

УДК 551.5: 621.391: 621.396.96

## ОПТИМИЗАЦИЯ КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ КЛАССА ДВОИЧНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НА ОСНОВЕ ИХ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

В.-М. МИСКИВ, И. Н. ПРУДИУС, Р. В. ЯНКЕВИЧ

*Национальный университет «Львовская политехника»,  
Украина, Львов, 79013, ул. Професорська 2*

**Аннотация.** В работе решены две взаимосвязанные задачи: разработка метода и соответствующего алгоритма синтеза кодовых двоичных последовательностей со свойством минимума уровней боковых лепестков их периодических автокорреляционных функций; оптимизация алгоритма поиска последовательностей указанного типа с аналогичным свойством их аperiodических автокорреляционных функций. Метод основан на дискретном представлении автокорреляционной функции в виде системы уравнений, рассматриваемых на множестве целых чисел, теоретико-множественном представлении составных частей последовательности, их целочисленных преобразованиях, взаимных свойствах и отношениях. Получены выражения, определяющие зависимость модуля суммы элементов последовательности от суммы уровней боковых лепестков аperiodической и периодической автокорреляционных функций, определены необходимые условия существования кодовых двоичных последовательностей, разработаны математические модели трансформаций составных частей кодовых двоичных последовательностей.

Критерием эффективности каждого из предложенных алгоритмов принято отношение количества всех возможных вариантов кодовых двоичных последовательностей заданной размерности  $l$  к количеству, определяемому предложенными алгоритмами и получены выражения для этих количеств. Эффективность предложенных метода и алгоритмов подтверждена результатами моделирования и возрастает с увеличением размерности  $l$ .

**Ключевые слова:** двоичная последовательность; аperiodическая автокорреляционная функция; периодическая автокорреляционная функция; код Баркера; минимальный уровень боковых лепестков автокорреляционной функции; оптимизация кодовых конструкций

Известно широкое использование сигнальных кодовых конструкций класса двоичных последовательностей (КДП) в радиотехнических системах [1–4]. В множестве КДП заданной размерности  $l$  следует отметить те, которые обладают свойством минимума уровней боковых лепестков (УБЛ) автокорреляционной функции (АКФ). Для значений  $3 \leq l \leq 13$  известны КДП с величиной УБЛ аperiodической АКФ, равной 1 [1], получившие наименование кодов Баркера. В [2] рассмотрены вопросы использования в системах связи М-последова-

тельств и кодов максимальной длины со свойством минимума УБЛ периодической АКФ. В [3] указано на использование КДП в радиолокационных системах (РЛС), в [4] приведены таблицы структур КДП, рекомендуемых для радиотелеметрических систем в качестве синхромаркеров и базовых структур командных радиолоний.

Тем не менее, дальнейшее развитие радиотехнических систем, предполагающее повышение показателей помехоустойчивости, помехозащищенности и скрытности, обуслови-

DOI: [10.20535/S0021347018070026](https://doi.org/10.20535/S0021347018070026)

© В.-М. Мискив, И. Н. Прудиус, Р. В. Янкевич, 2018

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Barker, R. H. "Group synchronizing of binary digital systems," in: Jackson, W. (ed.) *Communication Theory*. New York: Academic Press, 1953, pp. 273-287.
2. Варакин, Л. Е. *Системы связи с шумоподобными сигналами*. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.
- 3 Skolnik, M. I. *Radar Handbook*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 2008.
4. IRIG STANDARD 106-04. Telemetry Standards.
5. Jedwab, J. "What can be used instead of a Barker sequence?" *Contemp. Math.*, Vol. 461, pp. 153-178, 2008. DOI: [10.1090/conm/461/08991](https://doi.org/10.1090/conm/461/08991).
6. Leung, K. H.; Schmidt, B. "The field descent method," *Des. Codes Crypt.*, Vol. 36, No. 2, P. 171-188, 2005. DOI: [10.1007/s10623-004-1703-7](https://doi.org/10.1007/s10623-004-1703-7).
7. Jedwab, J.; Parker, M. G. "Golay complementary array pairs," *Des. Codes Crypt.*, Vol. 44, No. 1-3, P. 209-216, 2007. DOI: [10.1007/s10623-007-9088-z](https://doi.org/10.1007/s10623-007-9088-z).
8. Alquaddoomi, S.; Scholtz, R. A. "On the nonexistence of Barker arrays and related matters," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 35, No. 5, P. 1048-1057, 1989. DOI: [10.1109/18.42220](https://doi.org/10.1109/18.42220).
9. Davis, J. A.; Jedwab, J.; Smith, K. W. "Proof of the Barker array conjecture," *Proc. Amer. Math. Soc.*, Vol. 135, P. 2011-2018, 2007. DOI: [10.1090/S0002-9939-07-08703-5](https://doi.org/10.1090/S0002-9939-07-08703-5).

10. Jedwab, J.; Parker, M. G. "There are no Barker arrays having more than two dimensions," *Des. Codes Crypt.*, Vol. 43, No. 2-3, P. 79-84, 2007. DOI: [10.1007/s10623-007-9060-y](https://doi.org/10.1007/s10623-007-9060-y).
11. Golomb, S. W.; Gong, G. *Signal Design for Good Correlation: for Wireless Communication, Cryptography, and Radar*. New York, NY: Cambridge University Press, 2005.
12. Moon, J. W.; Moser, L. "On the correlation function of random binary sequences," *SIAM J. Appl. Math.*, Vol. 16, No. 2, P. 340-343, 1968. URI: <https://www.jstor.org/stable/2099297>.
13. Jedwab, J.; Yoshida, K. "The peak sidelobe level of families of binary sequences," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 52, No. 5, P. 2247-2254, 2006. DOI: [10.1109/TIT.2006.872863](https://doi.org/10.1109/TIT.2006.872863).
14. Dmitriev, D.; Jedwab, J. "Bounds on the growth rate of the peak sidelobe level of binary sequences," *Adv. Math. Commun.*, Vol. 1, No. 4, P. 461-475, 2007. DOI: [10.3934/amc.2007.1.461](https://doi.org/10.3934/amc.2007.1.461).
15. Zeng, Xiangyong; Hu, Lei; Liu, Qingchong. "A family of binary sequences with optimal correlation property and large linear span," *The Computing Research Repository*, August 2005. URI: <https://arxiv.org/abs/cs/0508114>.
16. Jensen, H. E.; Hoholdt, T. "Binary sequences with good correlation properties," *Proc. of 5th Int. Conf. on Applied Algebra, Algebraic Algorithms and Error-Correcting Codes*, AAЕСС-5 15-19 Jun. 1987. Springer-Verlag, Berlin, 1989, pp. 306-320.
17. Borwein, P.; Choi, K.-K. S.; Jedwab, J. "Binary sequences with merit factor greater than 6.34," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 50, No. 12, P. 3234-3249, 2004. DOI: [10.1109/TIT.2004.838341](https://doi.org/10.1109/TIT.2004.838341).
18. Банкет, В.Л.; Токарь, М.С. "Композитные коды Баркера," *Цифровые технологии*, № 2, С. 8-18, 2007. URI: <https://ojs.onat.edu.ua/index.php/digitech/article/view/592>.
19. Nunn, Carroll J.; Coxson, Gregory E. "Best-known autocorrelation peak sidelobe levels for binary codes of length 71 to 105," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, Vol. 44, No. 1, P. 392-395, 2008. DOI: [10.1109/TAES.2008.4517015](https://doi.org/10.1109/TAES.2008.4517015).
20. Schmidt, Kai-Uwe. "Binary sequences with small peak sidelobe level," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Vol. 58, No. 4, P. 2512-2515, 2012. DOI: [10.1109/TIT.2011.2178391](https://doi.org/10.1109/TIT.2011.2178391).
21. Packebusch, T.; Mertens, S. "Low autocorrelation binary sequences," *J. Phys. A: Math. Theor.*, Vol. 49, No. 16, 165001, 2016. DOI: [10.1088/1751-8113/49/16/165001](https://doi.org/10.1088/1751-8113/49/16/165001).
22. Бобало, Ю.Я.; Миськів, В.-М.В.; Миськів, А.В.; Прудюс, І. Н.; Янкевич, Р.В. "Аспекти оптимізації кодових конструкцій," *Матеріали V міжнар. наук.-практ. конф. «Фізико-технологічні проблеми передавання, обробки та зберігання інформації в інфокомунікаційних системах»* 3-5 листопада 2016, Чернівці, Україна. Чернівці, Місто, 2016, pp. 191-192.
23. Miskiv, Volodymyr-Myron; Prudyus, I.; Yankevych, R. "Properties of binary code sequences on the periodical convolution," *Proc. of 2017 IEEE Int. Conf. on Information and Telecommunication Technologies and Radio Electronics, UkrMiCo'2017*. 11-15 Sept. 2017, Odessa, Ukraine. IEEE, 2017, pp. 95-98. DOI: [10.1109/UkrMiCo.2017.8095373](https://doi.org/10.1109/UkrMiCo.2017.8095373).
24. Mis'kiv, A.; Mis'kiv, V.-M.; Prudyus, I.; Yankevych, R. "Discrete sequences with optimal aperiodic autocorrelation functions. Conditions for existence," *Proc. of 14th Int. Conf. on Advanced Trends in Radioelectronics, Telecommunications and Computer Engineering, TCSET*, 20-24 Feb. 2018, Lviv-Slavske, Ukraine. IEEE, 2018, pp. 1264-1267. DOI: [10.1109/TCS ET.2018.8336424](https://doi.org/10.1109/TCS ET.2018.8336424).
25. Прудников, А.П.; Брычков, Ю.А.; Маричев, О.И. *Интегралы и ряды*. М.: Наука, ГРФМЛ, 1981. 800 с.
26. Меньшиков, М.В.; и др. *Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения*. Под ред. К.А.Рыбникова. М.: Наука. ГРФМЛ, 1982. 368 с.

Поступила в редакцию 12.06.2017

После переработки 18.06.2018