УДК 519.715

ВИКОРИСТАННЯ АЛГОРИТМІВ Q-АНАЛІЗУ НА ПРИКЛАДІ БАНКІВСЬКОЇ СИСТЕМИ

В. І. Медведенко[1, a], С. А. Смирнов[1]

[1] *Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут» імені Ігоря Сікорського, Фізико-технічний інститут*

Анотація

В даній роботі розроблено алгоритми Q-аналізу для систем з великою кількістю елементів та наведено застосування на прикладі банківської системи. Проведено аналіз результатів роботи алгоритмів, надані рекомендації для їх використання в процесах прийняття рішень.

Вступ

На сьогоднішній день більшість людей та компаній, які є акціонерами або власниками банків, намагаються розподілити свої повноваження між іншими особами, щоб уникнути питань з боку антикорупційних комітетів та інших владних структур. В статті [1] використано теорію графів для представлення міжбанківських зв'язків, але при цьому не проведено якісний аналіз цих зв'язків. Велика кількість відношень в цій системі мають складну структуру, – вони набагато більше впливають на розвиток системи, і при цьому їх структура не описується за допомогою графів.

В даній роботі представлено алгоритми Q-аналізу, за допомогою якого є можливість відобразити структуру зв'язків, які не видно у представленні графу, у великих та складних системах.

1. Поняття Q-аналізу та симплеційних комплексів

Розв'язання значного класу практичних задач вимагає робити опис структури тієї чи іншої системи або її частини. Структура в широкому сенсі – це набір зв'язків між окремими частинами системи. Метод Q-аналізу, вперше розроблений Р. Аткіним в роботі [2] в 1997 році, дозволяє описувати структуру системи за допомогою вербальних, графічних і математичних характеристик.

Будь-яка система може в тому чи іншому вигляді описуватися за допомогою елементів та зв'язків між ними. Але якщо елементи мають зв'язки високих порядків, то їх важко представити лише за допомогою вершин та ребер, як в теорії графів. Наприклад, три елемента мають не тільки взаємозв'язок між собою попарно, а є невідривним компонентами один одного, – тоді такий зв'язок утворює площину. Такі типи відношень майже неможливо описати за допомогою теорії графів, тому доцільно використовувати методи симплеційних комплексів [3, 4]. Симплеційні форми утворюють зв'язний, багатовимірний простір або структуру, і саме це є предметом дослідження Q-аналізу.

Розглянемо дві множини X та Y. Задамо відношення λ між цими двома множинами елементів як підмножину декартового добутку $X \times Y$:

$$\lambda \subset Y \times X.$$

Нехай

$$Y = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_n\} \text{ та}$$

$$X = \{X_1, X_2, \ldots, X_m\}.$$

Множина $Y = \{Y_1, Y_2, \ldots, Y_n\}$ пов'язана відношенням λ із множиною $X = \{X_1, X_2, \ldots, X_m\}$. Пара $(Y_i, X_j) \in \lambda$ та елемент множини Y_i знаходиться у відношенні λ до X_j, де $\lambda_{ij} = 1$ у разі виконання певного критерію і $\lambda_{ij} = 0$ у разі невиконання.

Відношення між множинами елементів системи подається за допомогою матриці інцидентності $\Delta = (\lambda_{ik})$, де:

$$\lambda_{ik} = \begin{cases} 1, \text{ якщо } (Y_i, X_k) \in \lambda \\ 0, \text{ якщо } (Y_i, X_k) \notin \lambda \end{cases}$$

Відношення λ породжує симплеційний комплекс, що позначається через $K_Y(X;\lambda)$. Симплеційний комплекс складається із множини вершин X та множини симплексів Y, що утворені з цих вершин у відповідності із заданим бінарним відношенням λ. Зазначимо, що n-симплекс складається з n+1 вершин і його розмірність на одиницю менша числа вершин [5, 6]. Симплеційний комплекс $K_Y(X;\lambda)$ утворений множиною симплексів Y, зв'язаних спільними гранями, тобто через спільні вершини. Формально комплекс $K_Y(X;\lambda)$ визначається таким чином:

- $K_Y(X;\lambda)$ є множиною симплексів $\{\sigma_p; p = 0, 1, \ldots, N\}$;
- кожний симплекс $\sigma_p \in K$ однозначно визначається деякою підмножиною з $(p+1)$ різних X_k,

[a] medvika@ukr.net

для нього існує принаймні одне $Y_n \in Y$, таке, що $(Y_n, X_k) \in \lambda$ для кожного з $(p+1)$ значень i;
- симплекс σ_{i0} ототожнюється з X_k, $i = 1, \dots, n$ (n – кількість елементів множини X);
- кожна підмножина симплекса σ_p, що визначається його $q+1$ вершинами (q < p), називається q-гранню симплекса σ_p й утворює $\sigma_p \in K$ (записується $\sigma_q < \sigma_p$).

Оскільки симплеційний комплекс є множиною симплексів, з'єднаних між собою за допомогою спільних граней, то за характеристику зв'язку можна брати величину грані, спільної для двох симплексів. Якщо G – найбільша спільна грань симплексів S_1 і S_2, то $G = S_1 \cap S_2$, а самі симплекси S_1 і S_2 називаються q-суміжними.

Алгоритм знаходження значень q для спільних граней усіх пар симплексів у K та алгоритм одержання значень Q_q використовує матрицю інцидентності Δ, що визначає K. Очевидно, якщо множини Y та X мають m та n елементів відповідно, то матриця Δ є матрицею розміром $(m \times n)$, що складається з нулів і одиниць. Добуток $\Delta\Delta^T$ – число, що стоїть на місці (i, j) – є скалярним добутком рядків i та j матриці Δ. Воно дорівнює числу одиниць, що знаходяться на одних і тих самих місцях у рядках i та j матриці Δ і відповідає значенню $(q+1)$, де q – розмірність спільної грані симплексів σ_p та σ_q, заданих рядками i та j.

Таким чином, суть алгоритму наступна. Для знаходження q-спільних граней усіх пар Y-симплексів у $K_Y(X;\,\lambda)$ необхідно:
- скласти матрицю $\Delta\ \Delta^T$ розміром $(m \times m)$;
- оцінити $\Delta\Delta^T - \Omega$, де $\Omega = (\omega_{ij})$, а $\omega_{ij} = 1$ для $i, j = 1, 2, \dots, m$.

Цілі числа на діагоналі є розмірностями симплексів Y. Поняття q-зв'язності симплексів є відношенням еквівалентності [7]. Таким чином, задача вивчення глобальної структури зв'язності комплексу K зводиться до розгляду класів еквівалентності q-зв'язності. Для кожного значення зв'язності $q = 0, 1, \dots, dimK$ можна назвати кількість класів еквівалентності Q_q.

2. Алгоритми Q-аналізу для знаходження структури зв'язків у банківській системі

2.1. Алгоритм побудови симплеційного комплексу для системи

Для подальшого знаходження конкретних симплексів для кожного класу еквівалентності, побудуємо матриці A^k q-зв'язків $k = (0, 1, \dots, n)$, де n – кількість класів еквівалентності. Алгоритм виглядає наступним чином.
- Для всіх k, для кожного рівня q-зв'язності: якщо значення $\Delta_{ij} > k$, то елемент матриці буде дорівнювати 1, а інакше – 0.
- Алгоритм знаходження симплексів для кожної матриці A^k полягає в тому, що, починаючи з першого рядка, всі недіагональні значення, а також усі елементи, які пов'язані з ними, додаються до симплекса з позначкою рівня зв'язку. Для цього проглядаються рядки, що відповідають даним елементам першого рядка.
- Алгоритм відпрацьовується для кожного елемента та матриці A^k.

2.2. Алгоритм знаходження структурного вектора

Якщо комплекс K має розмірність n, для кожного значення $q = 0, 1, \dots, n$ можна визначити число різних класів еквівалентності q-зв'язності Q_q і побудувати структурний вектор зв'язності комплексу $Q = (Q_n, Q_{n-1}, \dots, Q_1, Q_0)$, де $Q_n = Q_{dimK}$. В пункті 2.1 були побудовані симплекси для кожного рівня q-зв'язку. Для того, щоб визначити структурний вектор, потрібно підрахувати кількість ланцюгів симплексів на кожному рівні q-зв'язності. Для цього необхідно побудувати транзитивне замикання для симплеційних комплексів. Для одночасності підрахунку, можна додати змінну – лічильник, яка при побудові симплексів у алгоритмі з пункту 2.1 буде рахувати кількість ланцюгів.

2.3. Алгоритм пошуку "нащадків"

Поняття "нащадків" вводимо для того, щоб відслідкувати, який із симплексів має найсильніший взаємозв'язок елементів. Чим більша кількість "нащадків" у симплекса, тим більший у нього структурний вектор. Це, в свою чергу, свідчить про сильну q-зв'язність відповідного симплекса.

Для побудови таблиці нащадків на кожному рівні, використовуємо матриці q-зв'язку за п. 2.1. Починаючи з рівня $k = 1$, побудовані на кожній ітерації симплекси ставимо у відповідність до того симплекса, який його породив. Після цієї процедури підраховуємо кількість породжених симплексів на кожному рівні q-зв'язности для кожного симплекса на рівні $q = 0$.

3. Застосування алгоритмів q-аналізу для банківської системи

На сьогоднішній день на території України діють більше 100 банків [1]. Кожний з них є акціонерною установою, тому має свій перелік власників. Оскільки повний список власників всіх банків перевищує 1000 фізичних та юридичних осіб, важко віднайти як пов'язані між собою співвласники та чи існують такі власники, які є акціонерами одразу декількох банків. Протягом науково-дослідницької практики було досліджено зв'язки між акціонерами та банками, а також взаємозв'язки між власниками. Для полегшення позначень присвоюємо для банків ID ≤ 174, а для власників ID > 174. Дослідження проводилось у двох напрямках взаємозв'язків:

1) банк – власники, що є юридичними особами;
2) банк – всі власники.

Розглянемо кожен з них окремо.

3.1. Взаємозв'язок банків та юридичних осіб

Для цього випадку симплеційний комплекс виглядає як вказано на рис. 1.

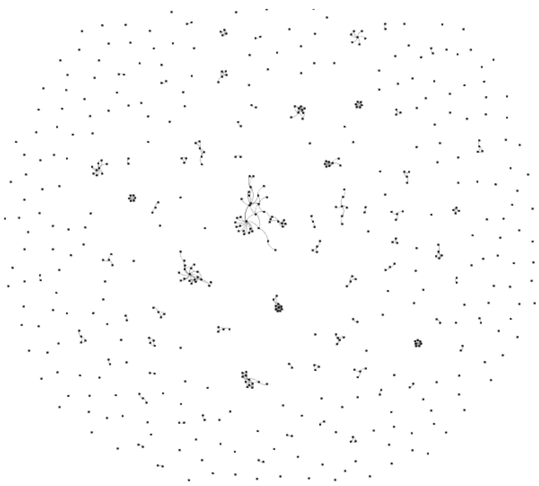

Рис. 1. Симплеційний комплекс для структури взаємозв'язків банків та юридичних осіб

В ході q-аналізу визначено структурний вектор (рис. 2).

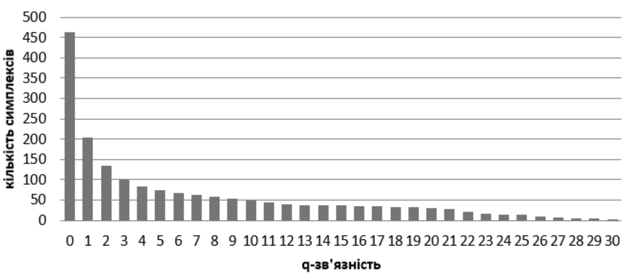

Рис. 2. Гістограма структурного вектора для системи "банки – юридичні особи"

Значення структурного вектора представлені на рис. 3.

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
N	464	204	134	99	84	75	67	63	57	54	48	43	39	38	36	36	34	34	33	33	30
q	22	23	24	25	26	27	28	29	30												
N	20	16	14	14	10	6	5	5	1												

Рис. 3. Значення структурного вектора для системи "банки – юридичні особи"

Зі значень структурного вектора є можливість визначити, наскільки пов'язані між собою складові системи. Видно, що більшість складових мають просту структуру і не мають складних зв'язків. Але приблизно третина з них має зв'язки високих порядків. Це, в свою чергу, є індикатором того, що деякі юридичні особи є співвласниками декількох банків, а тому можуть впливати на банківську систему в цілому. Крім того, наведемо значення наскільки симплекси вбудовані в комплекс. Це визначається на основі відношення власної розмірності до розмірності його зв'язків з суміжних симплексів (рис. 4). Позначимо $q^{<}$ – власну розмірність симплексу, а $q^{>}$ – максимальний зв'язок з іншими симплексами. На діаграмі (рис. 4) зображено "населеність" того чи іншого рівня співвідношення.

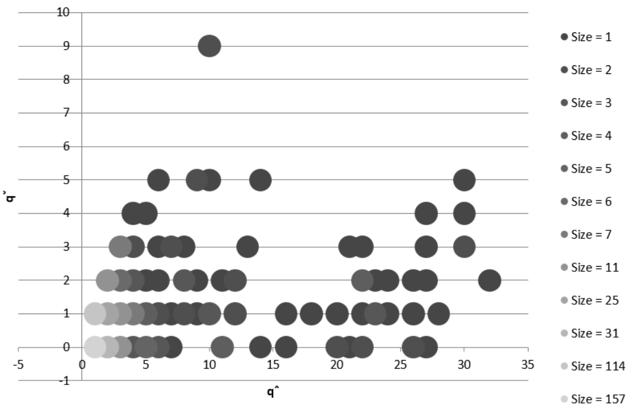

Рис. 4. Співвідношення власної розмірності симплекса до розмірності зв'язку у симплеційному комплексі для системи "банки – юридичні особи"

З діаграми видно, що найбільше в комплексі присутні не зв'язані симплекси з $q = 1$. Але присутні симплекси з власною великою розмірністю та потужною зв'язністю з іншими симплексами, а це означає, що деякі установи мають мало не монопольний вплив у певній підструктурі банківської системи, що в свою чергу може негативно впливати на економіку в цілому. Окрім цього наведено кількість "нащадків", тобто кількість симплексів, в які входить кожний з елементів структури на різних рівнях зв'язності. Чим вищий цей показник, тим більший вплив має даний елемент на структуру комплексу в цілому.

3.2. Взаємозв'язок банків та всіх акціонерів

Для цього випадку симплеційний комплекс виглядає, як на рис. 5.

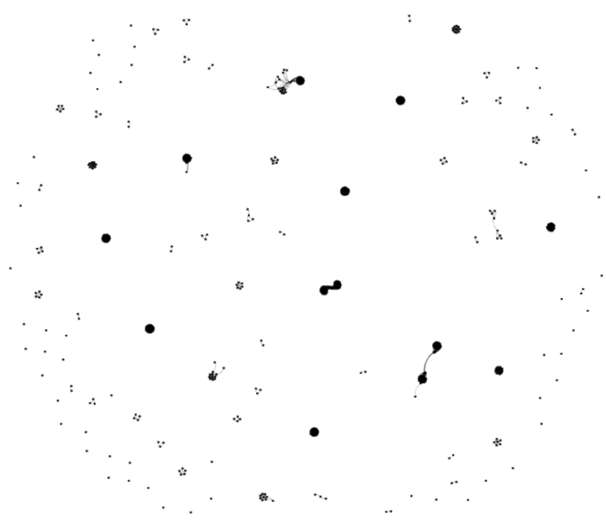

Рис. 5. Симплеційний комплекс для системи "банки – власники"

В ході q-аналізу визначено структурний вектор (рис. 6).

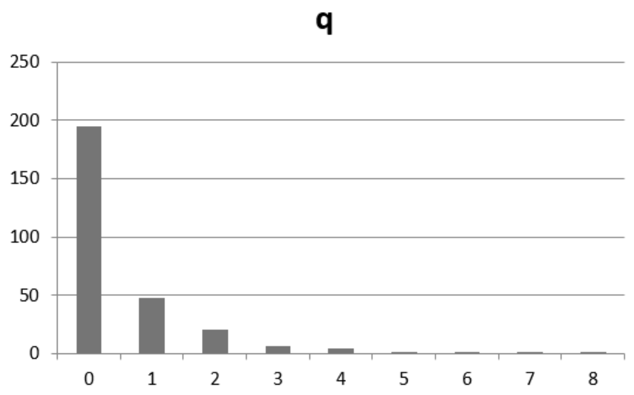

Рис. 6. Гістограма структурного вектора для системи "банки – власники"

Значення структурного вектора представлені на рис. 7.

q	0	1	2	3	4	5	6	7	8
N	195	48	20	6	4	1	1	1	1

Рис. 7. Значення структурного вектора для системи "банки – власники"

На відміну від першого випадку, видно, що структура всіх акціонерів банків дуже спрощена, що і має бути в такій галузі, як банківська система. Більшість симплексів мають розмірність 0, що означає, що кожний симплекс не впливає на інший. Нижче наведено аналогічні відношення між власною розмірністю та розмірністю зв'язків.

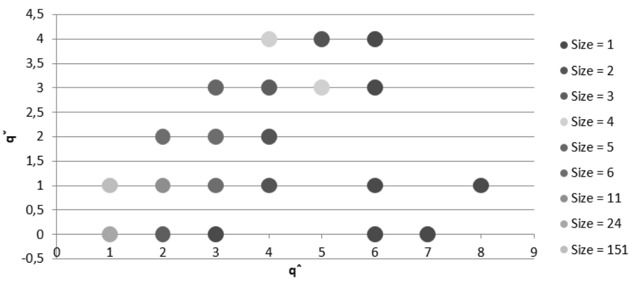

Рис. 8. Співвідношення власної розмірності симплекса до розмірності зв'язку у симплеційному комплексі для системи "банки – власники"

З діаграми видно, що найбільше в комплексі присутні не зв'язані симплекси з q = 1. Кількість елементів з великою власною розмірністю та потужною розмірністю взаємозв'язків набагато менша, ніж в першому випадку. Це означає, що система "банки – акціонери" є слабозв'язною, що в цілому є позитивним явищем. Наведено кількість "нащадків" для даного випадку. На відміну від першого типу взаємозв'язків, розглянутих в попередньому підрозділі, кожний елемент даного симплеційного комплексу сам по собі не має великого впливу на систему в цілому.

4. Висновки

Метод *q*-аналізу дозволяє дослідити структуру системи та визначити зв'язки високих порядків, які неможливо побачити за допомогою теорії графів. На основі аналізу виходів алгоритмів *q*-аналізу є можливість ставити задачі для керуючих органів для підкріплення або послаблення тих чи інших зв'язків у системі для покращення її функціонування. Як наслідок були розроблені алгоритми на основі *q*-аналізу, що дозволяють аналізувати не лише структуру самої системи, а й зв'язки між її елементами.

До переваг слід віднести можливість використання даного підходу для устроїв будь-якого розміру, тобто таких, що мають велику кількість елементів та їх взаємовідносини неочевидні на перший погляд. Крім того, моделювання даних алгоритмів дало змогу автоматизувати процес визначення симплексів, структурного вектора, "нащадків" та інші суміжні показники для методу *q*-аналізу.

Перелік використаних джерел

1. Остапчук Д. В. Невидимі зв'язки: кому належить банківська система України // Voxukraine. — 2016. — Режим доступу: `https://voxukraine.org/longreads/bank-ownership/article-ua.html`.
2. Atkin R. H. Combinatorial Connectivies in Social Systems. — 1997. — 200 p.
3. Beaumont J. R., Gatrell A. C. An introduction to Q-analysis. — 1982. — 134 p.
4. Johnson J. H. The Q-analysis of road intersections // International Journal of Man - Machine Studies. — 1976. — no. 6. — P. 531 – 548.
5. Берёза О. А. Сипмплициальный анализ когнитивных карт социально-экономических систем // Информационные технологии в управлении. — 2011. — № 11. — С. 151 – 161.
6. Качинський А. Б., Агаркова Н. В. Характер связаности элементов системы обеспечения безопасности гидротехнических сооружений // Системні дослідження та інформаційні технології. — 2015. — № 3. — С. 72 – 83.
7. Касти Дж. Большие системы. Связность, сложность и катастрофы. — М. : Мир, 1982. — 216 с.