливи, автоматично змінюються на основі поточної інформації для здійснення необхідного керування об'єктом у разі початкової невизначеності щодо процесу та умов роботи.

Необхідність проектування самонастроювальних систем полягає у тому, що для синтезу систем управління, окрім заданих вимог щодо якості процесу, необхідно мати інформацію стосовно самого об'єкта, його початкового стану, та збурень, які діють на цей об'єкт. Отримання цієї інформації, як правило, або є неможливим, або пов'язане зі значною втратою часу та матеріальних ресурсів. Коли ж ця інформація є відомою, то в процесі експлуатації систем вона, зрозуміло, може змінюватися внаслідок особливостей експлуатації, транспортування, старіння компонентів системи, відмов окремих елементів тощо. До того ж, якість управління визначається не лише властивостями об'єкту та регулятора, але й характером збурень, що діють на систему. Досить часто розробники системи взагалі не мають уяви, які саме зовнішні збурення будуть впливати на об'єкт та регулятор в процесі їх експлуатації в складі системи. Найкращим був би випадок, коли система сама автоматично отримувала б необхідну інформацію для відпрацювання необхідних впливів. Маючи ці особливості, вона набуває нової якості – якості самонастроювання (адаптації).

Самонастроювальні системи забезпечують підтримання екстремального або заданого значення визначеного показника якості. За способом отримання інформації щодо поточного значення показника якості самонастроювальні системи поділяють на пошукові (екстремальні) та безпошукові (аналітичні). В пошукових системах екстремум показника якості знаходиться на основі процедури пошуку за часом у просторі вхідних координат об'єкту (керуючих впливів).

В *безпошукових системах* найкраще управління зазвичай знаходиться в результаті використання аналітичних залежностей, які визначають зв'язок необхідного значення показника якості з параметрами управління.

Функціонування самонастроювальної системи характеризується трьома основними етапами:

- 1) отримання інформації щодо поточного стану процесу управління (характеристики об'єкту, зовнішні впливи або дані стосовно відхилення від оптимального режиму). Цей етап носить назву етапу ідентифікації;
- 2) обробка цієї інформації та знаходження величин керуючих впливів (настроювання, параметри, структури);
- 3) реалізація отриманих керуючих впливів.

Рисунок 5.1 містить узагальнену схему самонастроювальної системи. Визначеним етапам процесу самонастроювання відповідають на рисунку наступні блоки – аналізатор (А); синтезатор (С) та виконуючі пристрої (ВП). На рисунку 5.1.

запроваджені такі позначення: y – вихідний сигнал системи; g – вхідний сигнал системи; f – завада; g_1, g_2 – корегуючі впливи контуру самонастроювання; g_3 – пробні сигнали; z_1, z_2 – сигнали для отримання інформації щодо розімкненого контуру основної системи; P – регулятор; O – об’єкт регулювання; $ЗЗ$ – ланка зворотного зв’язку.

Аналізатор – пристрій для визначення динамічних характеристик системи і, можливо, вхідних сигналів g, f . Він може використовуватися для визначення динамічних характеристик як усієї замкненої системи, так і лише об’єкта регулювання. У першому випадку на аналізатор повинні надходити сигнали зі входу (z_1) та виходу (y) системи. У другому випадку використовують сигнали на вході (z_2) та виході (y) об’єкту. Крім цього, названий блок може проводити оцінювання завад та корисного сигналу g .

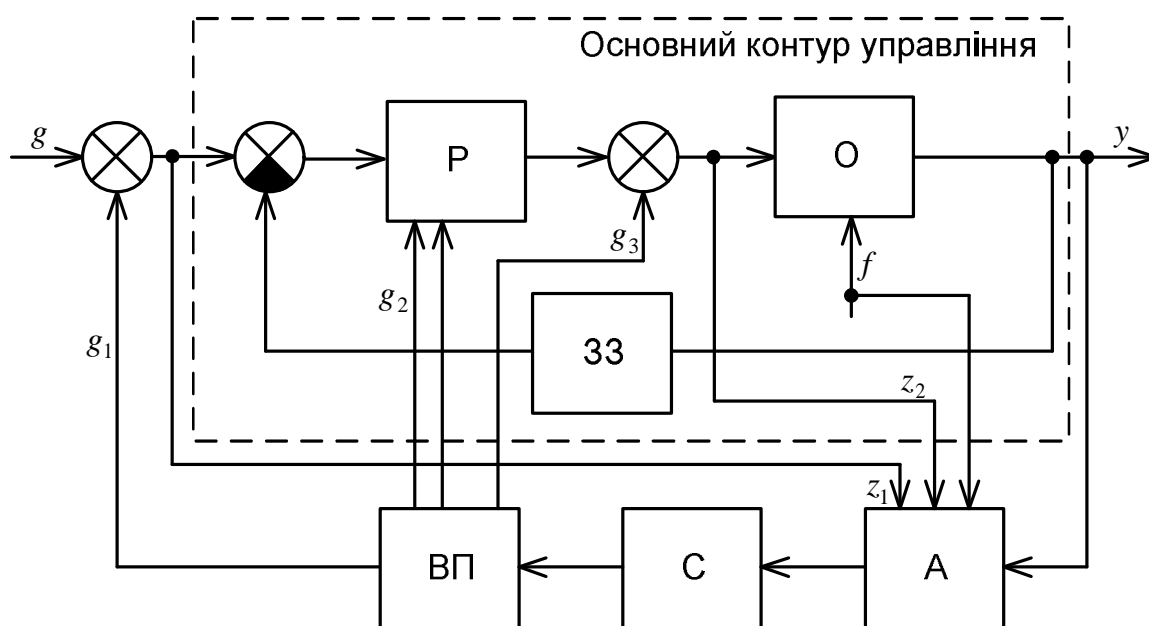


Рис. 5.1. Узагальнена схема самонастроювальної системи регулювання

Синтезатор – пристрій, який призначений для визначення на основі заданого критерію самонастроювання необхідних значень параметрів, структури регулятора.

Виконуючий пристрій контуру самонастроювання впливає на змінну частину регулятора або шляхом перенастроювання його параметрів (сигнал g_2), або шляхом формування додаткового сигналу g_1 . За необхідності виконуючий пристрій генерує пробні сигнали g_3 з метою організації пошукових коливань системи задля спрощення процесу ідентифікації. Для організації пошукових коливань можуть також бути задіяні сигнали g_1 і g_2 .

5.2. Екстремальні системи

Екстремальна система автоматичного регулювання призначена для автоматичного пошуку регулюючих впливів, які відповідають оптимальному (екстремальному) значенню показника якості при неконтрольованій зміні характеристик системи та зовнішніх умов, що впливають на положення екстремальної точки показника якості. В екстремальній системі відповідне переналаштування вхідних впливів проводиться шляхом аналізу результатів пробних рухів (коливань), в процесі яких вивчається тенденція зміни показника якості системи. На рис.5.2 наведена структурна схема екстремальної системи. Особливістю цієї схеми є наявність пристрою автоматичного пошуку (ПАП) екстремуму, який проводить аналіз показника якості N і через виконуючий елемент (ВЕ) направляє на вхід об'єкту керуючий вплив m такий, щоб характеристика $N(m)$ отримала екстремальне значення N_0 . Слід зазначити, що в екстремальній системі ПАП виконує функції аналізатора та синтезатора.

Екстремальний регулятор (ЕР) доцільно використовувати лише тоді, коли функція $N(m)$, яка характеризує показник якості, є "плаваючою", тобто як сама величина N_0 , так і відповідне їй значення m_0 суттєво змінюються неконтрольованим способом.

Зазвичай показник якості системи залежить від декількох регулюючих впливів, тобто $N = N(m_1, \dots, m_n)$. В точці екстремуму повинні виконуватись умови

$$\frac{\partial N}{\partial m_1} = 0; \dots \frac{\partial N}{\partial m_n} = 0;$$

тобто

$$\text{grad}N = \sum_{i=1}^n \bar{a}_i \frac{\partial N}{\partial m_i} = 0,$$

де \bar{a}_i – базисні вектори.

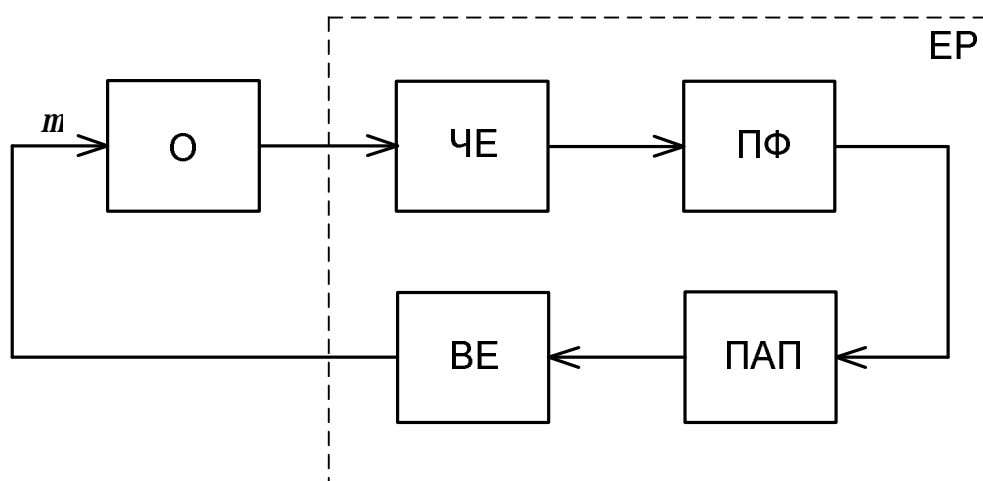


Рис. 5.2. Загальна схема екстремальної системи

Таким чином, екстремальна система повинна забезпечувати рух робочої точки по поверхні N у просторі m_1, \dots, m_n до точки, де $\text{grad}N = 0$. Для досягнення цього слід по-перше, визначити градієнт і, по-друге, відповідно до значення цього градієнту забезпечити рух до точки екстремуму. Визначення градієнту проводять на основі способів синхронного детектування, безпосереднього вимірювання похідної та запам'ятовування і утримування екстремуму.

Спосіб синхронного детектування полягає в тому, що для орієнтації робочої точки відносно екстремуму показника якості до основних вхідних сигналів m_1^*, \dots, m_n^* , які змінюються повільно, додаються малі гармонічні складові. Синхронні детектори, які входять до схеми, виконують операцію перемноження функції $N(m_1^*, \dots, m_n^*)$ на відповідні гармонічні складові та операцію усереднення за часом цих добутків. В результаті цього, на виході синхронних детекторів маємо величини, які пропорційні складовим градієнту $\partial N / \partial m_1, \dots, \partial N / \partial m_n$ в точці (m_1^*, \dots, m_n^*) .

Спосіб безпосереднього вимірювання похідної передбачає диференціювання функції N за часом. Тобто можемо визначити

$$\frac{dN}{dt} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial N}{\partial m_i} \dot{m}_i.$$

Нехай є можливість задавати величини m_k , тоді

$$\frac{dN}{dt} = \dot{m}_k \partial N / \partial m_k, \quad k = 1, 2, \dots, n$$

Звідки і знаходять складові градієнту.

У випадку використання способу запам'ятовування та утримування екстремуму система здійснює пошукові коливання в районі екстремуму. При досягненні екстремуму в запам'ятовуючому пристрої регулятора фіксується екстремальне значення показника якості N_0 . Сигнал, пропорційний величині градієнту, визначають як різницю значень функції N (значення величини, що в пам'яті та поточного значення величини).

Забезпечення руху до точки екстремуму може здійснюватися за допомогою методу поступової зміни змінних (метод Гауса-Зайделя) та методу градієнту. Перший метод полягає у поступовій зміні змінних m_1, \dots, m_n та визначенні часткових екстремумів виду $\partial N / \partial m_k = 0$ за умови, що інші змінні $m_1, \dots, m_{k-1}, m_{k+1}, \dots, m_n$ є сталими. Спочатку встановлюється початкова точка пошуку. Далі усі змінні m_2, \dots, m_n фіксуються, а змінна m_1 варіюється до тих пір, поки не буде виконана умова $dN / dm_1 = 0$. В цій точці величину m_1 фіксують і починають змінювати змінну m_2 до досягнення умови $dN / dm_2 = 0$ тощо. Після знаходження точки, де $dN / dm_n = 0$ знову змінюють m_1 і весь цикл повторюється. Така процедура виконується доти, доки не буде отримана точка екстремуму.

Метод градієнту полягає в одночасній зміні усіх координат так, що ніби точка рухається по поверхні $N = N(m_1, m_2)$ в напрямі, близькому до миттєвого напрямку вектора градієнту. Рух може відбуватися як в неперервному режимі, так і в

дискретному. У випадку неперервного руху запроваджують наступні закони зміни змінних m_1, \dots, m_n :

$$\dot{m}_i = k \frac{\partial N}{\partial m_i}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

де k – коефіцієнт пропорційності ($k > 0$ при пошуку максимуму і $k < 0$ – при пошуку мінімуму). При дискретному русі змінні m_1, \dots, m_n після зміни градієнту змінюються на такі величини:

$$\Delta m_i = k \partial N / \partial m_i. \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

У багатьох прикладних задачах характеристика $N(m_1, \dots, m_n)$ містить багато екстремумів і зазначені вище методи в загальному випадку не забезпечують знаходження глобального максимуму. Найбільш розповсюдженим методом для багатоекстремальних характеристик є метод сканування (пошук шляхом простого перебору). Екстремальні системи класифікують за способами знаходження градієнту та методами організації руху до точки екстремуму. При класифікації розрізняють такі ознаки, як кількість показників екстремуму (одно- та багатоекстремальні), кількість регулюючих впливів (з одним або декількома регулюючими впливами), спосіб управління виконуючими елементами (з неперервною або дискретною обробкою відхилення від точки екстремуму), наявність можливості застосування генератору зовнішніх коливань тощо. Слід відмітити, що в околі точки екстремуму нелінійні характеристики об'єктів екстремального управління мають вигляд параболи. Ці характеристики можуть бути природними, або можуть формуватися штучно.

5.3. Безпошукові самонастроювальні системи

Безпошукові системи відносять до класу самонастроювальних систем. Головне їх призначення полягає у підтриманні оптимальних або заданих динамічних властивостей системи автоматичного управління при непередбачених змінах параметрів об'єкту або вхідних впливів. За функціональним призначенням безпошукові самонастроювальні системи поділяють на системи стабілізації, слідкуючі системи та системи програмного керування. Цільове призначення визначають критерієм якості, який визначає роботу системи. Так в самонастроювальних системах може бути використаний будь-який з відомих з теорії регулювання критеріїв якості (стійкість, точність, інваріантність тощо). В процесі самонастроювання параметри регулятора таких систем можуть автоматично змінюватися з метою забезпечення необхідного запасу стійкості у разі неконтрольованих змін параметрів об'єкту. За критерієм інваріантності параметри регулятора проходять настроювання для безперервного забезпечення відповідності вимогам інваріантності, які можуть порушуватися внаслідок зміни характеристик об'єкту.

За характером інформації, яку використовують для самонастроювання, безпошукові системи поділяють на системи з настроюванням за характеристиками

об'єкту та за вхідним сигналом. Системи із самонастроюванням за характеристиками об'єкту використовують у випадках, коли метою самонастроювання є задоволення даному критерію у разі зміни характеристик об'єкту. Безпошукові системи із самонастроюванням за вхідним сигналом використовуються тоді, коли метою самонастроювання є забезпечення максимальної точності при зміні характеристик вхідного сигналу. В першому випадку спочатку визначають поточні динамічні характеристики об'єкту, у другому випадку – характеристики вхідного сигналу. Дані щодо динамічних характеристик об'єкту визначають в результаті обробки вхідних та вихідних сигналів об'єкту. При цьому можуть бути використані сигнали, які мають місце при нормальному функціонуванні системи, або сигнали, які виникають в системі при збудженні її спеціальними тестовими впливами.

За кількістю параметрів, які підлягають настроюванню, безпошукові системи поділяють на однопараметричні (одномірні) та багатопараметричні (багатомірні). За способом перетворення і передавання сигналів безпошукові системи поділяють на неперервні та дискретні. За способом формування сигналу, який аналізують на першому етапі процесу самонастроювання, розрізняють системи з моделлю, та без неї. В системах, де відсутня модель, вихідні координати об'єкту безпосередньо або через пристрій формування показника якості надходять в аналізатор. В системах з моделлю вихідні координати об'єкту попередньо порівнюють з вихідними сигналами моделі (рис.5.3). При цьому метою самонастроювання є підтримання динамічних процесів в основному контурі системи в межах, які найбільш близькі до процесів, що проходять в самій моделі.

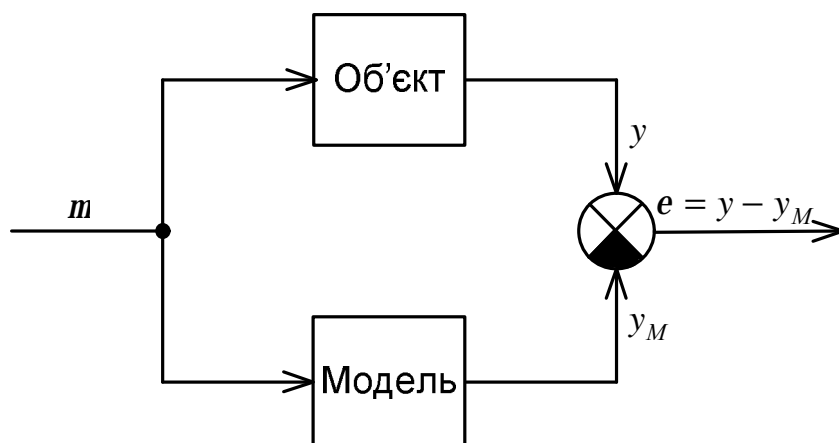


Рис. 5.3. Формування сигналу розбіжності в безпошуковій системі

5.3.1. Ідентифікація в самонастроювальних системах

Ідентифікацію в самонастроювальних системах використовують для визначення динамічних характеристик об'єкту або системи. Зрозуміло, що в процесі ідентифікації динамічні характеристики об'єкту знаходять на основі відповідної моделі – фізичної або математичної.

В загальному випадку процес ідентифікації можна описати наступною схемою. Вхідний сигнал об'єкту надходить на вхід моделі. Вихідні сигнали об'єкту та моделі порівнюють (рис.5.3). За результатами цього порівняння формується сигнал, згідно з яким структура або параметри моделі змінюються задля наближення вихідного сигналу моделі до вихідного сигналу об'єкту. Модель тотожна об'єкту за достатньо близьких (в сенсі заданого критерію) вихідних сигналів. Можна стверджувати, що ідентифікація – визначення об'єкту в заданому класі об'єктів за результатами аналізу вхідного та вихідного сигналів. Клас об'єктів визначено вибором моделі.

В основу класифікації методів ідентифікації кладуть три основних елементи визначення: тип вхідного сигналу, вид критерію близькості вихідних сигналів моделі та об'єкту і класи моделей. Ідентифікація може проходити в умовах нормального функціонування, тобто за умови наявності природних вхідних впливів. Такий вид ідентифікації носить назву пасивної. Коли ж використовують спеціальні тестові вхідні впливи, то маємо справу з активною ідентифікацією. Слід відмітити, що в якості тестових сигналів зазвичай використовують впливи, які описано імпульсними або ступінчастими функціями, гармонічними сигналами тощо. Вибір типу тестового впливу впливає на сам процес ідентифікації.

Для проведення ідентифікації можна використовувати різні критерії, які від виду вхідних сигналів та наявності випадкових завад називають детермінованими або випадковими відповідно. Серед детермінованих критеріїв слід відмітити мінімаксні та інтегральні критерії. Нехай $y(t)$ – вихідний сигнал об'єкту, y_M – вихідний сигнал моделі (рис.5.3). Різницю цих сигналів позначимо як: $e(t) = y(t) - y_M(t)$. Нехай ідентифікують параметр K (наприклад, коефіцієнт підсилення). Тоді мінімаксний критерій матиме вигляд

$$N = \min_K \max_{t \in [t, t+T]} |e(t)|.$$

Інтегральні критерії визначають відношенням

$$N = \min_K \int_0^T e^2(t) dt.$$

При наявності завад та інших випадкових вхідних впливів як критерій використовують мінімум середнього квадрату помилки

$$\min_K M[e^2(t)].$$

Методи ідентифікації об'єкту суттєво залежать від апріорної інформації стосовно об'єкту, а також від рівню завад, які спотворюють результати вимірювань.

Під час функціонування самонастроювальної системи може бути отримано різний об'єм інформації щодо процесу, який знаходиться під управлінням. Цей об'єм інформації можна умовно поділити на повний та частковий. Повний об'єм інформації дають характеристики, які дозволяють визначити перехідні та усталені процеси в системі за будь-яких початкових умов та зовнішніх впливів (перехідна функція, імпульсна характеристика, передатна функція, диференційні рівняння тощо). Проте повний об'єм інформації не завжди можна отримати. Це пов'язано як з

апаратними ресурсами відповідної апаратури для визначення динамічних характеристик, так і з умовами, в яких працює система. Але в деяких випадках необхідності в отриманні повного об'єму даних і немає, оскільки наявність інформації щодо одного або декількох показників процесу вже достатньо для проектування самонастроювальної системи регулювання з заданою точністю. Зазвичай, сигнали, які аналізують, супроводжуються завадами. Залежно від рівня та частотного спектру завад і корисного сигналу, а також від якості роботи фільтрів існують два підходи до аналізу сигналів, які характеризують реальні процеси управління. У випадку, коли частотні спектри сигналу та завади достатньо віддалені, то є можливість якісно відфільтрувати корисний сигнал. При цьому при визначенні динамічних характеристик можна використовувати метод, який не враховує завади в сигналі, який аналізують. Такий самий принцип можна використовувати і для аналізу сигналів в самонастроювальних системах. Якщо ж неможливо позбутися завад в сигналі, то використовують зовсім інші методи, що враховують наявність завад. Наприклад, можна використати метод найменших квадратів, який на основі досить простого математичного апарату дозволяє дослідити параметри функції, що аналізують. Серед інших методів, які досить розповсюджені в самонастроювальних системах, слід відмітити методи оптимальної фільтрації Вінера-Колмогорова, статистичних рішень, стохастичної апроксимації тощо. Вибір серед цих методів, їх застосування в самонастроювальних системах, залежить від типу, характеру та рівню існуючих завад в сигналі.

5.3.2. Особливості дослідження самонастроювальних систем

Найпростішим класом самонастроювальних систем є екстремальні системи. Методи дослідження таких систем можна розподілити на дві групи – для дослідження руху до точки екстремуму та для дослідження періодичних режимів навколо екстремуму. Перша група методів дозволяє синтезувати керуючі впливи для стійкого та високоякісного (швидкого) руху до точки екстремуму показника якості. Ці методи ґрунтуються на ідеях різних видів пошуку екстремуму (градієнтних, на основі поступової зміни змінних, тощо). Друга група методів дозволяє вивчити усталений періодичний рух біля точки екстремуму. Для дослідження цього руху може використовуватися метод гармонічного балансу (в даному підручнику не розглядається).

Разом з тим, безпошукові самонастроювальні системи відрізняються від екстремальних та звичайних систем наявністю додаткового контуру самонастроювання (рис.5.3). Кількість параметрів системи, які переналаштовуються, може впливати на загальну кількість контурів. Переналаштування параметрів зазвичай проводиться залежно від змінних основного контуру системи. Необхідність самонастроювання найчастіше викликана нестаціонарністю характеристик об'єкту регулювання. Таким чином, безпошукові самонастроювальні системи є багатоконтурними нестаціонарними нелінійними дискретними системами. До того ж параметри, які проходять процедуру налаштування, є додатковими для

самонастроювальної системи і тому порядок самонастроювальної системи виявляється більшим, аніж порядок основного контуру. Зазначені особливості треба враховувати у разі синтезу самонастроювальних систем. Основними показниками продуктивності самонастроювальних систем є їх стійкість та якість процесу управління, які, зрозуміло, забезпечено властивостями двох контурів – основного та допоміжного. Допоміжний контур в самонастроювальній системі забезпечує підтримання заданих значень узагальнених показників стійкості та якості роботи основного контуру.

Проектування самонастроювальних систем можна проводити за наступним алгоритмом. Спочатку проводять синтез регулятора основного контуру за показниками стійкості та якості роботи. Далі синтезуються алгоритми роботи контуру самонастроювання (допоміжного контуру системи). Послідовність і метод синтезу контуру самонастроювання визначають типом самонастроювальної системи. В системах із самонастроюванням за динамічними характеристиками об'єкту процес синтезу полягає у наступному: вибір методу та розробка алгоритмів ідентифікації об'єкту; розробка процедури отримання керуючих сигналів контуру самонастроювання; вибір параметрів, які будуть пере- налаштовуватися; розробка корегуючого пристрою для зміни характеристик основного контуру на основі керуючих сигналів контуру самонастроювання.

В системах, де використано еталонну модель, переналаштування параметрів зазвичай здійснюють у разі зближення вихідних змінних основного контуру та моделі. З цих причин в роботі таких систем етап ідентифікації відсутній. Налаштування параметрів здійснюють в процесі мінімізації функції від різниці вихідного сигналу об'єкту та еталонної моделі.

При синтезі всіх типів самонастроювальних систем треба обирати параметри основного контуру, який будуть налаштовувати. Оскільки значення цих параметрів є фактично вихідними змінними контуру самонастроювання, то до процесу їх регулювання висувають вимоги щодо стійкості та якості. Зазначені вимоги реалізують шляхом використання корегуючих пристроїв, які вмикають в контур самонастроювання.

6. ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ

6.1. Загальна класифікація електричних машин

Електрична машина – машина, дія якої основана на використанні явища електромагнітної індукції та законів, що визначають взаємодію електричних струмів та магнітних полів. Електрична машина може виконувати зворотні функції перетворення механічної енергії в електричну (працює як генератор) та електричної енергії в механічну (працює як двигун); або електричної енергії з одними параметрами (напругою, струмом, частотою тощо) в електричну енергію з іншими параметрами (наприклад перетворювачі частоти).

Електричні машини класифікують за призначенням, видом струму, принципом дії, потужністю та частотою обертання. До електричних машин спеціального призначення відносять тахогенератори, тягові електродвигуни, електромашинні компенсатори та підсилювачі тощо. Електромашинні компенсатори здійснюють генерування реактивної потужності в електричних устаткуваннях з метою покращення енергетичних показників джерел та приймачів електричної енергії. Електромашинні підсилювачі використовують для керування об'єктами великої потужності із застосуванням електричних сигналів малої потужності, які надходять на їх обмотки керування (збудження).

Електричні машини потужністю до 600 Вт називають *мікромашинами*. Вони широко використовуються в автоматичних пристроях, до них відносять тахогенератори, трансформатори обертання (напруга на виході пропорційна функції кута повороту ротора), машини синхронного зв'язку (сельсіни, магнесіни), мікромашини гіроскопічних приладів (гіроскопічні двигуни, датчики кута, датчики моменту).

Машини синхронного зв'язку здійснюють синхронний та синфазний поворот чи обертання деяких механічно не пов'язаних між собою осей.

Мікромашини гіроскопічних приладів здійснюють обертання роторів гіроскопів з високою частотою та корегуванням їх положення.

За видом струму електричні машини поділяють на машини постійного та змінного струму.

Машини змінного струму залежно від принципу їх дії та особливостей електромагнітної системи поділяють на трансформатори, асинхронні, синхронні та колекторні машини.

Трансформатори є предметом обговорення та розгляду іншого навчального курсу, а тому зазначимо лише, що вони зазвичай використовуються для перетворення напруги в різноманітних електронних пристроях (пристрої зв'язку, автоматики, обчислювальна комп'ютерна техніка, системи розподілу електричної енергії тощо) а також для розв'язання як вимірювальних задач (вимірювальні трансформатори), так і при здійсненні різних функціональних перетворень (перетворювальні трансформатори).

Асинхронні машини використовують головним чином як електричні двигуни з трифазним струмом (компресори, вантажопідйомне устаткування). В системах

автоматичного регулювання поширені одно- та двофазні асинхронні двигуни, асинхронні тахогенератори.

Синхронні машини використовують генератори змінного струму промислової частоти на електричних станціях. В пристроях автоматики широко застосовують різні синхронні машини малої потужності (реактивні, з постійними магнітами, індукторні тощо).

Колекторні машини змінного струму сьогодні майже непоширені внаслідок їх складної конструкції та ускладнень з боку експлуатації, а якщо і використовують, то як електродвигуни. В пристроях автоматики задіяні універсальні колекторні двигуни, які працюють в режимі і постійного, і змінного струму.

Усі зазначені пристрої, окрім трансформаторів, будуть предметом розгляду далі.

Машини постійного струму головним чином виконують функції електродвигунів в пристроях електропривода і потребують регулювання частоти обертання в широких межах (складні верстати, залізничний транспорт тощо). Генератори постійного струму найбільш часто використовують для живлення пристроїв зв'язку та як основні джерела живлення на транспортних устаткуваннях. В системах автоматичного регулювання машини постійного струму широко використовують виконуючі двигуни та тахогенератори.

6.2. Основні вимоги, що висувають до електричних машин

Електричні машини автоматичних пристроїв з потужністю до 600 Вт окрім високої надійності роботи, заданих стабільних у часі енергетичних показників (зокрема коефіцієнта корисної дії та коефіцієнта потужності) за номінальних значень навантаження повинні задовольняти таким вимогам:

- 1) висока точність перетворення вхідного сигналу у вихідний;
- 2) лінійність характеристик у разі зміни сигналу управління та навантаження;
- 3) високу швидкодію;
- 4) широкий діапазон регулювання.

Крім перерахованих вимог до окремих видів електричних машин висувають ще і специфічні вимоги, які обумовлені особливостями їх експлуатації. Так, наприклад, електричні машини, які задіяні у звуковідтворюючій та звукозаписувальній апаратурі повинні мати низький рівень власних шумів.

6.3. Будова та принцип роботи електричної машини

Електрична машина має у своєму складі статор та ротор, які розділені між собою повітряним зазором (рис.6.1).

Ротор – внутрішня обертальна частина електричної машини, приводиться у дію первинним джерелом механічної енергії. *Статор* – зовнішня нерухома частина машини (рис.6.1).

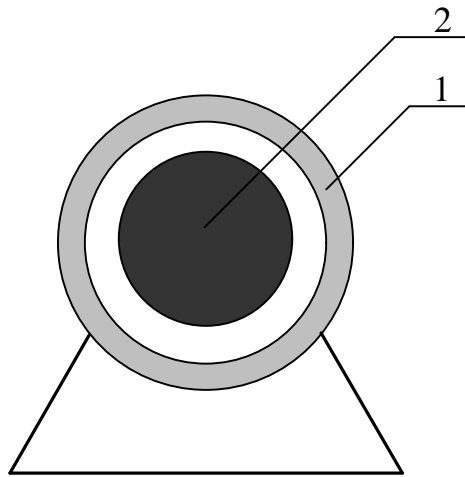


Рис. 6.1. Узагальнена конструкція електричної машини: 1– статор; 2 – ротор

Активними частинами машини є магнітопровід та обмотки. Всі інші частини – конструктивні, які забезпечують необхідну жорсткість, міцність, можливість обертання тощо. В електричних машинах змінного струму обмотки розміщують у пазах, розташованих на внутрішній поверхні статора і на зовнішній поверхні ротора. Основний магнітний потік збудження охоплює і ротор, і статор – через повітряний зазор він пронизує статор та ротор і замикається на відповідних магнітопроводах. В активних частинах обмоток, що проходять вздовж електричної машини паралельно осі обертання ротора, при перетинанні ліній основного магнітного потоку збудження виникають електрорушійні сили, що визначено законом електромагнітної індукції. При обертанні ротора розташована на ньому основна робоча обмотка (обмотка якоря) перетинає лінії потоку збудження і в ній наводиться змінна основа електрорушійної сили, яка змінюється в часі з певною частотою відповідно частоті обертання ротора.

Провідники, які розташовані у пазах і з'єднані між собою, утворюють ряд котушок. Розташовані у сусідніх пазах котушки, що з'єднані послідовно і відносяться до однієї фази та пари полюсів, утворюють групу котушок.

На статорі електричної машини, де живлення здійснюється симетричним трифазним струмом, знаходиться симетрична трифазна обмотка, в якій осі фаз $AХ, ВУ, СZ$ (позначення таке саме, як і при розгляді трансформаторів) зсунуті у просторі на кут 120° (рис.6.2). Внаслідок такого розташування обмоток отримуємо кругове оберতальне магнітне поле, але за умови забезпечення двох типів вимог – конструктивних та електричних, а саме:

1. Електричні струми у фазах мають однакову амплітуду, зсув фаз струмів один відносно одного є 120° .
2. Обмотки фаз мають однакову кількість витків, а вісі їх у просторі мають зсув у 120° (рис.6.3).

За невиконанням хоча б однієї з наведених умов, магнітне поле, що обертається, має форму еліпса.

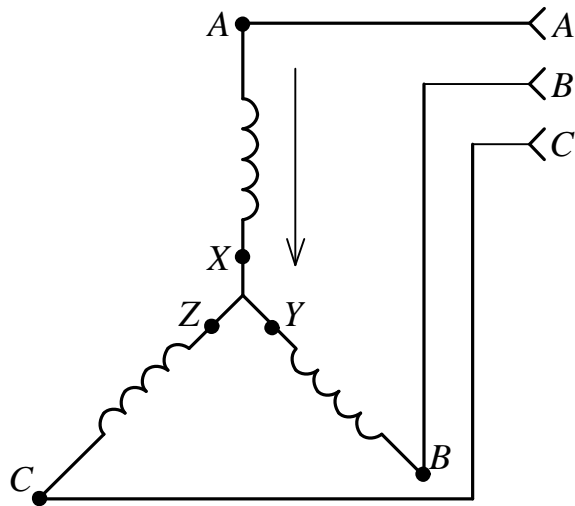


Рис. 6.2. Вид трифазної обмотки

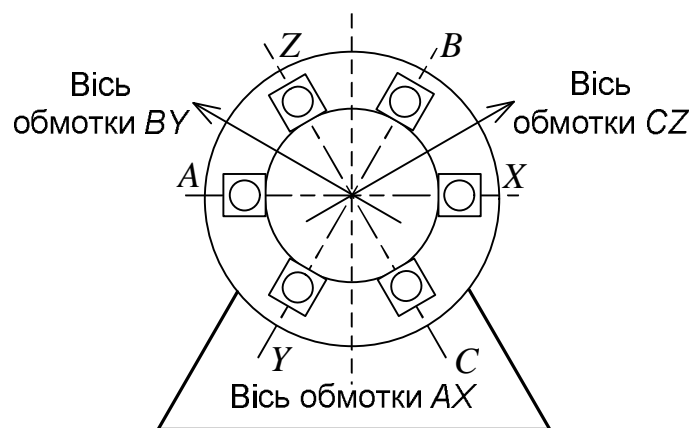


Рис. 6.3. Розташування обмоток фаз на статорі трифазної електричної машини

Нехай напруга у фазі А електромережі міста змінюється за законом:

$$e_A(t) = E_{mA} \sin(\omega t),$$

де $\omega = 2\pi f_M$, $f_M = 50$ Гц (промислова частота електромережі). Звідси період коливань $T = 20$ мс. Напруги в інших фазах мережі знаходимо за умови їх зсуву на кут 120° :

$$e_B(t) = E_{mB} \sin(\omega t + 2\pi/3);$$

$$e_C(t) = E_{mC} \sin(\omega t - 2\pi/3).$$

Можна самостійно переконатися в тому, що якщо опір обмоток має чисто резистивний характер, то часові залежності струму в обмотках співпадають з часовими залежностями електрорушійних сил.

Розіб'ємо час $t = T/2 \in [0 \dots 10]$ мс на три інтервали і розглянемо ці проміжки часу. На першому інтервалі, коли $\omega t \in [0; \pi/3]$ магнітний потік збудження для трифазної електричної машини буде напрямлений так, як показано на рис.6.4.

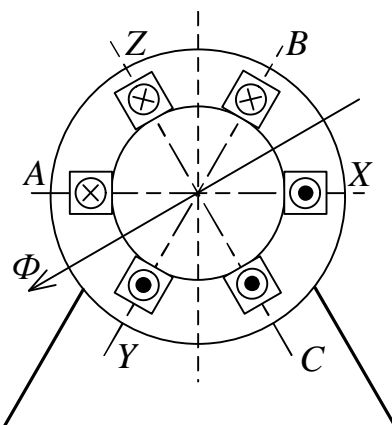


Рис. 6.4. Перший інтервал розгляду

На другому, коли $w \in (p/3; 2p/3]$ і третьому, коли $w \in (2p/3; p]$ інтервалах магнітний потік змінює напрямки згідно рисунків 6.5 та 6.6 відповідно.

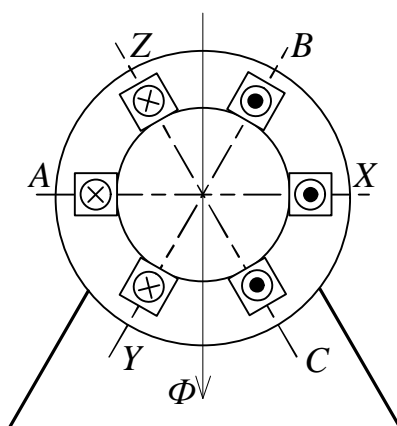


Рис. 6.5. Другий інтервал розгляду

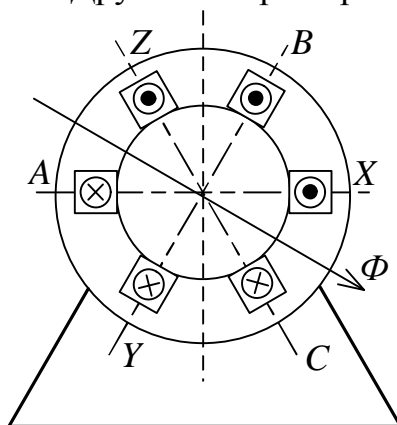


Рис. 6.6. Третій інтервал розгляду

Частота обертання магнітного потоку збудження при зміні напруги та струму менша у p раз за частоту мережі, де p – кількість пар полюсів. Для розглянутого прикладу $f_{МП} = f_M = 50$ Гц. Якщо розмістити постійний магніт в рухому частину електричної машини (ротор), то отримаємо двигун з частотою $f_P = f_{МП}$.

□ **Задача Р6.1.** На кільцеве замкнене осердя рівномірна нанесена обмотка з кількістю витків $w=200$. Поперечний переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D=16$ см, внутрішній діаметр кільця $d=10$ см, товщина $b=4$ см. Визначити струм в обмотці котушки, за якого магнітний потік в осерді $\Phi=12 \cdot 10^{-4}$ Вб, якщо матеріал осердя: а) деревина; б) вилита сталь; в) листова електротехнічна сталь 1512.

△ **Розв'язування.** Магнітна індукція в осерді з деревини та вилитої сталі

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{\Phi}{\frac{D-d}{2}b} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{\frac{16-10}{2} \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1 \text{ Тл},$$

де S – площа поперечного перерізу осердя.

Магнітна індукція в осерді з вилитої електротехнічної сталі 1512 (з урахуванням коефіцієнту заповнення сталі $k_{з.с.} = 0,9$)

$$B' = \frac{\Phi}{k_{з.с.}S} = 1,11 \text{ Тл.}$$

а) Напруженість магнітного поля в осерді з деревини

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{1 \text{ Тл}}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}} = 8 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Сила струму в обмотці знаходимо з рівняння $H = wI / l_{сер}$

$$I = \frac{l_{сер}H_0}{w} = \frac{40,8 \cdot 10^{-2} \cdot 8 \cdot 10^5}{200} = 1632 \text{ А,}$$

де $l_{сер} = pD_{сер} = p \frac{D+d}{2} = 40,8$ см – середня лінія осердя.

Для котушок з кільцевим осердям щільність струму в обмотці з лакостійкою або бавовняною ізоляцією не вище $J=3$ А/мм². Через це для даного струму використовують провід з перерізом $Q = I/J = 1632/3 = 544$ мм². Тоді площа вікна навивання S_H при $w=200$ витках повинна бути (без урахування коефіцієнту заповнення міді $k_{з.м.}$)

$$S_H = 544 \cdot 10^{-2} \cdot 200 = 1088 \text{ см}^2.$$

Для даного розміру осердя площа вікна навивання складає

$$S_H = \frac{pd^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 10^2}{4} = 78,5 \text{ см}^2,$$

тобто в цьому осерді заданий в задачі магнітний потік забезпечити неможливо.

б) Напруженість магнітного поля в осерді з вилитої сталі знаходиться за кривою намагнічування для даного матеріалу (додаток А): при $B=1$ Тл, $H_c = 750$ А/м. Тоді сила струму в обмотці $I = 1,53$ А.

в) У випадку осердя зі сталі 1512 при $B=1,11$ Тл з кривої намагнічування отримуємо, що $H_{c1512} = 570$ А/м. Тоді сила струму в обмотці $I = 1,16$ А.

△ **Відповідь.** Осердя з деревини – $I=1632$ А; осердя з вилитої сталі – $I=1,53$ А; осердя з листової електротехнічної сталі 1512 – $I=1,16$ А.

□ **Задача Р6.2.** Замкнене осердя у вигляді кільця з кількістю витків $w = 128$ можна виконати зі сталі 3411 або пермалою 79 НМ (додаток А). Довжина середньої лінії осердя $l_{сер} = 12,8$ см, переріз сталі (з урахуванням $k_{з.с.}$) $S_c = 1,37$ см². В якому з осердь можна отримати більший магнітний потік при двох значеннях сили струму в обмотках 0,01 та 0,4 А? Чому дорівнюють ці потоки?

△ **Відповідь.** Для сили струму $I = 0,01$ А напруженість магнітного поля для обох осердь $H = 0,1$ А/см, тоді як потоки $\Phi_1 = 27,4 \cdot 10^{-6}$ Вб (сталь) і $\Phi_2 = 76,3 \cdot 10^{-6}$ Вб (пермалой). Для другого значення струму $H = 4$ А/см, $\Phi_1 = 198 \cdot 10^{-6}$ Вб, $\Phi_2 = 117,8 \cdot 10^{-6}$ Вб. З отриманих даних випливає, що пермалой краще використовувати при малих значеннях напруженості магнітного поля ($H < 0,9 \div 1$ А/см).

□ **Задача Р6.3.** В осерді з вилитої сталі необхідно створити магнітну індукцію $B = 1$ Тл. Кількість витків на осерді обмотки $w = 200$, довжина середньої лінії осердя $l_{сер} = 69$ см, площа поперечного перерізу осердя $S = 6$ см². Як зміниться струм та магнітний опір магнітопроводу, якщо в осерді зробити повітряний проміжок (незамкнене кільце) $d = 0,5$ мм? Магнітний потік осердя повинен при цьому залишитися без зміни. При розв'язанні задачі знехтувати розсіюванням та вважати, що поле в проміжку є однорідним.

△ **Розв'язування.** Нехтуючи потоком розсіювання, вважаємо, що магнітна індукція у повітряному проміжку та сталі однакова: $B_0 = B_c = 1$ Тл. Напруженість магнітного поля у повітряному проміжку

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = 8 \cdot 10^5 B_0 = 800 \cdot 10^3 \text{ А/м.}$$

Напруженість поля в осерді для вилитої сталі (додаток А) для $B = 1$ Тл за кривою намагнічування $H_c = 750$ А/м.

Магніторухійна сила обмотки за умови відсутності в осерді повітряного проміжку

$$wI_1 = l_{сер} H_c = 0,69 \cdot 750 = 517,5 \text{ А.}$$

Магніторухійна сила обмотки за умови, коли в осерді є повітряний проміжок

$$wI_2 = l_{сер} H_c + dH_0 = 517,5 + 0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 10^3 = 917,5 \text{ А.}$$

Звідси сила струму в обмотці дорівнює

$$I_1 = wI_1 / w = 2,58 \text{ А;}$$

$$I_2 = wI_2 / w = 4,58 \text{ А,}$$

тобто силу струму треба збільшити на величину $\Delta I = I_2 - I_1 = 2$ А. Магнітний опір магнітопроводу

$$R_{м.о.} = \frac{l_{сер}}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{l_{сер}}{\frac{BS}{H_c}} = 8,65 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом}\cdot\text{с,}$$

магнітний опір повітряного проміжку

$$R_d = \frac{d}{m_0 S} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 6,63 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом}\cdot\text{с.}$$

Тоді магнітний опір магнітопроводу з повітряним проміжком

$$R_m = \frac{wI_2}{\Phi} = \frac{wI_2}{BS} = R_{m.o.} + R_d = 15,3 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом}\cdot\text{с.},$$

тобто магнітний опір магнітопроводу змінився на $\Delta R_m = R_m - R_{m.o.} = 6,63 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом}\cdot\text{с.}$

△ **Відповідь.** $\Delta I = 2 \text{ А}$; $\Delta R_m = 6,63 \cdot 10^5 \text{ 1/Ом}\cdot\text{с.}$

□ **Задача Р6.4.** Знайти струм в обмотці котушки з незамкненим магнітопроводом (а – осердя у вигляді прямокутної незамкненої рамки; б – осердя у вигляді незамкненого кільця), якщо відомі середня довжина $l_{сер}$, поперечний переріз осердя S , довжина повітряного проміжку d , кількість витків обмотки w та магнітний потік в проміжку Φ_0 (див. табл. Р6.1). При розрахунку полем розсіювання знехтувати, магнітне поле в проміжку вважати рівномірним.

Табл. Р6.1. Вихідні дані до розрахунку

№	$l_{сер}$, см	S , см ²	d , см	w	Матеріал осердя	Варіант осердя
1	100	4	0,02	500	Сталь 1512	а
2	70	4	0,05	500	Сталь 1212	а
3	86	25	0,1	400	Сталь 1411	б
4	86	25	0,1	400	Пермалой 50НП	б

Магнітні характеристики матеріалів осердя показано у таблиці Р6.2.

Табл. Р6.2. Магнітні характеристики матеріалів осердя

B , Тл	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	Матеріал
H , А/м	0	40	95	160	270	435	850	1512
	0	55	135	220	335	500	875	1212
	0	20	65	120	185	300	550	1410
	0	12	18	27	40	60	130	50НП

△ **Відповідь.** 1,19 А; 1,5 А; 3,6 А; 2,68 А.

□ **Задача Р6.5.** Котушка з кільцевим осердям має змінний повітряний проміжок і підключена до мережі постійного струму з напругою $U = 12 \text{ В}$. Обмотка котушки має опір $R = 12 \text{ Ом}$, кількість витків $w = 1000$. Осердя виконано з сталі 1512 і має зовнішній діаметр $D = 22 \text{ см}$, внутрішній діаметр $d = 18 \text{ см}$, і товщину пакету $b = 1 \text{ см}$. Коефіцієнт заповнення сталі $k_{з.с.} = 1$. Визначити магнітний потік та індуктивність котушки, якщо повітряний проміжок осердя $d = 0,01 \text{ см}$.

△ **Розв'язування.** Магніторушійну силу осердя визначають на основі рівняння заміщення $wI = l_c H_c + dH_{ноб}$, яке можна розв'язати графічним методом, тобто шляхом побудови сумарної вебер-амперної характеристики. Таким чином, обравши довільним чином декілька значень потоку Φ в осерді і враховуючи, що площа

поперечного перерізу в осерді $S = \frac{D+d}{2}b = 2 \text{ см}^2$ знаходять магнітну індукцію B для кожного з прийнятих потоків. Далі за кривою намагнічування (додаток А) визначають значення H_c і відповідно $l_c H_c$, де довжина магнітної лінії (матеріал сталь) $l_c = p \frac{D+d}{2} = 62,8 \text{ см}$. Результати проведених розрахунків наведено в табл. Р6.3.

Табл. Р6.3. Результати розрахунків

$\Phi \cdot 10^{-4}$, Вб	0,84	1	1,5	2	2,2	2,4	2,48	2,68
B , Тл	0,42	0,5	0,75	1	1,1	1,2	1,24	1,34
H_c , А/м	100	125	240	440	575	850	1000	1650
$l_c H_c$, А	62,8	78,4	151	276	361	534	628	1035

За даними табл. Р6.3 та враховуючи рівняння заміщення будують вебер-амперну характеристику $\Phi(l_c H_c)$ (рис. Р6.1). Для значення $B = 0,5 \text{ Тл}$ та $d = 0,01 \text{ см}$ отримують $\Phi_1 = BS = 1 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$, $H_{нов} = 8 \cdot 10^5 \cdot B = 4 \cdot 10^5 \text{ А/м}$ та $dH_{нов} = 40 \text{ А}$. Таким чином маємо точку, через яку проходить лінійна характеристика $\Phi(dH_{нов})$ (рис. Р6.1).

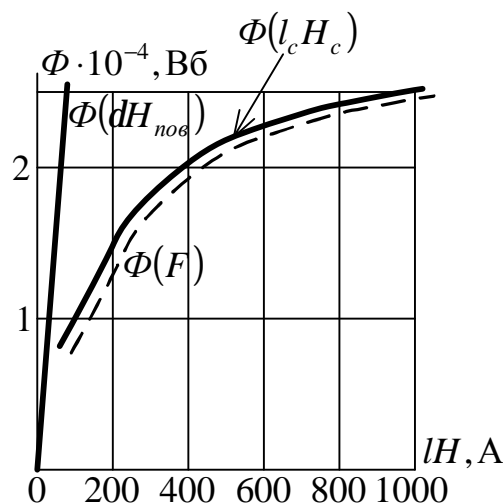


Рис. Р6.1. Вебер-амперні характеристики котушки з осердям

Згідно з рівнянням заміщення виконують графічне складання абсцис кривих $\Phi(l_c H_c)$ і $\Phi(dH_{нов})$ для отримання загальної кривої $\Phi(F)$, де F – магніторушійна сила. З умови задачі задана магніторушійна сила $F = wI = w \frac{U}{R} = 1000 \text{ А}$. Тоді, використовуючи побудований рисунок, можна знайти, що $\Phi_1 = 2,62 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$.

Індуктивність котушки

$$L = w\Phi_1 / I = 0,262 \text{ Гн.}$$

△ **Відповідь.** $\Phi_1 = 2,62 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$; $L = 0,262 \text{ Гн}$.

□ **Задача Р6.6.** Незамкнений магнітопровід котушки складено з двох різних за перерізом ділянок 1 та 2 (рис. Р6.2). Визначити струм в обмотці котушки, якщо магнітна індукція в проміжку $B_0=1$ Тл, довжина ділянки з перерізом $S_1=1$ см² – $l_1=4$ см, з перерізом $S_2=0,5$ см² – $l_2=7$ см, повітряний проміжок $d=0,01$ мм, кількість витків обмотки $w=100$. Матеріал, з якого виготовлено магнітопровід, – сталь 1512, при розрахунку знехтувати розсіюванням і вважати, що магнітне поле в проміжку є рівномірним.

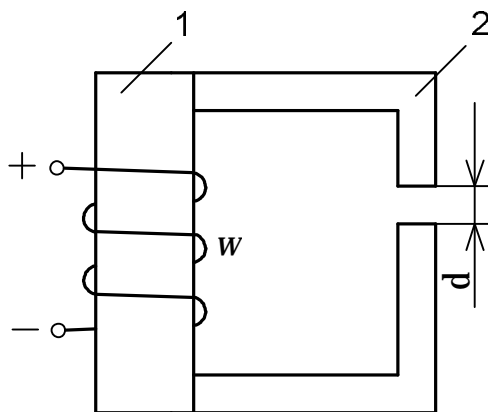


Рис. Р6.2. Схема котушки

△ **Відповідь.** $I=1,15$ А.

□ **Задача Р6.7.** Магнітопровід 1 та ярмо 2 електромагніту (рис. Р6.3) виконані зі сталі однакового перерізу $S_c=2,5$ см² і мають сумарну довжину $l_{сум}=0,3$ м. Знайти силу F , з якою ярмо притягується до магнітопроводу, якщо сила струму в обмотці $I=1,8$ А, кількість витків обмотки $w=110$, довжина повітряного проміжку $d=0,025$ мм. Магнітна характеристика зазначена у табл. Р6.4.

Табл. Р6.4. Вихідні дані до розрахунку

B , Тл	0	0,4	0,67	0,87	1	1,1	1,2	1,3
H , А/м	0	100	200	300	400	500	600	700

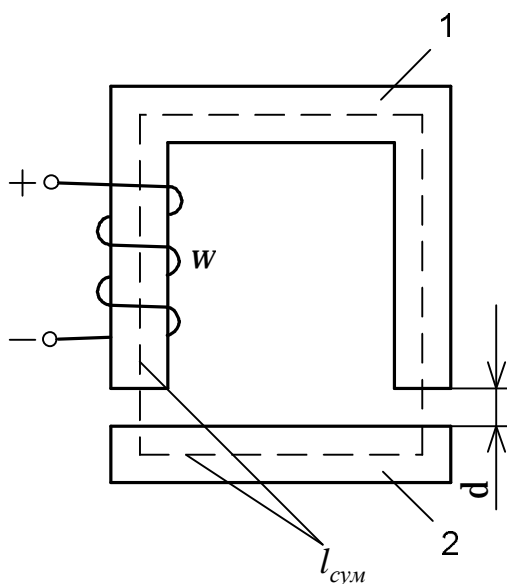


Рис. Р6.3. Конструктивні елементи електромагніту

△ **Розв'язування.** При зміні відстані між магнітопроводом та ярмом відбувається зміна енергії магнітного поля

$$dW = d\left(\frac{LI^2}{2}\right) = \frac{I^2}{2}dL,$$

яка повинна дорівнювати роботі сил, що викликають переміщення Fdd , тобто $dW = Fdd$. Звідси

$$F = \frac{I^2}{2} \frac{dL}{dd}.$$

Внаслідок незначного розміру повітряного проміжку можна вважати, що $\frac{dL}{dd} = \frac{L}{d}$.

Провівши перетворення, отримують

$$L = \Phi_0 w / I = B_0 S_0 w / I,$$

або

$$LI^2 = B_0 S_0 w I = B_0 S_0 H_0 d = B_0^2 S_0 d / m_0,$$

звідки

$$F = B_0^2 S_0 / (2m_0).$$

Визначаючи силу F у ньютонках, магнітну індукцію B_0 - у тесла, переріз S_0 - в см^2 і враховуючи, що значення магнітної сталої $m_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м отримують розрахункове співвідношення $F = 40B_0^2 S_0$. За даними задачі магніторушійна сила $wI = 1980$ А. Далі будують вебер-амперну характеристику $\Phi_{\text{ст}}(wI)$ на основі кривої намагнічування і характеристику повітряного проміжку $\Phi(wI - H_0 d)$. З перетину цих характеристик отримують, що індукція у повітряному проміжку $B_0 = 1,12$ Тл. Тоді сила буде дорівнювати $F = 251$ Н.

△ **Відповідь.** $F = 251$ Н.

□ **Задача Р6.8.** Визначити силу F , з якою ярмо 2 притягується до електромагніту (рис.Р6.4), якщо задані їх розміри, сумарний повітряний проміжок l_n та магніторушійна сила wI (див. табл. Р6.5). Магнітна характеристика матеріалу ярма та електромагніту наведені теж у табличному вигляді (табл. Р6.6).

Табл. Р6.5. Вихідні дані задачі

№	l_1 , см	S_1 , см^2	l_2 , см	S_2 , см^2	l_n , мм	wI , А
1	12	2	8	2	0,05	120
2	18		2		0,133	100
3	15		5		0,325	128

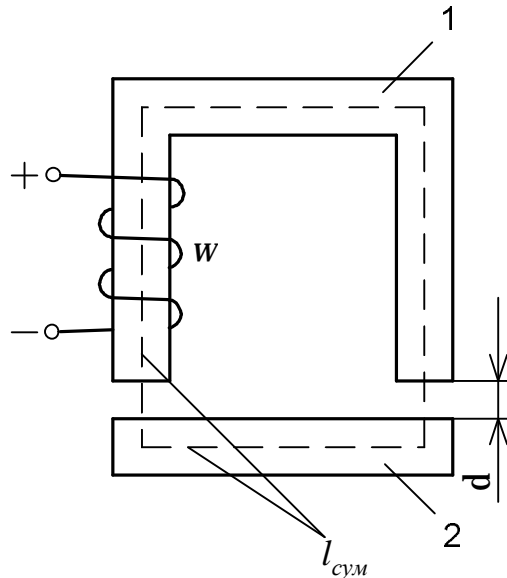


Рис. Р6.4. Конструктивні елементи електромагніту

Табл. Р6.6. Дані до побудови магнітної характеристики

B , Тл	0	0,4	0,67	0,87	1	1,1	1,2	1,3
H , А/м	0	100	200	300	400	500	600	700

△ **Відповідь.** 160 Н; 57,5 Н; 25,64 Н.

□ **Задача Р6.9.** Визначити струм в обмотці котушки з незамкненим кільцевим осердям з стрічки сталі 1411, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 86$ см, переріз осердя $S = 25$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,1$ см, магнітний потік у проміжку $\Phi = 3 \times 10^{-3}$ Вб, кількість витків обмотки $w = 400$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1411 апроксимують значеннями: 0,2(20); 0,4(65); 0,6(120); 0,8(185); 1(300); 1,2(550).

□ **Задача Р6.10.** Визначити струм в обмотці котушки з незамкненим кільцевим осердям з стрічки сталі 1411, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 100$ см, переріз осердя $S = 4$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,02$ см, магнітний потік у проміжку $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Вб, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1411 апроксимують значеннями: 0,2(20); 0,4(65); 0,6(120); 0,8(185); 1(300); 1,2(550).

□ **Задача Р6.11.** У немагнітному проміжку осердя котушки, набраного з пластин сталі 1212, потрібно створити індукцію $B = 1$ Тл. Як зміниться індуктивність котушки з кількістю витків $w = 500$, якщо немагнітний проміжок збільшити з 0,55 мм до 2 мм. Осердя прямокутної форми товщиною 50 мм, шириною 200 мм, висотою

350 мм. Площа перерізу 25 см^2 . Залежність $B(H)$ для сталі 1212 апроксимують значеннями: 0,2(55); 0,4(135); 0,6(220); 0,8(335); 1(500); 1,2(875).

□ **Задача Р6.12.** Визначити силу струму в обмотці котушки з незамкненим кільцевим осердям з стрічки з нікелевого пермалоя 50 НІ, якщо відомі середня довжина $l_{\text{сер}} = 86 \text{ см}$, переріз осердя $S = 25 \text{ см}^2$, довжина немагнітного проміжку $b = 0,1 \text{ см}$, магнітний потік у проміжку $\Phi = 3 \times 10^{-3} \text{ Вб}$, кількість витків обмотки $w = 400$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для пермалоя апроксимують значеннями: 0,2(12); 0,4(18); 0,6(27); 0,8(40); 1(60); 1,2(130).

□ **Задача Р6.13.** Визначити магнітний потік в осерді та індуктивність котушки з кількістю витків $w = 100$. Кільцеве замкнуте осердя виконане з листової електротехнічної сталі 1512. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 28 \text{ см}$, внутрішній діаметр $d = 20 \text{ см}$, товщина $b = 5 \text{ см}$. Сила струму в обмотці $I = 0,09 \text{ А}$. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: 0,2(40); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850).

□ **Задача Р6.14.** Незамкнуте осердя з листової електротехнічної сталі 1512 котушки складається з двох різних за перерізом елементів 1 та 2. Визначити силу струму в обмотці котушки, якщо магнітна індукція в проміжку $B = 1 \text{ Тл}$, довжина елемента 1 з перерізом площею $S_1 = 1 \text{ см}^2$ дорівнює $l_1 = 4 \text{ см}$, довжина елемента 2 з перерізом площею $S_2 = 0,5 \text{ см}^2$ дорівнює $l_2 = 7 \text{ см}$, немагнітний проміжок $d = 0,01 \text{ мм}$. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: 0,2(20); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850).

□ **Задача Р6.15.** Незамкнуте осердя з листової електротехнічної сталі 1512 котушки складається з двох різних за перерізом елементів 1 та 2. Як зміниться сила струму в обмотці котушки, при зміні площі перерізу елемента 1 зі значення S_1 до значення S_2 , якщо магнітна індукція в проміжку $B = 1 \text{ Тл}$, довжина елемента 1 з перерізом площею $S_1 = 1 \text{ см}^2$ дорівнює $l_1 = 4 \text{ см}$, довжина елемента 2 з перерізом площею $S_2 = 0,5 \text{ см}^2$ дорівнює $l_2 = 7 \text{ см}$, немагнітний проміжок $d = 0,01 \text{ мм}$. Залежність $B(H)$ апроксимують значеннями: 0,2(40); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850).

□ **Задача Р6.16.** Визначити силу струму в обмотці котушки з незамкненим прямокутним осердям з пластин сталі 1512, якщо відомі середня довжина $l_{\text{сер}} = 70 \text{ см}$, переріз осердя $S = 4 \text{ см}^2$, довжина немагнітного проміжку $b = 0,05 \text{ см}$, магнітний потік у проміжку $\Phi = 4 \times 10^{-4} \text{ Вб}$, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: 0,2(40); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850).

□ **Задача Р6.17.** Обчислити значення складових опорів R та X котушки з феромагнітним осердям в режимі “холостого ходу”, якщо при підключенні до мережі з напругою $U = 220$ В, частотою $f = 50$ Гц дійове значення сили струму $0,5$ А. Втрати потужності визначені за допомогою ватметра і дорівнюють 2 Вт. Опір обмотки дорівнює 4 Ом.

□ **Задача Р6.18.** Визначити силу струму в обмотці котушки з незамкненим прямокутним осердям з пластин сталі 1512, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 100$ см, переріз осердя $S = 4$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,02$ см, магнітний потік у проміжку $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Вб, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: $0,2(40)$; $0,4(95)$; $0,6(160)$; $0,8(270)$; $1(435)$; $1,2(850)$.

□ **Задача Р6.19.** Індуктивність котушки із сталевим осердям можна регулювати, змінюючи силу струму в обмотці. Визначити, як зміниться індуктивність котушки з числом витків $w = 100$ при збільшенні сили струму I через обмотку з $0,09$ до $0,2$ А. Кільцеве замкнуте осердя виконане з листової електротехнічної сталі 1512. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 28$ см, внутрішній діаметр $d = 20$ см, товщина $b = 5$ см. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: $0,2(40)$; $0,4(95)$; $0,6(160)$; $0,8(270)$; $1(435)$; $1,2(850)$.

□ **Задача Р6.20.** Котушка з кільцевим осердям, що має змінний немагнітний проміжок, підключена до мережі постійного струму з напругою $U = 12$ В. Обмотка має опір $R = 12$ Ом та кількість витків $w = 1000$. Кільцеве незамкнуте осердя виконане з листової електротехнічної сталі 1512. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 28$ см, внутрішній діаметр $d = 18$ см, товщина $b = 1$ см. Залежність $B(H)$ апроксимують значеннями: $0,2(40)$; $0,4(95)$; $0,6(160)$; $0,8(270)$; $1(435)$; $1,2(850)$. Визначити магнітний потік і індуктивність котушки, якщо немагнітний проміжок дорівнює $d = 0,05$ мм та навести схему заміщення магнітного кола.

□ **Задача Р6.21.** Котушка з кільцевим осердям, що має змінний немагнітний проміжок, підключена до мережі постійного струму з напругою $U = 12$ В. Обмотка має опір $R = 12$ Ом та кількість витків $w = 1000$. Кільцеве незамкнуте осердя виконане з листової електротехнічної сталі 1512. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 28$ см, внутрішній діаметр $d = 18$ см, товщина $b = 1$ см. Залежність $B(H)$ апроксимують значеннями: $0,2(40)$; $0,4(95)$; $0,6(160)$; $0,8(270)$; $1(435)$; $1,2(850)$. Визначити магнітний потік і індуктивність котушки, якщо немагнітний проміжок дорівнює $d = 0,01$ мм та навести еквівалентну схему магнітного кола.

□ **Задача Р6.22.** Визначити силу струму в обмотці котушки з незамкненим прямокутним осердям з пластин сталі 1212, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 70$ см, переріз осердя $S = 4$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,05$ см, магнітний потік у проміжку $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Вб, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1212 апроксимують значеннями: 0,2(55); 0,4(135); 0,6(220); 0,8(335); 1(500); 1,2(875).

□ **Задача Р6.23.** Визначити силу струму в обмотці котушки з незамкненим прямокутним осердям з пластин сталі 1212, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 100$ см, переріз осердя $S = 4$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,02$ см, магнітний потік у проміжку $\Phi = 4 \times 10^{-4}$ Вб, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1212 апроксимують значеннями: 0,2(55); 0,4(135); 0,6(220); 0,8(335); 1(500); 1,2(875).

□ **Задача Р6.24.** Визначити кількість витків і дійове значення еквівалентного струму в обмотці котушки, що підключена до мережі з напругою $U = 220$ В, частотою $f = 50$ Гц. Магнітна індукція у осерді із сталі 3412 $B = 1,4$ Тл, густина матеріалу осердя $g = 7,8$ г/см³. Переріз осердя $S = 6$ см². Довжина середньої лінії $l = 40$ см.

□ **Задача Р6.25.** Визначити силу струму в обмотці котушки з незамкненим прямокутним осердям з стрічки сталі 1212, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 86$ см, переріз осердя $S = 25$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,1$ см, магнітний потік у проміжку $\Phi = 30 \times 10^{-4}$ Вб, кількість витків обмотки $w = 400$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ для сталі 1212 апроксимують значеннями: 0,2(55); 0,4(135); 0,6(220); 0,8(335); 1(500); 1,2(875).

□ **Задача Р6.26.** На кільцеве замкнуте осердя з сталевго литва рівномірно нанесена обмотка з кількістю витків $w = 200$. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 16$ см, внутрішній діаметр $d = 10$ см, товщина $b = 4$ см. Магнітна індукція B в осерді повинна дорівнювати 1 Тл. Як зміниться сила струму та магнітний опір осердя, якщо в ньому створити немагнітний (повітряний) проміжок $d = 0,5$ мм? Магнітний потік повинен залишатися без змін. Залежність $B(H)$ для сталевго литва апроксимують значеннями: 0,2(80); 0,4(185); 0,6(300); 0,8(460); 1(750); 1,2(1500).

□ **Задача Р6.27.** На кільцеве замкнуте осердя рівномірно нанесена обмотка з кількістю витків $w = 200$. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 16$ см, внутрішній діаметр $d = 10$ см, товщина $b = 4$ см. Як зміниться індуктивність котушки, при збільшенні сили струму у обмотці в 2 рази, якщо

магнітний потік у осерді $\Phi = 1,2 \times 10^{-3}$ Вб, матеріал осердя – листова електротехнічна сталь 1512. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: 0,2(40); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850).

□ **Задача Р6.28.** На кільцеве замкнуте осердя рівномірно нанесена обмотка з кількістю витків $w = 200$. Переріз кільця прямокутний. Зовнішній діаметр кільця $D = 16$ см, внутрішній діаметр $d = 10$ см, товщина $b = 4$ см. Визначити силу струму у обмотці котушки, за якого магнітний потік у осерді $\Phi = 1,2 \times 10^{-3}$ Вб, якщо матеріал осердя: а) деревина; б) листова електротехнічна сталь 1512. Залежність $B(H)$ для сталі 1512 апроксимують значеннями: 0,2(40); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850). Залежність $B(H)$ для сталевих литва апроксимують значеннями: 0,2(80); 0,4(185); 0,6(300); 0,8(460); 1(750); 1,2(1500).

□ **Задача Р6.29.** Визначити магнітний потік в немагнітному проміжку осердя котушки з незамкнутим прямокутним осердям із стрічки пермалюю 50 НП, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 20$ см, переріз осердя $S = 1$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,0125$ см, сила струму $I = 0,28$ А, кількість витків обмотки $w = 54$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ апроксимують значеннями: 0,2(12); 0,4(18); 0,6(27); 0,8(40); 1(60); 1,2(130).

□ **Задача Р6.30.** Визначити магнітний потік в немагнітному проміжку осердя котушки з незамкнутим прямокутним осердям з пластин сталі 1512, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 100$ см, переріз осердя $S = 5$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,1875$ см, сила струму $I = 3$ А, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ апроксимують значеннями: 0,2(40); 0,4(95); 0,6(160); 0,8(270); 1(435); 1,2(850).

□ **Задача Р6.31.** Визначити магнітний потік в немагнітному проміжку котушки з незамкнутим прямокутним осердям з пластин сталі 1212, якщо відомі середня довжина $l_{сер} = 50$ см, переріз осердя $S = 4$ см², довжина немагнітного проміжку $b = 0,15$ см, сила струму $I = 2$ А, кількість витків обмотки $w = 500$. Виконуючи обчислення, вважати магнітне поле у проміжку рівномірним, впливом поля розсіювання знехтувати. Залежність $B(H)$ апроксимують значеннями: 0,2(55); 0,4(135); 0,6(220); 0,8(335); 1(500); 1,2(875).

□ **Задача Р6.32.** Кільцеве замкнуте осердя можна виконати з листової електротехнічної сталі 3411 або з пермалюю 79НМ. Довжина середньої лінії осердя $l_{сер} = 12,8$ см, переріз сталі (з урахуванням коефіцієнта заповнення осердя сталлю) $S = 1,37$ см². В якому з осердь можливо отримати більший магнітний потік при двох значеннях сили струму в обмотках: 0,01 та 0,4 А ? Чому дорівнює їх значення ?

Залежність $B(H)$ сталі 3411 апроксимують значеннями: 0,2(10); 0,4(15); 0,6(40); 0,8(50); 1(85); 1,2(150); 1,4(250); 1,6(2000). Залежність $B(H)$ пермалою апроксимують значеннями: 0,2(4); 0,4(5); 0,6(16); 0,8(80); 0,85(120); 0,9(1435).

□ **Задача Р6.33.** Осердя прямокутне 1 довжиною $l_1 = 12$ см та ярмо 2, що знаходиться паралельно торцям осердя електромагніта, виконані зі сталі однакового перерізу $S = 2$ см² та мають сумарну довжину $l = 0,2$ м. Визначити силу F , що притягує ярмо до осердя, якщо магніторушійна сила обмотки $wI = 120$ А, довжина немагнітного проміжку $b = 0,05$ мм. Залежність $B(H)$ для сталі апроксимують значеннями: 0,4(100); 0,67(200); 0,87(300); 1(400); 1,2(600).

□ **Задача Р6.34.** Осердя прямокутне 1 довжиною $l_1 = 15$ см та ярмо 2, що знаходиться паралельно торцям осердя електромагніта, виконані зі сталі однакового перерізу $S = 2$ см² та мають сумарну довжину $l = 0,2$ м. Визначити силу F , що притягує ярмо до осердя, якщо магніторушійна сила обмотки $wI = 128$ А, довжина немагнітного проміжку $b = 0,325$ мм. Залежність $B(H)$ для сталі апроксимують значеннями: 0,4(100); 0,67(200); 0,87(300); 1(400); 1,2(600).

□ **Задача Р6.35.** Осердя прямокутне 1 довжиною $l_1 = 18$ см та ярмо 2, що знаходиться паралельно торцям осердя електромагніта, виконані зі сталі однакового перерізу $S = 2$ см² та мають сумарну довжину $l = 0,2$ м. Визначити силу F , що притягує ярмо до осердя, якщо магніторушійна сила обмотки $wI = 100$ А, довжина немагнітного проміжку $b = 0,133$ мм. Залежність $B(H)$ для сталі апроксимують значеннями: 0,4(100); 0,67(200); 0,87(300); 1(400); 1,2(600).

□ **Задача Р6.36.** Осердя прямокутне 1 довжиною $l_1 = 20$ см та ярмо 2, що знаходиться паралельно торцям осердя електромагніта, виконані зі сталі однакового перерізу $S = 2,5$ см² та мають сумарну довжину $l = 0,3$ м. Визначити силу F , що притягує ярмо до осердя, якщо сила струму в обмотці $I = 1,8$ А, кількість витків обмотки $w = 110$, довжина немагнітного проміжку $d = 0,025$ мм. Залежність $B(H)$ для сталі апроксимують значеннями: 0,4(100); 0,67(200); 0,87(300); 1(400); 1,2(600).

7. АСИНХРОННІ МАШИНИ

Асинхронні машини є найбільш поширеними трифазними електричними машинами і їх використовують зазвичай як електродвигуни – основні перетворювачі електричної енергії в механічну. В наш час асинхронні електродвигуни споживають майже половину усієї електроенергії, що генерується у світі і задіяні в якості електроприводу у більшості механізмів електричних пристроїв.

7.1. Принцип дії асинхронної машини

Розглянемо принцип дії ідеальної електричної машини на прикладі застосування трифазних обмоток струму. В асинхронній машині одну з обмоток розміщують на статорі, а другу – на роторі (рис.7.1).

Між ротором та статором є повітряний зазор, який для покращення магнітного зв'язку виконують якомога малим. Статор має трифазну обмотку, котушки якої розміщують рівномірно по колу. Фази обмотки статора AX, BY, CZ з'єднують за схемою Y або Δ і підключають до електричної мережі з трифазним струмом (рис.7.2). Обмотку ротора теж зазвичай виконують трифазною або багатофазною і розміщують її рівномірно вздовж кола ротора. В загальному випадку ця обмотка є короткозамкненою.

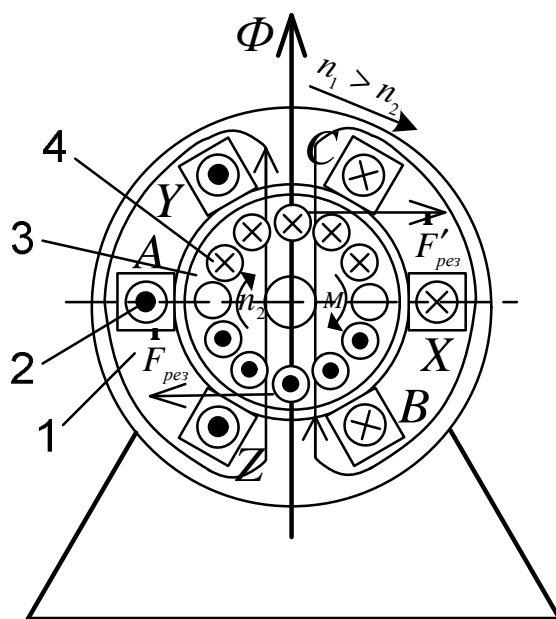


Рис. 7.1. Електромагнітна схема асинхронної машини в режимі двигуна: 1 – статор; 2 – обмотка статора; 3 – ротор; 4 – обмотка ротора;

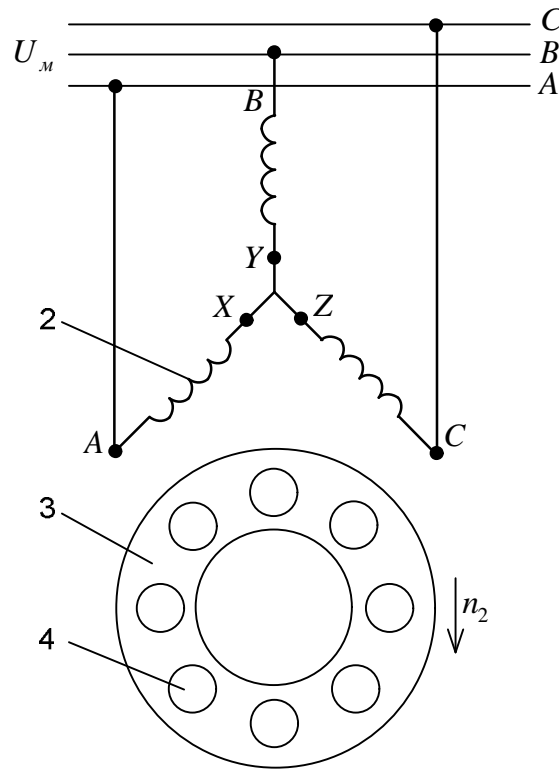


Рис. 7.2. Вид схеми асинхронної машини (позначення такі самі, як і на рис.7.1)

Обмотка статора в асинхронній машині виконує дві основні функції:

1. При ненавантаженому роторі виконує функції обмотки збудження за рахунок споживання реактивної потужності з мережі.
2. При навантаженому роторі йде передавання активної потужності з мережі і її перетворення в механічну.

У разі живленні обмотки статора трифазним струмом створюється магнітне поле, частота обертання якого визначається як: $n_1 = 60 f_M / p$.

Розглянемо три основні режими роботи асинхронної електричної машини.

Для випадку, коли ротор є нерухомим ($n_2 = 0$), магнітне поле, що обертається, перетинає провідники обмотки ротора і індукує в них електрорушійну силу. На рис.7.1 показано напрямок електрорушійної сили у разі обертання магнітного потоку Φ проти годинникової стрілки. Активна складова струму ротору співпадає за фазою з індукованою електрорушійною силою і тому умовні позначення (хрестики та нулі) визначають одночасно і напрямок активної складової струму. На провідники ротора, що розташовані у магнітному полі, діє сила Ампера, напрямок якої визначаємо за правилом лівої руки. Сумарне зусилля $F_{рез}$, яке прикладене до усіх провідників ротору, утворює електромагнітний момент M , який сприяє рухові ротора за магнітним полем, що обертається. Тобто, під дією сили ротор починає розганятися, а частота обертання збільшуватись від 0. Через деякий час частота обертання n_2 стає усталеною, що відповідає рівності електромагнітного моменту гальмівному, який створюється у свою чергу механізмом машини та внутрішніми силами тертя. Такий режим роботи асинхронної машини називають режимом роботи двигуна. Підкреслимо, що для розглянутого процесу $n_2 < n_1$ (рис.7.1).

Якщо ротор асинхронної машини розігнати за допомогою зовнішньої сили (наприклад, за рахунок зовнішнього двигуна) до частоти, тобто більшої за частоту обертання магнітного поля ($n_2 > n_1$), то зміниться напрямок електрорушійної сили в провідниках ротору і асинхронна машина перейде у режим генератора (рис.7.3). У такій ситуації змінить свій напрямок і електромагнітний момент M , який вже стане гальмівним. Зрозуміло, що в генераторному режимі асинхронна машина отримує механічну енергію від двигуна (зовнішнього) і перетворює її в електричну енергію.

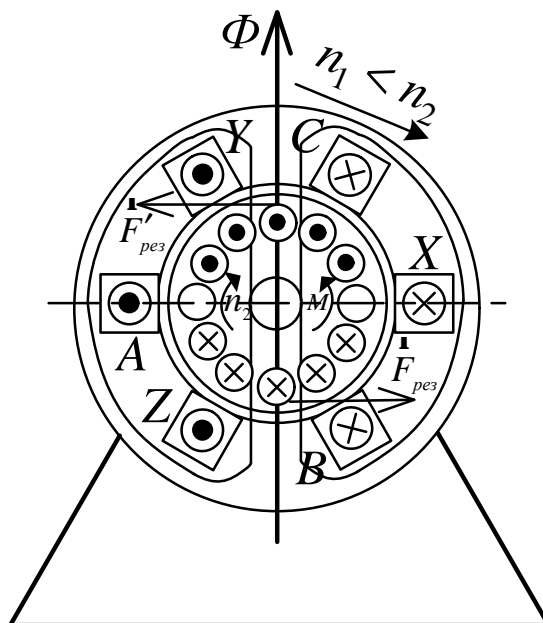


Рис. 7.3. Електромагнітна схема асинхронної машини в режимі генератора

Третій режим роботи асинхронної машини має місце у випадку, коли магнітне поле та ротор обертаються у протилежних напрямках (рис.7.4). Виявляється, що для такого режиму електрорушійна сила та активна складова струму в провідниках ротора будуть напрямлені так, як в режимі двигуна для асинхронної машини, і машина буде отримувати з мережі активну потужність. Але електромагнітний момент M буде напрямлений проти обертання ротора, тобто буде мати гальмівний характер. Такий режим роботи асинхронної машини носить назву режиму електромагнітного гальмування.

Відносну різницю частот обертання магнітного поля та ротора називають величиною *ковзання*:

$$s = (n_1 - n_2) / n_1.$$

Досить часто цей параметр визначають у відсотках: $s = (n_1 - n_2) / n_1 \times 100\%$.

Для першого режиму роботи асинхронної машини (функціонування в режимі двигуна) $1 > s > 0$.

Для другого режиму роботи машини (режим генератора) $s < 0$.

Для режиму електромагнітного гальмування $s > 1$.

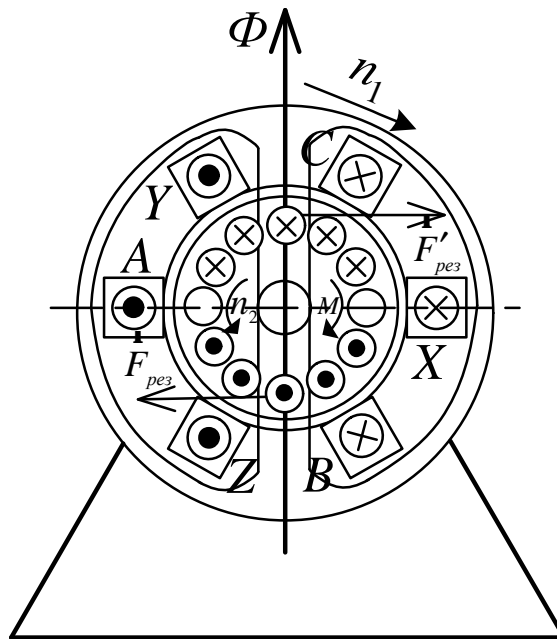


Рис. 7.4. Електромагнітна схема асинхронної машини в режимі електромагнітного гальмування

Таким чином, характерною особливістю асинхронної машини є наявність ковзання, тобто коли $n_1 \neq n_2$. Тільки за цієї умови у провідниках обмотки ротора індукуються електрорушійна сила і виникає електромагнітний момент. Саме за цих обставин (несинхронності обертання ротора та магнітного поля) такий вид електричних машин відносять до асинхронних.

До того ж, основні взаємозв'язки в асинхронній машині побудовані аналогічно трансформатору з активним навантаженням, оскільки споживання механічної енергії для двигуна відповідає споживанню активної електричної енергії з мережі.

Розглянемо випадок індукування електрорушійної сили в обмотці ротора, який рухається за магнітним полем, що обертається. Так як ця обмотка перетинається магнітним потоком з частотою $n_s = n_1 - n_2$, то частота зміни електрорушійної сили в обмотці ротора, визначають як

$$f_2 = pn_s / 60 = p(n_1 - n_2) / 60.$$

Враховуючи, що $pn_1 / 60 = f_1$ визначимо

$$f_2 = f_1 s.$$

Слід зауважити, що якщо обмотка ротора є замкненою, то по ній проходить струм з частотою f_2 .

7.2. Конструкція асинхронних машин

За конструкцією розрізняють одно-, дво- та трифазні асинхронні машини. Асинхронні машини за конструкцією ротора поділяють на два основних типи: з короткозамкненим ротором та фазним ротором. Асинхронні машини з фазним

ротором також називають машинами з контактними кільцями. При цьому статор для обох наведених типів машин буде мати однакову конструкцію.

Асинхронні машини енергетичного призначення у переважній більшості мають обертальну циліндричну конструкцію з концентричним розміщенням статора (зовні) і ротора (всередині). Магнітопроводи статора та ротора, що виконано шихтованим способом з пакетів електротехнічної сталі, являють собою рівномірно розподілену конструкцію із зубцями й пазами в активній зоні. Електричні системи (обмотки) статора і ротора є також розподіленими. Магнітна система статора виконана шихтованою для зменшення втрат від струмів Фуко. Системи напруг і струмів на обмотках статора трифазні.

В асинхронних машинах з фазним ротором обмотки ротора трифазні, тоді як в машинах з короткозамкненим ротором – багатофазні. Переважна більшість асинхронних машин енергетичного призначення виконує рушійні функції, тобто вони працюють як двигуни.

Асинхронні машини з короткозамкненим ротором. На статорі двигуна з короткозамкненим ротором розташована трифазна обмотка, яка у разі підключення до мережі з трифазним струмом створює магнітне поле, що обертається. Обмотка ротора є короткозамкненою і за формою нагадує “білячу клітку”. “Білячу клітку” складено з мідних або алюмінієвих стержнів, які замкнені накоротко з торців двома кільцями, що розташовані по колу. Стержні цієї обмотки розміщують у пази осердя ротора без будь-якої ізоляції. Для технологічного спрощення пази заповнюють розплавленим алюмінієм або іншим провідниковим немагнітним матеріалом.

В електричному відношенні “біляча клітка” є багатофазною обмоткою, яка з’єднана за схемою Y і замкнена накоротко. Кількість фаз обмотки дорівнює кількості пазів ротора, причому у кожен фазу входять один стержень та ділянки короткозамкнених кілець, які прилягають до стержня. Перевагою такої конструкції машини – простота та збільшена надійність, оскільки відсутній ковзаний контакт. Натомість недоліком є високий пусковий струм.

Асинхронні машини з фазовим ротором. Ротор має трифазну обмотку з тією самою кількістю полюсів. Обмотку ротора зазвичай з’єднують за схемою Y , три кінця якої підключають до трьох контактних кілець, які обертаються разом з валом машини. За допомогою металографітних щіток, які ковзають контактними кільцями, до обмоток ротора включають пусковий реостат, тобто у кожен фазу ротора додають додатковий активний опір (рис.7.5).

Завдяки наявності пускового реостата в схемі з фазним ротором з’являється можливість регулювати значення пускового струму у сторону його зменшення. Це є перевагою даної конструкції асинхронної машини. Недоліком ж такої конструкції – наявність кілець, та щіток, за якими необхідно постійно доглядати і в разі їх пошкодження проводити заміну.

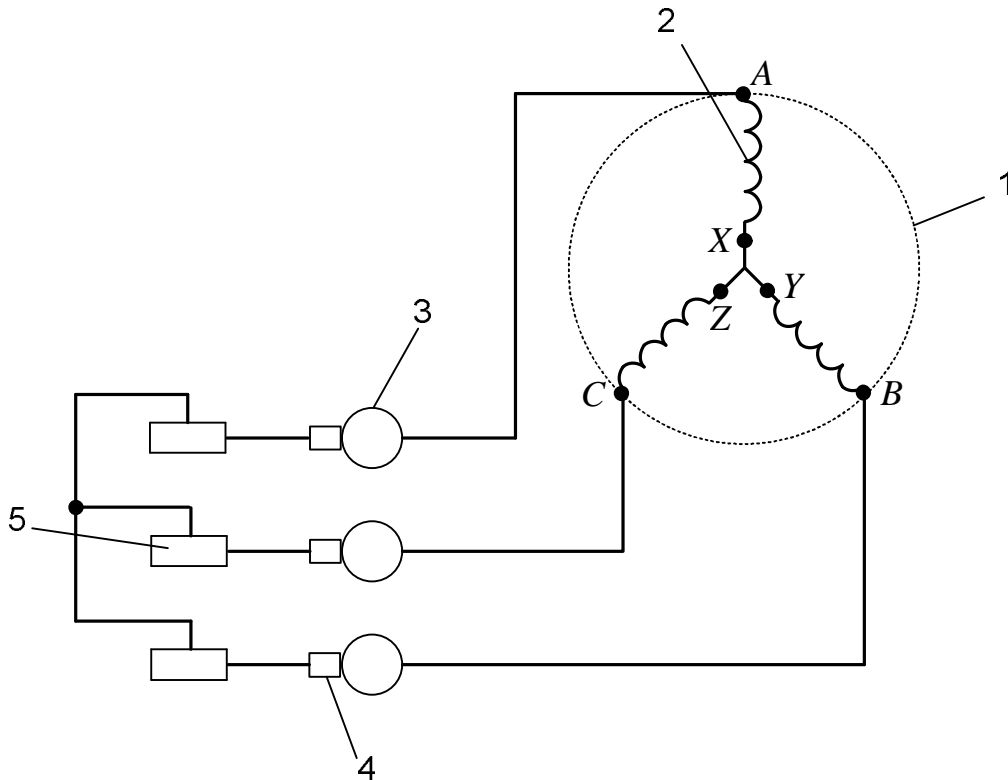


Рис. 7.5. Схема включення асинхронної машини з фазним ротором:
 1 – осердя ротора; 2 – обмотка ротора; 3 – контактне кільце;
 4 – щітка; 5 – пусковий реостат

7.3. Механічна характеристика асинхронних машин

Для оцінки властивостей асинхронних машин застосовують *механічну характеристику* – графічну залежність частоти обертання ротора n_2 від моменту обертання M , тобто досліджують залежність виду $n_2 = f(M)$. Іноді цю залежність визначають у вигляді $M = f(s)$ або $M = f(n)$, де $n = 1 - s = n_2 / n_1$ – відносна частота обертання машини. Для побудови механічної характеристики можна скористатися круговою діаграмою роботи машини або аналітичними співвідношеннями. Загальний вигляд механічної характеристики для асинхронної машини з розподілом на основні режими роботи представлено на рис. 7.6 та 7.7.

Механічна характеристика має максимум моменту для частоти обертання ротора $n_2 \approx (0,8 \dots 0,9)n_1$. За частоти обертання $n_2 = n_1$ момент обертання буде дорівнювати нулю. Для $n_2 = 0$ пусковий момент складає $M_n = (0,3 \dots 0,7)M_{\max}$.

Ковзання, при якому момент має максимальне значення (так зване критичне ковзання) можна знайти, визначивши похідну від моменту за ковзанням dM / ds і прирівнявши її до нуля.

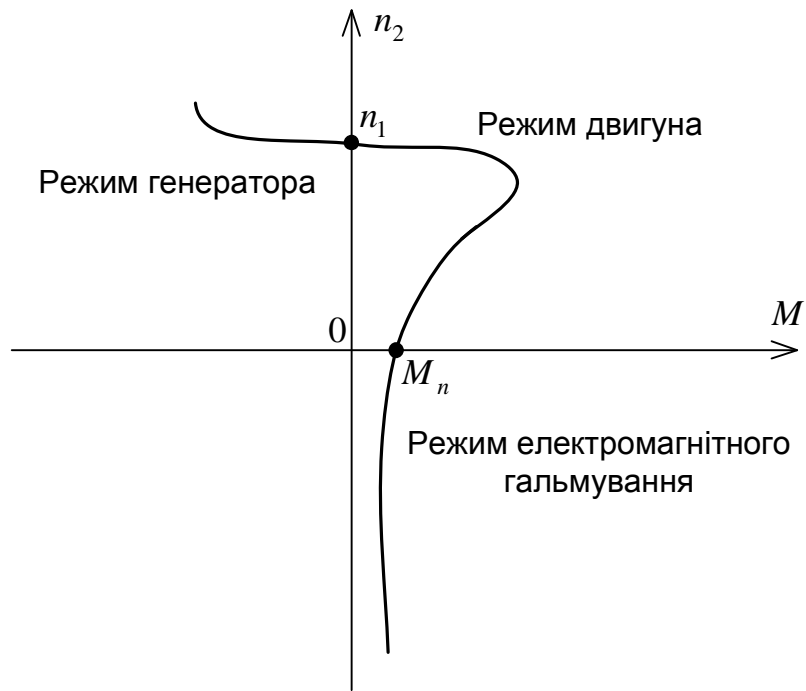


Рис. 7.6. Механічна характеристика асинхронної машини на основі залежності $n_2 = f(M)$

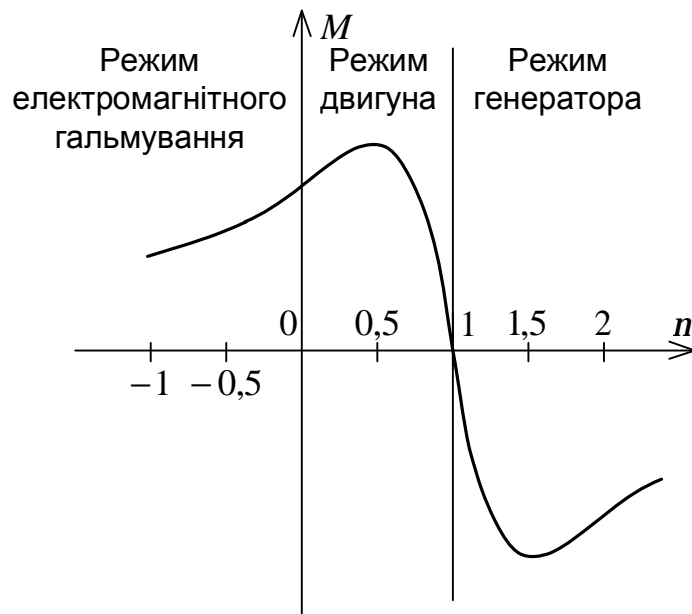


Рис. 7.7. Механічна характеристика асинхронної машини на основі залежності $M = f(n)$

7.4. Схема заміщення асинхронної машини

Схема заміщення дозволяє визначити струми, втрати потужності та падіння напруги в асинхронній машині. При цьому треба враховувати залежність дійсного значення сили струму, що протікає в роторі, від частоти обертання ротора.

Для спрощення аналізу розглянемо лише одну з фаз асинхронної машини.

Загальна електрична схема заміщення обмотки ротора (в режимі загальмування ротора) при його обертанні показана на рис.7.8. З наведеної схеми та введених позначень випливає, що струм ротора

$$I_2 = E_{2s} / Z_2 = E_{2s} / \sqrt{R_2^2 + X_{2s}^2}.$$

Зрозуміло, що при обертанні ротору електрорушійна сила E_{2s} в обмотці ротора та її частота пропорційна величині ковзання s . Тоді і індуктивний опір обмотки ротора залежить від ковзання наступним чином:

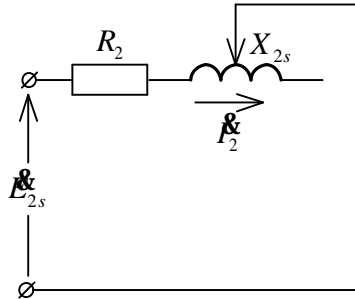


Рис. 7.8. Електрична схема заміщення обмотки ротора

$$X_{2s} = 2pf_2 L_2 = 2pf_1 s L_2 = 2pf_1 L_2 s = X_2 s$$

де X_2 – індуктивний опір обмотки загальмованого ротора. Враховуючи, що $E_{2s} = sE_2$, вираз для визначення струму ротора можна записати

$$I_2 = sE_2 / \sqrt{R_2^2 + (X_2 s)^2} = E_2 / \sqrt{(R_2/s)^2 + X_2^2},$$

цьому співвідношенню відповідає електрична схема заміщення, яка представлена на рис.7.9. Для даного виразу електрорушійна сила E_2 та індуктивний опір X_2 є сталими величинами, а активний опір R_2/s ні, адже він змінюється залежно від величини ковзання.

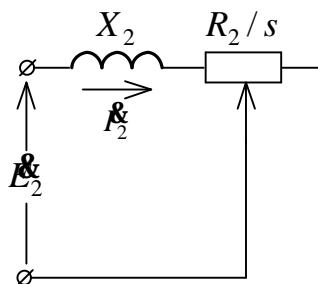


Рис. 7.9. Схема заміщення ротора

Для схеми, представленої на рис.7.8, електрична потужність ротору P_p дорівнює електричним втратам:

$$P_p = \Delta P_{ел.втр2} = m_2 I_2^2 R_2,$$

де m_2 – кількість фаз вторинної обмотки ротора.

Потужність, що споживається в схемі за рис.7.9, визначають як

$$P_p' = m_2 I_2^2 R_2 / s.$$

Відношення цих потужностей буде дорівнювати величині ковзання, але так як $s = \Delta P_{ел.втр} / P_{ем}$, то $P_p' = P_{ем}$, де $P_{ем}$ – електромагнітна потужність, яку підводять від статора до ротора.

Механічну потужність ротора можна визначити наступним чином:

$$P_{мех} = P_{ем} - \Delta P_{ел.втр} = m_2 I_2^2 R_2 (1 - s) / s.$$

Отримане співвідношення визначає схему заміщення, яка представлена на рис.7.10. Зазначимо, що ця схема повністю еквівалентна схемі на рис.7.9, але в ній активний опір обмотки ротора складено з двох частин: R_2 та $R_2(1-s)/s$. Перша частина не залежить від режиму роботи, і втрати в ньому дорівнюють електричним втратам реального ротору машини. Друга складова активного опору обмотки залежить від ковзання, і потужність, що виділяється на цій складовій, чисельно дорівнює механічній потужності двигуна. Тобто наведена схема заміщення дозволяє замінити реальний обертальний ротор машини нерухомим ротором, у коло обмотки котрого ввімкнено активний опір, який в свою чергу залежить від частоти обертання власне вихідного ротора.

Електрична схема заміщення асинхронної машини при обертальному роторі відрізняється від схеми заміщення в режимі загальмування ротора лише наявністю в колі ротора активного опору, який залежить від навантаження (рис.7.11). Наведену схему за виглядом ще називають Т-подібною схемою заміщення.

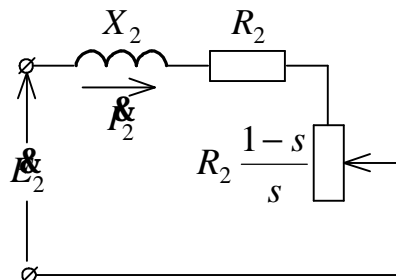


Рис. 7.10. Варіант схеми заміщення ротора

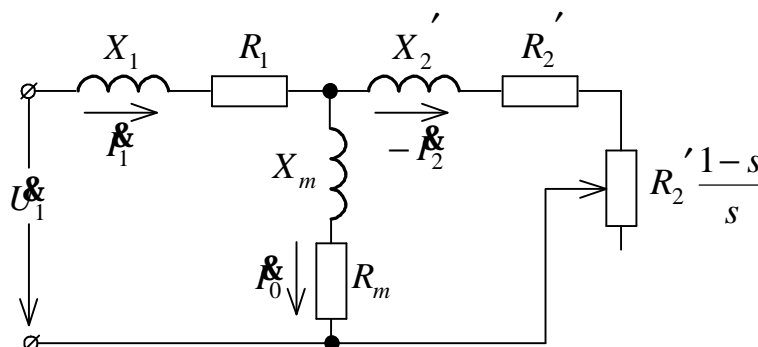


Рис. 7.11. Т-подібна схема заміщення асинхронної машини

На рис. 7.11 R_m, X_m – активна та реактивна складова контуру намагнічування. Виконавши математичні перетворення над основними співвідношеннями для

струмів і напруг схеми на рис. 7.11, які детально розглянуто в теорії електричних кіл, та замінивши комплексний доданок $\underline{\mathcal{E}}_1 = 1 + \frac{R_1 + jX_1}{R_m + jX_m}$ його модулем, який для асинхронних двигунів потужністю 10 кВт приблизно дорівнює одиниці, можна перетворити Т-подібну схему заміщення в Г-подібну (спрощена схема заміщення з винесенням контуру намагнічування) (рис. 7.12.).

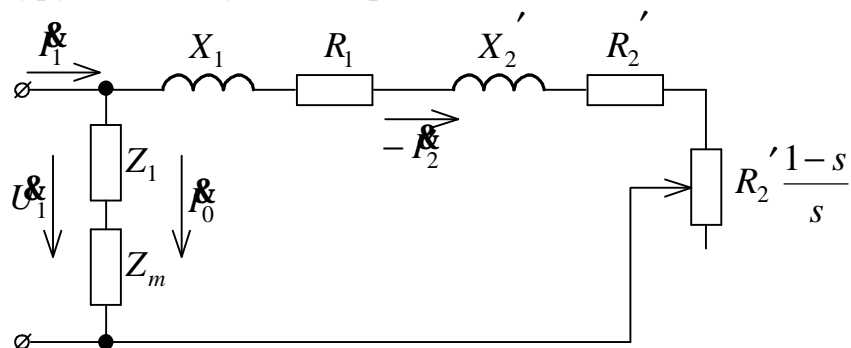


Рис. 7.12. Г-подібна схема заміщення асинхронної машини

Потужність, яка надходить до робочого контуру, пропорційна активній складовій струму I_2' (струм робочого контуру для схеми заміщення), її доцільно розподілити на окремі складові, які можна знайти з схеми заміщення:

$$P_{p.k.} = m_1 (I_2')^2 [R_1 + R_2' + R_2' (1-s)/s],$$

де $m_1 (I_2')^2 R_1$ – електричні втрати в обмотці статора; $m_1 (I_2')^2 R_2'$ – електричні втрати в обмотці ротора.

Електромагнітний момент машини в режимі двигуна пропорційний електромагнітній потужності, так як кутова швидкість обертання магнітного поля є незмінною величиною:

$$M = \frac{P_{em}}{\omega_1}.$$

7.5. Кругова діаграма асинхронної машини

Наочне уявлення щодо кількісних та якісних співвідношеннях струмів, напруг в окремих елементах асинхронної машини дає побудова кругової діаграми (векторної діаграми схеми заміщення асинхронної машини). Кругова діаграма значно спрощує процес визначення величин, які необхідні для побудови робочих та пускових характеристик двигуна.

Наведемо процес побудови кругової діаграми для схеми заміщення (рис.7.12), для якої струм в обмотці статора $\underline{I}_1 = \underline{I}_0 + (-\underline{I}_2')$. В схемі заміщення струм контуру намагнічування є сталим і дорівнює $\underline{I}_0 = U_1 / (Z_m + Z_1) \approx \text{const}$, його вектор \underline{I}_0 відстає за фазою на кут γ_0 від напруги (рис.7.13), причому $\text{tg} \gamma_0 = (X_m + X_1) / (R_m + R_1)$.

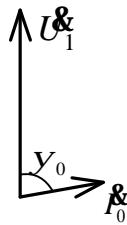


Рис. 7.13. Діаграма вектора \mathbf{I}_0

Струм $-\mathbf{I}_2'$ проходить по контуру, який називають робочим, і в цьому контурі індуктивні опори X_1 і X_2 є сталими, а змінний активний опір визначається як $(R_1 + R_2' / s)$. Через це струм в контурі змінюється при зміні ковзання. Струм $-\mathbf{I}_2'$ приймає максимальне значення при умові нульового значення активного опору $R_1 + R_2' / s = 0$. При цьому

$$\mathbf{I}_{2\max}' = U_1 / (X_1 + X_2')$$

Кругова діаграма, що відповідає схемі та отриманим результатам, показана на рис.7.14. Можна самостійно переконатися, що при зміні активного опору робочого контуру, чи при зміні режиму роботи кінець вектора струму $-\mathbf{I}_2'$ переміщується по колу OAB , діаметр котрого відповідає максимальному значенню струму $I_{2\max}'$. Відкладемо на осі абсцис відрізок Ob , який нехай відповідає значенню реактивного опору робочого контуру $X_1 + X_2'$, а з точки b перпендикулярно осі абсцис відрізок ba , який в тому самому масштабі відповідає значенню активного опору $R_1 + R_2' / s$ цього контуру при даному ковзанні. Тоді відрізок Oa буде визначати повний опір робочого контуру при даному ковзанні:

$$Z_{\text{повн}} = \sqrt{(X_1 + X_2')^2 + (R_1 + R_2' / s)^2}$$

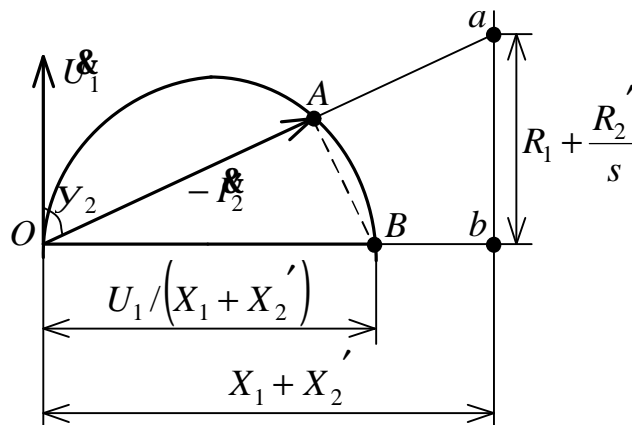


Рис. 7.14. Спрощена кругова діаграма Г-подібної схеми заміщення

З подібності прямокутних трикутників Oba та OBA знаходимо, що $Ob/Oa = OA/OB$. Звідси визначаємо, що $OA = \frac{I_{2\max}'(X_1 + X_2')}{m_i Z_{\text{новн}}} = \frac{I_2'}{m_i}$, де m_i – коефіцієнт масштабу. Тангенс кута між віссю ординат та відрізком OA :

$$\text{tg} \gamma_2 = \frac{Ob}{ab} = \frac{X_1 + X_2'}{R_1 + R_2 / s}$$

Сумістивши початок вектору $-I_2'$ з кінцем вектора I_0 отримаємо векторну діаграму для спрощеної схеми заміщення з винесеним контуром намагнічування, яку називають круговою діаграмою асинхронної електричної машини (рис. 7.15). За цією діаграмою в масштабі m_i струм I_1 відповідає відріzkу $O'A$, струм I_2' – відріzkу OA . Годографом векторів цих струмів є коло діаметром OB .

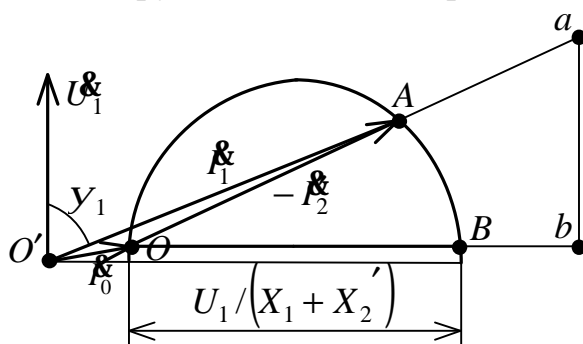


Рис. 7.15. Варіант кругової діаграми асинхронної машини

7.6. Робочі характеристики асинхронного двигуна

Робочі характеристики – графічні залежності частоти обертання n_2 (або ковзання s), моменту на валу M_2 , струму статора I_1 від корисної потужності P_2 при дотриманні умов: $U_1 = \text{const}$; $f_1 = \text{const}$. Нагадаємо, що величина P_2 – механічна потужність двигуна за виключенням невеликих втрат на тертя:

$$P_2 = P_{\text{мех}} - \Delta P_m - \Delta P_{\text{доод}} = M_2 \Omega_2,$$

де $P_{\text{мех}} = M(2\pi n_2 / 60)$; ΔP_m – втрати на механічне тертя; $\Delta P_{\text{доод}}$ – додаткові втрати; M_2 – момент обертання на валу двигуна; $\Omega_2 = 2\pi n_2 / 60$ – кутова швидкість ротору.

Робочі характеристики визначають або експериментальним шляхом, або шляхом розрахунку за схемою заміщення, або круговою діаграмою. Робочі характеристики визначають експлуатаційні можливості асинхронних машин.

7.7. Однофазна асинхронна машина

Розглянемо однофазний асинхронний двигун, який характеризують невеликою потужністю, що споживається (до 600 Вт), і використовують в автоматичних пристроях та електропобутових приладах широкого призначення, де живлення забезпечено від однофазної мережі змінного струму.

Обмотка статора однофазного двигуна розташована у пазах, які займають приблизно 2/3 кола статора, це дозволяє отримати розподіл значень магнітної індукції у повітряному зазорі близьким до синусоїдного закону. Індукція у довільній точці повітряного зазору визначається відношенням:

$$B_x = B_m \sin \omega t \cos(px/t),$$

тобто в однофазному двигуні обмотка статора створює нерухомий потік, який змінюється за часом, обертання магнітного потоку не відбувається. З метою спрощення аналізу однофазного двигуна запишемо вираз для визначення магнітної індукції в довільній точці повітряного зазору як

$$B_x = 0,5B_m \sin(\omega t - px/t) + 0,5B_m \sin(\omega t + px/t),$$

тим самим замінимо нерухомий пульсуючий потік (за синусом) сумою ідентичних кругових полів, які обертаються у протилежних напрямках і мають однакові частоти обертання $n_{1np} = n_{1зб} = n_1$. Цей прийом дозволяє представити однофазний двигун у вигляді двох однакових двигунів, ротори яких жорстко зв'язані між собою при зустрічному напрямку обертання магнітних полів і створюваних ними електромагнітних моментів M_{np} та $M_{зб}$. Результуючий момент однофазного двигуна $M_{рез}$ дорівнює алгебраїчній сумі моментів M_{np} та $M_{зб}$ при одній і тій самій частоті обертання ротора (рис.7.16).

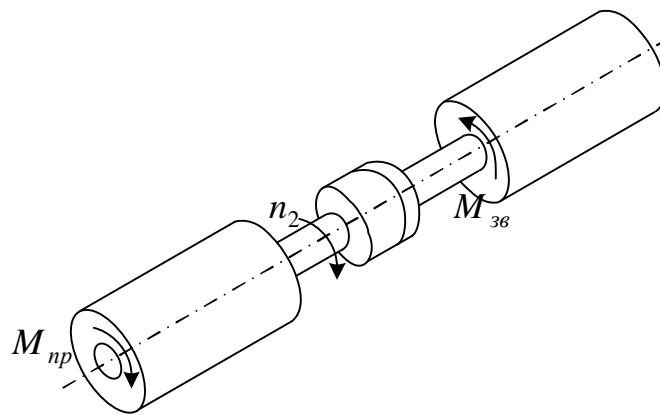


Рис. 7.16. Схема напрямку моментів обертання, які діють на ротор двигуна

Поле, напрямок обертання якого співпадає з напрямком обертання ротора, називають прямим; у протилежному випадку – зворотнім або інверсним.

Ковзання ротора відносно прямого поля визначається як

$$s_{np} = (n_{1np} - n_2) / n_{1np} = (n_1 - n_2) / n_1 = 1 - n_2 / n_1,$$

відносно інверсного поля:

$$s_{зб} = (n_{1зб} + n_2) / n_{1зб} = (n_1 + n_2) / n_1 = 1 + n_2 / n_1 = 2 - s_{np}.$$

Далі наведемо механічну характеристику для однофазного асинхронного двигуна. Її вигляд для результуючого електромагнітного моменту показано на рис.7.17.

Основні особливості однофазного асинхронного двигуна відносно трифазного двигуна:

- 1) однофазний двигун не має пускового моменту;
- 2) частота обертання однофазного двигуна в режимі холостого ходу є меншою у порівнянні з трифазним двигуном внаслідок моменту гальмування, що створюється інверсним полем;
- 3) робочі характеристики однофазного двигуна є гіршими, ніж у трифазного (підвищене значення величини ковзання за номінального навантаження; менше значення коефіцієнта корисної дії), внаслідок наявності зворотного магнітного поля;
- 4) Потужність однофазного двигуна складає приблизно 2/3 від потужності трифазного двигуна, так як в однофазному двигуні робоча обмотка займає лише 2/3 пазів статора.

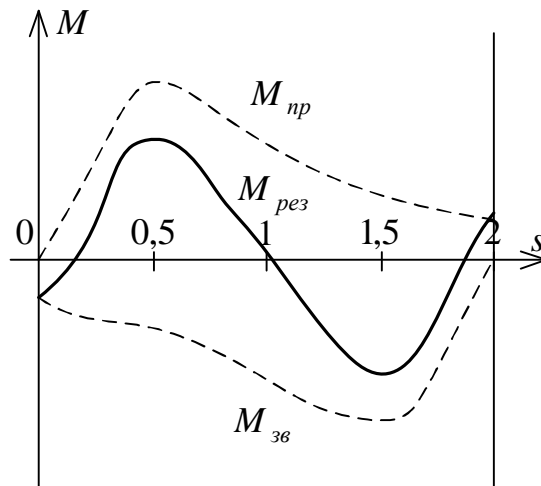


Рис. 7.17. Механічна характеристика однофазного асинхронного двигуна

Створення пускового моменту однофазні двигуни мають обмотку пуску, яка зміщена на 90 електричних градусів відносно основної робочої обмотки. На період пуску цю обмотку підключають до мережі через фазозсувні елементи – ємність або активний опір. Після закінчення розгону двигуна обмотку пуску від'єднують за допомогою електронного або механічного ключа (рис.7.18). Застосування фазозсувного елемента дозволяє отримати в режимі пуску кругове або еліптичне (у разі використання в колі активного опору) обертальне поле, завдяки якому і виникає пусковий момент.

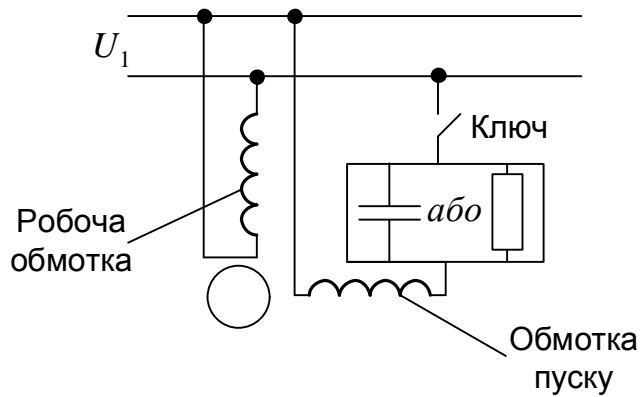


Рис. 7.18. Схема однофазного асинхронного двигуна з обмоткою пуску

□ **Задача Р7.1.** В довідкових даних для трифазного асинхронного двигуна (ТАД) серії 4А визначені наступні величини: $P_{ном}$ (кВт) – номінальна потужність на валу двигуна ($P_{ном} = \Omega_{ном} M_{ном}$); $n_{ном}$ – номінальна частота обертання ротора; $h_{ном}$ – коефіцієнт корисної дії двигуна в номінальному режимі; $\cos j_{1ном}$ – номінальний коефіцієнт потужності фази обмотки двигуна; $M_{max} / M_{ном}$ – кратність максимального моменту; $M_{пуск} / M_{ном}$ – кратність пускового моменту; $I_{пуск} / I_{ном}$ – кратність пускового лінійного струму обмотки статора. Так, для двигуна 4АА56А243 відомо, що: $P_{ном} = 0,9$ кВт; $h_{ном} = 60\%$; $\cos j_{1ном} = 0,7$; $n_{ном} = 2900$ об/хв; $M_{max} / M_{ном} = 2,2$; $M_{пуск} / M_{ном} = 2$; $I_{пуск} / I_{ном} = 5$. Знайти номінальний обертальний момент на валу $M_{ном}$, величину номінального ковзання $s_{ном}$, потужність P_1 , яка споживається двигуном від мережі, та номінальні (лінійні та фазні) значення струмів обмотки статора, якщо двигун підключається до мережі з напругою 380 В. Механічними втратами знехтувати.

△ **Розв’язування.** Так як до фази обмотки статора можна підключити напругу, яка дорівнює лише 220 В, а лінійна напруга мережі складає 380 В, то статорну обмотку слід включити за схемою “зірка” (рис.7.2). За цих умов напруга на кожній фазі статора $U_{\phi} = U_{лин} / \sqrt{3} = 220$ В. Для симетричного трифазного кола ввімкнення обмотки статора активна потужність

$$P_1 = 3U_{\phi} I_{\phi} \cos j_{\phi},$$

тоді вираз для лінійного струму ($I_l = I_{\phi}$) в номінальному режимі можна визначити як

$$I_{лном} = P_1 / (\sqrt{3} U_l \cos j_{\phi}),$$

де $P_1 = P_2 / h = P_{ном} / h_{ном} = 0,9 \cdot 0,6 = 1,5$ кВт. Враховуючи вихідні дані

$$I_{лном} = \frac{1500}{\sqrt{3} \cdot 380 \cdot 0,7} = 3,25 \text{ А.}$$

Обертальний момент знаходять із співвідношення

$$M_{ном} = \frac{P_2}{\Omega_{ном}} = \frac{P_{ном} \cdot 60}{2pn_{ном}} = 9,55 \cdot \frac{P_{ном}}{n_{ном}} = 2,964 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Для трифазного асинхронного двигуна за частоти мережі $f_1 = 50$ Гц залежно від кількості пар полюсів p обмотки статора можна визначити частоту обертання магнітного поля машини n_0 за формулою

$$n_0 = 60f_1 / p \text{ (об/хв)}.$$

З умови задачі випливає, що $p = 1$, тоді $n_0 = 3000$ об/хв. Номінальне ковзання двигуна

$$s_{ном} = (n_0 - n_{ном}) / n_0 = (3000 - 2900) / 3000 = 0,033.$$

△ **Відповідь.** $M_{ном} = 2,964 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $s_{ном} = 3,3\%$; $P_1 = 1,5 \text{ кВт}$; $I_{лном} = 3,25 \text{ А}$.

□ **Задача Р7.2.** Для асинхронного двигуна АК2-81-8 визначити номінальний момент, потужність, яка споживається, потужність втрат в обмотці ротора та опір $R_{пуск}$ фази пускового реостату, при включенні двигуна за схемою “трикутник” до мережі з напругою 220 В.

△ **Розв’язування.** Виходячи з довідкових даних (додаток Б), номінальний момент визначають за формулою

$$M_{ном} = 9,55 \cdot \frac{P_{ном}}{n_{ном}} = 9,55 \cdot \frac{22000}{720} = 291,8 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Потужність, яку споживано двигуном від електричної мережі,

$$P_1 = P_{ном} / \eta_{ном} = 22000 / 0,875 = 25143 \text{ Вт}.$$

Потужність електричних втрат в обмотці ротора за умови номінального навантаження

$$P_{2е.в.} = M_{ном} \Omega_0 s_{ном} = M_{ном} \frac{2pn_0}{60} s_{ном} = 916 \text{ Вт},$$

де $n_0 = 750$ об/хв. ($n_{ном}$ на 3-5% є нижчою за величину n_0). ($n = 4$);
 $s_{ном} = (750 - 720) / 750 = 0,04$.

Пуск двигуна з максимальним моментом, тобто при $s = s_{кр}$, забезпечується шляхом введення до кожної фази обмотки ротора додаткового резистора з опором $R_{пуск}$, при цьому

$$(R_2 + R_{пуск}) / s_{кр} = R_2 / s_{ном},$$

звідси

$$R_{пуск} = R_2 (s_{кр} / s_{ном} - 1),$$

де $R_2 = 0,0109$ Ом – опір обмотки ротора двигуна АК2-81-8 в холодному стані (додаток Б); $s_{кр} = s_{ном} \left(M_{max} / M_{ном} + \sqrt{(M_{max} / M_{ном})^2 - 1} \right) = 0,123$. Тоді

$$R_{пуск} = R_2 (s_{кр} / s_{ном} - 1) = 0,0109 (0,123 / 0,04 - 1) = 0,0226 \text{ Ом}.$$

△ **Відповідь.** $M_{ном} = 291,8 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $P_1 = 25143 \text{ Вт}$; $P_{2е.в.} = 916 \text{ Вт}$; $R_{пуск} = 0,0226 \text{ Ом}$.

8. СИНХРОННІ МАШИНИ

Синхронні машини головним чином використовують в якості джерел електричної енергії змінного струму на потужних теплових та атомних електростанціях, в пересувних електростанціях. Синхронні машини широко задіяні як електродвигуни за потужності 100 кВт і вище для приводу насосів, компресорів, вентиляторів тощо. В електропобутових приладах та системах керування застосовуються синхронні мікромашини: зі сталими магнітами; індукторні; реактивні; крокові; гістерезисні.

8.1. Принцип роботи синхронної машини

Електромагнітна схема синхронної машини представлена на рис.8.1. Статор синхронної машини конструктивно виконаний таким самим, як і для асинхронної машини: на ньому розташована трифазна обмотка (чи багатофазна). Обмотку ротора, що живиться від джерела постійного струму, називають обмоткою збудження, оскільки вона створює в синхронній машині магнітний потік збудження. Обмотку ротора з'єднують із зовнішнім джерелом сталого струму за допомогою контактних кілець та щіток (рис.8.2). При обертанні ротору з деякою частотою n_2 потік збудження перетинає провідники обмотки статора і індукуює в її фазах змінну електрорушійну силу E , яка змінюється з частотою

$$f_1 = pn_2 / 60,$$

де p – кількість пар полюсів. Якщо ж обмотку статора підключити до навантаження, то струм I_a , який проходить по цій обмотці, буде створювати обертальне магнітне поле з частотою:

$$n_1 = 60f_1 / p.$$

З отриманих співвідношень випливає, що $n_1 = n_2$, тобто ротор здійснює оберти з тією ж частотою, що і магнітне поле. Саме з цих причин таку електричну машину називають синхронною.

Обмотку, де індукуюється електрорушійна сила та проходить струм навантаження, називають обмоткою якоря, тоді як частина синхронної машини, де розташована обмотка збудження, отримала назву індуктора. За схемою на рис.8.1 статор є якорем, а ротор – індуктором. В деяких конструкціях обмотку якоря розташовують на роторі, а обмотку збудження, що живиться від постійного струму – на статорі. Таку синхронну машину називають оберненою.

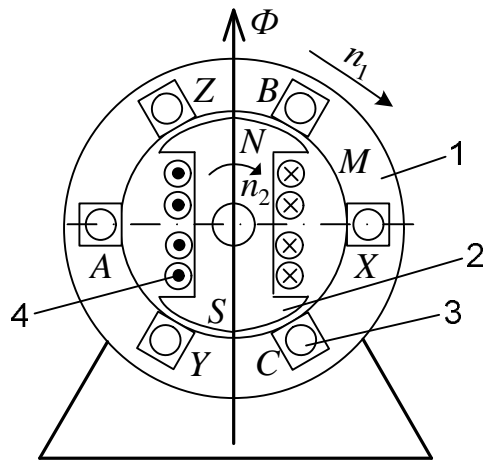


Рис. 8.1. Електромагнітна схема синхронної машини: 1 – статор машини; 2 – ротор машини; 3 – обмотка статора; 4 – обмотка ротора

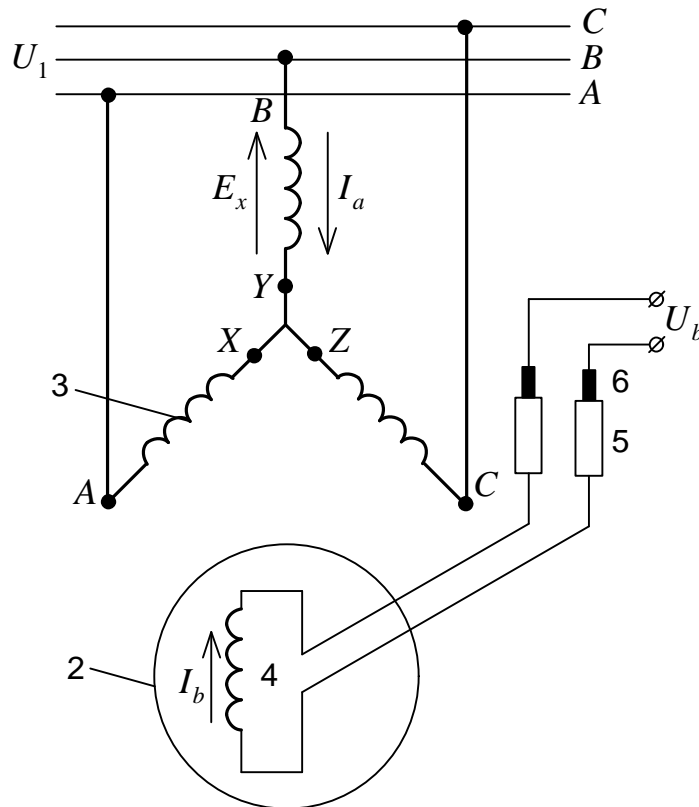


Рис. 8.2. Схема ввімкнення синхронної машини: 2 – ротор машини; 3 – обмотка статора; 4 – обмотка ротора; 5 – контактні кільця; 6 – щітки

Синхронна машина може працювати або автономно як генератор, що живить з'єднане з ним навантаження, або паралельно з мережею, до якої підключено інші генератори. При функціонуванні паралельно з мережею машина може віддавати або споживати електричну енергію, тобто працювати як генератор або двигун відповідно. У разі підключення обмотки статора до мережі з напругою U_1 та промисловою частотою f_1 струм, який проходить обмоткою, створює обер�альне

магнітне поле з частотою n_1 . В результаті взаємодії цього поля з струмом I_b , який протікає по обмотці ротора, створюється електромагнітний момент M , який при роботі машини в режимі двигуна є обертальним, а в режимі генератора – гальмівним. В синхронній машині потік збудження створюється обмоткою постійного струму, яка розташована на роторі. В усталеному режимі ротор нерухомий відносно магнітного поля і обертається з частотою $n_1 = n_2$ незалежно від механічного навантаження на валу ротора або електричного навантаження.

8.2. Будова синхронної машини

Синхронні електричні машини конструюють з нерухомим або обертальним витворцем. Машини великої потужності для зручності виводу електричної енергії зі статора або її підводу виконують з нерухомим якорем. Синхронні машини невеликої потужності можуть бути спроектовані як з нерухомим якорем, так і з обертальним. У оберненій синхронній машині з обертальним якорем і нерухомим індуктором навантаження підключають до обмотки за допомогою трьох кілець. В синхронних машинах використовують також ще дві різні конструкції ротора: неявнополюсну – з неявно показаними полюсами (рис.8.3) та явнополюсну – з явно показаними полюсами (рис.8.4).

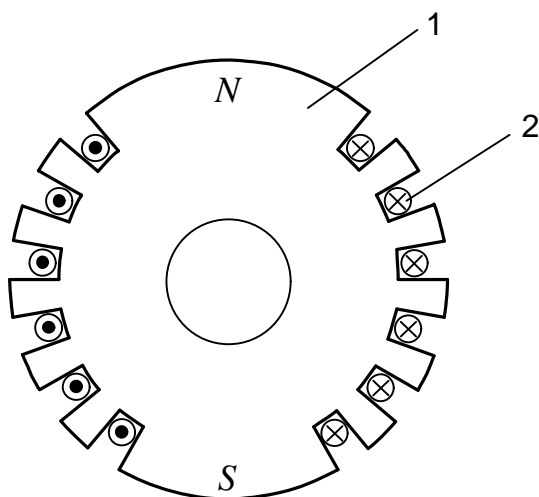


Рис. 8.3. Конструкція ротора з неявно показаними полюсами: 1 – осердя ротора; 2 – обмотка збудження

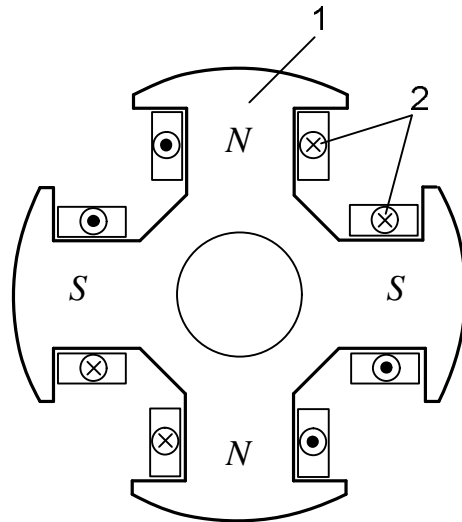


Рис. 8.4. Конструкція ротора з явно показаними полюсами:
1 – осердя ротора; 2 – обмотка збудження

Конструкцію ротора з неявно показаними полюсами використовують в дво- та чотириполюсних машинах великої потужності, які працюють за частоти обертання ротора 1500 та 300 об/хв відповідно. Застосування в таких машинах конструкції ротора за рис.8.4 неможливе завдяки реалізації забезпечення необхідної міцності кріплення полюсів та обмотки збудження. Обмотку збудження в таких синхронних машинах, як правило, розміщують у пазах осердя ротора. Для отримання приблизно синусоїдного розподілу магнітної індукції обмотку збудження укладають у пази, які займають $2/3$ полюсного поділу.

Конструкція ротора з явно показаними полюсами зазвичай використовують з чотирма полюсами та більше. Обмотку збудження для таких машин виконують у вигляді циліндричних котушок прямокутного перерізу, які розташовують на осердя полюсів та закріплюють за допомогою полюсних наконечників. Полюсні наконечники мають такий профіль, щоб повітряний зазор між цим наконечником та статором був мінімальним під серединою полюса та максимальним біля його країв. Наведена обставина дозволяє отримати такий розподіл магнітної індукції у повітряному зазорі, який нагадує синусоїдний характер.

В полюсних наконечниках синхронних двигунів з явно показаними полюсами розміщують стержні пускової обмотки. Так в обмотку у вигляді “білячої клітки” використовують і в синхронних генераторах, і називають її демпферною обмоткою, оскільки вона забезпечує швидке загасання коливань ротора, що виникають в перехідних режимах роботи синхронної машини.

Залежно від способу живлення обмотки збудження розрізняють системи незалежного збудження та самозбудження. При незалежному збудження в якості джерела для живлення обмотки збудження використовують генератор постійного струму (збуджувач), який розміщують на валу ротора синхронної машини (рис.8.5), або окремий допоміжний генератор.

При самозбудженні обмотка збудження живиться від обмотки якоря через напівпровідниковий випрямляч (рис.8.6). Потужність, яка необхідна для збудження

в такому випадку, складає не більше 3% від загальної потужності синхронної машини.

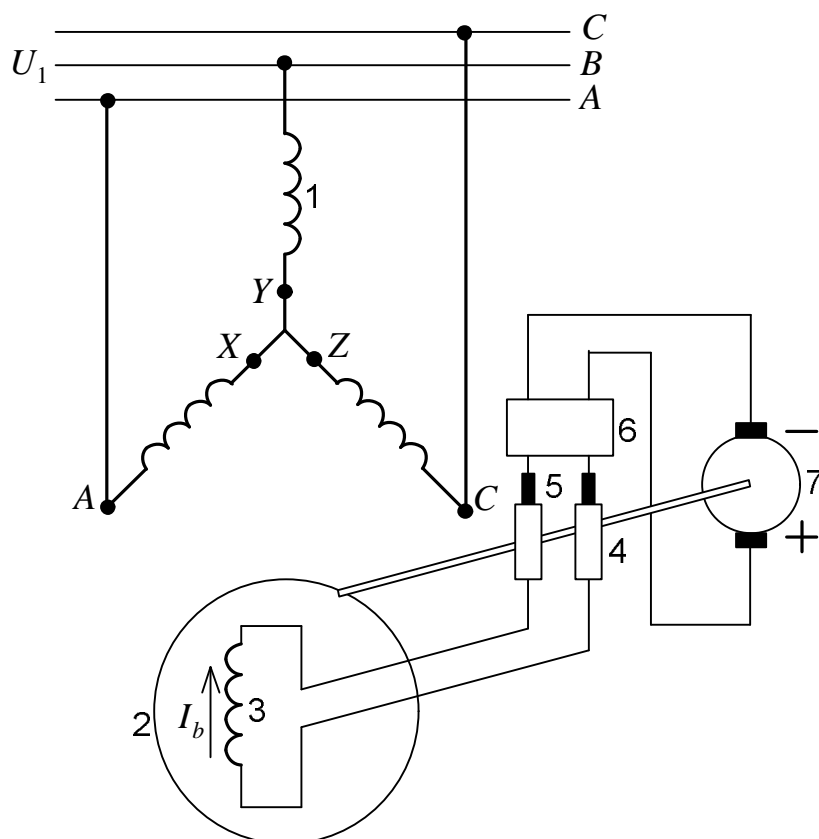


Рис. 8.5. Схема збудження синхронної машини при незалежному збудженні: 1 – обмотка якоря; 2 – ротор генератора; 3 – обмотка збудження; 4 – кільця; 5 – щітки; 6 – регулятор напруги; 7 – збуджувач

Живлення обмотки збудження через напівпровідниковий випрямляч на діодах або тиристорах широко використовують як в двигунах невеликої потужності, так і в потужних турбогенераторах. Регулювання струму збудження I_b здійснюється автоматично спеціальними регуляторами збудження або за допомогою реостатів, які підключені до кола обмотки збудження.

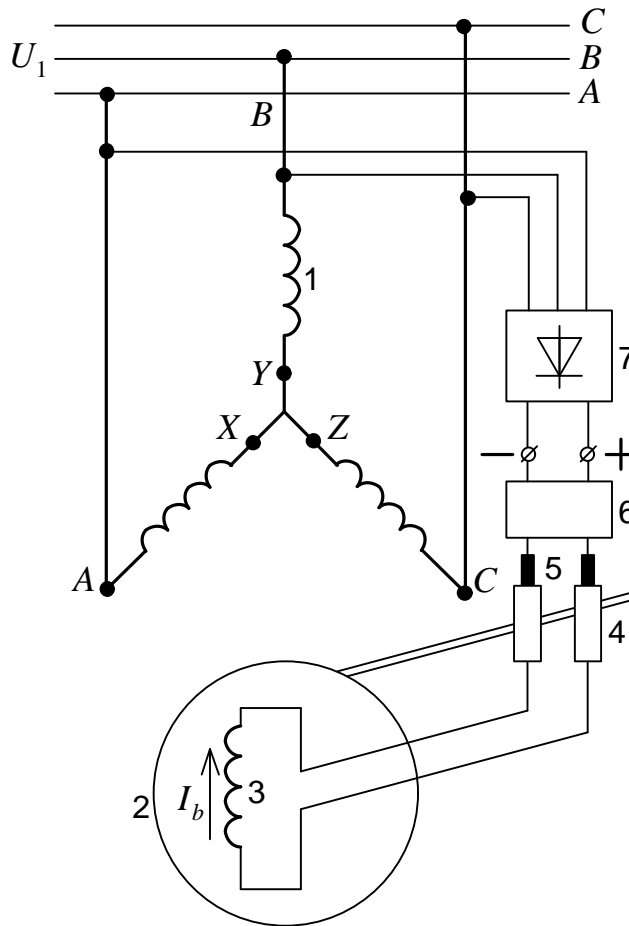


Рис. 8.6. Схема збудження синхронної машини при самозбудженні: 1 – обмотка якоря; 2 – ротор генератора; 3 – обмотка збудження; 4 – кільця; 5 – щітки; 6 – регулятор напруги; 7 – випрямляч

8.3. Робота синхронного генератора в режимі холостого ходу

У випадку холостого ходу магнітний потік генератора створено безпосередньо обмоткою збудження, він індукуює у фазах обмотки якоря електрорушійну силу. Цей потік напрямлений вздовж осі полюсів ротора. Перша гармоніка електрорушійної сили у разі холостого ходу вважають, що вищі гармонічні складові притлумлено внаслідок розподілу обмоток у декількох пазах та скорочення кроку обмоток) визначають за таким відношенням:

$$E_0 = 4,44 f_1 w_a k_{oba} \Phi_3,$$

де w_a – кількість витків у фазі обмотки якоря; k_{oba} – обмотувальний коефіцієнт обмотки якоря; Φ_3 – потік першої гармонічної складової магнітного поля збудження.

Розглянемо характеристику холостого ходу синхронного генератора і виявимо особливості побудови залежності електрорушійної сили E_0 від струму збудження I_b . Для невеликих струмів збудження магнітний потік є незначним, через це сталеві ділянки магнітопроводу є ненасиченими і їх магнітний опір є малим. В цьому випадку магнітний потік переважно визначають лише магнітним опором

повітряного зазору між ротором та статором і характеристика холостого ходу має вид прямої лінії (рис.8.7). При збільшенні потоку збільшено магнітний опір. При значенні індукції в сталі більше за 1,8 Тл магнітний опір сталевих ділянок починає стрімко зростати і відповідна характеристика ходу стає нелінійною.

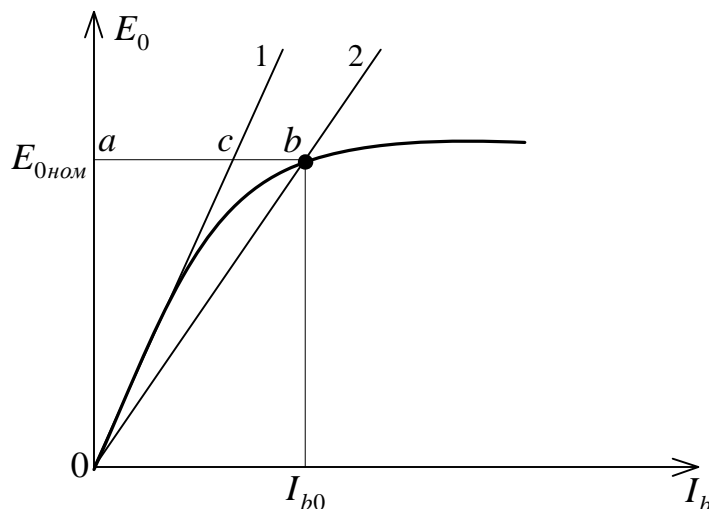


Рис. 8.7. Характеристика холостого ходу синхронного генератора

Номінальний режим роботи синхронних генераторів знаходиться, як правило, на “колiні” переходу від лінійної ділянки до нелінійної, при цьому коефіцієнт насичення $k_{нас}$, тобто відношення відрізків ab/ac , складає 1,1...1,4 (рис. 8.7). В деяких випадках з метою спрощення аналізу роботи синхронної машини нелінійність характеристики не враховують і замінюють її прямою лінією (дотичною до вихідної кривої – лінія 1 або лінією, яка відповідає певному режиму роботи, наприклад, при номінальному значенні напруги, – лінія 2). Лінія 2 на рис.8.7, на відміну від лінії 1, враховує деяке середнє насичення стану магнітного кола машини.

8.4. Основні характеристики синхронного генератора

Основними характеристиками, які визначають властивості синхронного генератора, вважають зовнішні та регулювальні характеристики.

Зовнішні характеристики. До таких характеристик синхронного генератора зазвичай відносять залежності напруги U від струму навантаження I_a за умови дотримання незмінних значень струму збудження I_b , кута j та частоти f_1 (або сталого значення частоти обертання ротора n_2). Нехай при деякому навантаженні струм $I_{аном}$ і генератор має номінальну напругу $U_{ном}$, тоді при зменшенні струму навантаження до нуля напруга генератора стає рівною значенню електрорушійної сили холостого ходу E_0 . Форма зовнішньої характеристики залежить від характеру навантаження, тобто від кута зсуву фаз j між \mathcal{U} та \mathcal{I}_a , так як залежно від цього

змінюється вектор E_0 при заданому значенні $U = U_{ном}$. На рис.8.8 представлені зовнішні характеристики генератора при різних видах навантаження, які отримані при однаковому значенні $U = U_{ном}$. При $U = 0$ (режим короткого замикання, на рисунку не показано), усі характеристики перетинаються в одній точці, яка відповідає значенню струму короткого замикання I_k .

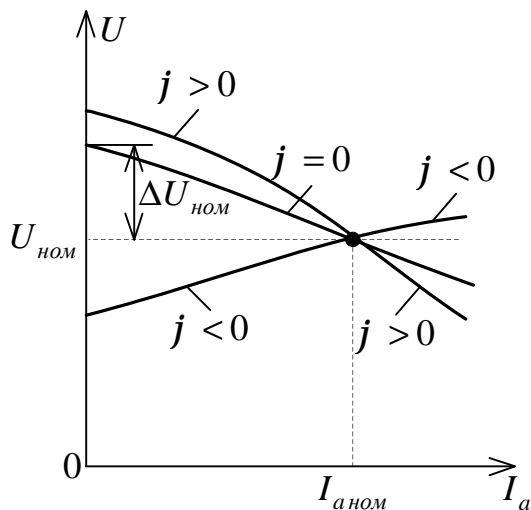


Рисунок 8.8 Зовнішні характеристики синхронного генератора

Регулювальні характеристики. Під цими характеристиками розуміють залежності струму збудження I_b від струму навантаження I_a при незмінних значеннях напруги U , кута j та частоти f_1 . Ці характеристики дозволяють зрозуміти, як треба змінювати струм збудження генератора, щоб підтримувати його напругу незмінною при зміні струму навантаження (рис.8.9).

Зрозуміло, що зі зростанням навантаження при $j > 0$ треба збільшувати струм збудження, а при $j < 0$ – зменшувати. До того ж, чим більшим є кут j за модулем, тим більші межі регулювання або зміни струму збудження.

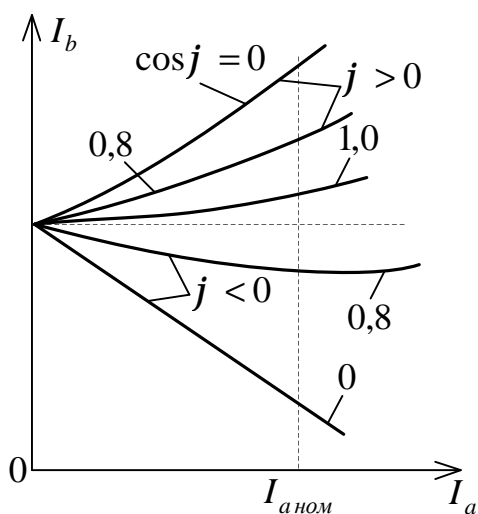


Рисунок 8.9 Регулювальні характеристики синхронного генератора

8.5. Робочі характеристики синхронних двигунів

Синхронна машина, яка працює паралельно з мережею, автоматично переходить у режим роботи двигуна, якщо до вала ротора прикласти гальмівний момент. При цьому електрична машина починає споживати з мережі активну потужність, в ній виникає електромагнітний обертальний момент. Частота обертання ротора залишається незмінною і зв'язана з частотою мережі за відомим співвідношенням $n_2 = n_1 = 60f_1 / p$. Синхронний двигун не має початкового пускового моменту і для його пуску необхідно розігнати ротор машини за допомогою зовнішнього моменту до частоти обертання, найближчої до усталеної.

Робочі характеристики – це залежності струму I_a , електричної потужності P_1 , яка надходить у обмотку якоря, коефіцієнта корисної дії та значення $\cos j$ від механічної потужності P_2 , яка віддається навантаженню за умови, що $U_{\text{мережі}} = \text{const}$; $f_{\text{мережі}} = \text{const}$ і струм збудження $I_b = \text{const}$. Найчастіше ці залежності будують у відносних одиницях (потужності P_1, P_2 та струм I_a віднесені до їх номінальних значень). Для синхронного двигуна залежність $P_1 = f(P_2)$ має лінійний характер, залежність $\cos j = f(P_2)$ при роботі машин має максимум в області $P_2 > P_{\text{ном}}$. У разі зниження P_2 значення $\cos j$ також зменшується, натомість реактивна потужність, яка надходить у мережу, збільшується.

8.6. Переваги і недоліки синхронного двигуна

Розглянемо переваги і недоліки синхронного двигуна у порівнянні з асинхронною машиною (розділ 7). Синхронні двигуни характеризують перевагами:

- 1) можливість роботи при величині $\cos j = 1$. Цей факт призводить до покращення $\cos j$ мережі, а також до скорочення розмірів двигуна, так як його струм є меншим за струм асинхронного двигуна за однієї і тієї ж потужності;
- 2) забезпечується менша чутливість до коливань напруги, так як їх максимальний момент двигуна пропорційний напрузі в першій степені (а не до квадрату значень);
- 3) жорстке дотримання незмінності частоти обертання незалежно від механічного навантаження на валу двигуна.

Основними недоліками синхронних машин визначають такі:

- 1) відносна складність конструкції;
- 2) відносна складність введення в роботу синхронного двигуна;
- 3) труднощі, що пов'язані з регулюванням частоти обертання.

□ **Задача Р8.1.** Визначити номінальну кутову швидкість $\Omega_{\text{ном}}$ ротора двигуна з шістьма полюсами та номінальний момент $M_{\text{ном}}$ (рис.8.2). Номінальні дані двигуна: номінальна потужність $P_{\text{ном}} = 990$ кВт, номінальна напруга $U_{\text{ном}} = 6$ кВ,

реактивний опір $X = 42$ Ом, відношення $M_{\max} / M_{\text{ном}} = 2,2$, номінальна частота обертання $n_{\text{ном}} = 1000$ об/хв. Побудувати кутову характеристику двигуна.

△ **Розв'язування.** Номінальна кутова швидкість ротора трифазного синхронного двигуна

$$\Omega_{\text{ном}} = 2\pi n_{\text{ном}} / 60 = 105 \text{ рад/с.}$$

Номінальний момент

$$M_{\text{ном}} = P_{\text{ном}} / \Omega_{\text{ном}} = (990 \cdot 10^3) / 105 = 9,43 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м.}$$

Рівняння кутової характеристики синхронної машини має вигляд

$$M = \frac{3 \cdot U_{\text{фном}} \cdot E_0}{\Omega_{\text{ном}} X} \sin q = M_{\max} \sin q,$$

де електрорушійна сила $E_0 = \frac{M_{\max} \Omega_{\text{ном}} X}{3U_{\text{фном}}} = \frac{20,75 \cdot 10^3 \cdot 105 \cdot 42}{3 \cdot 6 \cdot 10^3 / \sqrt{3}} = 8,8 \text{ кВ.}$

За даними задачі знаходимо $M_{\max} = 2,2 \cdot M_{\text{ном}} = 2,2 \cdot 9,43 \cdot 10^3 = 20,75 \cdot 10^3 \text{ Н}\cdot\text{м}$. При номінальному навантаженні $\sin q_{\text{ном}} = M_{\text{ном}} / M_{\max} = 0,45$, тобто $q_{\text{ном}} = 27^\circ$. Кутова характеристика двигуна показана на рис. Р8.1.

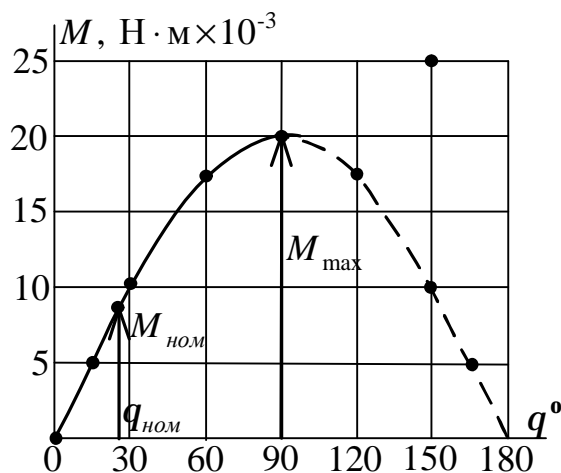


Рис. Р8.1. Кутова характеристика трифазного синхронного двигуна

△ **Відповідь.** $\Omega_{\text{ном}} = 105$ рад/с; $M_{\text{ном}} = 9,43 \cdot 10^3$ Н·м.

9. ЕЛЕКТРИЧНІ МАШИНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Електричні машини в режимі постійного струму найчастіше використовують як електродвигуни та генератори. Такі машини застосовують для організації електроприводу різних механізмів в системах автоматики, які потребують головним чином регулювання частоти обертання в широких межах. Генератори постійного струму можна використовувати і для живлення електродвигунів постійного струму, і як джерела електричної енергії при заряджанні акумуляторних елементів (стартерні двигуни), а також для електрозабезпечення різних пристроїв та обладнання в багатьох областях промисловості. Генератори постійного струму можна використовувати для живлення пристроїв зв'язку. В системах автоматичного регулювання машини постійного струму також задіяні в якості електромашинних підсилювачів.

Основною особливістю електричних машин постійного струму можна вважати те, що в них жодна з обмоток не підключено до електричної мережі змінного струму.

Недоліком машин постійного струму можна вважати наявність в їх конструкції колекторно-щіткового механізму (основна відмінність від асинхронних машин), який потребує особливого догляду та його перевірку під час експлуатації і тим самим знижує загальну надійність роботи електричної машини. Цей недолік призводить до обмеженого використання машин постійного струму у високотехнологічному спеціалізованому електронному обладнанні.

9.1. Класифікація машин постійного струму

Виходячи з усталених понять та термінів, які широко використовуються в теорії електроприводу рухівних механізмів визначимо класифікацію електричних машин постійного струму за основними ознаками:

- за призначенням – двигуни постійного струму та генератори постійного струму;
- за принципом дії – колекторні та безколекторні електричні машини;
- за конструкцією ротора – електричні машини, де ротор працює в полі постійних магнітів, електромагнітів та машини на основі реактивного ротору;
- за кількістю обмоток статора – одно-, дво-, три та багатообмоткові (кількість обмоток більше чотирьох) машини постійного струму;
- за особливостями конструкції якоря – електричні машини, де є відповідно барабанний, циліндричний або дисковий якір;

У свою чергу, безколекторні машини постійного струму розрізняють:

- за принципом дії датчика положення ротору – датчики Хола; датчики на основі магнітопроводу та магнітоопору; електромагнітні датчики;
- за конструкцією комутатора – машини, де застосовують напівпровідникові комутатори, комутатори з магнітним та радіаційним підсилювачем;

- за компонуванням основних функціональних блоків – машини з сумісною або роздільною компоновкою.

9.2. Принцип дії машин постійного струму

Електрична машина постійного струму має у своєму складі обмотку збудження, яка розташована на полюсах статора (рис.9.1). По цій обмотці проходить постійний струм I_b , який створює магнітне поле збудження Φ_b . На роторі машини розташована двошарова обмотка, в якій за умови обертання ротора індукуються електрорушійна сила. Таким чином, ротор машини постійного струму є якорем а її конструкція схожа до конструкції зверненої синхронної машини. Обмотку статора підключено до мережі постійного струму і є обмоткою збудження. Обмотка якоря машини розташована на роторі. На статорі розташовані головні полюси з котушками збудження, а також додаткові полюси, які слугують для зменшення іскріння під щітками. З метою спрощення розгляду принципу дії машини постійного струму припустимо, що збудження відбувається за допомогою постійних магнітів (рис.9.1).

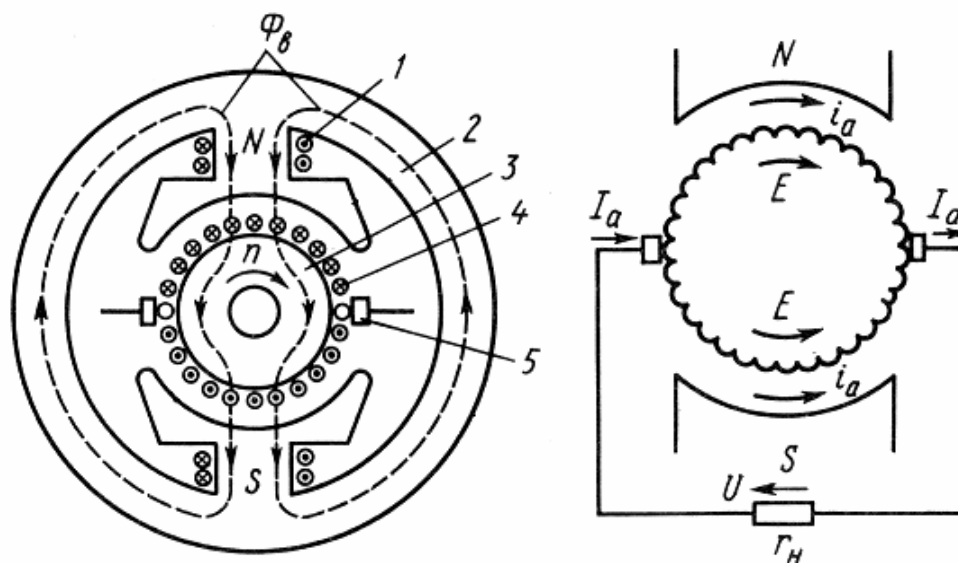


Рис. 9.1. Двополюсна машина постійного струму: а) електромагнітна схема; б) еквівалентна схема обмотки якоря: 1 – обмотка збудження; 2 – основні полюса; 3 – якор; 4 – обмотка якоря; 5 – щітки

За умови обрання певного напрямку обертання якоря, напрям електрорушійної сили, що індукуються в його провідниках, залежить лише від того, під яким полюсом знаходиться сам провідник. Через це у всіх провідниках, які розташовані під одним полюсом, напрям електрорушійної сили є однаковим і зберігається у часі незалежно від величини частоти обертання. Під час обертання якоря провідники обмотки переміщуються від одного полюса до іншого і електрорушійна сила внаслідок цього змінює свій знак. Завдяки симетрії конструкції

машини постійного струму кількість провідників, що знаходяться під кожним полюсом, залишається незмінною. Теж саме можна стверджувати про сумарну електрорушійну силу, яку індуковано у провідниках, що розташовані під одним магнітним полюсом. Обмотка якоря конструктивно є замкненою та симетричною. За умови відсутності зовнішнього навантаження струм обмоткою якоря не проходить, оскільки електрорушійні сили у різних частинах обмотки взаємно компенсуються.

При підключенні до щіток машини опору навантаження r_n через обмотку якоря проходитиме постійний струм I_a , напрям якого визначається відповідним напрямом електрорушійної сили E (рис.9.1, а). Щітки ковзають по колектору, що розташований на якорі машини, і який виконаний у вигляді циліндру, що складено із мідних клиноподібних пластин. Самі щітки за конструкцією нагадують прямокутні бруски і призначені для забезпечення з'єднання колектору з зовнішнім колом. До кожної пари сусідніх пластин підключають частину обмотки якоря, яка складається з одного або декількох витків. Разом така конструкція носить назву секції обмотки якоря. В режимі двигуна колектор з щітками виконує функції перетворювача частоти, який зв'язує мережу постійного струму з обмоткою, провідниками якої протікає змінний струм. В режимі генератора, колектор разом з щітками виконує функції випрямляча.

9.3. Особливості індукування електрорушійної сили в обмотці якоря

Вважаємо, з метою спрощення розгляду, що провідники якоря рівномірно розподілені вздовж кола якоря (рис.9.2). При обертанні якоря в провідниках, які знаходяться під дією полюсів N та S магнітів, індукуються електрорушійні сили протилежного напрямку.

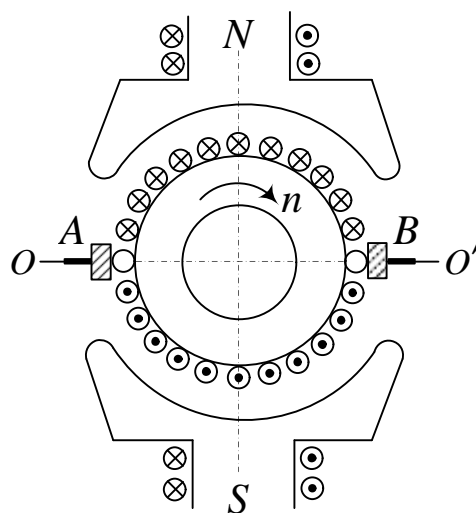


Рис. 9.2. Спрощена конструкція машини постійного струму (переріз)

Обмотка якоря може бути виконана у вигляді багатофазної обмотки, яку складено з великої кількості витків, що підключені до пластин колектора так, щоб

між кожною парою суміжних колекторних пласти знаходилося один або декілька витків. До колектора доторкаються щітки A та B , за допомогою яких обмотку якоря з'єднують з зовнішнім колом. При обертання якоря між цими щітками діє постійна за величиною електрорушійна сила, яка дорівнює сумі електрорушійних сил, що індуються у всіх послідовно з'єднаних обмотках якоря. При обертанні якоря провідники обмотки, які розташовані у місцях дотику щіток до колектору, зміщуються з геометричної нейтралі $O-O'$, але до щіток підходять нові провідники обмотки, між якими буде діяти теж електрорушійна сила, і через це у зовнішньому колі значення цієї сили є незмінною за величиною та напрямом. Якщо замінити реальну не синусоїдну електрорушійну силу, яку індуювано у витках обмотки якоря, ідеальною синусоїдальною, то значення цієї сили E між щітками A та B можна знайти з векторної діаграми, яка показана на рисунку 9.3.

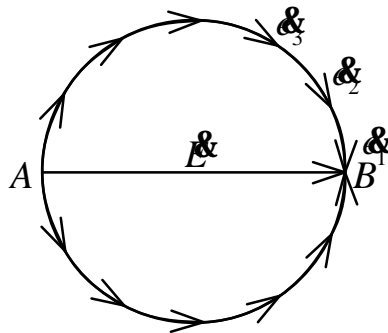


Рис. 9.3. Векторна діаграма електрорушійних сил, що індуювано в обмотці якоря

За умови достатньо великої кількості секцій обмотки якоря ця електрорушійна сила є майже незмінною в часі і дорівнює сумі елементарних ЕРС за діаметром кола, яке побудовано навколо багатокутника з електрорушійних сил e_1, e_2, e_3, \dots , індюваних в окремих витках цієї обмотки.

Миттєве значення електрорушійної сили, яку індювано у кожному активному провідникові, визначають за виразом

$$e = B_x v_a l_a, \quad (9.1)$$

де B_x – магнітна індукція в точці повітряного зазору; v_a – кругова швидкість якоря; l_a – довжина провідника у магнітному полі. Тоді

$$E = \sum_1^{N/2a} e = v_a l_a \sum_1^{N/2a} B_x,$$

де N – загальне число активних провідників обмотки якоря; $N/2a$ – кількість активних провідників, які входять в одне паралельне розгалуження. За умови достатньо значної кількості пластин колектора є можливість знехтувати пульсаціями електрорушійних сил і вважати, що

$$\sum_1^{N/2a} B_x \approx [N/2a] B_{\text{сеп}},$$

де B_{cep} – середнє значення індукції в межах полюсного поділу $t = pD_a / 2p$, p – кількість пар полюсів. Враховуючи, що $B_{cep} l_a t = \Phi$ та $v_a = pD_a n / 60$, де D_a – діаметр ротора, отримаємо

$$E = [pN / 60a] n \Phi = c_e \Phi n,$$

де $c_e = \frac{pN}{60a}$ – коефіцієнт, який визначено конструктивними параметрами машини і не залежить від режимів її роботи. Отриманий вираз дозволяє знайти середнє значення електрорушійної сили. Її миттєве значення знаходиться (пульсує) між значеннями E_{max} та E_{min} . Максимальне значення пульсацій електрорушійної сили $\Delta E = 0,5(E_{max} - E_{min})$ залежить від кількості пластин колектора k . В таблиці 9.1 представлені числові значення пульсацій залежно від значень параметра k , причому ΔE наведено у відсотках від теоретичного значення середньої електрорушійної сили E .

Табл. 9.1. Числові значення пульсацій електрорушійної сили

k	2	4	8	10	20	40
$\Delta E, \%$	100	17	4	2,5	0,6	0,15

Якщо знехтувати падінням напруги у витках, то напруга U_k між сусідніми пластинами колектора буде дорівнювати сумі електрорушійних сил, які індукують у ввімкнених між ними витках обмотки якоря. З (9.1) електрорушійна сила e пропорційна індукції B_x у певній точці повітряного зазору, а тому крива розподілу за колом колектора напруг U_k між сусідніми пластинами схожа на криву розподілу індукції B_x у повітряному зазорі (рис. 9.4). В режимі холостого ходу значення електрорушійної сили E є максимальним за умови встановлення щіток A та B на геометричній нейтралі. Якщо ж відбувається зміщення щіток, наприклад, на кут α , то частина кола якоря, яка відповідає цьому куту, знаходиться в області з індукцією B_x , яку створено полюсом протилежної полярності. При цьому зменшується результуюче значення як ЕРС E так і напруги U між щітками A та B , оскільки у провідниках якоря, які розташовані в цій області, індукують електрорушійні сили, які протилежні за напрямом електрорушійним силам, що індукують в інших провідниках. Якщо вважати розподіл магнітної індукції у повітряному зазорі синусоїдним, то $E = c_e n \Phi \cos \alpha$.

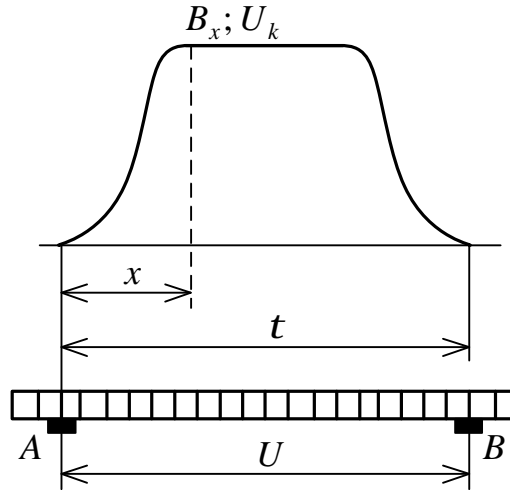


Рис. 9.4. Крива розподілу індукції B_x вздовж кола якоря

На ярі, обмоткою якого протікає струм I_a , діє електромагнітний момент:

$$M = \frac{F_{рез} D_a}{2},$$

де $F_{рез}$ – результуюча електромагнітна сила, яка виникає за взаємодії струму з магнітним полем. Ця сила є сумою зусиль f_x , які прикладені до усіх активних провідників обмотки якоря. При значній кількості пластин названу силу вважають постійною:

$$F_{рез} = \sum_1^N f_x = N f_{сер} = N B_{сер} i_a l_a = N B_{сер} l_a I_a / 2a,$$

де i_a – сила струму в одному паралельному розгалуженні. Тоді електромагнітний момент можна визначити із співвідношення

$$M = p N \Phi I_a / 2 p a = c_m \Phi I_a,$$

де $c_m = 60 c_e / 2 p$ – коефіцієнт, який залежить від конструктивних параметрів машини постійного струму. При роботі машини в режимі двигуна електромагнітний момент є обертальним, тоді як в генераторному режимі – гальмівним.

10. ДВИГУНИ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

Властивості двигунів постійного струму зазвичай визначено способом живлення обмотки збудження. За цією характеристикою розрізняють двигуни з паралельним, незалежним, послідовним та змішаним збудженнями. Для схем вмикання двигунів характерна наявність реостату пуску для обмеження струму при включенні двигуна. У разі роботи машини постійного струму в режимі двигуна електрорушійну силу E та момент обертання M знаходять за формулами:

$$E = c_e \Phi n ;$$
$$M = c_m \Phi I_a .$$

10.1. Механічні характеристики двигунів постійного струму

Двигуни з паралельним збудженням характеризують тим, що обмотка збудження підключена паралельно з обмоткою якоря до мережі. У коло обмотки збудження включено реостат регулювання R_{pez} , а у коло якоря – реостат пуску R_n (рис. 10.1). Нагадаємо, що характерною особливістю двигуна є те, що його струм збудження $I_{зб}$ не залежить від струму якоря I_a (струму навантаження). Тоді, нехтуючи впливом розмагнічування реакції якоря, можна вважати, що і потік двигуна не залежить від навантаження. За цією умовою можна стверджувати, що залежності $M = f(I_a)$ та $n = f(I_a)$ (n – частота обертання двигуна), які визначають відповідно моментну та швидкісну характеристики, є лінійними (рис.10.2). Звідси очевидно, що механічна характеристика двигуна $n = f(M)$ є також лінійною (рис. 10.3).

Якщо в коло якоря підключити додатковий опір або реостат R_n , то частота обертання двигуна дорівнює

$$n = [U - I_a (\sum R_a + R_n)] / (c_e \Phi) = n_0 - \Delta n$$

де $n_0 = U / (c_e \Phi)$ – частота обертання в режимі холостого ходу; $\Delta n = (\sum R_a + R_n) I_a / (c_e \Phi)$ – зниження частоти, яке обумовлено сумарним падінням напруги у всіх опорах $\sum R_a$, що включені у коло якоря двигуна. Величина Δn визначає нахил моментної та швидкісної характеристик до осі абсцис.

За умови відсутності у колі якоря опору R_n названі характеристики називають жорсткими (крива 1 на рис.10.2).

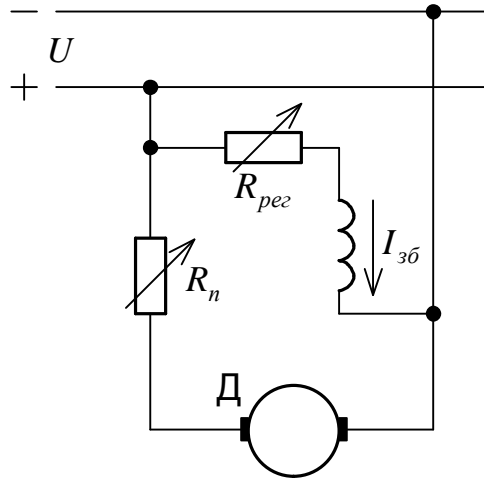


Рис. 10.1. Схема двигуна з паралельним збудженням

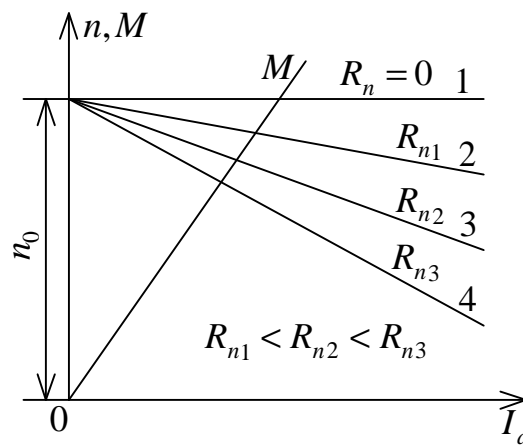


Рис. 10.2. Моментна $M(I_a)$ та швидкісна $n(I_a, R_n)$ характеристики двигуна

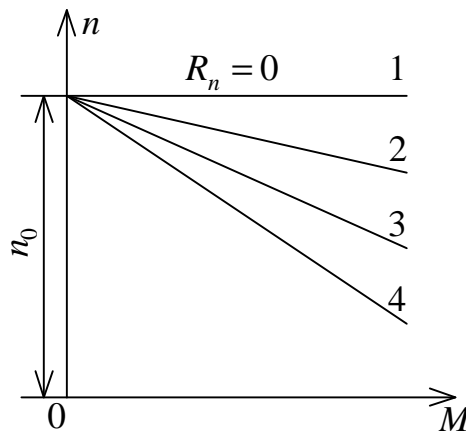


Рис. 10.3. Механічні характеристики двигуна

Реостат регулювання $R_{рег}$ дозволяє змінювати струм збудження двигуна $I_{зб}$ і його магнітний потік Φ . Якщо у двигуні обмотка якоря та обмотка збудження підключені до джерел живлення з різними напругами, то його називають двигуном

з незалежним збудженням. Для такої конструкції двигуна струм збудження $I_{зб}$ також не залежить від струму якоря I_a .

Для двигуна з послідовним збудженням (рис.10.4) струм збудження дорівнює струму в колі якоря. Через це магнітний потік є деякою функцією струму якоря I_a . Характер цієї функції змінюється залежно від навантаження двигуна.

За умови, коли $I_a < (0,8...0,9)I_{ном}$, магнітний потік дорівнює $\Phi = k_\Phi I_a$ через те, що магнітна система машини є ненасиченою. Сам коефіцієнт k_Φ за цих умов при різному навантаженні залишається практично незмінним. При цьому швидкісна характеристика має вигляд гіперболи, оскільки

$$n = \frac{U - I_a \sum R_a}{c_e \Phi} = \frac{U}{c_e k_\Phi I_a} - \frac{I_a \sum R_a}{c_e k_\Phi I_a} = A_1 \frac{U}{I_a} - A_2,$$

де A_1 і A_2 – сталі. За тих самих умов ($I_a < (0,8...0,9)I_{ном}$) моментна характеристика $M = f(I_a)$ має форму параболи, оскільки

$$M < c_m \Phi I_a = c_m k_\Phi I_a^2 = A_3 I_a^2,$$

де A_3 – постійний коефіцієнт.

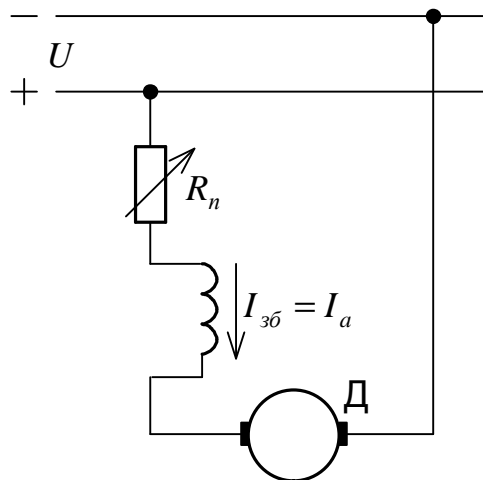


Рис. 10.4. Схема двигуна з послідовним збудженням

Коли $I_a > I_{ном}$, магнітний потік змінюється повільно у порівнянні зі зміною I_a , і при значних навантаженнях можна вважати, що $\Phi = \text{const}$. За цих умов, швидкісна характеристика є лінійною, так як частота обертання

$$n = \frac{U - I_a \sum R_a}{c_e \Phi} = \frac{U}{c_e \Phi} - \frac{I_a \sum R_a}{c_e \Phi} = A_1' U - A_2' I_a,$$

де A_1' і A_2' – постійні. Тоді і моментна характеристика буде лінійною, адже:

$$M = c_m \Phi I_a = A_3' I_a,$$

де A_3' – постійний коефіцієнт. Механічну характеристику $n = f(M)$ будують на основі отриманих вище залежностей $M = f(I_a)$ та $n = f(I_a)$, так коли $I_a < (0,8...0,9)I_{ном}$, частота обертання буде змінюватися за законом

$$n = \frac{U}{c_e k_\Phi \sqrt{M / c_m k_\Phi}} - \frac{\sum R_a}{c_e k_\Phi} = A_4 \frac{U}{\sqrt{M}} - A_2,$$

де A_4 – постійний коефіцієнт. Очевидно, що коли $I_a > I_{ном}$, механічна характеристика також стає лінійною.

У двигуні зі змішаним збудженням магнітний потік Φ створено за рахунок сумісної дії відразу двох обмоток збудження – паралельної та послідовної відповідно. Механічні характеристики для таких двигунів розташовуються між характеристиками двигунів з паралельним та послідовним збудженням.

10.2. Основні режими роботи двигунів. Поняття щодо жорсткості характеристики електропривода

Якщо під час роботи електродвигуна частота обертання n є постійною величиною ($n = \text{const}$), то електромагнітний момент двигуна дорівнює моменту навантаження, тобто $M_{\text{дв}} = M_{\text{см}}$. Розрізняють такі основні режими роботи електродвигунів:

- а) $M_{\text{дв}} = M_{\text{см}}$ – режим роботи двигуна в усталеному режимі;
- б) $M_{\text{дв}} > M_{\text{см}}$ – режим прискорення двигуна;
- в) $M_{\text{дв}} < M_{\text{см}}$ – режим гальмування двигуна.

Жорсткість – залежність електромагнітного моменту двигуна, яка створюється взаємодією магнітного потоку і струму в його обмотках, від зміни швидкості ротора чи якоря, тобто в аналітичному виді жорсткість визначається, як $b = \frac{\partial M}{\partial n}$. Ідеальною можна вважати характеристику, для якої $b \rightarrow \infty$. Абсолютно жорстку характеристику спостерігають у синхронних двигунах, тобто коли $b \rightarrow \infty$.

10.3. Гальмівні режими роботи двигунів

Двигуни можна використовувати не лише для забезпечення обертання механізмів, але й для їх гальмування. Електричне гальмування дозволяє швидко зупинити механізм або зменшити його частоту обертання без допоміжного використання механічного гальмування. Розрізняють три види гальмування двигунів постійного струму: 1) рекуперативне гальмування – генераторне гальмування з віддачею електричної енергії у мережу; 2) динамічне гальмування – генераторне гальмування на основі гасіння енергії в реостаті, який підключений до обмотки якоря; 3) електромагнітне гальмування – гальмування за рахунок протилежного

ввімкнення. Зрозуміло, що для усіх цих видів гальмування електромагнітний момент M діє на якір в напрямку, який є протилежним до його напрямку обертання.

Рекуперативне гальмування. Двигун з паралельним збудженням переходить в режим рекуперативного гальмування при збільшенні його частоти обертання n до величини, яка більша за значення $n_0 = U / c_e \Phi$. За таких умов електрорушійна сила машини буде більшою за значення напруги мережі і струм змінить свій напрям, тобто двигун перейде в режим роботи генератора. Двигуни з послідовним збудженням не можуть переходити в режим згаданого гальмування. Для того щоб цей перехід все ж забезпечити, треба змінити схему двигуна, тобто перетворити його у генератор з незалежним збудженням. Двигуни зі змішаним збудженням можуть автоматично переходити в режим роботи генератора.

Динамічне гальмування. За цим видом гальмування в двигунах з паралельним збудженням обмотку якоря від'єднують від мережі, а замість цього підключають до неї додатковий реостат $R_{од}$. При цьому електрична машина працює як генератор з незалежним збудженням, а енергія, яка генерується, гаситься в реостаті. Двигун з послідовним збудженням може працювати в режимі динамічного гальмування у разі як незалежного збудження, так і у разі самозбудження. Для незалежного збудження обмотку збудження від'єднують від обмотки якоря і підключають її до мережі послідовно з резистором, опір якого обирають таким чином, щоб струм збудження не перевищував номінального значення. При цьому механічні характеристики двигуна мають лінійний характер. У випадку самозбудження при переході машини у режим генератора, слід переключити проводку, по якій надходить струм до обмотки збудження. Така процедура обумовлена тим, щоб не допустити розмагнічування генератора машини. Механічні характеристики двигуна у разі самозбудження є нелінійними. Двигун зі змішаним збудженням також може працювати в режимі динамічного гальмування.

Електромагнітне гальмування. В цьому режимі змінюють напрям електромагнітного моменту M , зберігаючи при цьому незмінним напрям струму від мережі. Цю процедуру виконують так само, як і при другому способі гальмування, тобто за рахунок переключення проводки, яка підводить струм до обмотки якоря або до обмотки збудження. З енергетичної точки зору електромагнітне гальмування є найбільш вигідним, адже електрична машина споживає як механічну, так і електричну енергію, які гасяться в обмотці якоря і в реостаті.

□ **Задача Р10.1.** Для двигуна постійного струму паралельного збудження (рис. Р10.1) відомі наступні номінальні величини: $P_{ном} = 130$ кВт, $U_{ном} = 220$ В, $n_{ном} = 600$ об/хв., $I_{ном} = 640$ А. Опір обмотки якоря в робочому режимі $R_я = 0,00725$ Ом, опір обмотки збудження $R_з = 43,2$ Ом. Визначити обертальний момент двигуна в номінальному режимі роботи, а також частоту обертання якоря двигуна в режимі холостого ходу.

△ **Розв'язування.** Сила струму в обмотці якоря за номінального режиму роботи

$$I_{я.ном} = I_{ном} - I_{з.ном} = I_{ном} - U_{ном} / R_з = 634,9 \text{ А.}$$

Електрорушійна сила, яку індуковано в обмотці якоря за номінальної частоти його обертання,

$$E_{ном} = U_{ном} - R_{я} I_{я.ном} = 220 - 0,00725 \cdot 634,9 = 215,3 \text{ В.}$$

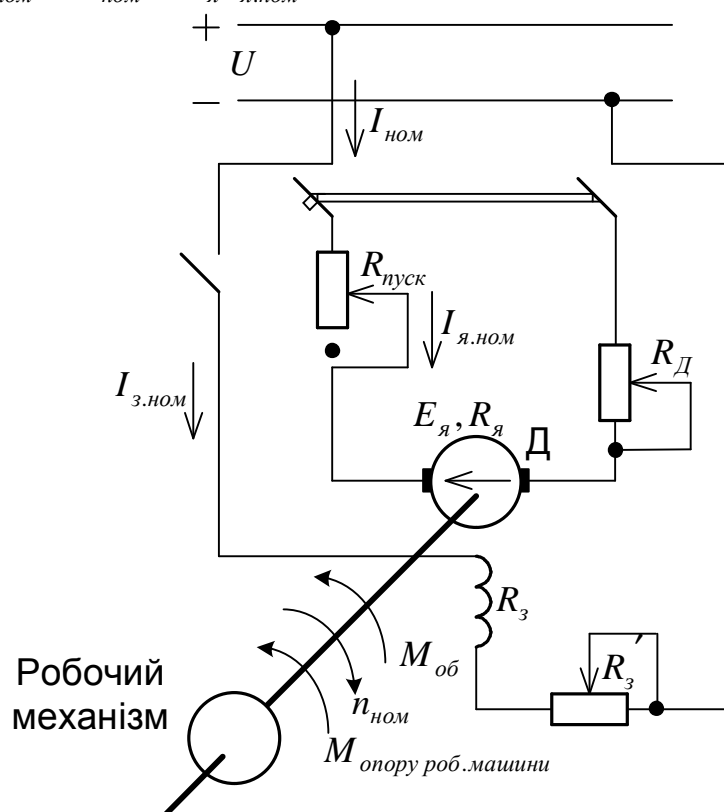


Рис.Р10.1. Схема двигуна постійного струму з паралельним збудженням

Номінальна електромагнітна потужність

$$P_{ем.ном} = E_{ном} I_{я.ном} = 215,3 \cdot 634,9 = 136700 \text{ Вт.}$$

Номінальний обертальний електромагнітний момент

$$M_{ном} = 9,55 \frac{P_{ем.ном}}{n_{ном}} = 9,55 \cdot \frac{136700}{600} = 2,18 \cdot 10^3 \text{ Н·м.}$$

Частота обертання якоря в режимі ідеального холостого ходу для $U_{ном} = E_0$

$$n_0 = U_{ном} / c_e \Phi.$$

Частота обертання якоря в режимі номінального навантаження

$$n_{ном} = E_{ном} / c_e \Phi,$$

тоді

$$n_0 = n_{ном} \frac{U_{ном}}{E_{ном}} = 600 \cdot \frac{220}{215,3} = 615 \text{ об/хв.}$$

△ **Відповідь.** $M_{ном} = 2,18 \cdot 10^3 \text{ Н·м}$, $n_0 = 615 \text{ об/хв.}$

□ **Задача Р10.2.** Двигун послідовного збудження (рис. Р10.2) характеризують наступними номінальними величинами: $P_{ном} = 45 \text{ кВт}$, $U_{ном} = 220 \text{ В}$, $n_{ном} = 880 \text{ об/хв.}$, коефіцієнт корисної дії машини $\eta_{ном} = 73\%$. Побудувати криву залежності струму якоря від обертального моменту, що набуває двигун.

△ **Розв'язування.** Струм якоря двигуна визначається моментом на валу

$$I_{\text{я}} = \frac{M}{c_{\text{м}} \Phi}.$$

При номінальному режимі

$$I_{\text{я.ном}} = \frac{M_{\text{ном}}}{c_{\text{м}} \Phi_{\text{ном}}}.$$

Тоді відношення

$$\frac{I_{\text{я}}}{I_{\text{я.ном}}} = \frac{M}{M_{\text{ном}}} \frac{\Phi_{\text{ном}}}{\Phi},$$

або

$$\frac{M}{M_{\text{ном}}} = \frac{I_{\text{я}}}{I_{\text{я.ном}}} \frac{\Phi}{\Phi_{\text{ном}}}.$$

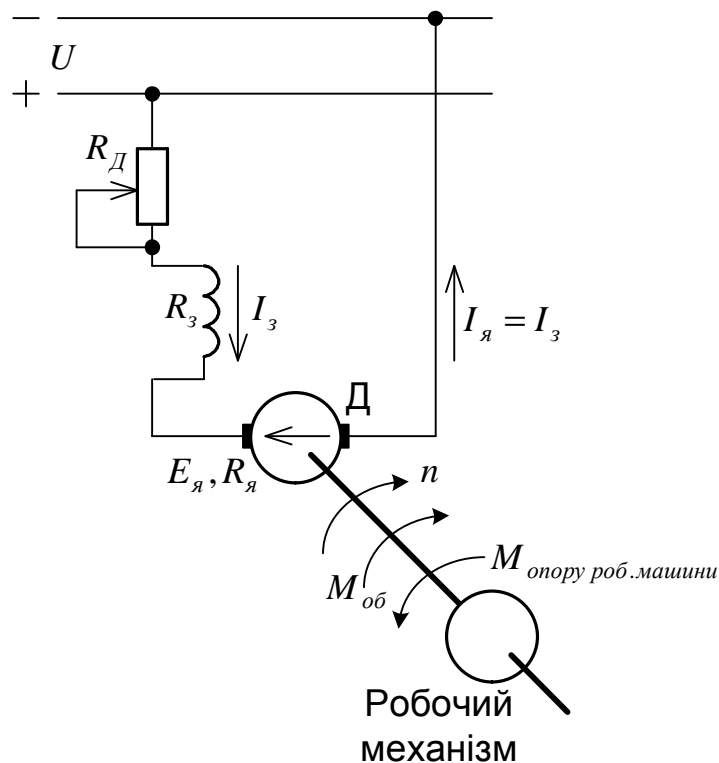


Рис. P10.2. Схема двигуна постійного струму з послідовним збудженням

Як відомо, в двигуні послідовного збудження струм якоря є струмом збудження (рис. P10.3). Залежність між струмом якоря $I_{\text{я}}$ та потоком полюса Φ нелінійна. На основі цієї залежності, обираючи відношення $I_{\text{я}}/I_{\text{ном}}$, знаходять відношення $\Phi/\Phi_{\text{ном}}$ і розраховують добуток $(I_{\text{я}}/I_{\text{ном}}) \times (\Phi/\Phi_{\text{ном}})$, який дорівнює відношенню моментів $M/M_{\text{ном}}$. Наприклад, коли $I_{\text{я}}/I_{\text{ном}}=0,2$, то $\Phi/\Phi_{\text{ном}}=0,37$ і тоді $M/M_{\text{ном}}=0,074$. За результатами розрахунків можна побудувати криву залежності відношення $I_{\text{я}}/I_{\text{ном}}$ від відношення $M/M_{\text{ном}}$ (рис. P10.4).

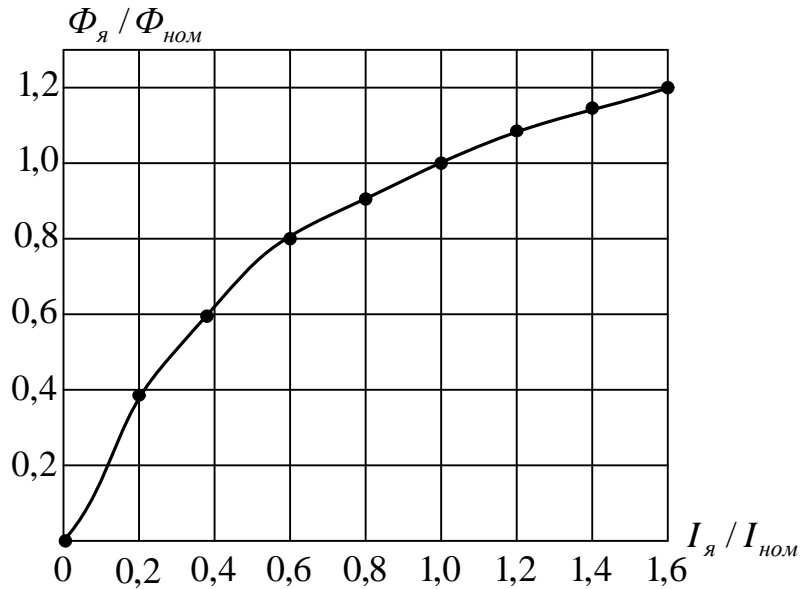


Рис. P10.3. Експериментальна залежність $\Phi_{\text{я}}/\Phi_{\text{ном}}$ від $I_{\text{я}}/I_{\text{ном}}$

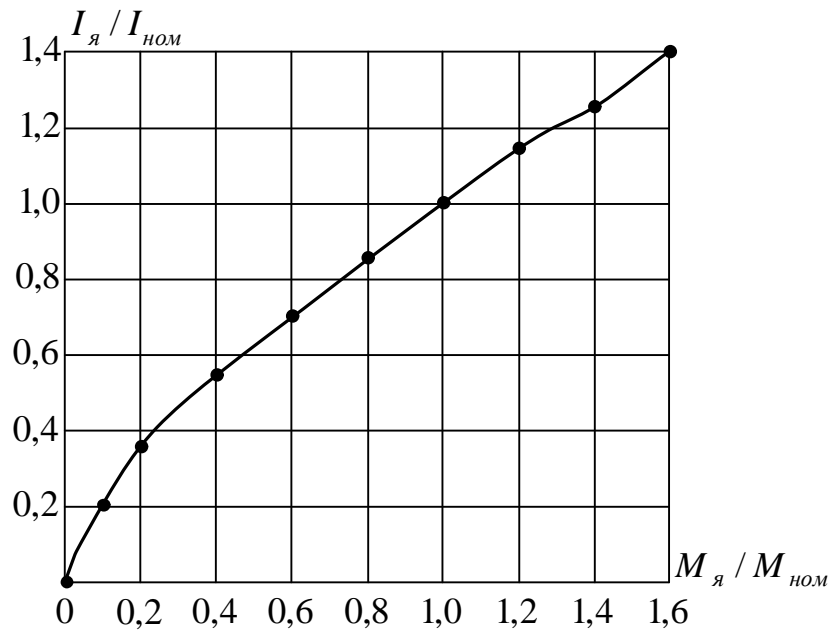


Рис. P10.4. Залежність $I_{\text{я}}/I_{\text{ном}}$ від $M_{\text{я}}/M_{\text{ном}}$

Номінальний момент двигуна з послідовним збудженням

$$M_{\text{ном}} = 9,55 \frac{P_{\text{ном}}}{n_{\text{ном}}} = 9,55 \cdot \frac{45000}{880} = 488 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

При номінальному режимі роботи струм якоря

$$I_{\text{я}} = \frac{P_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}} h_{\text{ном}}} = \frac{45000}{220 \cdot 0,73} = 280 \text{ А}.$$

11. ПРИКЛАДНІ ЗАСТОСУВАННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ

11.1. Системи автоматичного регулювання в лазерних пристроях відображення

Лазерні пристрої відображення призначені для реєстрації сигналів зображення і їх відносять до систем телебачення. В таких пристроях основним є фотографічний метод реєстрації інформації, коли доріжки запису утворені елементами зі змінною оптичною щільністю, величина якої залежить від параметрів сигналу зображення. Фотографічний носій використовують для реєстрації самого зображення, яке потім відтворюють на основі проєкційного способу. Принцип роботи лазерних пристроїв відображення оснований на створенні видимого зображення за допомогою світлового потоку, який переміщується у просторі і промодульований за інтенсивністю. Основними елементами таких пристроїв є лазерні джерела світла, модулятори світла та скануючі пристрої (дефлектори).

Дефлектор – пристрій, який здійснює розгортку зображення для проведення процедури запису цього зображення або його проєкції в лазерних системах.

Лазерні пристрої відображення можна використовувати і як лазерні проєктори, що формують телевізійне зображення на великому екрані, і як реєстратори телевізійних сигналів на фотографічному носії інформації. В останньому випадку такі пристрої ще називають лазерними пристроями запису.

Лазерні пристрої відображення функціонують в режимі зовнішньої синхронізації і їх працездатність забезпечується за допомогою систем автоматичного регулювання. Такий режим роботи передбачає, що високоінерційні електромеханічні системи автоматичного регулювання повинні працювати з точністю, яка є сумірною з точністю роботи безінерційних електронних пристроїв. В ряді випадків дозволено використовувати системи автоматичного регулювання з обмеженою точністю, де одними з основних елементів є корегуючі пристрої.

Розглянемо спрощену функціональну схему лазерного пристрою запису з черезрядковим розкладенням зображення (рис.11.1).

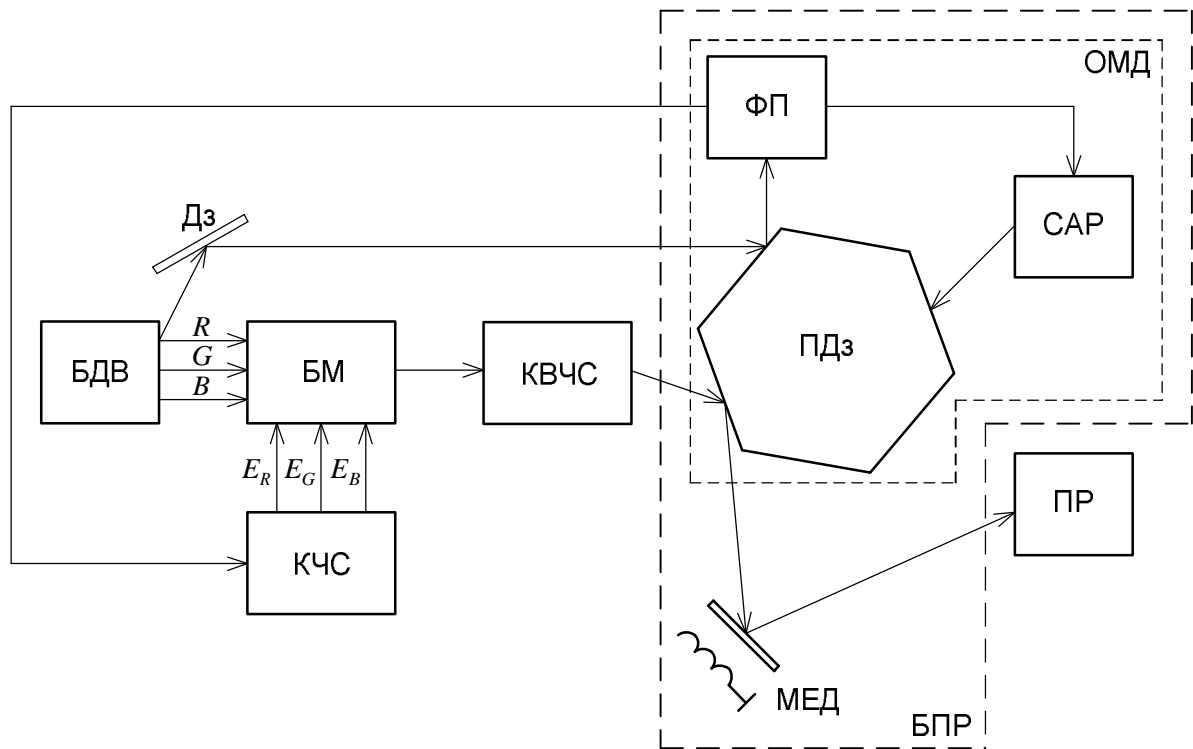


Рис. 11.1. Функціональна схема лазерного пристрою запису з черезрядковим розкладенням зображення: БДВ – блок джерел випромінювання; БМ – блок модуляторів; КЧС – коректор часових спотворень; КВЧС – коректор високочастотних часових спотворень; Дз – дзеркало; ПДз – полігональне дзеркало; ФП – фотоприймач; САР – система автоматичного регулювання; ПР – пристрій реєстрації; МЕД – магнітоелектричний дефлектор; ОМД – оптико-механічний дефлектор; БПР – блок пристроїв розгортки.

В блок пристроїв розгортки входить оптико-механічний дефлектор, який закріплено на валу двигуна. Частота обертання двигуна стабілізовано системою автоматичного регулювання. Блок має у своєму складі магнітоелектричний дефлектор. Світловий потік, що відбивається від цього дефлектора, попадає в пристрій реєстрації, який для даної схеми являє собою стрічкопротяжний механізм з магнітним носієм або екран коли лазерний пристрій запису використовують як лазерний проектор.

Інформація щодо частоти обертання двигуна надходить від фотоприймача, який реєструє світлові імпульси, що відбиваються від кожної грані полігонального дзеркала внаслідок його обертання. Коректор високочастотних часових спотворень сприяє зменшенню часових спотворень зображення, які виникають внаслідок неідеальності виготовлення двограних кутів полігонального дзеркала. Використання системи автоматичного регулювання дозволяє також зменшити вплив на зображення низькочастотних спотворень, які викликані фазовими помилками обертання двигуна оптико-механічного дефлектора.

Виконуючим елементом системи автоматичного регулювання (рис.11.1) є двигун. Так як полігональне дзеркало має високу частоту обертання (10-20 тис. обертів за хвилину), то для її регулювання двигуни повинні бути безконтактними –

синхронними або асинхронними. Для синхронного двигуна дефлектора частоту напруги живлення $f_{жс}$ визначають за формулою

$$f_{жс} = f_c p / N_2,$$

де f_c – частота сканування дефлектора; p – кількість пар полюсів; N_2 – кількість дзеркальних граней полігонального дзеркала. Цим співвідношенням визначають синхронність телевізійного зображення, яке формується. Для вітчизняного телевізійного мовлення характерна рівність $f_c = f_{ряд} = 15525$ Гц, де $f_{ряд}$ – частота рядкових синхроімпульсів. Але після того, як двигун виходить на синхронну частоту обертання, опорні синхроімпульси та імпульси фотоприймача хоч і мають однакову частоту, але зсунуті між собою за фазою. Це призводить до часових спотворень зображення (переважно низькочастотних). Такі спотворення є наслідком присутності фазових помилок двох видів: постійного фазового зсуву, значення якого є довільним і залежить від моменту входження двигуна в синхронізм, та змінних фазових помилок, які визначаються кутовим положенням осі намагнічування ротора відносно осі обертального магнітного поля статора. Постійні фазові помилки можна усунути або за допомогою пристроїв початкового встановлення фази двигуна, або шляхом введення в систему автоматичного регулювання частоти обертання двигуна астатичної петлі зворотного зв'язку.

Структурна схема системи автоматичного регулювання частоти обертання двигуна для оптико-механічного дефлектора показана на рис.11.2. В даному випадку фазовий модулятор включено у коло живлення двигуна і модулятор спочатку затримує імпульси, які надходять на його вхід, а потім змінює їх фазу залежно від рівня напруги регулювання.

На рисунку 11.2 визначені такі позначення: r – оператор Лапласа; $X(r)$ – зображення фази рядкових синхроімпульсів; $Y(r)$ – зображення фази імпульсів тахометра двигуна; $F_3(r)$ – зображення зовнішньої дії, яке приведено до виходу об'єкта регулювання (двигуна); k_1, k_2, k_3 – коефіцієнти передавання контурів диференційного, пропорційного та інтегруючого регулювання відповідно; $W_1(r)$ – передатна функція синхронного двигуна.

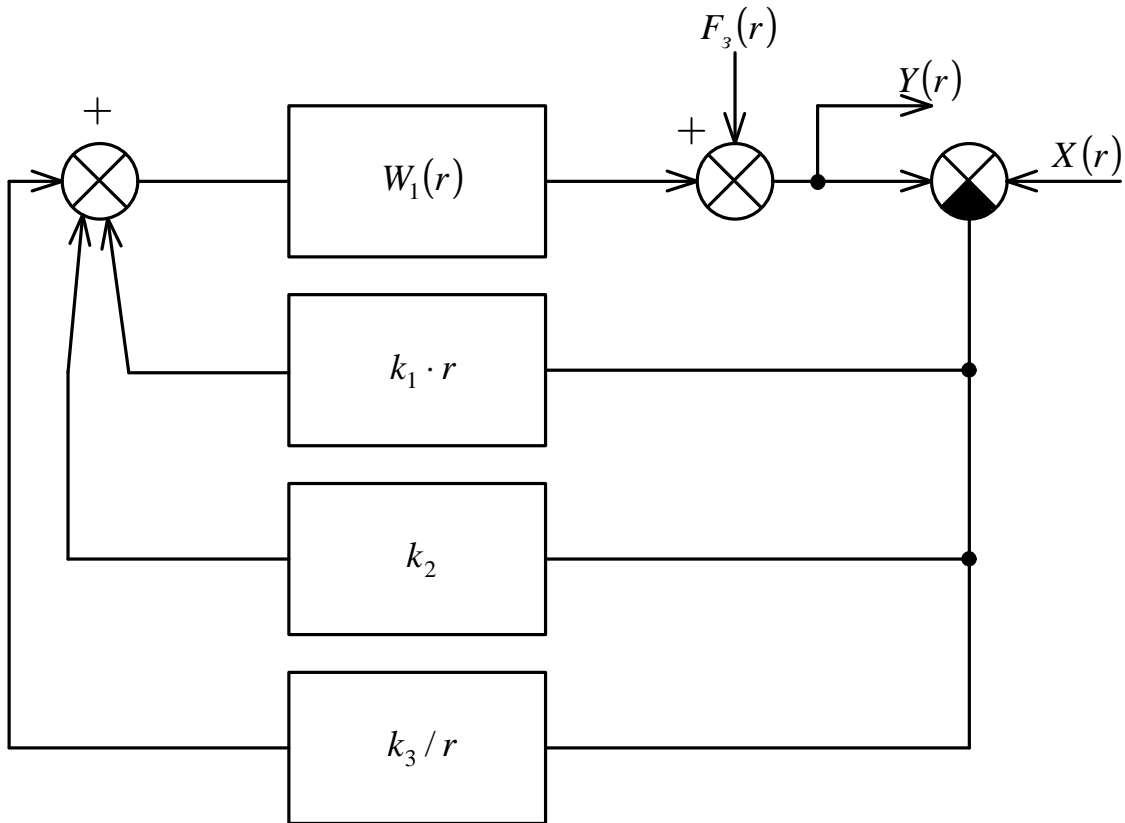


Рис. 11.2. Структурна схема дефлектора зі стабілізацією частоти обертання двигуна

Передатна функція $W_1(r)$ є передатною функцією коливальної ланки зі слабким згасанням

$$W_1(r) = \frac{1}{T_{\text{дв}}^2 r^2 + 2d_{\text{дв}} T_{\text{дв}} r + 1},$$

де $T_{\text{дв}}$ – стала часу двигуна з полігональним дзеркалом; $d_{\text{дв}}$ – відносний коефіцієнт демпфування двигуна. З аналізу структурної схеми (рис. 11.2) можна визначити

$$[X(r) - Y(r)] \left(n_1 r + n_2 + \frac{n_3}{r} \right) \cdot \frac{1}{r^2 T_{\text{дв}}^2 + 2d_{\text{дв}} T_{\text{дв}} r + 1} + F_3(r) = Y(r). \quad (11.1)$$

Так як фаза рядкових синхроімпульсів $X(r)$ є практично незмінною з часом (її можна вважати нульовою), то з (11.1) передатна функція системи автоматичного регулювання за збудженням

$$W_{\text{зб}}(r) = \frac{Y(r)}{F_3(r)} = \frac{r^3 T_{\text{дв}}^2 + 2d_{\text{дв}} T_{\text{дв}} r^2 + r}{r^3 T_{\text{дв}}^2 + (2d_{\text{дв}} T_{\text{дв}} + k_1) r^2 + (k_2 + 1) r + k_3}.$$

Вважаючи систему автоматичного регулювання лінійною, вплив блоків з дискретними сигналами на виході враховується за допомогою імпульсного елемента з передатною функцією

$$W_{\text{имп.е.}} = \frac{1 - e^{-r/f_p}}{r/f_p}$$

де f_p – резонансна частота двигуна. З урахуванням цього структурна схема системи автоматичного регулювання частоти обертання двигуна для дефлектора лазерного пристрою запису матиме вигляд, як показано на рис.11.3. Передатну функцію такої системи автоматичного регулювання (з імпульсним елементом) визначено співвідношенням

$$W_i(r) = \frac{1}{1 + W_{i.m.e.}(r)k_1rW_1(r)}.$$

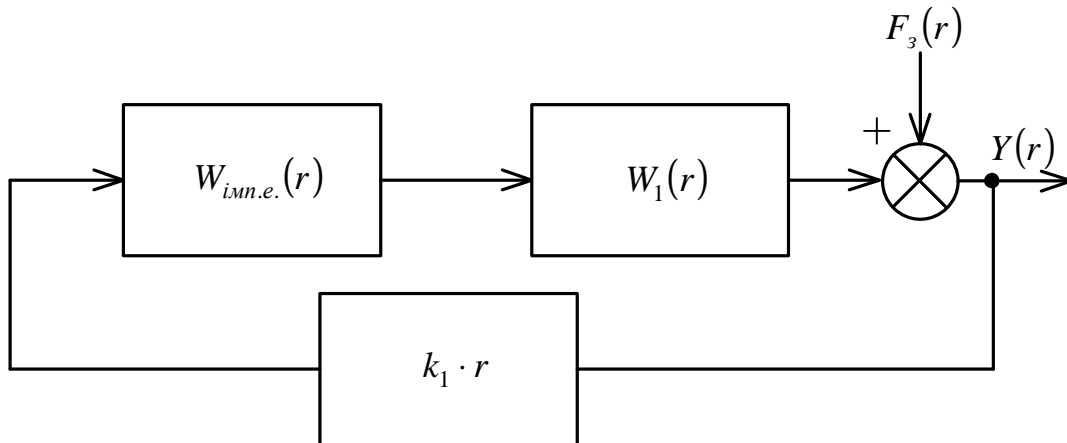


Рис. 11.3. Структурна схема системи автоматичного регулювання з імпульсним елементом

11.2. Системи автотрекінгу відеомагнітофонів

В багатьох відеомагнітофонах широко використовують автоматичну систему, яка забезпечує точне спрямування відеоголовок за рядком запису під час відтворення відеофонограм. Ця система отримала назву системи автотрекінгу і за її допомогою відеоголовки відтворення в разі необхідності мають можливість здійснювати переміщення перпендикулярно напрямку формування рядка запису. В системі в разі зміщення відеоголовки з рядка запису формується сигнал управління, за допомогою якого відеоголовку повертають у вихідне положення.

В будь-якому відеомагнітофоні зміщення x магнітної відеоголовки відносно осі симетрії рядка запису призводить до зменшення розмаху частотно-модульованого сигналу $U_{чМ}$ (рис.11.4), який відтворено даним пристроєм. Роботу системи автотрекінгу вважають задовільною, якщо в процесі відтворення забезпечено $U_{чМ} = U_{чМ \max}$, де $U_{чМ \max}$ –максимальний розмах частотно-модульованого сигналу. В існуючих відеомагнітофонах конфігурація рядка запису завжди відрізняється від тієї, яка розраховується проектувальниками відеомагнітофонів, це пов'язано з наявністю тертя в рухомих частинах стрічкопротяжного механізму, помилок в роботі системи автоматичного регулювання, тощо. Тому система автотрекінгу – система, за допомогою якої

визначають екстремум функції $U_{\text{чМ}} = F(x)$. При цьому вона слугує не лише для пошуку екстремуму, але й для формування керуючих впливів на виконуючий елемент системи, який в свою чергу сприяє під час роботи відеомагнітофону відтворенню частотно-модульованого сигналу з розмахом $U_{\text{чМ max}}$. Таким чином система автотрекінгу є автоматичною системою екстремального регулювання.

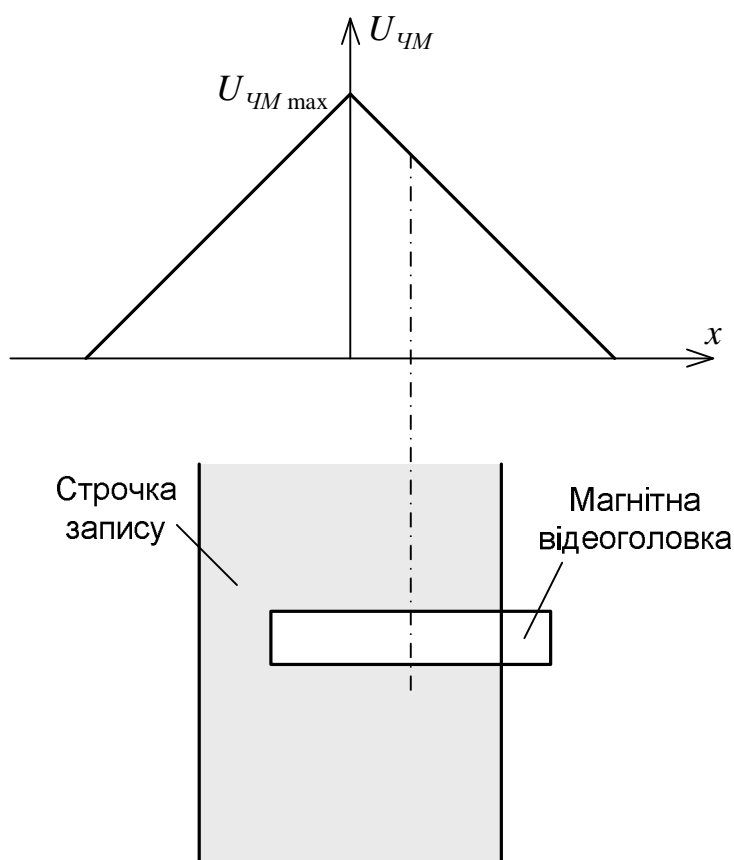


Рис. 11.4. Залежність величини відтворюваного частотно-модульованого сигналу від величини зміщення магнітної відеоголовки

Для одномірної системи автотрекінгу при суміщенні магнітної відеоголовки з рядком запису можна вважати, що $dU_{\text{чМ}}/dx = 0$. У випадку неперервної системи автотрекінгу визначення $dU_{\text{чМ}}/dx$ проводиться на основі синхронного детектування, при цьому на вхід об'єкта управління (виконуючого елемента) поступають періодичні синусоїдні сигнали пошуку. Структурна схема такої системи автотрекінгу з синхронним детектуванням наведена на рис.11.5. Об'єкт регулювання визначають через функцію $F(x)$ і він являє собою виконуючий елемент – перетворювач напруги або струму в переміщення, на якому закріплена магнітна головка, що контактує зі стрічкою запису. Інерційність об'єкта регулювання визначено переважно виконуючим елементом. Частоту пошукового коливання dx вибирають так, щоб об'єкт регулювання в цілому можна було б вважати безінерційним. Вихідний сигнал блоку $F(x)$ надходить на один з входів синхронного детектора. На інший вхід детектора подають пошукове коливання. Далі сигнал обробляють за допомогою лінійних елементів – фільтра нижніх частот та

інтегратора і потім він надходить на вхід об'єкту регулювання. Таким чином проводиться регулювання неперервної системи автотрекінгу.

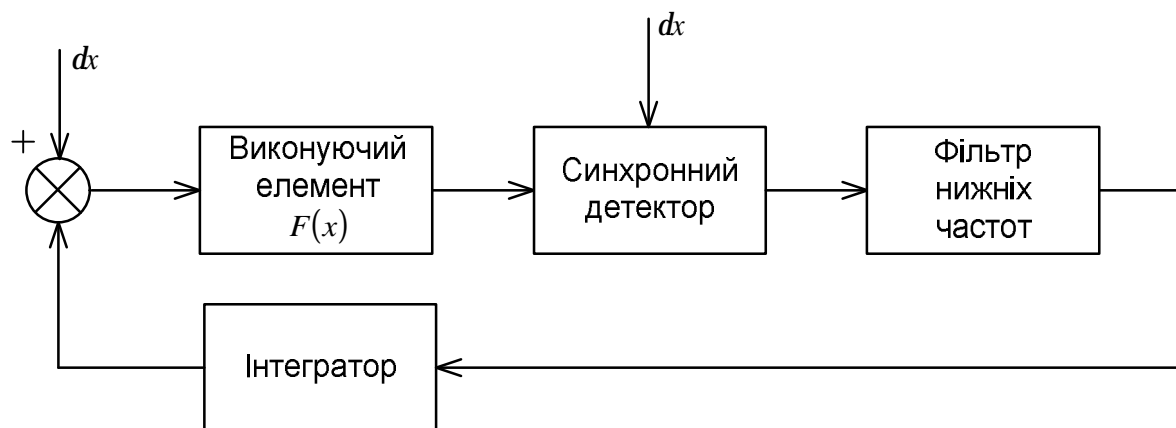


Рис. 11.5. Структурна схема регулювання неперервної системи автотрекінгу

11.3. Системи автоматичного регулювання в відеопрогравачах

В відеопрогравачах використовують такі автоматичні системи: радіального слідкування, тангенціального слідкування, автоматичного регулювання частоти обертання оптичного диску та вертикального слідкування (автоматичного фокусування для оптичних відеопрогравачів).

Система радіального слідкування необхідна для компенсації радіальних зміщень головки відтворення відносно доріжки запису. Вона діє аналогічно системі автотрекінгу відеомагнітофону.

Система тангенціального слідкування на основі дефлектора з дзеркалом усуває часові спотворення телевізійного сигналу, який відтворюють. Ці спотворення викликані нестабільністю частоти обертання диску та неточностями виготовлення вузла обертання диску.

Система автоматичного фокусування призначена для підтримки необхідної відстані між оптичною голівкою відтворення та поверхнею оптичного диску. Ця система забезпечує стабілізацію положення оптичного пучка в відеопрогравачах в напрямку, що є перпендикулярним поверхні диску.

Систему автоматичного регулювання частоти обертання диску відеопрогравача використовують для стабілізації частоти обертання диску або вона може забезпечувати незмінну швидкість зчитування інформації з диску. Розглянемо цю систему регулювання більш докладно.

11.4. Системи автоматичного регулювання частоти обертання відеодисків

Нестабільність частоти обертання оптичного диску призводить до появи часових спотворень частотно-модульованого сигналу зображення (або звуку), які

тим не менш можна усунути за допомогою цифрових коректорів часових спотворень або дефлекторів, які входять до складу систем тангенціального слідкування.

На рисунку 11.6 наведена система автоматичного регулювання дискового пристрою, яка у своєму складі має двигун постійного струму з незалежним збудженням. На валу двигуна встановлено тахометр, система регулювання складено з кварцового генератора, корегувального підсилювача, імпульсного частотнофазового детектора, підсилювача потужності та модулятора.

В частотнофазовому детекторі відбувається порівняння сигналів від генератора та тахометра двигуна за частотою та фазою. Процес регулювання частоти обертання відеодиску проходить у два етапи. Спочатку за допомогою системи автоматичного регулювання досягають рівності частот імпульсів тахометра та кварцового генератора, і після цього відбувається автоматичне перемикання системи в режим фазової синхронізації, тобто між вказаними послідовностями імпульсів встановлюється необхідний фазовий зсув. На виході модулятора отримують широтно-модульований імпульсний сигнал, завдяки чому підсилювач потужності працює в ключовому режимі. Амплітудно-частотна характеристика корегувального підсилювача розраховується таким чином, щоб забезпечити стійку роботу системи регулювання.

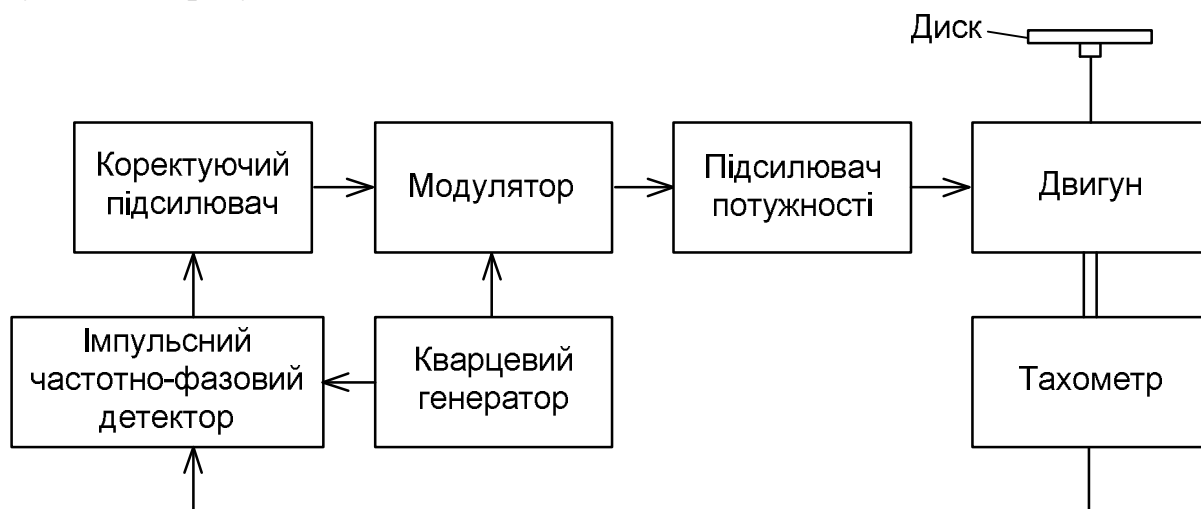


Рис. 11.6. Структурна схема системи автоматичного регулювання частоти обертання оптичних дисків

Передатна функція двигуна та механічна і електрична сталі часу диску визначаються з співвідношень:

$$W(r) = \frac{k_{\text{дв}}}{1 + T_m r + T_e T_m r^2};$$

$$T_m = 2\pi n_{\text{х.х.}} J / M_n;$$

$$T_e = L_j / R_j,$$

де $k_{\text{дв}}$ – коефіцієнт передачі двигуна; r – оператор Лапласа; $n_{\text{х.х.}}$ – частота обертання двигуна в режимі холостого ходу; J – момент інерції ротора двигуна;

M_n – пусковий момент двигуна; L_y – індуктивність якоря обмотки двигуна;
 R_y – електричний опір якоря обмотки двигуна.

11.5. Системи автоматичного регулювання швидкості магнітного носія магнітофону

Система автоматичного регулювання швидкості магнітного носія магнітофона забезпечує синхронне обертання двигуна відносно частоти задавальної напруги. Дана система автоматичного регулювання має можливість регулювання та відслідковування п'яти стандартних швидкостей транспортування носія запису: 4,76; 9,53; 19,05; 38,1 та 76,2 см/с (рис.11.7).

Елементом порівняння системи автоматичного регулювання є фазовий дискримінатор. На один з його входів з задавального генератора з кварцовою стабілізацією (на рисунку не показано) надходить вплив – фаза j_0 змінної напруги з частотою $\omega_0 = 2pf_0$. До іншого входу фазового дискримінатора від синхронного тахогенератора, який характеризується механічним зв'язком з двигуном, через подільник частоти надходить напруга з частотою $\omega_{дч}$. Напругу сигналу помилки d за допомогою підсилювача-перетворювача перетворюють в керуючий вплив, який прикладається до якоря двигуна. Чим більше частота ω_0 , тим більшою є напруга управління, що спрямовано на двигун з метою забезпечення синхронності обертання, і тим більшою буде напруга сигналу помилки. З метою зменшення усталеної помилки за фазою в системі встановлюють частоту обертання двигуна, яка в усталеному режимі точно відповідає номінальній частоті $\omega_{0ном}$ задавальної напруги за допомогою спеціальної напруги U_0 . Зміна частоти обертання двигуна можлива за допомогою лічильних тригерів 1-4, які показано на рис.11.7. Для даного прикладу в усталеному режимі роботи частота обертання двигуна дорівнює 375, 750, 1500, 3000 та 6000 хв⁻¹.

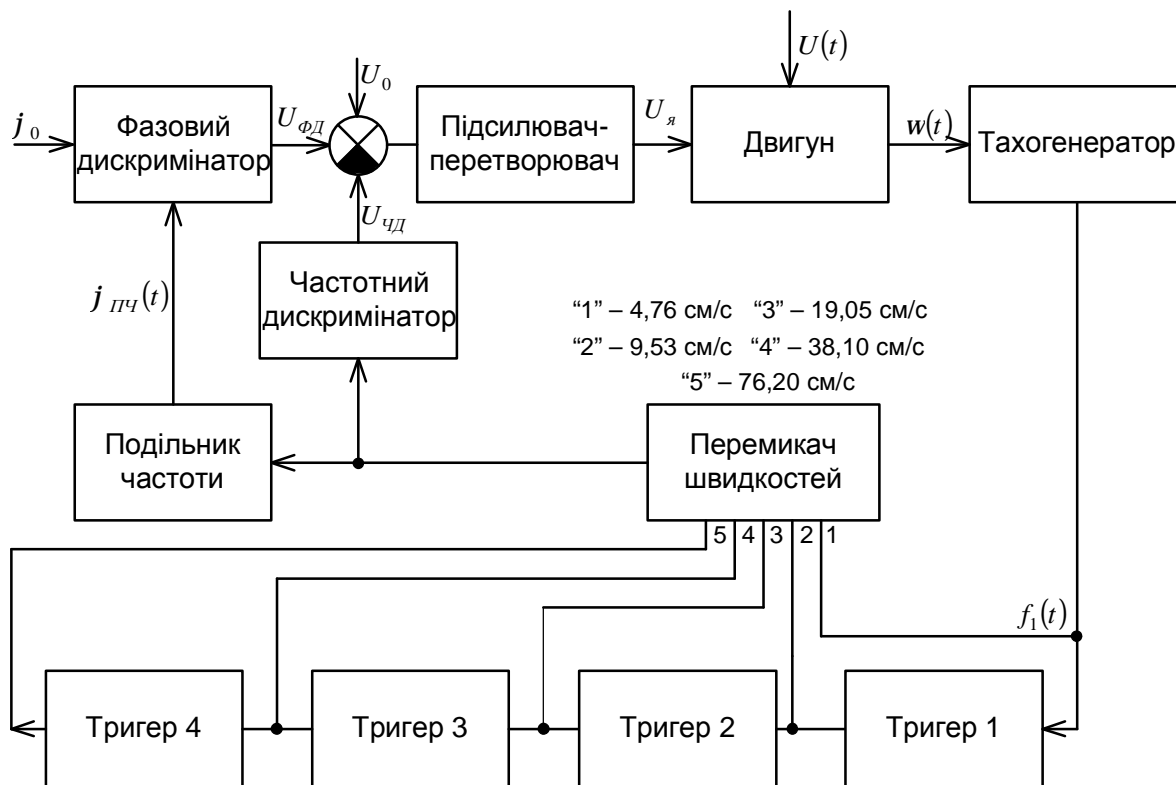


Рис. 11.7. Структурна схема системи автоматичного регулювання швидкості носія магнітофону

Для забезпечення необхідного запасу стійкості в системі регулювання використовують різні корегуючі пристрої. Для цього в системі передбачено корегуючий від'ємний зворотній зв'язок, який включає синхронний тахогенератор та частотний дискримінатор.

Зміну швидкостей двигуна здійснюють за допомогою лічильних тригерів. Підсилювач-перетворювач у своєму складі також має підсилювач, модулятор ширини імпульсів та підсилювач потужності, який працює в ключовому режимі. Частотний дискримінатор складено з генератора пилоподібної напруги, компаратора та фільтра нижніх частот для виділення середнього значення вихідної напруги компаратора.

12. ВИБІРКОВІ ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

□ **Завдання Р12.1.** Напишіть рівняння зведення моментів інерції частин робочої машини і передач до вала двигуна.

△ **Відповідь.** Зведений до вала двигуна момент інерції частин робочої машини і передач можна розрахувати з рівняння

$$J_{зв} = J_{\delta} + \frac{J_1}{i_1^2} + \frac{J_2}{i_2^2} + \dots + \frac{J_n}{i_n^2},$$

де J_1, J_2, \dots, J_n – момент інерції частин машини і передач на відповідних осях; J_{δ} – момент інерції обертових частин двигуна; i_1, i_2, \dots, i_n – передатні числа від двигуна до відповідної осі.

□ **Завдання Р12.2.** Що називають маховим моментом ?

△ **Відповідь.** Маховий момент – це добуток діаметра інерції і ваги частини механізму, що обертається.

□ **Завдання Р12.3.** Напишіть рівняння зведеного махового моменту системи.

△ **Відповідь.** Рівняння зведеного махового моменту

$$GD_{зв}^2 = GD_{\delta}^2 + \frac{GD_1^2}{i_1^2} + \frac{GD_2^2}{i_2^2} + \dots + \frac{GD_n^2}{i_n^2},$$

де GD_{δ}^2 – маховий момент обертових частин двигуна; $GD_1^2, GD_2^2, \dots, GD_n^2$ – махові моменти частин передач і робочого механізму, які обертаються на відповідних осях; i_1, i_2, \dots, i_n – передатні числа від двигуна до відповідних осей.

□ **Завдання Р12.4.** Викладіть суть методу вільного вибігу, за допомогою якого провадиться визначення махових моментів роторів і якорів електродвигунів. В яких випадках доцільно використовувати цей метод ?

△ **Відповідь.** Момент інерції мас, що обертаються, способом вільного вибігу визначають так: вимикають двигун і розганяють привод до певної швидкості, після чого двигун вимикають, а привод під дією сил опору сповільнюється. У разі сповільнення швидкість записують залежно від часу, а потім, користуючись кривою на рис. Р12.1, розраховують момент інерції

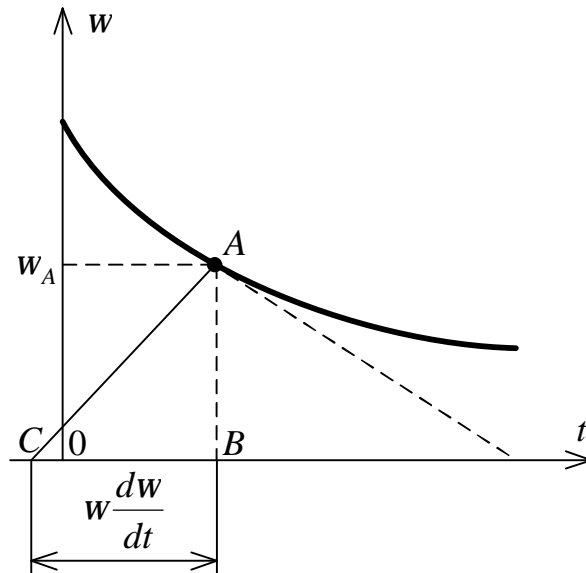


Рис. Р12.1. Залежність для розрахунку моменту інерції

$$J = -\frac{P_m}{w \frac{dw}{dt}},$$

де w – швидкість обертання, за якої проведено дотичну до кривої вибігу; $\frac{dw}{dt}$ – величина сповільнення при швидкості w (визначають як тангенс кута нахилу дотичної до осі часу); P_m – потужність, яка потрібна для подолання сил опору обертання за швидкості w (знаходять за заздалегідь експериментально визначеною характеристикою $P_m = f(w)$).

□ **Завдання Р12.5.** Напишіть рівняння зведення інерційних мас органів виробничого механізму, які рухаються поступально, до обертального руху (до вала двигуна).

△ **Відповідь.** Зведення мас, що рухаються поступально, до вала двигуна як додаткового моменту інерції, знаходять за рівнянням

$$J_{зв} = \frac{mv^2}{w_0},$$

де m – маса, що рухається поступально; v – швидкість руху маси m ; w_0 – швидкість обертання вала двигуна.

□ **Завдання Р12.6.** З яких міркувань виходять, вибираючи оптимальне передатне число електропривода ?

△ **Відповідь.** Вибираючи оптимальне передатне число електропривода, виходять з потреби досягнення мінімальної тривалості періодів розгону і гальмування.

□ **Завдання Р12.7.** Які вихідні дані слід мати для визначення оптимального передатного числа і який вигляд має формула, що зв'язує час пуску або гальмування електропривода з його передатним числом ?

△ **Відповідь.** Щоб визначити передатне число $i = w_o / w_m$, слід знати момент двигуна M , статичний момент M_c , моменти інерції двигуна і робочої машини відносно своїх осей (J_o і J_m) і коефіцієнт, що враховує момент інерції зубчастих коліс редуктора привода.

Вважаючи, що M і M_c – величин сталі, і не враховуючи коефіцієнта корисної дії механічної передачі, тривалість пуску або гальмування можна визначити за формулою

$$t = \frac{(J_o i^2 + J_m) w_m}{M m M_c}.$$

Знак мінус стосується режиму пуску; а плюс – гальмування.

□ **Завдання Р12.8.** Що називають номінальним опором двигуна постійного струму і як його визначають ?

△ **Відповідь.** Номінальним опором двигуна постійного струму називають опір, який за нерухомого якоря і номінальної напруги знижує струм в якорі до номінальної величини

$$R_{ном} = \frac{U_{ном}}{I_{ном}}.$$

□ **Завдання Р12.9.** Як наближено за паспортними даними визначити опір якорного кола двигуна постійного струму з незалежним, послідовним і змішаним збудженням ?

△ **Відповідь.** Коли немає заводських даних щодо величини опору кола якоря двигуна постійного струму незалежного збудження (власне якоря, послідовної обмотки збудження, додаткових полюсів), цей опір можна знайти з формули

$$R_{об} \approx 0,5(1 - h_{ном}) R_{ном},$$

де $h_{ном}$ – номінальний коефіцієнт корисної дії. Ця формула випливає з припущення, що сталі і змінні втрати у разі номінального навантаження однакові. Для двигунів постійного струму послідовного і змішаного формули відповідно будуть

$$R_{об} \approx 0,75(1 - h_{ном}) R_{ном},$$

$$R_{об} \approx 0,6(1 - h_{ном}) R_{ном}.$$

□ **Завдання Р12.10.** Як змінюється механічна характеристика двигуна при переході з рушійного режиму в гальмівний, коли вона являє собою залежність швидкості від моменту на валу двигуна ?

△ **Відповідь.** Якщо механічна характеристика являє собою залежність швидкості двигуна від моменту на його валу, а не електромагнітного моменту, то при переході з рушійного режиму в гальмівний при $w=0$ в характеристиці буде розрив

(рис. P12.2). Пояснюється це тим, що в рушійному режимі момент на валу M_e менший від електромагнітного M_{em} на величину сумарних втрат у підшипниках, вентиляційних втрат, а також втрат у сталі. В гальмівному режимі, навпаки, момент на валу M_e більший від електромагнітного M_{em} на величину втрат.

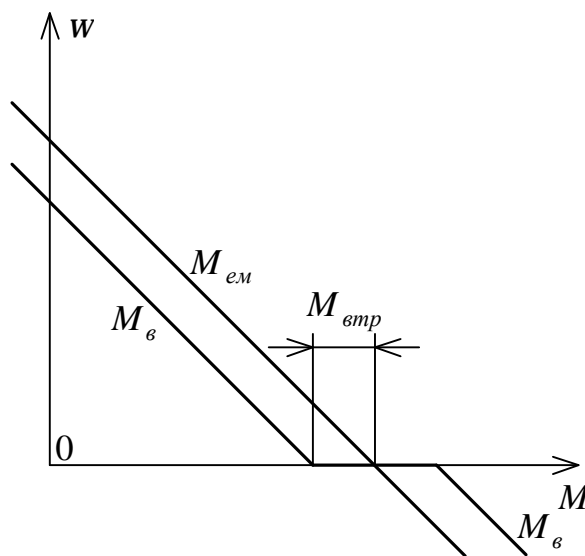


Рис. P12.2. Механічна характеристика двигуна

□ **Завдання P12.11.** Як впливає реакція якоря двигуна з незалежним збудженням на його механічну характеристику ?

△ **Відповідь.** Рівняння механічної характеристики двигуна з незалежним збудженням

$$w = \frac{U}{c_e \Phi} - \frac{r}{c_e^2 \Phi^2 M},$$

де Φ – магнітний потік двигуна. Для малих навантажень потік реакції якоря, що утворено струмом якоря, незначний порівняно з потоком, що утворено обмоткою збудження. З цієї причини він практично не змінює основного потоку і швидкість двигуна спадає у разі підвищення навантаження за рахунок збільшення спаду напруги на опорах кола якоря. Починаючи з деякого значення струму якоря, цей вплив починає відчуватися. Результуючий потік зменшується, і швидкість двигуна із збільшенням навантаження збільшується. Виходячи з рівняння механічної характеристики, це можна пояснити тим, що перший член значно більший від другого і зменшення потоку призводить до збільшення різниці між першим і другим членами. При значних навантаженнях і відповідно значних реакціях якоря другий член рівняння зросте настільки, що подальше збільшення навантаження призводитиме до зменшення швидкості двигуна.

□ **Завдання P12.12.** Як обчислити момент втрат холостого ходу електродвигуна з незалежним збудженням ?

△ **Відповідь.** За паспортними даними знаходимо номінальний електромагнітний момент двигуна з незалежним збудженням

$$M_{em\ ном} = c_M \Phi I_{ном}.$$

І номінальний момент двигуна на його валу

$$M_{ном} = 1000 \frac{P_{ном}}{w_{ном}},$$

звідси момент втрат холостого ходу буде

$$M_{x.x.} = M_{em\ ном} - M_{ном} = c_M \Phi I_{ном} - 1000 \frac{P_{ном}}{w_{ном}}.$$

□ **Завдання Р12.13.** Напишіть рівняння механічної характеристики двигуна з незалежним збудженням. Проаналізуйте його для тих випадків, коли величини залежної і незалежної змінних рівняння відповідають режиму противмикання двигуна.

△ **Відповідь.** Рівняння механічної характеристики двигуна з незалежним збудженням

$$w = w_0 - \frac{r}{c_e^2 \Phi^2} M.$$

Якщо перехід у гальмівний режим відбувається під дією потенціального статичного моменту, то характеристика цього режиму є продовженням рушійної характеристики і проходить у четвертому квадранті. Абсолютна величина другого члена рівняння повинна бути більшою за перший в режимі противмикання. Щоб цього досягти за допустимих значеннях струму і моменту двигуна, у коло якоря треба ввести значний додатковий опір ($r = r_{я} + r_{доод}$).

Якщо режим противмикання створено зміною полярності напруги на якорі, то це позначається на рівнянні механічної характеристики тим, що змінюється знак перед $w_0 = U / c_e \Phi$ і від'ємним стає момент двигуна. Тоді

$$w = -w_0 + \frac{r}{c_e^2 \Phi^2} M.$$

Другий член рівняння, як і раніше, повинен бути більший від першого за абсолютною величиною, і характеристика проходить у другому квадранті.

□ **Завдання Р12.14.** Що таке динамічний момент ?

△ **Відповідь.** Динамічний момент – це момент, який зумовлює прискорення (або зменшення швидкості) частин, які рухаються. Динамічний момент може виникнути внаслідок нерівності між рушійним і статичним моментами або внаслідок зміни моменту інерції частин, що рухаються.

□ **Завдання Р12.15.** Що таке статичний і зведений статичний моменти виробничого механізму ?

△ **Відповідь.** Статичний момент виробничого механізму – це момент, зумовлений силами корисних і паразитних опорів. Зведений статичний момент – це сума всіх перерахованих на одну вісь (найчастіше на вісь електричного двигуна) статичних

моментів, що діють у виробничому механізмі. При цьому потужність, яка потрібна для обертання з сталою швидкістю механізму з дійсною системою передач та робочих органів, і потужність, яка потрібна для обертання з такою самою швидкістю механізму, що має статичний момент, зведений на одну вісь, повинні бути однакові.

□ **Завдання Р12.16.** Який напрям моменту двигуна відносно напрямку руху беруть за додатній і який за від'ємний ?

△ **Відповідь.** За додатковий напрям рушійного моменту двигуна вважають той, який збігається з напрямом обертання. Від'ємним напрямом моменту двигуна вважають напрям, протилежний напрямку обертання.

□ **Завдання Р12.17.** Що розуміють під усталеними і неусталеними (перехідним) режимами роботи електроприводів ?

△ **Відповідь.** Під усталеним режимом роботи електропривода розуміють такий режим, при якому швидкість обертання двигуна є сталою величиною. Цьому режиму відповідає рівняння руху

$$M - M_c = 0,$$

коли момент двигуна і статичний момент однакові. У більшості двигунів момент залежить від швидкості обертання, тому наведене рівняння можливе лише тоді, коли статичний момент є або незмінною величиною, або залежить тільки від швидкості. Коли статичний момент залежить від часу або шляху, то електропривод усталеного режиму не має. Під неусталеним режимом роботи розуміють режим, що супроводжується зміною швидкості двигуна. Ця зміна може бути зумовлена різними причинами і в тому числі зміною статичного моменту, пуском, гальмуванням, зміною величини напруги в мережі тощо.

□ **Завдання Р12.18.** Чому недопустиме пряме вмикання двигуна з незалежним збудженням (при потужності понад 1 кВт) на повну напругу мережі без додаткових опорів у колі якоря ?

△ **Відповідь.** Як відомо, у разі вмикання в мережу двигуна з незалежним збудженням, якір якого не обертається, внаслідок відсутності електрорушійної сили двигуна струм в ньому обмежено тільки опором кола якоря. Оскільки цей опір невеликий, то струм досягає 20-кратних значень відносно номінального струму. Такий струм призводить до порушення комутації і до появи кругового полум'я на колекторі.

□ **Завдання Р12.19.** Які методи використовують для аналізу усталених режимів асинхронних двигунів ?

△ **Відповідь.** Для аналізу усталених режимів асинхронних двигунів використовують еквівалентні схеми заміщення і метод кругових діаграм.

□ **Завдання Р12.20.** Які припущення допускають відносно активного опору вторинного кола і реактивного опору обмоток статора і ротора асинхронного двигуна для аналізу еквівалентної схеми заміщення ?

△ **Відповідь.** Для аналізу еквівалентної схеми заміщення асинхронного двигуна введено припущення, що опори всіх кіл незмінні (активний опір ротора не залежить від частоти струму ротора, насичення магнітного кола машини не впливає на реактивні опори обмотки статора і ротора, опори намагнічувального кола не залежать від навантаження двигуна і напруги мережі), що додаткових втрат у двигуні немає, як і паразитних моментів, що створено вищими гармонічними складовими магніторушійної сили.

□ **Завдання Р12.21.** Що таке ковзання асинхронного двигуна і як воно пов'язане з швидкістю ротора ?

△ **Відповідь.** Ковзання асинхронного двигуна – це різниця між швидкістю обертання магнітного поля і ротора у відносних одиницях. Ковзання знаходять як відношення різниці між синхронною $w_{\text{син}}$ і дійсною w круговою швидкістю ротора до синхронної кругової швидкості

$$s = \frac{w_{\text{син}} - w}{w_{\text{син}}}.$$

□ **Завдання Р12.22.** Яка залежність між моментом асинхронного двигуна і підведеною до нього напругою ?

△ **Відповідь.** Момент асинхронного двигуна пропорційний квадрату підведеної до нього напруги.

□ **Завдання Р12.23.** Напишіть спрощене рівняння механічної характеристики асинхронного двигуна.

△ **Відповідь.** Спрощене рівняння механічної характеристики асинхронного двигуна (залежність між його обертальним моментом і ковзанням) має вигляд

$$M = \frac{2M_k}{\left(\frac{s}{s_k} + \frac{s_k}{s} \right)},$$

де M – момент, що відповідає ковзанню s ; M_k та s_k – відповідно, критичні момент і ковзання.

□ **Завдання Р12.24.** Які переваги мають синхронні двигуни порівняно з асинхронними ?

△ **Відповідь.** Синхронні двигуни мають такі переваги порівняно з асинхронними: відсутність залежності швидкості двигуна від навантаження; можливість роботи з випереджальним зсувом фаз, коли він компенсує реактивну потужність, що споживається з мережі іншими асинхронними двигунами; більший коефіцієнт корисної дії (на 1-3%); менша чутливість до відхилень напруги мережі від номінальної; більший максимальний момент; можливість короткочасного збільшення здатності до перевантаження завдяки підсиленню збудження двигуна;

більша експлуатаційна надійність завдяки наявності більшого повітряного проміжку між статором і ротором.

□ **Завдання Р12.25.** Перелічіть недоліки синхронних двигунів і дайте їм характеристику.

△ **Відповідь.** До недоліків синхронних двигунів відносять: неможливість регулювання швидкості у випадку, коли двигун живлять від мережі з незмінною частотою; відносно малий пусковий обертальний момент; складність схеми керування.

□ **Завдання Р12.26.** Як запускають синхронний двигун ?

△ **Відповідь.** Синхронний двигун запускають спочатку так, як і асинхронний двигун з короткозамкненим ротором, тобто прямим вмиканням у мережу. При цьому синхронний двигун розганяється, як асинхронний, завдяки наявності пускової короткозамкненої обмотки на роторі. Після розгону двигуна до підсинхронної швидкості, що становить 0,95-0,98 від синхронної, в обмотку збудження двигуна подають струм від збудника, і двигун втягується в синхронізм, а потім обертається з швидкістю обертання магнітного потоку статора, тобто з синхронною швидкістю.

□ **Завдання Р12.27.** Як зменшити струм під час пуску синхронного двигуна ?

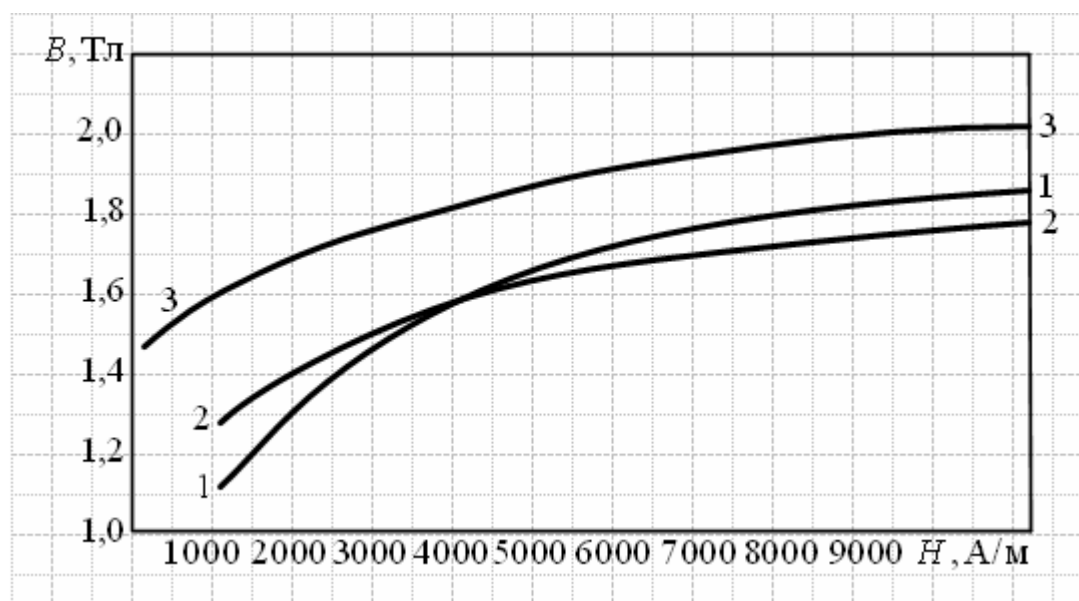
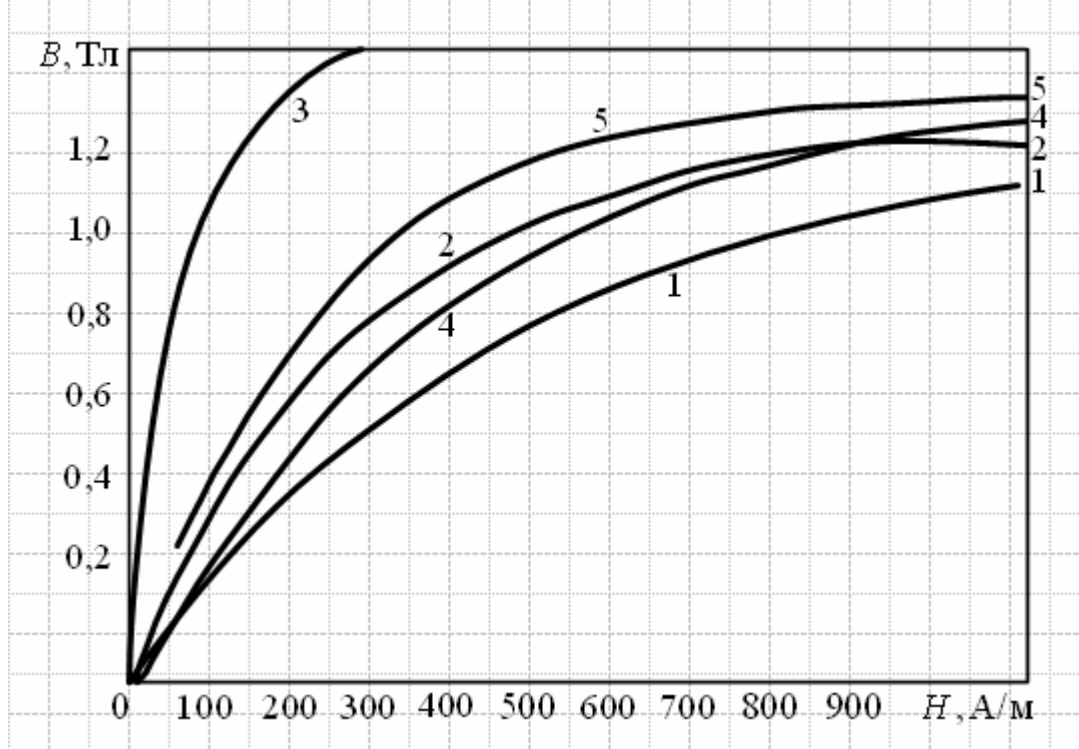
△ **Відповідь.** Пусковий струм синхронного двигуна без запобіжних засобів може становити 3-6 номінального струму. Зменшення величини пускового струму синхронного двигуна можна досягти, вмикаючи в коло обмотки статора на час пуску додатковий реактивний або активний опір або ж знижуючи напругу, яку подано до двигуна під час запуску за допомогою автотрансформатора. Останній спосіб більш ефективний, бо дає можливість зменшити струм, що надходить з мережі більшою мірою, чим зменшено струм двигуна.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Основы автоматического регулирования и управления : учеб. пособ. / Л. И. Каргу [и др.] ; под ред. В. М. Пономарева. — М. : Высшая школа, 1974. — 439 с.
2. Анисимов В. И. Сборник примеров и задач по линейной теории автоматического регулирования / В. И. Анисимов, А. А. Вавилов. — М. : Госэнергоиздат, 1959. — 325 с.
3. Бесекерский В. А. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления / В. А. Бесекерский. — М. : Наука, 1972. — 587 с.
4. Клавдиев А. А. Теория автоматического управления в примерах и задачах / А. А. Клавдиев. — СПб. : СЗТУ, 2005. — 74 с.
5. Бесекерский В. А. Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. — СПб. : Профессия, 2003. — 752 с.
6. Сафронов В. В. Учебные задачи по теории автоматического управления / В. В. Сафронов. — Саратов : СВВКИУ, 1991. — 28 с.
7. Битяй К. Г. Сборник задач по курсу “Основы автоматического управления” / К. Г. Битяй, В. А. Калмыков, Л. М. Реут. — Минск : МВИРУ, 1965. — 72, [2] с.
8. Мирошник И. В. Теория автоматического управления : учеб. пособ. / И. В. Мирошник. — СПб. : Питер, 2005. — 336 с.
9. Певзнер Л. Д. Практикум по теории автоматического управления / Л. Д. Певзнер. — М. : Высшая школа, 2006. — 336 с.
10. Власов К. П. Теория автоматического управления / К. П. Власов. — Воронеж : Гуманитарный центр, 2007. — 528 с.
11. Юревич Е. И. Теория автоматического управления / Е. И. Юревич. — СПб. : ВНУ, 2007. — 560 с.
12. Ким Д. П. Сборник задач по теории автоматического управления. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы / Д. П. Ким. — М. : Физматлит, 2008. — 328 с.
13. Ющенко А. С. Математические основы теории автоматического управления. В 2 т. Т. 2. / А. С. Ющенко. — М. : МГТУ им. Баумана, 2008. — 616 с.
14. Ротач В. Я. Теория автоматического управления : учеб. пособ. / В. Я. Ротач. — М. : МЭИ, 2007. — 400 с.
15. Филлипс Ч. Системы управления с обратной связью / Ч. Филлипс, Р. Харбор. — Нижний Новгород : Лаборатория базовых знаний, 2001. — 616 с.
16. Брускин Д. Э. Электрические машины и микромашины : учеб. пособ. / Д. Э. Брускин, А. Е. Зорохович. — М. : Высшая школа, 1990. — 528 с.
17. Красников В. М. Электромеханика : навч. посіб. / В. М. Красников, А. В. Новиков. — К. : Вища школа, 1994. — 488 с.
18. Гаврилюк В. А. Теорія електричного приводу у запитаннях та відповідях / В. А. Гаврилюк, Є. П. Красовський, О. Г. Шаповаленко. — К. : Вища школа, 1974. — 256, [1] с.
19. Герасимов В. Г. Сборник задач по электротехнике и основам электроники : учеб. пособ. / В. Г. Герасимов, Х. Э. Зайдель, В. В. Кожен-Далин. — М. : Высшая школа, 1987. — 288 с.

- 20.Фридлянд И. В. Системы автоматического регулирования в устройствах видеозаписи / И. В. Фридлянд, В. Г. Сошников. — М. : Радио и связь, 1988. — 168 с.
- 21.Пархоменко В. И. Техника магнитной записи / В. И. Пархоменко. — М. : Энергия, 1978. — 400 с.
- 22.Зайцев Г. Ф. Автоматическое регулирование в магнитной записи / Г. Ф. Зайцев, В. К. Стеклов, В. С. Юрасов. — К. : Техніка, 1979. — 168 с.

КРИВІ НАМАГНІЧУВАННЯ ФЕРОМАГНІТНИХ МАТЕРІАЛІВ



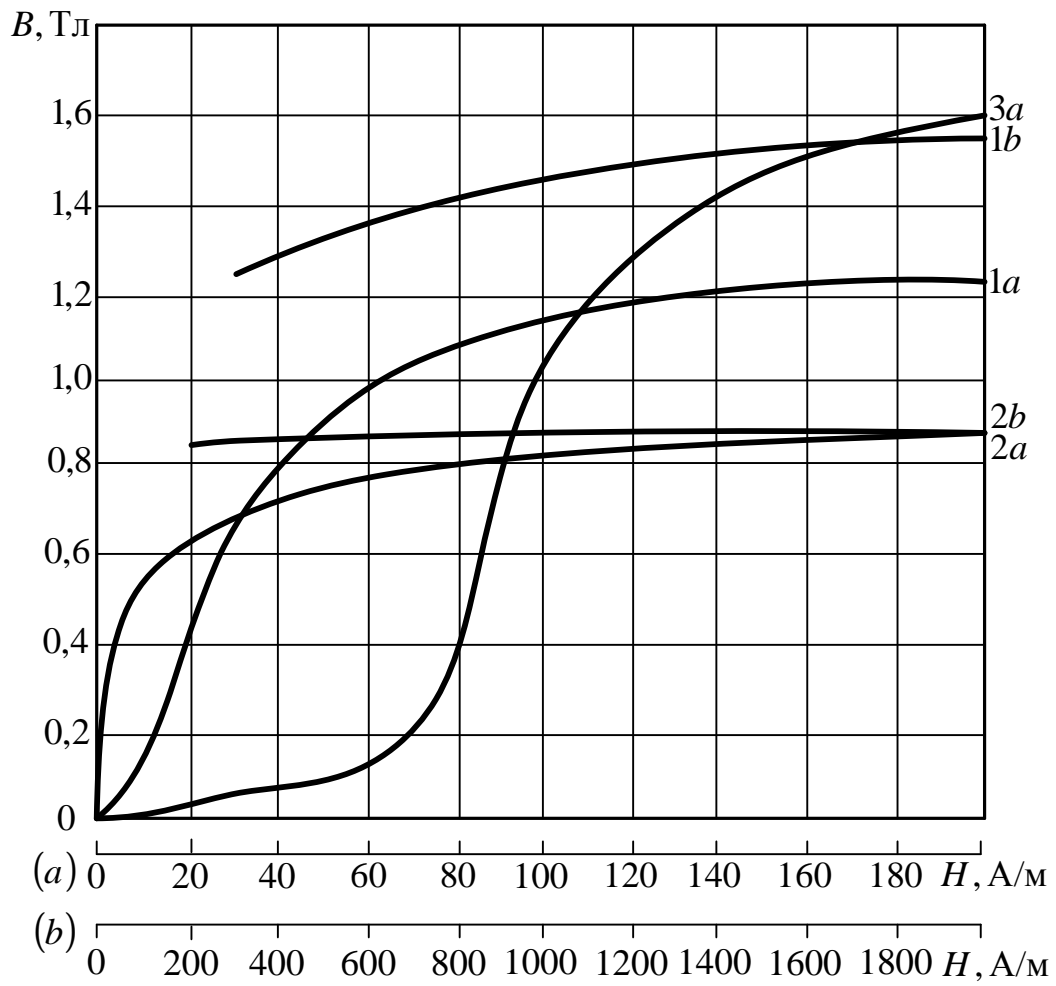
1 – Вилита сталь;

2 – Електротехнічна сталь 1512;

3 – Електротехнічна сталь 3411;

4 – Електротехнічна сталь 1212;

5 – Електротехнічна сталь 1410;



- 1 – Нікелевий пермалой 50 НП;
- 2 – Молібденовий пермалой 79 НМ;
- 3 – Пермендюр;

Додаток Б

ДОВІДКОВІ ДАНІ АСИНХРОННИХ ДВИГУНІВ

Тип двигуна	$P_{ном}$, кВт	$n_{ном}$, об/хв	$h_{ном}$, %	$\cos j_{ном}$	$\frac{M_{max}}{M_{ном}}$	$I_{2ном}$, А	Опір фаз, Ом (20°C)	
							R_1	R_2
АК2-81-4	40	1440	9	0,84	2	225	0,0725	0,00865
АК2-82-4	55	1440	90,5	0,84	2	200	0,0390	0,00895
АК2-91-4	75	1450	90,5	0,85	2	260	0,0326	0,0115
АК2-92-4	100	1450	90,5	0,85	2	275	0,0210	0,0124
АК2-81-6	30	960	89	0,84	1,8	150	0,092	0,011
АК2-82-6	40	960	0,85	1,8	155	155	0,0605	0,0125
АК2-91-6	55	960	89	1,8	1,8	240	0,059	0,0119
АК2-92-6	75	960	90,5	0,86	1,8	220	0,035	0,0135
АК2-81-8	22	720	87,5	0,79	1,7	150	0,157	0,0109
АК2-82-8	30	720	87,5	0,79	1,7	150	0,0935	0,0126
АК2-91-8	40	720	87,5	0,81	1,7	225	0,086	0,0113
АК2-92-8	55	720	90	0,81	1,7	200	0,015	0,0136
АОК2-61-4	10	1420	85	0,82	1	40	0,27	0,078
АОК2-61-6	7,5	960	84	0,82	1,8	35	0,495	0,076
АОК2-62-6	10	960	85	0,83	1,8	36	0,34	0,085
АОК2-61-8	5,5	710	82	0,72	1,7	32	0,645	0,071

СИНХРОННІ ЧАСТОТИ ОБЕРТАННЯ ДВИГУНІВ

p	1	2	3	4	5
n_0 , об/хв	3000	1500	1000	750	600