

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра технічної кібернетики

«На правах рукопису»
УДК 621.865.8

«До захисту допущено»

Завідувач кафедри
_____ І.Р. Пархомей
(підпис)

“ ____ ” _____ 2018 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

зі спеціальності 126 «Інформаційні системи та технології»

на тему: _____ Оптимізація процесу дотримання стійкості антропоморфного крокуючого апарата під час руху _____

Виконав: студент другого курсу, групи ІК-72мп
(шифр групи)

_____ Горовенко Андрій Сергійович _____
(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Науковий керівник ст.викл, к.т.н., Гуменний Д.О. _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Консультант _____
(назва розділу) _____
(науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ініціали)

(підпис)

Рецензент к.т.н., доц., доцент каф. ЕЗУ, Пірумов А. Є. _____
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____
(підпис)

Київ – 2018 року

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Факультет інформатики та обчислювальної техніки

Кафедра технічної кібернетики

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність 126 «Інформаційні системи та технології»

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
І.Р. Пархомей
(підпис)

«__» _____ 2018 р.

**ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту**

Горовенку Андрію Сергійовичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема дисертації «Оптимізація процесу дотримання стійкості антропоморфного крокуючого апарата під час руху», _____

науковий керівник дисертації ст.викл., к.т.н., Гуменний Д.О., _____
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «__» _____ 2018 р. № _____

2. Термін подання студентом дисертації _____

3. Об'єкт дослідження – процес автоматичного управління антропоморфним крокуючим апаратом.

4. Предмет дослідження – автоматизація процесу управління усталеним рухом антропоморфного крокуючого апарата на довільній опорній поверхні.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити – аналіз проблеми дотримання рівноваги антропоморфних крокуючих апаратів та існуючих рішень; аналіз і реалізація кінематичної моделі апарата; розробка критеріїв дотримання

оптимального положення апарата; формалізація системи управління стійкістю апарата на довільній опорній поверхні.

6. Орієнтовний перелік ілюстративного матеріалу – шість плакатів

7. Орієнтовний перелік публікацій – дві публікації

8. Консультанти розділів дисертації

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

9. Дата видачі завдання _____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз предметної області	01.11.2017 р.	
2	Постановка задачі	07.11.2017 р.	
3	Аналіз інформаційного забезпечення	01.12.2017 р.	
5	Аналіз алгоритмічного забезпечення	28.12.2017 р.	
6	Розробка алгоритмічного забезпечення	15.02.2018 р.	
7	Розробка програмного забезпечення	01.09.2018 р.	
8	Маркетинговий аналіз стартап-проекту	15.10.2018 р.	
9	Висновки	15.11.2018 р.	

Студент _____
(підпис)

А.С. Горovenko
(ініціали, прізвище)

Науковий керівник дисертації _____
(підпис)

Д.О. Гуменний
(ініціали, прізвище)

АНОТАЦІЯ

У роботі розглянуто проблему з області мобільної робототехніки, що стосується процесу автоматичного управління антропоморфним крокуючим апаратом.

Проведено аналіз існуючих методів і систем управління усталеним рухом АКА, та аналіз існуючих підходів до моделювання АКА. Визначено критерії дотримання усталеного руху АКА, показано їх основні переваги і недоліки.

Створено математичну та комп'ютерну моделі АКА, запропоновано критерій дотримання усталеного руху АКА на довільній ОП, що враховує дані про розподіл сил реакцій опори, розроблено стратегію управління усталеним рухом АКА при падінні або за малим запасом стійкості. Розроблено СУ усталеним рухом, яку можна застосувати для комп'ютерної моделі семиланкового АКА.

У результаті моделювання відновлення усталеного руху АКА показано ефективне відновлення та дотримання усталеного руху АКА на довільній ОП незалежно від дії зовнішніх чинників.

Ключові слова: робототехнічна система, антропоморфний крокуючий апарат, двонога хода, управління стійкістю, рівновага антропоморфного крокуючого апарата, математична модель.

Розмір пояснювальної записки – 120 аркушів, містить 34 ілюстрацій, 26 таблиць, 6 додатків.

ABSTRACT

The dissertation is about the problem of mobile robotics, concerning the process of automatic control of an anthropomorphic walking machine.

The analysis of existing methods and control systems of the fixed motion of the bipedal robot is carried out, as well as the analysis of existing approaches to the modelling of the bipedal robot. The criteria of observance of the stationary movement of the bipedal robot are determined, their main advantages and disadvantages are shown.

The mathematical and computer models of the bipedal robot were created, the criterion for observing the fixed motion of the bipedal robot on an arbitrary surface was proposed, taking into account the data on the distribution of the forces of the reaction of the support, developed a strategy for controlling the fixed motion of the bipedal robot in the event of a fall or a small stability reserve. Developed a control system, which can be applied to a computer model of a seven-lobed bipedal robot.

As a result of the simulation of the restoration of the sustained movement of the AKA, an effective restoration and observance of the steady-state motion of the AKA on an arbitrary OP is shown, regardless of the influence of external factors.

Keywords: robotic system, anthropomorphic walking machine, bipedal robot, stability control, equilibrium of the anthropomorphic walking machine, mathematical model.

Explanatory note size – 120 pages, contains 34 illustrations, 26 tables, 6 applications.

**Пояснювальна записка
до магістерської дисертації**

на тему: «Оптимізація процесу дотримання стійкості антропоморфного
крокуючого апарата під час руху»

Київ – 2018 року

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	9
ВСТУП.....	10
РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМИ ДОТРИМАННЯ РІВНОВАГИ АНТРОПОМОРФНИХ КРОКУЮЧИХ АПАРАТІВ	12
1.1 Аналіз сучасного стану антропоморфної робототехніки для соціальної сфери господарювання.....	12
1.2 Аналіз базових підходів до моделювання кінематичних зв'язків і динаміки антропоморфних крокуючих апаратів	13
1.3 Аналіз існуючих методів та підходів до управління усталеним рухом антропоморфних крокуючих апаратів	24
1. 4. Мета і задачі дослідження	35
Висновки до розділу.....	37
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ АНТРОПОМОРФНОГО КРОКУЮЧОГО АПАРАТА З УРАХУВАННЯМ ВЗАЄМОДІЇ ЙОГО З ОПОРНОЮ ПОВЕРХНЕЮ.....	38
2.1 Особливості антропоморфних механізмів.....	38
2.2 Динамічна взаємодія крокуючого апарата з опорною поверхнею.....	40
2.3 Аналітичні методи формалізації моделі	42
2.4 Комп'ютерні методи формалізації моделі.....	54
2.5 Кінематична модель шести-ланкового антропоморфного крокуючого апарата	58
2.6 Формування обмежень кінематичної моделі антропоморфного крокуючого апарата	69
2.7 Формалізація динамічної моделі антропоморфного крокуючого апарата з врахуванням взаємодії з опорною поверхнею	70
2.8 Формалізація обмежень до застосування аналітичної моделі антропоморфного крокуючого апарата для задач управління його усталеним рухом.....	82
Висновки до розділу.....	83
РОЗДІЛ 3. КРИТЕРІЇ УСТАЛЕНОГО РУХУ ТА ЗАВАЛУ АНТРОПОМОРФНОГО КРОКУЮЧОГО АПАРАТА НА ПОПЕРЕДНЬО НЕВІДОМІЙ ПОВЕРХНІ ЗА ДАНИМИ ПРО СИЛУ РЕАКЦІЇ ОПОРИ	85
3.1 Умови порушення усталеного руху АКА на довільній ОП у його статичних положеннях	85

3.2 Умови дотримання оптимального положення АКА для забезпечення його стійкості на ОП.....	86
3.3 Структурна схема СУ дотримання стійкості АКА з застосуванням запропонованих критеріїв стійкості.....	88
3.4 Формалізація процесу управління антропоморфним крокуючим апаратом за критеріями розподілу сили реакції опорної поверхні.....	91
Висновки до розділу.....	92
РОЗДІЛ 4. УПРАВЛІННЯ СТІЙКІСТЮ АНТРОПОМОРФНОГО АПАРАТА ЗА ДАНИМИ ПРО РОЗПОДІЛ СИЛИ РЕАКЦІЇ ОПОРНОЇ ПОВЕРХНІ.....	93
4.1 Структурна формалізація системи управління стійкістю АКА на ОП.....	93
4.2 Результати дослідження СУ усталеним рухом АКА.....	99
Висновки до розділу.....	109
РОЗДІЛ 5. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ.....	111
5.1 Опис ідеї проекту.....	111
5.2 Технологічний аудит ідеї проекту.....	112
5.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап проекту.....	112
5.4 Розроблення ринкової стратегії стартап проекту.....	116
5.5 Розроблення маркетингової програми стартап проекту.....	118
5.6 Елементи фінансової підтримки стартапу та аналіз ризиків.....	119
Висновки до розділу.....	122
ВИСНОВКИ.....	123
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	125
ДОДАТКИ.....	130

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

АКА	–	антропоморфний крокуючий апарат;
ОРА	–	опорно-руховий апарат;
ОП	–	опорна поверхня;
СУ	–	система управління;
ТЦМ	–	точка центру мас;
ТОМ	–	точка нуль-моменту;
КМ	–	комп'ютерна модель;
НІЛ	–	hardware in loop;

ВСТУП

Мобільна робототехніка як підрозділ галузі робототехнічних систем подає великі сподівання на застосуванні у соціальній сфері людського господарства, але темпи її впровадження є досить низькими. Наразі в основному роботи з цієї сфери мають колісний або гусеничний тип переміщення, а антропоморфні апарати розвинені набагато гірше. Прикладами роботів із гусеничним або колісним типом переміщення є Rollin' Justin, що створений під керівництвом С. Borst і С. Ott, KATE rev.1, що створений лабораторією FutureBots Labs', робот Meet Pepper, що створений фірмами Softbank і Aldebaran Robotics. Дослідниками, які займалися розробкою роботів з гусеничною або колісною ходовою частиною, є: А. Ансар, К. Ассад, М. Беналеже.

Робот антропоморфного типу – це робот, який за своєю конструкцією подібний до людини. Такі роботи можуть бути спроектованими для відтворення як окремих частин опорно-рухового апарату людини (наприклад, нижні кінцівки, верхні кінцівки, голова), так і системи, що складається з декількох цих частин. Антропоморфний крокуючий апарат – це антропоморфний робот, що моделює процес ходьби людини.

Потенціал біологічного підходу в робототехніці почав розкриватись з кінця ХХ століття. Організми в живій природі, які мають кінцівки, володіють високим рівнем адаптивності і мобільності.

Вчені запевняють, що соціальна робототехніка буде активно використовуватись для взаємодії з людиною та її навколишнім середовищем. Але окрім соціального господарювання антропоморфні крокуючі апарати ще можуть бути застосовані в таких галузях, як медицина (наприклад, для протезування кінцівок), військова сфера (зокрема супроводження піхоти, а також її заміна у майбутньому), рятувальні операції (наприклад, ліквідація наслідків аварії за рахунок можливості переміщення по важкопрохідній місцевості).

Для вдалого пересування по різних поверхнях (наприклад, ґрунт, каміння, трава, пісок тощо) антропоморфний метод руху (тобто із використанням двох

опорних кінцівок) накладає на себе специфічні обмеження: переміщення власної маси, орієнтування апарата у просторі, підтримка постійної швидкості руху, обчислення положення ланок, передбачення характеру опорної поверхні на шляху антропоморфного крокуючого апарата. Таким чином, у разі успішного вирішення вищевказаних задач апарат матиме змогу переміщуватись із постійною швидкістю у довільному напрямі, при цьому його ланки змінюватимуть відносне положення у просторі над попередньо невідомою поверхнею.

Отже, проблема дотримання рівноваги апарата є актуальною, що і є темою даної роботи.

РОЗДІЛ 1. АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ПРОБЛЕМИ ДОТРИМАННЯ РІВНОВАГИ АНТРОПОМОРФНИХ КРОКУЮЧИХ АПАРАТІВ

1.1 Аналіз сучасного стану антропоморфної робототехніки для соціальної сфери господарювання

Мобільна робототехніка як підрозділ галузі робототехнічних систем подає великі сподівання на застосуванні у соціальній сфері людського господарства [7, 15, 20, 25, 41], але темпи її впровадження є досить низькими [119]. Наразі в основному роботи з цієї сфери мають колісний або гусеничний тип переміщення [119], а антропоморфні апарати розвинені набагато гірше [11, 15, 30, 37, 43, 109, 119]. Прикладами роботів із гусеничним або колісним типом переміщення є *Rollin' Justin* створена під керівництвом *C. Borst* і *C. Ott* [157, 158], *KATE rev.* створена лабораторією *FutureBots Labs'* [173], *Meet Pepper* створена фірмами *Softbank* і *Aldebaran Robotics* [74]. Дослідниками, які займалися розробкою роботів з гусеничною або колісною ходовою частиною, є: Р. Волпе (*Richard Volpe*) [175, 176], А. Ансаром (*Adnan Ansar*) [108], К. Ассадом (*Christopher Assad*) [99], М. Беналеже (*Mehdi Benallegue*) [88].

Автор *A. Bustos* [96] приділив увагу питанню високого рівня інтеграції систем маніпуляції, навігації, динаміки, енергоефективності та антропоморфності, а автори М.Беналеже, *Ж.П. Ламондом (Jean-Paul Laumond)* і А.Бертозом (*Alain Berthoz*) [88] розглянули процес руху робота-рикші.

Вчені запевняють, що соціальна робототехніка буде активно використовуватись для взаємодії з людиною та її навколишнім середовищем, а мобільні роботи зможуть виконувати задачі поряд з людиною чи замінюючи людську працю у багатьох сферах життя. Дослідники Бріскін Е. та Калінін Я. застосували методи оптимального управління і сформувавши матрицю станів АКА з екскаваторним типом руху [21], що заснований на теорії про кінцеві стани [70, 95]. Усталений рух був можливий завдяки управлінню апаратом з урахуванням переходів між статичними станами. У роботі авторі В.Є. Бербюка, М.В. Демидюка та Б.А. Ларіна приділено увагу розробці динаміки руху, що заснована на зчитуванні кінограми та балістики її руху. Всі вищезазначені праці містять

спроби вирішити задачі швидкості руху, ступеню прохідності, енергоефективності АКА, Таким чином, вчені зацікавлені у розробці і конструюванні АКА.

1.2 Аналіз базових підходів до моделювання кінематичних зв'язків і динаміки антропоморфних крокуючих апаратів

Вагомий внесок у моделювання апаратів внесли такі науковці: Н. А. Бернштейн [15], В. В. Веліченко [23], К. Чов (*C. Chow*), Е. Чеморі (*A. Chemori*), Ю. Фуджімото (*Y. Fujimoto*) [123], Е. Френк (*A. Frank*) [122], А. Шеморі (*A. Chemori*) [107], Д. Якобсон (*D. Jacobson*) [111], С. Крут (*S. Krut*) [107], Е. Мейбрідж (*E. Muybridge*) [151], Т. Мак-Гір (*T. McGeer*) [145, 146], Р. Томовіч (*R. Tomovic*) [167], М. Вукобратович (*M. Vukobratovic*) [25], К. Нішівакі (*K. Nishiwaki*) [153] та інші.

Вперше з наукової точки зору за рухами людини і тварин було проведено спостереження у роботах [4, 151]. За виконаними ескізами та кінограмами було детерміновано фази людської ходи (рис 1.2). На основі даних із проведеного вперше методу кінограми руху було визначено положення ланок, діапазони можливих значень кутів у шарнірах, ритміку та кінематику (рис 1.3) руху апарата. Задачі моніторингу стану рівноваги АКА в різних положеннях можуть бути вирішені, оскільки вищевказані характеристики визначають положення ТЦМ.

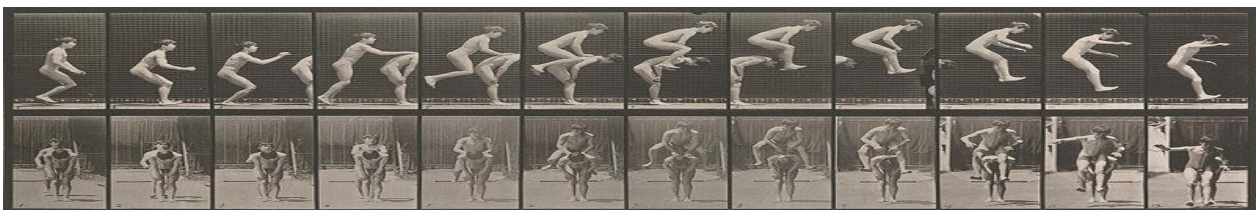


Рисунок 1.2 – Циклічність фаз переміщення стрибком

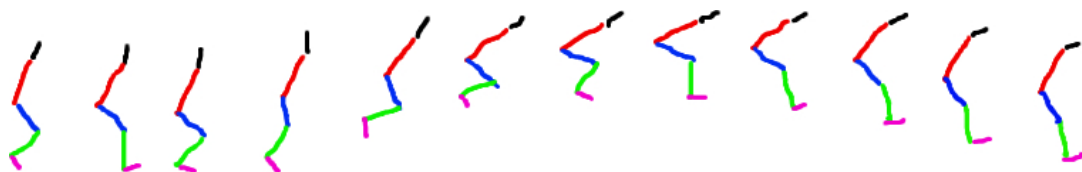


Рисунок 1.3 – Двовірні кінематична модель апарата, що одержана з кінограми Е Muybridge

На основі праць Е. Мейбріджа вчений М.А. Бернштейн визначив у русі людини фази та цикли [15]. Було звернено увагу на алгоритмічний характер розміщення ланок ОРА людини, що залежить від розташування ТЦМ, а також випущено припущення, що тактильна чутливість кінцівок разом із вестибулярним апаратом людини задіяні у підтримці рівноваги [145].

У своїх роботах Т. Мак-Гір [145, 146] побудував модель двовимірного АКА із застосуванням математичних засобів його синтезу. Так, опис кінематичної схеми і динаміки руху був виконаний на основі методів теоретичної механіки та елементів теорії стійкості, а формування рівняння руху – на основі теорії про кінцеві стани [4, 145]. У кінематичній структурі моделі АКА (рис. 1.4) є три ланки, що утворюють дві одноланкові ноги разом із корпусом. Одноосевий шарнір забезпечує взаємний рух ланок моделі. Параметри $-\Delta\theta_f$ і $-\Delta\theta_c$ визначають кутове положення ланок. Маса ланки корпусу задається за допомогою параметра m_h , маса ланки випереджаючої ноги – параметра m_c , а відстаючої – m_f . Параметри l, c визначають довжини ланок, при цьому c визначає відстань від точки дотику поверхні до ТЦМ ланки. Область дотичних точок ніг АКА до поверхні сформована сектором кола, радіус якого задається за допомогою параметра R . Таке подання особливої будови стопи АКА дає можливість описувати кутове положення АКА методом напрямних косинусів.

Якщо говорити про динаміку моделі АКА, то рух відбувається за принципом оберненого маятника (спочатку одна нога переноситься у нове положення, потім інша, і так по черзі). При контакті ніг з поверхнею моменти описуються наступним чином:

$$H^b = (\cos 2\alpha_0 + r_{gyr}^2)ml^2\Omega$$

$$H^a = (1 + r_{gyr}^2)ml^2\Omega$$

де: H^b, H^a – моменти до зіткнення та після зіткнення відповідно;

α_0 – кут який описується як $\theta = -\alpha_0$ у разі зупинки апарата і змінюється в

діапазоні $[-\Delta\theta() \dots \Delta\theta(c)]$.

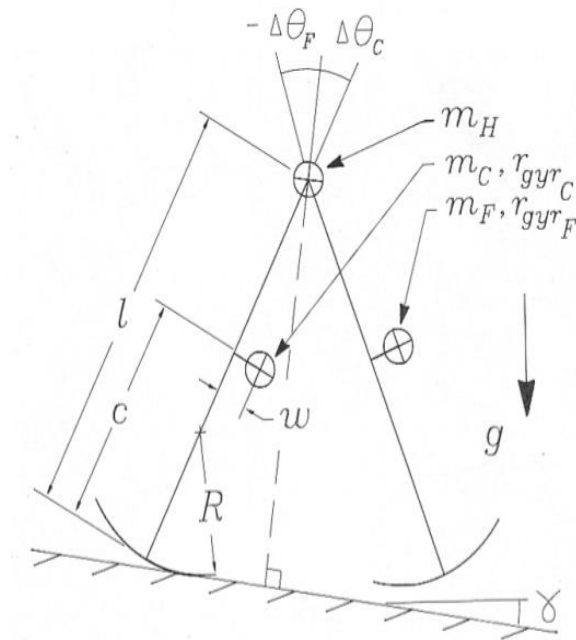


Рисунок 1.4 – Кінематична схема крокуючого апарата з радіальними опорами

Коли переноситься нога проекція ТЦМ АКА переміщується від дотичних точок задньої ноги до дотичних точок передньої ноги. Коли проекція ТЦМ виходить за межі стопи АКА, він починає нахилитись. Фізична реалізація апарата зображена на рис. 1.5.

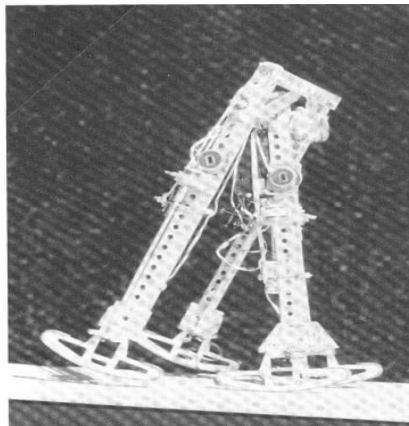


Рисунок 1.5 – Крокуючий апарат з принципом руху перекочування

Для задання положення ланок АКА вчені К. Чов і Д. Якобсон [111] демонструють застосування методів оптимального програмування. Та математична модель, яку використовували автори для застосування цих методів, базувалася на три-ланковій системі твердих тіл. Кожна ланка системи має власну

довжину і масу. В даній моделі відсутні ланки стоп, а це, у свою чергу, дало можливість використати методи підтримки рівноваги, які спираються на теорему Ляпунова для систем маятничкового типу.

У своїй роботі М. Вукобратович [25] побудував модель, яка складається з п'яти твердих тіл, які, у свою чергу, зв'язані між собою кінематичними парами за допомогою обертальних шарнірів. Для дослідження кінематики руху моделі апарата було обрано двовимірну систем координат, а для динаміки – тривимірну. Модель містить суцільний одно-ланковий корпус, ланки стегон та гомілок. За допомогою одно-, двох- та три-осьових шарнірів ланки утворюють розімкнений кінематичний ланцюг. Модель відображає кінематичну взаємодію між ланками АКА та суттєво спрощує процес його побудови.

В даній моделі є можливість встановлювати параметри мас ланок, їх ТЦМ, їх довжини, а також моменти інерції. Для побудови моделі були застосовані рівняння Лагранжа, а для визначення положення ланок і перехідних значень кутів було застосовано метод кутів Ейлера. У тому випадку, коли стержень мав невеликий радіус перерізу, визначення моментів інерції у шарнірах АКА було здійснено за допомогою рівняння про моменти стержнів.

У своїй роботі автори М. Беналеге, Дж.-П. Ламонд і Е. Бертоз розробили двовимірну модель апарата із метою дослідження пасивної ходи [88]. У моделі присутні дволанковий корпус та дві одноланкові ноги. Довжина ланки формалізована у вигляді параметру l , а маса – у вигляді параметру m .

Вектор $x = [\theta, \varphi, \alpha, \beta, \dot{\theta}, \dot{\varphi}, \dot{\alpha}, \dot{\beta}]^t$ описує динаміку моделі, при цьому параметр t визначається по відношенню до моменту контакту ланки АКА з поверхнею.

Для керування моделлю використаний метод кінцевих станів, адже характер контакту є не пружним. Динаміка моделі простежується на проміжку часу між контактами ніг з поверхнею і формалізується у вигляді наступного рівняння $\tau_k = [\tau_{t,k} \tau_k]^t$.

Процес зміни параметрів вектора стану має такий вигляд:

$$x_{k+1} = f(x_k, \tau_k)$$

де f — функція, що набуває приросту параметрів вектора x у проміжку часу між τ_{k-1} і τ_k .

Динамічні процеси керування рівновагою апарата моделюються із використанням принципу теореми Ляпунова. Це, у свою чергу, значно обмежує структуру кінематичної схеми АКА.

У публікації [107] авторів Е. Чеморі, С.Ле-Флока, С. Крута і Е. Дембре було побудовано і спроектовано кінематичну модель АКА із загальною кількістю 12 ланок. Усі ланки моделі можуть переміщуватись з урахуванням наявної ОП і мають 18 ступенів свободи. Значення кутів моделі, за якими відбувається її управління, визначаються у вигляді вектора керування $X \in R^{18}$. Вектор $X_{tags} = f(q); q \in R^{18}; X_{tags} \in R^{45}$ описує саму модель, для подачі зворотної моделі (простору станів) використано позначення $q = f^{-1}(X_{tags}); q \in R^{18}; X_{tags} \in R^{45}$. Графічне зображення кінематичних зв'язків даної моделі апарата зображено на рис. 1.6.

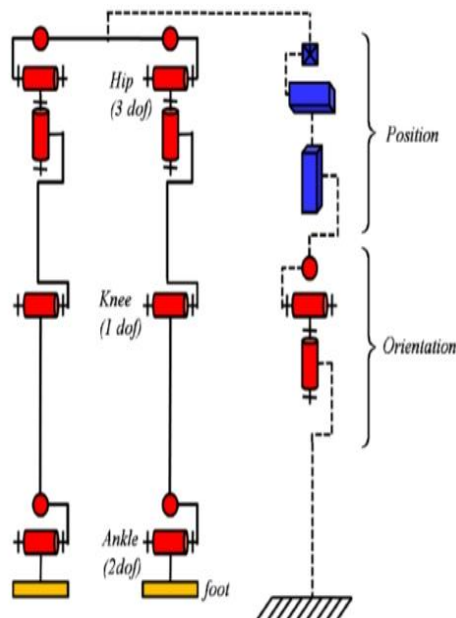


Рисунок 1.6 – Кінематична схема тривимірного АКА з 18 ступенями свободи

Як зображено на рис. 1.6, для опису кутового переміщення у тазо-стегновому шарнірі використано три ступені свободи, у гомілко-стегновому

шарнірі – один ступінь свободи, а у гомілко-стоповому – два ступені свободи. Ця модель особлива тим, що вона містить групу шарнірів *Position, Orientation* (рис. 1.6). Вони, у свою чергу, задають кутове та лінійне положення моделі апарата відносно ОП.

Після побудови кінематичної моделі автори зобразили динамічну модель апарата, яка складається з 18 ступенів свободи. Динаміка задається рівняннями Лагранжа [47, 58, 86, 128, 165] наступним чином:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su$$

де: $q = [q_1, \dots, q_{12}, \omega_z, \omega_y, \omega_x, T_x, T_y, T_z]^T \in R^{18}$ – вектор узагальнених координат;

$M(q) \in R^{18 \times 18}$ – матриця інерції ланок;

$C(q, \dot{q}) \in R^{18 \times 18}$ – матриця доцентрових та Коріолісових прискорень;

$G(q) \in R^{18}$ – вектор сили тяжіння;

$u \in R^{12}$ – вектор вхідних керуючих впливів;

$S \in R^{18 \times 12}$ – матриця розподілу обертових моментів шарнірів.

Під час дотику ланок до поверхні, рівняння динаміки апарата задається наступним чином:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + J(q)^T \lambda,$$

де λ – Лагранжеві множники;

$J(q)$ – матриця Якобі.

Також робота авторів містить ще одну модель для опису взаємодії стоп АКА з поверхнею.

У своїй роботі [139] автори Т. Гуї, Н. Чуонг та Н. Пхонг зобразили кінематичну модель АКА із 10 ступенями свободи. На рис. 1.7 зображена модель з 8 ланками, при цьому ланка *TorsoC* задає тулуб апарата, ланка *BK* – таз, ланки *KK₁, BB₁* – стегна, ланки *K₁E, B₁B₂* – його гомілки. Усі ланки моделі мають масу, що задається параметром m , та довжину, що задається параметром l . Координати точок, які формують відповідні ланки, утворюють кінематичну взаємодію ланок (рис. 1.7). Як і прийнято подавати координати точок, дана модель

задана у тривимірному просторі. Серед особливостей даної моделі апарата можна виокремити присутній антропоморфний набір ланок та ступенів свободи (окрім ступенів свободи розвороту ніг у площині Z), а також присутні ланки стоп і тазу, без яких було б неможливо досліджувати динаміку процесів руху апарата.

Для відображення положення моделі використано значення кутів $[\theta_1, \dots, \theta_{10}]$, де: θ_1, θ_2 - кути між стопою та гомілкою у площинах Z та X правої ноги;

θ_{10}, θ_9 - кути між стопою та гомілкою у площинах Z та X лівої ноги;

θ_3, θ_8 - кути між гомілками та стегнами правої і лівої ноги, відповідно;

θ_4, θ_5 - кути повороту ланок бедер у площинах X та Y для правої ноги

θ_6, θ_7 - кути повороту ланок стегон у площинах X та Y для лівої ноги,

Формалізація статичного положення моделі задається за допомогою координат точки центру тазу і зображується наступним чином:

$$x_{ca} = l_1 \sin \theta_1 - l_2 \sin(\theta_3 - \theta_1)$$

$$y_{ca} = l_1 \sin(\theta_2) + l_2 \cos(\theta_3 - \theta_1) \sin(\theta_2) + \frac{l_3}{2} \cos(\theta_3 + \theta_4)$$

$$z_{ca} = l_1 \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) + l_2 \cos(\theta_3 - \theta_1) \cos \theta_2 - \frac{l_3}{2} \sin(\theta_2 + \theta_4)$$

Положення ТЦМ моделі АКА задано наступним чином:

$$x_{com} = \frac{m_b x_b + m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_c x_c + m_3 x_3 + m_4 x_4 + m_e x_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e};$$

$$y_{com} = \frac{m_b y_b + m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_c y_c + m_3 y_3 + m_4 y_4 + m_e y_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e};$$

$$z_{com} = \frac{m_b z_b + m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_c z_c + m_3 z_3 + m_4 z_4 + m_e z_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e},$$

де m – маси, що зосереджені у шарнірах кінематичних пар (згідно з рис. 1.7).

Після подання кінематичної моделі АКА автори роботи побудували модель динаміки апарата. У роботі зображено кінематичну та динамічну модулі для одноопорної та двоопорної фаз руху, тому що при зміні опорної фази і кінематика, і динаміка апарата також змінюються.

Для одноопорної фази кінематична модель апарата утворена координатами ТЦМ $C[x_{ca}, y_{ca}, z_{ca}]$, який зв'язаний з точкою на опорі вектором $q = [\theta_r, \theta_p, r]^T$. Параметри, які входять до векторів C та q , визначені на рис. 1.7 та рис. 1.8.

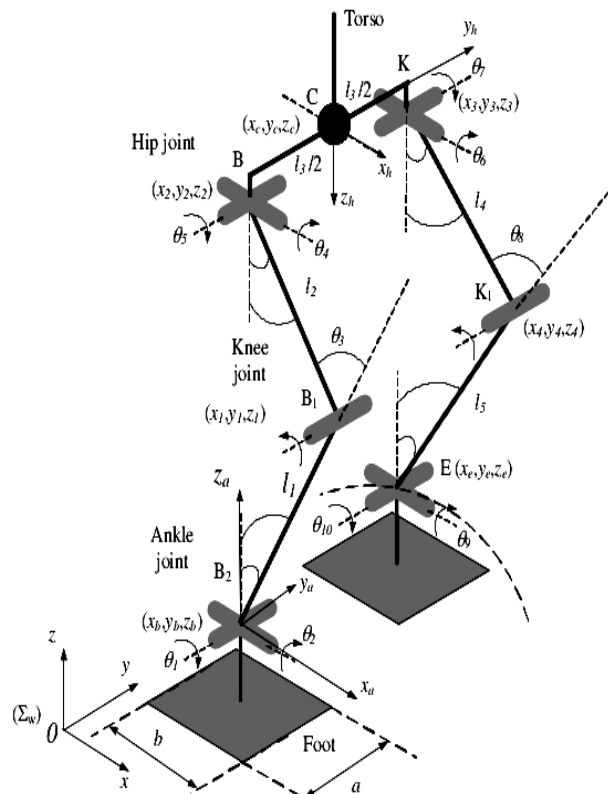


Рисунок 1.7 – Кінематична модель АКА з десятима ступенями свободи

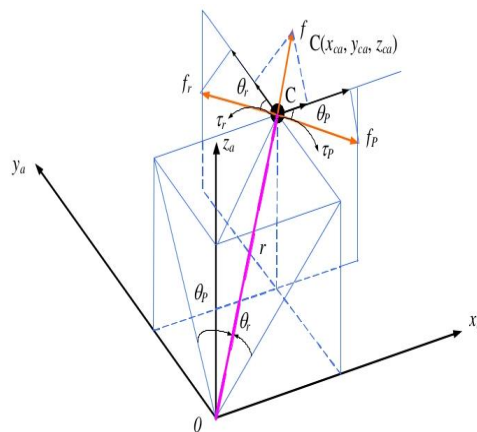


Рисунок 1.8 – Тривимірна модель взаємодії ноги АКА з ОП

Динаміка руху моделі апарата описана рівняннями Лагранжа наступним чином:

$$m \begin{pmatrix} \ddot{x}_{ca} \\ \ddot{y}_{ca} \\ \ddot{z}_{ca} \end{pmatrix} = (J^T) \begin{pmatrix} \tau_r \\ \tau_p \\ f \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix},$$

де J – матриця Якобі, що задана наступним чином:

$$J = \frac{dp}{dq} = \begin{pmatrix} 0 & rC_p & S_p \\ -rC_r & 0 & -S_r \\ \frac{-rC_r S_r}{D} & \frac{-rC_p S_p}{D} & D \end{pmatrix}.$$

Рівняння динаміки, що задає рух апарата у площині x зображено наступним чином:

$$m(-z_{ca}\ddot{y}_{ca} + y_{ca}\ddot{z}_{ca}) = \tau_x - mgy_{ca}, \tau_x \equiv \frac{D}{C_r} \tau_r.$$

Аналогічно зображені рівняння динаміки у площинах y і z .

Розглянуті роботи [4, 11, 15, 25, 43, 52, 70, 111, 129 - 134, 145, 146, 152, 157, 158] із метою дослідження антропоморфного руху та розробки математичних, алгоритмічних, програмних і апаратних засобів містять декілька математичних та комп'ютерних моделей, які у достатній мірі описують схема зв'язків і динаміку руху АКА. Усі роботи [129 - 134, 145, 146, 152] не містять опису ланок стоп, які необхідні для дослідження процесів переміщення ланок ніг, корпусу та формулювання параметрів, які виникають при зміні фази руху АКА. Роботи [4, 11, 15, 25, 43, 52, 70, 111] містять описані моделі АКА з ланками стоп, але інерція там не враховується. Кінематика апаратів, що подана у наступних публікаціях містить значну кількість ступенів свободи для опису людської ходи [16, 17, 76, 115, 124, 174]. Для побудови динаміки апарата береться до уваги перерахунок позицій та моментів в шарнірах відносно суцільного корпусу, а також застосовуються методи динаміки абсолютно твердих тіл (наприклад, метод Ньютона-Гауса, Лагранжа тощо).

К. Уотт побудував математичну та комп'ютерну моделі АКА [157]. У його роботі було досліджено визначення простору стану робота; визначення поняття та пошук положення точки нуль-моменту (ТОМ); визначення залежності стійкості крокуючого апарата від положення його нуль-моменту; пошук положення ТЦМ тощо. За допомогою векторів просторового положення простір стану апарата подано наступним чином:

$$Q \times SE(3)$$

$$H_b \in SE(3)$$

$$q \in Q, Q \equiv R^n, Q \equiv T^n = S^1 \times S^1 \times \dots \times S^1$$

де змінні векторів зображено на рис. 1.9.

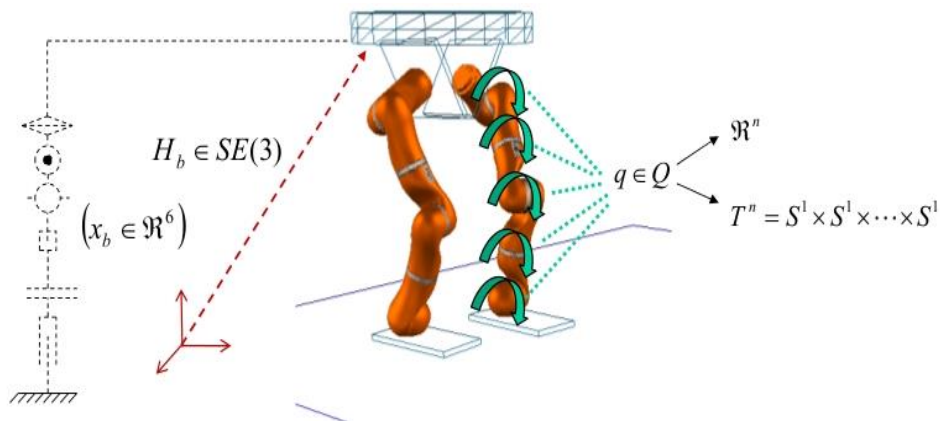


Рисунок 1.9 – Комп'ютерна візуалізація АКА з відображенням його векторів стану

Моменти в шарнірах апарата подано наступним рівнянням:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau + J(q)^T F_{ext},$$

$$F_{ext} \in R^6 [\in se(3)]$$

При зміні положення базової точки АКА має місце наступне рівняння:

$$\begin{bmatrix} M_x(q) & M_{xq}(q) \\ M_{qx}(q) & M(q) \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \ddot{x}_b \\ \ddot{q} \end{bmatrix} + \vec{C}(q, \dot{x}_b, \dot{q}) * \begin{bmatrix} \dot{x}_b \\ \dot{q} \end{bmatrix} + \vec{q}(x_b, q) = \begin{bmatrix} F_b \\ \tau \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_b(q)^T \\ J(q)^T \end{bmatrix} * F_{ext}$$

Узагальнюючи наведений у роботах матеріал, можна простежити особливості методів подання моделей авторів:

1. Поліморфність. Модель здатна зображувати поведінку АКА при одноопорній та двохопорній фазах руху;
2. Спостережуваність. Модель може бути задіяна для моніторингу, і в той же час для управління положенням АКА.

Усі розглянуті вище моделі АКА подані з врахуванням чотирьох основних складових:

- структури кінематичних ланцюгів;
- динаміки руху апарата;
- взаємодії апарата з поверхнею;
- взаємодії з системою керування та сенсорною системою.

Розглянуті кінематичні моделі АКА поділяються за структурою на:

- оглядові та концептуальні моделі апаратів:
 - маятникові моделі;
 - моделі взаємодії ланок у складі кінематичної пари;
 - моделі взаємодії кінематичної пари ланок із середовищем;
 - моделі ланок, що потребують особливих методів формалізації;
- двохопорні з птахоподібним типом згину кінематичних пар;
- моделі антропоморфних апаратів:
 - моделі з дволанковими опорами без стоп;
 - моделі з дволанковими опорами і стопами;
 - моделі, в яких ланки опор та (або) стопи невагомі;
 - моделі з дволанковими опорами та дволанковими стопами;
 - моделі, ланки та (або) опори яких невагомі;
 - моделі, що налічують дволанкові опори, стопи та корпус;
 - моделі, в яких ланка корпусу невагома;

- моделі апаратів, що налічують більше двох опор:
 - моделі триопорних апаратів;
 - моделі апаратів з підпорою для “руху тиранозавра”;
 - моделі апаратів із трьома опорами маятникового типу;
 - моделі багатоопорних апаратів.

Динамічні моделі АКА враховують сили, що спричиняють переміщення апарата і його рух відносно нерухомої точки простору, і рух ланок апарата одна відносно одної (на відміну від кінематики). Динамічні моделі АКА із досліджених робіт засновані на застосуванні динаміки твердих тіл або комп'ютерній комбінаторній динаміці. Для того, щоб описати динаміку апаратів використовують такі методи: Ейлера, Ньютона, Ньютона-Ейлера, рівняння Лагранжа, алгебри кватерніонів тощо. При використанні комп'ютерної комбінаторики застосовують метод, що базується на адаптивних нейронечітких методах (*ANFIS*).

1.3 Аналіз існуючих методів та підходів до управління усталеним рухом антропоморфних крокуючих апаратів

Для двоногих, тринοгих і чотириногих систем постає проблема управління усталеним рухом АКА. Для апаратів із кількістю ніг, що більша за чотири, дотримання усталеного руху вирішується за допомогою перебору стійких конфігурацій зв'язку опор з ОП.

У випадку, коли крокуючий апарат є антропоморфного типу, вирішення задачі керування його усталеним рухом може розглядатися у двох взаємопов'язаних ситуаціях:

- ситуація №1, в якій наявний рух АКА згідно з заданою траєкторією переміщення його ТЦМ, а процес зміни його стану відбувається від однієї опорної фази з усталеними характеристиками до іншої опорної фази. Перехід між фазами характеризується динамічною усталеністю руху;
- ситуація №2, в якій АКА зберігає останнє опорне положення та не змінює своєї опорної фази. При цьому, в кожний момент часу АКА залишається

стійким.

Для кожного із вищевказаних випадків критерії збереження усталеного руху будуть різними, а забезпечення усталеного руху АКА у визначеній фазі та при заданій траєкторії руху ТЦМ передбачатиме вирішення задач управління усталеним рухом апарата.

Оскільки збереження усталеного руху є дуже важливою задачею при побудові АКА, всесвітня скарбниця знань була поповнена працями таких вчених: Е. Мейбрідж, Дж. Хіл, В. Фарел, Р. Джонсон, Р. Мак-Гі, Т. Мак-Гір, А. Френк, Е. Пей, К. Чов, Д. Якобсон, М. Вукобратович, Е. Черомі, С. Ле-Флок, С. Крут, Е. Домбре, Г. Гемамі та ін.

Праці авторів Ц. Чоу і Д. Якобсона [111] містять дослідження стійкості опорної фази при використанні другого методу Ляпунова [1, 59, 82, 179] на прикладі АКА з динамічними властивостями, що притаманні людському ОРА. Оскільки на верхню частину людського тіла відводиться приблизно 70% загальної маси, для опису апарата можна взяти спрощену модель.

При спрощеній моделі корпус вважається твердим тілом і має три кутові ступені свободи θ, ψ, ϕ , які утворюють єдину інерційну систему відліку (рис. 1.10) на базі осей Ox_0, Oy_0, Oz_0 , а система координат Ox', Oy', Oz' пов'язана з цим тілом.

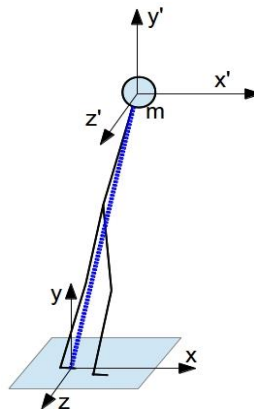


Рисунок 1.10 – Перетворення системи координат і модель корпусу крокуючого апарата із застосуванням принципу оберненого маятника

При реалізації кутів повороту корпусу було розглянуто три послідовних

повороти навколо осей, що зв'язані з тілом. При повороті корпусу навколо осі Oz' або осі Oz_0 він рухається в сагітальній площині Ox_0y_0 і задає кут θ . При повороті корпусу навколо осі Ox' , що відповідає перекочуванню АКА, він задає кут ψ . При повороті корпусу навколо власної осі Oy' описується кут ϕ .

Вищевказані кути не є кутами міжланкових з'єднань, що містяться в аналітичних моделях при використанні кутів Ейлера. При незначних відхиленнях кути Ейлера спостерігаються погано, тому застосовуються кути θ, ψ, ϕ . Але в задачах про стійкість АКА кути Ейлера як раз спостерігаються погано.

Нехай точка O є початком траєкторії руху ТЦМ. Ця траєкторія задана завчасно.

Її координати можна описати векторами $\vec{f}(t), \vec{g}(t), \vec{h}(t)$. Тоді у будь-який момент часу координати ТЦМ дорівнюють:

$$x_c = \vec{f}(t) + \rho \sin(\theta) \cos(\psi)$$

$$y_c = \vec{g}(t) + \rho \cos(\theta) \sin(\psi)$$

$$z_c = \vec{h}(t) + \rho \sin(\psi),$$

де ρ – відстань між точкою O і центром мас O' .

Кінетична енергія поступального руху є такою:

$$T_{\text{поступ.}} = \frac{1}{2} M (\dot{x}_c^2 + \dot{y}_c^2 + \dot{z}_c^2).$$

Кінематична енергія обертання, яку можна виразити відносно основних осей рівнянням:

$$T_{\text{оберт.}} = \frac{1}{2} (I_0 \omega_1^2 + I_2 \omega_2^2 + I_0 \omega_3^2)$$

де: $\omega_i, i = 1, 2, 3$ – кутові швидкості відносно осей Ox', Oy', Oz' , відповідно;

I_0, I_2 – головні моменти інерції відносно цих осей. При цьому будуть виконуватися такі залежності:

$$\omega_1 = \dot{\psi} \cos(\phi) + \dot{\theta} \sin(\phi) \cos(\psi),$$

$$\omega_2 = \dot{\phi} - \dot{\theta} \sin \psi,$$

$$\omega_3 = \dot{\psi} \sin(\phi) - \dot{\theta} \cos(\phi) \cos(\psi).$$

З рівнянь про положення ТЦМ, кінетичну енергію поступального і обертального рухів, а також з рівнянь моментів АКА автори вивели рівняння для кінетичної та потенціальної енергії, де вже потім з яких отримали рівняння руху апарата, що вказано нижче:

$$\frac{d}{dt} \frac{dT}{dq_i} - \frac{dT}{dq_i} + \frac{dV}{dq_i} = M_i,$$

де: q_i – кути кінематичних пар АКА;

M_i – моменти відносно основних осей (якщо розглядати при вертикальному положенні АКА).

Оскільки кут власного обертання АКА ϕ є малим, порівняно з кутами θ, ψ , автори побудували спрощену математичну модель четвертого порядку, яка зображена наступним чином:

$$\dot{x}_1 = x_3,$$

$$\dot{x}_2 = x_4,$$

$$\dot{x}_3 = (1 - \mu \sin^2(x_2))^{-1} [\mu \sin(2x_2) x_3 x_4 + c_0 (g + \ddot{g}) \sin(x_1) \cos(x_2) + u_1],$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-1}{2} \mu \sin(2x_2) x_3^2 + c_0 (g + \ddot{g}) \sin(x_2) \cos(x_1) - c_0 \ddot{h} \cos(x_2) + u_2.$$

Для зручності тут фазовими змінними є: $x_1 = \theta, x_2 = \psi, x_3 = \dot{\theta}, x_4 = \dot{\psi}$:

$$u_1 = \left(\frac{1}{A}\right) M_\theta, u_2 = \left(\frac{1}{A}\right) M_\psi,$$

$$\mu = 1 - \frac{I_2}{A}, c_0 = \frac{M_\rho}{A}, A = I_0 + M\rho^2$$

Якщо представити модель корпусу у вигляді оберненого маятника, то точка

$\theta = \psi = \dot{\theta} = \dot{\psi} = 0$ відповідатиме усталеному положенню. Оскільки при нормальній ході відхилення апарата по вертикальній осі є незначним, автори виконали лінеаризацію динаміки корпусу для підтримання вертикальної пози АКА. Тоді зворотний зв'язок:

$$u_1 = -k\dot{\theta} - [\omega_1^2 + 2c_0g_0\text{sat}(\theta\dot{\theta}) + c_0g]\theta,$$

$$u_2 = -k\dot{\psi} - [\omega_2^2 + c_0g + 2c_0g_0\text{sat}(\psi\dot{\psi})]\psi,$$

де: $\text{sat}(\theta\dot{\theta}) = 1$, якщо $[\theta\dot{\theta}] \geq 0$ і $\text{sat}(\theta\dot{\theta}) = 0$ у інших випадках.

Аналогічно визначено $\text{isat}(\psi\dot{\psi})$.

Якщо визначити керуючі координати відносно рівняння руху апарата, то прискорення відносно кутів θ, ψ матиме вигляд:

$$\ddot{\theta} = (1 - \mu\sin^2\psi)^{-1} *$$

$$* (\mu\sin(2\psi)\dot{\theta}\dot{\psi} - c_0g(\theta - \sin\theta\cos\psi) - 2c_0g_0\text{sat}(\theta\dot{\theta})\theta + c_0g_0\sin(2\pi t)\sin(\theta) - k\dot{\theta} - \omega_1^2\theta),$$

$$\ddot{\psi} = \frac{-1}{2}\mu\sin(2\psi) *$$

$$* \dot{\theta}^2 - c_0g\psi - \sin(\psi)\cos(\theta) - 2c_0g_0\text{sat}(\psi\dot{\psi})\psi + c_0g_0\sin(2\pi t)\sin\psi - k\dot{\psi} - \omega_2^2\psi.$$

Тепер обернений маятник стабілізовано. Проте в рівнянні не визначені розміри області, за якої зберігається усталений стан.

Після визначення функції $f_\theta(\theta, \psi) = c_0g(\theta - \sin(\theta)\cos(\psi))$, матимемо початкові значення кутів маятника. Тоді, $f_\theta(-\theta, \psi) = -f_\theta(\theta, \psi)$, тобто функція непарна відносно θ . Наразі, для всіх $\theta > 0$ і $-\pi < \psi < \pi$ маємо $(\theta - \sin(\theta)\cos(\psi)) > 0$, яке виконується і при $f_\psi(\theta, \psi) = c_0g(\psi - \sin(\psi)\cos(\theta))$. Отже, у функції $f_\theta(\theta, \psi)$ знак буде протилежним до кутового прискорення $\ddot{\theta}$, тоді, як у початкових рівняннях зворотнього маятника знакова величина відповідала кутовому прискоренню. Таким чином, поведінці апарата (як маятникова система) властиве пікове значення прискорення у точці екстремуму.

Для узагальнення цієї аналогії, автори вважають, що рух апарата, в

основному, задається пружною силою, яка дозволяє розглядати симетричну модель, яка отримана з узагальненої моделі апарата:

$$\ddot{\theta} = -c_0 g (\theta - \sin(\theta) \cos(\psi)) - \omega^2 \theta,$$

$$\ddot{\psi} = -c_0 g (\psi - \sin(\psi) \cos(\theta)) - \omega^2 \psi.$$

Функція Ляпунова для цієї системи має наступний вигляд:

$$V(x) = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + c_0 g_0) \theta^2 + \frac{1}{2}(\omega_2^2 + c_0 g_0) \psi^2 + \frac{1}{2}(1 - \mu \sin^2(\psi)) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}(\psi^2 + c_0 g f(\theta, \psi)),$$

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4)' = (\theta, \psi, \dot{\theta}, \dot{\psi})',$$

$$f(\theta, \psi) = \frac{1}{2} \theta^2 + 1 p v e r 2 \psi^2 + \cos(\theta) \cos(\psi) - 1.$$

Так як $f(\theta, \psi) \geq 0$ для всіх θ, ψ , $\cos(\theta) \cos(\psi) \leq 1$, то для всіх θ, ψ функції W_1, W_2 матимуть таке значення: $W_1(x) \leq V(x) \leq W_2(x)$, де:

$$W_1(x) = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + c_0 g_0) \theta^2 + \frac{1}{2}(\omega_2^2 + c_0 g_0) \psi^2 + \frac{1}{2}(1 - \mu \sin^2(\psi)) \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2,$$

$$W_2(x) = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + c_0 g_0 + c_0 g) \theta^2 + \frac{1}{2}(\omega_2^2 + c_0 g_0 + c_0 g) \psi^2 + \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \dot{\psi}^2.$$

Функції $W_1(x)$ і $W_2(x)$ є додатними при $\omega_1^2 \geq 0, \omega_2^2 \geq 0$, якщо $c_0 g, c_0 g_0$ додатні. Отже, якщо $\omega_2^2 \geq 0$, то $V(x)$ також буде додатною.

Автори визначили повну похідну $V(x)$ вздовж всієї траєкторії:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{d\theta} \dot{\theta} + \frac{dV}{d\psi} \dot{\psi} + \frac{dV}{d\dot{\theta}} \ddot{\theta} + \frac{dV}{d\dot{\psi}} \ddot{\psi},$$

Ця похідна $V(x)$ з урахуванням функції Ляпунова має такий вигляд:

$$\frac{dV}{dt} = I_1 + I_2 + I_3,$$

де:

$$I_1 = \dot{\theta}[-2c_0g_0\sin(\theta)\dot{\theta} + c_0g_0\sin(2\pi t)\cos(\psi)\sin(\theta)],$$

$$I_2 = \dot{\psi}[-2c_0g_0\sin(\psi)\dot{\psi} + c_0g_0\cos(\psi) + c_0g_0\sin(2\pi t)\cos(\theta)\sin(\psi)],$$

$$I_3 = -k(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2).$$

Член I_1 від'ємний або нуль – для всіх значень $\theta, \dot{\theta}, \psi$. Через те, що I_2 має такий самий вигляд, що й I_1 , то $I_2 \leq 0$. Буде істинним твердження, що $I_3 = -k(\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) \leq 0, k \geq 0$. Звідси маємо, що $\frac{dV}{dt} \leq 0$.

Отже, V - є функцією Ляпунова для розглянутої системи. Вона показує, що система є стійкою для будь-яких початкових умов кутів і кутових швидкостей. Проте рівняння повної похідної не враховує сили і моментів взаємодії апарата з ОП, а відтак не можуть бути визначені початкові та граничні значення похідних кутів і відповідних моментів, при яких апарат зберігатиме усталене положення на поверхні.

У праці Дж. Хіла [147] досліджується керування позою АКА і його підхід значно відрізняється від того, який використали у роботі К. Чов і Д. Якобсон. Було побудовано рівняння руху механізму, що складається з 7 ланок, які є механічними частинами тіла: корпус, стегно, гомілка, стопа, плече, передпліччя і голова. Кожна ланка має масу і момент інерції. Для прикладу, в якості корпусу використовується ланка довжиною l_{TR} з моментом інерції J_{TR} і центром мас, який розміщений над тазом на відстані l_{TRM} .

Для отримання рівняння руху такої системи було застосоване рівняння Лагранжа у наступному вигляді:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{dT}{dq_i} \right) - \frac{dT}{dq_i} + \frac{dV}{dq_i} = Q_i, (i = 1, \dots, n),$$

де: q_i – узагальнена координата;

\dot{q}_i – її похідна за часом;

V – повна потенційна енергія системи;

T – повна кінетична енергія;

Q – узагальнена сила, яка виникла через моменти м'язів і опорні реакції.

Після використання рівняння Лагранжа другого роду було побудовано нелінійну модель вигляду:

$$\ddot{A}z = B\dot{z}^2 + Cf(z) + V + Q,$$

де $\ddot{z}, \dot{z}^2, z, f(z)$ – визначають наступні дев'ятикомпонентні вектори:

$$[\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{\sigma}, \ddot{\gamma} - \ddot{\sigma}, \ddot{\beta} - \ddot{\gamma} + \ddot{\sigma} + \ddot{\alpha}, \ddot{\delta} - \ddot{\sigma}, \ddot{\delta} - \ddot{\sigma} + \ddot{\epsilon}, \ddot{\sigma} + \ddot{\zeta}] \in \ddot{z},$$

$$[\dot{x}^2, \dot{y}^2, \dot{\sigma}^2, (\dot{\gamma} - \dot{\sigma})^2, (\dot{\beta} - \dot{\gamma} + \dot{\sigma})^2, (\dot{\delta} - \dot{\sigma})^2, (\dot{\delta} - \dot{\sigma} + \dot{\epsilon})^2, (\dot{\sigma} + \dot{\zeta})^2] \in \dot{z}^2,$$

$$[x, y, \sin(\sigma), \sin(\gamma - \sigma), \sin(\delta - \gamma + \sigma), \cos(\beta - \gamma + \sigma + \alpha), \sin(\delta - \sigma), \sin(\delta - \sigma + \epsilon), \sin(\sigma + \zeta)] \in f(z),$$

$$[x, y, \sigma, \gamma - \sigma, \beta - \gamma + \sigma, \beta - \gamma + \sigma - \alpha, \delta - \sigma + \epsilon, \sigma + \zeta] \in z,$$

V – постійний вектор, отриманий з параметрів $\frac{dV}{dq_i}$, а Q – вектор узагальнених сил, породжений роботою внутрішніх сил шарнірів та опорних реакцій

$$V = [V_1, V_2, \dots, V_9],$$

$$Q = [Q_x, Q_y, Q_v, Q_\gamma, Q_\beta, Q_\alpha, Q_\delta, Q_\epsilon, Q_\sigma].$$

Для визначення узагальнених сил потрібно два етапи. Спочатку допускається, що опорні реакції рівні нулю, і єдиними силами, що впливають на систему є моменти, які діють відносно стегнового, колінного та гомілкового шарнірів, а також шарнірів плеча, шиї та ліктя. Їх можна позначити $M_\gamma, M_\beta, M_\alpha, M_\delta, M_\zeta, M_\epsilon$. Також вважається, що ці моменти були породжені силами, що діють між ближніми ланками АКА.

Потім ефекти, що пов'язані з опорними реакціями п'ятки та носка апарата, додаються до моделі.

Другий етап містить розрахунки узагальнених сил відповідних реакцій

опори $F_{Hx}, F_{Hy}, F_{Tx}, F_{Ty}$, що подані з урахуванням допоміжних рівнянь:

$$Q_x = F_{Tx} + F_{Hx}, Q_y = F_{Ty} + F_{Hy}, Q_v = -F_{Ty}X_{TRT} + F_{Hy}X_{TRH} - F_{Hx}Y_{TRH},$$

$$Q_\gamma = M_\gamma + F_{Ty}X_{HT} + F_{Tx}Y_{HT} + F_{Hy}X_{HN} + F_{Hx}Y_{xH}, Q_\beta = M_\beta - F_{Ty}X_{KT} + F_{Hy}X_{KH} - F_{Hx}Y_{KH},$$

$$Q_\alpha = M_\alpha - F_{Ty}X_{AT} - F_{Tx}Y_{AT}, Q_\delta = M_\delta, Q_\epsilon = M_\epsilon, Q_\zeta = M_\zeta.$$

Існують три ситуації стабілізації АКА, які отримані на основі повної нелінійної диференційної моделі $\ddot{A}z = B\dot{z}^2 + Cf(z) + V + Q$:

1. Вільне падіння, моментів у шарнірах відсутні. Тобто АКА знаходиться у стані вільного падіння допоки не доторкнеться до поверхні. Після контакту з поверхнею він змінює позу завдяки дії сили реакції опори;
2. Моменти у шарнірах пропорційні кутам та кутовим швидкостям у шарнірах;
3. Стрибок. Тобто закон управління, що визначає моменти у шарнірах, і вибраний так, щоб ланки ноги апарата розпрямилися і стопа відштовхнулася від поверхні.

Результати моделювання системи керування досить обмежені у практичному застосуванні незважаючи на те, що у роботі була використана повна нелінійна модель апарата. Вираження реакцій поверхні, спираючись тільки на координати точки п'яти та точки носка, саме по собі не несе заданої величини та напряму прикладання сили та моменту. Отож, проблема, що пов'язана з реакціями поверхні, є не вирішеною. Моделювання різноманітних ситуацій не несе нових рішень для задачі керування АКА. Також задача визначення зв'язку між зовнішніми і внутрішніми координатами не є вирішеною через те, що закон руху вибраний так, щоб звести внутрішні кути до значення нуля, а єдиний зовнішній кут v має місце тільки у зворотньому зв'язку.

У своїх роботах автори Р. Мак-Гір [145, 146] і Е. Пей [155] досліджували усталену пози АКА і знехтували масою опор.

Внаслідок цього рівняння руху АКА лінеаризувалося. Хоча ці вчені в

дослідженнях розглядали чотириноного апарата, все одно деякі ідеї можна було б впровадити при розробці двоногого АКА. Також у роботі розглянуто управління рухом апарата із використанням телеуправління: тобто закон руху і надалі задається людиною зовні, але за самим виконанням слідує система управління апаратом.

На рис 1.11 зображено схему розглянутої системи управління, в основі якої лежить концепція взаємодії людини і машини.

Ці науковці стверджують, що запропонована ними систему керування є гарним прикладом співпраці людини і машини, і при цьому ефективність роботи людини буде на порядок вищою у порівнянні з телеуправлінням. За можливостями така система стоїть над автоматичною системою управління, оскільки задачею електронно-обчислювальної машини стоїть тільки обрахунки дещо простих задач планування траєкторії.

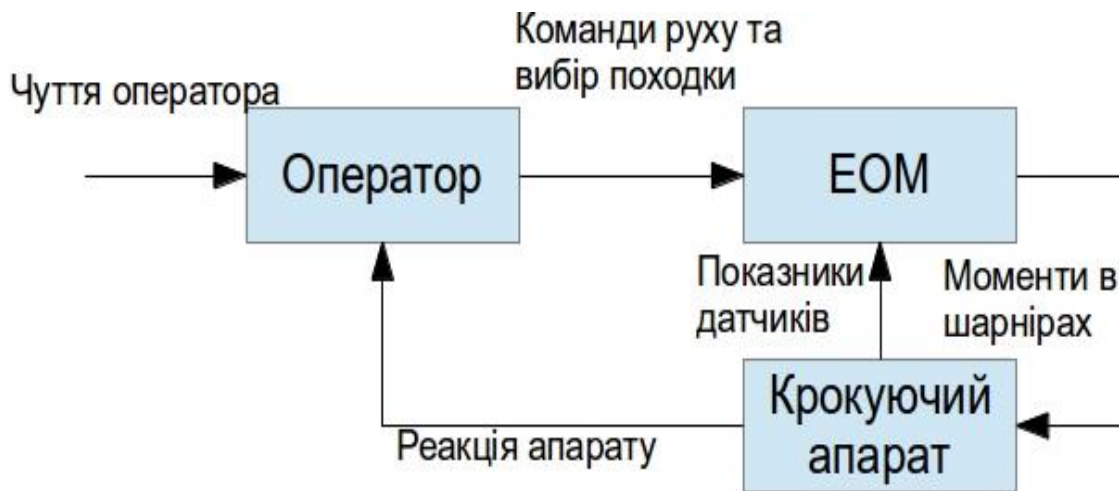


Рисунок 1.11 – Блок-схема людино-машинної СУ усталеним рухом крокуючого апарата

У роботі розглянуто систему управління дотриманням усталеного руху АКА разом зі зберіганням ним опорної фази. Для реалізації такого управління використано концепцію кінцевих станів і відповідних кінцевих автоматів. При реалізації автори наголошують на лінеаризації функції управління дванадцятого порядку. Після цього було досліджено зв'язок між коефіцієнтами підсилення і коливальними режимами лінеаризованої системи.

Як вже зазначалося, у роботі було розглянуто модель АКА з невагомими опорами. Всі опори здатні змінювати довжину. Моменти (параметр M_i) і сили, що прикладені опорою до поверхні (f_i) можуть бути довільними, а ще вони попарно-рівні для лівої і правої опори. Тоді диференційне рівняння, яке демонструє мале коливання, має наступний вигляд:

$$m\ddot{x} = mg \frac{x_c \theta}{l_0} + \frac{1}{l_0} \sum_{i=1}^4 M_i,$$

$$m\ddot{z} = mg + \sum_{i=1}^4 f_i,$$

$$J_y \ddot{\theta} = c + \frac{l_0}{l_0} \sum_{i=1}^4 M_i + 2a(f_4 - f_2) + mgc \frac{c + (c + l_0)\theta}{l_0},$$

де: l_0 – довжина опори під час рівноваги;

m – маса АКА;

J_y – момент інерції АКА в площині x, z .

Рівняння, що описує коливальний рух АКА в горизонтальній площині (x, y) має наступний вигляд:

$$-m\ddot{y} = -mg \frac{y - c\phi}{l_0} + \frac{1}{l_0} \sum_{i=1}^4 T_i,$$

$$J_x \ddot{\phi} = \frac{c + l_0}{l_0} \sum_{i=1}^4 T_i + 2b(f_2 - f_1) - mgc \frac{y - (c + l_0)\phi}{l_0},$$

$$J_z \ddot{\psi} = mg \frac{a^2 + b^2}{l_0} \psi - \frac{b}{l_0} (M_1 + M_3 - M_2 - M_4) - \frac{a}{l_0} (T_1 + T_2 - T_3 - T_4)$$

а моменти і сили обчислюються у таких рівняннях:

$$M_i = c_\alpha \alpha_i + c_{\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_i,$$

$$T_i = c_\beta \beta_i + c_{\dot{\beta}} \dot{\beta}_i,$$

$$f_i = c_l(l_i - l_0) + c_{\dot{l}} \dot{l}_i - \frac{mg}{4}.$$

Ефект пружності, який можна спостерігати при демпфіруванні у кожній ступені свободи АКА, є еквівалентним до вищезазначеного подання зворотнього зв'язку.

Отже, задача підтримки усталеного руху АКА перетворюється на задачу визначення власних значень системи (інформація про розміщення ланок і значення сил контакту з поверхнею).

1. 4. Мета і задачі дослідження

Після аналізу наукових праць, які присвячені тематиці управління усталеним рухом на попередньо невідомій поверхні, стає зрозумілим, що ця проблема залишається актуальною. Дійсно, існують дослідження, в яких ОП завчасно відома, проте задача управління таким рухом на довільній поверхні все ще залишається невирішеною.

Деякі автори для керування усталеним рухом апарата застосовували теорему Ляпунова – а тому і досягали стану рівноваги пристрою, інші ж – для цього брали дані про кутове відхилення ТЦМ АКА від меж стійкості. Однак усталеність руху усе одно не вирішена ними, при цьому вирішена задача збереження вказаної опорної фази руху АКА.

У чималій кількості праць для опису апарата разом з ОП використано характеристичні рівняння взаємодії двох суцільних твердих тіл, що мають спільні ступені рухомості. Кінематична схема апарата не дозволяє змінити фазу руху без попередньої заміни кінематичної моделі, тому що вона має замкнену форму. Характер взаємодії АКА з ОП є заданим для таких апаратів, що засновані на даному методі.

Якщо ж кінематична схема АКА розімкнена, то використовується пошук

точки нульового моменту. Особливістю цього методу є те, що спочатку оцінюється динаміка кутового переміщення АКА відносно поверхні, а потім формулюються умови дотримання стійкого стану апарата на плоских поверхнях.

Коли змінюється тип інформації системи зворотнього зв'язку разом із точністю сенсорів, то має місце суттєве математичне запізнювання керування. Варто відмітити, що у дослідженнях авторів різні задачі процесу управління апаратом класифіковані задачею підтримки усталеності руху і зберіганням опорної фази.

Так, дослідження методів продемонструвало, що необхідно провести аналіз принципів дотримання усталеного руху АКА на попередньо невідомій поверхні.

Метою роботи є оптимізація процесу дотримання стійкості антропоморфного крокуючого апарата під час руху. Для досягнення поставленої мети в роботі визначені наступні завдання:

- після дослідження нинішнього стану проблеми зробити теоретичний аналіз принципів дотримання усталеного руху апарата на попередньо невідомій поверхні, в тому числі задач, розв'язок яких відноситься до керування розміщенням ТЦМ і проекції ТЦМ, а також обрати методи, які підвищують запас стійкості;
- після дослідження нинішніх підходів до створення моделі динаміки апарата з'ясувати співвідношення між розміщенням проекції ТЦМ АКА та розміщенням його ланок у процесі руху на попередньо невідомій поверхні, яке дозволяє знайти можливі кутові відхилення кінематичних пар ланок і визначити напрямки дії сили тяжіння до ТЦМ АКА;
- після дослідження і покращення сучасних принципів управління рухом апарата створити критерії стійкості апарата, що на основі обраних методів управління розміщенням проекції ТЦМ дозволять обчислити оптимальні розв'язки задачі дотримання усталеного руху апарата із максимальним запасом стійкості в умовах експлуатації на попередньо невідомій поверхні;

- після дослідження критеріїв керування усталеним рухом АКА на попередньо невідомій поверхні покращити спосіб до створення моделі кінематичних зв'язків і динаміки апарата, який повинен надати можливість проводити моніторинг розміщення його ТЦМ і проекції ТЦМ;
- створити досі не існуючі стратегії керування розміщенням проекції ТЦМ АКА, в основі яких лежать визначені критерії, та які дадуть змогу підтримувати і відновлювати усталений рух апарата на попередньо невідомій поверхні;
- спроектувати систему управління АКА, яка керує його усталеним рухом на попередньо невідомій поверхні, що дасть можливість змінювати кутове розміщення кінематичних пар АКА на основі його розміщення і стратегії керування;
- виконати апробацію створених розробок.

Висновки до розділу

Підводячи підсумки, в даному розділі було виконано наступне:

- проведено дослідження існуючих рішень у соціальній сфері господарювання, зокрема антропоморфної техніки;
- проведено аналіз базових підходів до моделювання кінематики і динаміки АКА, а також аналіз нинішніх методів до керування усталеним рухом АКА;
- в результаті виконаного дослідження сформульована постановка задачі розробки.

РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ АНТРОПОМОРФНОГО КРОКУЮЧОГО АПАРАТА З УРАХУВАННЯМ ВЗАЄМОДІЇ ЙОГО З ОПОРНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

2.1 Особливості антропоморфних механізмів

Антропоморфний крокуючий апарат - це штучно створена механічна система, що проектується згідно з принципами кінематичних та динамічних рухів людини. Для коректної фізичної реалізації АКА до нього додається сукупність обмежень динамічного, кінематичного і механічного характерів. До того ж для опису взаємодії антропоморфного апарата з поверхнею потрібно накласти ще деякі кінематичні і динамічні обмеження. Таким чином, щоб сконструювати узагальнену модель апарата враховуються наступні фактори:

- АКА мають змінну структуру. Під час динамічного переміщення апарат має увесь час підтримувати власний усталений стан, а також пристосовуватися до змінної структури своєї кінематичної схеми та динамічних властивостей. При зміні фази руху АКА його кінематична структура також змінюється. Наприклад, замкнений кінематичний ланцюг формується під час двоопорної фази, а розімкнений – під час одноопорної. Однак кінематична схема апарата також змінюється в межах як одноопорної фази руху (під час ходи стопа апарата змінює кут відносно поверхні і дотикається до неї в обмежені групі точок (рис. 2.1), а також ТЦМ апарата переміщується в межах реакції конкретної однієї стопи), так і двоопорної (змінюється положення стоп та корпусу [61]);
- некеровані ступені свободи кінематичної моделі апарата беруть участь у зберіганні комбінацій точок дотику АКА до поверхні. Некеровані ступені свободи не знаходяться у векторі стану АКА і не задаються системою керування, однак усе одно впливають на рухомість апарата. Управління ними здійснюється опосередковано і без зміни опорної фази апарата за допомогою конфігурації розміщення керованих ступенів свободи;
- кінематичні обмеження застосовані до рухомості апарата [61]; вони задаються для кожного шарніру АКА і не дозволяють з'явитися

сингулярності ланок;

- існує зв'язок між апаратом та поверхнею, що формалізується за допомогою сил тертя, реакції та відповідних моментів вказаних сил [172].

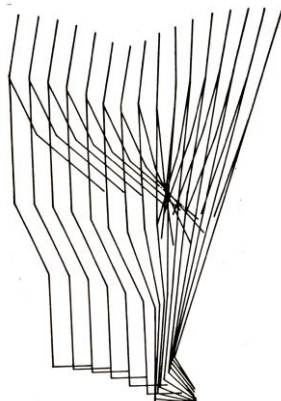


Рисунок 2.1 - Інваріант дотику до ОП АКА в одноопорній фазі

Для того, щоб врахувати всі ці чотири фактори, потрібно описати взаємодію АКА з силами реакції опори, тертя і ковзання.

Для того, щоб формалізувати взаємодію апарата з поверхнею, необхідно, щоб моменти у шарнірах були внутрішніми, а тому не могли впливати на рух ТЦМ. Сила тяжіння G , сила реакції опори N і сила тертя на ОП T – це зовнішні сили навколишнього середовища. Для опису приросту кількості руху V у деякому напрямку використовується одиничний вектор s :

$$\Delta_s V = \int (N + G + T) s dt. \quad (2.1)$$

Так само момент кількості руху Ω задається наступним чином (сила тяжіння сюди не входить, оскільки вона впливає на центр мас):

$$\Delta_s \Omega = \int (r \times N + r \times T + M + M_T) s dt, \quad (2.2)$$

де: r – радіус-вектор з центру мас до центру поверхні на стопі;

M – моменти між ланками апарата;

M_t – момент сил тертя після координації ТЦМ із центром стопи.

Сила тертя T перпендикулярна до колінеарних сил N, G . Рух ТЦМ буде описуватись тільки за допомогою T у випадку, коли вектор s є горизонтальним, і матиме місце наступний вираз:

$$\Delta_s V = \int T s dt.$$

Приріст кількості руху відносно горизонтальної осі s буде описуватись тільки силою реакції опори таким чином:

$$\Delta_s \Omega = \int (r \times N + M) s dt,$$

Момент кількості руху відносно вертикальної осі, тобто поворот системи, описується тільки за тертям, що описане так:

$$\Delta_s \Omega = \int (r \times T + M_T) s dt.$$

Узагальнюючи вищевказане, сила реакції описує стійкість у сагітальній та фронтальній площинах. Повороти у площині переміщення і рух забезпечується силою тертя. Тобто, сили тертя і реакції задають системі різні обмеження.

Для визначення взаємозв'язку між положенням ТЦМ апарата r (його стійкістю) та зовнішніми силами й моментами застосовуються рівняння 2.1 та 2.2. Також ці рівняння можуть бути видозмінені для формалізації двоногої фази руху за допомогою перерахунку параметрів системи r, M, M_t .

2.2 Динамічна взаємодія крокуючого апарата з опорною поверхнею

Для визначення положення проекції ТЦМ апарата на поверхні відслідковується розподіл сили реакції опори. Але за допомогою даних про розподіл сили реакції ОП можна визначити тільки розміщення ТЦМ. Тому для визначення положення проекції ТЦМ повинна бути відома динамічна поведінка апарата (включаючи інерційність [63]). Наприклад, АКА може мати ідентичну

кінематичну структуру та таку ж позицію ланок, але розподіл сили реакції опори та координати проекції ТЦМ будуть залежати саме від динамічної поведінки. При статичній позі координати проекції ТЦМ апарата зображені на рис 2.2 (a), а враховуючи розподіл сили реакції опори матиме місце рис. 2.2 (c). У процесі руху проекція ТЦМ апарата буде розміщена у певній області (рис 2.2. (b)), при цьому розподіл сили реакції опори зображений на рис. 2.2. (d).

Автор праці [62] відслідковував положення ТЦМ і її проекції АКА. У випадку, коли елементарні сили реакції об'єднати в єдину точку центру стопи апарата, існуватиме можливість однозначного визначення сили N та моменту M взаємодії апарата з поверхнею, при цьому динамічні властивості АКА будуть враховані.

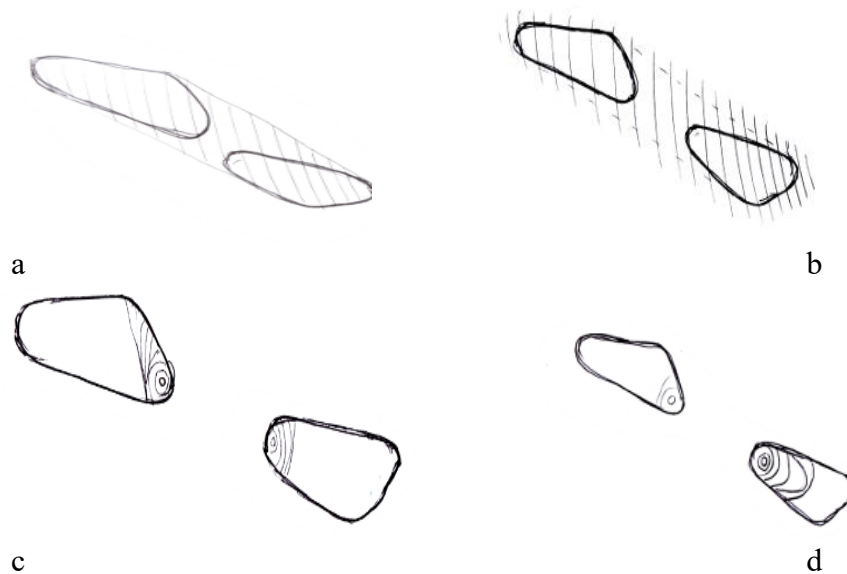


Рисунок 2.2 - Характеристика взаємодії АКА з ОП: а - положення ТЦМ при статичній фазі; б - положення ТЦМ при динамічній фазі; с - розподіл сил реакції ОП при статичній фазі; д - розподіл сил реакції ОП при динамічній фазі.

Розподіл сили N має лише один знак. Тоді для врівноваження сили реакції опори може бути застосована протилежна еквівалентна сила R . Оскільки точка прикладання цієї еквівалентної сили R внаслідок динамічних процесів в апараті змінює власне положення, то утворений на поверхні слід, який утворений внаслідок переміщення сили R , являється точкою нульового моменту (скорочено ТОМ). Цей слід на ОП описує межі існування проекції ТЦМ апарата.

Під час одноопорної фази руху Т0М апарата не виходить за область контуру стопи АКА, а під час двоопорної фази руху Т0М не виходить за область контуру, який показано на рис. 2.3. Сила реакції опори тоді буде направлена вниз, коли Т0М розміщений поза областю контуру стопи. Як зображено на рис. 2.3, у процесі руху апарата Т0М буде розміщений в області, яка подвійно заштрихована, при двоопорній фазі руху, а в двоопорній фазі – в області, яка одинарно заштрихована, при одноопорній фазі руху. У залежності від методів реалізації динамічної поведінки апарата, всередині області границь Т0М може пересуватися за різними законами (наприклад, плавно, різко, або стрибками).



Рисунок 2.3 - Межі можливого положення Т0М при двоопорній фазі руху АКА

Після відслідковування проекції ТЦМ апарата, Т0М і сили реакції опори з'являється можливість формування умов дотримання усталеного положення АКА на різних характерах поверхні. Але перш ніж використовувати ці умови, необхідно спроектувати моделі АКА. Для обчислення умов дотримання усталеного руху, структура і поведінка таких моделей включатиме в себе дані про Т0М, проекцію ТЦМ і розподіл сили реакції опори.

2.3 Аналітичні методи формалізації моделі

Наступні умови використовуються при формальному описі аналітичної моделі апарата:

- модель складається з n жорстких ланок $i = 1..n$;
- ланки апарата утворюють кінематичні пари за допомогою шарнірів;
- спосіб подання шарнірів кінематичних пар апарата найпростіший;
- кожна ланка АКА пов'язана із системою координат x, y, z . Початок системи

координат накладається на ТЦМ ланки;

- усі ланки i мають параметри маси m_i і тензору інерції J_i ;
- величина d_i відображає відстань між першим шарніром ланки і ТЦМ. Для позначення першого шарніру обирається той шарнір, який розташований ближче до точки фіксації;
- кількість ланок дорівнює кількості шарнірів. Для позначення шарнірів застосовується індекс $p = 0, 1, \dots$;
- параметром l позначається довжина ланки. Вона описує відстань від першого шарніра до всіх інших, що розміщені у єдиному кінематичному ланцюзі. Кінцевий шарнір не описується цим параметром. Кількість цих параметрів у всій схемі дорівнює m , де $j = 1, 2, \dots$;
- для розміщення останньої ланки використовується положення ТЦМ апарата (у відношенні до найближче розташованого шарніра) та кути Ейлера θ, ψ, ϕ , які описують напрямок рухомої системи координат x, y, z згідно з нерухомою системою координат X, Y, Z . Усі ланки, які зв'язують дану конкретну ланку з точкою фіксації, визначають положення ТЦМ апарата.

Структура моделі АКА визначається завчасно. Вона повинна враховувати спектр можливих варіантів рухомості апарата, загальної кількості ланок і ступенів його свободи. Спочатку відбувається формалізація моделі із використанням структурних матриць, а далі описується сама модель. Структурні матриці описують загальну кількість ланок, їх рухомість, кількість прикладених моментів, ступенів свободи та ін. Отже, до опису серії побідних моделей АКА може бути використана єдина модель.

Для опису структурних матриць використовуються:

- матриця ε , яка описує зв'язок впливу ланок на моменти у шарнірах;
 - $\varepsilon_{ip} = 1$, коли момент відносно шарніра p задається ланкою i ;
 - $\varepsilon_{ip} = 0$, в інших випадках;
- матриця δ , яка описує зв'язок впливу довжини ланок l_i на момент у

конкретному шарнірі p , що породжений цією i -тою ланкою.

- $\delta_{ijp} = 1$, коли довжина l_j розміщена на додатній частині променя, що прокладений від даного шарніра p до першого шарніра, що розміщений на ланці i ;
- $\delta_{ijp} = 0$, в інших випадках;
- матриця γ , яка описує зв'язок ланок з їхніми довжинами;
 - $\gamma = 1$, коли довжина l_j відповідає ланці i ;
 - $\gamma_{ij} = 0$, в інших випадках.

Одна з осей системи координат, що аналогічна за напрямком до базової ланки і описується за допомогою направляючого косинуса, використовується для задання моментів у шарнірі p . Усі шарніри p мають індекси з'єднаних першої та другої ланок. До того ж, базова ланка має менший з двох індексів. Вектор $(l, m, n)_{p,1}$ впливає на напрям косинуса першої осі по відношенню до базової ланки. Вектор $(l, m, n)_{p,2}$ впливає на напрям косинуса другої осі по відношенню до другої ланки. В залежності від конструкції шарніра обираються позначення осей. Після формування напрямів перших двох осей можна визначити орієнтацію третьої осі – остання є перпендикулярною до двох попередніх.

Для застосування матричного підходу у моделюванні АКА за допомогою аналітичного методу використовуються наступні чотири етапи:

1. Перерахунок кутових переміщень ланок;
2. Перерахунок лінійних переміщень ланок;
3. Обчислення моментів у шарнірах;
4. Створення рівняння руху.

Для виконання кутового переміщення ланок по відношенню до нерухомої системи координат, що позначається X, Y, Z , у координати рухомої системи, що позначається x, y, z , потрібні наступні обчислення:

$$\begin{array}{r}
 x \\
 y = [\phi][\psi][\theta]Y, \\
 z \\
 X \\
 Y \\
 Z
 \end{array}
 \quad (2.3)$$

$$[\theta] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}, [\psi] = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & 0 & -\sin(\psi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\psi) & 0 & \cos(\psi) \end{pmatrix}, [\phi] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & \sin(\psi) \\ 0 & -\sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix}.$$

Для визначення кутової швидкості використовується перша похідна від переміщення:

$$\begin{array}{r}
 \omega_x \\
 \omega_y = [\phi][\psi]\dot{\theta} + [\psi]\dot{\psi} + \dot{\phi} \equiv \omega_y = [\pi]\dot{\psi}, \\
 \omega_z \\
 \dot{\theta} \\
 \dot{\psi} \\
 \dot{\phi}
 \end{array}
 \quad (2.4)$$

$$[\pi] = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & 0 & 1 \\ \sin(\psi)\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ \sin(\psi)\cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \end{pmatrix}$$

Для визначення похідної від кутової швидкості обчислюється наступний вираз:

$$\begin{array}{r}
 \dot{\omega}_x \\
 \dot{\omega}_y = \frac{d}{dt} \omega_y = \frac{d}{dt} ([\pi]\dot{\psi}), \text{ або } \dot{\omega}_y = [\pi]\ddot{\psi} + [\pi_1]\dot{\phi}\dot{\theta}, \\
 \dot{\omega}_z \\
 \ddot{\theta} \\
 \ddot{\psi} \\
 \dot{\psi}\dot{\phi} \\
 \dot{\phi}\dot{\theta}
 \end{array}
 \quad (2.5)$$

Матриця $[\pi_1]$ має наступний вид:

$$[\pi_1] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\sin(\psi) \\ -\sin(\phi) & \sin(\psi)\cos(\phi) & \cos(\psi)\sin(\phi) \\ -\cos(\phi) & -\sin(\psi)\sin(\phi) & \cos(\psi)\cos(\phi) \end{pmatrix}. \quad (2.6)$$

Кутовий рух ланок виникає за рахунок зовнішніх моментів. Ці моменти описуються за допомогою проєкцій на осі x, y, z :

$$\begin{matrix} H_x & \omega_x \\ H_y = [J]\omega_y, & \\ H_z & \omega_z \end{matrix} \quad (2.7)$$

де $[J]$ - тензор інерції ланки, що описується таким чином:

$$[J] = \begin{matrix} J_{xx} & -J_{xy} & -J_{xz} \\ -J_{yx} & J_{yy} & -J_{yz} \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_{zz} \end{matrix} \quad (2.8)$$

Далі, з похідної отримується кутовий момент:

$$\begin{matrix} M_x & \dot{H}_x & H_x & 0 & -\omega_z & \omega_y \\ M_y = \frac{d}{dt} H_y + [\omega]H_y, \text{ де } [\omega] = & \omega_z & 0 & -\omega_x \\ M_z & \dot{H}_z & H_z & -\omega_y & \omega_x & 0 \end{matrix} \quad (2.9)$$

Після проведення диференціювання осі x , y , z не змінюють власних напрямків. Тоді рівняння кутових моментів описується наступним чином:

$$\begin{matrix} M_x & \dot{\omega}_x & \omega_x & M_x & \dot{\omega}_x & \omega_x^2 & \omega_y\omega_z \\ M_y = [J]\dot{\omega}_y + [\omega][J]\omega_y, \text{ або } M_y = [J]\dot{\omega}_y + [J_1]\omega_y^2 + [J_2]\omega_z\omega_x, & \\ M_z & \dot{\omega}_z & \omega_z & M_z & \dot{\omega}_z & \omega_z^2 & \omega_x\omega_y \end{matrix} \quad (2.10)$$

де $[J_1]$, $[J_2]$ – матриці:

$$[J_1] = \begin{matrix} 0 & -J_{xy} & J_{yz} \\ J_{zx} & 0 & -J_{xz} \\ -J_{yz} & -J_{xy} & 0 \end{matrix}, [J_2] = \begin{matrix} J_{zz} - J_{yy} & J_{yz} & -J_{zx} \\ -J_{xy} & J_{xx} - J_{zz} & J_{zy} \\ J_{xz} & -J_{yz} & J_{yy} - J_{xx} \end{matrix} \quad (2.11)$$

Для описання лінійного переміщення ланок апарата береться положення ТЦМ. Ця точка задається за допомогою параметрів до довжини ланки l і відстані d , де довжина l задається як вектор, що має напрямок від першого шарніра ланки

до інших шарнірів цієї ж ланки. Усі ланки містять один або більше векторів l (окрім кінцевих ланок). Для зручності опису індекси векторів не вказують на індекси ланок, і тому мають вигляд l_j , ($j = 1, 2, \dots, m$). Для визначення відстані вектор \vec{d} має напрямок від першого шарніра до ТЦМ ланки апарата. Цей вектор міститься в усіх ланок, і зображується як d_i , ($i = 1, 2, \dots, n$). Компоненти таких векторів, як l і d , при побудові проекцій на осі x, y, z рухомої системи координат не зазнають змін у часі. Натомість значення цих векторів при побудові проекцій на осі X, Y, Z мають залежність від поточних значень кутів Ейлера, а отже і зазнають змін відносно часу [136]. Для перетворення компонентів векторів l і d від рухомої до нерухомої системи координат застосовуються вирази:

$$\begin{matrix} l_x & l_x d_x & d_x \\ l_y = [\theta][\psi][\phi]l_y; d_y = [\theta][\psi][\phi]d_y. & & \\ l_z & l_z d_z & d_z \end{matrix} \quad (2.12)$$

Для побудови другої похідної вектора l по відношенню до осей нерухомої системи координат застосовано вираз:

$$\begin{matrix} \ddot{l}_x \\ \ddot{l}_y = \frac{d^2}{dt^2} ([\theta][\psi][\phi])l_y, \\ \ddot{l}_z \end{matrix} \quad (2.13)$$

Інший варіант запису має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}
\ddot{l}_x & \quad l_x \\
\ddot{l}_y & / \quad l_y = [\Theta_2][\Psi][\Phi]\dot{\theta} + [\Theta][\Psi_2][\Phi]\dot{\psi}^2 + [\Theta][\Psi][\Phi]\dot{\phi} + 2[\Theta][\Psi_1][\Phi_1]\dot{\psi}\dot{\phi} + \\
\ddot{l}_z & \quad l_z \\
& + 2[\Theta_1][\Psi][\Phi_1]\dot{\psi}\dot{\theta} + \\
& + 2[\Theta_1][\Psi_1][\Phi]\dot{\theta}\dot{\psi} + [\Theta_1][\Psi][\Phi]\ddot{\theta} + [\Theta][\Psi_1][\Phi]\ddot{\psi} + [\Theta][\Psi][\Phi_1]\ddot{\psi}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Матриці $[\Theta_1][\Theta_2], [\Psi_1][\Psi_2], [\Phi_1][\Phi_2]$ утворюють відповідні похідні від наступних матриць $[\Theta], [\Psi], [\Phi]$:

$$[\Theta_1] = \frac{d}{d\theta} [\Theta] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \\ 0 & -\cos(\theta) & -\sin(\theta) \end{pmatrix}, [\Theta_2] = \frac{d^2}{d\theta^2} [\Theta] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}, \tag{2.15}$$

$$[\Theta_1] = \frac{d}{d\theta} [\Theta] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \\ 0 & -\cos(\theta) & -\sin(\theta) \end{pmatrix}, [\Theta_2] = \frac{d^2}{d\theta^2} [\Theta] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}, \tag{2.16}$$

$$[\Phi_1] = \frac{d}{d\phi} [\Phi] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\phi) & \cos(\phi) \\ 0 & -\cos(\phi) & -\sin(\phi) \end{pmatrix}, [\Phi_2] = \frac{d^2}{d\phi^2} [\Phi] = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos(\phi) & -\sin(\phi) \\ 0 & \sin(\phi) & -\cos(\phi) \end{pmatrix}, \tag{2.17}$$

Компактніша форма виразу 2. 14 задається наступним чином:

$$\begin{aligned}
\ddot{l}_x & \quad \ddot{\theta} & \quad \dot{\theta}^2 & \quad \dot{\psi}\dot{\phi} \\
\ddot{l}_y & = [A][\Lambda]\ddot{\psi} + [B][\Lambda]\dot{\psi}^2 + [C][\Lambda]\dot{\phi}\dot{\theta}, \\
\ddot{l}_z & \quad \ddot{\phi} & \quad \dot{\phi}^2 & \quad \dot{\theta}\dot{\phi}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

де:

$$\begin{aligned}
 [A] &= \begin{bmatrix} [\Theta_1] & [\Psi] & [\Phi] \\ [\Theta] & [\Psi] & [\Phi] \\ [\Theta] & [\Psi] & [\Phi] \end{bmatrix}, \\
 [B] &= \begin{bmatrix} [\Theta_2] & [\Psi] & [\Phi] \\ [\Theta] & [\Psi_2] & [\Phi] \\ [\Theta] & [\Psi] & [\Phi_2] \end{bmatrix},
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

$$[C] = 2 * \begin{bmatrix} [\Theta] & [\Psi_1] & [\Phi_1] \\ [\Theta_1] & [\Psi] & [\Phi_1] \\ [\Theta_1] & [\Psi_1] & [\Phi] \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{matrix} l_x \\ l_y & 0 & 0 \\ l_z \end{matrix} \\
 [\Lambda] &= \begin{matrix} l_x \\ 0 & l_y & 0 \\ l_z \end{matrix} \\
 & \begin{matrix} l_x \\ 0 & 0 & l_y \\ l_z \end{matrix}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

Функції кутів Ейлера θ, ψ, ϕ зображені у вигляді перших трьох матриць. Вони відповідають тій ланці, яка має довжину l_j .

Для позначення прискорення ланки використовується друга похідна вектора d по відношенню до осей X, Y, Z , яка зображується наступним чином:

$$\begin{matrix} \ddot{d}_x \\ \ddot{d}_y \\ \ddot{d}_z \end{matrix} = \frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} d_x \\ ([\Theta][\Psi][\Phi])d_y \\ d_z \end{bmatrix}. \tag{2.21}$$

Відносно координат шарніра p центр мас ланки i має такі координати $(X, Y, Z)_{ip}$. Цей центр мас зображується у вигляді суми усіх довжин l (починаючи від першого i до розглянутого шарніра) з відстанню d . Після

застосування структурних матриць $[\varepsilon]$, $[\delta]$ відстань між вказаними ланками та їх ТЦМ зображується таким чином:

$$\begin{matrix} X \\ Y \\ Z_{ip} \end{matrix} = \begin{matrix} d_X \\ \varepsilon_{ip} d_Y \\ d_{Z_i} \end{matrix} + \sum_{j=1}^m \begin{matrix} l_X \\ \delta_{ijp} l_Y \\ l_{Z_j} \end{matrix}. \quad (2.22)$$

Наступні елементи структурних матриць мають значення: $\varepsilon_{ip} = 1$, коли ланка i має момент по відношенню до шарніра p , $\varepsilon_{ip} = 0$ – у всіх інших випадках; $\delta_{ijp} = 1$, коли l_j розміщена на додатній частині променя p та її напрямок вказаний до першого шарніра на ланці, $\delta_{ijp} = 0$ – в усіх інших випадках.

Нульовий шарнір є головною точкою опори, що зафіксована у просторі, і позначається $p = 0$. Виходячи з рівняння 2.22 для обчислення відстані між головними точками опори використовується наступний вираз:

$$\begin{matrix} X \\ Y \\ Z_{i0} \end{matrix} = \begin{matrix} d_X \\ d_Y \\ d_{Z_i} \end{matrix} + \sum_{j=1}^m \begin{matrix} l_X \\ \delta_{ij0} l_Y \\ l_{Z_j} \end{matrix}, \varepsilon = 1. \quad (2.23)$$

Під час диференціювання рівняння 2.23 отримується прискорення ТЦМ i - тої ланки і задається наступним чином:

$$\begin{matrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ \ddot{Z}_i \end{matrix} = \begin{matrix} \ddot{d}_X \\ \ddot{d}_Y \\ \ddot{d}_{Z_i} \end{matrix} + \sum_{j=1}^m \begin{matrix} \ddot{l}_X \\ \delta_{ij0} \ddot{l}_Y \\ \ddot{l}_{Z_j} \end{matrix}. \quad (2.24)$$

Для позначення гравітаційного моменту ланки відносно шарніра застосовується вираз:

$$Mg = -m_i \begin{matrix} 0 \\ [X]_{ip} \\ g \end{matrix}.$$

Загальний момент по відношенню до шарніра p задається наступним чином:

$$\begin{matrix} M_X \\ M_Y \\ M_{Z_p} \end{matrix} = \sum_{i=1}^n \begin{matrix} M_X \\ M_Y \\ M_{Z_{ip}} \end{matrix} + \sum_{i=1}^n \begin{matrix} M_X \\ \varepsilon_{ip} M_Y \\ M_{Z_i} \end{matrix} + \sum_{i=1}^n \begin{matrix} 0 \\ m_i X_{ip} \\ g \end{matrix} \quad (2.25)$$

Після підстановки рівнянь 2.14 та 2.17 у рівняння 2.25 можна розрахувати моменти у ланці i , тоді останнє рівняння зображуватиметься наступним чином:

$$\begin{aligned} \begin{matrix} M_X \\ M_Y \\ M_{Z_p} \end{matrix} &= \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} [A]_k [\Lambda]_j \ddot{\Psi} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} [B]_i [\Lambda]_i \dot{\Psi}^2 + \\ &\quad + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} \sum_{j=1}^m \delta_{ij0} \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} [C]_k [\Lambda]_j \dot{\Psi} \dot{\Phi} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} [C]_i [\Delta]_i \dot{\Phi} \dot{\Theta} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} [A]_i [\Lambda]_i \ddot{\Phi} + \\ &\quad + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} \sum_{j=1}^m \delta_{ij0} \sum_{k=1}^n \gamma_{kj} [B]_k [\Lambda]_j \dot{\Psi}^2 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{ip} [D]_i \ddot{\Psi} + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{ip} [E]_i \dot{\Psi}^2 + \\
& \qquad \qquad \qquad \ddot{\Phi}_i \qquad \qquad \qquad \dot{\Phi}_i^2 \\
& + \sum_{i=1}^n \varepsilon_{ip} [F]_i \dot{\Psi} \dot{\Phi} + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} \frac{0}{g} \\
& \qquad \qquad \qquad \dot{\Phi} \dot{\Psi}_i \qquad \qquad \qquad \dot{\Psi}_i
\end{aligned}$$

Якщо змінити порядок додавання членів даного рівняння і застосувати наступний вираз, то його можна спростити:

$$[S]_{ip} = \sum_{i=1}^n \delta_{ij0} m_i [X]_{ip}. \quad (2.26)$$

Якщо в усіх інших рівняннях індекси суми i замінити на індекси еквівалентні k , то загальний момент в шарнірі p зображується наступним чином:

$$\begin{aligned}
M_X \\
M_Y \\
M_{Zp}
\end{aligned}
= \sum_{k=1}^n (m_k [X]_{kp} [A]_k [\Delta]_k + \sum_{j=1}^m \gamma_{kj} [S]_{jp} [A]_k [\Lambda]_j + \varepsilon_{kp} [D]_k) \ddot{\Psi} + \ddot{\Phi}_k \quad (2.27)$$

$$+ \sum_{k=1}^n (m_k [X]_{kp} [B]_k [\Delta]_k + \sum_{j=1}^m \gamma_{kj} [S]_{jp} [B]_k [\Lambda]_j + \varepsilon_{kp} [E]_k) \dot{\Psi}^2 + \dot{\Phi}_k^2$$

$$\sum_{k=1}^n (m_k [X]_{kp} [C]_k [\Delta]_k + \sum_{j=1}^m \gamma_{kj} [S]_{jp} [C]_k [\Lambda]_j + \varepsilon_{kp} [F]_k) \dot{\Psi} \dot{\Phi} + \sum_{i=1}^n m_i [X]_{ip} \frac{0}{g}$$

$$\qquad \qquad \qquad \dot{\Phi} \dot{\Psi}_k \qquad \qquad \qquad \dot{\Psi}_k$$

Так як моменти для усіх шарнірів пов'язані із сусідніми ланками і зафіксовані у просторі, тоді можна застосувати наступних присвоєння:

$$[\alpha]_p^{-1}(m_k[X]_{kp}[A]_k[\Delta]_k + \sum_{j=1}^m \gamma_{kj}[S]_{jp}[A]_k[\Delta]_j + \varepsilon_{kp}[D]_k) = [AA]_{pk},$$

$$[\alpha]_p^{-1}(m_k[X]_{kp}[B]_k[\Delta]_k + \sum_{j=1}^m \gamma_{kj}[S]_{jp}[B]_k[\Delta]_j + \varepsilon_{jp}[E]_k) = [BB]_{pk},$$

$$[\alpha]_p^{-1}(m_k[X]_{kp}[C]_k[\Delta]_k + \sum_{j=1}^m \gamma_{kj}[S]_{jp}[C]_k[\Delta]_j + \varepsilon_{kp}[F]_k) = [CC]_{pk},$$

$$\sum_{i=1}^n m_i[X]_{ip} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{pmatrix} = [G]_p, \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_{3p} \end{pmatrix} = M_p.$$

Виходячи з цього рівняння моментів для всіх шарнірів p описуватимуться таким чином:

$$[M]_p = \sum_{k=1}^n [AA]_{pk} \begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi}_k \end{pmatrix} + \sum_{k=1}^n [BB]_{pk} \begin{pmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\psi}^2 \\ \dot{\phi}_k^2 \end{pmatrix} + \sum_{k=1}^n [CC]_{pk} \begin{pmatrix} \dot{\psi}\dot{\phi} \\ \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}\dot{\psi}_k \end{pmatrix} + [G]_p, \quad (2.28)$$

Щоб сформувати закон руху, потрібно додати наступні присвоєння:

$$[AA]_{pk} = [A], [BB]_{pk} = [B], [CC]_{pk} = [C],$$

$$\begin{pmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi}_k \end{pmatrix} = [\ddot{\theta}], \begin{pmatrix} \dot{\theta}^2 \\ \dot{\psi}^2 \\ \dot{\phi}_k^2 \end{pmatrix} = [\dot{\theta}^2], \begin{pmatrix} \dot{\psi}\dot{\phi} \\ \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \dot{\theta}\dot{\psi}_k \end{pmatrix} = [\dot{\theta}\dot{\theta}], \quad (2.29)$$

$$[M]_p = M, [G]_p = [G].$$

Отже, сформований закон руху багатоланкового антропоморфного апарата

зображується наступним чином:

$$[M] = [A][\ddot{\theta}] + [B][\dot{\theta}^2] + [C][\dot{\theta}\dot{\theta}] + [G]. \quad (2.30)$$

Після проведеної формалізації закону руху антропоморфного апарата (послідовність рівнянь 2.3 – 2.30) можна змоделювати апарат, що має будь-яку кількість ланок, при цьому дві з них повинні дотикатися до поверхні [61, 65]. У цьому законі руху застосовані параметри кутового і лінійного переміщення, моменти у шарнірах.

Цей метод формалізації має два основні недоліки: низька наочність і математична складність. Тому його застосовують про розв'язанні задач, які стосуються інтеграції моделі до об'єкта керування (принципи НІЛ чи РІЛ).

Дана модель динаміки апарата може бути застосована для визначення динамічної поведінки апарата. Наприклад, можна виконати аналіз параметрів динаміки АКА у граничних положеннях його кінематики. Однак ця аналітична модель, яка створена на основі кінематичної схеми і в якій використано методи кутів Ейлера, рівняння Лагранжа і головні принципи аналітичної динаміки, не може бути використаною при аналізі взаємодії апарата з анапріорною поверхнею.

Якщо ж формалізувати ОП, її можна додати до складу моделі апарата. Але за умови такої прямої інтеграції матиме місце апріорність поверхні, що суперечить умовам експлуатації моделі. Для того, щоб опрацьовувати інформацію заздалегідь або під час взаємодії АКА з поверхнею, необхідно використовувати методи спостереження і дослідження ОП.

Щоб мати можливість аналізувати взаємодію апарата з ОП необхідно використати методи, що пропонують гнучкі властивості моделювання (*Multibody Dynamics*). Такий підхід зазвичай використовується у комп'ютерних методах моделювання.

2.4 Комп'ютерні методи формалізації моделі

На відміну від аналітичних методів моделювання об'єктів і систем

комп'ютерні методи (інший термін - *Multibody Dynamics*) володіють гнучкістю розробки складних систем. Комп'ютерні методи значно простіші у застосуванні в комплексних моделях, що можуть складатися з кінематичної та динамічної моделі, системи керування і системи зворотнього зв'язку. Варто зауважити, що у комп'ютерному моделюванні можуть використовуватися такі самі математичні методи, як і при аналітичних розрахунках.

Дослідити АКА із застосуванням комп'ютерного моделювання можна на прикладі демонстраційної моделі. Така модель містить корпус і дві дволанкові опори. Загалом у моделі використано п'ять ланок, які зв'язані між собою шарнірами і задані у двовимірному просторі x, y . Структурна схема комп'ютерної моделі зображена на рис. 2. 4 (а).

Вектор стану q формалізації переміщення АКА у площині x, y , що представлена сімома ступенями свободи, задається наступним чином:

$$q = [x_0, y_0, \alpha, \beta_L, \beta_R, \gamma_L, \gamma_R]^T$$

Положення ТЦМ корпусу апарата задається координатами x_0, y_0 . Кути в шарнірах АКА задаються параметрами $(\alpha, \beta_L, \beta_R, \gamma_L, \gamma_R)$. Довжини ланок апарата задаються параметрами (l_0, l_1, l_2) . Маса ланок АКА задаються параметрами (m_0, m_1, m_2) . Положення ТЦМ ланок задаються параметрами (r_0, r_1, r_2) за відстанню до найближчого шарніра. Усі індекси вище в усіх випадках відповідають одним і тим же ланкам.

Кутові моменти у шарнірах використовуються для формалізації динамічних властивостей комп'ютерної моделі. Наступний вектор позначає загальну рухомість апарата:

$$M = [M_{L1}, M_{R1}, M_{L2}, M_{R2}]^T,$$

У цьому виразі згідно з рис 2.4 (b) параметри моментів M_{L1}, M_{R1} описують

рухомість корпусу апарата відносно його ніг, а моменти M_{L2}, M_{R2} – рухомість стегон по відношенню до його гомілок.

Наступний вектор сил, що в явному вигляді не зустрічався в аналітичній моделі, використовується для демонстрації взаємодії комп'ютерної моделі апарата з оточенням (наприклад, з поверхнею):

$$F = [F_{Lx}, F_{Ly}, F_{Rx}, F_{Ry}]^T,$$

У виразі вище сили F_{Lx}, F_{Ly} позначають вплив на ліву опору апарата, а для позначення впливу на його праву опору використано сили F_{Rx}, F_{Ry} .

Застосувавши рівняння Лагранжа, загальне рівняння динаміки моделі апарата буде зображено наступним чином:

$$A(q)\ddot{q} = b(q, \dot{q}, M, F),$$

де: $A(q) \in R^{7 \times 7}$ - матриця інерції;

$b(q, \dot{q}, M, F) \in R^{7 \times 1}$ - вектор, що має систему координат “правої трійки” з 7 груп диференційних рівнянь.

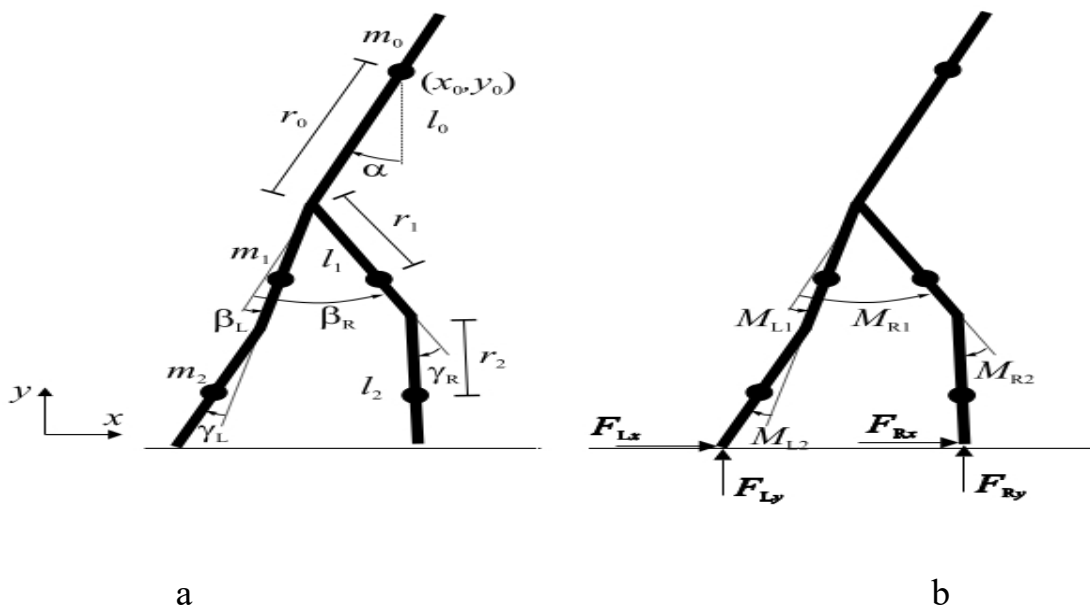


Рисунок 2.4 - Загальний схематичний вигляд п'яти-ланкової плоскої моделі

АКА:

a - схема розташування ланок та міжланкових кутів; b - схема розташування та значення кутових моментів

Також комп'ютерна модель містить окрему модель поверхні. При моделюванні ОП вказується ряд координат x, y . Ці координати описують точки поверхні, а також формують на ній напрямки траєкторії. Коли ланка стопи апарата проникає в поверхню, роль демпфера бере на себе PD -регулятор [137]. Така формалізація сили реакції опори є досить реалістичною. Цей регулятор бере повинен відслідковувати силу реакції опори, вихідна функція якого зчитується і задається наступним чином:

$$F_n = -k_y y'_G - b_y \dot{y}'_G,$$

де: y'_G – поточне “проникнення” ланки стопи апарата в поверхню по відношенні до осі y ;

k_y – константа пружності поверхні у місці точки контакту ланки стопи;

b_y – константа демпфування.

Параметр F_n можна пояснити так: коли стопа дотикається до поверхні, значення F_n показує реальну фізичну величину, в іншому випадку значення сили F_n буде нульовим або негативним.

Сила тертя створює тангенціальну складову сили взаємодії з поверхнею F_t . Ця сила, як і у випадку з демпфуванням, моделюється із використанням PD -контролера [137]. Опис F_t по відношенню до початкової точки x'_0 задається наступним чином:

$$F_t = -k_x (x'_G - x'_0) - b_x \dot{x}'_G,$$

Константа тангенціальної взаємодії з ОП за параметром пружності позначається k_x , константа тангенціальної взаємодії з ОП за параметром демпфування позначається b_x . Коли фактична сила є більшою за

максимальне значення сили тертя, то такий випадок ковзання записується наступним чином:

$$F_{t,max} = \mu_s F_n,$$

де μ_s – коефіцієнт шорсткуватості поверхні.

Таким чином, статичне положення АКА і його динамічна поведінка можуть бути описані за допомогою методу комп'ютерного моделювання. Відміною аналітичних методів є те, що вони дозволяють аналізувати тільки результати взаємодії сил навколишнього середовища і моментів, що діють на АКА, та моментів апарата і внутрішніх сил. В то час, як комп'ютерне моделювання враховує контакт з поверхнею і застосовує алгоритм керування АКА у режимі реального часу.

Оскільки в даній універсальній комп'ютерній моделі відсутній формалізований зв'язок між рельєфністю поверхні та її моделлю, то цю модель неможливо обрати для аналізу усталеного руху АКА.

Якщо виконати певну реорганізацію комп'ютерної моделі апарата, то керування його усталеним рухом в залежності від рельєфності поверхні стає можливим. У такій реорганізованій моделі ТЦМ корпусу співпадатиме з базовою системою координат моделі. Інша зміна стосується стоп АКА – координати точки їх дотику до поверхні описуватимуться згідно з рельєфністю поверхні навколишнього середовища. Після застосування таких поправок ОП можна буде розглядати як виокремлену комп'ютерну модель, яка міститиме характеристики екстремумів рельєфу, що можуть змінюватися [137, 138].

2.5 Кінематична модель шести-ланкового антропоморфного крокуючого апарата

Для розробки нинішніх кінематичних схем апаратів із механічними кінцівками для пересування застосовуються досить схожі підходи і методи. Але кінематика крокуючого апарату антропоморфного типу містить ряд обмежень

його рухомості, які стосуються розміщення шарнірів з обмеженим діапазоном кутів. З точки зору конструювання такі обмеження не завжди можна назвати оптимальним рішенням динамічної поведінки чи енерговитрат, однак з точки зору еволюції вони виявилися необхідними людям.

АКА складається з двох три-ланкових опор. Ці опори з'єднані з корпусом і утворюють кінематичний ланцюг. Сусідні ланки утворюють кінематичні пари при використанні шарнірів. Шарніри можуть мати один, два та три ступені свободи.

Ланки кінематичної моделі є жорсткими і твердотілими, оскільки у кінематичних парах ланок АКА утворюються незначні кутові моменти. У найпростіших шарнірах, що об'єднують ланки в кінематичні ланцюги, не враховується сила тертя. Кінематична модель АКА містить шість шарнірів, при цьому два з них мають три ступені свободи, є сферичними і аналогічні тазостегновим суглобам людини, ще два шарніри мають одну ступінь свободи, циліндричну форму і аналогічні колінним суглобам людини, ще два – двохосьові, циліндричні, які аналогічні до гомілковостопних суглобів людини.

Загалом кінематичній схемі апарата притаманні 6 ступенів свободи і 12 ступенів рухомості, за рахунок обернення по відношенню до базової системи координат і свого власного переміщення.

Коли у тазостегнових шарнірах виникає кутовий рух, то ланка корпуса апарата також переміщується. Як зображено на кінематичній схемі моделі (рис. 2.5), такий рух може спричинити зміну значень кутів в інших шарнірах (одноосьових та двохосьових) ланцюга ланок АКА [61].

Нижче вказано додаткові вимоги, що мають виконуватися у даній кінематичній схемі:

1. Кінематична схема АКА має відрізнятися за поданням залежно від його опорної фази (наприклад, за взаємодією з поверхнею);
2. Розімкнений чи замкнений ланцюг формується у комп'ютерній моделі залежно від опорної фази;
3. У випадку, коли апарат знаходиться в одноопорній фазі, то його структура

налічує два розімкнені ланцюги. Першим ланцюгом є корпус, а другим – вільна опора, яка не контактує з ОП.

Після складання кінематичної структури апарата і формування усіх вимог і характеристик, потрібно побудувати кінематичну модель апарата. Така модель АКА повинна давати можливість аналізувати його усталений рух, і як частковий випадок – вирішувати задачу дотримання стійкості АКА на будь-якій поверхні [61].

Модель АКА містить усього сім ланок:

$$AB, BC_1, BC_2, C_1D_1, C_2D_2, D_1E_1, D_2E_2.$$

Цим ланкам відповідають наступні довжини:

$$L_{AB}, L_{BC_1}, L_{BC_2}, L_{C_1D_1}, L_{C_2D_2}, L_{D_1E_1}, L_{D_2E_2}$$

Порядок ланок у виразі вище наступний: одна ланка корпусу, дві ланки стегон, дві ланки гомілок і дві ланки стоп апарата. Як зазначалося раніше, шарніри зв'язують пари ланок. Три ступені свободи ланок BC_1, BC_2 відносно ланки AB (рис. 2.5) задаються кутами $\alpha_1^C, \beta_1^C, \gamma_1^C, \alpha_2^C, \beta_2^C, \gamma_2^C$. Одна ступінь свободи ланок C_1D_1, C_2D_2 відносно ланок $BC_i, i = 1, 2$ задається кутом γ_i^D . Дві ступені свободи ланок D_iE_i відносно ланок $C_iD_i, i = 1, 2$ задаються кутами α_i^E, γ_i^E . Просторова орієнтація ланки AB в системі координат $OXYZ$ повністю зберігається.

Спочатку в системі координат $OXYZ$ вказується розміщення точок A, B_i, C_i, D_i, E_i (Рис. 2. 5.). Так як ці точки належать ланкам $AB, BC_1, BC_2, C_1D_1, C_2D_2, D_1E_1, D_2E_2$, то початкове положення цих ланок вже вказано. Беручи до уваги кінематичні особливості апарата і вимоги антропоморфності, точки A, B_i, C_i, D_i, E_i формалізовано задаються координатами у 3D просторі наступним чином:

$$A = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 10 & 7 & 4 & 4 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \end{matrix}; B = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \end{matrix}; C_1 = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \end{matrix}; C_2 = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \end{matrix} \quad (2.31)$$

$$D_1 = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{matrix}; D_2 = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{matrix}; E_1 = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{matrix}; E_2 = \begin{matrix} 1 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & -1.5 & 1.5 \\ -2 & 2 & -2 & 2 \end{matrix}$$

В даній моделі АКА можна задати два типи переміщення:

- у випадку, якщо точка ланки здійснює радіальний рух, має місце кутове переміщення;
- у випадку, якщо точка здійснює рух на деякі задані величини по відношенню до осей системи координат, має місце лінійне переміщення.

Ланка стегна апарата BC_1 здатна здійснювати кутове переміщення по відношенню до ланки корпусу AB (рис. 2.5). Цей самий рух є еквівалентним до наступного формулювання: точка C_1 переміщується по відношенню до системи координат, центр якої знаходиться в точці B , а осі мають той самий напрямок, що і OX, OY, OZ . [62, 63] Ця кінематична пара ланок володіє трьома кутовими ступенями свободи. Вони задаються кутами $\alpha_1^C, \beta_1^C, \gamma_1^C$. Формалізація переміщення по відношенню до кожного з цих трьох кутів описується наступним чином:

$$C_i^{jkzd} = C_i M_{rot}^k(z)_i^d \quad (2.32)$$

де: i – визначник лівого (значення 1) або правого (значення 2) шарніра;

j – визначник операції (повороту);

k – площина обертання;

z – кут повороту ланки;

d – ідентифікатор шарніра (значенню 1 відповідає тазостегновий шарнір, 2

– колінний, 3 – гомілковий);

f – ідентифікатор конкретного кута у симетричній парі кутів;

M – матриця повороту.

Наступні рівняння описують повороти лівої ланки стегна апарата:

$$\begin{aligned} C_1^{Rx\alpha_1^C} &= C_1 M_{rot}^X(\alpha_1^C), \\ C_1^{Ry\beta_1^C} &= C_1 M_{rot}^Y(\beta_1^C), \\ C_1^{Rz\gamma_1^C} &= C_1 M_{rot}^Z(\gamma_1^C), \end{aligned} \quad (2.33)$$

в яких параметри точки C_1 і матриці повороту M описуються наступним чином:

$$C_1 = \begin{matrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & \cos(\alpha_1^C) & -\sin(\alpha_1^C) \\ -1.5 & 0 & \sin(\alpha_1^C) & \cos(\alpha_1^C) \end{matrix}; M_{rot}^X(\alpha_1^C) =$$

$$M_{rot}^Y(\beta_1^C) = \begin{matrix} \cos(\beta_1^C) & 0 & \sin(\beta_1^C) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta_1^C) & 0 & \cos(\beta_1^C) \end{matrix}; M_{rot}^Z(\gamma_1^C) = \begin{matrix} \cos(\gamma_1^C) & -\sin(\gamma_1^C) & 0 \\ \sin(\gamma_1^C) & \cos(\gamma_1^C) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{matrix}.$$

Формалізація повороту лівої ланки стегна АКА у проекціях трьох площин задається таким чином:

$$C_1^{rot} = [(C_1^{rx\alpha_1^C} M_{rot}^X(\alpha_1^C)) M_{rot}^Y(\beta_1^C) M_{rot}^Z(\gamma_1^C)]. \quad (2.34)$$

Аналогічно до опису повороту в шарнірі C_1 у рівнянні 2.34, для шарніру C_2 поворот для кожного кута також задається рівнянням 2.33. Формалізація повороту правої ланки стегна АКА у проекціях трьох площин задається таким чином:

$$C_2^{rot} = [M_{rot}^Y(\beta_2^C) M_{rot}^Z(\gamma_2^C) M_{rot}^X(\alpha_2^C) C_2^{Rx\alpha_2^C}]. \quad (2.35)$$

Кутове переміщення обох стегових ланок задається так:

$$C_i^{rot} = [M_{rot}^Y(\beta_i^C) * M_{rot}^Z(\gamma_i^C) * (M_{rot}^X(\alpha_i^C) * C_i^{Rx\alpha_i^C})], i = [1,2]. \quad (2.36)$$

Аналогічним чином можна описати переміщення гомілкових ланок C_1D_1 і C_2D_2 . Однак в цьому випадку має місце одна ступінь свободи, що задана у площині Z . Формалізація кутового переміщення ланок АКА $C_iD_i, i = [1,2]$ описується наступним чином:

$$D_i^{Rz\gamma_1^D} = M_{rot}^Z(\gamma_1^D) D_1, \quad (2.37)$$

де:

$$D_1 = \begin{matrix} 1 & \cos(\gamma_1^D) & -\sin(\gamma_1^D) & 0 \\ 1 & \sin(\gamma_1^D) & \cos(\gamma_1^D) & 0 \\ -2 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}; M_{rot}^Z(\gamma_1^D) = \quad (2.37)$$

У виразі вище для позначення кута повороту точки D_1 по відношенню до осі Z з центром в точці C_1 використано параметр γ_1^D . Аналогічно для точки D_2 на іншій механічній кінцівці, переміщення якої описується наступним виразом:

$$D_2^{Rz\gamma_2^D} = M_{rot}^Z(\gamma_2^D) D_2. \quad (2.38)$$

Формалізація кутового переміщення обох гомілкових ланок задається так:

$$D_i^{Rz\gamma_2^D} = M_{rot}^Z \gamma_{rot}^Z (\gamma_i^D). \quad (2.39)$$

Як і при переміщенні ланок стегна BC_i та гомілки C_iD_i , кутове переміщення ланок стопи апарата $D_iE_i, i = [1,2]$ задається аналогічним чином. При даному розгляді ланок стоп береться до уваги, що ці кінематичні пари мають два ступені свободи. Ці ступені визначені по відношенню до площин x та z і описуються за допомогою кутів α_i^E, γ_i^E (рис. 2.5.).

Для зображення переміщення точки E_1 по відношенню до D_1 через наявність двох ступенів свободи використані рівняння 2.40, що визначає кутове переміщення у площині x , та рівняння 2.41, що визначає кутове переміщення у площині z .

$$E_1^{rx\alpha_1^E} = M_{rot}^X (\alpha_1^E) E_1. \quad (2.40)$$

$$E_1^{rz\gamma_1^E} = M_{rot}^Z (\gamma_1^E) E_1. \quad (2.41)$$

Формалізація кутового переміщення обох ланок стоп апарата задається так:

$$E_i^{rot} = [M_{rot}^Z (\gamma_i^E) M_{rot}^Y (\beta_i^E) (M_{rot}^X (\alpha_i^E) E_i)], i = [1,2]. \quad (2.42)$$

Після виведення рівняння 2.36 можна побачити, що дана модель АКА матиме шість ступенів свободи. Також на основі виразів 2. 36, 2. 39 і 2. 42 можна побачити, що модель апарата матиме дванадцять ступенів свободи у шарнірах.

На основі кутового переміщення ланок апарата здійснюється його лінійне переміщення. Координати точок ланок АКА $A, B, C_i^{rot}, D_i^{rot}, E_i^{rot}$, які не дорівнюють значенням початково заданих точок, задають нове положення апарата.

Оскільки ці точки не дорівнюють значенням початкового положення точок АКА, усунення такої проблеми можливе за рахунок додаткового коригування. Ця корекція виконується за рахунок похибок позиціювання $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$, які описуються наступним чином:

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta X \\ 0 & 1 & 0 & \Delta Y \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Тепер потрібно змінити вектори координат точок шарнірів апарата за рахунок додавання вільного члену:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 10 & 7 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \dots, E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (2.44)$$

Формула коригування для зміни положення точок D_i , яка залежить від кутового переміщення точок C_i , має наступний вигляд:

$$D_i^{mov} = D_i * \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta C_{ix} \\ 0 & 1 & 0 & \Delta C_{iy} \\ 0 & 0 & 1 & \Delta C_{iz} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} \Delta C_{ix} = [D_i \mp D_i^{rot}][1,0,0] \\ \Delta C_{iy} = [D_i \mp D_i^{rot}][0,1,0], \\ \Delta C_{iz} = [D_i \mp D_i^{rot}][0,0,1] \end{matrix} \quad (2.45)$$

де D_i – вектор координат відповідної точки.

Аналогічно переміщення точки E_i задається наступним чином:

$$\begin{array}{ccc}
& 1 & 0 & 0 & \Delta E_{ix} & \Delta E_{ix} = [E_i \mp E_i^{rot}][1,0,0] \\
E_i^{mov} = E_i * & 0 & 1 & 0 & \Delta E_{iy} & \Delta E_{iy} = [E_i \mp E_i^{rot}][0,1,0], \\
& 0 & 0 & 1 & \Delta E_{iz} & \Delta E_{iz} = [E_i \mp E_i^{rot}][0,0,1] \\
& 0 & 0 & 0 & 1 &
\end{array} \quad (2.46)$$

де E_i – доповнений вектор координат.

Щоб структура моделі АКА була цілісною, вона повинна ще містити кутові і лінійні переміщення зв'язних ланок [61]. Разом з ними та кутовим і лінійним переміщенням окремих ланок можна формалізувати переміщення апарата у загальному вигляді.

Повертаючись до переміщення тулуба, що утворений ланкою AB , цей процес формалізується аналогічно до кутового переміщення C_i і має наступний вигляд:

$$\begin{array}{l}
A^{Rx\alpha_1^A} = AM_{rot}^X(\alpha^A), \\
M_{rot}^X(\alpha^A) = \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha^A) & -\sin(\alpha^A); \\ 0 & \sin(\alpha^A) & \cos(\alpha^A) \end{array}
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
A^{Ry\beta_1^A} = AM_{rot}^Y(\beta^A), \\
M_{rot}^Y(\beta^A) = \begin{array}{ccc} \cos(\beta^A) & 0 & \sin(\beta^A) \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\sin(\beta^A) & \cos(\beta^A) \end{array};
\end{array} \quad (2.47)$$

$$\begin{array}{l}
A^{Rz\gamma_1^A} = AM_{rot}^Z(\gamma^A), \\
M_{rot}^Z(\gamma^A) = \begin{array}{ccc} \cos(\gamma^A) & -\sin(\gamma^A) & 0 \\ \sin(\gamma^A) & \cos(\gamma^A) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}
\end{array}$$

Формалізація повороту поворот ланки AB по відношенню до трьох осей координат зображується таким чином:

$$A^{rot} = [(A^{rx\alpha^A} M_{rot}^X(\alpha_{rot}^X)) M_{rot}^Y(\beta_{rot}^Y) M_{rot}^Z(\gamma_{rot}^Z)]. \quad (2.48)$$

Опис переміщення ланки AB апарата вздовж осей базової системи координат необхідно записати лінійне переміщення точки A таким чином:

$$E_i^{mov} = D_i \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta Ax \\ 0 & 1 & 0 & \Delta Ay \\ 0 & 0 & 1 & \Delta Az \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

де: ΔAx – приріст координат точки A вздовж осі X базової системи координат;

ΔAy – приріст координат точки A вздовж осі Y ;

ΔAz – приріст координат точки A вздовж осі Z .

Загальний вигляд формалізації переміщення апарата виглядає таким чином:

$$C_i^{rot} = [M_{rot}^Y(\beta_i^C) * M_{rot}^Z(\gamma_i^C) * (M_{rot}^X(\alpha_i^C) * C_i^{Rx\alpha_i^C})], i = [1,2].$$

$$D_i^{Rz\gamma_i^D} = M_{rot}^Z \gamma_{rot}^Z(\gamma_i^D), i = [1,2].$$

$$E_i^{rot} = [M_{rot}^Z(\gamma_i^E) M_{rot}^Y(\beta_i^E) (M_{rot}^X(\alpha_i^E) E_i)], i = [1,2].$$

де:

$$\begin{array}{ccc}
D_i^{mov} = D_i * & \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} & \begin{array}{l} \Delta C_{ix} \quad \Delta C_{ix} = [D_i \mp D_i^{rot}][1,0,0] \\ \Delta C_{iy}, \text{де} \Delta C_{iy} = [D_i \mp D_i^{rot}][0,1,0], \\ \Delta C_{iz} \quad \Delta C_{iz} = [D_i \mp D_i^{rot}][0,0,1] \\ 1 \end{array}
\end{array} \quad (2.50)$$

$$\begin{array}{ccc}
E_i^{mov} = E_i * & \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} & \begin{array}{l} \Delta E_{ix} \quad \Delta E_{ix} = [E_i \mp E_i^{rot}][1,0,0] \\ \Delta E_{iy}, \text{де} \Delta E_{iy} = [E_i \mp E_i^{rot}][0,1,0], \\ \Delta E_{iz} \quad \Delta E_{iz} = [E_i \mp E_i^{rot}][0,0,1] \\ 1 \end{array}
\end{array}$$

$$A^{Rx\alpha_1^A} = AM_{rot}^X(\alpha^A),$$

$$M_{rot}^X(\alpha^A) = \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha^A) & -\sin(\alpha^A); \\ 0 & \sin(\alpha^A) & \cos(\alpha^A) \end{array}$$

$$A^{Ry\beta_1^A} = AM_{rot}^Y(\beta^A),$$

$$M_{rot}^Y(\beta^A) = \begin{array}{ccc} \cos(\beta^A) & 0 & \sin(\beta^A) \\ 0 & 1 & 0; \\ 0 & -\sin(\beta^A) & \cos(\beta^A) \end{array}$$

$$A^{Rz\gamma_1^A} = AM_{rot}^Z(\gamma^A),$$

$$M_{rot}^Z(\gamma^A) = \begin{array}{ccc} \cos(\gamma^A) & -\sin(\gamma^A) & 0 \\ \sin(\gamma^A) & \cos(\gamma^A) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Загальний вигляд повороту ланки A апарата визначається таким чином:

$$A^{rot} = [((A^{rx\alpha^A} M_{rot}^X(\alpha_{rot}^X)) M_{rot}^Y(\beta_{rot}^Y)) M_{rot}^Z(\gamma_{rot}^Z)].$$

Рівняння 2. 36, 2. 39, 2. 42 та 2. 45 - 2.48 зображують переміщення апарата, але не враховують швидкості його руху, прискорень, маси ланок, їх інерційності і моментів.

Кінематика АКА і переміщення усіх ланок по відношенню до базової системи координат визначається рівняннями 2. 49. При застосуванні такої формалізації видно, що точки ланки стопи $E_i, D_i, i = 1, 2$ контактують з поверхнею землі. Також за такої формалізації моделі не враховуються ні координати ТЦМ, ні параметри контакту з поверхнею, ні межі значень кутів.

Отже, дана кінематична модель апарата описує тільки положення АКА і не бере до уваги дію сил, які до цього положення призвели.

2.6 Формування обмежень кінематичної моделі антропоморфного крокуючого апарата

Поки що проблемою побудованої кінематичної моделі АКА є відсутність обмежень можливих значень кутів кінематичних пар. І хоча аналітично така модель має місце на існування, але на даному етапі її конструювання у реальному фізичному просторі наразі немає сенсу. Реальна розробка АКА повинна бути оснащена приводами і допоміжними елементами, які в сукупності представляють собою готовий до експлуатації апарат, динамічна поведінка якого аналогічна динаміці руху людини.

Тому задача різниці між фізичною конструкцією АКА і його моделлю може бути вирішена за рахунок додавання кутових обмежень. Увесь список цих обмежень наведено у табл. 2.1. Вони були отримані після моніторингу за проведенням кінограми руху людського тіла [151].

Наступні кутові обмеження можуть бути прикладені до побудованої кінематичної моделі апарата, що утворена рівняннями 2.49 із врахуванням табл.

2.1:

$$\alpha_i^C = [-10 \dots +10]; \beta_i^C = [-5 \dots 45];$$

$$\gamma_i^C = [-5 \dots 110]; \gamma_i^D = [-160 \dots 0];$$

$$\gamma_i^E = [-20 \dots 20]; \alpha_i^C = [30 \dots 100].$$

Таблиця 2.1. Кутові обмеження кінематичних пар ланок

Ланка кінематичної пари №1	Ланка кінематичної пари №2	Площина повороту	Мінімальне значення кута для кінематичної пари	Максимальне значення кута для кінематичної пари
AB	B ₁ C ₁	z	-5	110
AB	B ₂ C ₂	z	-5	110
AB	Вісь y	x	-10	10
AB	B ₁ C ₁ ∨ B ₂ C ₂	y	-5	45
B ₁ C ₁	C ₁ D ₁	z	-160	0
B ₂ C ₂	C ₂ D ₂	z	-160	0
C ₁ D ₁	D ₁ E ₁	z	30	100
C ₂ D ₂	D ₂ E ₂	z	30	100
C ₁ D ₁	D ₁ E ₁	x	-20	20
C ₂ D ₂	D ₂ E ₂	x	-20	20

2.7 Формалізація динамічної моделі антропоморфного крокуючого апарата з врахуванням взаємодії з опорною поверхнею

Після побудови кінематичної моделі апарата, що утворена рівняннями 2.49, можна побудувати динамічну модель АКА. Для такої моделі можна застосувати рівняння Лагранжа:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su, \quad (2.50)$$

де: $q = [q_1, \dots, q_{12}, \omega_z, \omega_y, \omega_x, T_x, T_y, T_z]^T \in R^{18}$ – вектор узагальнених координат;

$M(q) \in R^{18 \times 18}$ – матриця інерції ланок; $C(q, \dot{q}) \in R^{18 \times 18}$ – матриця доцентрових і Коріолісових прискорень; $G(q) \in R^{18 \times 18}$ – вектор сили тяжіння; $u \in R^{12}$ – вектор вхідних кутових впливів; $S \in R^{18 \times 12}$ – матриця розподілу кутових моментів у шарнірах.

Під час контакту ланок АКА з ОП, вищевказане рівняння динаміки моделі апарата має наступний вигляд:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + J(q)^T \lambda, \quad (2.51)$$

де: λ – Лагранжеві множники;

$J(q)$ – матриця Якобіанів.

Праця [25] була взята за основу для побудови динамічної моделі АКА. В даному випадку кінематична схема має 10 ступенів свободи. Усього використано 8 ланок: ланка *Torso C* відповідає тулубу АКА, ланка *BK* описує таз, стегна описуються ланками KK_1, BB_1 , гомілки описуються ланками K_1K_2, B_1B_2 , ланки K_2K_3, B_2B_3 описують стопи. Усі ланки мають власну масу m і довжину l . Координати точок відповідних ланок задають їх кінематичну взаємодію. Дана модель містить кути $[\theta_1 \dots \theta_{10}]$, серед яких кути між стопами і гомілками АКА у площині z та x правої і лівої опори задаються параметрами $\theta_1, \theta_2, \theta_{10}, \theta_9$, кути θ_3, θ_8 знаходяться між гомілками і стегнами правої і лівої опори, відповідно, а стегна обертаються у площинах z та x для правої і лівої кінцівки і мають відповідні кути $\theta_4, \theta_5, \theta_6, \theta_7$.

Координати центра тазу разом із ТЦМ задають статичне положення моделі АКА:

$$x_{ca} = l_1 \sin(\Theta_1) - l_2 \sin(\Theta_3 - \Theta_1);$$

$$y_{ca} = l_1 \sin(\Theta_2) + l_2 \cos(\Theta_3 - \Theta_1) \sin(\Theta_2) + \frac{l_3}{2} \cos(\Theta_3 + \Theta_4); \quad (2.52)$$

$$z_{ca} = l_1 \cos(\Theta_1) \cos(\Theta_2) + l_2 \cos(\Theta_3 - \Theta_1) \cos(\Theta_2) - \frac{l_3}{2} \sin(\Theta_2 + \Theta_4),$$

Положення ТЦМ задається так:

$$x_{COM} = \frac{m_b x_b + m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_c x_c + m_3 x_3 + m_4 x_4 + m_e x_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e};$$

$$y_{COM} = \frac{m_b y_b + m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_c y_c + m_3 y_3 + m_4 y_4}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e};$$

$$z_{COM} = \frac{m_b z_b + m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_c z_c + m_3 z_3 + m_4 z_4}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e}, \quad (2.53)$$

де m – маси, які відповідають кінематичним парам апарата.

Рівняння Лагранжа, що застосовано до даної моделі динаміки АКА, подається таким чином:

$$m = \begin{matrix} \ddot{x}_{ca} \\ \ddot{y}_{ca} \\ \ddot{z}_{ca} \end{matrix} = (J^T) \cdot \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{matrix}.$$

Матриця Якобіанів [69] J подається таким чином:

$$J = \frac{dp}{dq} = \begin{array}{ccc} 0 & Cr_p & S_p \\ -Cr_r & 0 & -S_r \\ \hline -Cr_r S_r & -Cr_p S_p & D \end{array}.$$

Для площини x рівняння динаміки апарата подається таким чином:

$$m(-z_{ca} \ddot{y}_{ca} + y_{ca} \ddot{z}_{ca}) = \tau_x - mg * y_{ca},$$

$$\tau_x = \frac{D}{C_r} \tau_r.$$

Сукупність таких сил, як ковзання, реакція опори і відповідних моментів, описують взаємодію апарата з поверхнею, при цьому точка стопи обирається як базова для кінематичної схеми АКА під час демонстрації взаємодії з ОП [63, 65, 136]. Метод Ньютона-Гауса є чутливим до обрання напрямку дії зовнішніх сил, тому він використовується для формалізації динамічної моделі апарата.

На рис. 2.6 зображено структуру кінематичної схеми АКА. Ця схема використовується при створенні динамічної моделі. Таку модель можна описати за допомогою системи рівнянь:

$$ma_{cx} = \sum(F_j);$$

$$ma_{cy} = \sum(F_j); \quad (2.53)$$

$$J_c \omega = \sum(M),$$

При цьому M утворюється з проєкцій моментів на дві площини x та y наступним чином:

$$\begin{aligned}
M_y = & \ddot{\Theta} \left(\sum_{i=1}^{11} m_i (V_i z_i - R_i x_i) \right) + \\
& + \ddot{\Psi} \left(\sum_{i=1}^{11} m_i (W_i z_i - S_i x_i) + \sum_{i=4}^8 J_{yi} \right) + \\
& + \sum_{i=1}^{11} m_i (P_i z_i - T_i x_i) - g \sum_{i=1}^{11} m_i x_i + \\
& + J_{y1} \ddot{\beta}_{2L} + J_{y2} \ddot{\beta}_{1L} + J_{y9} \ddot{\beta}_{1R} + J_{y10} \ddot{\beta}_{2R} + J_{y11} \ddot{\beta}_{3R} = 0;
\end{aligned} \tag{2.54}$$

$$\begin{aligned}
M_x = & \ddot{\Theta} \left(\sum_{i=1}^{11} m_i (R_i y_i - A_i z_i) + J_{x1} + J_{x2} + J_{x9} + J_{x10} + J_{x11} \right) + \\
& + \ddot{\Psi} \sum_{i=1}^{11} m_i S_i y_i + \sum_{i=1}^{11} m_i (T_i y_i - C_i z_i) + g \sum_{i=1}^{11} m_i y_i = 0,
\end{aligned} \tag{2.55}$$

де:

$$V_1 = -\alpha \sin(\Theta) \sin(\beta_{2L});$$

$$V_2 = 2V_1 - b \sin(\Theta) \sin(\beta_{1L});$$

$$V_3 = V_2 - b \sin(\Theta) \sin(\beta_{1L});$$

$$V_4 = V_3; V_5 = V_3;$$

$$V_6 = V_3;$$

$$V_7 = V_5; V_8 = V_6;$$

$$V_9 = V_3 - b \sin(\Theta) \sin(\beta_{1R});$$

$$V_{10} = V_3 - (2b \sin(\beta_{1R}) + \alpha \sin(\beta_{2R}) \sin(\Theta));$$

$$V_{11} = V_3 - (2b \sin(\beta_{1R}) + 2\alpha \sin(\beta_{2R}) + h \sin(\beta_{3R}) \sin(\Theta))$$

$$P_1 = -\alpha \dot{\Theta}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{2L}) - \alpha \dot{\Theta} \dot{\beta}_{2L} \sin(\Theta) \cos(\beta_{2L}) + \alpha \ddot{\beta}_{2L} \cos(\Theta) \cos(\beta_{2L}) - \\ - \alpha \dot{\beta}_{2L} \dot{\Theta} \sin(\Theta) \cos(\beta_{2L}) - \alpha \dot{\beta}_{2L}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{2L});$$

$$P_2 = 2P_1 - b \dot{\Theta}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{1L}) - b \dot{\Theta} \dot{\beta}_{1L} \sin(\Theta) \cos(\beta_{1L}) + b \ddot{\beta}_{1L} \cos(\Theta) \cos(\beta_{1L}) - \\ - b \dot{\beta}_{1L} \dot{\Theta} \sin(\Theta) \cos(\beta_{1L}) - b \dot{\beta}_{1L}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{1L});$$

$$P_3 = P_2 - \dot{\Theta}^2 b \cos(\Theta) \sin(\beta_{1L}) - \dot{\Theta} \dot{\beta}_{1L} b \sin(\Theta) \cos(\beta_{1L}) + b \ddot{\beta}_{1L} \cos(\Theta) \cos(\beta_{1L}) - \\ - b \dot{\beta}_{1L} \dot{\Theta} \sin(\Theta) \cos(\beta_{1L}) - b \dot{\beta}_{1L}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{1L});$$

$$P_4 = P_3 - c \vec{\psi};$$

$$P_5 = P_3 - (R - e)\overrightarrow{\psi}^2 \sin\overrightarrow{\psi};$$

$$P_6 = P_3 - \overrightarrow{\psi}^2 (R - 2e) \sin(\overrightarrow{\psi}) - s\overrightarrow{\psi}^2 \cos(\beta) \cos(\overrightarrow{\psi});$$

$$P_7 = P_5;$$

$$P_8 = P_6;$$

$$P_9 = P_3 - b\dot{\Theta}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{1R}) - 2b\dot{\Theta}\dot{\beta}_{1R} \sin(\Theta) \cos(\beta_{1R}) + \\ + b\beta_{1R}'' \cos(\Theta) \cos(\beta_{1R}) - b\beta_{1R}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{1R});$$

$$P_1 = -\alpha\dot{\Theta}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{2L}) - \alpha\dot{\Theta}\dot{\beta}_{2L} \sin(\Theta) \cos(\beta_{2L}) + \alpha\beta_{2L}'' \cos(\Theta) \cos(\beta_{2L}) - \\ - \alpha\beta_{2L} \dot{\Theta} \sin(\Theta) \cos(\beta_{2L}) - \alpha\beta_{2L}^2 \cos(\Theta) \sin(\beta_{2L});$$

$$P_{10} = P_3 + (2b\beta_{1R}'' \cos(\beta_{1R}) - 2b\beta_{1R}^2 \sin(\beta_{1R}) + \alpha\beta_{2R}'' - \alpha\beta_{2R}'' \cos(\beta_{2R}) - \alpha\beta_{2R}^2 \sin(\beta_{2R}) \cos(\Theta)) - \\ - 2\dot{\Theta}(2b\beta_{1R}' \cos(\beta_{1R}) + \alpha\beta_{2R}' \cos(\beta_{2R})) \sin(\Theta) - \dot{\Theta}^2 (2b\beta_{1R}' \cos(\beta_{1R}) + \alpha \sin(\beta_{2R})) \cos(\Theta);$$

$$P_{11} = P_3 + (2b\beta_{1R}'' - 2b\beta_{1R}^2 \sin(\beta_{1R}) + 2a\beta_{2R}'' \cos(\beta_{2R})) \sin(\Theta) + \\ + (-2\alpha\beta_{2R}' \sin(\beta_{2R}) + h\beta_{3R}'' \cos(\beta_{3R}) - h\beta_{3R}^2 \cos(\beta_{3R})) \sin(\Theta) - \\ - \dot{\Theta}^2 (2b \sin(\beta_{1R}) + 2a \sin(\beta_{2R}) + h \sin(\beta_{3R})) \cos(\Theta);$$

$$A_1 = \alpha \cos(\beta_{2R}) \cos(\Theta);$$

$$A_2 = 2A_1 + b \cos(\beta_{1L}) \cos(\Theta);$$

$$A_3 = A_2 + b \cos(\beta_{1L}) \cos(\Theta);$$

$$A_4 = A_3; A_5 = A_3; A_6 = A_3;$$

$$C_1 = -\alpha \beta_{2L}'' \sin(\Theta) - \alpha \beta_{2L}^2 \cos(\beta_{2L}) \sin(\Theta) - \alpha \beta_{2L} \dot{\Theta} \sin(\beta_{2L}) \cos(\Theta) - \\ - \alpha \dot{\Theta} \beta_{2L}' \sin(\beta_{2L}) \cos(\Theta) - \alpha \dot{\Theta}^2 \cos(\beta_{2L}) \sin(\Theta);$$

$$C_2 = 2C_1 - d \beta_{1L}'' \sin(\Theta) - b \beta_{1L}^2 \cos(\beta_{1L}) \sin(\Theta) - \\ - 2b \beta_{1L}' \dot{\Theta} \sin(\beta_{1L}) \cos(\Theta) - d \dot{\Theta}^2 \cos(\beta_{1L}) \sin(\Theta);$$

$$C_4 = C_3; C_5 = C_3; C_6 = C_3; C_7 = C_3; C_8 = C_3;$$

$$C_9 = C_3 + b \beta_{1R}'' \sin(\beta_{1R}) \sin(\beta) + b \beta^2 1R \cos(\beta_{1R}) \sin(\Theta) + \\ + 2b \beta_{1R}' \dot{\Theta} \sin(\beta_{1R}) \cos(\Theta_b) \dot{\Theta}^2 \cos \beta_{1R} \sin(\Theta);$$

$$C_{10} = C_3 + (2b \beta_{1R}'' + 2b \beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R}) \sin(\Theta) + \\ + 2b \beta_{1R}' \dot{\Theta} \sin(\beta_{1R}) \cos(\beta_b) \dot{\Theta}^2 \cos(\beta_{1R}) \sin(\Theta) + \\ + 2\dot{\Theta} (2b \beta_{1R}' \sin(\beta_{1R}) + \alpha \beta_{2R}' \sin(\beta_{2R}) \cos(\Theta)) + \\ + \dot{\Theta}^2 + \dot{\Theta}^2 (2b \cos(\beta_{1R}) + \alpha \cos(\beta_{2R})) \sin(\Theta)$$

$$C_{11} = C_3 + (2\alpha \beta_{2R}'' + 2\alpha \beta_{2R}^2 \cos(\beta_{2R}) + 2b \beta_{1R}'' \sin(\beta_{1R})) \sin(\Theta) + \\ + (2b \beta_{1R}^2 \cos(\beta_{1R}) + h \beta_{3R}'' \sin(\beta_{3R}) + h \beta_{3R}^2 \cos(\beta_{3R})) \sin(\Theta) + \\ + 2\dot{\Theta} (2\alpha \beta_{2R}' + 2b \beta_{1R}' \sin(\beta_{1R}) + h \beta_{3R}' \sin(\beta_{3R})) \cos(\Theta) + \\ + \dot{\Theta}^2 (2\alpha \cos(\beta_{2R}) + 2b \cos(\beta_{1R}) + h \cos(\beta_{3R})) \sin(\Theta);$$

$$\begin{aligned}
R_1 &= \alpha \cos(\beta_{2L}) \sin(\Theta); R_2 = -(2\alpha \cos(\beta_{2L}) + b \cos(\beta_{1L})) \sin(\Theta); \\
R_3 &= R_2 - b \cos(\beta_{1L}) \sin(\beta); R_4 = R_3; R_5 = R_3; R_6 = R_3; \\
R_7 &= R_5; R_8 = R_6; R_9 = R_3 + b \cos(\beta_{1R}) \sin(\Theta); \\
R_{10} &= R_9 + (b \cos(\beta_{1R}) + \alpha \cos(\beta_{2R})) \sin(\Theta); R_{11} = R_{10} + \alpha \cos(\beta_{2R}) \sin(\Theta);
\end{aligned}$$

$$S_1 = 0; S_2 = 0; S_3 = 0;$$

$$S_4 = -C \sin(\vec{\Psi}); S_5 = -(R - e) \sin(\vec{\Psi});$$

$$S_6 = -((R - 2e) \sin(\vec{\Psi}) + s \cos(\alpha) \cos(\vec{\Psi}));$$

$$S_7 = S_5; S_8 = S_6; S_9 = 0;$$

$$S_{10} = 0; S_{11} = 0;$$

$$\begin{aligned}
T_1 &= -\alpha(\beta_{2L}'' \sin(\beta_{2L}) \cos(\Theta) + \beta_{2L}^2 \cos(\beta_{2L}) \cos(\Theta)) - \\
&\quad -\alpha(-2\beta_{2L}' \dot{\Theta} \sin(\beta_{2L}) \cos(\Theta));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_2 &= -\cos(\Theta)(-2\alpha\beta_{2L}'' \sin(\beta_{2L}) + 2\alpha\beta_{2L}' \cos(\beta_{2L})) - \\
&\quad -\cos(\Theta)(b\beta_{1L}'' \sin(\beta_{1L}) + b\beta_{1L}'^2 \cos(\beta_{1L})) + \\
&\quad + 2\dot{\Theta}(2\alpha\beta_{2L}' \sin(\beta_{2L}) + b\beta_{1L}' \sin(\beta_{1L}) \sin(\Theta)) - \\
&\quad -\dot{\Theta}^2(2\alpha \cos(\beta_{2L}) + b \cos(\beta_{1L}) \cos(\Theta));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_3 &= T_2 - b\beta_{1L}'' \sin(\beta_{1L}) \cos(\Theta) - b\beta_{1L}'^2 \cos(\beta_{1L}) \cos(\Theta) + \\
&\quad + 2b\dot{\Theta}\beta_{1L}' \sin(\beta_{1L}) \sin(\Theta) - b\dot{\Theta}^2 \cos(\beta_{1L}) \cos(\Theta);
\end{aligned}$$

$$T_4 = T_3 - C\dot{\bar{\psi}}^2 \cos(\bar{\psi});$$

$$T_5 = T_3 - \dot{\bar{\psi}}^2 (R - e) \cos(\bar{\psi});$$

$$T_6 = T_3 - \dot{\bar{\psi}}^2 ((R - 2e) \cos(\bar{\psi}) - s \cos(\alpha) \sin(\bar{\psi}));$$

$$T_7 = T_5;$$

$$T_8 = T_6;$$

$$T_9 = T_3 + b\ddot{\beta}_{1R} \sin(\beta_{1R}) \cos(\Theta) + b f o t \beta_{1R}^2 \cos(\beta_{1R}) \cos(\beta_{1R}) \cos(\Theta);$$

$$\begin{aligned} T_{10} = T_9 - 2\dot{\Theta} (b\dot{\beta}_{1R} \sin(\beta_{1R}) + \alpha\dot{\beta}_{2R} \sin(\beta_{2R}) \sin(\Theta)) + \\ + 2\dot{\Theta} (b\ddot{\beta}_{1R} + b\dot{\beta}_{1R} + \alpha\ddot{\beta}_{2R} \sin(\beta_{2R}) - \alpha\dot{\beta}_{2R}^2 \cos(\beta_{2R})) \cos(\Theta) + \\ + \dot{\Theta}^2 (b \cos(\beta_{1R}) + \alpha \cos(\beta_{2R}) \cos(\Theta)); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{11} = T_{10} + \alpha\ddot{\beta}_{2R} \sin(\beta_{2R}) \cos(\Theta) + \alpha\dot{\beta}_{2R}^2 \cos(\beta_{2R}) \cos(\Theta) - \\ - 2\alpha\dot{\Theta} \dot{\beta}_{2R} \sin(\beta_{2R}) \sin(\Theta) + \alpha\dot{\Theta}^2 \cos(\beta_{2R}) \cos(\Theta), \end{aligned}$$

Θ визначають сили реакції ОП, а R - силу тертя.

Для опису загальних властивостей апарата під час взаємодії з поверхнею застосовані рівняння 2. 52 і 2. 55. Але для формалізації переміщення АКА по ОП (динамічні властивості АКА з урахуванням можливих типів взаємодії з поверхнею) необхідно додатково ввести параметри коригування за такими правилами:

- у випадку, якщо АКА дотикається до ОП власною ланкою лівої стопи тільки в одній точці на п'яті, то усі параметри не зазнають змін через відповідність поточної моделі цій ситуації;
- у випадку, якщо АКА дотикається до ОП власною ланкою лівої стопи вже у трьох точках, то необхідно провести корекцію моделі за рахунок зменшення усіх координат x на величину l_1 ;
- у випадку, якщо АКА дотикається до ОП власною ланкою лівої стопи тільки в одній точці на носку, то необхідно провести корекцію моделі за рахунок зменшення усіх координат x на величину l_2 ;
- у випадку, якщо АКА дотикається до ОП власною ланкою правої стопи тільки в одній точці на п'яті, то необхідно провести корекцію моделі за рахунок зменшення усіх координат x на величину d , а також зміни координат y на величину d_1 (рис. 2. 7).

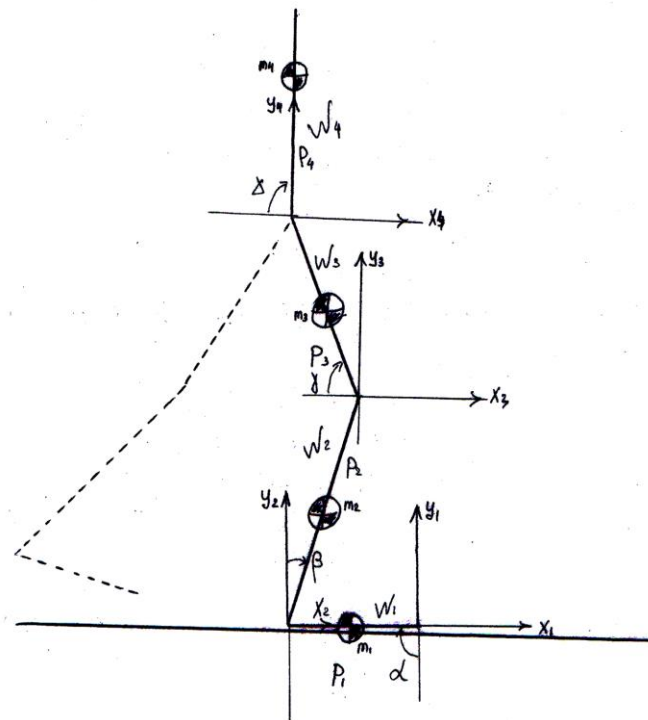


Рисунок 2.6 - Загальний вигляд кінематичної схеми АКА з базовою системою координат, що прив'язана до його стопи

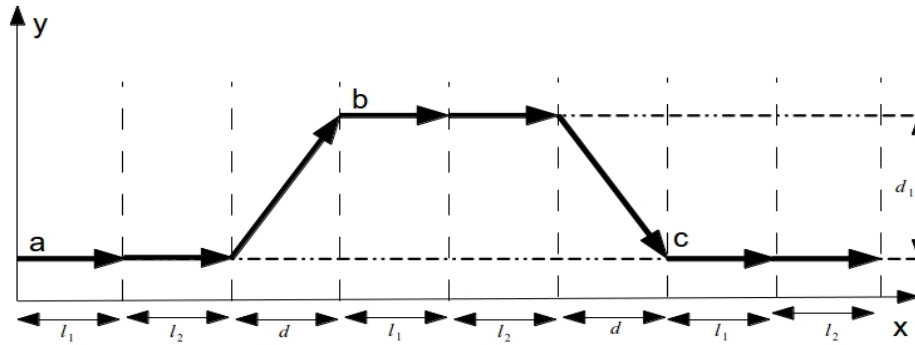


Рисунок 2.7 - Схематичне подання зміни координат точок дотику стоп АКА до ОП

Формалізація реакції усіх сил у дотичних точках ланок стоп апарата до поверхні описується наступним чином:

$$F_x = \sum_{i=1}^{11} m_i \ddot{x}_i = \ddot{\Theta} \sum_{i=1}^{11} m_i V_i + \ddot{\Psi} \sum_{i=1}^{11} m_i W_i + \sum_{i=1}^{11} m_i P_i; \quad (2.56)$$

$$F_y = \sum_{i=1}^{11} m_i \ddot{y}_i = \ddot{\Theta} \sum_{i=1}^{11} m_i A_i + \sum_{i=1}^{11} m_i C_i; \quad (2.57)$$

$$F_z = \sum_{i=1}^{11} m_i (\ddot{z}_i + g) = \ddot{\Theta} \sum_{i=1}^{11} m_i R_i + \ddot{\Psi} \sum_{i=1}^{11} m_i S_i + \sum_{i=1}^{11} m_i T_i + \sum_{i=1}^{11} m_i g. \quad (2.58)$$

Складові сили тертя описані рівняннями 2.56 та 2.57. Складова сили, яка утворює реакцію поверхні на апарат, описана рівнянням 2.58.

Дана модель динамічної поведінки АКА утворена рівняннями 2.52 - 2.58 відповідає умовам “циклічності” руху. В даній формалізованій моделі фазова діаграма компенсувальних координат утворює замкнену криву лінію, що описана за складним законом (рис. 2.8).

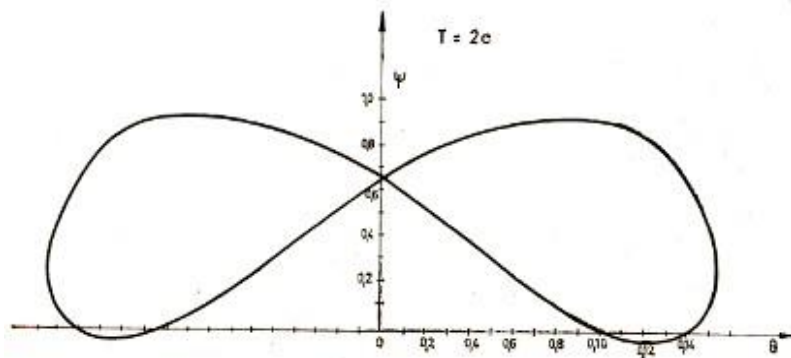


Рисунок 2.8 - Номінальна траєкторія руху компенсаційних координат Ψ , θ моделі АКА в період $T=2$ секунд

Для параметрів $S=1$ (коефіцієнт, який відповідає амплітуді максимальної довжини кроку АКА) і $T=2s$ (період кроку, що визначає максимальні моменти пересування ланок апарата) на рис. 2.8 зображена крива лінія фазової діаграми компенсувальних координат.

2.8 Формалізація обмежень до застосування аналітичної моделі антропоморфного крокуючого апарата для задач управління його усталеним рухом

Як зазначалося раніше, технічні моделі можуть задаватися в аналітичній і комп'ютерній формі. Перші праці із моделювання крокуючих апаратів мали аналітичну форму, в яких використовувалися рівняння Лагранжа або кватерніонів. У такому випадку необхідно описати АКА згідно з умовами, в яких він буде використаний, тому наперед проводиться формалізація структури моделі апарата, положення моделі, поведінка, стан і взаємодія з поверхнею. Але передбачити все неможливо, і для збереження усталеного положення АКА або його відновлення постає проблема пошуку відповідної позиції, передумови чи поведінки крокуючого апарата. Для вирішення цієї проблеми із урахуванням усіх можливих факторів взаємодії апарата з середовищем модель АКА можна розширити за допомогою великої кількості рівнянь з багатьма невідомими. А це, у свою чергу, через суттєве ускладнення зробить неможливим подальше використання такої аналітичної моделі.

Використовуючи аналітичні методи побудови моделі АКА у комп'ютерному моделюванні (за рахунок представлення даних у вигляді рекурсивних матричних

форм) можна із меншими зусиллями застосувати дану модель для вирішення задачі дотримання усталеного руху апарата на поверхні землі.

Сучасні комп'ютерні засоби за допомогою існуючих аналітичних методів моделювання АКА дозволяють ефективно працювати з його кінематикою і динамікою. Для їх застосування потрібно перерахувати розміщення ланок у просторі та представити їх у вигляді тензора.

Нижче наведено правила, які будуть застосовані для побудови комп'ютерної моделі апарата:

- необхідно надати можливість АКА пересуватися у тривимірному просторі;
- кількість ступенів свободи АКА має бути не менше вісімнадцяти;
- усім ланка АКА повинна бути притаманна інерційність;
- модель повинна враховувати розподіл сили тиску на стопу апарата за рахунок датчиків тиску на ОП;
- поряд з моделлю апарата має постачатися модель ОП. В цій окремій моделі необхідно передбачити можливість задавати характер рельєфу поверхні;
- в даній моделі АКА потрібно забезпечити моніторинг таких параметрів, як лінійне і кутове положення ТЦМ, лінійне положення проекції ТЦМ, значення кутів і моментів у шарнірах;
- якщо задати вектор стану системи, який включає в себе кути і моменти у шарнірах апарата, то тоді повинна існувати можливість керувати даною комп'ютерною моделлю АКА.

Висновки до розділу

Підводячи підсумки, в даному розділі було виконано наступне:

1. Після здійсненого аналізу існуючих методів синтезу моделей АКА обрано і пояснено видозмінений метод побудови комп'ютерної моделі механічної системи, яка складається із твердих тіл. Комп'ютерне моделювання налічує аналітичні методи, що описують кінематичну схему та динаміку руху АКА, імітаційні методи, що описують взаємодію ланок апарата з попередньо невідомою ОП, і основні біологічні принципи створення кінематики

- апарата. Враховано дію сил і моментів, що утворюються при взаємодії АКА з ОП під час статичних і динамічних фаз пересування. Встановлено, що при врахуванні розподілу сил тиску і реакції опори можна дотримуватися усталеного руху АКА під час його статичних фаз пересування. Враховано, що напрям моменту, який виникає між стопою АКА та довільною ОП внаслідок втрати рівноваги апарата, має такий самий напрямок, що і напрямок втрати рівноваги, та пропорційний прискоренню падіння АКА.
2. Для опису розміщення базової точки АКА як точки на стопі спроектовано кінематичну модель апарата, яка враховує біологічні принципи розміщення ланок апарат і накладені на рух обмеження, що спричинені взаємодією АКА з ОП. На відміну від традиційних підходів до розробки кінематики твердих тіл, які беруть до уваги розміщення ТЦМ АКА, тепер стає можливим обчислення позиції усіх ланок апарата керуючись даними про характер взаємодії апарата з поверхнею.
 3. Складено рівняння Лагранжа другого роду на основі розподілу сил тиску і реакції опори. Після цього побудовано модель динаміки АКА із урахуванням похідних від розміщення його ТЦМ. Далі за допомогою цієї моделі, яка до того ж використовує матрицю Якобі для опису взаємодії АКА з ОП, проаналізовано фактори, які впливають на цю взаємодію, а також встановлено обмеження на мінімальні і максимальні значення моментів і сил реакцій опори, коли апарат залишається у стані рівноваги.
 4. Після синтезу створеної комп'ютерної моделі апарата розроблено структурно-функціональну модель кінематичних зв'язків та динаміки його руху. Це є підґрунтям для проведення моніторингу кутового і лінійного розміщення ланок АКА, та для врахування взаємодії його ланок з довільною поверхнею.

РОЗДІЛ 3. КРИТЕРІЇ УСТАЛЕНОГО РУХУ ТА ЗАВАЛУ АНТРОПОМОРФНОГО КРОКУЮЧОГО АПАРАТА НА ПОПЕРЕДНЬО НЕВІДОМІЙ ПОВЕРХНІ ЗА ДАНИМИ ПРО СИЛУ РЕАКЦІЇ ОПОРИ

3.1 Умови порушення усталеного руху АКА на довільній ОП у його статичних положеннях

Внаслідок дії наступних факторів виникає втрата апаратом рівноваги на довільній поверхні:

1. ОП має нерівності у місці контакту самої поверхні зі стопами АКА;
2. ОП має нерівномірно розподілену пружність у місці контакту самої поверхні зі стопами АКА;
3. Стопа АКА проковзує уздовж ОП;
4. Зміна кутових параметрів кінематичних пар АКА є некерованою;
5. Умови стійкості не виконуються через невідповідні передумови просторового розміщення АКА;

Далі проведено аналіз характеру поверхні і пружності ОП із використанням даних про силу реакції опори. Якщо здійснювати постійне спостереження і корекцію розміщення кінематичних пар АКА, то можливо не допустити негативні наслідки від факторів 1 і 2. В даному випадку буде задано нове оптимальне положення ТЦМ замкненої системи крокуючого апарата, не враховуючи зовнішні фактори [61 - 65, 136, 137]. Вперше критерієм для обчислення положення проекції ТЦМ апарата на ОП є спостереження та дослідження розподілу сили реакції опори, оскільки такі параметри, як розміщення ТЦМ, координати проекції ТЦМ, напрямок дії гравітації і розподіл сили реакції опори на дотичні стопи апарата, взаємопов'язані [136]. Перевірка наявності та розміщення на ОП екстремумів нерівностей, а також класифікація пружності дотичної до ланок апарата поверхні (стосується факторів 1 і 2 відповідно) здійснюється за допомогою дослідження даних про розподіл сили реакції опори.

Далі проведено аналіз проковзування стопи апарата на ОП із використанням даних, що отримані з датчиків інерції. Якщо спостерігати за

появою кутових прискорень стоп апарата, які не керуються, то спричинених дією фактору 3 несприятливих наслідків можна буде уникнути. Використовуючи інерційні гіроскопічні датчики можна як раз одержати дані про ці некеровані кутові прискорення.

Далі проведено дослідження самовільного складання ланок апарата при використанні розподіленої регулюючої системи керування. Якщо до системи керування апаратом включити мережу регуляторів із диференційною і пропорційною складовими, а також систему сенсорів для відслідковування зміни кутів кінематичних пар, то рівновага АКА не порушиться, і таким чином дія фактору 4 нівелюється. Запрограмована траєкторія руху АКА виконується через вперше встановлену розподілену регулюючу система розміщення ТЦМ апарата. Ця задача вирішується за допомогою вперше використаного методу оберненої задачі кінематики та застосуванням *ANFIS*.

Далі проведено аналіз передумов дотримання рівноваги АКА за інформацією про значення розміщення апарата у просторі на початку. Коли на початку керування АКА умова стійкості порушується, то він втрачає рівновагу. Для уникнення несприятливих наслідків, які спричинені фактором 5, у роботі вперше висунуто пропозицію застосовувати наступні умови:

- сила реакції опори однорідно розподіляється на всій площі поверхні стопи апарата, і кутові швидкості кінематичних пар близькі до нуля.
- сила реакції опори однорідно сконцентрована у межах групи екстремумів, і кутові швидкості кінематичних пар близькі до нуля.
- сила реакції опори розподіляється вздовж однієї прямої за контуром стопи або обох стоп, і кутові швидкості кінематичних пар не дорівнюють нулю, і ТЦМ апарата пересувається на протилежну пряму за контуром стопи або обох стоп апарата.

3.2 Умови дотримання оптимального положення АКА для забезпечення його стійкості на ОП

Розміщення АКА, що зберігає його фазу руху під час однорідного

розподілу сили реакції опори в межах усього району контакту ланок апарата з ОП, описується терміном про положення АКА з максимальним запасом стійкості [62].

Для того, щоб АКА дотримувався рівноваги необхідно щоб виконувалась умов для сила реакції опори $R_{Ay} > 0$. Параметр R_{Ay} задається так:

$$R_{Ay} = a\ddot{\psi}\cos(\psi) - B\ddot{\phi}_1\sin(\phi_1) - \\ - C\ddot{\phi}_2\sin(\phi_2) - a\dot{\psi}\sin(\psi) - B\dot{\phi}_1^2\cos(\phi_1) - C\dot{\phi}_2^2\cos(\phi_2) + (m_1 + m_2)g.$$

Прискорення апарата задає розміщення ТЦМ:

$$a_{sx} = -a\ddot{\psi}\sin(\psi) - B\ddot{\phi}_1\cos(\phi_1) - C\ddot{\phi}_2\cos(\phi_2) - a\dot{\psi}\cos(\psi) + B\dot{\phi}_1^2\sin(\phi_1) \\ + C\dot{\phi}_2^2\sin(\phi_2),$$

де:

$$B = \frac{m_1r_1 + m_2l_1}{m_1 + m_2}; C = \frac{m_2r_2}{m_1 + m_2},$$

Ця умова буде виконуватись при $a_{sx} > 0$. Далі район стопи визначає контур стійкого розміщення апарата на поверхні:

$$\begin{pmatrix} a_{sx} \\ R_{Ay} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -a & -B & -C \\ a & -B & -C \end{pmatrix} * M^{-1}(b + UT)$$

Відповідні крутні моменти стопи задаються параметрами T_1, T_2 , форма яких лінеаризована і подається за допомогою параметрів a_{sx} і R_{Ay} (рис. 3. 1.):

$$Me = b + UT; e = \begin{matrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{matrix}; UT = \begin{matrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{matrix} * \begin{matrix} T_1 \\ T_2 \end{matrix}$$

Усталеність руху АКА втрачається за умови, коли розміщення ТЦМ не задовольняє вищевказаних умов.

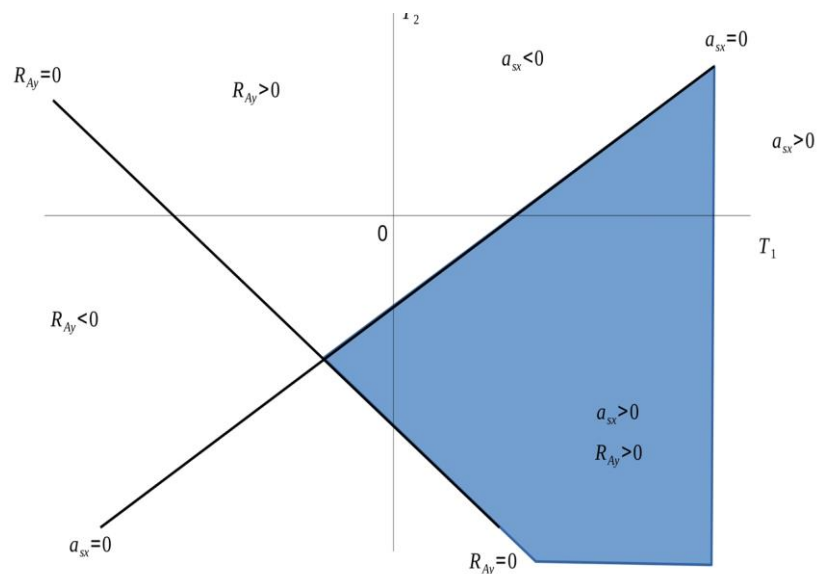


Рисунок 3. 1 - Рівномірний розподіл сили реакції ОП на дотичні ланки АКА

3.3 Структурна схема СУ дотримання стійкості АКА з застосуванням запропонованих критеріїв стійкості

Дотримання усталеного руху апарата на попередньо невизначеній ОП забезпечується застосуванням системного підходу до спостереження дії факторів «втрати рівноваги» і формуванням керуючого впливу на кінематичні пари АКА. Такий підхід містить ґрунтовну базу у вигляді розподіленої і ієрархічної структури системи керування АКА.

Ієрархічність структури системи управління АКА характеризується наступними етапами:

1. Встановлення закономірності появи факторів “втрати рівноваги” АКА один від одного;
2. Виконання умов процесу розміщення ТЦМ апарата з метою уникнення

“втрати рівноваги” за рахунок неврахування менш залежних факторів керування усталеним рухом АКА;

3. Забезпечення можливості для порушення факторів при надходженні відповідних команд із системи управління.

Для розподіленості структури системи управління АКА потрібно, щоб обов’язково виконувалися усі наступні етапи:

1. Дотримання самодостатніх факторів “утрати стійкості”;
2. Порушення умов втрати рівноваги апарата у випадку, коли ці умови санкційовані за допомогою системи керування.

У процесі роботи розподілена ієрархічна система управління підтримує стійкість АКА. Рух АКА у статичних і динамічних режимах забезпечується за рахунок і аналізу, і контролю над появою усіх наданих факторів “втрати рівноваги” в той самий час. Багатошарова модель АКА разом із відповідною системою керування підтримки усталеного руху організовує контроль за цими факторами.

Систему можна назвати активною у випадку, коли вона піддається контролю і дозволяє змінювати розміщення апарата за рахунок зміни величин параметрів вектора-стану АКА. І навпаки, систему можна назвати пасивною у випадку, коли її можна формалізувати у складі системи управління АКА, а також коли вона займається дотриманням заданого положення апарата. При цьому враховуються наступне:

1. зовнішні фактори впливу на АКА;
2. дії будь-яких внутрішніх факторів, що не є причиною зміни параметрів у векторі-стану апарата.

На рис 3.2 зображено причини впливів і зв’язок блоків систем активного і пасивного характерів разом із каналами взаємодії між підсистемами апарата. Величини обертових моментів c_{11} для керування “виконавчими органами апарата” формуються у блоках “Зміна кута кінематичної схеми 1, 2, ...12”. Величина різниці кутів між даним і новим положенням ланок апарата є вхідним параметром блоків c_{10} . Блоки “Зміна кута кінематичної пари” отримують

величину різниці кутів $C10$ які відправляються з блоку “Пошук відхилення векторів-станів”. Після порівняння пар параметрів у різний час визначається різниця між значеннями кутів. Обидва вектори-стани апарата обраховуються у даний і новий моменти часу і задаються за допомогою блоків “Формування вектора-стану” і “Формування нового вектора-стану”. Дванадцяти кутових параметрів кінематичних пар і три координати ТЦМ апарата є елементами векторів станів. Коли відповідний блок отримує координати нового розміщення ТЦМ $C1$ з блоку “ТЦМ” і значення кутів у кінематичних парах $C9$ з блоку “Перерахунок кінематичних пар АКА”, тоді формується новий вектор-стану. Інформація про кути кінематичних пар $C2$ з блоку “Кінематичні пари” разом з інформацією про розміщення ТЦМ у даний час $C3$ з блоку “Пошук ТЦМ АКА” утворюють поточні параметри стану апарата у блоці “Формування вектора стану”. Інформація про координати положення проекції ТЦМ на поверхню $C7$ відправляється з “Пошук ТПЦМ та екстремумів” і прямує до блоку “Перерахунок кінематичних пар”.

Інформація про кутове положення ланок апарата $C2$ виходить з блоку “Кінематичні пари” і прямує до блоку “Пошук ТЦМ АКА”. Блок “Читання розподілу сили реакції ОП”, що включає в себе підсистеми взаємодії з сенсорикою стопи апарата, формує параметри для блоку “Пошук ТПЦМ та екстремумів”. У блоці “Константи АКА” зберігаються значення довжин ланок АКА, які потрібні усім блокам системи керування апаратом.

Вхідна інформація до блоків “Зміна кута кінематичної пари”, “Формування відхилення векторів-стану”, “Формування нового вектору-стану” і “Формування “вектору-стану” прогресивно накопичується під час роботи АКА, особливо при контакті з ОП. Ця накопичена інформація пересувається каналами $C1-C11$.

Оскільки під час роботи АКА його усталений рух може перериватися різними факторами, то для процес дотримання стійкості апарата необхідна одночасна синхронна скоординована робота усіх блоків системи керування [63, 138]. У процесі роботи АКА певні блоки з його системи управління опрацьовують параметри, що визначені у різний час. Для вирішення проблеми

синхронізації структура системи повинна бути ієрархічною і розподіленою, а сама система має включати в себе математичне записування керування [136, 137, 172].

3.4 Формалізація процесу управління антропоморфним крокуючим апаратом за критеріями розподілу сили реакції опорної поверхні

Згідно зі структурою системи керування (рис. 3.2) функціонал дотримання усталеного руху апарата на ОП разом із впровадженням наведених критеріїв дозволяє сформулювати і вирішити такі додаткові задачі:

- формалізація пошуку розміщення ТЦМ апарата залежно від стану кінематичних пар АКА (реалізація у блоці “Пошук ТЦМ АКА”) [61, 65];
- формалізація визначення розміщення проекції ТЦМ апарата залежно від позиції ТЦМ (реалізація у блоці “Пошук ТПЦМ та екстремумів”) [61, 62, 65];
- формалізація визначення розміщення проекції ТЦМ АКА залежно від розподілу сили реакції опори (реалізація у блоках “Пошук ТПЦМ та екстремумів”, “Читання розподілу сили реакції ОП” і “Пошук відхилення вектору-стану”) [65, 172];
- формалізація визначення граничного розміщення проекції ТЦМ АКА, коли збігається рівновага апарата (реалізація у блоці “Формування нового вектору-стану”) [172];
- формалізація пошуку величин параметрів апарата, коли стійкість буде найбільшою з можливих значень і володітиме максимальним запасом (реалізація у блоках “Формування нового вектору-стану” та “Перерахунок кінематичних пар АКА”) [65, 172];
- формалізація умов, коли апарат зможе відновити стан рівноваги (реалізація у блоках “Формування нового вектору-стану” та “Перерахунок кінематичних пар АКА”) [65].

Після вирішення вищенаведених задач існуватиме можливість провести синтез відповідної системи управління, що заснована на вказаних критеріях і яка

здійснюватиме дотримання усталеного руху АКА [61, 65, 172].

Висновки до розділу

Підводячи підсумки, в даному розділі було виконано наступне:

1. Сформульовано критерії стійкості апарата на попередньо невідомій ОП на основі прийнятих методів керування розміщенням проекції ТЦМ АКА, що дозволяють здійснити пошук оптимального вирішення задачі дотримання усталеного руху апарата, маючи при цьому максимальний запас стійкості за умов довільної поверхні. Сформульовано задачу нелінійного програмування обчислення розміщення проекції ТЦМ АКА, яка вирішення якої приведе до підтримки усталеного руху апарата і зробить розподіл сил реакції опори однорідним.
2. На основі критеріїв рівноваги АКА і його динамічних характеристик, які утворюють значення кутів нового вектору-стану, створено алгоритм дотримання усталеного руху апарата на попередньо невідомій ОП. Таким чином зміна нинішнього розміщення ТЦМ апарата, а тому і дотримання усталеного руху на попередньо невідомій поверхні виконуються із максимально можливим запасом стійкості АКА. Для оцінки різниці нинішнього і оптимального значень розміщення проекції ТЦМ апарата на поверхні було обрано відповідний алгоритм, а також через зміну кутового розміщення ланок АКА обрано процедуру пересування проекції його ТЦМ.

РОЗДІЛ 4. УПРАВЛІННЯ СТІЙКІСТЮ АНТРОПОМОРФНОГО АПАРАТА ЗА ДАНИМИ ПРО РОЗПОДІЛ СИЛИ РЕАКЦІЇ ОПОРНОЇ ПОВЕРХНІ

4.1 Структурна формалізація системи управління стійкістю АКА на ОП

На основі розробленої системи критеріїв і методів забезпечення стійкості АКА з розділу 3 можна впровадити управління розміщенням апарата. Так, якщо за цими критеріями розмістити проекцію ТЦМ в межах району контакту стоп АКА з ОП, то усталений рух апарата буде забезпечений. Інформація, що отримана з розподілу сили реакції опори, використовується для визначення положення проекції ТЦМ апарата. Такі параметри, як атрибути ланок, проекція ТЦМ та кінематичне розміщення АКА застосовуються для опису місцезнаходження його ТЦМ.

Якщо проекція ТЦМ опиниться поза рамками області контакту стоп з ОП, то рівновага АКА буде порушена. Існує відокремлена ситуація із несприятливими початковими умовами, коли проекція ТЦМ апарата розташовується поза рамками області контакту стоп з ОП. Такий стан глибокого завалу АКА також потребує управління його стійкістю [167].

За допомогою пересування ТЦМ АКА із використанням його ланок можна завжди управляти місцезнаходженням проекції його ТЦМ.

Внаслідок руху ланок апарата його ТЦМ також здійснює рух згідно з наступними факторами:

1. Пересування маси ланки. Виконання даного фактору забезпечується за рахунок приводів АКА, регуляторів низького рівня і зворотнього зв'язку.
2. Перерозподіл сили реакції опори. Коли пересувається проекція ТЦМ, то система спостереження в якості зворотнього зв'язку використовує цей фактор.
3. Динамічність усієї системи. Однак цим фактором можна знехтувати, так як він є незначним і його дія згладжується через мінімізацію швидкості пересування ланок АКА.

Для моніторингу розміщення проекції ТЦМ апарата використовується

безліч методів, основним з яких полягає в дослідженні розподілу сили реакції опори на стопу апарата. На стопах апарата встановлено спеціальні датчики тиску, які циклічно зчитують інформацію про вищезазначений розподіл. Ці тактильні датчики відокремлені один від одного і утворюють групи, а також розміщені уздовж траєкторії пересування проекції ТЦМ АКА у процесі його прямолінійного руху. Далі проводиться аналогово-цифрове перетворення і ця інформація у вигляді матриць відправляється до системи управління. Комірки матриці несуть інформацію про силу тиску у точні, а індекси комірок вказують відносно розміщення тактильного датчика на стопі АКА.

Після цього блок 4 отримує інформацію про розподіл сили реакції опори, інформацію про розміщення кінематичних ланок апарата, і параметри маси і довжини ланок (Додаток В).

Загальна схема системи управління подана у додатку Б. Блоки 1-3 відповідно зберігають інформацію про передатні функції, які застосовуються для даних сили тиску, характеристики маси і довжини елементів АКА, та кінематичну схему. Блок 1 на вході отримує інформацію з тактильних датчиків АКА. До блоку 2 параметри на вхід не надходять, оскільки його незмінні величини мають залежність тільки від особливостей апарата. Блок 3 на вході отримує інформацію про кутове розміщення АКА із його комп'ютерної моделі з блоку 6. За допомогою заданих у блоці 4 параметрів кінематики в АКА зберігатиметься стійке розміщення у просторі без модифікації опорної фази пересування. При формуванні керуючого впливу на актуатори АКА у регулюючій підсистемі блоку 5 змінюється кінематичний стан апарата. Структура блоку має систему *PID*-регуляторів для усіх ступенів свободи апарата.

У блоці 4 містяться наступні компоненти:

- підсистема задання нинішнього вектору стану апарата (ПС1);
- підсистема знайдення найстійкішого розміщення АКА (ПС2);
- підсистема обрахування розміщення ТЦМ і вектору стану апарата, при використанні якого він буде залишатися стійким (ПС3);

- підсистема задання декомпованого вектору стану, в якого кінематичне розміщення ланок відхилене (ПС4).

На рис. 4.2 розміщена структурна схема ПС1. Ця підсистема здатна вирішувати задачу задання нинішнього поточного вектору стану апарата, та задачу обчислення відстані між базовими точками $d0$ правої та лівої кінцівки АКА.

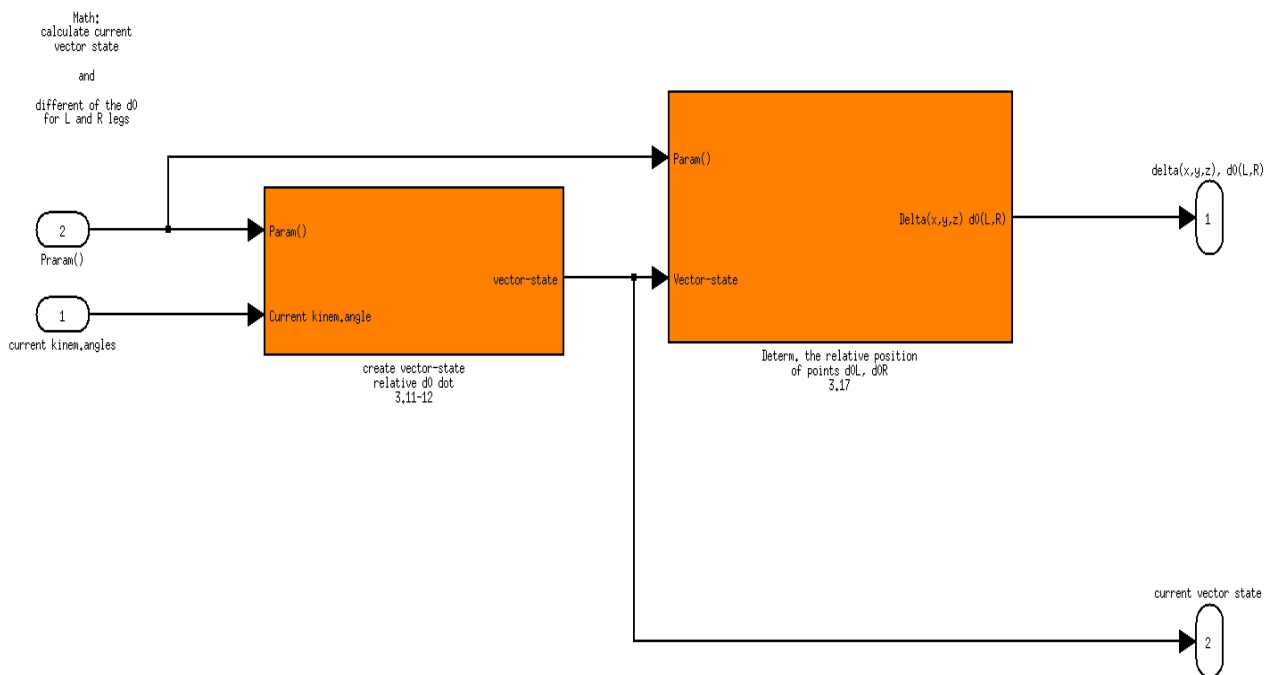


Рисунок 4.2 - Структурна схема ПС1 для пошуку поточного вектору стану АКА

Підсистема ПС2 (додаток Б) визначає розміщення ТЦМ апарата, коли він матиме максимально можливий запас стійкості на попередньо невідомій поверхні. Вхідними параметрами до цієї підсистеми є матриці сил реакції опори $N(x, y)l, r$, вектор масо-габаритних характеристик апарата *BiPedSpecific*, і координати базових точок $d0_l, d0_r$. На виході підсистеми знаходиться різниця розміщення проекції ТЦМ апарата між його нинішнім станом і станом з максимальним запасом стійкості.

Підсистема пошуку найкращого за стійкістю розміщення апарата обчислює новоутворений вектор стану, в якого кінематична характеристика якого визначає розміщення АКА. Структурна схема цієї підсистеми зображена на рис. 4.3.

На вхід даної підсистеми потрапляють:

- *delivationofCoM(x,z),LR*- різниця розміщення нинішньої проекції ТЦМ і проекції ТЦМ, яка притаманна найбільшому запасу стійкості апарата;
- *currentvector – state*- нинішній вектор стану апарата.

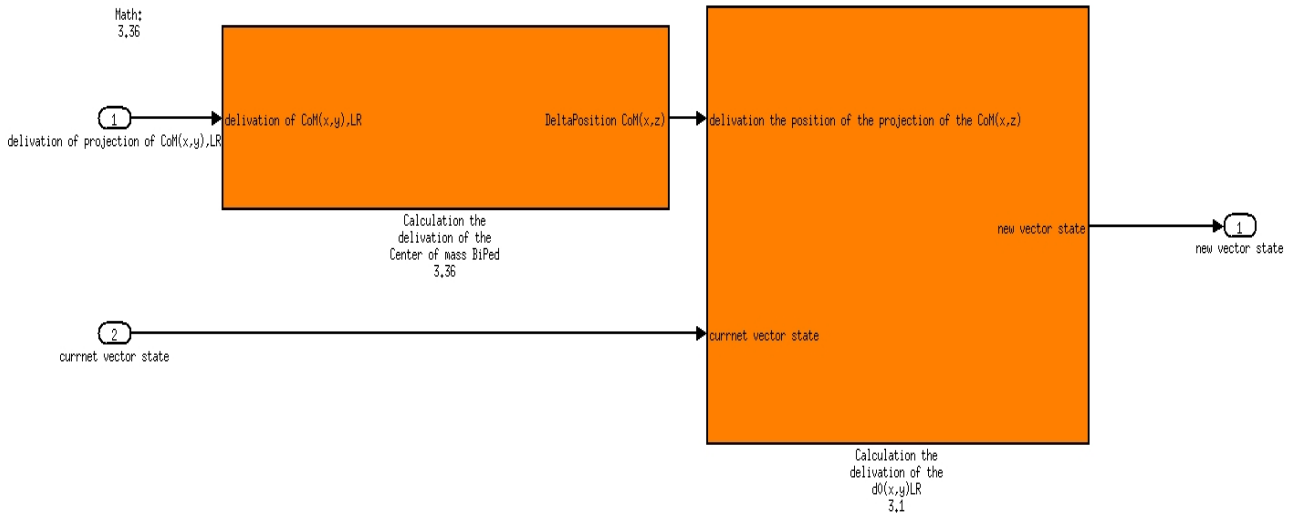


Рисунок 4.3 - Структурна схема ПСЗ для обрахунку вектору стану АКА з найбільшим запасом стійкості

На виході підсистеми ПСЗ описується новий вектор стану (*newvectorstate*), коли в апарата наявний максимальний запас стійкості на поверхні.

Вихідні параметри підсистеми ПСЗ описуються вихідними параметрами блоку 4.

Вищевказані параметри попарно описують різницю між поточною кінематикою АКА і його новоутвореним станом, в якого є максимально можливий запас стійкості. Цей блок регулює взаємне розміщення ланок апарата і містить групу *PID*—регуляторів. Ці регулятори систематизовані за індексом кінцівки й індексом шарніра. На рис. 4.4 зображена загальна схема використання регуляторів.

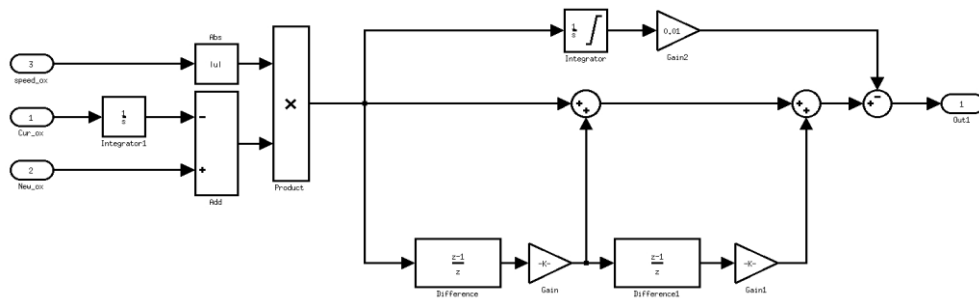


Рисунок 4.4 - Структурна схема регулятора кінематичного положення АКА у складі блоку 5 СУ стійкістю АКА

Наступна функція описує блок 5:

$$y = [[P\delta\alpha] + [D_1 \frac{d\delta_{alpha}}{dt}] + [\frac{d\delta_{alpha}}{dt}] - [I \int_{t=t-1}^{t=1} \delta\alpha dt]], \quad (4.1)$$

де $\delta\alpha = [\alpha_{new} - \int \%_{cur} dt]$;

α_{new} – вказаний кут кінематичної пари ланок АКА;

v_{cur} – нинішній кут кінематичної пари ланок АКА;

u – параметр швидкості сходження кутів;

t – час;

$P, D1, D2, I$ – коефіцієнти частин регулятора.

Регулятор різниці кута є основою для передатної функції. На виході ця функція має крутий момент. Вхідними параметрами до блоку 6 є величини крутих моментів. Система твердих тіл, під якою розуміються кінематичні ланцюги ланок АКА, шарнірів, датчиків кутів та актуаторів разом описують комп'ютерні моделі апарата і поверхні у блоці 6. Схема комп'ютерної моделі поверхні зображена на рис. 4.5, а структурна схема усього блоку зображена на рис. 4.6.

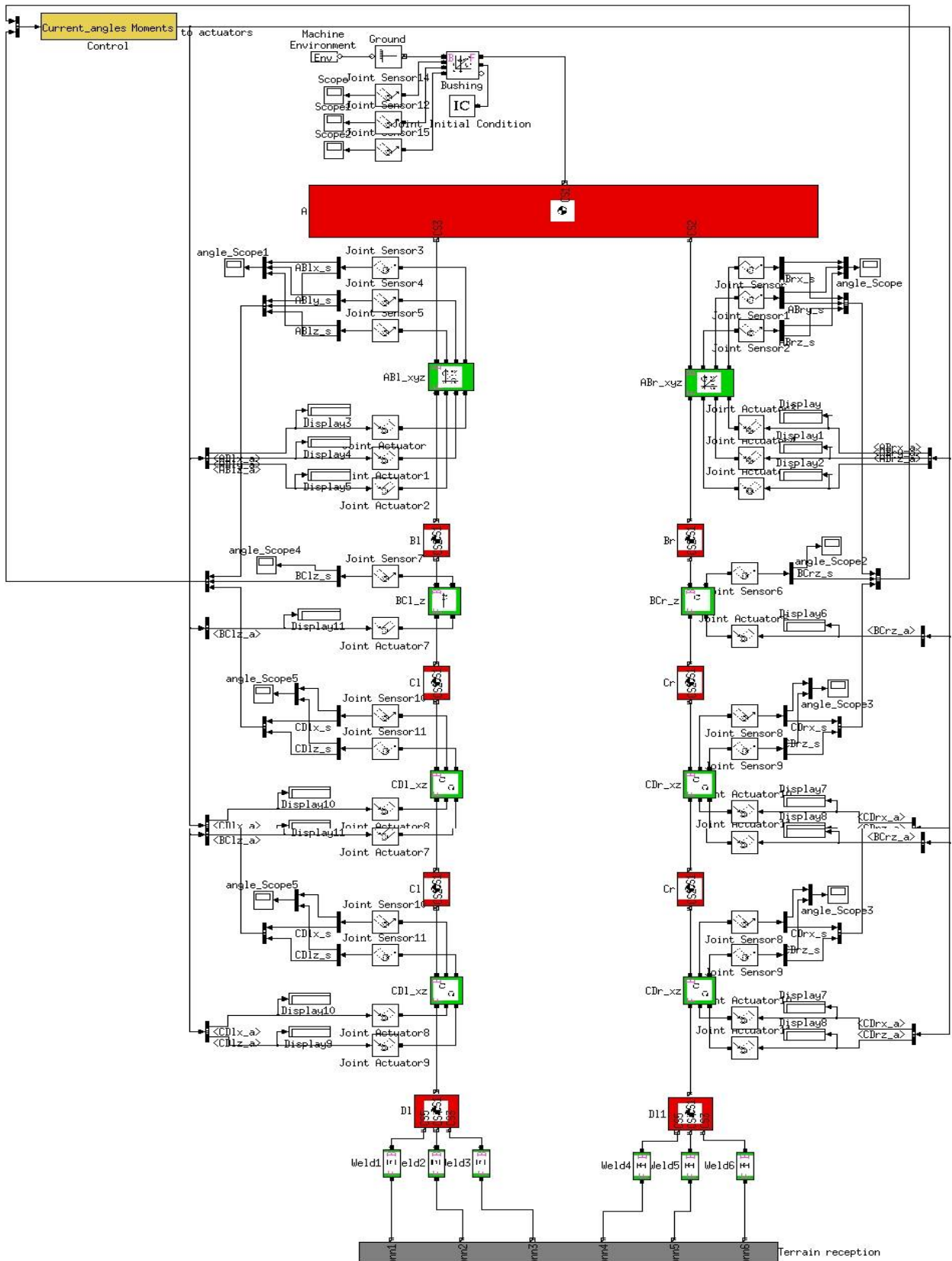


Рисунок 4.5 - Структурна схема комп'ютерної моделі АКА і її взаємодія з моделлю ОП і СУ забезпечення стійкості АКА

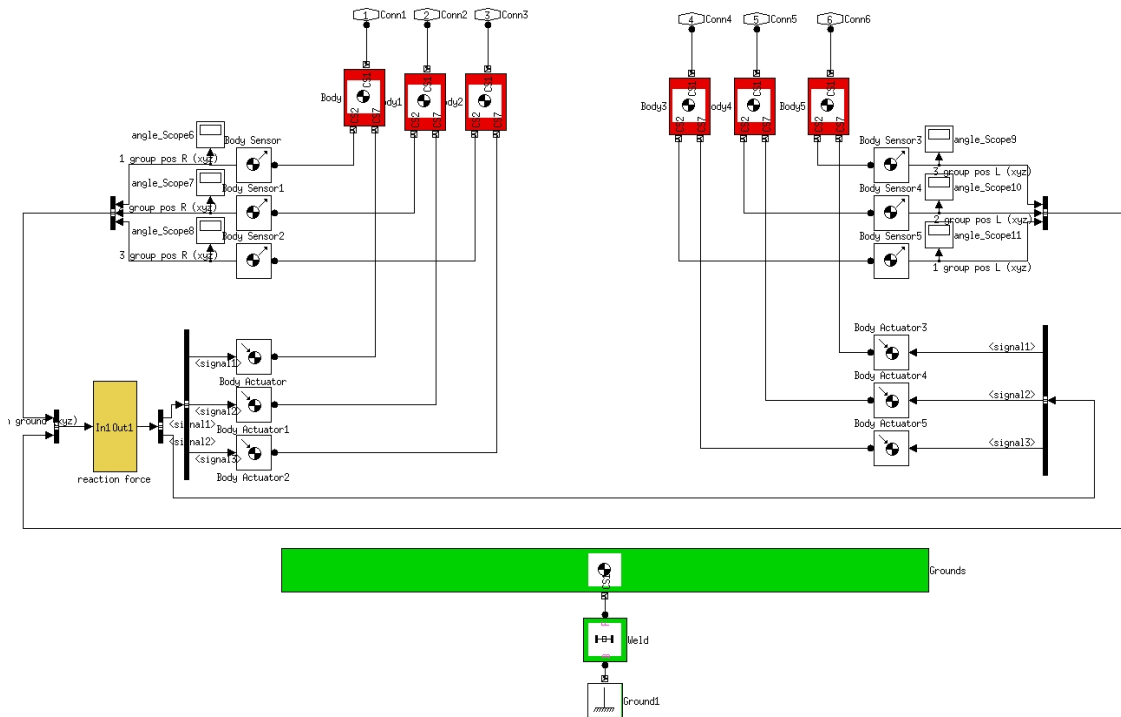


Рисунок 4.6 - Структурна схема комп'ютерної моделі ОП

4.2 Результати дослідження СУ усталеним рухом АКА

Аналіз працездатності описаного методу підтримки стійкого розміщення апарата на поверхні проводиться за допомогою симуляції рухів АКА у наступних умовах:

- на початку спостереження система сил та моментів збалансована за допомогою внутрішніх сил і моментів апарата;
- на початку спостереження система сил та моментів є розбалансованою, причина чого полягає у впливі на апарат зовнішніх сил, що прикладені до корпусу АКА у площині поверхні.

Перший випадок характеризується малими відхиленнями проекції ТЦМ АКА від розміщення з максимальним запасом стійкості, а другий випадок – великими відхиленнями.

Робота системи управління апаратом демонструється за допомогою 3D симуляції взаємодії цієї системи з моделями АКА і ОП. В основі цієї симуляції лежать моделі, які розміщені на рис. 4.5 і рис. 4.6. Симуляція була проведена за допомогою програмного забезпечення *MatLab Simulink SimMechanics I-generation*.

Якщо моменти і сили збалансовані, то поведінка апарата на попередньо невідомій опорній поверхні розміщена на рис. 4.7.

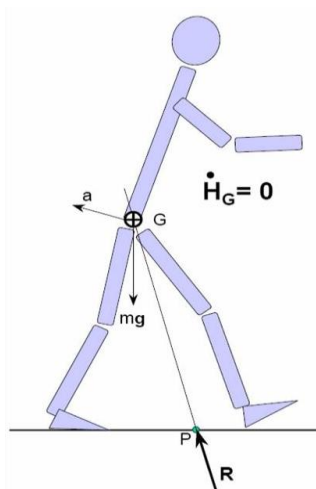


Рисунок. 4. 7 — Поведінка моделі АКА у випадку збалансованих сил і моментів

Також коли моменти і сили збалансовані, графік похибки відхилення розміщення ТЦМ апарата будується на рис. 4.8. Вона виникає внаслідок зсуву ТЦМ ланок стопи АКА по відношенню до осі ланок A, Bl, Br, Cl, Cr .

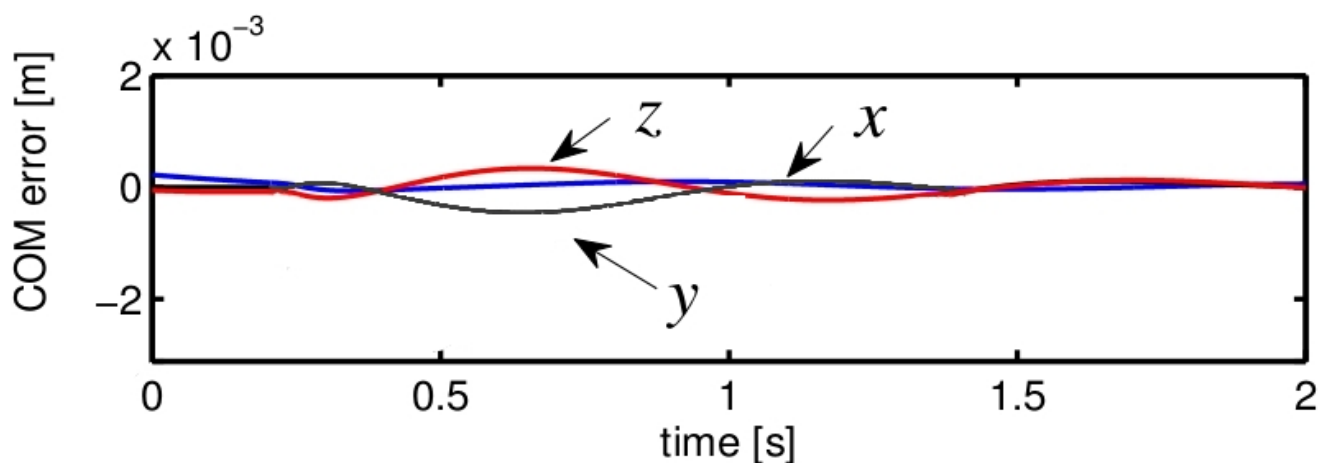


Рисунок 4.8 - Похибка положення ТЦМ АКА у площинах x, y, z при його переміщенні

Внаслідок інерційності ланок D виникає коливальна поведінка ТЦМ АКА.

На графіках (рис. 4.9) розміщено розподіл зовнішніх сил по площинам x, y, z .

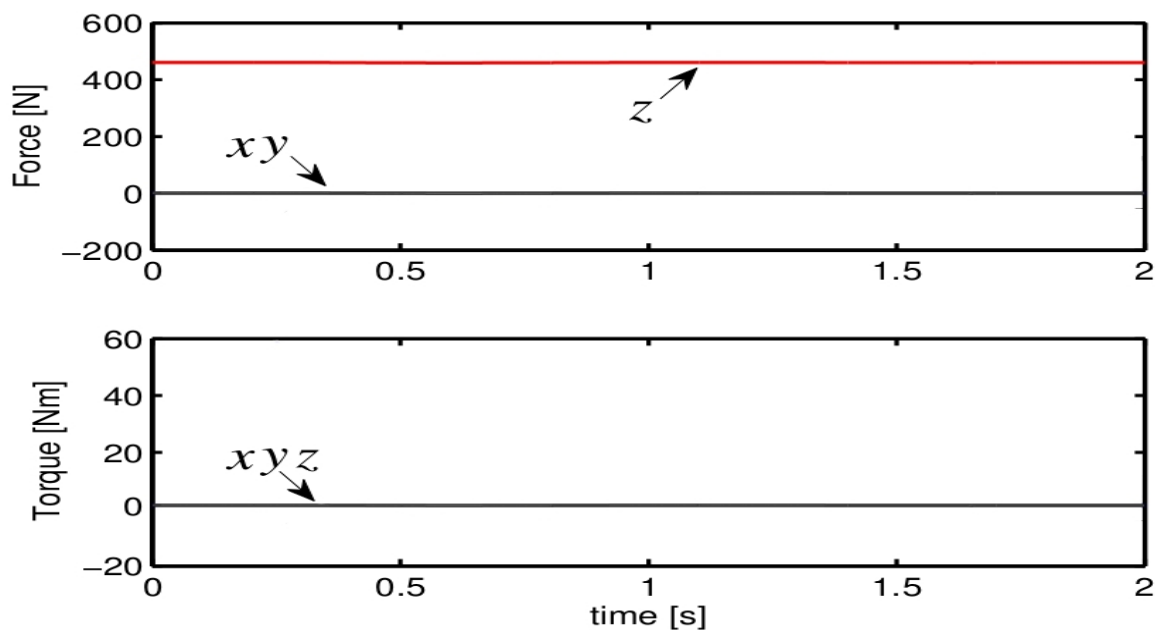


Рисунок 4.9 - Розподіл сил і моментів, які діють на АКА ззовні

На графіках рис. 4.10 побудовано розподіл сили реакції опори вздовж осей x , y , z .

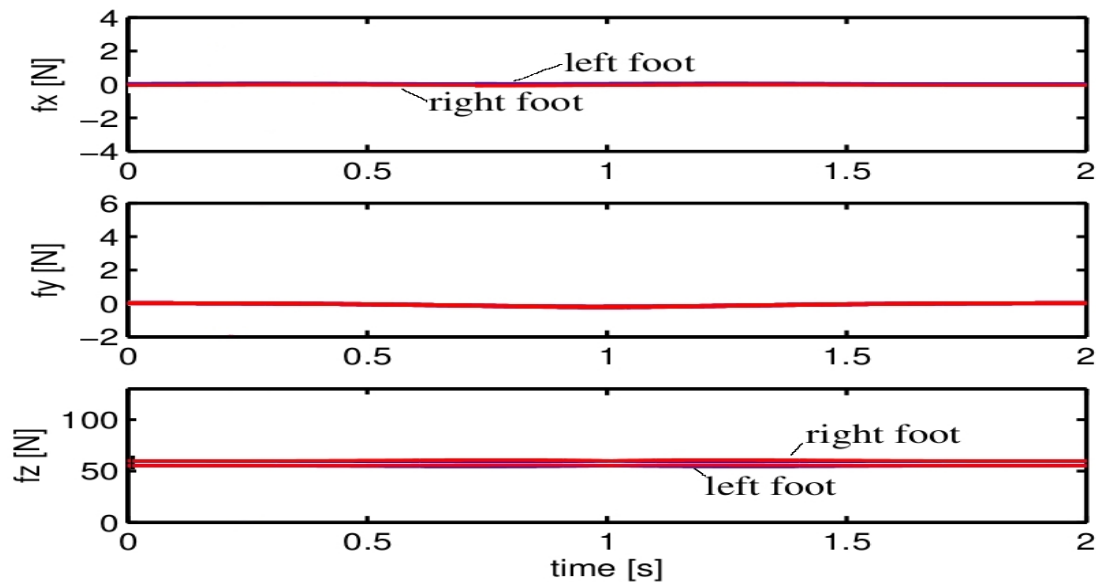


Рисунок 4.10 - Розподіл сили реакції ОП в областях стоп АКА, описаний відносно осей $x(a)$, $y(b)$, $z(c)$ і визначений на проміжку часу $t = (0:0.5:2)[с.]$

На графіку a (рис. 4. 10) зображено розподіл сили реакції опори уздовж осі x . Розподіл сили реакції правої стопи АКА характеризується подвійною лінією, до того ж більша амплітуда знаходиться в області стопи з боку прикладеної сили.

Червоним кольором зображено розподіл сили реакції опори на лівій стопі АКА. Амплітуда розподілу сили реакції з боку прикладеної сили збільшується на обох стопах АКА.

На графіку *b* (рис. 4. 10) зображено розподіл сили реакції опори уздовж осі *y*. Внаслідок ефекту маятника і переналаштування систему управління АКА можна побачити перехід через нуль розподілу сили реакції опори у часі.

У випадку, коли зовнішня сила перпендикулярна, то сила реакції опори розподіляється у часі ідентично для лівої і правої стопи АКА.

На графіку *c* (рис. 4. 10) зображено розподіл сили реакції опори уздовж осі *z*. Синя лінія характеризує силу реакції опори у лівій, передній, правій і задній частинах лівої стопи АКА, а червона лінія – у правій стопі. Через відрив однієї стопи від поверхні і перенесення усієї маси апарата на іншу стопу на графіку можна побачити стрибок. Коли ТЦМ апарата перенесеться до району з максимальним запасом стійкості, тоді сила реакції ОП повністю розподілиться на поверхні стоп рівномірним чином.

За допомогою регулятора система управління апарата компенсує силу земного тяжіння та інерцію його ланок, і тим самим підтримує стан рівноваги. На виході передатної функції стоїть момент. Після цього його величина надходить до актуаторів апарата. Схема блоку регулювання розміщення кутових ланок апарата знаходиться на рис. 4.11.

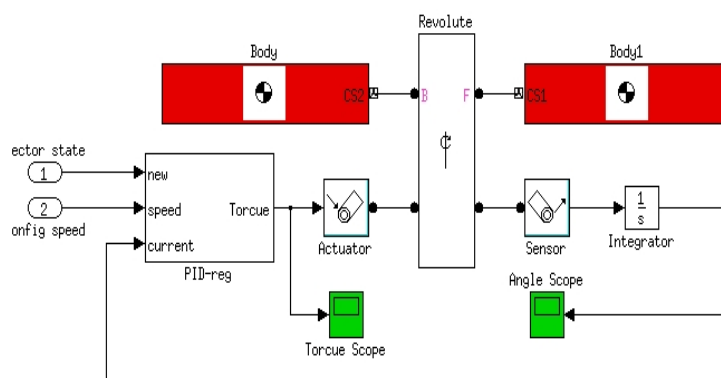


Рисунок 4.11 - Вибіркова структурна схема взаємодії СУ АКА з актуаторами і сенсорами моделі АКА

Додаток В містить величини моментів кінематичних пар, а також величини кутів у шарнірах. Графік (рис. 4.12) описує похибку відхилення розміщення центру мас апарата.

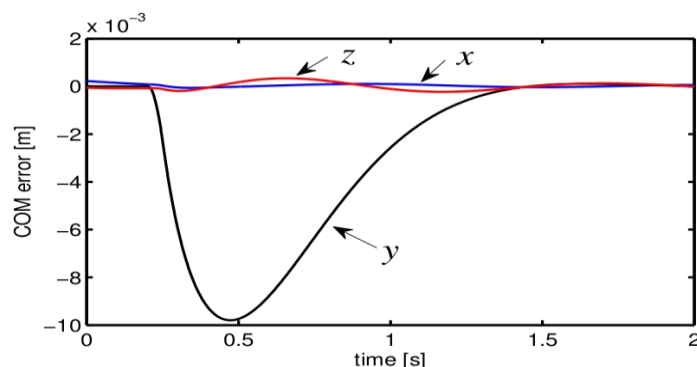


Рисунок 4.12 - Похибка положення ТЦМ АКА у проекціях на осі x , y , z

На графіках (рис. 4.13) на площинах, що побудовані на x , y , z , описано задіяний в апарата розподіл зовнішніх сил.

Рис. 4.14 описує розподіл сили реакції опори уздовж осей x , y , z .

Якщо до апарата прикласти зовнішню силу, величина якої дорівнює $F=120\text{N}$, то в районі стопи АКА з максимальним запасом стійкості розміщення проекції його ТЦМ буде нормалізовано. За такого розміщення ТЦМ апарата пересувається із затуханням амплітуди (рис. 4.14).

Далі наведено аналіз системи керування за величиною запасу стійкості. Запас стійкості на поверхні є важливим параметром в дотриманні усталеного руху апарата. Оскільки для апарата можна однозначно задати розміщення у тривимірному просторі і на наділити динамікою руху, то запас його стійкості взаємопов'язаний з нинішнім місцезнаходженням ТЦМ та швидкості пересування проекції ТЦМ АКА.

В основі багатьох нинішніх систем управління, які виконують задачу дотримання усталеного руху апарата, лежить принцип, коли в якості зворотнього зв'язку системи виступає інерційність ланок АКА. Це дозволяє спостерігати за прискоренням пересування ТЦМ АКА. Датчики інерції для кутового прискорення володіють межами вимірювання $G = [\pm 2; \pm 6; \pm 8]g$, а також у

кінематичних парах апарата з'являються моменти, що позначаються виразом ($M = (dlm_i) * m_i/dt$), які обмежуються часом зміни кути. Беручи ці два факти, з'ясовується, що системі керування рухом апарата бракує чутливості і вона просто не здатна вловити прискорення, значення якого менше за $\pm 2; \pm 6; \pm 8g$, і відмітити зміну кутового розміщення ланок АКА.

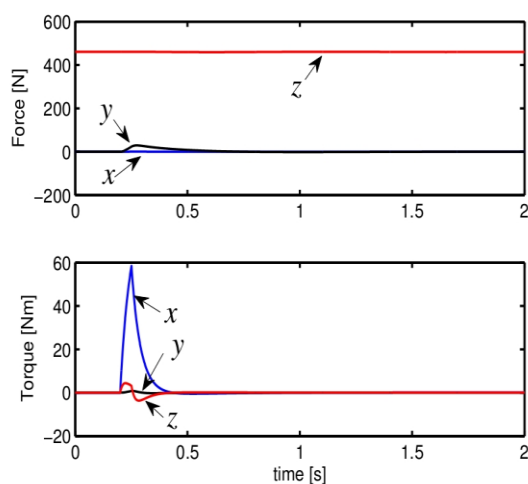


Рисунок 4.13 - Розподіл сил і моментів, які діють на АКА ззовні

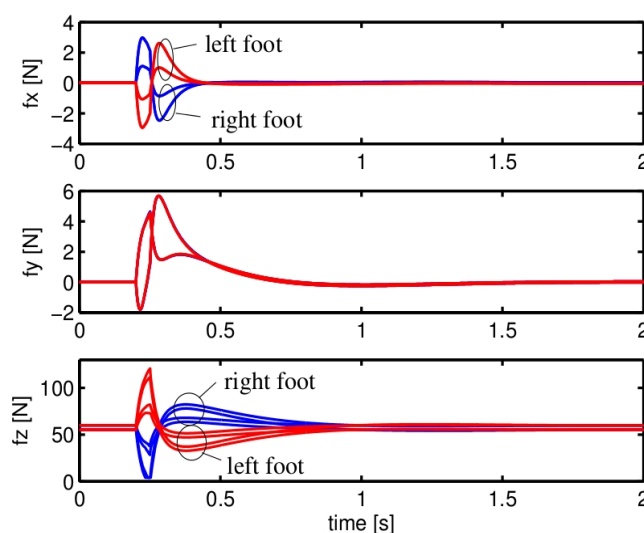


Рисунок 4.14 - Розподіл сили реакції ОП на областях стоп АКА, описаний відносно осей $x(a), y(b), z(c)$ і визначений на проміжку часу $t = (0:0.5:2)[c.]$

У процесі роботи зворотнього зв'язку накопичується похибка інерції системи. Щоб усунути цю проблему, необхідно ініціалізувати розміщення ланок

апарата у тривимірному просторі. Наприклад, при зміні кутового положення ланки А із чутливістю $\pm 2g$ при швидкості пересування ланки 10 м/с можна зафіксувати зміну значення кута на 0.175° . Якщо ж швидкість пересування буде дорівнювати 2 м/с, то датчик вловить зміну значення кута на 0.87° , а при такій малій швидкості, як 0.1 м/с, датчик зафіксує зміну значення кута тільки не менше ніж на 17.451° .

Як виявлено, замала швидкість зміни розміщення ТЦМ АКА не дозволяє спостерігати за такими ж малими змінами значення кута. Тому для того, щоб можна було результативно користатись інформацією з датчиків інерції в якості зворотнього зв'язку, ця швидкість має перевищувати нижню границю чутливості сенсорики, що можна подати у вигляді виразу:

$$M \gg \int_{t=1}^T G dt.$$

Перевагою такої системи управління рухом апарата із використанням критеріїв розподілу сил реакції опори є те, що обчисленні розміщення проекції ТЦМ апарата не беруться до уваги параметри динаміки АКА. В такому випадку датчики тиску, що розраховують силу реакції опори на стопі апарата будуть володіти параметрами чутливості з пороговим значенням у 2 грами, та габаритами, що не перевищують значення 1.27 мм. Тоді за таких характеристик система управління апарата зможе відстежити кут нахилу 0.073° ланки А, довжина якої дорівнює 1 м.

Аналіз чутливості системи управління рухом апарата із використанням датчиків інерції здійснюється із заданням траєкторії пересування ТЦМ апарата, що описується за законом синуса (схема АКА міститься на рис. 3.14). Динамічна поведінка АКА подається в аналітичній формі Ньютона-Ейлера та у вигляді матричної форми у рівнянні Лагранжа:

$$M = M_1 * M_2 * M_3,$$

де:

$$M_1 = \begin{matrix} (m_1 + m_2)a^2 & -(m_1r_1 + m_2l_1)asin(\psi_1 - \phi) & -(m_1r_1 + m_2l_1)asin(\psi_1 - phi) \\ = -(m_1r_1 + m_2l_1)asin(\phi_1 - psi) & J_{s1} + m_1r_1^2 + m_2l_1^2 & m_2l_1r_2cos(\psi_2 - \psi_1) \\ -(m_1r_1 + m_2l_1)asin(\psi_1 - \psi) & m_2l_1r_2cos(\psi_2 - \psi) & J_{s2} + m_2r_2^2 \end{matrix}$$

$$M_2 = \begin{matrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{matrix}$$

M_3

$$\begin{aligned} & (m_1r_1 + m_2l_1)a\omega_1^2\cos(\psi_1 - \psi) + m_2ar_2\omega_2^2\cos(\psi_2 - \phi) - (m_1 + m_2)g\cos\phi - T_1 \\ = & -(m_1r_1 + m_2l_1)a\dot{\psi}^2\cos(\phi_1 - \phi) + m_2ar_2\omega_2^2\sin(\psi_2 - \psi) + m_1r_1 + m_2l_3g\sin\psi_1 + T_1 - T_2 \\ & - m_2ar_2\dot{\phi}^2\cos(\psi_2 - \phi) - m_2l_1r_2\omega_1^2\sin(\psi_2 - \phi) + m_2r_2g\sin\psi_2 + T_2 \end{aligned}$$

Наступний вираз описує розміщення ТЦМ АКА, де елементи B і C визначають окремі ТЦМ його ланок:

$$a_{sx} = -a\ddot{\phi}\sin\phi - B\dot{\psi}_1\cos\psi_1 - C\dot{\psi}_2\cos\psi_2 - a\dot{\psi}\cos\psi + B\dot{\phi}_1^2\sin\phi_1 + C\dot{\phi}_2^2\sin\phi_2, \quad (4.4)$$

В табл. 4.1 порівнюються одержані з використанням трьох методів дані про розміщення ТЦМ апарата. У першому методі визначено розміщення ТЦМ механічної системи, виконаної за маятниковим типом [4]. У другому методі визначено розміщення ТЦМ АКА на основі інформації, яка одержана у процесі аналізу системи керування зі зворотнім зв'язком балістичного типу [25]. У третьому методі визначено розміщення ТЦМ на основі інформації, яка одержана у процесі аналізу системи керування усталеним рухом апарата, використовуючи відомості про розподіл сил реакції опори (рівняння 4. 4).

Таблиця 4.1. Інформація про розміщення ТЦМ апарата, що одержана аналітичним способом, з використанням інерційних систем зворотнього зв'язку, і з дослідженням розподілу сил реакції опори

№	Положення ТЦМ АКА у сагітальній площині
---	---

	За результатами моделювання	За даними з інерційної системи зворотнього зв'язку	За даними про розподіл сил реакції опори
1	0	0	0
2	0.5593094375	0	0.8593
3	0.8567756567	0.8455	0.8593
4	1.667676546	1.0556	2.7421
5	2.7421928921	1.9555	2.7451
6	3.67566432	2.4426	2.7423
7	4.7421928921	3.2833	5.2741
8	5.2741538577	3.8337	5.2741
9	6.44822866	4.0483	7.4017

Закінчення таблиці 4.1

10	7.40176853	4.4377	7.4016
11	8.4615520103	4.7336	8.9615
12	9.558501543	5.2511	9.8353
13	9.8500192884	5.2422	9.8354
14	9.9100192884	5.3221	9.9540
15	9.945404456	5.5324	9.9540
16	9.4555919288	5.3453	9.3100
17	9.2150192884	5.4367	9.3100
18	9.2184	5.2184	9.3100
19	8.6100192884	5.3772	7.9522
20	7.5433876702	5.3856	7.9522
21	7.043005702	5.0642	7.9522
22	6.226702	4.3335	5.9847
23	5.3835521233	3.8073	5.9847
24	4.34345543	3.0556	5.9847
25	3.0145646	2.2776	3.5584
26	2.03001	1.4634	3.5584
27	1.03	0.5434	3.5584
28	0.55455545	0	3.5584
29	0	0	3.5584

Табл. 4.2. містить похибки обчислення розміщення ТЦМ апарата, які

одержані внаслідок застосування двох методів: маючи інерційну систему зворотнього зв'язку, і систему підтримки усталеного руху апарата із використанням розподілу сили реакції опори в якості критерію.

Таблиця 4.2. Похибка обчислення розміщення ТЦМ апарата по відношенню до її розміщення, яке отримано аналітичним шляхом

№	Розбіжність у визначенні положення ТЦМ АКА у сагітальній площині	
1	0.64446776	0.64446776
2	0.8593099073	0.3000004698
3	0.0138099073	0.0025342506
4	-0.1962900927	-0.8083666387
5	0.7866928921	-0.93066432

Закінчення таблиці 4.1

6	0.2995928921	-0.9334714279
7	-0.5411071079	-2
8	1.4404538577	0
9	1.2258538577	-1.1740748023
10	2.96406853	0
11	2.668168532	-1.0597834783
12	3.7108220103	-0.5965795327
13	4.5928041543	-0.0150151341
14	4.5129041543	-0.0750151341
15	4.4216795775	0.0086751215
16	4.6087795775	0.4984876487
17	3.8733192884	0.095
18	4.0916192884	0.0916192884
19	3.9328192884	0.7
20	2.5666005702	0.4088129
21	2.8880005702	0.9091948682
22	3.6187005702	1.7254985702
23	2.177421441	0.6011693177
24	2.929121441	1.641266011
25	3.707121441	2.970156841
26	2.095019914	1.528409914
27	3.015019914	2.528419914
28	3.558419914	3.003864464

29	3.558419914	3.558419914
----	-------------	-------------

Після аналізу інформації про відхилення розміщення ТЦМ апарата із табл. 4.2 виявлено, що при використанні методів, в яких досліджується розподіл сил реакції опори, значення середньої статистичної похибки при обчисленні розміщення ТЦМ складає -0.036 , а при використанні методів, в яких застосовуються принципи інерції, це значення складає -0.156 . Після обчислення встановлено, що відносна похибка методів, в яких застосовуються принципи інерції, при співставленні з методами, в яких досліджується розподіл сил реакції опори, складає 4.33 . Таким чином, при розгляді цих двох методів ефективність методу, в якому досліджується розподіл сил реакції опори складає 76% .

Після аналізу інформації із табл. 4.1 було виявлено, що коли ТЦМ апарата стає близьким до району з максимальним запасом стійкості, то в такому випадку чутливість зменшується як для першого, так і для другого методу. В даній області похибка для методу, де досліджується розподіл сил реакції опори, складає -0.096 , а для методу, де застосовуються принципи інерції, це значення сягає 0.41 . Коли ТЦМ апарата розміщується в районі межі з контуром його стопи, похибка для методу, де досліджується розподіл сил реакції опори, складає 0.979 , а для методу, де застосовуються принципи інерції, це значення сягає 0.51 . Середнє значення похибки позиціювання ТЦМ апарата для методу, де досліджується розподіл сил реакції опори, складає 0.038 , а для методу, де застосовуються принципи інерції, це значення сягає 0.053 . Отже, метод, де досліджується розподіл сил реакції опори, дає змогу розраховувати розміщення ТЦМ апарата з точністю, яка на 46% вища за точність методу, де застосовуються принципи інерції. Тому метод, де досліджується розподіл сил реакції опори, може бути використаний з вищою точністю для обчислення межі району розміщення ТЦМ, в якому АКА має максимальний запас стійкості.

Висновки до розділу

Підводячи підсумки, в даному розділі було виконано наступне:

1. Розроблено систему управління АКА, яка керує усталеним рухом апарата

на попередньо невідомій поверхні, зокрема обчислює вирішення задачі дотримання усталеного руху, а також повернення розміщення АКА, із максимальним запасом стійкості в процесі руху на попередньо невідомій поверхні. У процесі розробки використано стратегію підтримки усталеного руху та методи для побудови комп'ютерної моделі кінематичних зв'язків та динаміки апарата, внаслідок чого його усталений рух швидше повертається до вихідного стану, запас стійкості АКА на попередньо невідомій поверхні є максимальним.

2. Виконано дослідження ефективності роботи даної системи управління апарата на змодельованих ситуаціях, де застосовано основні причини відхилення АКА від усталеного руху, а саме: при виникненні зовнішніх факторів, які впливають на апарат, а також при встановленні початкових умов, за яких апарат падає.
3. У процесі аналізу ефективності роботи даної системи управління апарата на попередньо невідомій поверхні, що обчислює розміщення ТЦМ апарата, виявлено відсутність потреби у динамічній поведінці АКА, а тому даний метод управління усталеним рухом не потребує додаткового ініціювання розміщення апарата на початку. Виявлено, що запропонований метод має більшу чутливість до незначних відхилень кутового розміщення ланок АКА, на відміну класичних методів, які дозволяють визначити розміщення ТЦМ. За результатами виконаного дослідження встановлено, що при налаштуванні рівних умов використання даний метод обраховує розміщення ТЦМ апарата із на 76% більшою точністю, і тому система управління апарата володіє запасом стійкості, що на 46% більший аніж існуючі вже методи.

РОЗДІЛ 5. РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП-ПРОЕКТУ

5.1 Опис ідеї проекту

Таблиця 5.1. Опис ідеї стартап-проекту

Зміст ідеї	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Алгоритм процесу дотримання стійкості АКА на довільній поверхні	1. АКА, що спроектовані для реального фізичного середовища (наприклад, сфера соціального господарювання)	1. Стабільність ходи АКА
	2. Комп'ютерні моделі, що відтворюють антропоморфний рух людини	2. Можливість застосування на довільній поверхні

Таблиця 5.2. Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№	Техніко-економічні характеристики ідеї	(потенційні) товари/концепції конкурентів		W (слабка сторона)	N(нейтральна сторона)	S (сильна сторона)
		Мій проект	Аналоги			
1.	Гнучкість застосування	Можливість налаштувати параметри для конкретного АКА	Деякі програмне забезпечення проектується для конкретних моделей АКА			+
2.	Собівартість	Низька	Висока			+
3.	Складність у налаштуванні	Висока	Середня	+		
4.	Зручність використання	Висока	Середня			+

5.2 Технологічний аудит ідеї проекту

Таблиця 5.3. Технологічна здійсненність ідеї проекту

№	Ідея проекту	Технології її реалізації	Наявність технологій	Доступність технологій
1.	Математичне забезпечення	SimMechanics I-generation	Є у наявності	Безкоштовна, доступна
2.	Математичне забезпечення	Webots Simulation	Є у наявності	Платна, доступна
<i>Обрана технологія реалізації ідеї проекту: SimMechanics I-generation</i>				

5.3 Аналіз ринкових можливостей запуску стартап проекту

Таблиця 5.4. Попередня характеристика потенційного ринку стартап-проекту

№	Показники стану ринку (найменування)	Характеристика
1	Кількість головних гравців, од	3
2	Загальний обсяг продаж, грн/ум.од	4 670 000
3	Динаміка ринку (якісна оцінка)	Зростає
4	Наявність обмежень для входу (вказати характер обмежень)	Немає
5	Специфічні вимоги до стандартизації та сертифікації	Немає
6	Середня норма рентабельності в галузі, %	R = 20%

Таблиця 5.5. Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія (цільові сегменти ринку)	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1	Потреба у використанні в господарстві надійних АКА	Власники компаній зі сфери соціальної галузі господарства, які мають наміри застосовувати АКА	Різні умови експлуатації АКА	Рішення має бути гнучким у застосуванні та дозволяти АКА пересуватись на довільній поверхні

Таблиця 5.6. Фактори загроз

№	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1	Конкуренція	Поява більш швидкого та ефективного алгоритму дотримання усталеного руху	1. Передбачити можливість модифікації і оновлення власного продукту 2. Передбачити додаткові переваги власного алгоритму для того, щоб повідомити про них саме після появи більш ефективного рішення на ринку
2	Зміна потреб користувачів	Користувачам необхідний алгоритм для інших робототехнічних моделей	1. Передбачити можливість налаштування власного продукту

Таблиця 5.7. Фактори можливостей

№	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1.	Зростання можливостей потенційних покупців	Зростання фінансування у галузях соціального господарювання і робототехніки	Запропонувати свої послуги підприємствам
2.	Зниження довіри до конкурентів	У конкурентів нещодавно виявлено помилку, внаслідок чого виникла проблема у роботі апаратів	При виході на ринок звертати увагу покупців на надійність власного алгоритму

Таблиця 5.8. Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства (можливі дії компанії, щоб бути конкурентоспроможною)
1. Тип конкуренції: монополістична	Існує декілька фірм-конкурентів.	Підтримка якості і постійна оптимізація
2. За рівнем конкурентної боротьби: міжнародна	Фірми-конкуренти знаходяться в інших країнах.	Адаптація як для вітчизняних так і для зарубіжних клієнтів.

Закінчення таблиці 5.8

3. За галузевою ознакою: внутрішньогалузева	Алгоритм використовується лише всередині даної галузі.	Постійне вдосконалення
4. Конкуренція за видами товарів: товарно-видова	Види алгоритмів схожі	Створити рішення із урахуванням сильних і слабких сторін конкурентів
5. За характером конкурентних переваг: нецінова	Вдосконалення запчастин у роботів	Зниження ціни і підтримка якості
6. За інтенсивністю: марочна	Бренди існують і конкурують	PR, реклама, просування бренду

Таблиця 5.9. Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Постачальники	Клієнти	Товари-замінники
Складові аналізу	Softbank Robotics, Boston Dynamics, Honda	Наявність вже існуючих рішень	-	Контроль якості рішення	Поява ефективнішого рішення
Висновки	Доволі інтенсивна конкурентна боротьба з вже закріпившимися на ринку гравцями.	Є можливості виходу на ринок, але є і конкуренти. Строки – 8 місяців.	-	Клієнти диктують усі умови роботи на ринку.	Моніторинг сучасного стану галузі і постійне вдосконалення власного рішення

За результатами аналізу таблиці 5.9 було зроблено висновок про можливість роботи на ринку з огляду на конкурентну ситуацію. Також було зроблено висновок щодо характеристик, які повинен мати проект, щоб бути

конкурентноспроможним на ринку. Цей висновок був врахований при формулюванні переліку факторів конкурентноспроможності у наступному пункті.

Таблиця 5.10. Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1.	Гнучкість застосування	Можливість налаштувати параметри для конкретного АКА
2.	Ціна	Дане рішення не потребує використання додаткового обладнання та матеріалів

Таблиця 5.11. Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін

№	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг товарів-конкурентів у порівнянні						
			-3	-2	-1	0	+1	+2	+3
1.	Гнучкість застосування	15			+				
2.	Ціна	20	+						

Таблиця 5.12. SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: гнучкість застосування, ціна	Слабкі сторони: складність у налаштуванні
Можливості: зростання можливостей потенційних покупців, зниження довіри до конкурентів	Загрози: видавлення з ринку конкурентами, зміна потреб користувачів

Було розроблено альтернативи ринкової поведінки для виведення стартап-проекту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проекти конкурентів, що можуть бути виведені на ринок.

Таблиця 5.13. Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№	Альтернатива (орієнтовний комплекс заходів) ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1.	Розробка програмного продукту, PR, просування бренду	80%	10 місяців
2.	Розробка програмного продукту, безкоштовне розповсюдження	30%	8 місяців

Після аналізу було обрано альтернативу №1.

5.4 Розроблення ринкової стратегії стартап проекту

Таблиця 5.14. Вибір цільових груп потенційних споживачів

№	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи (сегменту)	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1.	Дослідницькі центри	Невисока	Невисока	Невисока	Середня
2.	Підприємства	Висока	Високий	Висока	Середня

Які цільові групи обрано: 2

Таблиця 5.15. Визначення базової стратегії розвитку

№	Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
1.	Розробка програмного продукту, PR, просування бренду	Ринкове позиціонування	Гнучкість у налаштуванні, зручність у використанні	Диференціації

Наступним кроком обрано стратегію конкурентної поведінки (таблиця 5.16).

Таблиця 5.16. Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

№	Чи є проект «першопрохідцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
1.	Ні	Забирати існуючих	Ні	Зайняття конкурентної ніші

5.17. Визначення стратегії позиціонування

№	Вимоги до товару цільової аудиторії	Базова стратегія розвитку	Ключові конкурентоспроможні позиції власного стартап-проекту	Вибір асоціацій, які мають сформувати комплексну позицію власного проекту (три ключових)
1.	Рішення має бути гнучким у застосуванні та дозволяти АКА пересуватись на довільній поверхні	Диференціації	Гнучкість у налаштуванні, зручність у використанні	Економічність, гнучкість у налаштуванні, легкість користування

Результатом виконання підрозділу стала узгоджена система рішень щодо ринкової поведінки стартап-компанії, яка визначає напрями роботи стартап-компанії на ринку.

5.5 Розроблення маркетингової програми стартап проекту

Таблиця 5.18. Визначення ключових переваг концепції потенційного

№	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами (існуючі або такі, що потрібно створити)
1.	Гнучкість застосування	Можливість налаштувати параметри для конкретного АКА	Переваги у гнучкості застосуванні
2.	Ціна	Невисока ціна	Користувачу не потрібно витратити велику суму грошей

Таблиця 5.19. Опис трьох рівнів моделі товару

Рівні товару	Сутність та складові		
I. Товар за задумом	Об'єкт дозволяє дотримуватися стійкості АКА у процесі руху.		
II. Товар у реальному виконанні	Властивості/характеристики	М/Нм	Вр/Тх /Гл/Е/Ор
	1. Якість	-	-
	2. Простота у використанні		
	3. Низька ціна		

Закінчення таблиці 5.19

II. Товар у реальному виконанні	Якість: згідно до стандарту ISO 4444 буде проведено тестування
	Пакування відсутнє.
	Марка (власна): RAlgorithmics
III. Товар із підкріпленням	До продажу: 1-місячна пробна безкоштовна версія та безкоштовне встановлення
	Після продажу: постійна підтримка користувачів
За рахунок чого потенційний товар буде захищено від копіювання: ноу-хау.	

Таблиця 5.20. Визначення меж встановлення ціни

№	Рівень цін на товари-замінники	Рівень цін на товари-аналоги	Рівень доходів цільової групи споживачів	Верхня та нижня межі встановлення ціни на товар/послугу
1.	3000	5000	500000	1500-2000

Таблиця 5.21. визначення оптимальної системи збуту

№	Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
1.	Одна одиниця на АКА	Продаж	Однорівнева	Власні сили та через посередників

Таблиця 5.22. Концепція маркетингових комунікацій

№	Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
1.	Клієнти обиратимуть надійніший товар	Соціальні мережі, електронна пошта, форуми і виставки.	Ціна, гнучкість застосування, зручність використання	Показати переваги продукту, у тому числі і перед конкурентами	Демо ролик із використанням, реклама.

5.6 Елементи фінансової підтримки стартапу та аналіз ризиків

Таблиця 5.23. Сукупні інвестиційні витрати на реалізацію стартап-проекту

№	Стаття витрат	Сукупні витрати, тис. грн.
1.	Загальні початкові витрати	320
1.1	Проведення пошукових і прикладних досліджень	5
1.2	Розробка проектних матеріалів і ТЕО	5
1.3	Робоче проектування і прив'язка проекту	10
1.4	Витрати на придбання обладнання та устаткування та пристроїв	80
1.5	Витрати на придбання нематеріальних активів	40
1.6	Витрати на утримання обладнання та приміщень	40
1.7	Витрати на передвиробничі маркетингові	50

	дослідження	
1.8	Витрати на створення збутової мережі	30
1.9	Витрати на просування та рекламу	30
1.10	Оплата юридичних послуг	30
2.	Витрати на матеріальні ресурси	0
2.1	матеріали	0
2.2	комплектуючі	0
2.3	сировина	0
3.	Витрати на оплату праці команди стартапу	180
	Разом:	500

Таблиця 5.24. Визначення основних фінансово-економічних показників проекту

№	Стаття витрат	Сукупні витрати, тис. грн.
1.	Обсяг виробництва продукції в натуральних показниках	1
2.	Собівартість одиниці продукції, тис. грн.	500
3.	Собівартість виробництва продукції, тис. грн. (3. = 1 · 2)	500
4.	Обсяг реалізації продукції в натуральних показниках	1000
5.	Ціна реалізації продукції без ПДВ, тис. грн.	1,5

Закінчення таблиці 5.24

6.	Виручка від реалізації продукції без ПДВ, тис. грн. (6 = 4 · 5)	1500
7.	Податок на додану вартість (ПДВ), тис. грн.	150
8.	Валовий прибуток (8. = 6 – 3)	1000
9.	Податок на прибуток	200
10.	Чистий прибуток (10. = 8 – 9)	800

Рентабельність продажів (або маржа прибутку) показує, скільки прибутку приносить кожна гривня з обсягу реалізації:

$$Rs = \frac{П}{B} \cdot 100\%$$

де Π – прибуток;

V – виручка від реалізації продукції.

$$R_s = 53,3\%$$

Період окупності проекту відображає час, який потрібен для того, щоб сума надходжень від реалізації проекту відшкодувала суму витрат на його впровадження:

$$PVP = \frac{\Pi}{ACI}$$

де PVP – період окупності інвестицій, роки;

Π – сума інвестиційних витрат, тис. грн.;

ACI – щорічні надходження (річний чистий прибуток), тис. грн.

$$PVP = 0.62 \text{ (7.4 місяців)}$$

Рентабельність довгострокових інвестицій – коефіцієнт повернення інвестицій, показник рентабельності вкладень, що у відсотковому співвідношенні демонструє прибутковість (у разі, коли його значення більше 100%) або збитковість (у разі, коли його значення менше 100%) інвестицій в проект. Якщо розрахований показник менший 100%, то інвестиційні вкладення не окупаються. Показник може бути розрахований за формулою:

$$ROI = \frac{D - C}{\Pi} \cdot 100\%$$

де D – дохід (виручка від реалізації продукції), тис. грн.;

C – повна собівартість, тис. грн.;

Π – сума інвестиційних витрат, тис. грн.

$$ROI = 60\%$$

Таблиця 5.25. Програма запобігання та реагування на ризики проекту

Ризики проекту	Заходи запобігання ризиків	Заходи реагування при виникненні ризиків
Вихід з ладу джерела зберігання даних	Збереження резервних копій файлів проекту, зокрема проектної документації, на різних серверах.	Отримання копії даних з інших серверів
Звільнення члена команди	Детальна декомпозиція завдань, щоб зробити кожне з них максимально простим та незалежним. Використання систем контролю версій	Продовження роботи без цієї людини

Висновки до розділу

Згідно до проведених досліджень існує можливість ринкової комерціалізації проекту. Також, варто відмітити, що існують перспективи впровадження з огляду на потенційні групи клієнтів, бар'єри входження не є високими, а проект має дві значні переваги перед конкурентами.

В рамках даного дослідження були розраховані основні фінансово-економічні показники проекту, а також проведений менеджмент потенційних ризиків. Проаналізувавши отримані результати, можна зробити висновок, що подальша імплементація є доцільною.

ВИСНОВКИ

У роботі отримано такі основні результати:

- Після виконаного дослідження літературних джерел означені головні характеристики побудови та методи керування АКА на попередньо невідомій поверхні, що засновані на пошуку ТЦМ та положенні точки нульового моменту. Після розгляду таких методів виявлені і охарактеризовані такі умови особливості поверхні, за яких усталений рух апарата втрачається.
- Після виконаного дослідження умов дотримання усталеного руху апарата на попередньо невідомій поверхні створено аналітичну і комп'ютерну моделі, які описують кінематичні зв'язки та динамічну поведінку АКА під час взаємодії з поверхнею. Ці моделі володіють достовірною за описаних умов оточення поведінкою, що досягається за рахунок застосування канонічних методів аналітичної динаміки, яке потрібно для формалізації апарата, та методів, які розглядають його взаємодію з поверхнею.
- Представлено стратегію по відновленню і підтримки усталеного руху апарата на попередньо невідомій поверхні за допомогою обчислення нинішнього і оптимального розміщення проекції ТЦМ, а також зведення їхньої розбіжності до мінімуму при зміні розміщення ТЦМ АКА. Це дає можливість відновлення усталеного руху апарата у випадку, де проекція його ТЦМ розміщується поза району контуру стопи АКА.
- Після виконаного дослідження стратегії керування усталеним рухом апарата і структур моделей АКА створені критерії підтримки усталеного руху АКА на попередньо невідомій поверхні, що засновані на спостереженні за розподілом сил реакції опори і визначають нинішнє розміщення проекції ТЦМ апарата незалежно від його динаміки. Встановлені критерії для опису запасу стійкості апарата на попередньо невідомій поверхні, які за особливостями розподілу сил реакції опори визначають максимально можливе відхилення ТЦМ апарата від його

нинішнього розміщення із точністю, що складає 1.27 мм, яка більша за існуючі методи на 76%.

- Спроектовано систему управління апарата, яка керує його усталеним рухом і дає можливість вказувати розміщення кутів кінематичних пар АКА згідно з розміщенням проекції його ТЦМ, що у свою чергу дає можливість збільшити запас стійкості при даному виді руху апарата на 46%.
- Створено алгоритмічне і програмне забезпечення системи, що керує усталеним рухом апарата на попередньо невідомій поверхні, що у свою чергу дає можливість практично реалізувати представлену стратегію керування.

Усі вищевказані результати дають можливість виконувати постановку і розв'язання актуальних задач комп'ютерної імітації, а також здійснювати фізичну реалізацію АКА.

Представлені аналітичні критерії і методи підтримки усталеного руху АКА дають можливість обчислювати кінематику і динаміку руху. Спроектовані методи можуть бути використані для створення систем, що керують усталеним рухом АКА. Для покращення нинішніх і створення нових дієвих систем, які виконують функції управління різного призначення, можуть бути застосовані розроблені математичні методи, які визначають найкраще розміщення ТЦМ АКА на ОП.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Бармак О. В., Ю. В. Крак, Г. М. Єфімов. "Інформаційна технологія розпізнавання емоційної міміки на обличчі людини." (2008).
2. Баскакова Н. В., Витензон А. С. Влияние темпа и длины шага на основные параметры ходьбы человека // Биомеханика. Рига: 1975. – С. 242–247.
3. Белецкий В. В. Двухногая ходьба: Модельные задачи динамики и управления. – Москва : Наука. – 1994. – 286 с.
4. Белецкий В. В. Регулярные и хаотические движения корпуса двухногоящего аппарата: препр./ АН СССР. Ин-т прикл. математики им. М. В. Келдыша. – Москва, 1990. – №52.– 30 с.
5. Белецкий В. В., Бербюк В. Е., Самсонов В. А. Параметрическая оптимизация движений двухногоящего аппарата // Изв. АН СССР, МТТ. – 1982. – №1. – С. 28–40.
6. Белецкий В. В. Двухногая ходьба: модельные задачи динамики и управления. – Москва : Наука, 1984. – 228с.
7. Бербюк В. Е, Демидюк М. В., Ивах Г. Ф. Задачи оптимизации конструкций и законов управления движением электромеханических манипуляторов // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. – 1987. – №3. – С. 113–123.
8. Бербюк В. Е., Демидюк М. В., Красюк Г. В., Ковалько М. Т., Качер В. С. Автоматизированный сбор, обработка и анализ биомеханических данных ходьбы человека // Вестник Харьковского государств. политехн. университета: Системный анализ, управление и информационные технологии. 1999. – Вып. 73.– С. 7–13.
9. Бербюк В. Є. Математичне моделювання ходи людини на підставі експериментальних даних / В. Є. Бербюк, М. В. Демидюк, Б. А. Литвин // 2000.
10. Бербюк В. Е. Динамика и оптимизация робототехнических систем. – Киев

: Наукова думка, 1989. – 187 с.

11. Бербюк В. Е., Нищенко Н. И. Энергетически-оптимальное управление движением человека в фазе опоры на протезированную ногу // Проблемы управления и информатики. – 1997. – №2. – С. 75–86.
12. Бербюк В. Є., Красюк Г. В., Ніщенко Н. І. Математичне моделювання динаміки ходи людини у сагітальній площині // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 1997. – Т. 40, №4. – С. 127–138.
13. Бербюк В. Є., Ніщенко Н. І. Математичне проектування енергетично-оптимальних протезів стегна // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 1998. – Т. 41, №3. – С. 110–117.
14. Бернштейн Н. А. О построении движений. – Москва, 1967.
15. Богданов В. А. Элементы биомеханики тела человека // Физиология движений. – Л.: Наука, 1976. – С. 5–37.
16. Богданов В. А., Гурфинкель В. С. Биомеханика локомоций человека // Физиология движений. – Л.: Наука, 1976. – С. 276–315.
17. Болотин Ю. В., Новожилов И. В. Управление походкой двуногого шагающего аппарата // Изв. АН СССР. МТТ. – 1977. – №3. – С. 47–52.
18. Бордюг Б. А., Ларин В. Б., Тимошенко А.Г. Задачи управления шагающими аппаратами. – Киев : Наукова думка, 1985. – 264 с.
19. Бордюг Б. А., Ларин В. Б. Моделирование движения электромеханического шагающего аппарата // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 4. – С. 115–119.
20. Брискин Е. С. О минимизации энергозатрат при движении шагающей машины с цикловыми движителями / Е. С. Брискин, Я.В. Калинин // 2009.
21. Блехерман М. Х. Оперативно-производственное планирование гибких производственных систем. - М.: Высш. шк., 1989. - 95 с.
22. Величенко В. В, Матрично-геометрические методы в механике с

приложениями к задачам робототехники, 1988

23. Витензон А. С. Динамические фазы цикла ходьбы // Биомеханика.– Рига, 1975. – С. 251–257.
24. Вукобратович М. Шагающие роботы и антропоморфные механизмы. – Москва : Мир, 1976. – 543 с.
25. Глушков В. Енциклопедія кібернетики – 1974.
26. Голубничий Н. И. Беседы по автоматике / Н. И. Голубничий, Г. Ф. Зайцев, М. А. Иващенко, П. И. Чумаков // Київ : “Техніка”, 1971. – 232 с.
27. Гриценко Г. П., Морейнис И. Ш. Энергетическая оценка ходьбы человека в норме и на протезах бедра // Биомеханика. Рига, 1975.– С. 228–232.
28. Гуменний Д. О. Адаптивна система автоматичного керування з дуальним спостерігачем та пам'яттю / Д. О. Гуменний, В. В. Курбанов // Київ : “Поліком”, 2010. – С. 78–85.
29. Девянин Е. А., Ленский А. В., Самсонов В. А. Задача управления движением шагающего аппарата // Биомеханика. Рига: 1975.– С. 640–643.
30. Донской Д. Д. Биомеханика. – Москва : Просвещение, 1975. – 239 с.
31. Довбня Н. М., Кондратьев А. Н., Юревич Е. И. Роботизированные технологические комплексы в ГПС. - Л.: Машиностроениеб, 1990. - 303 с.
32. Зайцев Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования. 2-е изд., перераб. и доп. / Г. Ф. Зайцев. Киев : Выща школа. Головное изд-во, 1988. – 431 с.
33. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій. Підручник. Сьоме видання, перероблене та доповнене – , 2006.
34. Иванов ГН, Тимошенко ЮН. Применение ипи-технологий для проектирования многофункциональных гибких производственных систем (гпс).

35. Кириченко Н. Ф., Сопронюк Ф. А. Кинематические и динамические модели мехатронных систем // Проблемы управления и информатики. – Киев. 1995, №6. – С. 116–127.
36. Кисленко Ю. И. Тактильное очувствление шагающего робота / Техническая кибернетика, 1991. – № 6. – С. 62–50.
37. Ковалев А. М. Нелинейные задачи управления и наблюдения в теории динамических систем. – Киев : Наукова думка, 1980.
38. Коровин Б. Г., Прокофьев Г. И., Рассудов Л. Н. Системы программного управления промышленными установками и робототехническими комплексами. - Л.: Энергоатомиздат, 1990. - 352 с.
39. Крак Ю. В. Координационный подход к организации движения манипуляционных роботов // Проблемы управления и информатики. – 1995. – № 4. – С. 120–128.
40. Красовский Н. Н. Теория управления движением. – Москва : Наука, 1968. – 478 с.
41. Лавровский Э. К. Динамика двуногой ходьбы при больших скоростях движения // Изв. АН СССР. МТТ.– 1980.– №4.– С. 50–58.
42. Ларин В. Б. Управление шагающими аппаратами. – Киев : Наукова думка, 1980. – 168с.
43. Ларин В. Б. Управление статически неустойчивыми шагающими аппаратами // Прикл. механика. – 2000.– Т. 36, №6.– С. 37–66.
44. Ларин В. Б. Задачи управления шагающими машинами // Прикл. механика.– 1993. Т. 29, №10.– С. 123–129.
45. Ларин В. Б., Матияевич В. М. К вопросу построения модели прыгающего аппарата // Прикл. механика.– 2002. – Т. 38, №10. – С. 130–137.
46. Маркеев А. П. Теоретическая механика. – Москва : Наука, 1990. – 416 с.
47. Мину М. Математическое программирование. Теория и алгоритмы: Пер. с

фр.– Москва : Наука, 1990.– 488 с.

48. Морейнис И. Ш., Гриценко Г. П., Левит С. Г. Биомеханический анализ ходьбы в норме и на протезах // Протезирование и протезостроение. Москва : ЦНИИПП, 1971, вып. 26. – С. 7–16.
49. Морейнис И. Ш., Славущий Я. Л., Курильская Н. А. и др. Математическое моделирование ходьбы и электромиография // Протезирование и протезостроение. – Москва : ЦНИИПП, 1969, вып.22. – С. 109–118.
50. Новожилов И. В. Управление ногой шагающего аппарата в фазе опоры / Биомеханика. Рига, 1975, С. 634–639.
51. Охоцимский Д. Е., Голубев Ю. Ф. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата.– Москва : Наука, 1984.– 312 с.
52. Питкин М. Р. Кинематический и динамический анализ ходьбы человека / Биомеханика. Рига, 1975, С. 279–282.
53. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. – Москва : Наука, 1976. – 392 с.
54. Попов Е. П., Теория нелинейных систем автоматического регулирования управления – , 1979.
55. Пшеничный Б. Н., Данилин Ю. М. Численные методы в экстремальных задачах. – Москва : Наука, 1975. – 320 с.
56. Скворцов Д. В. Клинический анализ движений. Анализ походки. – Иваново : Издательство НППЦ “Стимул”, 1996. – 344 с.
57. Скопецкий В. В., Стоян В. А., Кривонос Ю. Г., Математичне моделювання прямих та обернених задач динаміки систем з розподіленими параметрами. – Київ : Наукова думка, 2002.– 361 с.

ДОДАТКИ