

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ім. Ігоря СІКОРСЬКОГО»

**ДЕТАЛІ ТА ВУЗЛИ ПРИЛАДІВ
РОЗДІЛ «ОПР МАТЕРІАЛІВ, ЧАСТИНА 1»**

Методичні вказівки
до практичних занять
для студентів приладобудівного факультету напрямку підготовки 6.051003
«Приладобудування»

*Рекомендовано вченою радою
приладобудівного факультету
(протокол №11/16 від 26.12.2016 р.)*

Київ - 2016

Деталі та вузли приладів. Розділ «Опір матеріалів, частина 1»: методичні вказівки до практичних занять для студентів приладобудівного факультету напряму підготовки 6.051003 «Приладобудування», денної форми навчання [Електронний ресурс] / Уклад.: Ж.О. Павленко, Г.А.Богдан. – К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2016. – 22 с.

Навчальне електронне мережне видання

**ДЕТАЛІ ТА ВУЗЛИ ПРИЛАДІВ
РОЗДІЛ «ОПІР МАТЕРІАЛІВ, ЧАСТИНА 1»**

Методичні вказівки
до практичних занять
для студентів приладобудівного факультету напрямку підготовки 6.051003
«Приладобудування»

Укладачі: *Жанна Онисимівна Павленко., ст. викладач
Богдан Галина Анатоліївна, асистент*

Відповідальний редактор: *Протасов А.Г., д.п.н., к.т.н., доцент*

Рецензент: *Клочко Т.Р., к.т.н.*

За редакцією укладачів

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
Структура методичних вказівок	3
Вимоги до оформлення виконаних завдань	4
Загальні положення.....	4
1. Деформація розтягу-стиску.....	5
1.1 Основні співвідношення. Розрахункові формули	5
1.2. Приклад виконання Завдання № 1.....	8
1.3. Завдання № 1.....	13
1.4 Варіанти чисельних даних для виконання Завдання № 1.....	15
1.5 Варіанти схем для виконання завдання № 1	16
1.6 Задачі для самостійного розв'язання.....	18
2. Деформація кручення.....	21
2.1 Основні співвідношення. Розрахункові формули.....	21
2.2 Приклад виконання Завдання № 2.....	23
2.3. Завдання № 2.....	26
2.4. Варіанти чисельних даних Завдання № 2	27
2.5. Варіанти схем для виконання завдання № 2	28
2.6 Задачі для самостійного розв'язання.....	29
3. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ З РОЗДІЛУ	31
4. ЛІТЕРАТУРА.....	32
ДОДАТОК.....	33

ВСТУП

Наведені методичні вказівки є посібником для роботи під час практичних занять студентів з розділу «Опір матеріалів» дисципліни «Деталі та вузли приладів» при вивченні цього розділу. Посібник охоплює основні теми розділу і призначений для користування студентами також під час поваріантного виконання контрольних перевірочних завдань.. Крім коротких теоретичних відомостей і основних формул по кожній темі Методичні вказівки містять приклади виконання задач з детальними поясненнями та варіанти схем і чисельні дані по кожному розділу. Надаються також задачі для самостійної роботи та основні контрольні запитання.

Структура методичних вказівок

Два типи задач охоплюють види деформації: розтягу – стиску та кручення. При вивченні кожного виду деформації надаються короткі теоретичні положення та формули, приклади виконання типових задач, варіанти задач для самостійного виконання. Для урізноманітнення кількості варіантів завдань в кожній задачі є умови: набір рисунків (0, 1, 2.....) та таблиці з варіантами вихідних даних. Номери варіантів (1, 2, 3, 4,.....0) наведено у першому стовбчику кожної таблиці. Для кожної задачі студент за своїм двозначним номером варіанта обирає номер рисунка (перша цифра) та номер рядка для вихідних даних відповідної таблиці (друга цифра в варіанті). Наприклад, для завдання вар. № 08 для кожної задачі обирається рисунок під номером «0», а вихідні дані - за рядком 8 відповідної таблиці.

Примітка. Якщо у таблиці вихідних даних будь-яке навантаження (сила чи момент) має від'ємний знак, то на малюнку для розв'язання треба змінити напрям цього навантаження на протилежний і надалі знак «-» до уваги не брати. Якщо у таблиці один з параметрів дорівнює нулю, то на схемі конкретного варіанта цей параметр відсутній, не зважаючи на те, що на

рисунок в методичних вказівках він наявний. У разі відсутності на рисунку для конкретного варіанта якогось заданого в таблиці параметра, у схемі розв'язання необхідно вважати його нульовим, незважаючи на його присутність у таблиці.

В методвказівках також наведені задачі для самостійного розв'язання, що найчастіше зустрічаються в інженерній практиці.

Вимоги до оформлення виконаних завдань

1. Робота оформлюється на аркушах формату А4,
2. Умови задач записуються повним текстом.
3. Виконання кожної задачі починають з нової сторінки.
4. Розв'язання задач повинно крім формул супроводжуватись текстовими поясненнями; при наявності одиниць виміру у відповідях їх необхідно обов'язково вказувати. Всі записи повинні бути розбірливими та охайними. За бажанням текст можна набирати шрифтом 14.
5. Всі схеми та епюри виконуються в масштабі.
6. Розв'язані індивідуальні завдання надаються на перевірку у термін, визначений календарним планом, і оцінюються згідно відповідних рейтингових балів (див. **Додаток** до Методичних вказівок).

Загальні положення

Під час свого функціонування в складі механізму, кожна деталь зазнає різного роду деформацій, що виникають під впливом зовнішніх навантажень різного характеру. Основною вимогою до розробника є забезпечення неруйнування деталі певних розмірів, виконаної з конкретного матеріалу під впливом зовнішніх навантажень; та зведення її деформацій до мінімальних значень. Здебільшого деталі механізмів знаходяться під час роботи в так званому складному напруженому стані. Це означає, що на деталь одночасно діють декілька різних за характером навантажень, що викликають одночасну

ж появу різних внутрішніх силових факторів. Під впливом цих факторів в деталях виникають механічні напруження і перевищення ними певних межових значень може призвести до руйнування деталі, що недопустимо. В зв'язку з цим при проектуванні постають задачі по узгодженню величин зовнішніх силових факторів, геометричних розмірів деталей та характеристик міцності матеріалів, з яких ці деталі виготовляються.

При розв'язанні задач на тему «Основи теорії міцності» студенти виконують проектні чи перевіірочні розрахунки на міцність деталей, що зазнають дії різних за характером і величиною зовнішніх силових факторів. Комплексна задача розрахунку міцності і деформацій деталі, що знаходиться в складному напруженому стані розкладена на складові задачі, що розв'язуються окремо, а потім за відповідними методиками оцінюється стан міцності деталі з урахуванням всіх видів навантажень і деформацій. В наданих методвказівках розглядаються задачі з двох поширених видів деформацій, що їх зазнають деталі механізмів: деформації розтягу – стиску та деформації кручення.

1. Деформація розтягу-стиску

1.1 Основні співвідношення. Розрахункові формули

При розтягуванні-стисненні внутрішні сили пружності, що виникають у поперечному перерізі деталі (бруса), зводяться до одного внутрішнього силового фактора — поздовжньої сили, яка позначається літерою N . Поздовжня сила N визначається за методом перерізів. Ця сила дорівнює алгебраїчній сумі проєкцій усіх зовнішніх сил, розташованих по один бік від перерізів, на поздовжню вісь бруса. Для розтягування прийнято вважати, що $N > 0$, а для стиснення $N < 0$.

При розтягуванні-стисненні у поперечному перерізі бруса виникають тільки нормальні напруження - σ :

$$\sigma = \frac{N}{S}, \quad /1.1/$$

де S — площа поперечного перерізу бруса.

Відносне подовження ε при розтягуванні (чи відносне укорочення при стисненні) бруса показані на рис. 1.1, 1.2:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad /1.2/$$

де Δl — абсолютне подовження або абсолютне укорочення бруса.

$$\Delta l = l - l_1 \quad /1.3/$$

де l_1 — довжина бруса, що утворилася в результаті дії розтягуючих чи стискуючих сил; l - початкова довжина бруса.

Між відносним подовженням (укороченням) і нормальним напруженням існує залежність

$$\sigma = E\varepsilon, \quad /1.4/$$

що аналітично виражає закон Гука. Тут E — модуль пружності першого роду /модуль Юнга/. Абсолютне подовження /укорочення/ бруса при $S = \text{const}$ та $N = \text{const}$ визначається:

$$\Delta l = \frac{Nl}{ES}, \quad /1.5/$$

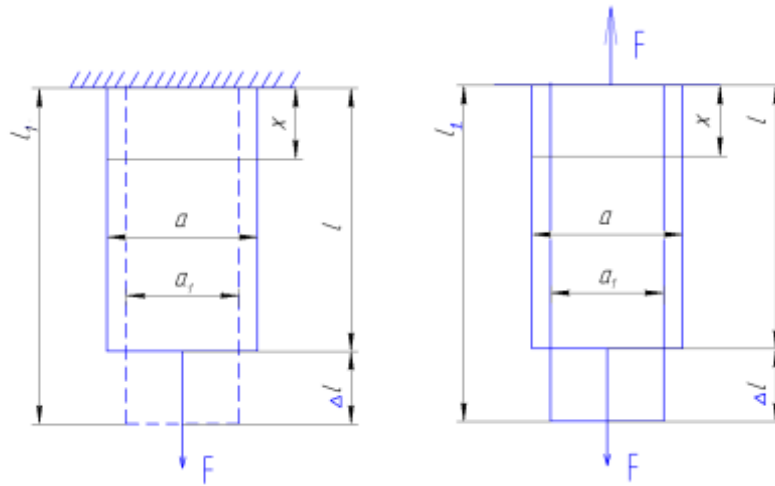


Рис.1.1 Відносне подовження ε при розтягуванні бруса

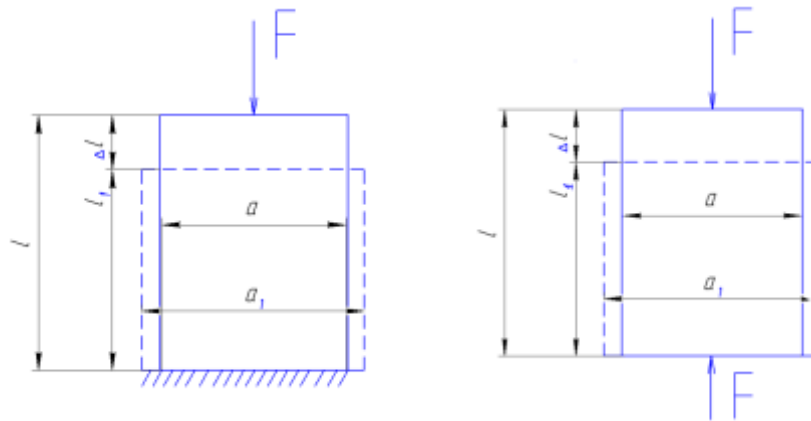


Рис.1.2 Відносне укорочення при стисненні бруса

Взаємне переміщення будь-яких двох поперечних перерізів бруса дорівнює подовженню /укороченню/ тієї його частини, яка знаходиться між цими перерізами.

Умова міцності при розтягуванні-стисненні:

$$\sigma = \frac{N}{S} \leq \sigma , \quad /1.6/$$

де: σ , N — нормальне напруження та поздовжня сила в небезпечному перерізі (це переріз, в якому виникають найбільші напруження); S — площа небезпечного перерізу; $[\sigma]$ — допустиме напруження.

Необхідна площа поперечного перерізу

$$S \geq \frac{N}{\sigma}, \quad /1.7/$$

Допустима (безпечна) поздовжня сила

$$N = S \sigma, \quad /1.8/$$

1.2. Приклад виконання Завдання № 1.

Для наведеного ступінчастого сталюго бруса (стрижня) круглого перерізу (рис. 1.3) визначити внутрішні сили N_i на окремих ділянках, напруження σ_i на кожній ділянці, сумарне подовження Δl цього бруса, побудувати епюри внутрішніх сил N_i , напружень σ_i та переміщень перерізів Δl_i .

Вихідні дані:

Зовнішні поздовжні сили: $F_1 = 10 \cdot 10^4 \text{ Н}$; $F_2 = 16 \cdot 10^4 \text{ Н}$; $F_3 = 24 \cdot 10^4 \text{ Н}$;

Діаметри ділянок стрижня: $d_1 = 40 \text{ мм}$; $d_2 = 25 \text{ мм}$; $d_3 = 50 \text{ мм}$;

Довжини ділянок: $l_1 = l_2 \dots = l_5 = 10^3 \text{ мм}$; Модуль Юнга: $E = 2 \cdot 10^5 \text{ Мпа}$;

Допустиме напруження розтягу-стиску приймемо: $[\sigma] = 220 \text{ Мпа}$;

Сили прикладені в т.т. А, В, С.

Розв'язання

Поділимо брус на п'ять окремих ділянок, починаючи від вільного кінця; межами ділянок є кінці деталі та перерізи, де прикладені зовнішні сили, а також місця зміни розмірів поперечного перерізу (на рис.1.3 ці ділянки позначені римськими цифрами).

Проведемо вісь X вздовж осі деталі. Нуль координати X розташуємо в точці перетину осі X й площини контакту бруса з опорою, де **деформація відсутня**. Можна попередньо знайти реакцію опори R у вигляді сили реакції, прикласти її до бруса як зовнішню силу i , відкинувши опору, проводити розгляд деталі з будь-якого її кінця. Але для наведеної схеми, коли брус закріплений з одного кінця, можна, не визначаючи реакції опори, почати розгляд з вільного, незакріпленого кінця.

Для подальшого визначення внутрішніх сил для кожної з ділянок складаємо умови рівноваги. Кожний раз внутрішню силу N_i спрямовуємо довільно. Наявність знаку "—" перед визначеним значенням N_i вкаже на невірність наперед обраного довільного напрямку. Напрямок такої сили потрібно змінити на протилежний, відкинувши після цього знак "—". **Для визначення виду деформації конкретної ділянки потрібно використовувати правило**: якщо **істинний** напрям внутрішньої сили спрямований до перерізу, то ділянка стискається, якщо сила спрямована **від** перерізу, то ділянка розтягується.

Зробимо довільний переріз 1-1 на ділянці I. Відкинувши верхню частину бруса, розглянемо умову рівноваги (нижньої) частини, що зображена окремо на рис. 1.3, б. На цю частину діє зовнішня сила F_1 та шукана сила N^I_x , спрямована нами довільно. Проектуємо ці сили на вісь X ; одержуємо

$$N^I_x - F_1 = 0; N^I_x = F_1 = 10 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

Поздовжню силу N^I_x одержано за знаком "+", тобто вона дійсно напрямлена від перерізу, як і було попередньо прийнято (рис. 1.3, б). Це означає (згідно правила) що ділянка I бруса зазнає розтягування.

Розглянувши переріз 2-2 на ділянці II (рис. 1.3, в) і переконавшись, що тут теж діє тільки сила F_1 можна дійти висновку, що

$$N^{II}_x = N^I_x = 10 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

Зробимо довільний переріз 3-3 на ділянці III, відкинемо верхню частину бруса і розглянемо рівновагу нижньої частини, зображеної на рис. 1.3, г. На цю частину діють сили F_1 , F_2 , та внутрішня шукана сила N^{III}_x . Враховуючи проекції сил на вісь X, одержуємо

$$N^{III}_x - F_1 + F_2 = 0; \quad N^{III}_x = F_1 - F_2 = 10 \cdot 10^4 - 16 \cdot 10^4 = -6 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

Знак "—" вказує на те, що в дійсності сила N^{III}_x напрямлена до перерізу, а не від нього, як вказано на рис. 1.3, г. На рисунку змінюємо напрям на істинний – до перерізу; а це означає (згідно правила) що ділянка III зазнає стиснення.

Аналогічно можуть бути визначені поздовжні сили в перерізі 4-4 (рис. 1.3, д) та 5-5 (рис. 1.3, е) :

$$N^{IV}_x \approx N^{III}_x = 6 \cdot 10^4 \text{ Н}; \quad \text{ділянка IV теж стискається}$$

$$N^V_x = F_3 - F_2 + F_1 = 24 \cdot 10^4 - 16 \cdot 10^4 + 10 \cdot 10^4 = 18 \cdot 10^4 \text{ Н};$$

ділянка V розтягується.

Для визначення числових значень напружень на ділянках бруса скористаємося формулою /1.6/:

$$\sigma_I = \frac{N_{Ix}}{S_I} = \frac{10 \cdot 10^4}{\pi \cdot \frac{40^2}{4}} \approx 79,6 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{IIx}}{S_{II}} = \frac{10 \cdot 10^4}{\pi \cdot \frac{25^2}{4}} \approx 203,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{IIIx}}{S_{III}} = \frac{6 \cdot 10^4}{\pi \cdot \frac{25^2}{4}} \approx -122,3 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IVx}}{S_{IV}} = \frac{6 \cdot 10^4}{\pi \cdot \frac{50^2}{4}} \approx -30,5 \text{ МПа};$$

$$\sigma_V = \frac{N_{Vx}}{S_V} = \frac{18 \cdot 10^4}{\pi \cdot \frac{50^2}{4}} \approx 91,7 \text{ МПа};$$

На всіх ділянках умова міцності / 1.6./ виконується. Тому згідно одержаних даних будемо епюри поздовжніх сил N_{xi} та напружень σ_i (рис. 1.3, є, ж).

Побудову епюри переміщень починають з ділянки, найближчої до опори (від "0"), оскільки деформація в цьому перерізі відсутня.

Переміщення Δl будь-якого перерізу на ділянці V бруса

$$\Delta l_V = \frac{N_V \cdot x}{E \cdot S_V} = \frac{18 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 50^2}{4}} \cdot x, \text{ мм};$$

Тут $0 \leq x \leq l_V$, і $l_V = 10^3$ мм, тоді $\Delta l_V = 0$ при $x = 0$;

і $\Delta l_V = 0,48$ мм при $x = l_V = 10^3$ мм.

Переміщення Δl будь-якого перерізу на ділянці IV бруса

$$\Delta l_{IV} = \Delta l_{Vx} = \Delta l_V + \frac{N_{IV} \cdot x}{E \cdot S_{IV}}.$$

Тут точку відліку $x = 0$ переносимо в початок ділянки IV, і оскільки реально деталь являє собою єдине ціле тіло, то:

$$\Delta l_{IV} = 0,48 - \frac{6 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 50^2}{4}} \cdot x$$

« - » перед другим доданком означає, що безпосередньо ділянка ІУ стискається.

Тут $0 \leq x \leq l_{IV}$, і $l_{IV} = 10^3$ мм, тоді після розрахунків: $\Delta l_{IVx=0} = 0,48$ мм,

і $\Delta l_{IVx=1} = 0,32$ мм.

Переміщення Δl довільного перерізу на ділянці ІІІ з урахуванням переносу точки відліку $x = 0$ на початок ділянки ІІІ:

$$\Delta l_{III} = \Delta l_{IV} + \frac{N_{III} \cdot x}{E \cdot S_{III}}; \quad \Delta l_{III} = 0,32 - \frac{6 \cdot 10^4 \cdot x}{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 25^2}{4}}$$

Тут $0 \leq x \leq l_{III}$, і $l_{III} = 10^3$ мм; тоді після розрахунку: $\Delta l_{IIIx=0} = 0,32$ мм;

$\Delta l_{IIIx=1} = 0,26$ мм.

Аналогічно для перерізу на ділянці ІІ переміщення визначається так:

$$\Delta l_{IIx} = \Delta l_{IIIx=1} + \frac{N_{II} \cdot x}{E \cdot S_{II}};$$

$$\Delta l_{IIx} = 0,26 + \frac{10 \cdot 10^4 \cdot x}{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 25^2}{4}};$$

тут $0 \leq x \leq 1$; і $l_{II} = 10^3$ мм;

після розрахунку: $\Delta l_{IIx=0} = 0,26$ мм;

$\Delta l_{IIx=1} = 1,33$ мм.

Переміщення перерізу на ділянці І:

$$\Delta l_{Ix} = \Delta l_{IIx=1} + \frac{N_I \cdot x}{E \cdot S_I};$$

$$\Delta l_x = 1,33 + \frac{10 \cdot 10^4 \cdot x}{2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\pi \cdot 40^2}{4}};$$

Тут $0 \leq x \leq 1$; і $l = 10^3$ мм;

після розрахунку: $\Delta l_{x=0} = 1,33$ мм, $\Delta l_{x=1} = 1,75$ мм.

Всі епюри будуються на одному аркуші зі схемою деталі-бруса, кожна в своєму масштабі з вказуванням чисельних значень і одиниць виміру.

1.3. Завдання № 1

Ступінчастий брус круглого перерізу заданих згідно варіанту діаметрів d_1, d_2, d_3 знаходиться у рівновазі під дією зовнішніх сил F_A, F_B, F_C , що прикладені в точках А, В, С, та реакції в опорі. Додатні напрями сил збігаються з додатнім напрямом осі Х.

1. Визначити внутрішні сили і значення напружень, що виникають на кожній ділянці бруса, а також сумарну зміну довжини бруса при заданих довжинах ділянок l_1, l_2, l_3 .

2. Побудувати епюри внутрішніх сил, напружень і переміщень. Модуль пружності при розтягуванні — стисненні прийняти $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Допустиме напруження розтягу – стиску для сталі прийняти: $[\sigma] = 200$ Мпа.

1.4. Варіанти чисельних даних для виконання Завдання № 1 надані в Табл. 1 стор.19

1.5. Варіанти схем для виконання Завдання № 1 надані на стор. 20-21

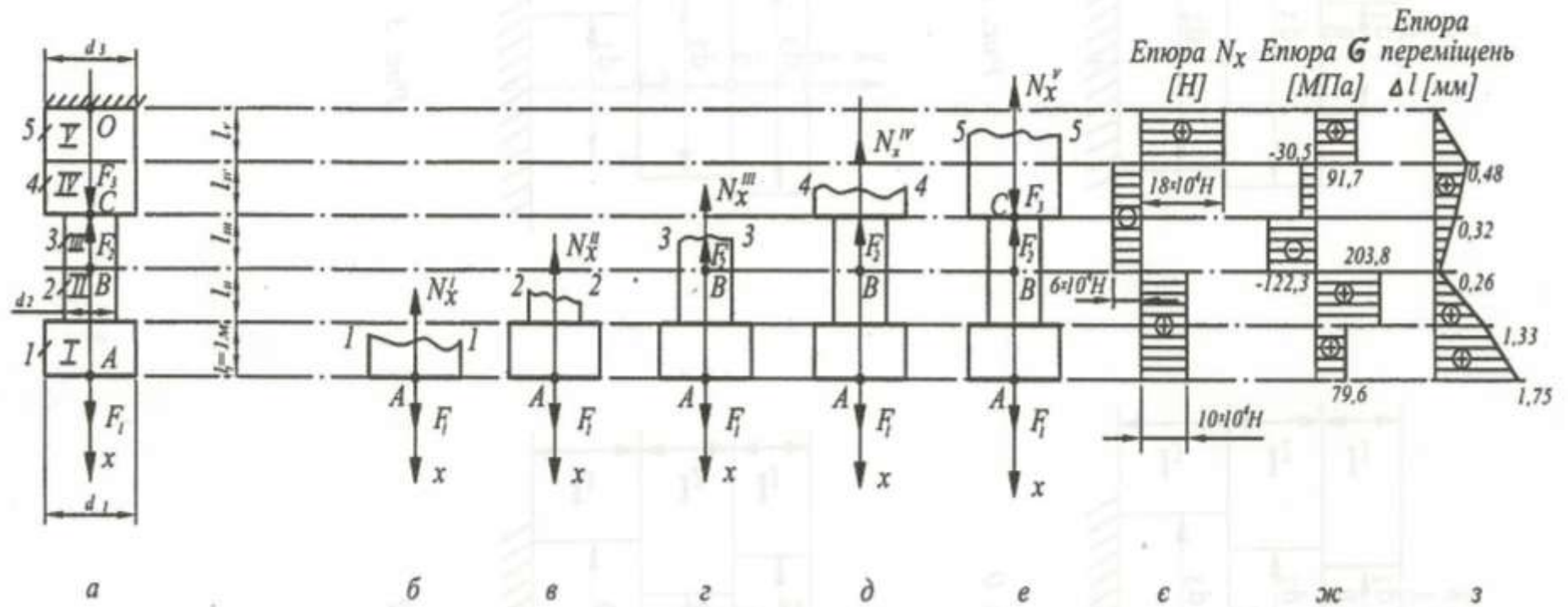


Рис.1.3 Приклад виконання епюр Завдання № 1.

Таблиця 1

1.4 Варіанти чисельних даних для виконання Завдання № 1

Номер варіанта	F _A	F _B	F _C	l ₁	l ₂	l ₃	d ₁	d ₂	d ₃
	кН			мм					
1	-100	50	200	50	150	100	40	60	80
2	200	50	-300	150	50	200	45	55	65
3	300	-250	100	100	100	50	50	60	75
4	-400	50	200	200	50	100	55	70	90
5	-300	450	-100	100	200	150	40	50	60
6	-200	350	50	50	50	150	45	60	89
7	100	-250	400	100	200	50	50	65	70
8	200	150	-300	150	50	50	55	70	80
9	300	-450	50	150	200	100	60	65	80
0	-400	250	100	100	100	50	45	50	70

1.5 Варіанти схем для виконання завдання № 1

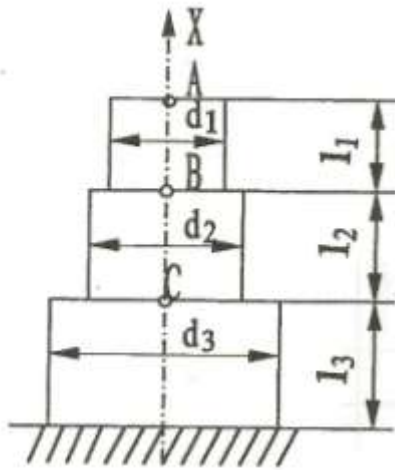


Рис. 0

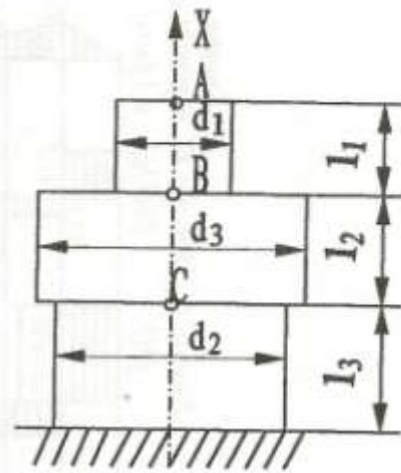


Рис. 1

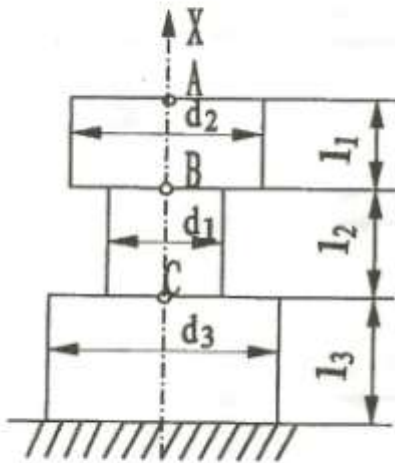


Рис. 2

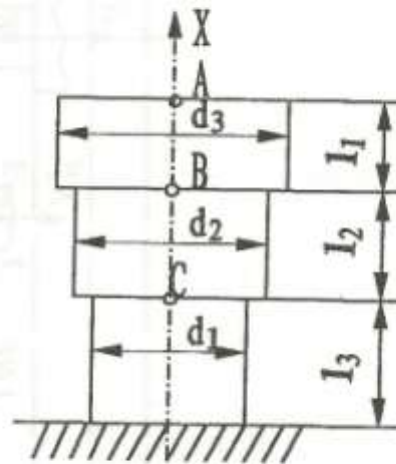
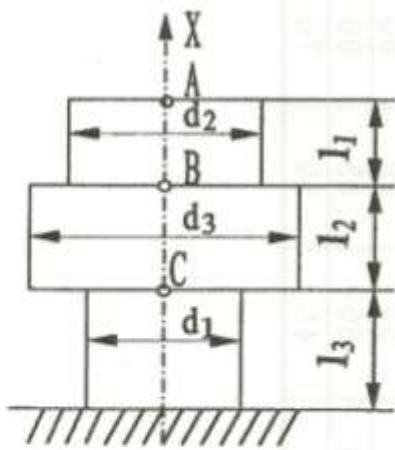
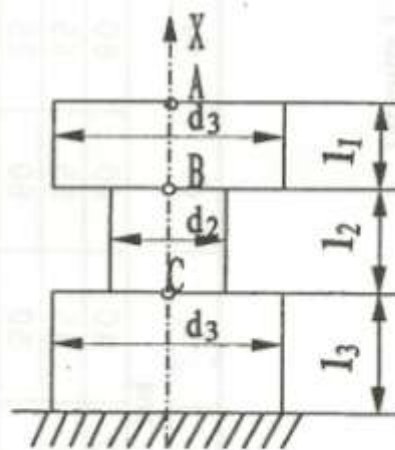


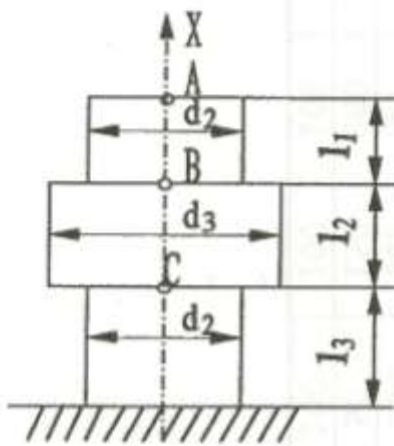
Рис. 3



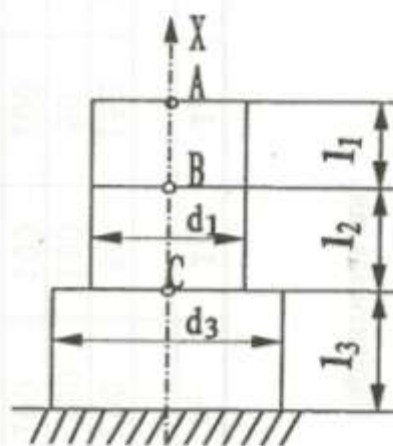
Puc. 4



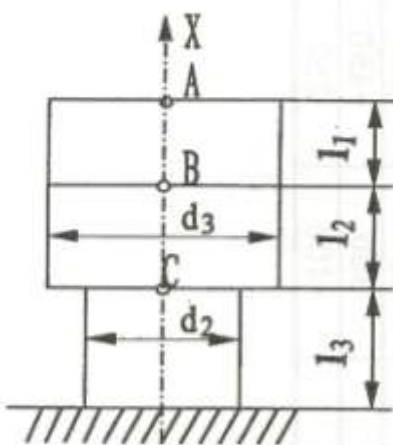
Puc. 5



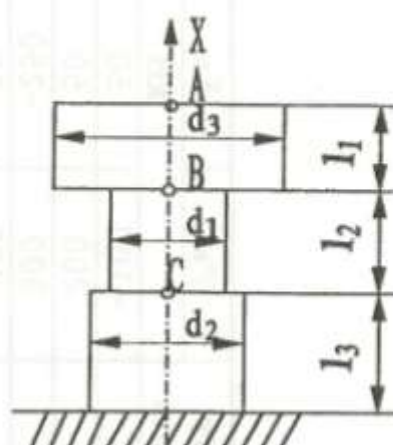
Puc. 6



Puc. 7



Puc. 8



Puc. 9

1.6 Задачі для самостійного розв'язання

Завдання 1

Визначити механічне напруження та уточнити вид деформації сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 150\text{Мпа}$ стрижня діаметра $\varnothing 30\text{мм}$ при дії на нього стискаючої поздовжньої сили $P_1 = 100\text{Кн}$ та розтягуючої сили $P_2 = 250\text{Кн}$; перевірити умову міцності.

Завдання 2

Визначити механічне напруження в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижні діаметра $\varnothing 20\text{мм}$ при дії на нього поздовжньої сили $P = 200\text{Кн}$; перевірити умову міцності.

Завдання 3

Перевірити умову міцності в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижні діаметра $\varnothing 40\text{мм}$ при дії на нього стискаючої поздовжньої сили $P = 300\text{Кн}$.

Завдання 4

Визначити безпечний діаметр сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижня при дії на нього поздовжньої сили $P = 100\text{Кн}$;

Завдання.5

Визначити механічне напруження в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижні квадратного перерізу ($a=20\text{мм}$) при дії на нього розтягуючої поздовжньої сили $P = 200\text{Кн}$; перевірити умову міцності.

Завдання 6

Визначити сторону квадратного перерізу сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижня при дії на нього поздовжньої стискаючої сили $P = 100\text{Кн}$, виходячи з виконання умови міцності.

Завдання 7

Визначити механічне напруження та уточнити вид деформації в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижні квадратного перерізу ($a=25\text{ мм}$) при дії на нього

поздовжньої розтягуючої сили $P_1 = 100\text{Кн}$ та стискаючої сили $P_2 = 200\text{Кн}$; перевірити умову міцності.

Завдання 8

Перевірити умову міцності в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижні квадратного перерізу ($a=35\text{мм}$) при дії на нього поздовжньої сили $P = 100\text{Кн}$;

Завдання 11

Визначити безпечний діаметр сталевого $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижня (в мм) при дії на нього поздовжньої розтягуючої сили $P = 250\text{Кн}$;

Завдання 12

Визначити механічне напруження та уточнити вид деформації сталевого $[\sigma_{\text{ст}}] = 180\text{Мпа}$ стрижня діаметра $\varnothing 40\text{мм}$ при дії на нього стискаючої поздовжньої сили $P_1 = 50\text{Кн}$ та розтягуючої сили $P_2 = 150\text{Кн}$. Перевірити умову міцності.

Завдання.13

Визначити механічне напруження в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 250\text{Мпа}$ стрижні квадратного перерізу ($a=25\text{мм}$) при дії на нього поздовжньої сили $P = 150\text{Кн}$

Завдання 14

Визначити безпечний діаметр сталевого $[\tau_{\text{кр}}] = 50\text{Мпа}$ валу, виходячи з умов міцності при деформації кручення, при дії крутного моменту $M = 200\text{ Нм}$.

Завдання 15

Порівняти напруження, що виникають в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 200\text{Мпа}$ стрижні $\varnothing 40\text{мм}$ та в такому ж стрижні квадратного перерізу ($a=40\text{мм}$) при дії поздовжньої сили $P = 200\text{Кн}$.

Завдання 16

Порівняти напруження, що виникають в сталевому $[\sigma_{\text{розт}}] = 250\text{Мпа}$ стрижні $\varnothing 20\text{ мм}$ та в такому ж стрижні квадратного перерізу ($a=20\text{мм}$) при дії поздовжньої сили $P = 100\text{Кн}$.

Завдання.17

Визначити безпечний діаметр сталевого $[\sigma_{ст}] = 180\text{Мпа}$ стрижня (в мм) при дії на нього стискаючої поздовжньої сили $P = 50\text{Кн}$, виходячи з виконання умови міцності.

Завдання18

Визначити діаметр сталевого $[\tau_{кр}] = 50\text{Мпа}$ валу, виходячи з умов міцності при деформації кручення , при дії крутного моменту $M = 200\text{ Нм}$.

Завдання 19

Визначити безпечний діаметр сталевого $[\sigma_{розт}] = 200\text{Мпа}$ стрижня (в мм) при дії на нього поздовжньої розтягуючої сили $P = 250\text{Кн}$;

Завдання .20

Визначити механічне напруження в сталевому $[\sigma_{розт}] = 250\text{Мпа}$ стрижні квадратного перерізу ($a=25\text{мм}$) при дії на нього поздовжньої сили $P = 150\text{Кн}$.

Завдання. 21

Визначити сторону квадратного перерізу сталевого $[\sigma_{розт}] = 200\text{Мпа}$ стрижня при дії на нього поздовжньої стискаючої сили $P = 120\text{Кн}$, виходячи з виконання умови міцності.

Завдання 22

Перевірити умову міцності.в сталевому $[\sigma_{розт}] = 200\text{Мпа}$ стрижні діаметра $\varnothing 40\text{мм}$ при дії на нього стискаючої поздовжньої сили $P = 300\text{Кн}$.

Завдання. 23

Визначити механічне напруження та уточнити вид деформації в сталевому $[\sigma_{розт}] = 200\text{Мпа}$ стрижні квадратного перерізу ($a=24\text{ мм}$) при дії на нього поздовжньої розтягуючої сили $P_1 = 150\text{Кн}$ та стискаючої сили $P_2 = 200\text{Кн}$; перевірити умову міцності.

2. Деформація кручення

2.1 Основні співвідношення. Розрахункові формули

Деталь зазнає деформації кручення при дії на неї моментів, прикладених в площинах, перпендикулярних до поздовжньої осі. Коли деталь (брус) «працює» тільки на кручення, в його поперечних перерізах виникає тільки один внутрішній силовий фактор — крутний момент - $M_{кр}$. Прийнято при цьому деталь називати валом. У будь-якому поперечному перерізі вала, виходячи з умови рівноваги, внутрішній крутний момент дорівнює алгебраїчній сумі зовнішніх крутних моментів, прикладених з одного боку від поперечного перерізу, що розглядається.

Умова міцності при крученні бруса круглого перерізу (суцільного чи кільцевого) :

$$\tau = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau] \quad /2.1/$$

де: τ — найбільше фактичне дотичне напруження, що виникає в небезпечному перерізі бруса; M_k — крутний момент у небезпечному перерізі бруса; W_p — полярний момент опору перерізу; $[\tau]$ — допустиме дотичне напруження при крученні.

Для суцільного круглого перерізу

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \approx 0,2d^3. \quad /2.2/$$

Для кільцевого перерізу (з порожниною в середині)

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} (1 - c^4) \approx 0,2d^3 (1 - c^4), \quad /2.3/$$

де d — діаметр суцільного перерізу; $C = d_0/D$; а d_0 і D — відповідно внутрішній і зовнішній діаметри кільця.

Кут повороту одного перерізу відносно іншого називається кутом закручування ділянки бруса між цими перерізами і явліє собою кутову деформацію ділянки

Кут закручування /абсолютний/

$$\Delta\phi = \frac{M_k l}{GI_p}, \quad /2.4/$$

де l — довжина ділянки бруса, кут закручування якої розглядається;

G — модуль пружності другого роду,

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}; \quad /2.5/$$

Де μ — коефіцієнт Пуассона, $\mu = \varepsilon' / \varepsilon$, ε' — поперечна деформація, спричинена поздовжньою деформацією ε ; I_p — полярний момент інерції поперечного перерізу бруса відносно центра перерізу.

При розрахунках на кручення важливо забезпечити жорсткість деталі і обмежити саму кутову деформацію до певних, допустимих значень: $[\theta]$ — допустимий відносний кут повороту поперечного перерізу.

Умова жорсткості при крученні:

$$\theta = \frac{M_k}{GI_p} \leq [\theta], \quad /2.6/$$

де θ — відносний кут закручування поперечного перерізу бруса на одиницю його довжини; $[\theta]$ — допустимий відносний кут повороту.

При визначенні діаметра вала з умови міцності та жорсткості зі знайдених двох значень діаметра вала обирають більше і заокруглюють його до найближчого більшого стандартного (ГОСТ 6636-90).

2.2 Приклад виконання Завдання № 2

Для ступінчастого бруса круглого перерізу /рис.2.1/, навантаженого парами сил $M_1 = 0,27\text{кНм}$; $M_2 = 0,33\text{кНм}$; $M_3 = 0,6\text{ кНм}$; визначити внутрішні крутні моменти на ділянках $M_{\text{кри}}$, визначити діаметри ділянок вала з умови розрахунків на міцність. Зробити перевірку діаметрів ділянок, виходячи з розрахунків на жорсткість. Прийняти допустимий відносний кут закручування $[\theta] = 3,5 \cdot 10^{-5}\text{рад/мм}$; допустиме дотичне напруження матеріала вала при розрахунках на кручення $[\tau] = 30\text{ МПа}$; модуль пружності другого роду $G=0,8 \cdot 10^5\text{ МПа}$. Побудувати епюри крутних моментів $M_{\text{кі}}$, епюри питомих кутів закручування θ_i та абсолютних кутів закручування $\Delta\phi_i$.

Розв'язання

1.Розбиваємо брус на ділянки, визначаємо внутрішній крутний момент $M_{\text{кри}}$ для кожної з ділянок як алгебраїчну суму зовнішніх моментів, прикладених по один бік від поперечного перерізу.

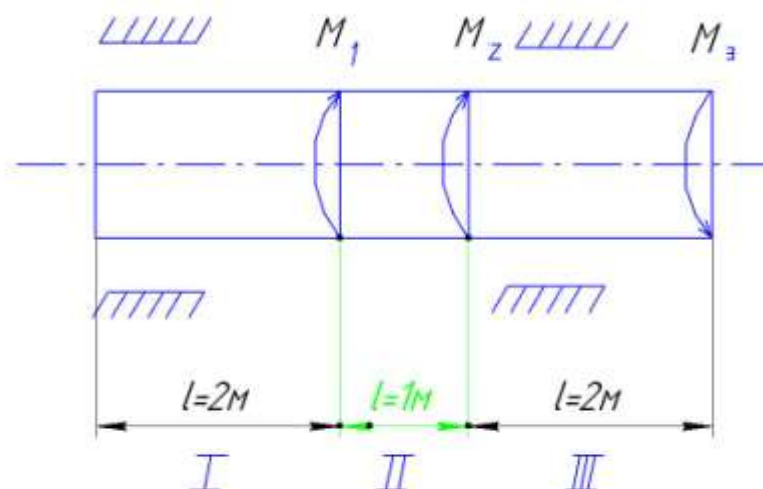


Рис.2.1 Брус круглого перерізу

Ділянка I: $M_{крI} = 0$.

Ділянка II: $M_{крII} = M_1 = 0,27 \text{ кН}\cdot\text{м}$.

Ділянка III: $M_{крIII} = M_1 + M_2 = 0,27 + 0,33 = 0,6 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$

2. Для кожної ділянки відповідно до абсолютного значення $M_{крі}$ визначимо діаметри ступінчастого бруса. Використовуючи формулу /2.1/, отримаємо:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{|M_k|}{0,2[\tau]}}; \quad /2.7/$$

$$d_{II} \geq \sqrt[3]{\frac{0,27 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} \approx 30,57 \text{ мм.}$$

Приймаємо $d_{II} = 32 \text{ мм}$ згідно з рядом нормальних лінійних розмірів /ГОСТ 6636-69/, за аналогією

$$d_{III} \geq \sqrt[3]{\frac{0,6 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{0,2 \cdot 30}} \approx 46,42 \text{ мм.}$$

Приймаємо $d_m = 48 \text{ мм}$.

Діаметр ділянки I (d_I) не визначаємо, оскільки крутний момент на цій ділянці дорівнює нулю. Можемо прийняти діаметри першої та другої ділянок однаковими. Тобто

$$d_I = d_{II} = 32 \text{ мм.}$$

Визначаємо відносні кути закручування θ_i [мм^{-1}] і, **тільки після перевірки виконання умови жорсткості** $|\theta_{II}| < [\theta]$, визначаємо абсолютні кути закручування $\Delta\varphi_i$ [рад.] згідно формул /2.4/ і /2.6/:

$$\theta_I = 0; \quad \theta_{II} = \frac{-0,27 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 32^4} = -3,22 \cdot 10^{-5} \text{ рад} / \text{мм}$$

$$|\theta_{II}| < [\theta]$$

$$\theta_{III} = \frac{-0,6 \cdot 10^6}{0,8 \cdot 10^5 \cdot 0,1 \cdot 48^4} = -1,41 \cdot 10^{-5} \text{ рад} / \text{мм};$$

$$|\theta_{III}| < [\theta]$$

Абсолютні кути закручування $\Delta\varphi_i$ для кожної з ділянок визначимо відносно крайнього лівого перерізу. При визначенні θ_i та $\Delta\varphi_i$ враховується знак моменту.

Ділянка I. Суміщаємо початок відліку $x=0$ із крайньою лівою точкою бруса. Робимо на ділянці довільний переріз на відстані x від початку відліку і складаємо рівняння абсолютних кутів повороту $\Delta\varphi_i$. Оскільки на ділянці I

$$\underline{\theta} = 0, \text{ то і } \Delta\varphi_I = 0.$$

Ділянка II. Суміщаємо початок відліку $x=0$ із крайньою лівою точкою (початком) ділянки, для довільного перерізу складаємо рівняння абсолютних кутів повороту:

$$\Delta\varphi_{II} = \Delta\varphi_I + \theta_{II} \cdot x \quad \text{де } 0 \leq x \leq 1 \cdot 10^3 \text{ мм}$$

$$\text{При } x = 0, \quad \Delta\varphi_{II} = 0;$$

$$\text{при } x = 10^3 \text{ мм}, \quad \Delta\varphi_{II} = -3,22 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 = -3,22 \cdot 10^{-2} \text{ [рад.]}$$

Ділянка III. Суміщаємо початок відліку $x=0$ із крайньою лівою точкою (початком) цієї ділянки, для довільного перерізу:

$$\Delta\varphi_{III} = \Delta\varphi_{II} + \theta_{III} \cdot x \quad \text{де } 0 \leq x \leq 2 \cdot 10^3 \text{ мм}$$

$$\text{При } x = 0, \quad \Delta\varphi_{III} = \Delta\varphi_{II} \text{ при } x=10^3 = -3,22 \cdot 10^{-2} \text{ [рад.]}$$

$$\text{При } x = 2 \cdot 10^3,$$

$$\Delta\varphi_{III} = -3,22 \cdot 10^{-2} - 1,41 \cdot 10^{-5} = -4,63 \cdot 10^{-2} \text{ [рад]}$$

Згідно з одержаними даними будуюмо епюри $M_k, \theta, \Delta\varphi_i$ /рис.2.2/.

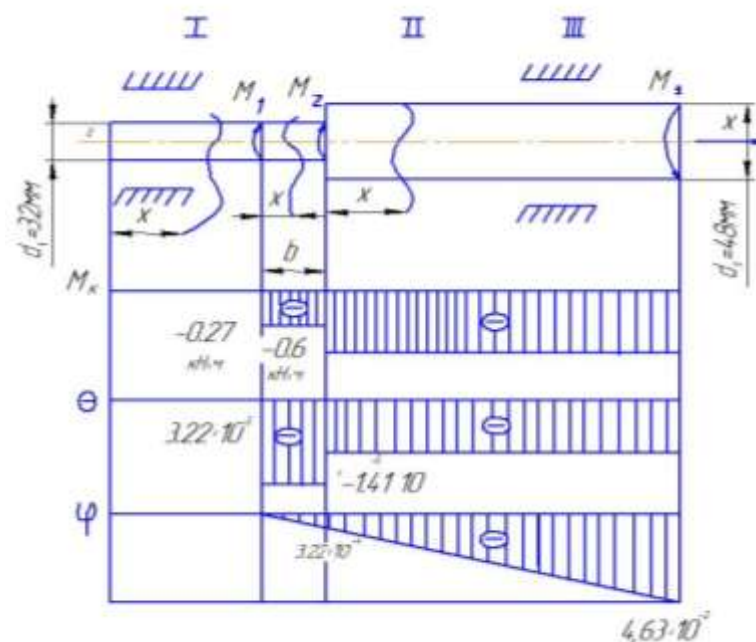


Рис. 2.2 Приклад виконання епюр для Завдання №2

2.3. Завдання № 2

Для заданого варіанта ступінчастого бруса круглого перерізу, навантаженого заданими згідно варіанта моментами M_1 , M_2 , M_3 , M_4 і реактивним моментом:

1. Визначити і побудувати епюри внутрішніх крутних моментів $M_{кр}$,
2. Визначити діаметри ділянок d_i , виходячи з умов розрахунку на міцність.

3. Виконати перевірку діаметрів бруса, виходячи з умов розрахунку, на жорсткість. Прийняти допустимий відносний кут закручування $[\theta] = 2 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1}$, допустиме напруження $[\tau_k]$ згідно свого варіанта; модуль пружності другого роду $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа}$. При недотриманні умов жорсткості визначити необхідні діаметри.

4. Побудувати епюри відносних кутів закручування θ та абсолютних кутів закручування $\Delta\varphi_i$.

2.4. Варіанти чисельних даних Завдання № 2 надані в Табл. 2 на стор. 32

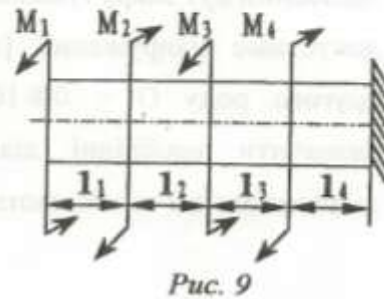
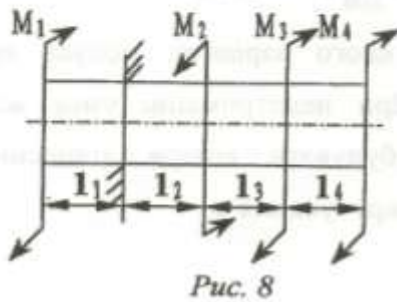
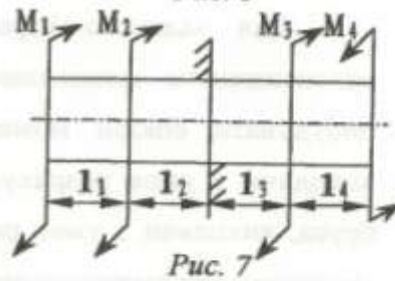
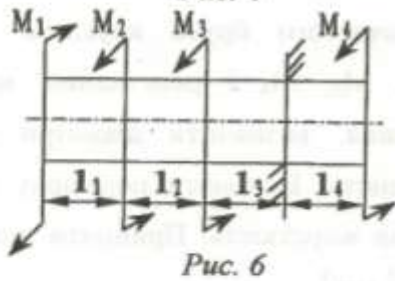
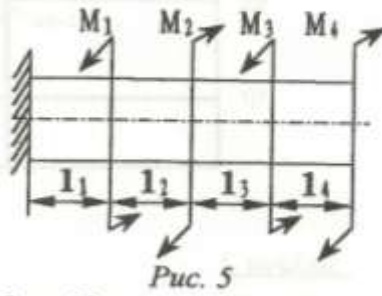
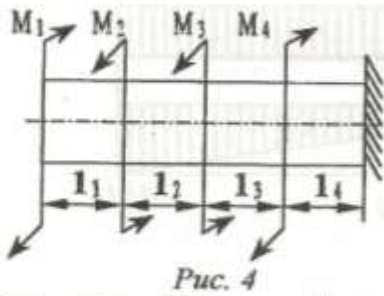
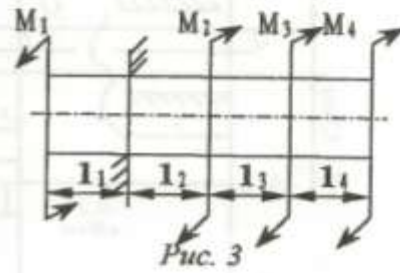
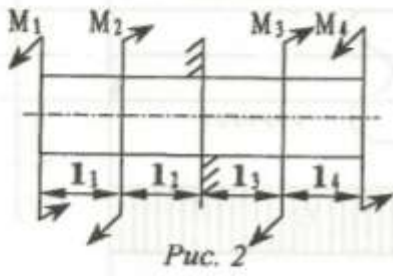
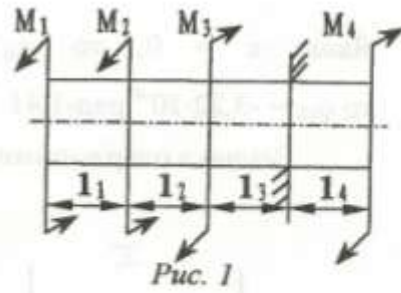
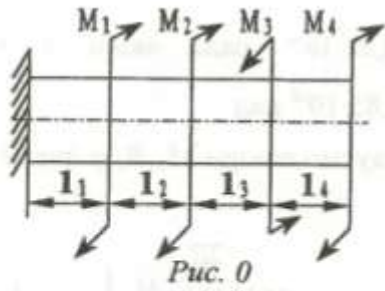
2.5. Варіанти схем для виконання Завдання № 2 надані на стор. 33

Таблиця 2.

2.4. Варіанти чисельних даних Завдання № 2

Номер варіанта	L_1	L_2	L_3	L_4	M_1	M_2	M_3	M_4	$ \tau _{кр}$, МПа
	мм								
1	200	250	150	100	100	120	150	180	25
2	150	300	150	200	140	80	100	160	30
3	50	100	50	100	50	200	100	120	35
4	150	200	50	150	120	50	100	250	40
5	250	100	100	50	80	130	150	200	45
6	200	100	50	50	50	100	200	50	50
7	150	150	150	150	150	150	120	50	60
8	100	200	250	50	160	120	160	200	55
9	300	50	50	150	120	120	150	60	40
0	100	300	200	50	60	50	50	150	30

2.5. Варіанти схем для виконання завдання № 2



2.6 Задачі для самостійного розв'язання

Завдання.1

Визначити механічне напруження в сталевому валі $[\tau_{кр}] = 30\text{Мпа}$ діаметру $\varnothing 20$ при дії на нього крутного моменту $M = 8\text{Нм}$, перевірити умову міцності.

Завдання.2

Визначити механічне напруження в сталевому валі $[\tau_{кр}] = 50\text{Мпа}$ діаметру $\varnothing 10$ мм при дії на нього крутного моменту $M = 2\text{Нм}$, перевірити умову міцності.

Завдання.3

Виходячи з умови міцності визначити діаметр валу при навантаженні його крутними моментами протилежного напрямку $M_1 = 2\text{нм}$ і $M_2 = -4\text{ нм}$, при допустимому напруженні матеріалу вала $[\tau_{кр}] = 50\text{Мпа}$.

Завдання 4

Визначити механічне напруження в сталевому валі $[\tau_{кр}] = 50\text{Мпа}$ діаметру $\varnothing 40$ мм при дії на нього крутного моменту $M = 250\text{Нм}$; перевірити умову міцності.

Завдання 5

Визначити механічне напруження в сталевому валі $[\tau_{кр}] = 40\text{Мпа}$ діаметру $\varnothing 50\text{мм}$ при дії на нього крутного моменту $M = 250\text{Нм}$; перевірити умову міцності. Перевірити умову жорсткості при довжині валу $l = 300\text{мм}$, якщо $[\theta] = 2,5 \cdot 10^{-5}$ — допустимий відносний кут повороту.

Завдання 6

Визначити механічне напруження в сталевому валі $[\tau_{кр}] = 50\text{Мпа}$ стрижні діаметру $\varnothing 40\text{мм}$ при дії на нього крутного моменту $M = 250\text{Нм}$; перевірити умову міцності.

Завдання.7

Виходячи з умови міцності визначити діаметр при навантаженні його крутними моментами протилежного напрямку $M_1 = 8\text{ нм}$ і $M_2 = -4\text{ нм}$, при допустимому напруженні матеріалу вала $[\tau_{\text{кр}}] = 50\text{ Мпа}$.

Завдання 8

Визначити механічне напруження в сталевому валі $[\tau_{\text{кр}}] = 40\text{ Мпа}$ діаметру $\varnothing 60\text{ мм}$ при дії на нього крутного моменту $M = 250\text{ Нм}$; перевірити умову міцності. Перевірити умову жорсткості при довжині валу $l = 500\text{ мм}$. Якщо $[\theta] = 2,5 \cdot 10^{-5}$ — допустимий відносний кут повороту.

3. КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ З РОЗДІЛУ

1. Проаналізувати діаграму розтягування для пластичних матеріалів як приклад взаємозв'язку зовнішнього навантаження та деформації деталі.
2. Проаналізувати, що відноситься до механічних властивостей матеріалів.
3. Проаналізувати силові фактори, що діють в механізмах та їх вплив на міцність ланок механізма.
4. Проаналізувати взаємозв'язок між видами зовнішніх навантажень та деформацій, що виникають в деталях.
5. Дослідити причини виникнення деформацій в деталях та їх види.
6. Проаналізувати взаємозв'язок зовнішніх силових факторів з міцністю деталей, виготовлених з певних матеріалів.
7. Проаналізувати причини появи внутрішніх механічних напружень в деталях
8. Дослідити практичний зв'язок між фактичними та допустимими напруженнями.
9. Проаналізувати причини і фактори виникнення деформації кручення в деталях.
10. В чому відмінність між напруженнями, що виникають при деформації розтягу – стиснення та деформації кручення ?

4. ЛІТЕРАТУРА

1. Опір матеріалів. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Є.С.
К.: Вища школа, 1993.-654с.
2. Сопротивление материалов. Беляев Н.М М., «Наука», 1995
3. Сопротивление материалов. Феодосьев В.И. М., «Наука», 1985

ДОДАТОК

Критерії оцінювання виконання самостійних задач з розділу «Опір матеріалів» Частина 1

Робота складається з декількох задач:

1. дослідження на міцність деталі, що зазнає деформації розтягування – стиснення. (2 задачі)
2. дослідження на міцність деталі, що зазнає деформації кручення. (2 задачі)

Максимальна кількість балів за одну роботу - 40; $40 \times 1 = 40$

Критерії оцінювання:

37–40 балів – робота виконана в повному обсязі, правильно розв’язано **обидві** задачі, їх супроводжено виконаними згідно стандартних вимог схемами (рисунками), надано *максимально* необхідну кількість текстових пояснень. Робота виконана без жодних помилок, не потребує доробок і надана на перевірку в зазначений термін. («відмінно»- не менше 90 % потрібної інформації).

30–36 балів – робота виконана в повному обсязі, правильно розв’язано **обидві** задачі, їх супроводжено виконаними згідно стандартних вимог схемами (рисунками), надано *певну* кількість текстових пояснень. Робота виконана без помилок, не потребує доробок і надана на перевірку в зазначений термін.

(«добре» - не менше 75 % потрібної інформації).

24 –29 балів – робота виконана в повному обсязі: задачі правильно розв’язано, їх супроводжено виконаними згідно стандартних вимог схемами (рисунками), надано *обмежену* кількість текстових пояснень. Розв’язані задачі виконані з невеликими помилками, що потребують деяких доробок,

але робота надана на перевірку в зазначений термін. («задовільно» - не менше 60 % потрібної інформації).

10 –23 балів – робота виконана в обсязі **обох** задач: їх супроводжено схемами (рисунками), надана *деяка* кількість текстових пояснень. Робота виконана з помилками, потребує значних доробок, але здана на перевірку в зазначений термін. («незадовільно» - менше 60 % потрібної інформації)

0–9 балів – Робота виконана, але виконана з помилками, потребує значних доробок, і не здана на перевірку в зазначений термін. («незадовільно» - менше 60 % потрібної інформації).

Матеріал зараховується, якщо кількість отриманих балів складе $\geq 60\%$ від максимальної кількості балів, тобто 24 бали.