

М. Ф. ТЕРЕЩЕНКО, Г. С. ТИМЧИК  
І. О. ЯКОВЕНКО

# БІОФІЗИКА



Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря  
Сікорського»

**М. Ф. Терещенко, Г. С. Тимчик,  
І. О. Яковенко**

# **БІОФІЗИКА**

**ПРАКТИКУМ**

*Затверджено Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
Як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за  
спеціальностями «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані  
технології», «Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка»*

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2019

УДК 577.3 (075.8)

Т35

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 9 від 30.05.2019 р.)*

**Рецензенти:**

*А. Г. Мисюра, доктор біол. наук*

Інститут прикладних проблем фізики та біофізики НАН України.

*Ю. Ф. Тесик, доктор техн. наук*

Інститут електродинаміки НАН України

**Біофізика. Практикум/ М. Ф. Терещенко, Г. С. Тимчик, І.О. Яковенко** - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2019. – 288 с.

**ISBN 978-966-622-952-9**

В навчальному посібнику приведено практичні роботи в задачах з дисципліни «Біофізика» і короткі відомості, формули та рівняння з фізичних, фізико-хімічних, фізіологічних процесів в біологічному середовищі. Надано контрольні запитання, тести для вивчення та засвоєння основних розділів курсу, самоконтролю та самостійної роботи. Приведено довідковий матеріал для розв'язання задач і розуміння процесів в живому організмі та систематизовано матеріали з реакції біологічного об'єкта на фізичні поля та сигнали.

Навчальний посібник розраховано на студентів та аспірантів вищих навчальних закладів з інженерно-медичного та біологічного напрямків підготовки, а також наукових та інженерно-технічних працівників, фахівців медичного приладобудування та фізіотерапії.

УДК 577.3 (075.8)

© М. Ф. Терещенко, Г. С. Тимчик,  
І. О. Яковенко, 2019

© КПІ ім. Ігоря Сікорського (ПБФ), 2019

**ISBN 978-966-622-952-9**

## ПЕРЕДМОВА

Біофізика це дисципліна, що досліджує живі тканини та організми, з точки зору, фізичних та біологічних закономірностей, що протікають на атомно-молекулярному, клітинно-тканинному, органолептичному та біосферних рівнях середовищ всесвіту. Фізика, пояснює будову, склад, властивості речовин, енергій та полів їх градієнти в часі та просторі. Тоді, як біофізика характеризує процеси біосередовища.

Важливим етапом в вивченні положень біофізики є отримання навиків розв'язання практичних задач, засвоєння методології підходів для знаходження правильних шляхів, пошуку вірних рішень. Вирішенню цих завдань і присвячені розділи даного навчального посібника.

Навчальний матеріал представлено в чотирьох розділах. Структура кожного розділу включає подачу та пояснення основних законів, формул та рівнянь з фізичних закономірностей предметного розділу, приклади розв'язання конкретних завдань та задач, задачі для самостійного виконання, контрольні питання та тести.

В першому розділі розглянуті положення біомеханіки та біоакустики. В другому розділі – гемодинаміка, термодинаміка та біофізика мембран. Третій розділ присвячений електро- та магнітодинамічним процесам в біологічному середовищі. В четвертому розділі приведено закономірності квантової біофізики та процеси взаємодії полів (сигналів) з біологічним середовищем. Розглянуто оптичні, іонізуючі та теплові випромінювання людини, моделі взаємодії біологічної тканини з навколишнім середовищем.

Приведено варіанти контрольних завдань, які входять до ректорського контролю та питання екзаменаційних білетів.

В додатках розміщено основні довідкові дані, параметри і закономірності та базові формули фізики та біофізики.

## ЗМІСТ

<b>Розділ 1. БІОМЕХАНІКА І БІОАКУСТИКА.....</b>	<b>8</b>
1.1. Механіка.....	8
<i>Вирішення типових задач.....</i>	<i>14</i>
<i>Завдання для самостійної роботи.....</i>	<i>17</i>
1.2. Біомеханічні особливості людини.....	19
<i>Вирішення типових задач.....</i>	<i>23</i>
<i>Завдання для самостійної роботи.....</i>	<i>25</i>
1.3. Біофізика м'язового скорочення та основні характеристики роботи м'язів.....	28
<i>Вирішення типових задач.....</i>	<i>31</i>
<i>Завдання для самостійної роботи.....</i>	<i>34</i>
1.4. Механічні коливання.....	39
<i>Вирішення типових задач.....</i>	<i>46</i>
<i>Завдання для самостійної роботи.....</i>	<i>49</i>
1.5. Звукові хвилі.....	53
<i>Приклади вирішення задач.....</i>	<i>57</i>
<i>Завдання для самостійної роботи.....</i>	<i>61</i>
1.6. Ультразвукові та інфразвукові коливання.....	70
<i>Приклади вирішення задач.....</i>	<i>75</i>
<i>Завдання для самостійної роботи.....</i>	<i>78</i>
<b>ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ.....</b>	<b>84</b>
<b>Розділ 2. ГЕМОДИНАМІКА. ТЕРМОДИНАМІКА, ТЕОРІЯ БІОЛОГІЧНИХ МЕМБРАН.....</b>	<b>91</b>
2.1. Біофізика системи кровообігу.....	91

2.1.1. Гемодинаміка та реологія .....	91
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	99
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	104
2.2. Основні положення реорганізації крові та гемодинаміки.....	107
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	111
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	113
2.3. Термодинаміка і біологічні процеси.....	115
<i>Вирішення типових задач</i> .....	121
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	128
2.4. Особливості біологічних мембран. Обмін енергії та речовин в мембранах .....	132
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	136
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	138
2.5. Обмін енергії та речовин в мембранах. Транспорт крізь біологічні мембрани речовин .....	139
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	145
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	150
ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ.....	155
<b>Розділ 3. ЕЛЕКТРО І МАГНІТОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В БІОЛОГІЧНІЙ ПРИРОДІ .....</b>	<b>172</b>
3.1. Електродинамічні явища в біофізиці.....	172
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	177
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	178
3.2. Електромагнітні коливання .....	179

<i>Приклади вирішення задач</i> .....	181
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	183
3.3. Магнітобіологія. Фізичні основи реографії .....	189
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	191
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	191
ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ.....	192
<b>Розділ 4. КВАНТОВА БІОФІЗИКА. ФІЗИЧНІ ПОЛЯ І</b>	
<b>ВИПРОМІНЮВАННЯ</b> .....	201
4.1. АТОМНА ФІЗИКА ТА КВАНТОВА МЕХАНІКА. ЛАЗЕРИ І	
РАДІОСПЕКТРОСКОПІЯ.....	201
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	208
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	213
4.2. БІОФІЗИКА ЗОРУ.....	217
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	222
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	226
4.3. ІОНІЗУЮЧЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ. ВЛАСНІ ФІЗИЧНІ	
ПОЛЯ.....	227
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	229
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	231
4.4. ФІЗИЧНІ ФАКТОРИ І ЇХ ДІЯ НА БІОЛОГІЧНІ	
ОРГАНІЗМИ.....	232
<i>Приклади вирішення задач</i> .....	236
<i>Завдання для самостійної роботи</i> .....	237
ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ.....	238

ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ..	253
ПЕРЕЛІК КОНТРОЛЬНИХ ПИТАНЬ.....	272
ЛІТЕРАТУРА.....	276
ДОДАТКИ.....	280
Додаток.1. Приставки для позначення похідних одиниць метричних систем, кратних і дольних головній одиниці.....	280
Додаток 2. Грецький і латинський алфавіт.....	280
Додаток 3. Фундаментальні фізико-хімічні сталі.....	281
Додаток 4. Фізичні властивості деяких твердих та в'язко-пружних речовини.....	284
Додаток 5. Довідникові данні.....	284
Додаток 6. Коефіцієнт загасання ультразвуку на частоті вимірювання.....	285
Додаток 7. Одиниці виміру і розмірності фізичних величин.....	285
Додаток 8. Математичні сталі.....	286
Додаток 9. Густина і швидкість звуку для деяких речовин і тканин.....	286
Додаток 10. Параметри пружності біологічних тканин під час розтягування .....	287
Додаток 11. Види електромагнітного випромінювання та дія на людину.....	288



## РОЗДІЛ 1. БІОМЕХАНІКА І БІОАКУСТИКА

*Біомеханіка є одним із розділів біофізики, в якому вивчають механічні властивості живих організмів, органів і тканин та механічні явища, що протікають з цими організмами, та і з окремими його органами.*

*Біоакустика це акустика живих об'єктів, їх органів та тканин і біосередовищ. Сучасна акустика включає: **фізична акустика** – вивчає закономірності пружних коливань в різних середовищах, **фізіологічна акустика**, що вивчає будову і роботу звукосприймаючих і звукотворних органів у людини і тварин, та ін. Частіше акустику розглядають як науку про звуки, коливання і хвилі в різних середовищах, що сприймається людським вухом (частоти від 16 до 20 000 Гц).*

### Тема 1.1. МЕХАНІКА

#### 1. Рівняння лінійної

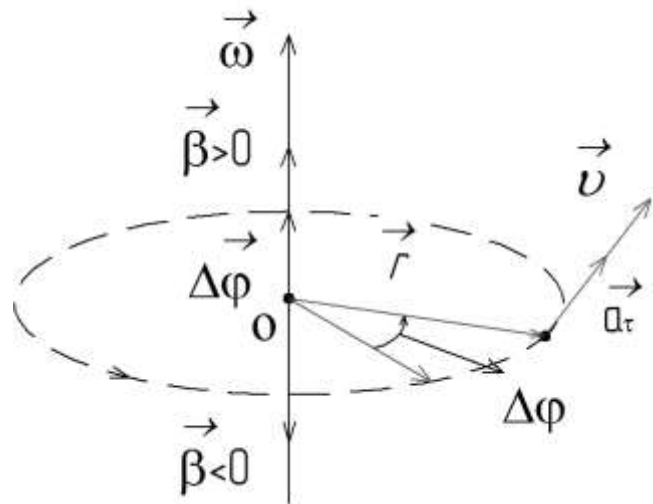
**швидкості:**

$$v = R \cdot \omega$$

де  $\omega$  - кутова швидкість;

$R$  - радіус кривизни

траєкторії.



#### 2. Відстань від вісі обертання

$$r = R \cdot \varphi$$

де  $\varphi$  - куту повороту.

**3. Рівняння тангенціального прискорення:**

$$a_{\tau} = \varepsilon \cdot R$$

де  $\varepsilon$  - модуль кутового прискорення.

**4. Рівняння доцентрового прискорення:**

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \omega \cdot v$$

де  $\omega$  - кутова швидкість.

**5. Рівняння значення куту повороту:**

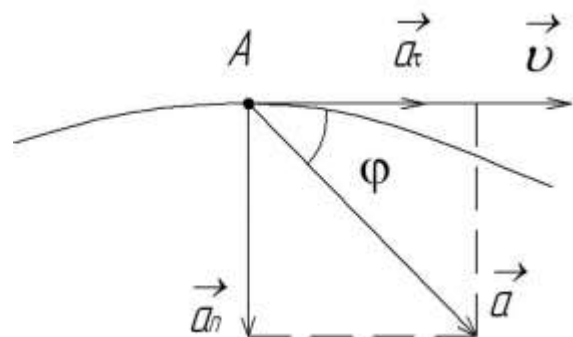
$$\varphi = 2 \cdot \pi \cdot n$$

де  $n$  - кількість обертів.

**6. Рівняння модуля вектора повного прискорення:**

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_{\tau}^2}$$

де  $a_n$  - доцентрове або нормальне прискорення;  
 $a_{\tau}$  - тангенціальне прискорення.



<p><b>7. Рівномірний обертальний рух, що виконується з постійною кутовою швидкістю описується рівнянням:</b></p>	<p><b>Рівнозмінний обертальний рух, що виконується з постійним кутовим прискоренням описується рівнянням:</b></p>
$\begin{aligned} \varepsilon &= 0, \\ \omega &= \text{const}, \\ \varphi &= \varphi_0 + \omega \cdot t, \end{aligned}$ <p><math>\varphi_0</math> - початкова значення кута повороту (при <math>t=0</math>);  <math>\varepsilon</math> - кутове прискорення.</p>	$\begin{aligned} \varepsilon &= \text{const}, \\ \omega &= \omega_0 + \varepsilon \cdot t, \\ \varphi &= \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}, \end{aligned}$ <p><math>\omega_0</math> - початкова кутова швидкість (при <math>t=0</math>);  <math>\varepsilon</math> - кутове прискорення.</p>

**8. Рівняння вектора моменту сили чи обертальний момент:**

$$\vec{M} = [\vec{r} \cdot \vec{F}]$$

де  $r$  - відстань від вісі обертання.

**9. Рівняння моменту сили в скалярній формі:**

$$M = r \cdot F \cdot \sin \alpha$$

де  $\alpha$  - кут між векторами  $\vec{r}$  і  $\vec{F}$ .

Якщо  $\vec{r}$  і  $\vec{F}$  взаємно перпендикулярні, то  $\sin \alpha = 1$  і  $M = r \cdot F$ .

**10. З рівняння динаміки руху твердих тіл виходить:**

$$M = I \cdot \varepsilon$$

де  $I = mr^2$  - момент інерції,  $m$  - маса точкового тіла.

**11. Рівняння моменту інерції однорідних тіл правильної форми відносно вісі, що проходить через центр мас:**

1) кулі радіусом  $R$ :

$$I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$$

2) циліндра з внутрішнім  $r$  і зовнішнім  $R$  радіусами (вісь обертання співпадає з геометричною віссю циліндра) радіусами:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (r^2 + R^2)$$

3) тонкостінного циліндра ( $R \approx r$ )

$$I = m \cdot r^2$$

4) суцільного однорідного циліндра ( $r=0$ ):

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$$

5) тонкого стержня довжиною  $l$  (вісі обертання проходить перпендикулярно стержню через його середину):

$$I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$$

**12. Рівняння кінетичної енергії при обертальному русі:**

$$E_{\text{кін}} = \frac{I \cdot \omega^2}{2}$$

**13. Рівняння кінетичної енергії тіла, що здійснює одночасно поступальні і обертальні рухи, дорівнює арифметичній сумі енергій обох типів руху:**

$$E_{\text{кін}} = \frac{m \cdot v^2 + I \cdot \omega^2}{2}$$

**14. Рівняння другого закону Ньютона:**

$$F_n = m \cdot a_n = m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Згідно третього закону Ньютона, при взаємодії двох тіл сили, що діють на них, рівні по значенню модулю і протилежно направлені.

$$\vec{M}_{12} = -\vec{M}_{21}$$

де  $M_{12}, M_{12}$  - магніти сил чи обертальні моменти.

**Дію сили та її протидія на матеріальну точку у взаємозв'язку називають центробіжною силою.** Така сила, діюча на деякий малий об'єм  $V$  рідини зі сторони навколишньої рідини, дорівнює:

$$F = \rho \cdot \omega^2 \cdot R \cdot V = \rho \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot d^3 \cdot \omega^2 \cdot R$$

де  $\rho$  - густина рідини;  $\omega$  - кутова швидкість обертання;  $R$  - відстань від частинки до вісі обертання,  $d$  - діаметр.

**Так, як густина рідини відрізняється від густини частинок  $\rho_1 < \rho_2$ , то  $F_1 < F_2$ , тоді частинка руху від вісі обертання під дією сили виходить:**

$$F = F_2 - F_1 = (\rho_2 - \rho_1) \omega^2 R V$$

де  $V$  - об'єм,  $\rho$  - густина рідини,  $\omega$  - кутова швидкість обертання;  $R$  - відстань від частинки до вісі обертання.

**15. Рівняння незатухаючих гармонічних коливань:**

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$$

де  $A$  - амплітуда коливань,  $\varphi_0$  - початкова фаза,  $t$  - момент часу,  $\omega$  - кутова швидкість обертання.

**16. Рівняння кругової, або циклічної, частоти:**

$$\nu = 2 \cdot \pi \cdot \nu = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

де  $T$  - період коливань.

**17. Рівняння максимальної сили, що діє на точку:**

$$F_{\max} = m \cdot A \cdot \omega^2$$

де  $\omega^2 = \frac{k}{m}$ ,  $k$  - коефіцієнт квадратичної сили чи жорсткості,

$A$  - амплітуда коливань.

**18. Рівняння повної енергії гармонічних коливань дорівнює:**

$$E = \frac{m \cdot \nu^2 + k \cdot x^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot A^2 \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2$$

де  $x$  - зміщення,  $m$  - маса точкового тіла,  $k$  - коефіцієнт квадратичної сили чи жорсткості,  $\omega$  - кутова швидкість обертання;  $\nu$  - лінійна швидкість;  $A$  - амплітуда коливань.

**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Металевий диск радіусом  $R = 0,2$  м обертається згідно закону  $\varphi = A + Bt + Ct^2$  де  $B = 16$  рад/с;  $C = 2$  рад/с<sup>2</sup>. Визначте лінійну швидкість  $V$  точок на торці диску в кінці третьої секунди після початку обертання.

**Дано:**

$$R = 0,2 \text{ м}$$

$$\varphi = A + Bt + Ct^2$$

$$B = 16 \text{ рад/с};$$

$$C = 2 \text{ рад/с}^2$$

**Знайти**

$V$ -?

**Розв'язок:** Рівномірний обертовий рух

$$\text{описується } \omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t;$$

де  $\varepsilon = \text{const}$ ,

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}; \quad V = R \cdot \omega;$$

$$\text{тоді } B = \omega_0 = 14 \text{ рад/с}, \quad C = 2 \text{ рад/с}^2,$$

$$\varepsilon = 4 \text{ рад/с}^2$$

$$\text{Отримуємо } \omega = 16 + 4 \cdot 3 = 16 + 12 = 28;$$

$$V = 0,2 \cdot 28 = 5,6 \text{ м/с}.$$

**Відповідь:** Лінійна швидкість точок на торці диску в кінці третьої секунди після початку обертання буде дорівнювати  $V = 5,6$  м/с.

**ЗАДАЧА 2.** Дві точки, відстань між якими  $\Delta x = 1$  м, лежать на прямій, вздовж якої поширюється хвиля зі швидкістю  $V = 200$  м/с. Період коливань  $T = 0,04$  с. Знайдіть різницю фаз  $\Delta\varphi$  коливань цих двох точок.

**Дано:**

$$\Delta x = 1 \text{ м}$$

$$T = 0,04 \text{ с}$$

$$V = 200 \text{ м/с}$$

**Знайти:**

$\Delta\varphi$  - ?

**Розв'язок:**  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2,$

$$\varphi_1 = 2\pi\nu e - \frac{2\pi\nu x}{v},$$

$$\varphi_2 = 2\pi\nu e - \frac{2\pi\nu(x + \Delta x)}{v};$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\nu\Delta x}{v} = \frac{2\pi \cdot 25 \cdot 1}{200} = \frac{\pi}{4}$$

**Відповідь:** Різниця фаз коливань двох точок складає  $\Delta\varphi = \pi/4$ .

**ЗАДАЧА 3.** Однорідний колісний диск радіусом  $R = 40$  см і масою  $m = 1$  кг обертається згідно закону  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , де  $C = 3$  рад/с<sup>2</sup>. Знайдіть дотичну силу  $F$ , прикладену до його торця.

**Дано:**

$$R = 40 \text{ см}$$

$$\varphi = A + Bt + Ct^2$$

$$m = 1 \text{ кг}$$

$$C = 3 \text{ рад/с}^2$$

**Знайти:**

$F$  - ?

**Розв'язок:** Так як на диск діє дотична сила, плече сили співпадає з радіусом диска, момент сили дорівнює:

$$M = F \cdot R$$

Із рівняння динаміки руху твердого тіла:

$$M = I \cdot \varepsilon;$$

$$\varepsilon = 2 \cdot C = 3 \text{ рад/с}^2.$$

Момент інерції диска відносно осі:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$$

$$F = \frac{I \cdot \varepsilon}{R} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R \cdot \varepsilon = 0,5 \cdot 1 \cdot 0,4 \cdot 6 = 1,2 \text{ Н}$$

**Відповідь:** Дотична сила дорівнює  $F = 1,2$  Н.



**ЗАДАЧА 4.** Формені елементи плазми крові вивільняють в центрифугі. Знайдіть діючу на лейкоцити силу, якщо кутова швидкість ротора  $2\pi \cdot 10^3$  рад/с, його радіус 0,2 м, щільність лейкоцитів  $1200 \text{ кг/м}^3$ , радіус лейкоцита 0,7 мкм.

*Дано:*

$$\omega = 2\pi \cdot 10^3 \text{ рад/с}$$

$$R = 0,2 \text{ м}$$

$$\rho = 1200 \text{ кг/м}^3$$

$$r = 0,7 \text{ мкм}$$

*Знайти:*

$F$  -?

**Розв'язок:** Запишемо рівняння другого закону Ньютона

$$F_0 = m_0 \omega^2 R = \rho_0 V \omega^2 R = \rho_0 \frac{1}{6} \pi d^3 \omega^2 R;$$

$$F_1 = m_1 \omega^2 R = \rho_1 V \omega^2 R;$$

Так як  $\rho_1 > \rho_2$ , то  $F_1 > F_2$ , тоді частинка руху від вісі обертання під дією сили:

$$F = F_1 - F_0 = 1.1326918 \cdot 10^{-9} \text{ Н} .$$

**Відповідь:** Дотична сила дорівнює  $F = 1.13 \text{ нН}$ .

**ЗАДАЧА 5.** Рівняння незатухаючих коливань має вигляд:  $x = 10 \cdot \cos 2\pi t$ , де  $[x] = \text{см}$ . Визначте прискорення частинки, що знаходиться на відстані 100 м від джерела хвилі, в момент часу 1 с після початку розповсюдження. Швидкість хвилі  $V = 300 \text{ м/с}$ .

**Дано:**

$$x = 10 \cdot \cos 2\pi t$$

$$x = 100 \text{ м}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$V = 300 \text{ м/с}$$

**Розв'язок:**

$$x = A \cos 2\pi \left( t - \frac{x}{v} \right),$$

$$a(t) = A^2 \omega^2 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$a(t) = 100 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 3,14^2 \cdot \cos 0,667 = 3,94 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \approx$$

$$\approx 4 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

**Знайти:**

$a - ?$

**Відповідь:** Прискорення частинки  $a = 4 \text{ м/с}^2$ .

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Колесо обертається з постійним кутовим прискоренням. Знайдіть радіус колеса, якщо відомо, що до кінця десятого обороту після початку обертання його обід обертається зі швидкістю 4,48 м/с, при цьому тангенціальне прискорення 0,2 м/с<sup>2</sup>.

**ЗАВДАННЯ 2.** Частинка рухається по колу радіусом 0,1 м з постійним кутовим прискорення 1 рад/с<sup>2</sup>. Знайдіть повне прискорення частинки до кінця другої секунди після початку обертання.

**ЗАВДАННЯ 3.** Пігулка круглої форми масою 0,1 г котиться зі швидкістю 0,25 м/с. Знайдіть її кінетичну енергію.

**ЗАВДАННЯ 4.** Складіть рівняння гармонійного коливання з амплітудою 10 см, періодом 2 с і початковою фазою  $\varphi_0 = \pi/4$ .

**ЗАВДАННЯ 5.** Ядро масою 1 г здійснює гармонійні коливання за законом  $x = 3\cos((\pi/4)\cdot t + \pi/3)$  см. Знайдіть максимальну силу  $F_{\max}$ , що діє на ядро.

**ЗАВДАННЯ 6.** Ядро масою 10 г здійснює гармонійні коливання за  $x = 5\cos((\pi/4)\cdot t + \pi/3)$  см. Знайдіть повну енергію ядра, яка коливається.

**ЗАВДАННЯ 7.** Кругла куля, що знаходиться від джерела хвилі на відстані  $x = \lambda/4$ , здійснює коливання з амплітудою 2 см. Визначте її зміщення від положення рівноваги в момент  $T/2$  часу. Початкова фаза дорівнює нулю.

**ЗАВДАННЯ 8.** Дві невагомні малі круглі кулі, відстань між якими  $\Delta x = 0,5$  м, лежать на прямій, вздовж якої поширюється хвиля зі швидкістю 100 м/с. Період коливань 0,02 с. Знайдіть різницю фаз  $\Delta\varphi$  коливань цих двох куль (точок).

## Тема 1.2. БІОМЕХАНІЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ЛЮДИНИ

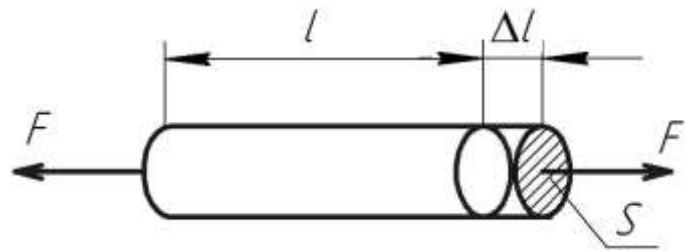
### 1. Відносна деформація:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{l_1 - l}{l},$$

де  $l$  - початкова

довжина зразка, [м];  $l_1$  - його кінцева довжина, [м];

$\Delta l = l_1 - l$  - абсолютна деформація, [м].



### 2. Механічне напруження, [Н/м<sup>2</sup>] або [Па]:

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

де  $F$  - сила, що діє на зразок, [Н];  $S$  - значення площі перерізу для досліджуваного зразка, [м<sup>2</sup>].

### 3. Закон Гука

$$F = -k\Delta l,$$

де  $k$  - коефіцієнт жорсткості, [Н/м];  $F$  - сила пружності, [Н];

$\Delta l$  - абсолютна деформація, [м].

### 4. Коефіцієнт жорсткості, [Н/м]:

$$k = \frac{E \cdot S}{L},$$

де  $S$  - площа поперечного перерізу, [м<sup>2</sup>];  $l$  - довжина тіла до деформації, [м];  $E$  - модуль Юнга, [Па].

**5. Потенційна енергія пружно-деформованого тіла, [Дж]:**

$$E = \frac{k(\Delta l)^2}{2},$$

де  $k$  – коефіцієнт жорсткості, [Н/м];  $\Delta l$  – абсолютна деформація, [м].

**6. Напруження**

- в пружному середовищі (закон Гука), [Па]:

$$\sigma_n = \varepsilon E,$$

де  $\varepsilon$  – відносна деформація;  $E$  – модуль пружності, або модуль Юнга, [Па].

- у в'язкому середовищі  $\sigma_v$ , [Па]:

$$\sigma_v = \eta \frac{d\varepsilon}{dt},$$

де  $\eta$  – в'язкість середовища, [Па·с];

$t$  – час процесу, [с];

$\frac{d\varepsilon}{dt}$  – швидкість деформування за часом, [ $\frac{1}{c}$ ].

**7. Модуль пружності під час деформації згинання, [Па]:**

$$E = \frac{FL^3}{4da^3\varepsilon},$$

де  $L$  – довжина тіла, [м];  $\varepsilon$  – величина зрізу середини тіла при деформації, [м];  $a$  – товщина тіла, [м];  $b$  – ширина тіла, [м];  $F$  – значення зовнішньої сили, [Н].

**8. Напруження, що діє по довжині кровоносної судини у стінках чи циліндричних витягнутих клітин, [Па]:**

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{P \cdot R}{2h},$$

де  $P$  – внутрішній гідростатичний тиск у судині, [Па];

$R$  – внутрішній радіус, [м];  $h$  – товщина стінок судини, [м].

**9. Рівняння Лам'є. Величина тангенціального напруження, що діє на стінки судин, [Па]:**

$$\sigma_{\text{т}} = \frac{P \cdot R}{h},$$

де  $P$  – внутрішній гідростатичний тиск у судині, [Па];

$R$  – внутрішній радіус, [м];  $h$  – товщина стінок судини, [м].

**10. Значення тангенціального напруження, яке діє на стінки сферичних клітин, [Па]:**

$$\sigma_{\text{т}} = \frac{P \cdot R}{R + h},$$

де  $P$  – внутрішній гідростатичний тиск у судині, [Па];

$R$  – внутрішній радіус, [м];  $h$  – товщина стінок судини, [м].

**11. Формула Моенса-Кортевега, швидкість поширення пульсової хвилі, [м/с]:**

$$v = \sqrt{\frac{E \cdot h}{\rho \cdot D}},$$

де  $E$  – модуль пружності стінки судини, [Па];  $h$  – товщина стінки судини, [м];  $\rho$  – густина крові, [кг/м<sup>3</sup>];  $D$  – діаметр судини, [м].

**12. Швидкість пульсової хвилі вздовж артерії, [м/с]:**

$$v = \sqrt{\frac{E}{3\rho} \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^2 \right]},$$

де  $\rho$  – значення густини крові, [кг/м<sup>3</sup>];  $E$  – модуль пружності стінки судини, [Па];  $d$  – внутрішній діаметр судини, [м];  $D$  – зовнішній діаметр судини, [м].

**13. Величина напруження у в'язко-пружному середовищі, [Па]:**

$$\sigma = \varepsilon E + \eta \frac{d\varepsilon}{dt},$$

**14. Модель Кельвіна-Фойгта, встановлює закономірності деформації для в'язко-пружного середовища від часу**

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

де  $\tau = \eta \cdot E$  – час релаксації деформації, [с].

**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Для в'язко-пружного середовища визначити відносну деформацію за три хвилини скелетного м'язу, при модулі пружності м'язу  $E = 1,2$  МПа, площа поперечного перерізу  $S = 0,8 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>, а навантаження на м'яз  $F = 6,3$  Н. В'язкість речовини м'язу взяти  $\eta = 0,125$  Па·с.

**Дано:**

$$E = 1,2 \text{ МПа} =$$

$$= 1,2 \cdot 10^6 \text{ Па},$$

$$S = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$\eta = 0,125 \text{ Па} \cdot \text{с},$$

$$F = 6,3 \text{ Н},$$

$$t = 3 \text{ хв} = 180 \text{ с}.$$

**Розв'язок:**

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \text{ де } \tau = \frac{\eta}{E},$$

механічне напруження, що виникає

$$\sigma = \frac{F}{S},$$

$$\varepsilon(t) = \frac{F}{SE} \left( 1 - e^{-\frac{Et}{\eta}} \right),$$

**Знайти:**

$\varepsilon$ -?

$$\varepsilon = \frac{6,3 \text{ Н}}{0,8 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 1,2 \cdot 10^6 \text{ Па}} \left( 1 - e^{-\frac{-1,2 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 180 \text{ с}}{0,125 \text{ Па} \cdot \text{с}}} \right) = 6,56$$

**Відповідь:** Відносна деформація дорівнює 6,56 %

**ЗАДАЧА 2.** Визначити межі міцності кістки при діаметрі 42 мм і товщиною 5 мм для руйнування якої необхідна сила 400 кН.



**Дано:**

$$D = 42 \text{ мм}$$

$$h = 5 \text{ мм,}$$

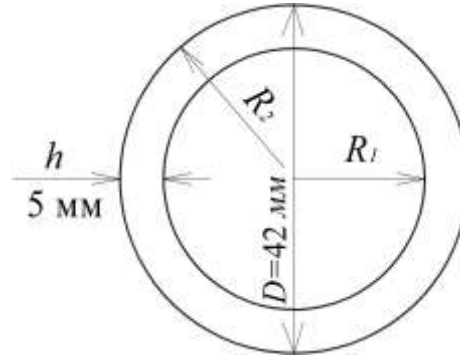
$$F = 400 \text{ кН.}$$

**Знайти:**

$$\sigma \text{ -?}$$

**Розв'язок:** механічне напруження, що

$$\text{виникає } \sigma = \frac{F}{S},$$



$$\text{Тоді } R_1 = \frac{D-2h}{2}, \quad R_2 = \frac{D}{2},$$

$$S_k = S_2 - S_1, \text{ де } S = \pi R^2, \quad \text{тоді}$$

$$S_k = \pi(R_2^2 - R_1^2).$$

$$S_k = \pi\left(\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D-2h}{2}\right)^2\right) = \pi h(D-h).$$

$$\sigma = \frac{F}{\pi h(D-h)},$$

$$\sigma = \frac{4 \cdot 10^5 \text{ Н}}{3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}(42 \cdot 10^{-3} \text{ м} - 5 \cdot 10^{-3} \text{ м})} = 4,2 \text{ МПа.}$$

**Відповідь:** Межа міцності кістки дорівнює 4,2 МПа.

**ЗАДАЧА 3.** Встановити значення абсолютного подовження для сухожилля довжиною 5 мм та площею перерізу  $1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$ , що винакає при дії сили 410 Н. Модуль пружності сухожилля взяти за  $10^9 \text{ Па}$ . Вважати сухожилля абсолютно пружним тілом.

**Дано:**

$$l = 5 \text{ мм} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м},$$

$$S = 1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2,$$

$$F = 410 \text{ Н}$$

$$E = 10^9 \text{ Па}$$

**Знайти:**

$\Delta l$ -?

**Розв'язок:** Запишемо закон Гука в пружному середовищі  $\sigma = \varepsilon E$ , та механічне

$$\text{напруження } \sigma = \frac{F}{S},$$

Відносна деформація  $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ . Звідси

$$\frac{F}{S} = \frac{\Delta l}{l} E, \Rightarrow \Delta l = \frac{lF}{SE}$$

$$\Delta l = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot 410 \text{ Н}}{1 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 10^9 \text{ Па}} = 2,05 \text{ мм},$$

**Відповідь:** Абсолютне подовження сухожилля становить 2,05 мм.

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Значення модуля пружності для протоплазмових ниток, що отримані шляхом витягуванням протоплазми з клітини мікроголоками, становить 5 кПа при кімнатній температурі. Знайти напруження розтягування, яке не перевищує 10 % від початкової довжини. Прийняти нитку заабсолютно пружне тіло.

**ЗАВДАННЯ 2.** Визначити абсолютну деформацію  $\Delta l$  сухожилля довжиною  $l = 5$  см і діаметром  $D = 2$  мм під дією сили  $F = 62,8$  Н. Модуль пружності сухожилля дорівнює  $E = 2 \cdot 10^9$  Па.

**ЗАВДАННЯ 3.** Обрахувати для кравецького м'яза жаби модуль пружності при зростанні напруження від 5 кПа до 60 кПа його довжина збільшилася від 0,02 м до 0,05 м.

**ЗАВДАННЯ 4.** Встановіть зміну значення модуля пружності для стегнової кістки людини при напруженні 4 Па відносна деформація становить 0,02, а при збільшенні напруження до 10 Па вона дорівнює 0,05.

**ЗАВДАННЯ 5.** М'язове волокно довжиною 5 см та діаметром 5 мм під впливом навантаження 49 Н збільшився на 4 мм. Визначити модуль пружності м'язового волокна.

**ЗАВДАННЯ 6.** Знайти у скільки разів відносно подовження еластину в порівнянні з колагеном, за однакових напружень враховуючи, що модуль пружності колагену більше 100 МПа, а еластину - 1 МПа?

**ЗАВДАННЯ 7.** Яку силу треба прикласти для порушення цілісності стегнової кістки при стисканні, коли її діаметр 18 мм і товщина стінок 2,5 мм, при межах міцності кістки  $1,4 \cdot 10^8$  Па?

**ЗАВДАННЯ 8.** Визначити площу поперечного перерізу кістки при модулі її пружності  $23 \cdot 10^9$  Па, якщо при навантаженні на

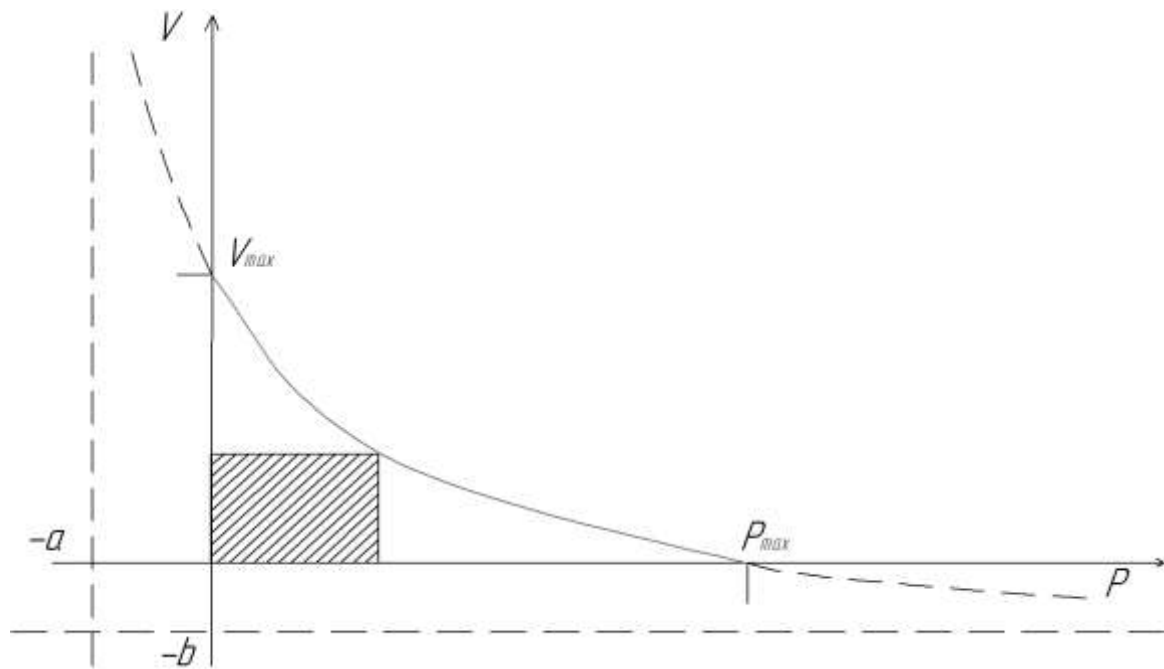
стегнову кістку 1800 Н в час стискання виникає відносна деформація  $3 \cdot 10^{-4}$ .

**ЗАВДАННЯ 9.** При межі міцності кістки 90 МПа і модулі Юнга 9 ГПа визначити відносне подовження при якому відбудеться руйнування кістки.

**ЗАВДАННЯ 10.** Визначити значення потенціальної енергії віднесеної до одиниці об'єму кістки, коли кістка стиснена напруженням  $3 \cdot 10^9$  Па. Модуль пружності кісткової тканини взяти  $22,5 \cdot 10^9$  Па.

**ЗАВДАННЯ 11.** Обрахувати механічне напруження стегнової кістки спортсмена вагою 90 кг при піднятті штанги, що на 30 кг більше за його власну вагу. Діаметр стегнової кістки 32 мм, товщина стінок дорівнює 3 мм, а межа міцності стегнової кістки становить  $108 \text{ Н/м}^2$ . Яке максимальне навантаження може витримати кістка?

**Тема 1.3. БІОФІЗИКА М'ЯЗОВОГО СКОРОЧЕННЯ ТА  
ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОБОТИ М'ЯЗІВ**



**1. Рівняння Хілла** зв'язує між собою силу і швидкість скорочення м'язів, та має вигляд:

$$(P + a) \cdot (V + b) = (P_0 + a) \cdot b = a \cdot (V_{max} + b)$$

де  $P$  - м'язова сила або навантаження, що прикладається до м'язу (зовнішня сила, яка діє на м'яз), [Н];  $P_0$  - максимальне значення ізометричної сили при тетанічному роздратуванні всього м'язу;  $V$  - швидкість скорочення м'язу при навантаженні  $P$ , [мм/с];  $a$  і  $b$  - константи, відповідно розмірність яких [Н] та [мм/с].

$$(P + a)(V + b) = const,$$

Швидкість укорочення м'яза тим більша, чим менше навантаження.

$$P = 0 \text{ при } V = \max: (P + a)(V + b) = a(V_{\max} + b),$$

$$P = P_{\max} \text{ при } V = 0: (P + a)(V + b) = (P_{\max} + a)b,$$

$$\frac{a}{b} = \frac{P_{\max}}{V_{\max}}$$

### 2. Максимальна швидкість скорочення $V_{\max}$ , [мм/с]

$$V_{\max} = b \cdot \frac{P_0}{a}$$

при умові зміни навантаження в діапазоні (0,25 - 0,4)  $P_0$

### 3. Розрахунок значення константи $b$ для рівняння Хілла:

$$b = \frac{V \cdot (P + a)}{P_0 - P}.$$

### 4. Швидкість скорочення м'яза, [м/с]:

$$v = \frac{(F_0 - F)b}{F + a}.$$

### 5. При скороченні м'яз виконує роботу, [Дж]

$$A = P \cdot V \cdot t,$$

Коефіцієнт корисної дії м'язу (ККД) розраховується

$$\eta = \frac{A}{A + Q} = (PV / N_{\text{заг}}) \times 100\%$$

$PV = N_{\text{кор}}$  – корисне значення потужності

$\eta$  зберігає постійне значення біля 40% в діапазоні  $(0,2 - 0,8)P_0$

**6. Потенціальна енергія тіла в полі сили тяжіння або робота сили тяжіння.**

$$A = m \cdot g \cdot h$$

де  $m$  – маса тіла, [кг];  $h$  – висота з якої рухається тіло, [м];

$g$  – прискорення вільного падіння, [м/с<sup>2</sup>].

Або роботу можна записати

$$A = \frac{Q \cdot \eta}{100\%}$$

**7. Для переведення з градусів Цельсія в Кельвіни використовується формула:**

$$T = t + 273,7$$

**8. Теплопродукція чи кількість теплоти, [Дж]**

$$Q = \frac{A \cdot (1 - \eta)}{\eta}$$

**9. Корисна потужність, [Вт]**

$$N_{\text{кор}} = P \cdot V$$

**10. Максимальна загальна потужність, [Вт]**

$$N_{\text{заг}}^{\text{max}} = b \cdot P_0$$

Загальна потужність  $N_{\text{заг}}^{\text{max}}$ , що розвивається м'язом визначається швидкістю виконання м'язом роботи і теплотою, що виділилась при ній

$$N_{\text{заг}} = P_v + \frac{dQ}{dt}$$

З рівняння Хілла можна визначити загальну потужність:

$$N_{\text{заг}} = (P + a) \cdot b = b \cdot (P_0 - P)$$

**11. Коефіцієнт корисної дії можна записати у вигляді:**

$$\eta = \frac{A}{A + Q} = \frac{P_v}{N_{\text{заг}}}$$

де  $A$  – робота, [Дж];  $Q$  – теплопродукція, [Дж];  $N_{\text{заг}}$  – загальна потужність, що розвиває м'яз, [Вт];  $N_{\text{кор}}$  – корисна потужність, [Вт].

### ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА 1.** М'язове волокно скорочується зі швидкістю 3 мм/с та розвиває загальну потужність 2,7 мВт. Значення навантаження в ізометричному режимі скорочення становить 0,8 Н для цього м'яза, константа  $b = 23$  мм/с. Розрахувати роботу, м'язу за час 0,5 с.



**Дано:**

$$v = 3 \text{ мм/с},$$

$$N_{\text{заг}} = 2,7 \text{ мВт},$$

$$F_0 = 0,8 \text{ Н},$$

$$b = 23 \text{ мм/с},$$

$$t = 0,25 \text{ с}.$$

**Знайти:**

$$A - ?$$

**Розв'язок:**

Загальна потужність

$$N_{\text{заг}} = (F_0 - F)b,$$

$$A = Fx, \quad x = vt, \quad F = \frac{A}{vt}.$$

$$N_{\text{заг}} = (F_0 - \frac{A}{vt})b$$

$$A = (F_0 - \frac{N_{\text{заг}}}{b})vt,$$

$$A = (0,8\text{Н} - \frac{2,7 \cdot 10^{-3} \text{Вт} \cdot \text{с}}{23 \cdot 10^{-3} \text{м}}) \cdot 3 \cdot 10^{-3} \text{м/с} \cdot 0,25\text{с} =$$

$$= 0,50125 \text{ мДж},$$

**Відповідь:** Робота, яку виконує м'яз дорівнює 0,5 мДж.

**ЗАДАЧА 2.** Обчисліть значення констант  $a$  і  $b$  для м'яза жаби, де в результаті експерименту було визначено, що навантаження в ізометричному режимі скорочення дорівнювало 0,65 Н, максимальна швидкість скорочення 50 мм/с, а при навантаженні 0,3 Н швидкість скорочення склала 10 мм/с даної м'язи.

**Дано:**

$$P_0 = 0,65 \text{ Н}$$

$$V_{\max} = 50 \text{ мм/с}$$

$$P = 0,3 \text{ Н};$$

$$V = 10 \text{ мм/с}$$

**Знайти:**

$a, b$  -?

**Розв'язок:**

Напишемо рівняння Хілла:

$$(P + a) \cdot (V + b) = (P_0 + a) \cdot b = a \cdot (V_{\max} + b)$$

З останнього рівняння знайдемо  $V_{\max}$ :

$$V_{\max} = b \cdot \frac{P_0}{a}$$

Та виразимо константу  $b$ :

$$b = \frac{V_{\max} \cdot a}{P_0}$$

Також з першого рівняння також знайдемо константу  $b$ :

$$b = \frac{V \cdot (P + a)}{P_0 - P}$$

тоді

$$\frac{V \cdot (P + a)}{P_0 - P} = \frac{V_{\max} \cdot a}{P_0}$$

константа  $a$  дорівнює

$$a = 0.175 \text{ Н} \approx 0.18 \text{ Н}$$

Підставимо значення константи  $a$  в рівняння

$$b = \frac{v_{\max} \cdot a}{P_0}$$

Отримаємо

$$b = 0.0136 \frac{\text{М}}{\text{с}} \approx 13,6 \frac{\text{мм}}{\text{с}}$$

**Відповідь:** Для даного м'язу значення констант буде дорівнювати  $a = 0.18 \text{ Н}$ ,  $b = 13.6 \text{ мм/с}$ .

**ЗАДАЧА 3.** Визначити значення максимальної маси вантажу, що може підняти м'яз на висоту до 1 м при енергії 1 кДж? ККД м'язу 30%.

**Дано:**

$$h = 1 \text{ м}$$

$$Q = 1 \text{ кДж}$$

$$\eta = 30 \%$$

**Знайти:**

$$m - ?$$

**Розв'язок:** Запишемо роботу, яку виконує м'яз піднімаючи вантаж  $A = m \cdot g \cdot h$ ;

$$A = \frac{Q \cdot \eta}{100\%};$$

$$\text{Тоді } m \cdot g \cdot h = \frac{Q \cdot \eta}{100\%}; m = \frac{Q \cdot \eta}{100\% \cdot g \cdot h};$$

$$m = \frac{1000 \cdot 30\%}{100\% \cdot 1 \cdot 9.8} = 30,6 \text{ кг.}$$

**Відповідь:** Максимальний вантаж становить 30,6 кг

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Знайти температура м'язу за умови, що він працює в режимі теплової машини з ККД 40% при температурі оточуючого середовища 20 °С?

**ЗАВДАННЯ 2.** М'яз піднімає вантаж, в ізотонічному режимі, масою 100 г на висоту 10 см. Визначіть теплопродукцію м'язу, якщо його ККД 40%?

**ЗАВДАННЯ 3.** За рахунок витрачання енергії 1 кДж, яке значення максимального вантажу може підняти м'яз на висоту 1 м? ККД м'язу 30 %.

**ЗАВДАННЯ 4.** Обчисліть корисну потужність, що розвивається м'язом при скороченні м'язу за час 0,2 с виділенням теплоти 5,5 кДж якщо його ККД 45%.

**ЗАВДАННЯ 5.** М'яз, що розвиває максимальну загальна потужність 10 Вт, а навантаження при скорочення становить 300 Н, в ізометричному режимі. Обчисліть загальну потужність м'яза при навантаженні в 180 Н.

**ЗАВДАННЯ 6.** На м'язі жаби було визначено, що навантаження в ізометричному режимі скорочення дорівнювало 0,65 Н, максимальна швидкість скорочення 50 мм/с, а при навантаженні 0,3 Н швидкість скорочення склала 10 мм/с. Обчисліть значення констант  $a$  і  $b$  для даного м'язу.

**ЗАВДАННЯ 7.** Для деяких м'язів при навантаженні 0,3 Н швидкість скорочення складає 24 мм/с. Значення навантаження м'язу в ізометричному режимі скорочення дорівнює 1,1 Н і відома константа 0,2 Н. Знайдіть максимальну швидкість скорочення?

**ЗАВДАННЯ 8.** М'яз скорочується зі швидкістю 6 мм/с та розвиває загальну потужність 2,7 мВт. Значення навантаження м'язу в ізометричному режимі скорочення для складає 0,8 Н, та відома константа 23 мм/с. Яку роботу виконує м'яз за 0,5 с.

**ЗАВДАННЯ 9.** Значення модуля пружності протоплазмових ниток, що отримується витягуванням протоплазми з клітин мікроголками становить 9 кПа при кімнатній температурі. Знайти напруження, що виникає в нитках за час розтягування, в межах 20 % їх початкової довжини. Нитка є абсолютно пружним тілом.

**ЗАВДАННЯ 10.** Визначити абсолютну деформацію сухожилля довжиною 5 см і діаметром 4 мм під дією сили 31,4 Н. Модуль пружності сухожилля дорівнює  $2 \cdot 10^9$  Па.

**ЗАВДАННЯ 11.** Обрахувати модуль пружності для кравецького м'яза жаби при зростанні прикладеного до м'яза напруження з 10 кПа до 40 кПа, а його довжина змінюється від 32 мм до 34 мм.

**ЗАВДАННЯ 12.** М'яз має довжину 10 см та діаметр 1 см і під дією навантаження 49 Н збільшується на 7 мм. Визначити модуль пружності м'язової тканини.

**ЗАВДАННЯ 13.** Встановіть в скільки разів більше відносне подовження еластину, ніж колагену, при однакових

напруженнях коли модуль пружності колагену при 100 МПа, а еластину 1 МПа?

**ЗАВДАННЯ 14.** М'яз піднімає вантаж в ізотонічному режимі масою 100 г на висоту 20 см. Визначте теплопродукцію м'яза коли коефіцієнт корисної дії становить 40 %.

**ЗАВДАННЯ 15.** При скороченні м'яза було виділено 5,5 кДж тепла за час 0,3 с. Знайти корисну потужність, розвинену м'язом, якщо його ККД 45 %.

**ЗАВДАННЯ 16.** Максимальна загальна потужність, розвинена м'язом, становить 10 Вт, а навантаження скорочення становить 300 Н, в ізометричному режимі. Знайти корисну потужність м'яза  $N_{кор}$  при навантаженні 180 Н.

**ЗАВДАННЯ 17.** У фазі ізотонічного скорочення теплоту, що виділяється м'язом, розподіляють на дві складові: теплоту скорочення (утворюється лише при скороченні м'яза) і теплоту активації (в ізотермічних процесах, що приводять м'яз до активації). Обрахуйте теплоту активації м'яза при перерізі  $1,2 \text{ см}^2$  та швидкості скорочення 3 см/с при його скороченні на довжину  $1 \text{ см}^2$  та навантаженні 100 Н, при якому виділяється

енергія 0,005 Дж на площу 1 мм<sup>2</sup> поперечного перерізу. Час скорочення 0,4 с, а ККД м'яза 40 %.

**ЗАВДАННЯ 18.** У лабораторних умовах вивчають енергетику скелетного м'яза жаби. В ізотонічному режимі піднімається вантаж до висоти 10 см, і виділяється теплота 48 мДж. Визначити масу вантажу, якщо ККД м'яза дорівнює 40 %.

**ЗАВДАННЯ 19.** За допомогою даних таблиці (Параметри пружності біологічних тканин під час розтягування) розрахувати напруження (МПа), яке необхідне для розтягування компактної речовини нігтів, стегнової кістки, шкіри, нервів та судин коронарних артерій до значення відносної деформації 0,01. При розв'язуванні вважати деформації – малими, а ці біологічні матеріали еластичними (за законом Гука).

**ЗАВДАННЯ 20.** За допомогою даних таблиці «Параметри пружності біологічних тканин під час розтягування» (див.додаток) визначити значення відносної деформацію компактної речовини шкіри обличчя, стегнової кістки, нервів, нігтів, коронарних артерій, якщо ці матеріали отримують напруження 0,5 МПа. Ці біологічні матеріали еластичні (за законом Гука), а їх деформації – малі.

**Тема 1.4. МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ ТА ХВИЛІ**

**1. Частота коливань  $\nu$ , [Гц]** характеризується кількістю коливань за одиницю часу:

$$\nu = \frac{n}{t},$$

де  $n$  – кількість однакових подій за одиницю часу  $t$ , [с].

*Зв'язок частоти та періоду коливань*

$$\nu = \frac{1}{T}$$

де  $\nu$  – частота коливань, [Гц];  $T$  – період коливань, [с].

**2. Циклічна частота коливання, [рад/с]:**

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

де  $k$  – коефіцієнт пружності, або жорсткості, [Н/м];

$m$  – маса тіла, що коливається, [кг].

*Зв'язок періоду коливань та циклічної частоти*

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

де  $\omega_0$  – циклічна частота коливання, [рад/с].

**3. Рівняння амплітуди коливань:**

$$A = A_0 \cdot e^{-\Delta t/T}$$



4. Рівняння часу амплітуди коливань маятника:

$$t = T \cdot \frac{\ln 2}{\lambda}$$

5. Рівняння періодичних коливань для простих коливальних систем, [с]:

1) математичного маятника:

$$T = \frac{2 \cdot \pi}{\omega} = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

де  $l$  – довжина маятника;  $g$  – прискорення вільного падання.

2) пружного маятника:

$$T = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

де  $k$  – жорсткість пружини.

3) фізичного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgh}}$$

де  $m$  – маса тіла, що коливається, [кг];  $h$  – відстань між центром ваги та віссю підвісу, [м],  $g$  – стала вільного падіння, [м/с<sup>2</sup>],  $J$  – момент інерції фізичного маятника відносно осі, [кг·м<sup>2</sup>].

6. Рівняння довжини хвилі:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu}$$

де  $v$  - фазова швидкість хвилі,  $T$  - період коливань, [с];

$\nu$  - частота, [Гц].

### 7. Різниця фаз коливань, [рад]:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda},$$

де  $\lambda$  - довжина хвилі, [м];  $\Delta x$  - відстань між двома точками середовища чи різниця ходу, [м].

### 8. Рівняння плоскої монохроматичної хвилі:

$$x = A \cdot \sin(\omega \cdot t).$$

### 9. Рівняння плоских монохроматичних хвиль:

$$S(x, t) = A \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0\right) = A \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0\right),$$

де  $S$  - зміщення частинок з координатної  $x$  від положення рівноваги в момент часу  $t$ ;  $x$  - відстань від джерела коливань.

### 10. Диференціальне рівняння незагасальних коливань:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0,$$

де  $x$  - зміщення від положення рівноваги точки, що коливається, [м];  $t$  - час, [с];  $\omega_0$  - циклічна (колова) частота коливання, [рад/с].

**11. Рівняння (закон) гармонічних вільних коливань**

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

де  $x$  - координата точки, що коливається, [м], на момент часу  $t$ , [с];  $A$  - амплітуда коливань, [м];  $\varphi = \omega_0 t + \varphi_0$  - фаза коливань, [рад];  $\varphi_0$  - початкова фаза коливань, [рад];  $\omega_0$  - циклічна частота коливання, [рад/с].

**12. Швидкість тіла, що здійснює гармонічні коливання, [м/с]:**

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = -v_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

де  $v_m = A\omega_0$  - амплітуда швидкості, [м/с].

**13. Прискорення тіла, що здійснює гармонічні коливання, [м/с<sup>2</sup>]:**

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = -a_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

де  $a_m = A\omega_0^2$  - амплітуда прискорення, [м/с<sup>2</sup>].

**14. Диференціальне рівняння загасальних коливань**

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0,$$

де  $x$  - величина зміщення від положення рівноваги коливальної точки, [м];  $\omega_0$  - циклічна частота системи власних коливань при відсутності тертя, [рад/с];  $t$  - час, [с]

$$2\beta = r/m,$$

де  $\beta$  – коефіцієнт загасання, [с<sup>-1</sup>];  $r$  – значення коефіцієнту опору (залежить від форми, розмірів тіла та властивостей середовища).

**15. Розв'язок рівняння загасальних коливань:**

а) якщо  $\omega_0^2 - \beta^2 > 0$ , тоді

$$x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

де  $A_0$  – амплітуда коливань на момент часу  $t = 0$ , [м],  
 $\varphi_0$  – початкова фаза коливань, [рад];  $x$  – координата точки, що коливається, [м], в момент часу  $t$ , [с];  $t$  – час, [с];  
 $\omega$  – циклічна частота загасальних коливань, [рад/с].

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Амплітуда загасальних коливань на момент часу  $t$ , [м]:

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

де  $\beta$  – коефіцієнт загасання, [с<sup>-1</sup>];  $A_0$  – амплітуда коливань на момент часу  $t = 0$ , [м];  $t$  – час, [с];

б) якщо  $\omega_0^2 < \beta^2$ , тоді запас його механічної енергії до моменту повернення тіла у положення рівноваги майже все тратиться на сили тертя. Тоді тіло перестає рухатись, і коливання не виникають.

**16. Енергія тіла, що зжійснює гармонічні коливання, [Дж]:**

- Кінетична енергія тіла:  $E_k = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$
- Потенційна енергія тіла:  $E_p = \frac{kA^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$
- Повна енергія тіла:  $E = E_k + E_p = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}$

**17. Логарифмічний декремент загасання:**

$$\lambda = \beta T$$

де  $\beta$  – коефіцієнт загасання, [с<sup>-1</sup>];  $T$  – період коливань, [с].

**18. Диференціальне рівняння вимушених коливань**

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos(\omega_b t),$$

де  $\omega_0$  – циклічна частота системи власних коливань при відсутності тертя, [рад/с];  $x$  – зміщення від положення рівноваги точки, що коливається, [м];  $t$  – час, [с];  $\beta$  – коефіцієнт загасання, [с<sup>-1</sup>];  $\omega_b$  – циклічна частота сили, що вимушує коливання, [рад/с];  $f_0 = F_0/m$ , де  $F_0$  – амплітуда діючої сили, що викликає коливання, [Н].

**19. Рівняння закону вимушених коливань**

$$x(t) = A \cos(\omega_b t + \varphi_b),$$

де  $\varphi_b$  – різниця фаз між силою  $F_b$  і зміщенням  $x$ ;  
 $A$  – амплітуда встановлених вимушених коливань, [м];

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_g^2) + 4\beta^2 \omega_g^2}}.$$

**20. Резонансна циклічна частота, [рад/с]:**

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

**21. Максимум амплітуди вимушених коливань, [м]:**

$$A_{рез} = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

**22. Рівняння механічної хвилі**

$$S = A \cos \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right],$$

де  $\omega$  – циклічна частота коливання, [рад/с];  $x$  – відстань до джерела коливання, [м];  $A$  – амплітуда коливань, [м];  $v$  – швидкість поширення хвилі, [м/с];  $t$  – час, [с];

$\varphi = \omega \left( t - \frac{x}{v} \right)$  – фаза коливання, [рад].

**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Джерело звукової хвилі коливається за законом  $S_0 = 5 \sin(3140t)$ . Визначити зміщення від положення рівноваги, швидкість та прискорення точки, що знаходиться на відстані 340 м від джерела через час 1 с після початку коливання. Швидкість поширення хвилі 340 м/с.

**Дано:**

$$S_0 = 5 \sin(3140t)$$

$$x = 340 \text{ м}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$v_0 = 340 \text{ м/с.}$$

**Розв'язок:**

$$S = A \sin \left[ \omega \left( t - \frac{x}{v} \right) \right]$$

$$S = 5 \sin \left[ 3140 \left( t - \frac{340}{340} \right) \right] = 5 \sin [3140(t - 1)]$$

$$v = \frac{dS}{dt} = 5 \cdot 3140 \cdot \cos(3140(t - 1)),$$

$$a = \frac{dv}{dt} = -5 \cdot 3140^2 \cdot \sin(3140(t - 1)),$$

Тоді при  $t = 1$  с маємо

$$S = 5 \sin [3140(1 - 1)] = 0 \text{ м}$$

$$v = 5 \cdot 3140 \cdot \cos(3140(1 - 1)) = 15700 \text{ м/с}$$

$$a = -5 \cdot 3140^2 \times \sin(3140(1 - 1)) = 0 \text{ м/с}^2$$

**Відповідь:**  $S = 0$  м;  $v = 15\,700$  м/с;  $a = 0$  м/с<sup>2</sup>.

**ЗАДАЧА 2.** За який час амплітуда коливань маятника зменшиться в 2 рази, якщо його довжина 1 м, а логарифмічний декремент загасання математичного маятника становить 0,093.

**Дано:**

$$\lambda = 0,093$$

$$n = 2$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$A = A_0/2$$

**Знайти:**

$$t - ?$$

**Розв'язок:**

$$\text{Амплітуда коливань маятника } A = A_0 \cdot e^{-\Delta t/T},$$

$$\text{Період коливань } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

$$A = A_0/2,$$

$$A_0 / 2 = A_0 \cdot e^{-\Delta t/T}$$

$$t = T \frac{\ln 2}{\lambda} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \frac{\ln 2}{\lambda} = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{1}{9,8}} \cdot \frac{\ln 2}{0,093} =$$

$$= 14,8 \text{ с}$$

**Відповідь:** Час становить 14,8 с.

**ЗАДАЧА 3.** Обрахувати різницю фаз в пульсовій хвилі для двох точок артерії, що розташовані на відстані 20 см одна від одної. Швидкість поширення пульсової хвилі взяти 10 м/с, а параметри коливання серця є гармонічними зі значенням частотою 1,2 Гц.



<p><b>Дано:</b></p> $\Delta x = 20 \text{ см} = 20 \times 10^{-2} \text{ м},$ $v = 10 \text{ м/с},$ $\nu = 1,2 \text{ Гц}.$	<p><b>Розв'язок:</b></p> $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{v}{\nu} \text{ тоді}$ $\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta x\nu}{v},$
<p><b>Знайти:</b></p> $\Delta\varphi - ?$	$\Delta\varphi = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 1,2}{10} = 0,15 \text{ рад.}$

**Відповідь:** різниця фаз становить 0,15 рад.

**ЗАДАЧА 4.** Диференціальне рівняння гармонічних коливань

має вигляд  $0,2 \frac{d^2x}{dt^2} + 0,8x = 0$  Знайти період та частоту цих

КОЛИВАНЬ.

<p><b>Дано:</b></p> $0,2 \frac{d^2x}{dt^2} + 0,8x = 0$	<p><b>Розв'язок:</b></p> $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0; \quad 0,2 \frac{d^2x}{dt^2} + 0,8x = 0$ <p>або <math>\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0</math></p> <p>Звідки <math>\omega_0^2 = 4, \Rightarrow \omega_0 = 2 \text{ рад/с}</math></p> <p>Період коливань <math>T = \frac{2\pi}{\omega_0}, \quad T = \frac{2 \times 3,14}{2} = 3,14 \text{ с},</math></p> <p>Частота коливань <math>\nu = \frac{1}{T}, \quad \nu = \frac{1}{3,14} = 0,32 \text{ Гц}</math></p>
<p><b>Знайти:</b></p> $T - ?$ $\nu - ?$	

**Відповідь:** Частота коливань становить 0,32 Гц а період 3,14 с.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** В людини серце періодично скорочується. Так в ембріона людини виконує 1 скорочення за секунду, в новонароджених дітей – 140 скорочень за хвилину, а в дорослої людини – 70 скорочень за хвилину. Знайти кількість скорочень серця за 50 років та частоту скорочень в середньому за життя людини.

**ЗАВДАННЯ 2.** Диференціальне рівняння вимушених коливань

має вигляд  $0,5 \frac{d^2x}{dt^2} + 0,6 \frac{dx}{dt} + 2x = 1,5 \sin 10t$ . Визначити частоту

вимушених коливань та частоту власних коливань системи?

При якій частоті збуджуючої сили буде спостерігатися резонанс?

**ЗАВДАННЯ 3.** Тіло масою 5 кг здійснює гармонічні коливання з амплітудою 4 см. Визначити період коливань коли значення максимальної кінетична енергії тіла 0,98 Дж.

**ЗАВДАННЯ 4.** Тіло масою 100 г гармонічно коливається. Величина коефіцієнта жорсткості пружини 9,8 Н/м. Визначити довжину математичного маятника з таким самим періодом коливань, як наш пружинний маятник.

**ЗАВДАННЯ 5.** Руйнівна чи корисна дії вібрації на організм людини обумовлена частотою коливань. Так, коливання з частотою 3 – 5 Гц викликають судинні розлади та реакції вестибулярного апарату, 3 – 15 Гц спонукає розлади, пов'язані з резонансом окремих органів (шлунка, нирки, печінки, голови) та тіла в цілому, частоти 11 – 45 Гц викликають нудоту, блювоту, погіршення зору, при частотах більше 45 Гц, спостерігаються порушення циркуляції крові, ушкодження судин головного мозку. Визначити періоди коливань та знайти довжини хвиль, що відповідають поширенню цих вібрацій у м'язовому волокні 1 550 м/с та кістках 4 000 м/с.

**ЗАВДАННЯ 6.** Пружинний маятник перемістився на 4 см. Встановити частоту коливань пружинного маятника.

**ЗАВДАННЯ 7.** Нога людини масою 12 кг рухається як фізичний маятник, та представляє собою довгий стрижень довжиною 0,8 м центр ваги якого знаходиться на відстані 0,5 м від ступні. Визначити період коливань та момент інерції використовуючи формулу  $J = mL^2 / 3$ .

**ЗАВДАННЯ 8.** Оцінити швидкість, з якою рухається людина з довжиною кроку 0,64 м для моменту інерції ноги відносно

тазостегневого суглоба  $J = 0,2mL^2$ . Довжина ноги  $L = 0,8$  м; центр ваги знаходиться на відстані  $x = 0,5$  м від ступні.

**ЗАВДАННЯ 9.** Палець людини відчуває коливання з амплітудою  $0,2$  мкм і більше. Записати рівняння для таких коливань з частотою  $20$  Гц. Знайти амплітудне значення прискорення та швидкості цих коливань.

**ЗАВДАННЯ 10.** Тривалість звукового відчуття у людини зберігається приблизно  $0,1$  с. На якій відстані від перешкоди має перебувати людина, щоб відчутти окремо, як основний так і відбитий від перешкоди звук? Значення швидкості звуку дорівнює  $340$  м/с.

**ЗАВДАННЯ 11.** Знайти резонансну частоту руки людини, при умові розглядаючи її як фізичний маятник зі зведеною довжиною  $17,2$  см.

**ЗАВДАННЯ 12.** Приймаючи до уваги ногу, як фізичний маятник, встановити, на якій відстані від ступні перебуває центр ваги ноги. Період коливань ноги  $1,6$  с її довжина  $0,75$  м, а маса  $10$  кг. Прийняти ногу, як тонкий стрижень із шарніром у кінці, визначити момент інерції відносно осі, що проходить через кінець ноги.

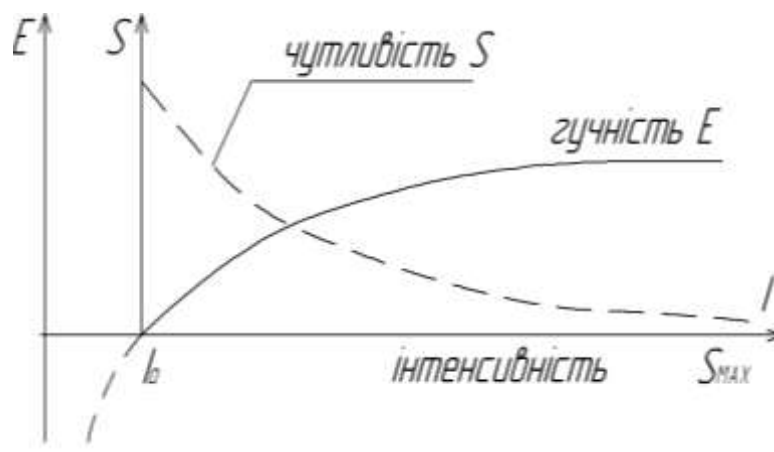
**ЗАВДАННЯ 13.** Знайти різницю ходу двох звукових хвиль, що сприймаються лівим і правим вухом, при різниці фаз між двома звуковими відчуттями в 20 рад. Швидкість звуку складає 331 м/с, частота звукової хвилі становить 1000 Гц.

**ЗАВДАННЯ 14.** Серце здорової людини за день перекачує 120 літрів крові. Серце юнака чи дівчини б'ється з частотою 90 ударів за хвилину, а дорослої людини – 80 разів за хвилину, немовляти б'ється з частотою 120 разів за хвилину. Визначити об'єм крові, який прокачує серце за життя, частоту скорочень та обрахувати, яку кількість скорочень серця відбувається за 75 років життя.

**ЗАВДАННЯ 15.** Приймаючи до уваги ногу, як фізичний маятник, встановити, на якій відстані від ступні перебуває центр ваги ноги. Період коливань ноги 2 с її довжина 0,8 м, а маса 11 кг. Прийняти ногу, як тонкий стрижень із шарніром у кінці, визначити момент інерції відносно осі, що проходить через кінець ноги.

**ЗАВДАННЯ 16.** Знайти резонансну частоту руки людини, при умові розглядаючи її як фізичний маятник зі зведеною довжиною 15 см.

Тема 1.5. ЗВУКОВІ ХВИЛІ



1. Рівняння закону Вебера-Фехнера:

$$E = k \cdot \lg \frac{I}{I_0},$$

де  $k$  - пропорціональний коефіцієнт, який залежний від частоти та інтегрованого звуку;  $I_0$  - порогова інтенсивність;  $I$  - інтенсивність.

2. Інтенсивність звукової хвилі, [Вт/м<sup>2</sup>]:

$$I = \frac{\Phi}{S} = \omega_p v = \frac{\rho A^2 \omega_0^2}{2} v,$$

де  $\omega_0$  - циклічна частота коливання, [рад/с];  $v$  - швидкість поширення звукової хвилі, [м/с];  $\rho$  - густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  $A$  - амплітуда коливань частинок середовища, [м];  $\rho$  - густина середовища.

$I_0 = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup> - поріг чутності;

$I_{max} = 10$  Вт/м<sup>2</sup> - поріг больового відчуття.

**3. Потік енергії звукової хвилі, [Вт]:**

$$\Phi = \frac{dE}{dt} = \omega_p S v,$$

де  $\omega_p$  – об'ємна густина енергії, [Дж/м<sup>3</sup>];  $S$  – площа, [м<sup>2</sup>];  
 $v$  – швидкість поширення звукової хвилі, [м/с].

**4. Об'ємна густина енергії звукового поля, [Дж/м<sup>3</sup>] :**

$$\omega_p = \frac{\rho A^2 \omega_0^2}{2},$$

де  $A$  – амплітуда коливань частинок середовища, [м];  
 $\rho$  – густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  $\omega_0$  – циклічна частота  
коливання, [рад/с].

**5. Звуковий тиск, [Па]:**

$$P = \frac{F}{S},$$

де  $F$  – сила, [Н];  $S$  – площа, [м<sup>2</sup>].

**6. Зв'язок інтенсивності звуку та звукового тиску**

$$I = \frac{P^2}{2\rho v},$$

де  $I$  – інтенсивність звукової хвилі, [Вт/м<sup>2</sup>],  $v$  – швидкість  
поширення звукової хвилі, [м/с],  $P$  – звуковий тиск, [Па];  
 $\rho$  – густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  $A$  – амплітуда частинок  
середовища, [м].

**7. Рівень інтенсивності звуку, [дБ]:**

$$L = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right),$$

де  $I$  – інтенсивність звукової хвилі, [Вт/м<sup>2</sup>];

$I_0 = 10^{-12}$  Вт / м<sup>2</sup> – поріг чутності.

$$L = 20 \lg \left( \frac{P}{P_0} \right),$$

де  $P$  – звуковий тиск, [Па];  $P_0$  – тиск, що відповідає порогу чутності, [Па].

**8. Рівень гучності, [фон]:**

$$E = 10k \lg \left( \frac{I}{I_0} \right),$$

де  $I$  – інтенсивність звукової хвилі, [Вт/м<sup>2</sup>];  $I_0 = 10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup> – поріг чутності,  $k$  – коефіцієнт пропорційності, що залежить від інтенсивності звуку та частоти. При частоті 1 кГц,  $k = 1$ .

**9. Інтегрально спрямована інтенсивність звуку, що відчуває людина від звуків, що надходять з одної сторони від декількох джерел:**

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_n,$$

де  $n$  – кількість джерел звуку;  $I_n$  – інтенсивність окремого джерела, [Вт/м<sup>2</sup>].

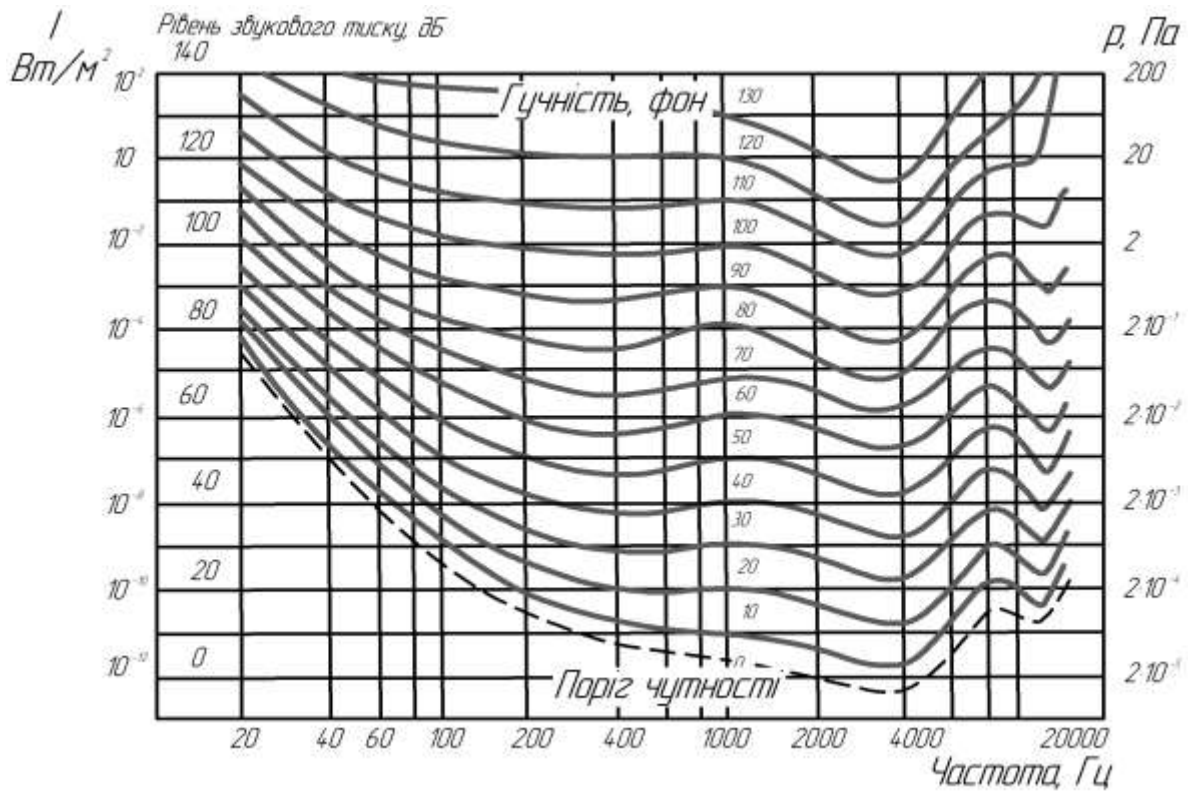


**10. Загальний сумарний рівень інтенсивності звуку, що відчуває людина від звуків, що надходять з одної сторони напрямку від декількох джерел:**

$$L = \lg(10^{L_1} + 10^{L_2} + \dots + 10^{L_n})$$

де  $L_n$  - логарифмічний рівень звуку окремого джерела у белах (1 бел = 10 дБ).

**11. Криві рівних гучностей**



**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Рівень гучності звуків з частотами 5 кГц, 90 Гц та 200 Гц однаковий. По кривих рівних гучностей, визначити рівні інтенсивності для даних звуків та результуючу інтенсивність звуку при їх одночасному звучанні, якщо 40 фонів.

**Дано:**

$$\mathcal{G}_1 = 90 \text{ Гц}$$

$$\mathcal{G}_2 = 200 \text{ Гц}$$

$$\mathcal{G}_3 = 5 \text{ кГц} = 5000 \text{ Гц}$$

$$E_1 = E_2 = E_3 = E$$

$$E = 40 \text{ фотонів}$$

**Знайти**

$$I_1 - ? I_2 - ? I_3 - ?$$

$$I_{\text{заг}} - ? L_{\text{заг}} - ?$$

**Розв'язок:**

За допомогою кривих рівня гучностей, знаходимо:

$$E = 40 \text{ фотонів}; \mathcal{G}_1 = 90 \text{ Гц}; L_1 = 63 \text{ дБ};$$

$$E = 40 \text{ фотонів}; \mathcal{G}_2 = 200 \text{ Гц}; L_2 = 52 \text{ дБ};$$

$$E = 40 \text{ фотонів}; \mathcal{G}_3 = 5000 \text{ Гц}; L_3 = 40 \text{ дБ};$$

$$L = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right), \Rightarrow \frac{L}{10} = \lg \left( \frac{I}{I_0} \right),$$

$$I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}}, I_1 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_1}{10}}, I_2 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_2}{10}}, I_3 = I_0 \cdot 10^{\frac{L_3}{10}}.$$

$$I_1 = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{63}{10}} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$$

$$I_2 = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{52}{10}} = 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$$

$$I_3 = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{40}{10}} = 10^{-8} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$$

$$\left[ I_{i(i=1,2,3)} \right] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \cdot 10^{\text{дБ}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

$$I_{\text{заг}} = I_1 + I_2 + I_3, \text{ тоді}$$

$$I_{\text{заг}} = 10^{-6} (2 + 0,16 + 0,01) = 2,17 \cdot 10^{-6} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$$

**Відповідь:**  $I_1 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$ ;  $I_2 = 0,16 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$ ;  $I_3 = 10^{-8} \text{ Вт/м}^2$ ;

$$I_{\text{заг}} = 2,17 \cdot 10^{-6} \text{ Вт/м}^2$$

**ЗАДАЧА 2.** Обрахувати силу діючу на барабанну перетинку площею 60 мм<sup>2</sup> людини від дії звукових хвиль інтенсивністей: Поріг чутності 10<sup>-12</sup> Вт/м<sup>2</sup> та поріг больового відчуття 10 Вт/м<sup>2</sup>.

**Дано:**

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$$

$$I_{max} = 10 \text{ Вт/м}^2$$

$$S = 66 \text{ мм}^2 = 66 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$$

$$v_{зв} = 331 \text{ м/с}$$

$$\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$$F_1 - ?$$

$$F_2 - ?$$

**Розв'язок:**

$$F = PS,$$

$$F_1 = P_1 S, F_2 = P_2 S,$$

$$I = \frac{P^2}{2\rho v}, P = \sqrt{2I\rho v_{зв}},$$

$$P_1 = \sqrt{2I_0\rho v_{зв}}, P_2 = \sqrt{2I_{max}\rho v_{зв}}$$

$$F_1 = S\sqrt{2I_0\rho v_{зв}}, F_2 = S\sqrt{2I_{max}\rho v_{зв}},$$

$$F_1 = 66 \cdot 10^{-6} \sqrt{2 \cdot 10^{-12} \cdot 1,29 \cdot 331} = 1,914 \cdot 10^{-9} \text{ (Н)}$$

$$F_2 = 66 \cdot 10^{-6} \sqrt{10 \cdot 1,29 \cdot 331} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ (Н)},$$

$$[F] = \text{м}^2 \sqrt{\frac{\text{Вт} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}}} = \text{м}^2 \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}}} = \text{м}^2 \sqrt{\frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}^3}} = \text{Н}$$

**Відповідь:**  $F_1 = 1,914 \text{ нН}; F_2 = 6 \text{ мН}.$

**ЗАДАЧА 3.** При рівені інтенсивності звукової хвилі дорівнює 150 дБ відбувається розрив барабанної перетинки. Визначити відповідну звукової хвилі та звуковий тиску для швидкості звуку в повітрі 340 м/с, та густини повітря 1,29 кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$L = 150 \text{ дБ}$$

$$v = 340 \text{ м/с}$$

$$\rho = 1,29 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$I$  – ?

$P$  – ?

**Розв'язок:**

$$L = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right),$$

$$\frac{I}{I_0} = 10^{\frac{L}{10}} \Rightarrow I = I_0 \cdot 10^{\frac{L}{10}},$$

$$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2, I = 10^{-12} \cdot 10^{\frac{150}{10}} = 10^3 \text{ Вт/м}^2,$$

$$[I] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \cdot 10^{\frac{\text{дБ}}{10}} = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}$$

$$I = \frac{P^2}{2\rho v}, \Rightarrow P = \sqrt{2I\rho v_{зв}},$$

$$P = \sqrt{2 \cdot 10^3 \cdot 1,29 \cdot 340} = 936,59 \text{ Па}.$$

$$[P] = \sqrt{\frac{\text{Вт} \cdot \text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж}}{\text{с}} \cdot \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}^3 \cdot \text{с}}} = \sqrt{\frac{\text{Дж} \cdot \text{м} \cdot \text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \text{м}^3}} =$$

$$= \sqrt{\text{Па}^2} = \text{Па}.$$

**Відповідь:**  $I = 10^3 \text{ Вт/м}^2$ ;  $P = 936,59 \text{ Па}$ .

**ЗАДАЧА 4.** В три рази збільшилася амплітуда звукової хвилі. Визначити в яку кількість разів збільшилась інтенсивність звукової хвилі та на яку величину децибелів зріс рівень інтенсивності звукової хвилі?

<p><b>Дано:</b> <math>A_2 = 3A_1</math>.</p>	<p><b>Розв'язок:</b>  <math display="block">I = \frac{\rho A^2 \omega_0^2 v}{2}, \quad I_1 = \frac{\rho A_1^2 \omega_0^2 v}{2}, \quad I_2 = \frac{\rho A_2^2 \omega_0^2 v}{2},</math> <math display="block">\frac{I_2}{I_1} = \frac{2\rho A_2^2 \omega_0^2 v}{2v\rho A_1^2 \omega_0^2} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \left(\frac{3A_1}{A_1}\right)^2 = 9,</math> <math display="block">L = 10\lg\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad L_1 = 10\lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right), \quad L_2 = 10\lg\left(\frac{I_2}{I_0}\right),</math> <math display="block">L_2 - L_1 = 10\lg\left(\frac{I_1}{I_0}\right) - 10\lg\left(\frac{I_2}{I_0}\right) = 10\lg\left(\frac{I_2}{I_1}\right),</math> <math display="block">L_2 - L_1 = 10\lg(9) = 9,5\text{дБ}.</math></p>
<p><b>Знайти:</b> <math>\frac{I_2}{I_1} - ?</math> <math>L_2 - L_1 - ?</math></p>	

**Відповідь:**  $\frac{I_2}{I_1} = 9; L_2 - L_1 = 9,5\text{дБ}.$

**ЗАДАЧА 5.** На глибині біля 20 м у воді в людини можуть бути розриви барабанної перетинки. Яке значення рівня інтенсивності звуку для цієї глибини? Швидкість звуку у воді 1540 м/с а густина води становить 1000 кг/м<sup>3</sup>

<p><b>Дано:</b> <math>h = 20\text{м}</math> <math>v = 1540\text{м/с}</math> <math>\rho = 1000\text{кг/м}^3</math></p>	<p><b>Розв'язок:</b>  <math display="block">L = 10\lg\left(\frac{I}{I_0}\right), \quad I_0 = 10^{-12}\text{Вт/м}^2,</math> <math display="block">I = \frac{P^2}{2rv} \Rightarrow P = \rho gh,</math> <math display="block">L = 10\lg\left(\frac{(\rho gh)^2}{2\rho v I_0}\right) = 10\lg\left(\frac{\rho (gh)^2}{2v I_0}\right),</math> <math display="block">L = 10\lg\left(\frac{1000 \cdot (9,8 \cdot 20)^2}{2 \cdot 1540 \cdot 10^{-12}}\right) = 160,96\text{дБ},</math></p>
<p><b>Знайти:</b> <math>L - ?</math></p>	

**Відповідь:**  $L = 160,96\text{дБ}.$

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Людське вухо сприймає звук як механічні коливання частотою від 20 Гц до 20 кГц. Знайти довжини хвиль цього діапазону частот у повітрі та в воді? Значення швидкості звука у повітрі та воді відповідно становлять 340 м/с та 1400 м/с.

**ЗАВДАННЯ 2.** Знайти площу барабанної перетинки на яку діє сила 1,914 нН дією звукової хвилі інтенсивністю  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup>.

**ЗАВДАННЯ 3.** Визначити співвідношення амплітуд звукового тиску двох звуків однакової частоти 1 кГц та які відрізняються за гучністю на 40 фонів. В яку кількіть разів різняться їх інтенсивності? Знайти відношення.

**ЗАВДАННЯ 4.** При інтенсивність звукової хвилі 103 Вт/м<sup>2</sup> відбувається розрив барабанної перетинки. Визначити звуковий тиск рівень інтенсивності звукової хвилі, якщо швидкість звуку в повітрі 340 м/с, а густина повітря 1,29 кг/м<sup>3</sup>.

**ЗАВДАННЯ 5.** Знайти амплітуду коливань барабанної перетинки при дії звукових хвиль інтенсивностей порігу чутності  $10^{-12}$  Вт/м<sup>2</sup> та поріг больового відчуття 10 Вт/м<sup>2</sup>. Частота звукової хвилі дорівнює 1000 Гц.

**ЗАВДАННЯ 6.** У цеховій лабораторії, рівень інтенсивності шуму становить 80 дБ. З ціллю зменшення шуму стіни лабораторії обшили додатко звукопоглинальним матеріалом, який зменшує інтенсивність звуку в 1 500 разів. Встановити рівень інтенсивності шуму який буде після цього в лабораторії?

**ЗАВДАННЯ 7.** Звук, якому на вулиці відповідає рівень інтенсивності 50 дБ, відчувається в кімнаті, як звук рівня інтенсивності 30 дБ. Визначити відношення інтенсивностей звуку в кімнаті та на вулиці.

**ЗАВДАННЯ 8.** Під час роботи апарат появляється звук з рівнем інтенсивності в 60 дБ. Визначити рівень інтенсивності звуку під час роботи цих двох таких приладів, що розташовані поруч.

**ЗАВДАННЯ 9.** У скільки разів зросла інтенсивність звукової хвилі, якщо амплітуда звукової хвилі зросла в два рази.

**ЗАВДАННЯ 10.** Фактор ризику втрати слуху в працівників з десятирічною тривалістю дії шуму становить: а) 29 % – за рівня інтенсивності 100 дБ; б) 10 % за рівня інтенсивності 90дБ; в) 55 % – за рівня інтенсивності 110 дБ. Якому значенню інтенсивності шуму це відповідає?

**ЗАВДАННЯ 11.** Звукова трубка збирає звуки з великої площі та концентрує на площі барабанної перетинки. Яке акустичне підсилення звуку в дБ можна досягти за допомогою трубки, при площі перерізу трубки  $2 \text{ см}^2$ , а площа барабанної перетинки становить  $0,5 \text{ см}^2$ .

**ЗАВДАННЯ 12.** Крику людини відповідає рівень гучності в 70 фонів. Який рівень гучності буде, якщо крикне: а) 1 особа; б) 5 осіб; в) 1 000 000 осіб на стадіоні?

Частота звуків однакова, 1 кГц.

**ЗАВДАННЯ 13.** Визначити глибину в воді коли в людини може розірвати барабанні перетинки, при рівні інтенсивності звуку 160,96 дБ? Швидкість звуку у воді 1540 м/с, а густина води становить  $1000 \text{ кг/м}^3$ .

**ЗАВДАННЯ 14.** У половини людей шум на частоті 2 - 5 Гц та рівнем інтенсивності близько 100 дБ у 2 рази сповільнює швидкість зорової реакції. Встановити ці довжини хвиль.

**ЗАВДАННЯ 15.** Визначити довжини хвиль у жировій тканині та м'язах при частоті коливань 1 МГц? Знайти швидкість хвиль у м'язах становить 1 550 м/с, для жирової тканини - 1 460 м/с.



**ЗАВДАННЯ 16.** Розрахувати енергію, що надходить на барабанну перетинку з рівнем інтенсивності шумів в 100 дБ. Час перебування людини не повинен перевищувати більше ніж 30 хвилин.

**ЗАВДАННЯ 17.** Визначити кількісну частину інтенсивності звуку, що проходить з повітря через барабанну перетинку до входу в середнє вухо? Густина повітря складає  $1,295 \text{ кг/м}^3$ , а в повітрі, швидкість звуку складає  $331 \text{ м/с}$ . Значення густини барабанної перетинки становить  $1\,060 \text{ кг/м}^3$  при  $1\,540 \text{ м/с}$  швидкості звуку в ній. При розрахунках не враховувати поглинання звуку у перепонці.

**ЗАВДАННЯ 18.** Люди, що мають гарний слух відчують настільки низькі звуки на частоті  $3\,000 \text{ Гц}$  можуть мати рівень звуку -  $8 \text{ дБ}$ . Визначити відповідне значення інтенсивності звукової хвилі у  $\text{Вт/с}^2$ .

**ЗАВДАННЯ 18.** Муха створює шум в кімнаті із рівнем інтенсивності  $48 \text{ дБ}$  та на відстані  $2 \text{ м}$  від спостерігача. Визначити рівень шуму, що можуть створювати одночасно  $1\,000$  кімнатних мух на тій самій відстані.

**ЗАВДАННЯ 19.** При передаванні звукового тиску системою кісточок середнього вуха (ковадло, молоточок, стремінце) забезпечується виграш у силі в 1,3 раза. Площа барабанної перетинки в контакті з молоточком становить  $0,55 \text{ см}^2$ , а площа контакту дорівнює  $0,032 \text{ см}^2$  стремінця з овальним вікном. Встановити для звукової хвилі, у скільки разів підсилиться тиск, за час протікання її через систему кісточок середнього вуха?

**ЗАВДАННЯ 20.** Знайти інтенсивність звукової хвилі, що має рівень звуку на 7 дБ нижчий, ніж звукова хвиля інтенсивністю  $4 \cdot 10^{-9} \text{ Вт/м}^2$ .

**ЗАВДАННЯ 21.** Вплив шуму інтенсивністю 90 дБ тривалістю 8 годин може викликати погіршення слуху. Знайти інтенсивність відповідної звукової хвилі та яку відповідно енергію під час такого шуму отримує барабанна перетинка площею  $0,8 \text{ см}^2$ ?

**ЗАВДАННЯ 22.** Визначити яке акустичне посилення звуку в дБ досягається за допомогою стетоскопа при контактній площі його голівки  $15 \text{ см}^2$ , а звук передається до двох барабанних перетинок, кожна має площу  $0,9 \text{ см}^2$ , при ефективності в 40 % передавання звукової хвилі.

**ЗАВДАННЯ 23.** При частоті 1 000 Гц шкали гучності та рівня інтенсивності звуку співпадають. Вуху людини найбільш чутливе до звуків, з частотою приблизно 4 000 Гц. Людина взаємодіє зі звуками, що мають дуже широкий діапазон частот. Так, значна кількість електро-приладів змінного струму створюють звуки частотою 60 Гц; музика має частоту 400 Гц; лампові телевізори відтворюють частоти 15750 Гц. Визначити межу чутності в децибелах для звуків із частотами 15 000, 4 000, 1 000, 400, 60 Гц з використанням кривих рівнів інтенсивності та гучності цих звуків у Вт/м<sup>2</sup>.

**ЗАВДАННЯ 24.** Дія шуму призводить до суттєвого погіршення слуху людини на частоті 5000 Гц. Ступінь зменшення слуху на тій же частоті буде 60 дБ. Інші частоти забезпечують нормальний слух. Визначити, у скільки разів потрібно збільшити інтенсивність звуків частотою 5000 Гц на межічутності, щоб вона їх сприймала як нормальні.

**ЗАВДАННЯ 25.** Обрахувати рівень інтенсивності в децибелах для звуків з частотами 8 000, 3 000 і 60 Гц, з умовою отримання такої ж самої гучності, які звук з частотою 1 000 Гц та гучністю в 40 фонів?

**ЗАВДАННЯ 26.** Визначити для звуку з частотою 600 Гц та гучністю 20 фонів, рівень інтенсивності в децибелах? Розрахувати рівень інтенсивності при зростанні гучності до 70 фонів?

**ЗАВДАННЯ 27.** Визначити гучність для звуків у фонах з частотами 10 000 , 5 000, 1 000, 200 Гц при однаковому рівені інтенсивності звуку: а) 20 дБ; б) 60 дБ; в) 110 дБ.

**ЗАВДАННЯ 28.** На яку кількість раз треба досягти зростанню інтенсивності звуків на межі чутності для людина, що має ступінь втрати слуху 50 дБ на всіх частотах, щоб вона могла сприймати їх як нормальні? Межа чутності  $10^{-12}$ Вт/м<sup>2</sup>.

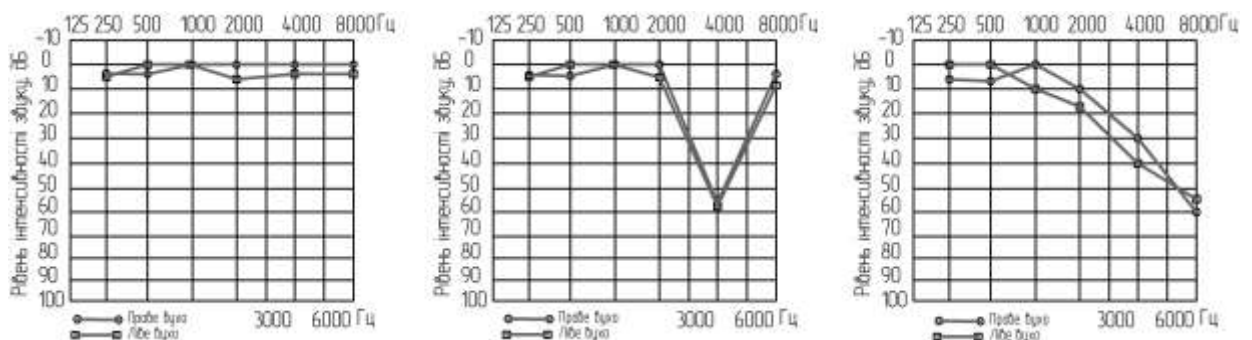
**ЗАВДАННЯ 29.** Визначити ступінь втрати слуху у децибелах для пацієнта з порушеннями слуху, щоб він міг нормально чути звуки на порозі чутності  $10^{-12}$  інтенсивність звуку повинна бути підсилена в  $5 \cdot 10^{12}$  разів.

**ЗАВДАННЯ 30.** Людина із порушеннями слуху має значення межі чутності на 50 дБ вище для частоти 4 000 Гц та вище на 10 дБ для частоти 100 Гц. Зрівняти, в скільки разів величина інтенсивності звуку на межі чутності для частоти 100 Гц більша за межу чутності на частоті 4 000 Гц.

**ЗАВДАННЯ 31.** Значення рівня звуку серцевих тонів, що фіксує стетоскопом, відповідає 10 дБ. Яке значення має відповідна інтенсивність у Вт/м<sup>2</sup> серцевих тонів?

**ЗАВДАННЯ 32.** Шуму на вулиці із інтенсивним рухом відповідає рівень інтенсивності звуку в 90 дБ, а гучний автомобільний сигнал - 100 дБ. Встановити рівень інтенсивності звуку, коли ці два джерела звучать одночасно?

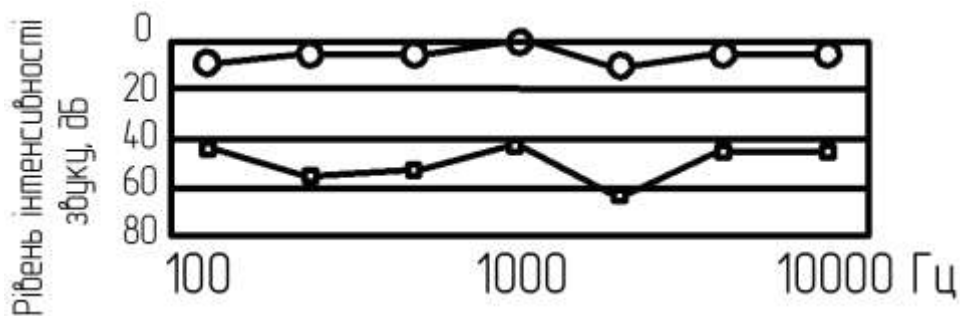
**ЗАВДАННЯ 33.** Користуючись рисунком, на якому наведені аудіограми для трьох пацієнтів, визначити в Вт/м<sup>2</sup>, інтенсивності звуку, що відповідають межі чутності на частотах 8 000 Гц та 4000 Гц під час патології та у нормі. Перша аудіограма відповідає людині з нормальним слухом, друга показує різке зниження слуху пацієнта на частоті 4000 Гц, а третя аудіограма показує прогресуючу втрату слуху для звуків більш високої частоти з віком.



**ЗАВДАННЯ 34.** Роздільна здатність людини становить 1 фон. В яку кількість раз різняться інтенсивності таких звукових хвиль на частоті 1 000 Гц?

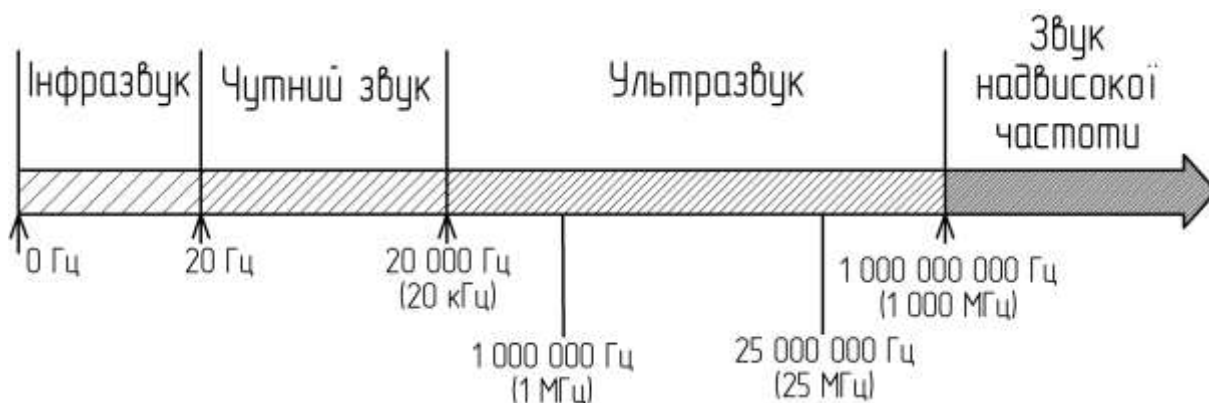
**ЗАВДАННЯ 35.** Визначити гучність звуку при одночасній розмові двох осіб та десяти осіб, якщо тихій розмові відповідає гучність 50 фонів для частоти 1 кГц для однієї людини.

**ЗАВДАННЯ 36.** Аудіометром визначається межа чутності в діапазоні частот. На рисунку наведена аудіограма людини зі зниженим слухом, де верхня крива відповідає лівому вусі, а нижня – правому. Визначити значення порогу чутності хворого на частотах 10000, 1000 і 100 Гц з нормою та встановити мінімальні значення в Вт/м<sup>2</sup>, інтенсивностей звуку, що сприймаються.



**ЗАВДАННЯ 37.** В результаті проникнення через звукопоглинальний матеріал значення гучності звукової хвилі частоти 1 000 Гц спадає на 30 фонів. Якою буде стала інтенсивності звуку, за умови, щодо проходження перегородки вона була  $10^{-8}$  Вт/м<sup>2</sup>?

## 1.6. УЛЬТРАЗВУК ТА ІНФРАЗВУК



### 1. Інтенсивність ультразвукової хвилі, [Вт/м<sup>2</sup>]:

$$I = \frac{\Phi}{S} = \omega_p v = \frac{\rho A^2 \omega_0^2}{2} v,$$

де  $\omega_0$  - циклічна частота коливання, [рад/с];  $\rho$  - густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  $A$  - амплітуда коливань частинок середовища, [м];  $v$  - швидкість ультразвуку, [м/с].

### 2. Звуковий тиск залежить від швидкості коливаючих частинок середовища, [Па]:

$$P = \rho c v,$$

$\rho$  - густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  $v$  - швидкість коливаючих частинок, [м/с],  $c$  - швидкість хвилі в середовищі, [м/с].

### 3. Зв'язок інтенсивності та тиску УЗ-хвилі

$$I = \frac{P^2}{2\rho v},$$

де  $I$  - інтенсивність ультразвукової хвилі, [Вт/м<sup>2</sup>];  
 $P$  - звуковий тиск, [Па];  $\rho$  - густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  
 $\nu$  - швидкість ультразвуку, [м/с].

**3. Акустичний опір середовища, [кг/(м<sup>2</sup>·с)]:**

$$Z = \rho c,$$

де  $\rho$  - густина середовища, [кг/м<sup>3</sup>];  $c$  - швидкість поширення ультразвуку, в середовищі [м/с].

**4. Закон Релея.** Коефіцієнт проникнення хвилі ультразвуку, що потрапляє на межі двох середовищ:

$$\beta = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} = 4 \frac{c_1\rho_1 / (c_2\rho_2)}{(c_1\rho_1 / (c_2\rho_2) + 1)^2},$$

де  $Z_1$  - хвильовий опір першого середовища, [кг/(м<sup>2</sup>·с)];  
 $Z_2$  - хвильовий опір другого середовища, [кг/(м<sup>2</sup>·с)].

При  $c_1\rho_1 = c_2\rho_2$  хвильовий опір  $\beta = 1$

а при  $c_1\rho_1 \neq c_2\rho_2$

$$\beta \approx 4 \frac{c_1\rho_1}{c_2\rho_2}$$

Таблиця. Хвильовий опір речовин при 20°C

Назва	Z, кг/(м <sup>2</sup> ·с)	Назва	Z, кг/(м <sup>2</sup> ·с)
Залізо	40 000 000	Гума	60 000
Бетон	4 800 000	Повітря	420
Вода	1 440 000	Масло	1 350 000



Коефіцієнт проникнення з повітря в бетон

$$\beta = 4 \frac{420}{4800000} \cdot 100\% = 0,035\%$$

Коефіцієнт проникнення з повітря в воду

$$\beta = 4 \frac{420}{1440000} \cdot 100\% = 0,117\%$$

**5. Коефіцієнт відбиття ультразвуку, на межі двох середовищ:**

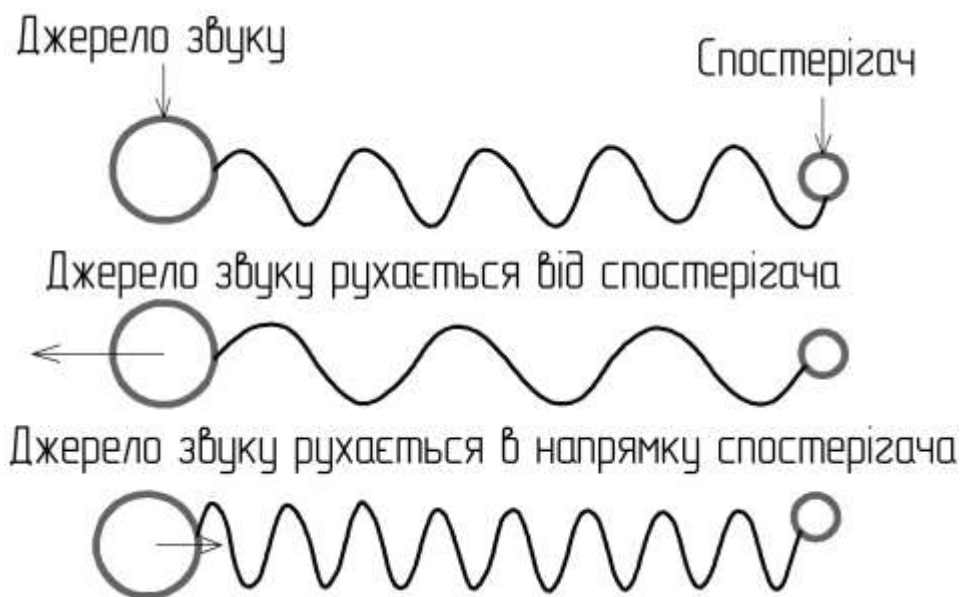
$$r = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2},$$

де  $Z_1$  - хвильовий опір першого середовища,  $[\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})]$ ;

$Z_2$  - хвильовий опір другого середовища,  $[\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})]$ .

$$\beta + r = 1.$$

**6. Ефект Доплера.**



- Спостерігач наближається зі швидкістю  $v_c$  до нерухомого джерела:

$$v' = \frac{v + v_c}{v} v.$$

- Джерело хвиль рухається зі швидкістю  $v_d$  до нерухомого спостерігача:

$$v'' = \frac{v}{v - v_d} v$$

- Одночасний рух спостерігача і джерела назустріч один одному:

$$v''' = \frac{v + v_c}{v - v_d} v$$

де  $v$  - швидкість поширення звуку у середовищі, [м/с];  
 $v$  - частота джерела звуку, [Гц];  $v', v'', v'''$ , - частоти, що сприймає спостерігач.

### 7. Доплерівський зсув частот, [Гц]:

$$v_d = \frac{2v_0}{v} v_\Gamma,$$

де  $v$  - швидкість поширення звуку в середовищі, [м/с];  
 $v_0$  - швидкість руху тіла, [м/с];  $v_\Gamma$  - частота джерела звуку, [Гц].

### 8. Затухання ультразвуку

Інтенсивність ультразвуку, [Вт/м<sup>2</sup>], при проходженні крізь речовину на глибині  $x$  зменшується за законом

$$I = I_0 e^{-2\alpha x},$$

де  $I_0$  - початкова інтенсивність ультразвуку, [Вт/м<sup>2</sup>];

$\alpha$  - коефіцієнт поглинання ультразвуку, [м<sup>-1</sup>].

Амплітуда ультразвукових коливань  $A$ , [м], при проходженні крізь речовину на глибині  $x$  зменшується за законом

$$A = A_0 e^{-\alpha x},$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт поглинання ультразвуку, [м<sup>-1</sup>];

$A_0$  - початкова амплітуда ультразвукових коливань, [м].

**9. Відстань половинного послаблення ультразвуку, [м]:**

$$H = \frac{\ln 2}{2\alpha} = \frac{0,347}{\alpha},$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт поглинання ультразвуку, [м<sup>-1</sup>].

**ПРИКЛАДИ ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Для проведення фізіотерапевтичних процедур використовується ультразвук частотою 800 кГц та інтенсивністю 1 Вт/см<sup>2</sup>. Визначити амплітуду коливання частино в м'яких тканин під впливом ультразвуку. Густина м'яких тканин  $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$ , швидкість поширення ультразвуку в м'яких тканинах  $v = 1500 \text{ м/с}$ .

**Дано:**

$$\nu = 800 \text{ кГц} = 800 \cdot 10^3 \text{ Гц}$$

$$I = 1 \text{ Вт/см}^2 = 10^4 \text{ Вт/м}^2$$

$$\nu = 1500 \text{ м/с}$$

$$\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

A - ?

**Розв'язок:**

Запишемо формулу для інтенсивності

$$I = \frac{\rho A^2 \omega_0^2}{2} \nu$$

Звідки виразимо амплітуду

$$A = \sqrt{\frac{2I}{\nu \rho \omega_0^2}} = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{\frac{2I}{\nu \rho}}$$

$$\omega_0 = 2\pi\nu$$

$$A = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\frac{2I}{\nu \rho}}$$

Підставимо дані

$$A = \frac{1}{2 \cdot 3,14 \cdot 800 \cdot 10^3 \text{ Гц}} \sqrt{\frac{2 \cdot 10^4 \text{ Дж} \cdot \text{с}}{1500 \text{ с} \cdot 1050 \text{ кг}}} = 22,4 \text{ (нм)}$$

**Відповідь:** A = 22,4 нм

**ЗАДАЧА 2.** Знайти коефіцієнти відбиття ультразвуку на межі розподілу повітря - шкіра. Значення швидкості поширення УЗ-хвилі в повітрі дорівнює 343,1 м/с, у шкірі 1610 м/с, густина повітря 1,205 кг/м<sup>3</sup>, густина шкіри 1205 кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$v_1 = 343,1 \text{ м/с}$$

$$v_2 = 1610 \text{ м/с}$$

$$\rho_1 = 1,205 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_2 = 1205 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$$r - ?$$

**Розв'язок:**

$$r = \frac{(R_1 - R_2)^2}{(R_1 + R_2)^2}$$

$$R = \rho v \Rightarrow R_1 = \rho_1 v_1 \Rightarrow R_2 = \rho_2 v_2$$

$$r = \frac{(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2)^2}{(\rho_1 v_1 + \rho_2 v_2)^2}$$

$$r = \frac{(1,205 \cdot 343,1 - 1205 \cdot 1610)^2}{(1,205 \cdot 343,1 + 1205 \cdot 1610)^2} = 0,99915$$

$$[r] = \left( \frac{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}} - \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}}}{\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}} + \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}}} \right)^2 = 1$$

**Відповідь:** Значення коефіцієнтів  $r = 0,99915$ ;  $\beta + r = 1$ ;  $\beta = 1 - r$ ;  $\beta = 1 - 0,99915 = 0,00085$

**ЗАДАЧА 3.** Встановити, в скільки раз спаде інтенсивність ультразвуку частот 1 МГц при проходженні м'яких тканин на глибину 10 см, якщо коефіцієнті поглинання 0,16 см<sup>-1</sup> ультразвуку м'якими тканинами наданій частоті.

**Дано:**

$$\begin{aligned} \nu &= 1 \text{ МГц} = 10^6 \text{ Гц} \\ h &= 10 \text{ см} = 10 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ \alpha &= 0,16 \text{ см}^{-1} = 0,16 \cdot 10^2 \text{ м}^{-1} \\ \rho &= 1050 \text{ кг/м}^3 \end{aligned}$$

**Знайти:**

$$\nu_0 - ?$$

**Розв'язок:**

$$\begin{aligned} \nu_D &= \frac{2\nu_0}{\nu_0} \nu_\Gamma, \quad \text{звідси} \quad \nu_0 = \frac{\nu_D \nu_0}{2\nu_\Gamma}, \\ \nu_0 &= \frac{40 \text{ м} \cdot 1500 \text{ с}}{2 \text{ с} \cdot 10^5 \text{ с}} = 0,3 \text{ (м/с)} \end{aligned}$$

**Відповідь:**  $\nu_0 = 0,3 \text{ м/с}$

**ЗАДАЧА 4.** При проведенні дослідження ультразвуком відбитий сигнал був сприйнятий через  $2 \cdot 10^{-5} \text{ с}$  після випромінювання. Густина здорової м'язової тканини  $\rho = 1060 \text{ кг/м}^3$ , а хвильовий опір  $R = 1,63 \cdot 10^6 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}$ . Знайти на якій глибині у м'язовій тканині була виявлена неоднорідність

**Дано:**

$$\begin{aligned} \rho &= 1060 \text{ кг/м}^3 \\ R &= 1,63 \cdot 10^6 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)} \\ t &= 2 \cdot 10^{-5} \text{ с} \end{aligned}$$

**Знайти:**

$$h - ?$$

**Розв'язок:**

$$\begin{aligned} 2h &= vt \Rightarrow h = \frac{vt}{2} \\ R &= \rho v \Rightarrow v = \frac{R}{\rho} \end{aligned}$$

$$h = \frac{R}{\rho} \cdot \frac{t}{2}$$

$$h = \frac{1,63 \cdot 10^6 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}}{1060 \text{ кг/м}^3} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-5} \text{ с}}{2} = 1,54 \text{ (см)}$$

**Відповідь:** На глибині 1,54 см.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Для діагностики використовують ультразвукові хвилі частотами від 1,1 МГц до 15 МГц. Знайти довжини хвиль цього діапазону частот у м'язовій тканині? Значення швидкості поширення ультразвуку в м'язовій тканині 1540 м/с.

**ЗАВДАННЯ 2.** Встановити звуковий тиск в кровоносній судині в час поширення УЗ-хвилі інтенсивністю 10 Вт/см<sup>2</sup> та частоти 1 МГц. Значення швидкості поширення УЗ-хвилі в крові 1590 м/с, густина крові 1050 кг/м<sup>3</sup>.

**ЗАВДАННЯ 3.** Доплерівський зсув частоти при сприйманні ультразвуку від еритроцитів, які переміщуються становить 40 Гц. Частота генератора 100 кГц, швидкість течії крові 0,3 м/с. Чому дорівнює швидкість ультразвуку?

**ЗАВДАННЯ 4.** Ультразвук інтенсивністю  $I = 10 \text{ Вт/см}^2$  використовується у фізіотерапевтичних процедурах. Величина амплітуди  $A = 22,4 \text{ нм}$  коливання під дією ультразвуку молекул м'яких тканин. Швидкість поширення ультразвуку в м'яких тканинах дорівнює  $v = 1500 \text{ м/с}$ , а густина м'яких тканин  $\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$ . Знайти частоту ультразвуку.

**ЗАВДАННЯ 5.** Швидкість руху еритроцита в артерії дорівнює 0,3 м/с. Швидкість ультразвуку 1500 м/с, частота 100 кГц. Знайти доплерівський зсув частоти, якщо еритроцит рухається до приймача УЗ-хвилі.

**ЗАВДАННЯ 6.** Визначити швидкість руху еритроцитів у кровоносному руслі для пацієнтів зі сфероцитозом, при доплерівським зсуві частоти у 1,3 раза менший порівняно з нормою?

**ЗАВДАННЯ 7.** Якої частоти буде звук у таких випадках:  
а) людина рухається назустріч нерухомому джерелу з тією самою швидкістю 50 м/с; б) людина нерухома, а джерело звуку рухається назустріч зі швидкістю 50 м/с; в) одночасний рух людини та джерела назустріч один одному з однаковою швидкістю 50 м/с? Відомо, що частота джерела звуку 600 Гц. Швидкість звуку в повітрі 340 м/с.

**ЗАВДАННЯ 8.** Під час проведення дослідження пацієнта ультразвуком на глибині 1,6 см у м'язовій тканині була встановлена неоднорідність. Знайти час коли буде прийнятий відбитий сигнал після випромінювання при густині здорової м'язової тканини становить  $1060 \text{ кг/м}^3$ , її хвильовий опір дорівнює  $R = 1,63 \cdot 10^6 \text{ кг/(м}^2 \cdot \text{с)}$ ?



**ЗАВДАННЯ 9.** Під час проходження ультразвукової хвилі через м'язові тканини в 10 см, інтенсивність хвилі зменшилася у 20 разів. Визначте для м'язової тканини, коефіцієнт поглинання ультразвуку.

**ЗАВДАННЯ 10.** Знайти коефіцієнти проникнення та відбиття на межі поділу шкіра - гель. Швидкість поширення УЗ-хвилі в водному желе 1923 м/с, у шкірі 1610 м/с, густина водного желе 1260 кг/м<sup>3</sup>, густина шкіри 1205 кг/м<sup>3</sup>. Для чого в контактній діагностиці УЗ поверхню шкіри пацієнта покривають гелем?

**ЗАВДАННЯ 11.** Значення коефіцієнт відбиття ультразвуку на межі поділу шкіра - повітря 0,99915. Швидкість поширення УЗ-хвилі в повітрі 343,1 м/с, густина повітря становить 1,205 кг/м<sup>3</sup>. Обрахуйте швидкість поширення УЗ-хвилі в шкірі, якщо густина шкіри 1205 кг/м<sup>3</sup>.

**ЗАВДАННЯ 12.** При обстеженні мозку людини ультразвуком різної частоти встановлено, що відстань, на якій значення інтенсивності ультразвукової хвилі спаде вдвічі, становить:  
а)  $H_1 = 2,5\text{см}$  для  $\vartheta_1 = 0,87\text{МГц}$ ; б)  $H_2 = 3,2\text{см}$  для  $\vartheta_2 = 1\text{МГц}$ .  
Визначити коефіцієнти поглинання тканин мозку для цих частот.

**ЗАВДАННЯ 13.** Яке значення глибини при зменшенні в двічі інтенсивності ультразвукової хвилі для частоти ультразвуку 2,64 МГц коефіцієнт поглинання тканин печінки  $0,33 \text{ см}^{-1}$ .

**ЗАВДАННЯ 14.** Під час обстеження печінки ультразвуком на частоті 2,64 МГц виявилось, що інтенсивність УЗ на глибині 4,5 см спаде в 1,5 рази. Чому дорівнює коефіцієнт поглинання печінки для УЗ цієї частоти?

**ЗАВДАННЯ 15.** Знайти коефіцієнт проникнення та відбиття ультразвукової хвилі на межі розподілу м'яка повітря – тканина. Акустичний опір м'яких тканин у раз 3 000 більший, ніж опір повітря.

**ЗАВДАННЯ 16.** Який характер змін інтенсивності ультразвукової хвилі з частотою 870 кГц, коли вона пройде шар товщиною 6 см м'язової тканини?

**ЗАВДАННЯ 17.** Для зростання проникненості ультразвуку з випромінювача до м'язової тканини застосовують контактний гель. Знайти акустичний опір контактного гелю при коефіцієнті відбиття на межі поділу 0,01?

**ЗАВДАННЯ 18.** При УЗ терапії ультразвук доходить до

кісткової тканини, через шкіру товщиною 1 мм<sup>2</sup> та м'язову тканину товщиною 5 см. Яка інтенсивність звуку, що надходить до кістки, менша за інтенсивність на поверхні шкіри?

**ЗАВДАННЯ 19.** Знайти коефіцієнт відбиття ультразвуку на межі кісткова тканина–мозок.

**ЗАВДАННЯ 20.** Встановіть частоту та період коливань ультразвукової хвилі довжиною 5 мм, що розповсюджується у кістковій тканині.

**ЗАВДАННЯ 21.** Визначити для кісткової та м'язової тканин акустичний опір.

**ЗАВДАННЯ 22.** Обрахуйте, яка частка енергії ультразвуку перейде з м'язової тканини у кісткову.

**ЗАВДАННЯ 23.** Ультразвукові коливання випромінюються з поверхні площиною 10 см<sup>2</sup> з інтенсивністю 100 Вт/см<sup>2</sup>. Чи зміниться інтенсивність випромінювання коли його концентрувати на площі 1 мм<sup>2</sup> ?

**ЗАВДАННЯ 24.** Яка довжина УЗ-хвилі в жировій тканині коли частота коливань становить 30 МГц, при швидкості поширення хвилі 1460 м/с?

**ЗАВДАННЯ 25.** Визначте інтенсивність ультразвукової хвилі на глибині 4 см у м'язі при інтенсивності на поверхні тіла  $1,5 \text{ Вт/см}^2$ , а в тканину пройшло тільки 75 % енергії хвилі. Глибина половинного поглинання дорівнює 2 см для цієї інтенсивності УЗ.

**ЗАВДАННЯ 26.** Для частоти 10 МГц показник поглинання ультразвуку становить  $7 \text{ см}^{-1}$ , а для частоти 3 МГц –  $0,7 \text{ см}^{-1}$ . Які частоти використовувати для ультразвукового дослідження печінки та щитоподібної залози?

**ЗАВДАННЯ 27.** Дельфіни випускають ультразвукові хвилі частотою 250 кГц. Знайти довжину хвилі у повітрі та у воді, якщо відомо, що швидкість поширення УЗ у воді дорівнює  $1540 \text{ м/с}$ , а у повітрі  $331 \text{ м/с}$ .

**ЗАВДАННЯ 28.** Ультразвук використовується для діагностики та встановлення терміну протікання вагітності. Зцілю зменшення нагріву біологічних тканин, в УЗД використовують ультразвук дуже малої інтенсивності, порядку  $10^{-2} \text{ Вт/см}^2$ . Чи можливе використання в діагностиці ультразвуку з рівнем інтенсивності 100 дБ?

**ТЕСТОВИЙ КОНТРОЛЬ**

**1. Прискорення це:**

а) друга похідна прискорення за часом	г) перша похідна імпульсу за часом;
б) перша похідна переміщення в часі	д) перша похідна імпульсу по координаті
в) друга похідна переміщення в часі	е) перша похідна переміщення по координаті;

**2. Рівняння моменту інерції однорідних тіл правильної форми відносно вісі, що проходить через центр кулі радіусом R:**

а) $I = m \cdot r^2$	г) $I = \frac{1}{12} \cdot m \cdot l^2$
б) $I = \frac{2}{5} \cdot m \cdot R^2$	д) $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot R^2$
в) $I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (r^2 + R^2)$	е) $I = m \cdot R^2$

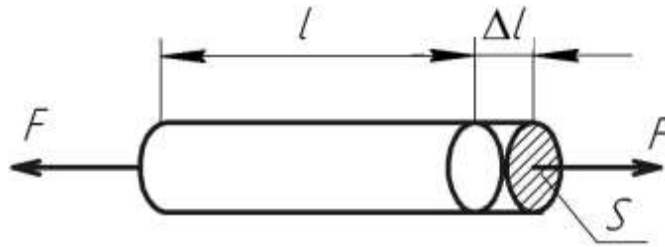
**3. Рівняння незатухаючих гармонічних коливань:**

а)  $x(t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_0) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

б)  $S(x, t) = A \cdot \cos(\omega \cdot t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0) = A \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\omega}{v} x + \varphi_0)$

в)  $\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$

**4. Що означає  $\Delta l$  на рисунку**



а) прикладена до зразка сила	б) початкова довжина зразка	в) відносна деформація	г) абсолютна деформація
------------------------------	-----------------------------	------------------------	-------------------------

**5. Поздовжнє напруження стінок судин крові чи витягнених (циліндричних) клітин.**

а) $\sigma_B = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$ ,	г) $\sigma_n = \frac{P \cdot Z}{2h}$ ,
б) $\sigma_n = \varepsilon E$ ,	д) $\sigma_T = \frac{P \cdot Z}{h}$ ,
в) $\sigma_T = \frac{P \cdot Z}{Z + h}$ ,	е) $\sigma = \frac{F}{S}$ ,

**6. Що означає в  $\sigma_n = \varepsilon E$ , параметр  $E$ :**

а) відносна деформація	г) переміщення
б) в'язкість середовища	д) час релаксації деформації
в) абсолютна деформація	е) модуль пружності

**7. Напруження у в'язко-пружному середовищі**

а) $\sigma_B = \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$ ,	г) $\sigma_n = \frac{P \cdot R}{2h}$ ,
б) $\sigma_B = \eta \frac{d\varepsilon}{dt} + E$ ,	д) $\sigma_T = \frac{P \cdot R}{h}$ ,
в) $\sigma = \varepsilon E + \eta \frac{d\varepsilon}{dt}$ ,	е) $\sigma = \frac{F}{S}$ ,

8. Що означає рівняння  $\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ ,

а) Рівняння Ламе	в) закон Гука
б) Модель Кельвіна-Фойгта	г) Формула Моенса-Кортевега

### 9. Рівняння Вебера-Фехнера

а) $E = k \lg\left(\frac{I}{I_0}\right)$ ;	б) $L = \lg \frac{I}{I_0}$ ;	в) $I = \frac{\Delta E}{\Delta t \cdot S}$ .
--	------------------------------	--

### 10. Рівняння хвильового опору

а) $\frac{P}{V} = \rho c$ ;	в) $Z = \rho c$
б) $p = \rho c V$ ;	г) $Z = \rho / c$ .

### 11. Рівняння коефіцієнта проникнення звукової хвилі

а) $\beta = \frac{I_2}{I_1}$ ;	в) $\beta = 4 \frac{(C_1 \rho_1) / (C_2 \rho_2)}{[(C_1 \rho_1) / (C_2 \rho_2) + 1]}$ .
б) $k = \frac{E \cdot S}{L}$ ,	г) $\tau = \eta E$

### 12. Рівняння Лам'є

а) $\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$ ,	в) $\nu = \sqrt{\frac{E \cdot h}{p \cdot D}}$ ,
б) $\sigma_T = \frac{P \cdot R}{h}$ ,	г). $\sigma_n = \varepsilon E$

### 13. Формула Релея

а) $\beta = 4 \frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2}$ ;	в) $\beta = 2 \frac{c_2 \rho_2}{c_1 \rho_1}$ ;
б) $\beta = 2 \frac{c_1 \rho_1}{c_2 \rho_2}$ ;	г). $\beta = 4 \frac{c_2 \rho_2}{c_1 \rho_1}$ ;

### 14. Коефіцієнт проникнення з повітря в бетон

а) $\beta_{п.б} = 0,035\%$	в) $\beta_{п.б} = 0,000135\%$
б) $\beta_{п.б} = 0,35\%$	г). $\beta_{п.б} = 0,0000035\%$

### 15. Коефіцієнт проникнення з повітря в воду

а) $\beta_{п.в} = 0,015\%$	в) $\beta_{п.в} = 0,117\%$
б) $\beta_{п.в} = 0,227\%$	г). $\beta_{п.в} = 0,0000017\%$

### 16. Поріг чутливості

а) $I_0 = 10^{-12} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$	в) $P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ (Па)}$
б) $I_0 = 10^{-10} \text{ (Вт/м}^2\text{)}$	г) $P_0 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ (Па)}$

### 17. Поріг больового сприйняття

а) $I_{\max} = 10 \text{ (Вт/м}^2\text{)}$ ;	в) $I_{\max} = 1,0 \text{ (Вт/м}^2\text{)}$ ;
б) $P_{\max} = 6,0 \text{ (Па)}$ ;	г) $P_{\max} = 60 \text{ (Па)}$ .



**18. Циклічна частота коливання**

а) $v = \frac{1}{T}$	в) $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$
б) $v = \frac{n}{t}$	г) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$

**19. Логарифмічний декремент загасання**

а) $\varphi = \omega(t - \frac{x}{v})$	в) $f_0 = F_0/m$
б) $\lambda = \beta T$	г) $2\beta = r/m$

**20. До складу тонких м'язових волокон входять:**

а) актин і тропоміозин	г) актин, тропоміозин і тропонін;
б) актин, міозин і тропоміозин;	д) актин і міозин.
в) міозин;	е) міозин, тропоміозин і тропонін

**21. Товсті м'язові волокна складаються:**

а) актин і тропоміозин	г) актин, тропоміозин і тропонін;
б) актин, міозин і тропоміозин;	д) актин і міозин.
в) міозин;	е) міозин, тропоміозин і тропонін;

**22. Під час ізотонічного скорочення:**

а) довжина волокна змінюється, напруга постійна;	в) довжина і напруга незмінні;
б) напруга змінюється, довжина волокна постійна;	г) довжина і напруга змінюються.

**23. Під час ізометричного скорочення:**

а) довжина волокна змінюється, напруга постійна;	в) довжина і напруга незмінні;
б) напруга змінюється, довжина волокна постійна;	г) довжина і напруга змінюються.

**24. Яка з наведених формул є рівнянням Хілла:**

а) $(P + a)(v + b) = (P_0 + a)b = a(v_{\max} + b);$	г) $(P + a)(v + b) = \frac{(P_0 + b)a}{b(v_{\max} + b)};$
б) $(P + a)(v + b) = \frac{(P_0 - b)a}{b(v_{\max} - b)};$	д) $(P + a)(v + b) = P_0 - ab = av_{\max}.$
в) $(P + a) \frac{(v + b)}{a(v_{\max} - b)} = (P_0 + a)b;$	е) $Pv(a + b) = a(v_{\max} + b);$

**25. Загальна потужність  $N_{\text{заг}}$  м'яза, дорівнює:**

а) $N_{\text{заг}} = (P + a)v = b\sqrt{P_0 - P};$	г) $N_{\text{заг}} = av + \frac{dQ}{dt};$
б) $N_{\text{заг}} = (P - a)v = b\sqrt{P_0 + P};$	д) $N_{\text{заг}} = (P + a)v = b(P_0 - P).$

**26. ККД м'язу визначається:**

а) $\eta = \frac{N_{заг} \nu}{P}$ ;	г) $\eta = \frac{P \nu}{N_{заг}}$ ;
б) $\eta = \frac{PN_{заг}}{\nu}$ ;	д) $\eta = \sqrt{\frac{N_{заг}}{P \nu}}$ .
в) $\eta = \frac{P^2 \nu}{N_{заг}}$ ;	е) $\eta = \frac{PN_{заг}}{\nu^2}$ ;

**27. Потік енергії звукової хвилі**

а) $\omega_p = \frac{\rho A^2 \omega_0^2}{2}$	в) $E = k \cdot \lg \frac{I}{I_0}$
б) $\Phi = \frac{dE}{dt} = \omega_p S \nu$	г) $I = \frac{P^2}{2 \rho \nu}$

**28. Коефіцієнт проникнення ультразвуку, що потрапляє на межу розподілу двох середовищ**

а) $\beta = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$	в) $\nu_{д} = \frac{2\nu_0}{\nu} \nu_{г}$
б) $r = \frac{(Z_1 - Z_2)^2}{(Z_1 + Z_2)^2}$	г) $H = \frac{\ln 2}{2\alpha} = \frac{0,347}{\alpha}$

**29. Ефект Доплера. Джерело хвиль рухається зі швидкістю до нерухомого спостерігача**

а) $\nu' = \frac{\nu + \nu_c}{\nu} \nu$	в) $\nu''' = \frac{\nu + \nu_c}{\nu - \nu_{д}} \nu$
б) $\nu_{д} = \frac{2\nu_0}{\nu} \nu_{г}$	г) $\nu'' = \frac{\nu}{\nu - \nu_{д}} \nu$

## РОЗДІЛ 2. ГЕМОДИНАМІКА. ТЕРМОДИНАМІКА, ТЕОРІЯ БІОЛОГІЧНИХ МЕМБРАН

Гемодинаміка – розділ біофізики, що вивчає перебіг крові по кровоносних судинах. Кровообіг підтримує життєдіяльність організму, а протікання крові забезпечує клітини поживними речовинами, підтримує обмінні процеси та метаболізм і енергетичний баланс в організмі. В даному розділі біофізики розглядаються питання гемодинаміки та гемореології, основні закономірності деформації і течії крові, закони термодинаміки та теорія біологічних мембран.

### Тема 2.1. БІОФІЗИКА СИСТЕМИ КРОВООБІГУ

#### 2.1.1. ГЕМОДИНАМІКА ТА РЕОГРАФІЯ

##### 1. В'язкість крові з врахуванням гематокриту

$$\eta = \eta_0 e^{2c},$$

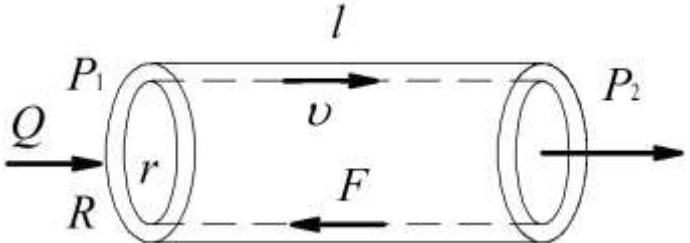
де  $\eta_0$  - в'язкість плазми, [Па·с];  $c$  - гематокрит крові (у відносних одиницях).

##### 2. Тиск $P$ , [Па]:

$$P = F/S,$$

де  $F$  – це силова складова дії, [Н], що проявляється з боку крові на внутрішню поверхню судини з площею поперечного перерізу  $S$ , [м<sup>2</sup>].

### 3. Формула Пуазейля:

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{P_1 - P_2}{l} = \frac{\Delta P}{X};$$


де  $R$  - радіус судини, [м];  $\eta$  - в'язкість крові, [Па·с];  
 $l$  - довжина ділянки судини, [м];  $P_1 - P_2$  - різниця тисків на  
кінцях судини, [Па],  $X$  - гідравлічний опір.

### 4. Гідравлічний опір

$$X = \frac{8\eta l}{\pi R^4},$$

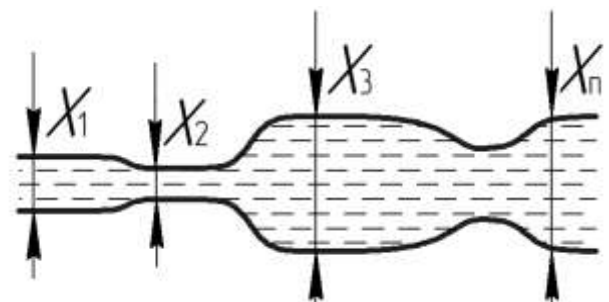
де  $X$  - гідравлічний опір;  $\eta$  - динамічна в'язкість крові;  
 $R$  - радіус просвіту судини;  $l$  - довжина ділянки судини.

### 5. Гідравлічний опір судин, з'єднаних послідовно

$$X = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n,$$

де  $X_1, X_2, X_3$  - величини

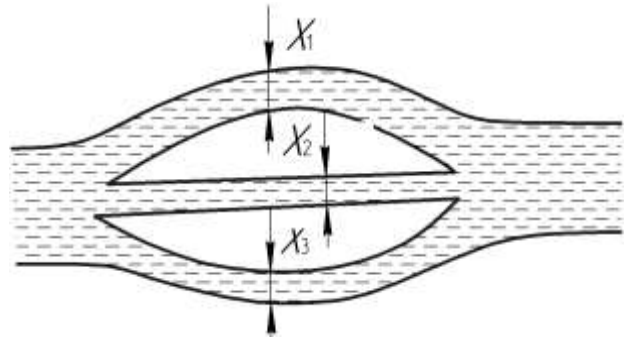
гідравлічних опорів кожної із частин судини даного відділу  
системи кровообігу.



6. Сумарний опір всіх судин з паралельним з'єднанням її потоків:

$$X = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}$$

де  $X_1, X_2, X_3$  - величини гідравлічних опорів



кожної із частин судини даного відділу системи кровообігу.

7. Лінійна швидкість, [м/с]:

$$v = l / t,$$

де  $l$  - довжина шляху, [м], що проходять частинки крові за час  $t$ , [с].

8. Об'ємна швидкість кровотоку, [м<sup>3</sup>/с]:

$$Q = V / t,$$

де  $V$  - об'єм крові, [м<sup>3</sup>];  $t$  - час, [с].

9. Зв'язок між об'ємною та лінійною швидкостями кровотоку:

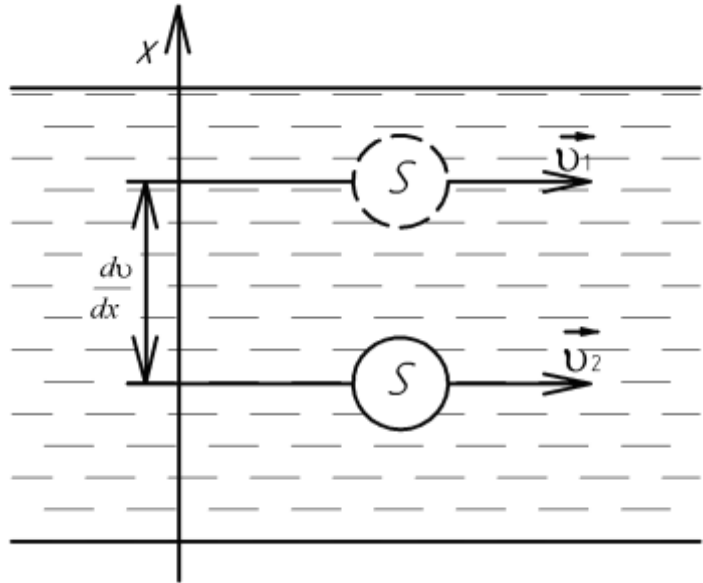
$$Q = v \cdot S.$$

10. Закон Ньютона. Під час переміщення одних смуг (шарів) реальної рідини (газу) відносно інших виникають сили

внутрішнього тертя, спрямовані вздовж дотичної до поверхні цих смуг:

$$F = \eta \frac{dv}{dx} S;$$

де  $F$  - дотична (тангенціальна) сила, що викликає зсув смуг рідини, [Н];  
 $\eta$  - динамічний коеф. в'язкості, [Па·с];



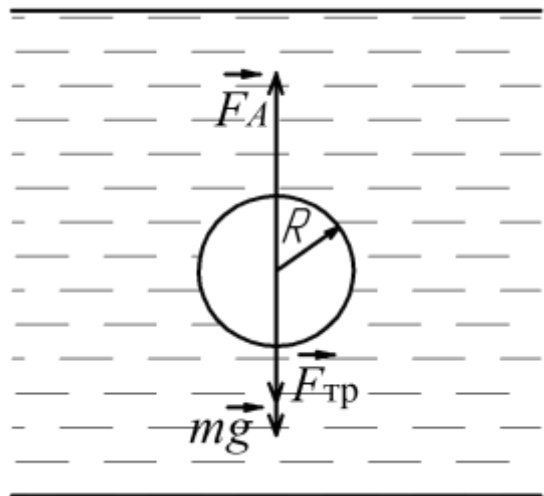
$S$  - площа дотику смуг, по яких відбувається взаємний зсув, [м<sup>2</sup>];

$\frac{dv}{dx}$  - градієнт швидкості течії (або швидкість зсуву), [с<sup>-1</sup>].

**10. Закон Стокса.** Сила в'язкого тертя сферичного тіла радіусом  $R$ , що рухається у ламінарному потоці рідини або газу та сила в'язкого тертя прямо пропорційна його швидкості переміщення:

$$F_{\text{тр}} = 6\pi R v \eta,$$

де  $R$  - радіус тіла, [м];  
 $\eta$  - в'язкість, [Па·с],  
 $v$  - швидкість рівномірного руху, [м/с].



Сила тертя зі збільшенням швидкості руху кульки зростає, отже, може досягти такого значення, при якому всі три сили, що діють на кульку, будуть врівноважені, а їх рівнодіюча буде дорівнювати нулю.

$$mg - F_A + 6\pi Rv\eta = 0,$$

де  $F_A$  – сила Архімеда.

### 11. Швидкість рівномірного руху тіла в рідині:

$$v = \frac{2(\rho - \rho_p)R^2 g}{9\eta},$$

де  $\rho$  – густина тіла, [кг/м<sup>3</sup>];  $\rho_p$  – густина рідини, [кг/м<sup>3</sup>].

12. Радіуси внутрішнього просвіту аорти  $R_{aop}$  та артерій  $R_{art}$  і їх артеріол  $R_{арл}$  з капілярами  $R_{кап}$  співвідносяться як:

$$R_{aop} : R_{art} : R_{арл} : R_{кап} = 3000 : 500 : 7 : 1.$$

13. Характер течії рідини (ламінарна чи турбулентна) визначається спеціальною безрозмірною величиною так званим числом Рейнольдса:

$$R_e = \frac{\rho v l}{\eta},$$

якщо  $R_e < R_{e(крит)}$  – течія рідини ламінарна,

$R_e > R_{e(крит)}$  (2000 - 2400) – турбулентна.



**14. При рівномірному осіданні формених частинок крові, що рухається в рідині в полі сили тяжіння, ( $v=v_0=\text{const}$ ) рівнодіюча сил дорівнює нулю:**

$$\rho_{\text{ч}}Vg - \rho_{\text{р}}Vg - 6\pi\eta rv = 0.$$

$\rho_{\text{ч}}Vg$  - сила тяжіння,  $\rho_{\text{р}}Vg$  - виштовхувальна сила, (сила Архімеда),  $6\pi\eta rv$  - сила опору (сила Стокса),  $\rho_{\text{ч}}$  - щільність частинки;  $V$  - об'єм частинки;  $\eta$  - в'язкість рідини;  $\rho_{\text{р}}$  - щільність рідини;  $v$  - швидкість осідання частинки;  $r$  - радіус частинки.

**15. Наближена умовна залежність швидкості  $v$  частки від часу має вигляд:**

$$v = v_0(1 - e^{-t/\tau}),$$

де  $\tau$  - постійна часу процесу.

**16. Постійна часу процесу:**

$$\tau \sim \frac{\rho_{\text{ч}} r^2}{\eta}.$$

**17. Об'ємна швидкість кровотоку через периферичні судини,**

$$Q = \frac{p - p_B}{X},$$

де  $p$  - тиск в пружній камері;  $X$  - гідравлічний опір периферичної ділянки системи кровообігу (загальний опір жорсткої трубки);  $p_B$  - венозний тиск, що може прирівнюватися нулю.

**18. Швидкість поширення пульсової хвилі:**

$$v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}},$$

де  $h$  - товщина стінки судини;  $E$  - модуль Юнга (модуль пружності) стінки судини;  $\rho$  - щільність крові;  $d$  - його внутрішній діаметр.

**19. Об'ємна швидкість руху рідини через стінки капілярів:**

$$q = K(p_{ГК} + p_{ОТ} - p_{ГТ} - p_{ОК}),$$

$$q = K[(p_{ГК} - p_{ОТ}) - (p_{ОК} - p_{ОТ})],$$

де  $K$  - коефіцієнт проникності (коефіцієнт фільтрації), визначається в'язкістю фільтруючої рідини, розмірами пор та їх кількістю,  $p_{ГК}$  - гідростатичний тиск в капілярах,  $p_{ОТ}$  - онкотичний тиск тканинної рідини (рідина виходить із капілярів в тканину),  $p_{ГТ}$  - гідростатичний тиск в тканинній рідині,  $p_{ОК}$  - онкотичний тиск плазми крові.

**20. Швидкість в капілярного кровотоку**

$$Q = -\frac{1}{X_K} \cdot \frac{dp}{dx},$$

де  $X_K = \frac{8\eta}{\pi R^4}$  - питомий гідравлічний опір досліджуємої одиниці довжини капіляра;  $R$  - радіус капіляра;  $p = (p_{ГК} - p_{ГТ})$  - результуючий гідростатичний тиск, при умові перевищення над результуючий онкотичним тиском

$p_0 = (p_{ок} - p_{ом})$  виникає *фільтрація*, в протилежному випадку - *реабсорція*;  $\eta$  - коефіцієнт в'язкості крові.

**21. Гідравлічний опір пори складає:**

$$X_{II}' = \frac{8\eta l}{\pi r^4},$$

де  $l$  - товщина стінки капіляра;  $r$  - радіус пори.

**22. При паралельнім з'єднанні пори одна з другою:**

$$\frac{1}{X_{II.заг}} = nS \frac{1}{X_{II}'},$$

де  $n$  - кількість пор на одиниці площі поверхні капіляра (щільність розташування пор);  $S$  - площа поверхні перерізу капіляра довжиною  $L$ .

**23. Гідравлічний опір всіх пор на поверхні капіляра одиничної довжини:**

$$X_{II} = \frac{4\eta l}{\pi^2 n r^4 R}$$

**24. Швидкість транскапілярного кровотоку**

$$q = \frac{p - p_0}{X_{II}}$$

де  $p_0 = (p_{ок} - p_{ом})$  - онкотичний результуючий тиск.

**ПРИКЛАДИ ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Швидкість поширення пульсової хвилі по артерії становить  $V = 10$  м/с. Визначте модуль пружності  $E$  артерії, якщо товщина її стінки  $h = 0,7$  мм, внутрішній діаметр  $d = 8$  мм, щільність крові  $\rho = 1050$  кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$V = 10 \text{ м/с}$$

$$h = 0,7 \text{ мм}$$

$$d = 8 \text{ мм}$$

$$\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$E$  - ?

**Розв'язок:** Швидкість поширення пульсової хвилі визначається за формулою:

$$v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}}$$

Модуль пружності (модуль Юнга) стінки судини:

$$E = \frac{V^2 \rho d}{h} = \frac{100 \cdot 1050 \cdot 0,8 \cdot 10^{-3}}{0,7 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \text{ МПа}$$

**Відповідь:** Модуль пружності  $E$  артерії становить 1,2 МПа

**ЗАДАЧА 2.** Хвилинний об'єм крові при інтенсивній фізичній роботі становить 25 л/хв, а в стані спокою - у 5 разів менше. Визначте тип течії крові в аорті для цих двох випадків, якщо відомо, що діаметр аорти дорівнює 2 см, значення в'язкості крові - 5 мПа·с, її щільність - 1050 кг/м<sup>3</sup>, а критичне значення числа Рейнольдса дорівнює 2000.

**Дано:**

$$Q_{нав} = 25 \text{ л/хв} =$$

$$= 41,7 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$$

$$Q_{спок} = 5 \text{ л/хв} =$$

$$= 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{с}$$

$$D = 2 \text{ см}$$

$$\eta = 5 \text{ мПа} \cdot \text{с}$$

$$\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$$

$$R_{e(\text{крит})} = 2000$$

**Знайти:**

Тип течії - ?

**Розв'язок:**

$$R_e = \frac{\rho v l}{\eta}$$

Лінійна швидкість  $v$  пов'язана з об'ємною наступною формулою:

$$Q = vS = v \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{тоді}$$

$$R_e = \frac{4\rho Q}{\pi\eta D}$$

$$R_{e.нав} = \frac{4\rho Q_{нав}}{\pi\eta D} = \frac{4 \cdot 1050 \cdot 41,5 \cdot 10^{-5}}{3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,02} = 5578$$

$$R_{e.спок} = \frac{4\rho Q_{спок}}{\pi\eta D} = \frac{4 \cdot 1050 \cdot 8,3 \cdot 10^{-5}}{3,14 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 0,02} = 1110$$

Так як  $R_{e.спок} < R_{e(\text{крит})}$  то течія ламінарна,

а при  $R_{e.нав} < R_{e(\text{крит})}$  - турбулентна

**Відповідь:** При інтенсивній фізичній нарузці течія крові в аорті буде турбулентна, а у стані спокою – ламінарна.

**ЗАДАЧА 3.** За допомогою мікроскопу, спостерігаючи за рухом еритроцитів у капілярі, можна виміряти лінійну швидкість течії крові ( $v_k = 0,5 \text{ мм/с}$ ). Так середня швидкість, в аорті течії крові становить  $v_a = 40 \text{ см/с}$ . Визначити, у скільки разів поперечний переріз аорти менший за суму поперечних перерізів усіх функціональних капілярів.

**Дано:**

$$v_k = 0,5 \text{ мм/с} =$$

$$= 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м/с},$$

$$v_a = 40 \text{ см/с} =$$

$$= 40 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$$

**Знайти:**

$$\frac{S_k}{S_a} - ?$$

**Розв'язок:**

$$v_1 S_1 = v_2 S_2, \Rightarrow v_k S_k = v_a S_a,$$

$$\frac{v_k S_k}{S_a} = \frac{v_a S_a}{S_a}$$

$$\frac{S_k}{S_a} = \frac{v_a}{v_k},$$

$$\frac{S_k}{S_a} = \frac{40 \text{ м} \cdot 10^{-2} \text{ с}}{0,5 \text{ с} \cdot 10^{-3} \text{ м}} = 800$$

**Відповідь:** У 800 разів менше площа поперечного перерізу аорти від суми.

**ЗАДАЧА 4.** Розрахувати величину зниження тиску на сантиметр довжини аорти ( $l = 1 \text{ см}$ ), якщо об'ємна швидкість кровотоку дорівнює  $Q = 25 \text{ л/хв}$ . Відомо, що радіус аорти  $R = 1 \text{ см}$ .

**Дано:**

$$l = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м},$$

$$R = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м},$$

$$Q = 25 \text{ л/хв} =$$

$$= 25 \frac{10^{-3}}{60} \text{ м}^3 / \text{с},$$

$$\eta = 0,004 \text{ Па} \cdot \text{с}.$$

**Розв'язок:**

$$Q = \frac{\pi R^4}{8\eta} \cdot \frac{P_1 - P_2}{l};$$

$$P_1 - P_2 = \frac{8\eta Q l}{\pi R^4},$$

$$\Delta P = \frac{8,004 \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot 25 \text{ м}^3 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{3,14 \text{ с} \cdot (10^{-2} \text{ м})^4 \cdot 60} = 425 \text{ Па}$$

$$1 \text{ мм рт.ст.} = 133 \text{ Па}$$

$$\Delta P = 3,2 \text{ мм рт.ст}$$

**Знайти:**

$$\Delta P - ?$$

**Відповідь:** 425 Па або 3,2 мм.рт.ст.

**ЗАДАЧА 5.** При захворюванні на сфероцитоз у хворих збільшується середній радіус еритроцита у 1,5 раза в порівнянні з нормою. Знайти у скільки разів зміниться швидкість осідання еритроцитів у цих людей.

**Дано:**

$$\frac{R_{\text{H}}}{R_{\text{CФ}}} = \frac{1}{4}$$

**Знайти:**

$$\frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{CФ}}} - ?$$

**Розв'язок:**

$$v = \frac{2(\rho - \rho_p)R^2 g}{9\eta}; \text{ тоді}$$

$$v_{\text{H}} = \frac{2(\rho - \rho_p)R_{\text{H}}^2 g}{9\eta}, \quad v_{\text{CФ}} = \frac{2(\rho - \rho_p)R_{\text{CФ}}^2 g}{9\eta},$$

$$\frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{CФ}}} = \frac{2(\rho - \rho_p)R_{\text{H}}^2 g \cdot 9\eta}{9\eta \cdot 2(\rho - \rho_p)R_{\text{CФ}}^2 g} = \left(\frac{R_{\text{H}}}{R_{\text{CФ}}}\right)^2,$$

$$\frac{v_{\text{H}}}{v_{\text{CФ}}} = \left(\frac{1\text{M}}{4\text{M}}\right)^2 = \frac{1}{16}, \quad v_{\text{CФ}} = 16v_{\text{H}}$$

**Відповідь:** В 16 раз

**ЗАДАЧА 6.** Який гідравлічний опір кровоносної судини радіусом 0,1 мм та довжиною 0,12 м?

**Дано:**

$$l = 0,12 \text{ м},$$

$$R = 0,1 \text{ мм} = 0,1^{-3} \text{ м},$$

$$\eta = 0,004 \text{ Па} \cdot \text{с}$$

**Знайти:**

$$X - ?$$

**Розв'язок:**

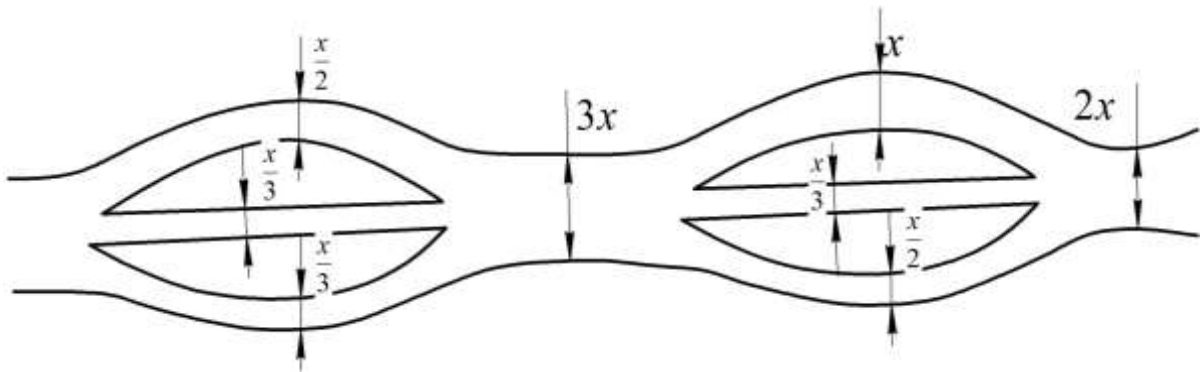
$$X = \frac{8\eta l}{\pi R^4}$$

$$X = \frac{8 \cdot 0,004 \text{ Па} \cdot \text{с} \cdot 0,12 \text{ м}}{3,14 \cdot (10^{-4} \text{ м})^4} =$$

$$= 12,23 \cdot 10^{12} \text{ Па} \cdot \text{с} / \text{м}^3$$

**Відповідь:** Гідравлічний опір становить  $12,23 \cdot 10^{12} \text{ Па} \cdot \text{с} / \text{м}^3$

**ЗАДАЧА 7.** Знайти гідравлічний опір системи судин, наведених на рисунку



**Розв'язок:** Сумарний опір всіх судин за формулою паралельно з'єднаних потоків

$$X = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}$$

Тоді розрахуємо для кожного

$$\frac{1}{X_1} = \frac{2}{x} + \frac{3}{x} + \frac{3}{x} = \frac{8}{x},$$

$$\frac{1}{X_2} = \frac{1}{3x},$$

$$\frac{1}{X_3} = \frac{1}{x} + \frac{3}{x} + \frac{2}{x} = \frac{6}{x},$$

$$\frac{1}{X_4} = \frac{1}{2x}$$

Підставимо отримані результати в формулу сумарного опору судин

$$X = \frac{1}{\frac{8}{x} + \frac{1}{3x} + \frac{6}{x} + \frac{1}{2x}} = \frac{1}{\frac{89}{6x}} = \frac{6}{89}x$$

Відповідь: Гідравлічний опір системи становить  $\frac{6}{89}x$



## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Визначте співвідношення  $X_a/X_k$  сумарного гідравлічного опору артеріол і капілярів, якщо середня довжина артеріоли і капіляра складає відповідно 1 см і 1 мм, радіус становить відповідно 15 мкм та 3 мкм, а загальна кількість артеріальних судин в організмі становить  $10^8$ , а капілярних –  $10^{10}$ . Порівняйте отриману відповідь з співвідношенням одиничної артеріоли до одиничного капіляру.

**ЗАВДАННЯ 2.** Обчисліть в'язкість крові  $\eta$  при нормальному гематокриті ( $z = 45\%$ ) якщо в'язкість плазми становить  $\eta_0 = 2$  мПа·с.

**ЗАВДАННЯ 3.** Середня швидкість кровотоку в аорті становить  $V_{\text{аор}} = 0,45$  м/с, а в капілярах -  $V_{\text{кап}} = 0,5$  мм/с. У скільки разів площа поперечного перерізу аорти менше суми поперечних перерізів капілярів?

**ЗАВДАННЯ 4.** Товщина стінки аорти збільшилась в 1,5 рази у результаті відкладання холестерину, внутрішній діаметр зменшився на 25%, а швидкість розповсюдження пульсової хвилі збільшилась в 1,9 разів. Визначте як змінився при цьому модуль пружності стінки по відношенню до норми?

**ЗАВДАННЯ 5.** Обчисліть гідравлічний опір  $X$  аорти, якщо її діаметр  $D = 2,4$  см, довжина  $l = 40$  см, в'язкість крові  $\eta = 5$  мПа·с.

**ЗАВДАННЯ 6.** Вичистіть швидкість  $V$  осідання одиничних еритроцитів, вважаючи їх сферами діаметром  $d = 7$  мкм. В'язкість плазми становить  $\eta = 2,2$  мПа·с, щільність еритроцитів  $\rho_{\text{ер}} = 1080$  кг/м<sup>3</sup>, щільність плазми  $\rho_{\text{пл}} = 1027$  кг/м<sup>3</sup>.

**ЗАВДАННЯ 7.** Швидкість поширення пульсової хвилі по артерії становить  $V = 10$  м/с. Визначте модуль пружності артерії, якщо товщина її стінки  $h = 0,7$  мм, внутрішній діаметр  $d = 8$  мм, щільність крові  $\rho = 1050$  кг/м<sup>3</sup>.

**ЗАВДАННЯ 8.** Яка об'ємна швидкість кровотоку в аорті, радіус аорти  $1,75$  см, та лінійній швидкості кровотоку в ній  $0,5$  м/с?

**ЗАВДАННЯ 9.** У сонній артерії діаметром  $3$  см середня лінійна швидкість кровотоку дорівнює  $5$  мм/с. Яка об'ємна швидкість кровотоку в цій судині?

**ЗАВДАННЯ 10.** Проходження крові капілярим руслом органа, спонукає об'єднанню капіляр, забезпечуючи формування венул. Яка сумарна площа перерізу капілярів, що стикуються з венулами, при зростанні швидкості крові в  $4$  рази і сумарній

площа розрізу венул  $10 \text{ см}^2$ . При діаметрі одного капіляра  $10 \text{ мкм}$ , скільки капілярів входять до венул цього органа.

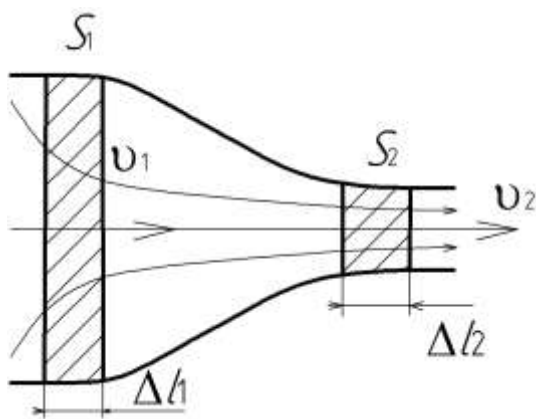
**ЗАВДАННЯ 11.** В судинну систему дорослої людини, серце в стані спокою, забезпечує протікання крові з об'ємною швидкістю  $5 \text{ л/хв}$ , а в стані підвищеного фізичного навантаження –  $25 \text{ л/хв}$ . Якою буде швидкість в одиницях виміру  $\text{м}^3/\text{с}$  та  $\text{см}^3/\text{с}$ ?

**ЗАВДАННЯ 12.** Сферично-кульова форма очного яблука підтримується нормальним внутрішньоочним тиском рідини, від  $12$  до  $14 \text{ мм рт. ст.}$  З порушення нормальної циркуляції очної рідини підвищується тиск з розвитком захворювання на глаукому. При цьому тиску зростає до  $85 \text{ мм рт. ст.}$ , це шкодить зоровому нерву. Визначити, яка сила виникає в середині очного яблука при цьому тиску, при площі очного дна  $6 \text{ см}^2$ .

**ЗАВДАННЯ 13.** Яка швидкість руху крові, при зростанні діаметру судини на  $10 \%$  і незмінній об'ємній витраті крові?

## Тема 2.2. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ РЕОЛОГІЇ КРОВІ ТА ГЕМОДИНАМІКИ

**1. Закон нерозривності течії.** З рівняння неперервності для стаціонарної течії ідеальної рідини випливає, що швидкість потоку рідини обернено пропорційно залежить від площі його перерізу.



При переході рідини з ділянки яка має більший  $S_1$  переріз до ділянки з  $S_2$  меншим перерізом швидкість течії зростає. Отже, на рідину діє сила і вона рухається із прискоренням

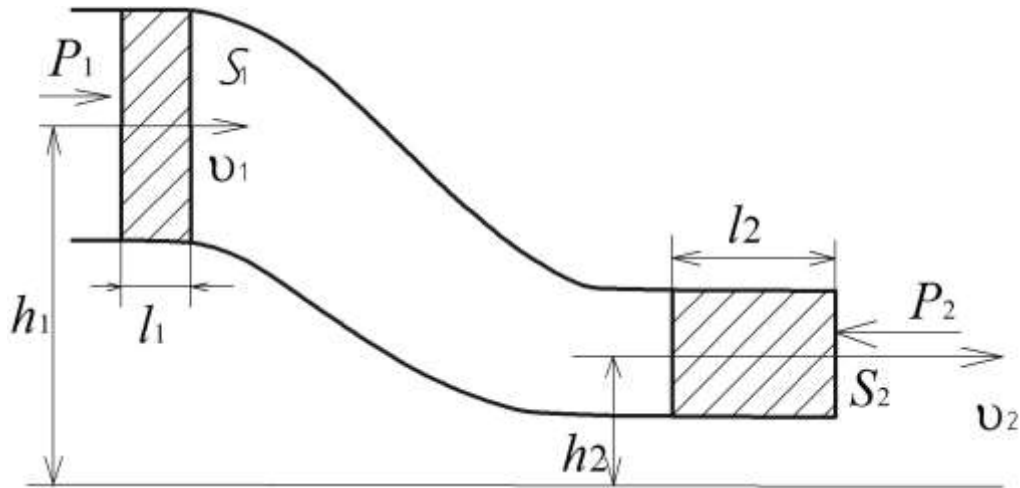
$$v_1 S_1 = v_2 S_2.$$

**2. Рівнянням Бернуллі.** Робота сил тиску призводить до зміни повної механічної енергії:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 + P_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2 + P_2,$$

де  $P$  – статичний тиск, [Па];  $\rho g h$  – гідростатичний тиск в полі сил тяжіння пропорційний потенційній енергії одиничного об'єму, [Па],  $\frac{\rho v^2}{2}$  – кінетична енергія одиниці об'єму, чи гідродинамічний тиск [Па].

Отже тиск у рідині, яка тече по горизонтальній судині змінного перерізу, більше в тих місцях течії, в яких швидкість її руху менше, і навпаки, тиск менше в тих місцях, у яких швидкість більше.



### 3. Закон збереження енергії

$$E_K + E_{II} + E_B = const.$$

$$E_K = \frac{mv^2}{2} \text{ кінетична енергія рідини } (m = \rho V), \text{ [Дж];}$$

$$E_{II} = mgh \text{ потенційна енергія рідини, [Дж];}$$

$$E_B = PV \text{ внутрішня енергія рідини, [Дж].}$$

### 4. Різниця тисків та трансмуральний тиск, [Па]:

$$\Delta P = P_B - P_3.$$

$P_B$  - внутрішній тиск, що діє на стінки судини, [Па];

$P_3$  - зовнішній тиск, що діє на стінки судини, [Па].

$$P_B > P_3$$

**5. Під дією сили тяжіння створюється гідростатичний тиск крові:**

$$P_{\Gamma} = \rho gh,$$

де  $\rho$  - щільність крові, [кг/м<sup>3</sup>];  $g$  - прискорення вільного падіння;  $h$  - висота стовпа крові, [м].

**6. Закон Лапласа**

$$\Delta P = \frac{h\sigma}{R} = \frac{T}{R},$$

де  $R$  - радіус судини, [м];  $\sigma$  - напруження в стінці, [Па];  
 $h$  - товщина стінки судини ( $h \ll R$ ), [м];  $T$  - натяг, [Н/м].

**7. Потужність серця  $W$  під час однократного скорочення, [Вт]:**

$$W = \frac{A_c}{t}$$

де  $A_c$  - робота однократного скорочення серця, [Дж];  $t$  - час систоли, [с].

**8. Робота серця під час однократного скорочення, [Дж]:**

$$A_c = A_{\text{Л}} + A_{\text{П}} = 1,2V_y \left( P + \frac{\rho v^2}{2} \right),$$

де  $P$  - середній аортальний тиск крові, [Па];  $V_y$  - ударний об'єм, [м<sup>3</sup>];  $\rho$  - густина крові, [кг/м<sup>3</sup>];  $v$  - швидкість течії крові, [м/с].

**9. Середній артеріальний тиск  $P_{\text{CP}}$**  це тиск за весь час серцевого циклу, [мм рт. ст]:

$$P_{\text{CP}} = P_{\text{д}} + \frac{P_{\text{с}} + P_{\text{д}}}{3}.$$

де  $P_{\text{с}}$  - систолічний тиск (верхня межа артеріального тиску), що показує рівень тиску, при стисканні серцевого м'язу, який виштовхує кров в артерії.  $P_{\text{д}}$  - діастолічний тиск (нижня межа артеріального тиску), яка показує тиск при розслабленні серцевого м'язу.

Тиск в аорті становить:

$$P_{\text{с}} = 120 - 130 \text{ мм.рт.ст.},$$

$$P_{\text{д}} = 80 \text{ мм.рт. ст.}$$

**10. Пульсовий тиск  $P_{\text{п}}$**  - це різниця між систолічним і діастолічним тисками:

$$P_{\text{п}} = P_{\text{с}} - P_{\text{д}}$$

## ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА 1.** Який, на рівні голови, артеріальний тиск крові, людини при вертикальному стоянні. Голова знаходиться на 50 см вище від серця. Середній артеріальний тиск 100 мм рт. ст на рівні серця.

*Дано:*

$$\Delta h = 50 \text{ см} =$$

$$= 50 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$P_{\text{сер}} = 10^2 \text{ мм рт. ст.} =$$

$$= 13300 \text{ Па}$$

$$\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$$

*Знайти:*

$$P_{\text{гол}} - ?$$

**Розв'язок:** Для рідини, що має постійну густину  $\rho$ , різниця тисків між двома точками, що знаходяться на вертикалі довжиною  $h$  одна від одної, визначається

$$P_2 - P_1 = \rho g \Delta h$$

Тобто,  $P_{\text{сер}} - P_{\text{гол}} = \rho g \Delta h$ , звідси

$$P_{\text{гол}} = P_{\text{сер}} - \rho g \Delta h,$$

$$P_{\text{гол}} = 13300 - (1050 \cdot 9,8) \cdot 0,5 = 8155 \text{ (Па)},$$

1 мм рт. ст. = 133 Па, тоді

$$P_{\text{гол}} = 61,32 \text{ мм рт. ст.}$$

**Відповідь:**  $P_{\text{гол}} = 61,32 \text{ мм рт. ст}$



**ЗАДАЧА 2.** Яка робота, при одноразовому скороченні серця при ударному об'ємі крові  $V_y = 60$  мл та швидкості крові в аорті  $v = 0,5$  м/с, час систоли  $t_c = 0,3$  с. Значення тиск 100 мм рт. ст., при надходженні крові в аорту з лівого шлуночку. Визначити роботу серця за добу при пульсі 70 скорочень за хвилину.

**Дано:**

$$v = 0,5 \text{ м/с},$$

$$V_y = 60 \text{ мл} =$$

$$= 60 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3,$$

$$t_c = 0,3 \text{ с},$$

$$\rho_{\text{кр}} = 1050 \text{ кг/м}^3,$$

$$P = 100 \text{ мм рт. ст.} =$$

$$= 13300 \text{ Па}$$

**Знайти:**

$$A_c - ?$$

$$A_d - ?$$

**Відповідь:**  $A_c = 0,967 \text{ Дж}$ ,  $A_d = 97473,6 \text{ Дж}$

**Розв'язок:** Роботу серця можна записати

$$A_c = 1,2V_y \left( P + \frac{\rho v^2}{2} \right),$$

$$A_c = 1,2 \cdot 6 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3 \left( 13300 \text{ Па} + \frac{1050 \text{ кг/м}^3 \cdot 0,5^2 \text{ м}^2/\text{с}^2}{2} \right) =$$

$$= 0,967 \text{ Дж},$$

$$A_d = A_c \cdot N - \text{кількість скорочень серця за добу}; \Rightarrow$$

$$N = 70 \cdot 60 \cdot 24 = 100800,$$

$$A_d = 0,967 \cdot 100800 = 97473,6 \text{ Дж}$$

**ЗАДАЧА 3.** Знайти кінетичну енергію  $1 \text{ м}^3$  крові, під час інтенсивних фізичних навантажень, в аорті для людини. Об'ємна швидкість кровотоку  $Q = 25$  л/хв. Радіус аорти  $R = 1$  см

**Дано:**

$$V = 1 \text{ м}^3,$$

$$Q = 25 \text{ л / хв} =$$

$$= 25 \cdot \frac{10^{-3}}{60} \text{ м}^3 / \text{с}$$

$$R = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м},$$

$$\rho = 1050 \text{ кг / м}^3$$

**Знайти:**

$E_K$  - ?

**Розв'язок:** Роботу серця можна записати

$$E_K = \frac{mv^2}{2}$$

$$Q = Sv, \text{ де } S = \pi R^2, \text{ тоді } Q = \pi R^2 v$$

$$v = \frac{Q}{\pi R^2}$$

$$E_K = \frac{m \left( \frac{Q}{\pi R^2} \right)^2}{2}, m = \rho V \Rightarrow E_K = \frac{\rho V \left( \frac{Q}{\pi R^2} \right)^2}{2}$$

$$E_K = \frac{1050 \text{ кг / м}^3 \cdot 1 \text{ м}^3 \left( \frac{25 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{60 \text{ м}^2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-4} \text{ с}} \right)^2}{2} = 924,43 \text{ Дж},$$

**Відповідь:**  $E_K = 924,43 \text{ Дж}$

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Визначити об'єм прокачування крові серцем на за 80 років життя, припускаючи, з умовою, що усереднене значення швидкості об'ємного кровотоку складає 5 літрів за хвилину? Обрахувати потужність та роботу серця за цей період.

**ЗАВДАННЯ 2.** Аневризма викликала збільшення діаметру артерії з 2,5 см до 5 см. Знайти зростання тиску по рівнянню Бернуллі, в ушкодженій аневризмою ділянці, при швидкість кровотоку в її неушкодженій частині становить 30 см/с.

**ЗАВДАННЯ 3.** В артерії, розміщеній горизонтально, густина крові дорівнює  $1,05 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$  а діаметр 2,2 см є аневризма діаметром 3 см. Середня швидкість течії крові в нормі дорівнює 0,3 м/с, а тиск крові 120 мм.рт.ст. Встановити значення додаткового тиску на ділянці аневризми. На скільки небезпечним він для людини?

**ЗАВДАННЯ 4.** Встановити, в положенні стоя на 130 см нижче рівня серця, значення середнього артеріального тиску крові в ногах людини. Артеріальний тиск на рівні серця 100 мм рт. ст.

**ЗАВДАННЯ 5.** Знайти кінетичну енергію, в стані спокою, об'єму крові  $1 \text{ см}^3$  в аорті людини. Об'ємна швидкість кровотоку 5 л/хв, а радіус аорти становить 1 см.

**ЗАВДАННЯ 5.** Визначити кінетичну енергію, за 1 хв, об'єму крові, що проходить зі швидкістю 0,4 м/с через артерію діаметром 3 мм.

**ЗАВДАННЯ 6.** Знайти потужність серця при одноразовому скороченні. Ударний об'єм крові 60 мл, швидкість крові в аорті 0,5 м/с, час систоли 0,3 с. Середній тиск дорівнює 100 мм рт. ст, за якого кров поступає в аорту з лівого шлуночка.

**ЗАВДАННЯ 7.** Під час інтенсивних фізичних навантажень кінетична енергія об'єму  $1 \text{ м}^3$  крові в аорті людини дорівнює  $925 \text{ Дж}$ . Визначити об'ємну швидкість кровотоку для радіусу аорти  $1 \text{ см}$ .

**ЗАВДАННЯ 8.** Значення для тиску на висоті рівня серця дорівнює  $120 \text{ мм.рт.ст.}$ , густина крові  $1050 \text{ кг/м}^3$ , а голова людини розміщена вище від серця на  $0,4 \text{ м}$ . Знайти тиск крові у мозку людини? Визначити на рівні  $1,5 \text{ м}$  нижче від серця, тиск крові у ногах людини?

**ЗАВДАННЯ 9.** Знайти потужність серця при систолічному тиску  $100 \text{ мм рт. ст.}$ , систолічному об'ємі –  $60 \text{ мл}$ , діастолічному тиску –  $70 \text{ мм рт. ст.}$  та часу скорочення шлунків –  $0,25 \text{ с}$ . На вході в передсердя тиск  $0 \text{ Па}$ , а кінетичну енергію крові не брати до уваги.

### Тема.2.3. ТЕРМОДИНАМІКА І БІОЛОГІЧНІ ПРОЦЕСИ

**1. Перший закон термодинаміки для біологічних та хімічних реакцій має вид:**

$$\delta Q = dU + \delta A$$

де  $Q$  – кількість теплоти, отриманої системою,  $[\text{Дж}]$  або  $[\text{кал}]$

(1 кал = 4,18 Дж.);  $U$  - внутрішня енергія системи;  $A$  - робота

$\delta A > 0$  відбувається над системою;

$\delta A < 0$  робота здійснюється самою системою.

### 3. Робота системи, проти зовнішнього тиску $p$ ,

$$\delta A = pdV,$$

де  $dV$  - зміна об'єму.

При ізобаричному процесі об'єм  $V = \text{const}$ :  $\delta Q = dU$ ;

при ізохоричному процесі тиск  $p = \text{const}$ :

$$\delta Q = dU + pdV = d(U + pV) = dH,$$

де  $H$  - значення ентальпії, як функція стану в ізобаричному процесі, що визначає кількість виділеного тепла.

### 4. Зміна ентропії ( $dS$ ) - другий закон термодинаміки:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}.$$

Для ізольованої системи ( $\delta Q = 0$ ) другий закон термодинаміки:

$$dS \geq 0.$$

5. Зміна значень ентропії відбувається як , з енергії виділення теплоти в самій системі, в результаті необоротних процесів  $\delta Q_i$ , так і за рахунок припливу ззовні  $\delta Q_e$  теплоти:

$$dS = \frac{\delta Q_e}{T} + \frac{\delta Q_i}{T} = d_e S + d_i S,$$

де  $d_e S$  - викликана взаємодією системи з *навколишнім*

*середовищем*, зміна ентропії;  $d_i S$  – зміна ентропії в ході необоротних процесів *всередині* в самій системі.

$d_i S = 0$  - оборотні процеси,

$d_i S > 0$  - необоротні процеси.

Для ізольованої система  $d_e S = 0$ , то

$$d_i S > 0$$

**6. Кількість переданої теплоти за зміни температури на  $\Delta T$  тіла масою, [Дж]:**

$$Q = mc\Delta T = C\Delta T,$$

де  $m$  – маса речовини, [кг];  $c$  – питома теплоємність речовини, [Дж/(кг·°C)];  $C$  – теплоємність речовини, [Дж/°C];  $\Delta T$  – зміна температури, [°C].

**7. Теплота пароутворення  $Q$ , [Дж]:**

$$Q = mL,$$

де  $Q$  – енергія, необхідна для перетворення рідини масою, [кг], у пару;  $L$  – питома теплота пароутворення, [Дж/кг].

**8. Температура плавлення (згоряння), [Дж]:**

$$Q = m\lambda,$$

де  $\lambda$  – питома теплота плавлення, [Дж/кг].

**9. Кількість переданої теплоти шляхом теплопровідності, [Дж]:**

$$Q = \frac{k_T S}{l} (T_1 - T_2) t,$$

де  $k_T$  – коефіцієнт теплопровідності, [Дж/(м·с·К)];

$S$  – поверхня тіла, [м<sup>2</sup>];  $l$  – довжина тіла, [м];  $T_1 - T_2$  – різниця температур, [К];  $t$  – час, [с].

**10. Кількість переданої теплоти шляхом конвекції, [Дж]:**

$$Q = k_K S_K (T_1 - T_2) t,$$

де  $k_K$  – коефіцієнт конвекції, зв'язаний з швидкістю руху газу або рідини, [Дж/(м·с·К)];  $S_K$  – площа тіла, що зазнає дії конвекційних потоків, [м<sup>2</sup>];  $T_1 - T_2$  – різниця температур, [К];  $t$  – час, [с].

**11. Кількість переданої теплоти шляхом випромінювання, [Дж]:**

$$Q = k_B e S_B (T_1^4 - T_2^4) t,$$

де  $e$  – випромінювальна здатність тіла (для світлошкірих людей  $e = 1$ );  $k_B = 5,1 \cdot 10^{-8}$  Дж/(м·с·К) – коефіцієнт випромінювання шкіри людини;  $T_2$  – температура навколишнього середовища, [К];  $S_B$  – поверхня тіла, з якої обраховують випромінювання, [м<sup>2</sup>];  $T_1$  – температура тіла, [К];  $t$  – час, [с].

**12. Зв'язок температури, вираженої у градусах Цельсія, [°C], із абсолютною температурою, що вимірюється у кельвінах, [К]:**

$$T = 273 + t.$$

**13. Коефіцієнт корисної дії:**

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

де  $Q$  – кількість переданої теплоти ситемі, [Дж];  $A$  – робота, виконана системою, [Дж];  $Q_1$  – кількість наданої теплоти системі, [Дж];  $Q_2$  – кількість відданої теплоти, [Дж].

**14. Площа поверхні тіла, [м<sup>2</sup>]:**

$$S = 0.202m^{0,425}H^{0,725},$$

де  $m$  – маса тіла, [кг];  $H$  – зріст людини, [м].

**15. Дихальний коефіцієнт:**

$$\text{ДК} = V_{CO_2} / V_{O_2},$$

де  $V_{CO_2}$  – об'єм виділеного в процесі дихання  $CO_2$ ;  $V_{O_2}$  – об'єм спожитого за той самий час кисню.

**16. Регулювання ваги тіла.** Дієти, з обмеженням кількості їжі, стимулюють організм використовувати внутрішні запаси. Так, коефіцієнт калорій для білків і вуглеводів  $K_1 = 17,2$  кДж/г, для жирів  $K_2 = 38,9$  кДж/г.

$$E = E_{\phi.a} St,$$

де  $E$  – енергія, витрачена людиною, [Дж];

$E_{\phi.a}$  – енерговитрати організму, [Дж/(м<sup>2</sup> · с)];

$S$  – поверхня тіла, [м<sup>2</sup>];  $t$  – час, [с].

**Енерговитрати організму:**



*Сон – 35 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*положення лежачи без сну – 40 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*сидіння – 50 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*положення стоячи – 60 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*повільна ходьба – 140 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*біг – 600 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*фізична робота середньої важкості – 150 ккал/(м<sup>2</sup> · год);*

*їзда на велосипеді – 250 ккал/(м<sup>2</sup> · год).*

**17. Між швидкістю процесу  $J$  (узагальненими потоком) та причиною процесу  $X$  (силою), яка його викликає, є лінійна залежність:**

$$J = LX,$$

де  $L$ - коефіцієнт співвідношення.

**18. Рівняннями Онзагера.** Вирази для потоків в разі спряжених процесів

$$\begin{cases} J_1 = L_{11}X_1 + L_{12}X_2; \\ J_2 = L_{21}X_1 + L_{22}X_2. \end{cases}$$

Ступінь спряження  $q$  кількісно визначається співвідношенням:

$$q = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}},$$

яка змінюється в межах  $-1 < q < 1$ .

19. ККД перетворення енергії використовує поняття ефективності спряження:

$$\eta = \left| \frac{J_1 X_1}{J_2 X_2} \right|,$$

де  $X_1, J_1$  та  $X_2, J_2$  - відповідно рушійні сили і потоки спряженого і спрягаючого процесів.

20. Для термодинаміки необоротних процесів використовується поняття дисипативної функції  $\beta$ :

$$\beta = T \frac{dS_i}{dt}.$$

$\beta > 0$  необоротні процеси,

$\beta = 0$  ідеально оборотні процеси.

### ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА 1.** Фермент малатдегідрогеназа каталізує реакцію:



При  $pH = 8,81$  і температурі  $t = 25^{\circ}\text{C}$  концентрації речовин наступні:  $[\text{L-малат}] = 5,27 \cdot 10^{-3}$  моль/л,  $[\text{НАД}^{+}] = 32,4 \cdot 10^{-5}$  моль/л,  $[\text{оксалоацетат}] = 2,82 \cdot 10^{-5}$  моль/л,  $[\text{НАДН}] = 2,82 \cdot 10^{-5}$  моль/л. Вичистіть зміну вільної енергії  $\Delta G_0$  реакції.

**Дано:**

$$\begin{aligned} [\text{L-малат}] &= \\ &= 5,27 \cdot 10^{-3} \text{ моль/л} \\ [\text{НАД}^+] &= \\ &= 32,4 \cdot 10^{-5} \text{ моль/л} \\ [\text{оксалоацетат}] &= \\ &= 2,82 \cdot 10^{-5} \text{ моль/л}, \\ [\text{НАДН}] &= \\ &= 2,82 \cdot 10^{-5} \text{ моль/л} \\ \text{pH} &= 8,81 \\ t &= 25^\circ \end{aligned}$$

**Знайти:**

$$\Delta G^\circ - ?$$

**Розв'язок:** Зміна вільної енергії реакції залежить від константи рівноваги реакції наступним чином:

$$\Delta G^\circ = -RT \ln K$$

Тоді константа рівноваги даної реакції буде дорівнювати

$$K = \frac{[\text{окс}][\text{НАДН}][\text{H}^+][\text{L-малат}]}{[\text{НАД}^+]}$$

$$K = \frac{(2,82 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 5,27 \cdot 10^{-3} \cdot [\text{H}^+]}{32,4 \cdot 10^{-5}} = 2 \cdot 10^{-3}$$

$$\Delta G^\circ = -RT \ln K = -8,31 \cdot 298 \cdot (-29) =$$

$$= 69,2 \text{ кДж/моль}$$

**Відповідь:**  $\Delta G^\circ = 69,2 \text{ кДж/моль}$

**ЗАДАЧА 2.** Товщина тканини між зовнішньою та внутрішньою поверхнями тіла 3 см, а середня площа поверхні, що проводить тепло, дорівнює 1,5 м<sup>2</sup>. Знайти добову кількість теплоти, що втрачається шляхом теплопровідності, при різниці температур 2°C між шкірою та внутрішньою частиною тіла. Коефіцієнт теплопровідності для тканин організму  $18 \cdot 10^{-2} \text{ ккал/(м} \cdot \text{год} \cdot \text{°C)}$ .

**Дано:**

$$l = 3 \text{ см} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$S = 1,5 \text{ м}^2$$

$$\Delta t = 2 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$k_T = 18 \cdot 10^{-2} \frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{год} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$t = 1 \text{ доба} = 86400 \text{ с.}$$

**Знайти:**

$Q$  - ?

**Розв'язок:**

$$k_T = 18 \cdot 10^{-2} \frac{\text{ккал}}{\text{м} \cdot \text{год} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} =$$

$$= \frac{18 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3} \cdot 4,18}{3600} \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{ }^\circ\text{C}} = 0,209 \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{ }^\circ\text{C}}$$

$$Q = \frac{k_T S}{l} (T_1 - T_2) t,$$

$$[Q] = \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{с}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{ }^\circ\text{C} \cdot \text{м}} = \text{Дж.}$$

$$Q = \frac{0,209 \cdot 1,5 \cdot 2 \cdot 86400}{3 \cdot 10^{-2}} = 1,81 \text{ МДж},$$

**Відповідь:**  $Q = 1,81 \text{ МДж}$

**ЗАДАЧА 3.** Синтез сахарози виконується за наступною схемою:



Знайдіть ефективність спряження синтезу сахарози з реакцій

гідролізу АТФ ( $\Delta G_{\text{АТФ}}^0 = -30,5 \text{ кДж/моль}$ . Визначте константу

рівноваги даної реакції.

**Дано:**

$$\Delta G_{\text{АТФ}}^0 =$$

$$= 30,5 \text{ кДж/моль}$$

**Знайти:**

$Q$  - ?

**Розв'язок:**

Ефективність спряження визначається як співвідношення корисної роботи (енергію яку необхідно затратити на синтез сахарози) до затраченої енергії.

$$\eta = \frac{\Delta G_{\text{max}}^0}{\Delta G_{\text{АТФ}}^0} = \frac{\Delta G_{\text{АТФ}}^0 - \Delta G^0}{\Delta G_{\text{АТФ}}^0}$$

$$\eta = \frac{-30,5 - (-6,3)}{-30,5} = 0,79$$

Таким чином ефективність складає 79%.

Далі напишемо  $\Delta G^0 = -RT \ln K$

$$K = \exp\left(-\frac{\Delta G^0}{RT}\right)$$

Так, як  $\Delta G^0 = -6300$  Дж/моль, а температура в стандартних умовах  $T = 298 \text{ K}$ , то знаходимо

$$K = \exp\left(-\frac{-6300}{8,31 \cdot 298}\right) = 12,7$$

**Відповідь:** Ефективність спряження синтезу сахарози з реакцій гідролізу АТФ становить 79%, а константа рівноваги даної реакції 12,7

**ЗАДАЧА 4.** Знайти кількість теплоти, що втрачається через випаровування 0,5 л поту, поверхнею шкіри. Температура тіла 37 °С, питома теплота пароутворення  $2,4 \cdot 10^6$  Дж/кг, густина поту 998,2 кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$V = 0,5 \text{ л} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3,$$

$$L = 2,4 \cdot 10^6 \text{ Дж / кг},$$

$$\rho = 998,2 \text{ кг / м}^3.$$

---

**Знайти:**

$Q$  - ?

**Розв'язок:**

$$Q = Lm,$$

$$m = \rho V,$$

$$Q = L\rho V,$$

$$Q = 2,4 \cdot 10^6 \cdot 998,2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} = 1,198 \text{ МДж},$$

**Відповідь:**  $Q = 1,198 \text{ МДж}$ .

**ЗАДАЧА 5.** На ділянку тіла хворого площею 0,1 м<sup>2</sup> накладається товщиною 8 см лікувальна грязь за температури 44 °С. Знайти кількість теплоти, одержаної тілом хворого, при 30 % її розсіюванні у довкілля. Питома теплоємність грязі 200 Дж/(кг · °С), її густина 1400 кг/м<sup>3</sup>. Температура тіла 37 °С.

**Дано:**

$$S = 0,1 \text{ м}^2,$$

$$h = 8 \text{ см} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м},$$

$$c = 200 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}),$$

$$\rho = 1400 \text{ кг} / \text{м}^3,$$

$$t_1 = 44^\circ\text{C},$$

$$t_2 = 37^\circ\text{C},$$

$$\eta = 30\%.$$

**Розв'язок:**

$$Q = cm\Delta T, \quad m = \rho V,$$

$$V = Sh.$$

$$Q = c\rho Sh\Delta T.$$

$$Q = 200 \cdot 1400 \cdot 0,1 \cdot 8 \cdot 10^{-2} \cdot (44 - 37) =$$

$$= 15680 \text{ Дж}.$$

Враховуючи, що 30% теплоти розсіюється, тоді хворий одержує 70%.

$$Q_1 = 0,7 \cdot Q,$$

$$Q_1 = 0,7 \cdot 15680 = 10976 \text{ Дж}.$$

**Знайти:**

$Q - ?$

**Відповідь:**  $Q_1 = 10976 \text{ Дж}$

**ЗАДАЧА 6.** Щодня зі споживаною їжею працівник фізичної праці одержує приблизно 17 МДж. Упродовж дня він виконує роботу 10 МДж. Яка частина енергії, що надходить з їжею, перетворюється на корисну роботу?

**Дано:**

$$Q = 17 \text{ МДж} =$$

$$17 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

$$A = 10 \text{ МДж} =$$

$$10 \cdot 10^6 \text{ Дж},$$

**Розв'язок:**

$$\eta = \frac{A}{Q},$$

$$\eta = \frac{10 \cdot 10^6 \text{ Дж}}{17 \cdot 10^6 \text{ Дж}} = 0,59$$

**Знайти:**

$\eta - ?$

**Відповідь:**  $\eta = 0,59$

**ЗАДАЧА 7.** Щодня людина одержує з їжею енергію 3300 ккал. На протязі робочого дня людина, виконує роботу, піднімаючи ящики масою 20 кг з землі на платформу, що знаходиться на висоті 1,5 м над землею. Упродовж робочого дня (8 год) інтервал між підійманням цих ящиків становить кожні 10 с. Яка частка одержаної людиною енергії з їжею необхідна для виконання цієї роботи?

**Дано:**

$$Q = 3300 \text{ ккал} =$$

$$3300 \cdot 10^3 \text{ ккал}$$

$$m = 20 \text{ кг,}$$

$$h = 1,5 \text{ м}$$

$$t_1 = 10 \text{ с}$$

$$t = 8 \text{ год} = 8 \cdot 3600 \text{ с}$$

**Знайти:**

$$\frac{A}{Q} - ?$$

**Розв'язок:**

$$1 \text{ ккал} = 4,18 \text{ Дж,}$$

$$3300 \cdot 10^3 \text{ ккал} = 3300 \cdot 10^3 \cdot 4,18 \text{ Дж};$$

$$Q = 13,794 \cdot 10^6 \text{ Дж,}$$

$$A = mghN,$$

Де  $N = \frac{t}{t_1}$  - кількість підіймань ящиків, що

людина виконує за робочий день. Тоді:

$$A = mghN = mgh \frac{t}{t_1}, \quad \Rightarrow \quad \frac{A}{Q} = \frac{mght}{Qt_1},$$

$$\frac{A}{Q} = \frac{20 \cdot 9,8 \cdot 1,5 \cdot 8 \cdot 3600}{13,794 \cdot 10^6 \cdot 10} = 0,061 = 6,1\%,$$

$$\left[ \frac{A}{Q} \right] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{с}^2 \cdot \text{Дж} \cdot \text{с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{Дж}} = 1.$$

**Відповідь:** Частка енергії необхідна для здійснення роботи - 6.1%



## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Визначте осмотичну та електричну роботи, а також зміну електрохімічного потенціалу при перенесенні іонів натрію через мембрану нервової клітини на зовні, якщо внутріклітинна концентрація іонів  $\text{Na}^+$  складає 0.015 моль/л, а за межами клітини – 0,15 моль/л. Внутріклітинний потенціал дорівнює -60 мВ відносно зовнішнього, а температура клітини дорівнює 37 °С.

**ЗАВДАННЯ 2.** Обчисліть загальну зміну ентропії у відкритій системі, якщо відомо, що в результаті незворотних процесів всередині неї виділилося 1240 кДж теплоти, 25% якої передалося в навколишнє середовище. Температура системи підтримується постійною і дорівнює 37 °С.

**ЗАВДАННЯ 3.** Обчисліть зміну стандартної вільної енергії реакції, константа рівноваги якої 10.

**ЗАВДАННЯ 4.** Для реакції [фумарат<sup>2-</sup> +  $\text{NH}_4^+$  + 12 аспарат<sup>2-</sup>] зміна вільної енергії -15565 Дж/моль при температурі 37°С. Визначте константу рівноваги К реакції.

**ЗАВДАННЯ 5.** Осмотична робота, витрачена на перенесення

3 нмоль іонів хлору з гігантського аксона кальмара назовні, склала 8,7 мкДж при температурі 27 °С. Визначте відношення концентрацій зовні і всередині клітини.

**ЗАВДАННЯ 6.** Значення кількості теплоти становить 2 МДж, при випаровування поту поверхнею шкіри. Знайти величину об'єма поту, що випаровується, при його густині 998,2 кг/м<sup>3</sup>, та значенню питомої теплоти пароутворення  $2,4 \cdot 10^6$  Дж/кг.

**ЗАВДАННЯ 7.** При перенесенні 5 нмоль іонів калію з м'язового волокна в міжклітинне середовище робота та сила витрачена на подолання електричного відштовхування склала 42,24 мкДж. Вичистіть різницю потенціалів  $\Delta\phi$  на цитопл.мембрані.

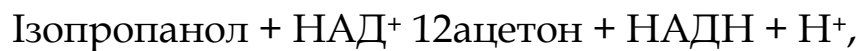
**ЗАВДАННЯ 8.** Обчисліть зміну електрохімічного потенціалу  $\Delta\mu$  при перенесенні іонів натрію в клітину з позаклітинного середовища, якщо відомо, що концентрація цих іонів зовні в 10 разів більше, ніж усередині клітини, а внутрішня сторона мембрани клітини має потенціал -70 мВ (зовнішній потенціал рівний нулю). Температура 37 °С.

**ЗАВДАННЯ 9.** В результаті незворотного процесу всередині системи ентропія зростає на 8,5 кДж/К за час 10 с. Обчисліть

дисипативну функцію цього процесу, якщо система підтримується при температурі 300 К.

**ЗАВДАННЯ 10.** Зміна вільної енергії в процесі перенесення двох електронів від відновленого НАДН на кисень становить -220 кДж/моль. Процес пов'язаний з синтезом 3х молекул АТФ (-30,5 кДж / моль). Знайдіть ефективність сполучення.

**ЗАВДАННЯ 11.** Розрахуйте зміну вільної енергії реакції



де НАД - никотинамідаденіндинуклеотид, НАДН - встановлений никотинамідаденіндинуклеотид. Концентрації речовин становлять: [Ізопропанол] =  $8,49 \cdot 10^{-2}$  моль/л, [НАД<sup>+</sup>] =  $6 \cdot 10^{-5}$  моль/л, [НАДН] =  $4,51 \cdot 10^{-5}$  моль/л, рН середовища - 7,28, а температура становить 25°C.

**ЗАВДАННЯ 12.** Коефіцієнт випромінювання шкіри людини  $5,1 \cdot 10^{-8}$  Дж/(с·м<sup>2</sup>·К<sup>4</sup>). Знайти кількість теплоти, що утворює поверхня тіла людини площею 1,8 м<sup>2</sup> за добу, при значенні температурі шкіри 36,6 °С, а температура довкілля 25 °С.

**ЗАВДАННЯ 13.** В стані спокою людина вдихає 2 л повітря температурою 37 °С. З поверхні легень, за один дихальний цикл, випаровується  $4 \cdot 10^{-2}$  г води. А. Встановити кількість

теплоти, що виділяється за один вдих. Б. Обрахувати у Ватах ( $1 \text{ Вт} = 1 \text{ Дж/с}$ ) швидкість тепловіддачі, при 18 вдихів за хвилину. В. При температурі навколишнього середовища  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , обрахувати швидкість тепловіддачі, що витрачається на нагрів повітря до значень температури тіла. Г. Яка загальна швидкість тепловіддачі під час дихання? Проведіть порівняння одержаних значень зі швидкістю обміну речовин в організмі. Являється тільки дихання основним механізмом теплообміну в цьому випадку?

**ЗАВДАННЯ 14.** У медицині застосовують контактний спосіб (аплікацію холодоагенту «сухий лід» за  $-80 \text{ }^\circ\text{C}$ ) для замороження патологічних утворень поверхні на глибину замороження  $0,4 \text{ см}$  та тривалістю процедури  $30 \text{ с}$  на шкірі та  $15 \text{ с}$  на слизових оболонках. Визначити відповідні густини теплових потоків, якщо температура тканин  $36,9 \text{ }^\circ\text{C}$ , коефіцієнт теплопровідності шкіри  $0,3 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ ; слизових оболонок  $0,5 \text{ Вт/(м}\cdot\text{К)}$ .

Тема 2.4 ОСОБЛИВОСТІ БІОЛОГІЧНИХ МЕМБРАН.  
ОБМІН ЕНЕРГІЇ ТА РЕЧОВИН В МЕМБРАНАХ

1. Частота, в наслідок латеральної дифузії, перескоків молекул становить:

$$\nu = 2\sqrt{3} \frac{D}{A},$$

де  $D$  – коефіцієнту латеральної дифузії;  $A$  – параметр площі одної молекули на поверхні мембрани.

2. Значення часу  $\tau$  осілого життя молекули в даному місцеположенні, обернено пропорційне значенню частоти  $\nu$  перескоків:

$$\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{A}{2\sqrt{3}D}.$$

3. Середнє квадратичне переміщення молекул за час складає:

$$S_{KB} = 2\sqrt{Dt}.$$

4. Питома ентальпія плавлення:

$$\Delta H = \frac{\Delta Q}{\nu}.$$

При температурі ( $T_{пл}$ ) плавлення речовини, енергія Гіббса твердої фази ( $G_T = H_T - T_{пл}S_T$ ) відповідає енергії Гіббса в рідкому стані рідина (р) ( $G_{ж} = H_{ж} - T_{пл}S_{ж}$ ). З умови  $G_T = G_{ж}$ ,

$$DG = G_T - G_{ж} = DH - TDS = 0$$

### 5. Зміна ентропії при фазовому переході

$$\Delta S = \Delta H / T_{пл}.$$

При великих довжинах ланцюгів жирнокислотних остатків вуглеводню, значення зміни ентропії на один моль молекул буде зростати. При цьому розраховується ентропія з формули

$$S = k \ln W,$$

де  $k$  – параметр сталої Больцмана;  $W$  – термодинамічна імовірності, відповідає кількості ймовірних мікростанів системи даного макростану.

### 6. Діелектрична проникність мембрани ліпідів:

$$\varepsilon = dC / (\varepsilon_0 S),$$

де  $d$  – товщина мембрани, [м] ;  $C$  – питома електрична ємність, [Ф];  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  Ф/м – електрична стала;

$S = 4\pi r^2$  – площа, [м<sup>2</sup>], сферичної мембрани радіусом  $r$ ;

$d$  – товщина мембрани, [м].

### 7. Рівняння частоти перескоків з одного мембранного шару в інший ліпідів мембран саркоплазматичного ретикулума:

$$\nu = 2 \cdot D / A,$$

де  $D$  – коефіцієнт латеральної дифузії,  $A$  – площа, займана однією молекулою фосфоліпіда.

**8. Час осілого життя ліпідів мембран саркоплазматичного ретикулума:**

$$\tau = 1/\nu.$$

**9. Рівняння середнього квадратичного переміщення молекул білків:**

$$S_{\text{ср кв}} = 2\sqrt{Dt},$$

де  $t$  – час, за який переміщуються молекули білків.

**10. Рівняння загальної ентропії у відкритій системі:**

$$A = S / N = (\pi d^2 M) / (4mN_A),$$

$$S = \pi r^2 M,$$

$$N = (m \cdot N_A) / M$$

де  $m$  – маса молекули,  $d$  – діаметр.

**11. Кількість молекул фосфолипіда, що знаходяться в ліпосомі:**

$$N = S_{\text{пов}} / A_M,$$

$$S_{\text{пов}} = 2 \cdot S_{\text{сф}},$$

$$S_{\text{сф}} = 4\pi r^2$$

де  $D$  – діаметр ліпосоми;  $A$  – площа, займана однією молекулою.

**12. Рівняння температури фазового переходу жирної кислоти:**

$$t_{\text{шт}} = \Delta H / \Delta S,$$

$$\Delta S = \Delta H / t_{\text{шт}}$$

де  $\Delta H$  – ентальпія;  $\Delta S$  – ентропія.

**13. Рівняння вільної енергії:**

$$\Delta G = \nu \cdot \Delta G_1,$$

$$\Delta G_1 = RT(\ln \Delta C)$$

де  $\nu$  – кількість молей, що переносяться,  $T$  – температура шівки.

**14. Коефіцієнт розподілу для речовини:**

$$k = d \cdot P / D$$

де  $S$  – товщина мембрани;  $D$  – коефіцієнт дифузії,  $P$  – коефіцієнт проникності.

**15. Коефіцієнт проникності:**

$$P = J / \Delta C = Dk / l,$$

де  $J$  – потік через мембрану,  $\Delta C$  – різниця концентрації речовин всередині і ззовні клітини.

**16. Концентрація, [моль/м<sup>3</sup>] або [кг/м<sup>3</sup>]:**

$$C = \frac{N}{V} = \frac{n}{V} = \frac{m}{V}$$

де  $N$  – кількість частинок компонента системи;  $n$  – кількість речовини компонента системи, моль;  $m$  – маса частинок, кг;  $V$  – об'єм системи, [м<sup>3</sup>].



**ПРИКЛАДИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Розрахуйте діелектричну проникність мембрани ліпідів, якщо товщина мембрани 10 нм, питома електрична ємність  $1.7 \cdot 10^{-3} \text{ Ф/м}^2$ .

**Дано:**

$$d = 10 \text{ нм}$$

$$C = 1.7 \cdot 10^{-3} \text{ Ф/м}^2$$

**Знайти:**

$\varepsilon - ?$

**Розв'язок:** З формули для ємності електричного конденсатора напишемо:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d}$$

де  $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$

$$\varepsilon = \frac{dC}{\varepsilon_0 S} = \frac{10 \cdot 10^{-9} \cdot 1.7 \cdot 10^{-3}}{8.85 \cdot 10^{-12}} = 1.9$$

**Відповідь:** діелектричну проникність мембрани ліпідів становить 1,9.

**ЗАДАЧА 2.** Скільки молекул фосфоліпиду знаходиться в ліпосомі діаметром 40 нм, якщо площа, займана однією молекулою 0,6 нм<sup>2</sup>. Площі внутрішнього і зовнішнього шарів приблизно рівні, щільність упаковки фосфоліпідів постійна.

<p><b>Дано:</b></p> <p><math>d = 40 \text{ нм}</math></p> <p><math>A_M = 0,6 \text{ нм}^2</math></p> <hr/> <p><b>Знайти:</b></p> <p><math>\varepsilon - ?</math></p>	<p><b>Розв'язок:</b> З умови можна зробити висновок, що <math>d_1 \sim d_2</math>, тоді</p> <p><math>S_{\text{сф}} = 4\pi r^2 = 4 \cdot 3.14 \cdot (20 \cdot 10^{-9})^2 = 5.024 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2;</math></p> <p><math>S_{\text{пов}} = 2 \cdot S_{\text{сф}} = 10,048 \cdot 10^{-15} \text{ м}^2;</math></p> <p>Знаходимо</p> <p><math>N = S_{\text{пов}}/A_M = 10,048 \cdot 10^{-15}/0,6 \cdot 10^{-18} = 1,67 \cdot 10^4;</math></p>
--	--

**Відповідь:**  $1,67 \cdot 10^4$  молекул фосфоліпиду в ліпосомі

**ЗАДАЧА 3.** Площа, що займає одна молекула фосфоліпиду на мембрані становить  $5,5 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2$ . Визначте коефіцієнт літеральної дифузії, якщо середній час їх осілого життя складає  $5 \cdot 10^{-8} \text{ с}$ .

<p><b>Дано:</b></p> <p><math>\tau = 5 \cdot 10^{-8} \text{ с}</math></p> <p><math>A = 5,5 \cdot 10^{-19} \text{ м}^2</math></p> <hr/> <p><b>Знайти:</b></p> <p><math>D - ?</math></p>	<p><b>Розв'язок:</b> Час осілого життя молекули обернено пропорційний частоті пересkokів молекул на мембрані в наслідок літеральної дифузії.</p> $\tau = \frac{1}{\nu} = \frac{A}{2\sqrt{3D}}$
---	--

Звідки отримуємо  $D$

$$D = \frac{A}{2\sqrt{3\tau}} = \frac{5,5 \cdot 10^{-19}}{2\sqrt{3 \cdot 5 \cdot 10^{-18}}} = 3,2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$$

**Відповідь:** коефіцієнт літеральної дифузії становить  $3,2 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2/\text{с}$ .

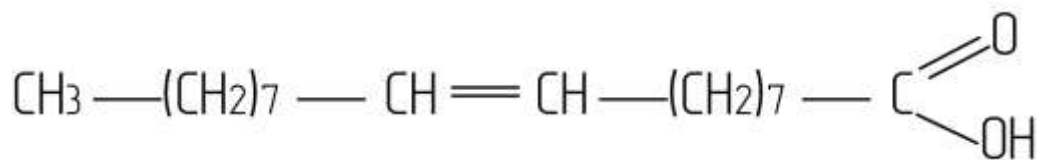
### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Розрахуйте товщину мембрани, якщо її частина площею  $1 \text{ мкм}^2$  має електричну ємність  $0,3 \cdot 10^{-14} \text{ Ф}$ . Діелектрична проникненість ліпідів дорівнює 2.

**ЗАВДАННЯ 2.** Розрахуйте час  $\tau$  осілого життя і частоту пересkokів  $\nu$  з одного мембранного шару в інший ліпідів мембран саркоплазматичного ретикулума, якщо коефіцієнт латеральної дифузії  $12 \text{ мкм}^2/\text{с}$ , площа, займана однією молекулою фосфолипіда  $0,7 \text{ нм}^2$ .

**ЗАВДАННЯ 3.** Розрахуйте середнє квадратичне переміщення  $S_{\text{ср.кв.}}$  молекул білків за 1 с, якщо коефіцієнт латеральної дифузії для них становить приблизно  $10\text{-}14 \text{ м}^2/\text{с}$ .

**ЗАВДАННЯ 4.** Олеїнова кислота масою  $7,3 \text{ мкг}$



утворює на поверхні моношарову плівку круглої форми діаметром  $7,3 \text{ см}$ . Обчисліть площу, яку займає одна молекула олеїнової кислоти.

**ЗАВДАННЯ 5.** Скільки молекул фосфолипіда знаходиться в ліпосомі діаметром 40 нм, якщо площа, займана однією молекулою, 0,6 нм<sup>2</sup>. Площі внутрішнього і зовнішнього шарів приблизно рівні, щільність упаковки фосфоліпідів постійна.

**ЗАВДАННЯ 6.** Розрахуйте температуру  $t_{пл}$  фазового переходу жирної кислоти, якщо під час плавлення ентальпія змінюється на 15 кДж/моль, а ентропія на - 52 Дж/(К·моль).

**ЗАВДАННЯ 7.** Розрахуйте час  $\tau$  осілого життя і частоту перескоків  $\nu$  з одного мембранного шару в інший ліпідів мембран саркоплазматичного ретикулума, якщо коефіцієнт латеральної дифузії 10 мкм<sup>2</sup>/с, площа, займана однією молекулою фосфолипіда 0,5 нм<sup>2</sup>.

## Тема 2.5 ОБМІН ЕНЕРГІЇ ТА РЕЧОВИН В МЕМБРАНАХ. ТРАНСПОРТ КРІЗЬ БІОЛОГІЧНІ МЕМБРАНИ РЕЧОВИН

### 1. Рівняння Фіка (рівняння дифузії)

$$J = -D \frac{dC}{dX}$$

де  $J$  – густина потоку, [моль/(м<sup>2</sup>·с)];  $D$  – коефіцієнт дифузії,  
 $D$  – коефіцієнт дифузії, [м<sup>2</sup>/с];  $\frac{dC}{dX}$  – градієнт концентрації,  
[моль/м<sup>4</sup>].

Густина потоку речовини характеризується кількістю речовини  $\Delta n$ , [моль], що перенесенося за одиницю часу  $\Delta t$ , [с], через одиницю площі поверхні  $S$ , [м<sup>2</sup>], яка перпендикулярної до напрямку перенесення

$$J = \frac{\Delta n}{\Delta t \cdot S}.$$

## 2. Рівняння Фіка при дифузії крізь біологічну мембрану

$$J = \rho(C_{\text{вн}} + C_{\text{зн}}),$$

де  $J$  – густина потоку речовини, [моль/(м<sup>2</sup>·с)];

$\rho$  – коефіцієнт проникності, [м/с];  $C_{\text{вн}}$  та  $C_{\text{зн}}$  – концентрації всередині частинок та ззовні клітини, [моль/м<sup>3</sup>].

## 3. Вираз є законом Фіка для пасивного транспорту речовин через мембрану.

$$J = -DK \frac{c_0 - c_1}{l} = -P(c_0 - c_1).$$

## 4. Коефіцієнт проникності, [м/с]

$$\rho = \frac{Dk}{d},$$

де  $D$  – коефіцієнт дифузії, [м<sup>2</sup>/с];  $k$  – коефіцієнт розподілу речовини (частинок) між мембраною і довкіллям;  $d$  – товщина мембрани, [м].

## 5. Робота під час дифузії, [Дж]:

$$A = \nu RT \ln \frac{C_1}{C_2}$$

де  $\nu = \frac{m}{M}$  – значення кількості речовини, що перенесеться з ділянки 1 до ділянки 2, [моль];  $C$  – різниця концентрації речовин всередині і ззовні клітини, [моль/л];  $T$  – абсолютна температура, [К];  $R$  – газова стала ( $R = 8,31$  Дж/моль·К).

**6. Вільна осмотична енергія** змінюється в процесі перенесення одного моля речовини із зони з значенням концентрації речовини  $C_1$ , в область, де її концентрація  $C_2$

$$\Delta G = RT(\ln C_2 - \ln C_1).$$

**7. Рівняння різниці потенціалів, що встановлюється на мембрані.** Якщо концентрація іонів всередині клітини відрізняється від концентрації іонів зовні, тоді виникає потік заряджених частинок через мембрану.

$$\Delta \varphi = (RT / zF) \cdot \ln \Delta C,$$

де  $R$  – газова стала, ( $R = 8,31$  Дж/моль·К);  $T$  – температура дифузії, [К];  $F$  – стала Фарадея ( $F = 96\,500$  Кл/моль);  $z$  – електричний заряд іона ( $Z = 1$  для  $K^+$ ,  $Na^+$ ;  $Z = -1$  для  $Cl^-$ );  $\Delta C$  – різниця концентрації речовин всередині і ззовні клітини.

**8. Потенціал спокою описується рівнянням Нернста (для проникнення лише одним іоном  $K^+$ ):**

$$\Delta\phi = \frac{RT}{F} \ln \frac{[K^+]_o}{[K^+]_i},$$

де  $R$  – універсальна газова стала,  $T$  – абсолютна температура,  $F$  – число Фарадея,  $[K^+]_o$  і  $[K^+]_i$  – зовнішня та внутрішня концентрація іонів калію відповідно.

**9. Рівняння різниці потенціалів мембрани у випадку коли мембрана є проникною до трьох основних іонів позаклітинної та внутрішньоклітинної рідин:**

$$\Delta\phi_M = \frac{RT}{ZP} \ln \frac{\rho_K C[K_{зн}] + \rho_{Na} C[Na_{зн}] + \rho_{Cl} C[Cl_{вн}]}{\rho_K C[K_{вн}] + \rho_{Na} C[Na_{вн}] + \rho_{Cl} C[Cl_{зн}]}$$

де  $\rho_K, \rho_{Na}, \rho_{Cl}$  – проникності мембрани до відповідних іонів (в стані спокою  $\rho_K : \rho_{Na} : \rho_{Cl} = 1 : 0,04 : 0,45$ ; в стані збудження відповідно  $\rho_K : \rho_{Na} : \rho_{Cl} = 1 : 20 : 0,45$ ).

Концентрації відповідних іонів всередині клітини, [моль/м<sup>3</sup>]:

$$\rho_K C[K_{зн}] + \rho_{Na} C[Na_{зн}] + \rho_{Cl} C[Cl_{вн}].$$

Концентрації відповідних іонів зовні клітини, [моль/м<sup>3</sup>]:

$$\rho_K C[K_{вн}] + \rho_{Na} C[Na_{вн}] + \rho_{Cl} C[Cl_{зн}].$$

**10. Зміни вільної енергії відповідає формулі Борна:**

$$\Delta W = \frac{(ze)^2 N_A}{8\pi\epsilon_0 r} \left( \frac{1}{\epsilon_M} - \frac{1}{\epsilon_\theta} \right),$$

де  $z$  - заряд іона;  $r$  - радіус іона;  $\epsilon_0$  - електрична стала ( $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м);  $\epsilon_M$  - діелектрична проникність мембрани;  $N_A$  - число Авогадро,  $\epsilon_\theta$  - діелектрична проникність внутрішньої порожнини переносника.

**11. Зміна значення вільної енергії одновалентного іона з переходом із навколишнього середовища в канал складає:**

$$\Delta W = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r} \left( \frac{1}{\epsilon_K} - \frac{1}{\epsilon_\theta} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 (r+a)\epsilon_K},$$

де  $r$  - радіус іона,  $\epsilon_\theta$  - діелектрична проникність води,  $r$  - радіус каналу,  $\epsilon_K$  - діелектрична проникність каналу.

**12. Пасивний транспорт іонів разом з переносниками відображає формула отримана з формули Борна:**

$$\Delta W = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_m b} + \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0\epsilon_n} \left( \frac{1}{r} - \frac{1}{b} \right),$$

де  $W$  - енергія комплексу іон-переносник;  $b$  - радіус переносника;  $r$  - радіус іона;  $\epsilon_n$  - діелектрична проникність внутрішньої порожнини переносника;  $\epsilon_m$  - діелектрична проникність мембрани.



**13. Кількість іонів калію, що проникає через один канал за один імпульс:**

$$N = q / q_e = I \cdot t / q_e,$$

$$q_e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл},$$

де  $I_{\kappa}$  - амплітуда струму одиночних каналів;  $t$  - середній час відкритого стану.

**14. Рівняння провідності каналу:**

$$g = I / (\varphi_{\text{м}} - \varphi_{\text{пр}}),$$

$$I = g (\varphi_{\text{м}} - \varphi_{\text{пр}})$$

**15. Рішення телеграфного рівняння в стаціонарному режимі (при  $t \rightarrow \infty$ ) для розподілу потенціалу дії:**

$$\varphi = \varphi_0 \exp(-x / \lambda),$$

де  $\varphi_0$  - потенціал в точці  $x$ ,  $\lambda$  - постійна довжина хвилі.

**16. Постійна довжина хвилі:**

$$\lambda = \sqrt{\frac{Dl\rho_{\text{м}}}{4\rho_{\text{а}}}},$$

де  $D$  - діаметр волокна,  $l$  - товщина мембрани,  $\rho_{\text{м}}$  - питомий опір мембрани,  $\rho_{\text{а}}$  - питомий опір аксоплазми.

### ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА 1.** Розрахуйте коефіцієнт проникності для речовини, потік якого через мембрану  $5 \cdot 10^{-5}$  моль/(м<sup>2</sup>·с). Концентрація речовини всередині клітини  $1,8 \cdot 10^{-4}$ , а зовні  $3 \cdot 10^{-5}$  моль / л.

**Дано:**

$$J = 5 \cdot 10^{-5} \text{ моль / (м}^2 \cdot \text{с)}$$

$$C_0 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ моль / л}$$

$$C_1 = 1,8 \cdot 10^{-4}$$

**Знайти:**

$P$  - ?

**Розв'язок:** Запишем рівняння Фіка з якого виразимо коефіцієнт проникності.

$$J = -DK \frac{c_0 - c_1}{l} = -P(c_0 - c_1)$$

$$P = \frac{J}{\Delta C} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{1,5 \cdot 10^{-4}} = 3,33 \cdot 10^{-1} = 0,33 \text{ м/с}$$

**Відповідь:** Коефіцієнт проникності становить 0,33 м/с.

**ЗАДАЧА 2.** Розрахуйте енергію, що необхідна для здійснення одного циклу Na<sup>+</sup>, K<sup>+</sup> - АТФазой в гігантському кальмарі, якщо трансмембральний потенціал цієї клітини дорівнює -60 мВ, температура становить 37 °С, а концентрація іонів калію і натрію в середині та зовні клітини відповідно становить [K<sup>+</sup>]<sub>i</sub>=360 моль/л і [K<sup>+</sup>]<sub>o</sub>=10 моль/л, [Na<sup>+</sup>]<sub>o</sub>=69 моль/л і [Na<sup>+</sup>]<sub>i</sub>=425 моль/л.

**Дано:**

$$\varphi_1 = -60 \text{ мВ}$$

$$\varphi_2 = 0 \text{ мВ}$$

$$[\text{K}^+]_i = 360 \text{ моль/л}$$

$$[\text{K}^+]_o = 10 \text{ моль/л}$$

$$[\text{Na}^+]_o = 69 \text{ моль/л}$$

$$[\text{Na}^+]_i = 425 \text{ моль/л}$$

**Знайти:**

$$\Delta\mu - ?$$

**Розв'язок:** У клітині виконується осмотична та електрична робота.

Осмотична робота в загальному вигляді:

$$A_{осм} = RT \ln \frac{c_2}{c_1}$$

Тоді для калію осмотична робота буде дорівнювати:  $A_{осм} = 2RT \ln \frac{[\text{K}^+]_i}{[\text{K}^+]_o}$

а для натрію -  $A_{осм.Na} = 3RT \ln \frac{[\text{Na}^+]_i}{[\text{Na}^+]_o}$

Електрична робота буде дорівнювати

$$A_{елек} = zF(\varphi_2 - \varphi_1) = zF(\varphi_0 - \varphi_i)$$

де  $z = +1$  оскільки з клітини, яка має потенціал  $\varphi_1 = -60 \text{ мВ}$ , виходить один позитивний заряд в середовище з потенціалом  $\varphi_2 = 0 \text{ мВ}$ . Тоді енергія, що необхідна для здійснення одного циклу  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  - АТФазой буде дорівнювати сумі цих робіт.

$$\Delta\tilde{\mu} = 2RT \ln \frac{[\text{K}^+]_i}{[\text{K}^+]_o} + 3RT \ln \frac{[\text{Na}^+]_i}{[\text{Na}^+]_o} + zF(\varphi_0 - \varphi_i) =$$

$$2 \cdot 8,31 \cdot 310 \cdot \ln \frac{360}{10} + 3 \cdot 8,31 \cdot 310 \cdot \ln \frac{425}{69} +$$

$$+ 1 \cdot 9,65 \cdot 10^4 [0 - (-60 \cdot 10^{-3})] =$$

$$= 18463 + 14050 + 5790 = 38303 \text{ Дж / моль} \approx 38 \text{ кДж / моль}$$

**Відповідь:** 38 кДж/моль.

**ЗАДАЧА 3.** Градієнт концентрації іонів на клітинній мембрані становить  $2 \cdot 10^{10} \text{ моль/м}^4$ , коефіцієнт дифузії  $2 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{с}$ . Знайти швидкість потоку іонів крізь мембрану вважати сферичною з радіусом  $r = 8 \text{ мкм}$ .

**Дано:**

$$\frac{\Delta C}{\Delta X} = 2 \cdot 10^{10}$$

$$D = 2 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2 / \text{с}$$

$$r = 8 \text{ мкм} = 8 \cdot 10^{-6} \text{ м}$$

**Знайти:**

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} \text{ - ?}$$

**Розв'язок:** Запишемо рівняння Фіка

$$J = -D \frac{dC}{dX}$$

$$J = \frac{\Delta n}{\Delta t \cdot S}$$

Тоді можна записати

$$\frac{\Delta n}{\Delta t \cdot S} = D \frac{\Delta C}{\Delta X}, \quad \text{звідси} \quad \frac{\Delta n}{\Delta t} = \frac{\Delta C 4\pi S}{\Delta X},$$

$S = 4\pi r^2$ , площа сфери, радіусом  $r$ ,

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = D \frac{\Delta C 4\pi r^2}{\Delta X}$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = 2 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{10} \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (8 \cdot 10^{-6})^2 =$$

$$= 3,215 \cdot 10^{-9} \frac{\text{моль}}{\text{с}}$$

**Відповідь:**  $\frac{\Delta n}{\Delta t} = 3,215 \cdot 10^{-9} \text{ (моль/с)}$ .

**ЗАДАЧА 4.** Температура дифузії 300 К. Розрахувати амплітуду потенціалу дії  $\Delta\phi_m$ , якщо концентрація іонів калію  $K^+$  і натрію  $Na^+$  всередині клітини при збудженні становить  $C[K_{вн}] = 125 \text{ ммоль/л}$  та  $C[Na_{вн}] = 1,5 \text{ ммоль/л}$ , а зовні  $C[K_{зн}] = 2,5 \text{ ммоль/л}$  та  $C[Na_{зн}] = 125 \text{ ммоль/л}$ .

**Дано:**

$$\text{моль / л} = \text{моль / м}^3$$

$$C[\text{K}_{\text{вн}}] = 125 \text{ моль / м}^3$$

$$C[\text{Na}_{\text{зн}}] = 1,5 \text{ моль / м}^3$$

$$C[\text{K}_{\text{зн}}] = 2,5 \text{ моль / м}^3$$

$$C[\text{Na}_{\text{вн}}] = 125 \text{ моль / м}^3$$

$$T = 300\text{K}$$

$$\rho_{\text{K}} / \rho_{\text{Na}} = 1 / 20.$$

**Знайти:**

$$\Delta\varphi_M - ?$$

**Розв'язок:**

$$\Delta\varphi_M = \frac{RT}{ZP} \ln \frac{\rho_{\text{K}} C[\text{K}_{\text{зн}}] + \rho_{\text{Na}} C[\text{Na}_{\text{зн}}]}{\rho_{\text{K}} C[\text{K}_{\text{вн}}] + \rho_{\text{Na}} C[\text{Na}_{\text{вн}}]}$$

$$\Delta\varphi_M = \frac{8.31 \cdot 300}{96500} \ln \frac{\rho_{\text{K}} \cdot 2.5 + 20 \cdot \rho_{\text{Na}} \cdot 125}{\rho_{\text{K}} \cdot 125 + 20 \cdot \rho_{\text{Na}} \cdot 1.5}$$

$$= 0.0258 \cdot \ln \frac{2.5 + 2500}{125 + 30} = 0.072\text{В} = 72\text{мВ}$$

**Відповідь:**  $\Delta\varphi_M = 72\text{мВ}$ .

**ЗАДАЧА 5.** У місці збудження немієлінізованого нервового волокна трансмембранна різниця потенціалів становить 35 мВ. Визначте різницю потенціалів на відстані 40 мкм, якщо постійна довжини цього волокна дорівнює 70 мкм.

**Дано:**

$$\varphi = 35 \text{ мВ}$$

$$\lambda = 70 \text{ мкм}$$

$$x = 40 \cdot 10^{-6}$$

**Знайти:**

$$\Delta\varphi - ?$$

**Розв'язок:** лінійна залежність електричного потенціалу від координати

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{\Delta\varphi}{l} = \text{const}$$

Рішення телеграфного рівняння в стаціонарному режимі (при  $t \rightarrow \infty$ ) для розподілу потенціалу дії:

$$\varphi = \varphi_0 \exp(-x/\lambda)$$

де  $\varphi_0$  - потенціал в точці  $x$ ,  $\lambda$  - постійна довжина хвилі.

$$\text{Можна записати } \Delta\varphi = \varphi \cdot \exp(-x/\lambda) =$$

$$= 35 \cdot 10^{-3} \exp(-40 \cdot 10^{-6} / 70 \cdot 10^{-6}) = 18 \text{ мВ};$$

**Відповідь:** Різниця потенціалів 18 мВ.

**ЗАДАЧА 6.** Скільки іонів калію повинно вийти з цитоплазми за межі клітини, щоб утворити різницю потенціалів  $-100$  мВ, якщо відомо, що радіус клітини  $10$  мкм, а питома теплоємність мембрани становить  $10^{-2}$  Ф/м<sup>2</sup>.

**Дано:**

$$C_{\text{пит}} = 10^{-2} \text{ Ф/м}^2$$

$$r = 10 \text{ мкм}$$

$$\Delta\varphi = -100 \text{ мВ}$$

**Знайти:**

$$\Delta c - ?$$

**Розв'язок:** Розрахуємо площу мембрани, одиниці виміру радіусу переведемо в метри

$$S = 4\pi r^2 = 4\pi \cdot (10^{-5})^2 \text{ м}^2 = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2,$$

Тоді електроємність мембрани буде становити

$$C = C_{\text{пит}} S = 10^{-2} \text{ Ф/м}^2 \cdot 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 = 1,26 \cdot 10^{-11} \text{ Ф}$$

Абсолютна величина заряду кожного знаку на поверхні мембрани (конденсатора)

$$q = C\Delta\varphi = 1,26 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2 \cdot 10^{-1} \text{ В} = 1,26 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}$$

$$v = \frac{q}{F} = \frac{1,26 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}}{9,65 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}} = 1,3 \cdot 10^{-17} \text{ моль}$$

іонів.

Об'єм клітини становить:

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot 10^{-15} \text{ м}^3 = 4,2 \cdot 10^{-15} \text{ м}^3$$

Тоді зміна концентрації іонів в клітині в наслідок виходу з клітини  $1,3 \cdot 10^{-17}$  моль іонів становить:

$$\Delta c = \frac{v}{V} = \frac{1,3 \cdot 10^{-17} \text{ моль}}{4,2 \cdot 10^{-15} \text{ м}^3} = 3,1 \cdot 10^{-3} \text{ моль/м}^3 \approx$$

$$\approx 360 \text{ ммоль/л}$$

**Відповідь:**  $360$  ммоль/л іонів калію повинно вийти з цитоплазми за межі клітини.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Розрахуйте коефіцієнт розподілу для речовини, якщо при товщині мембрани 8 нм коефіцієнт дифузії  $7.2 \cdot 10^{-8}$  см/с, а коефіцієнт проникності 14.

**ЗАВДАННЯ 2.** Плоска біліпідний мембрана товщиною 10 нм розділяє камеру на дві частини, в яких знаходиться речовина в концентраціях відповідно 2 і 30 моль/л. Потік речовини через мембрану 0,8 ммоль/(м<sup>2</sup> с). Розрахуйте коефіцієнт дифузії цієї речовини, якщо коефіцієнт розподілу 0,05.

**ЗАВДАННЯ 3.** Розрахуйте величину вільної енергії, необхідну для перенесення 2 молей електронейтральних молекул з міжклітинної середовища в клітку, де їх концентрація в 10 разів більше, ніж зовні. Температура плівки 25 ° С.

**ЗАВДАННЯ 4.** Напівпроникна мембрана розділяє два розчини одновалентних іонів концентрацій 50 і 500 ммоль/л. Визначте встановлюючу на мембрані різницю потенціалів при температурі 37 ° С.

**ЗАВДАННЯ 5.** Два розчина іонів літію розділені плоскою біліпідний мембраною. При якому співвідношенні

концентрацій іонів на мембрані встановиться рівноважна різниця потенціалів 116 мВ? Температура середовища 20 ° С.

**ЗАВДАННЯ 6.** У скільки разів зовнішня концентрація іонів натрію повинна перевищувати внутрішню щоб рівноважний потенціал Нернста становив +50 мВ при температурі 27 ° С?

**ЗАВДАННЯ 7.** Концентрація малих іонів в клітині дорівнює 300 ммоль/л, концентрація макромолекул 2 ммоль/л. Кожна макромолекула в середньому містить 20 від'ємно заряджених груп. Обчисліть потенціал Доннана на мембрані клітини при температурі 27 ° С.

**ЗАВДАННЯ 8.** У скільки разів концентрація малих катіонів повинна перевищувати концентрацію макромолекул, щоб доннонівська різниця потенціалів складала -2 мВ при температурі 20 ° С? Середній заряд макромолекул -15.

**ЗАВДАННЯ 9.** У формуванні потенціалу дії кардіоміоцита істотну роль відіграють іони кальцію, концентрація яких складає зовні 2, а всередині 10 - 4 моль/л. У фазі деполяризації іони  $\text{Ca}^{2+}$  проникають в цитоплазму, а у фазі реполяризації видаляються з неї  $\text{Ca}^{2+}$ -АТФази, розташованими на мембрані цитоплазми і мембранах саркоплазматичного ретикулула.



Вичистіть енергію  $\Delta G$ , необхідну для перенесення 1 моль іонів кальцію з цитоплазми в позаклітинне середовище, якщо потенціал спокою кардиомиоцита  $-90$  мВ, температура клітини  $37^\circ\text{C}$ . Примітка:  $\text{Ca}^{2+}$  за 2 цикл викачує 3 іона Са.

**ЗАВДАННЯ 10.** Стала зв'язування іонів кальцію  $\text{Mg}^{2+}$  - залежної  $\text{Ca}^{2+}$  - АТФази на зовнішній поверхні бульбашки плазматичного ретикулула складає  $K_{C1} = 107$  л/моль, всередині везикули -  $K_{C2} = 103$  л/моль. Обчисліть енергію  $\Delta G$  перенесення двох іонів  $\text{Ca}^{2+}$  з цитоплазми в пляшечку саркоплазматичного ретикулула при температурі  $t = 37^\circ\text{C}$ .

**ЗАВДАННЯ 11.** Різниця концентрацій молекул речовини в мембрані деякої клітини дорівнює  $45$  ммоль/л, коефіцієнт розподілу між мембраною і навколишнім середовищем становить  $30$ , коефіцієнт дифузії -  $1,5 \cdot 10^{-10}$  м<sup>2</sup>/с, щільність потоку становить  $25$  моль/(м<sup>2</sup>·с). Знайдіть товщину цієї мембрани.

**ЗАВДАННЯ 12.** Розрахуйте різноваговий мембранний потенціал, створюваний іонами Калія, якщо їх внутрішньоклітинна концентрація  $500$  ммоль/л, позаклітинна -  $10$  ммоль/л. Температура  $27^\circ\text{C}$ .

**ЗАВДАННЯ 13.** Всередині і позаклітинна концентрації іонів хлору рівні відповідно 150 ммоль/л, 500 ммоль/л. Потенціал спокою при цьому -32 мВ. Обчисліть температуру клітини.

**ЗАВДАННЯ 14.** На скільки внутрішньоклітинна концентрація іонів калію має перевищити зовнішню, щоб потенціал спокою становив 91 мВ. Температура 37 ° С

**ЗАВДАННЯ 15.** Обчисліть теоретичне значення максимуму потенціалу дії при температурі 37 ° С, вважаючи, що мембрана нервового волокна в цих умовах проникна тільки для іонів натрію. Всередині і позаклітинна концентрації натрію рівні відповідно 23 ммоль/л, 150 ммоль/л.

**ЗАВДАННЯ 16.** У спокої проникності мембрани для іонів калію і натрію ставляться як  $P_K: P_{Na} = 1: 0,04$ , а при порушенні -  $P_K: P_{Na} = 1: 20$ . Клітинна концентрація іонів калію становить  $[K^+]_i = 350$  ммоль/л, позаклітинна - в 50 разів менше; клітинна концентрація іонів натрію  $[Na^+]_i = 50$  ммоль/л, позаклітинна - в 10 разів вище. Визначте рівноважний потенціал  $\Delta\phi_K$  і  $\Delta\phi_{Na}$  для кожного з цих іонів, величину потенціалу спокою  $\Delta\phi_{п}$  і потенціалу дії  $\Delta\phi_{пд}$ . Температура клітини  $t = 27$  ° С.

**ЗАВДАННЯ 17.** За допомогою методу «Петч-клемп» було зафіксовано, що струм одиночних калієвих каналів має амплітуду 2 пА, а середній час відкритого стану каналу становить 5мс. Скільки іонів калію проникає через один канал за один імпульс?

**ЗАВДАННЯ 18.** При фіксованому трансмембранному потенціалі -40 мВ був зареєстрований трансмембранний струм через одиночний натрієвий канал  $I_{Na} = 1,6$  пА. Визначте провідність каналу  $g_{Na}$ , якщо внутрішньоклітинна концентрація іонів натрію 70 ммоль/л, позаклітинна - 425 ммоль/л, температура клітини 27 °С. При рішенні необхідно врахувати, що в методі фіксації потенціалу струм, спрямований з клітини назовні - позитивним, а всередину - від'ємний.

**ЗАВДАННЯ 19.** На якій відстані  $x$  в немієлінізованому нервовому волокні трансмембранна різниця потенціалів зменшується вчетверо, якщо постійна довжини волокна 70 мкм.

**ЗАВДАННЯ 20.** Трансмембранна різниця потенціалів в немієлінізованому нервовому волокні зменшується вдвічі на відстані 30 мкм. Обчисліть постійну довжини волокна.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ

### 1. В'язкість крові:

а) в дрібних судинах більше, ніж у великих;	в) постійна в усіх відділах судинного русла;
б) в дрібних судинах менше, ніж у великих;	г) у великих судинах більше ніж у дрібних.

### 2. Із збільшенням гематокриту в'язкість крові:

а) зростає;	в) зменшується;
б) не змінюється;	г) змінюється.

### 3. У яких судинах більше ймовірність виникнення турбулентної течії?

а) у великих;	в) не залежить від діаметра судин;
б) дрібних;	г) у середніх.

### 4. Перебіг крові по судинах є:

а) завжди ламінарним;	в) завжди турбулентним;
б) переважно ламінарним і лише в деяких випадках турбулентний;	г) переважно турбулентним і лише в деяких випадках ламінарним.

5. У якому відділі судинного русла лінійна швидкість кровотоку мінімальна?

а) в аорті;	г) в капілярах;
б) артеріях;	д) у венах.
в) в артеріолах;	

6. Основною рушійною силою кровотоку є:

а) статичний тиск;	г) трансмуральний тиск;
б) гідростатичний тиск;	д) кров'яний тиск, обумовлений перевищенням тиску, викликаного роботою серця, над атмосферним тиском.
в) сила тяжіння;	

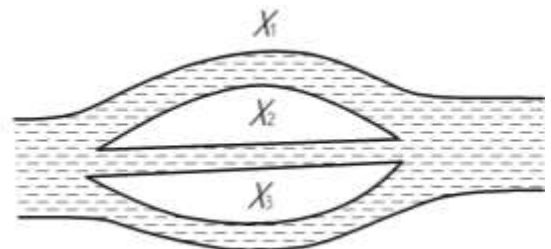
7. Який відділ судинного русла має найбільшим гідравлічним опором?

а) аорта;	г) капіляри;
б) артерії;	д) вени.
в) артеріоли;	

8. Чому дорівнює сумарний опір всіх судин з паралельним з'єднанням

а)  $X = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$

б) 
$$X = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3} + \dots + \frac{1}{X_n}}$$



**8. Збільшення тенденції еритроцитів до агрегації викликає:**

- а) зростання ШОЕ;
- б) зниження ШОЕ;
- в) не відбивається на ШОЕ.

**9. Часова залежність діастолічного тиску, обчислена в моделі Франка, має вигляд:**

а) $p = p_c(t + XC)$ ;	в) $p = p_c + CXt$ ;
б) $p = p_c \exp(-\frac{t}{CX})$ ;	г) $p = p_c + \frac{t}{CX}$ .

**10. Еластичність кровоносних судин має наступний електричний еквівалент:**

а) електричний потенціал;	г) електрична ємність;
б) електричний опір;	д) струм,
в) індуктивність;	е) осмотичний тиск.

**11. Швидкість поширення пульсової хвилі визначається за наступною формулою:**

а) $v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho d}}$ ;	г) $v = (\frac{\rho gh}{\eta})^2$ ;
б) $v = \left(\frac{E}{\rho d}\right)$ ;	д) $v = \sqrt{\frac{1}{Ed}}$ ;
в) $v = \left(\frac{\rho h}{E\eta}\right)$ ;	е) $v = (\frac{4\pi gh}{\eta})^4$ ;

**12. Пульсової хвилею називаються періодичні коливання:**

а) швидкості поширення частинок;	г) статичного тиску;
б) лінійної швидкості кровотоку;	д) кров'яного тиску, що поширюються по кровоносних судинах.
в) об'ємної швидкості кровотоку;	

**13. Швидкості поширення частинок крові ( $v_k$ ), пульсової хвилі ( $v_n$ ) і звукової хвилі ( $v_z$ ) у крові співвідносяться наступним чином:**

а) $v_n < v_k < v_z$ ;	г) $v_n < v_z < v_k$ ;
б) $v_k < v_n < v_z$ ;	д) $v_z < v_k < v_n$ ;
в) $v_z < v_n < v_k$ ;	

**14. Фільтрації крові сприяють:**

а) гідростатичний тиск в капілярах і онкотичний тиск плазми;	в) гідростатичний тиск в тканинної рідини і онкотичний тиск плазми;
б) гідростатичний тиск в капілярах і онкотичний тиск тканинної рідини;	г) гідростатичний тиск в тканинної рідини і онкотичний тиск тканинної рідини.

**15. У нормальних фізіологічних умовах в капілярної мережі:**

- а) фільтрація трохи перевершує реабсорбцію;
- б) реабсорбція трохи перевершує фільтрацію;
- в) реабсорбція повністю компенсує фільтрацію.

**16. Система знаходиться в стаціонарному стані. Для якого характерно:**

а) постійні термодинамічні параметри в часі та однакові у всіх частинах системи, система є закритою або відкритою;	г) система не змінюється в часі, в ній підтримуються постійні градієнти параметрів, система є відкритою або закритою;
б) термодинамічні параметри постійні в часі та однакові в у всіх частинах системи, система ізольована;	д) значення термодинамічних параметрів не змінюються в часі, можливі відхилення в різних частинах системи, система ізольована;
в) термодинамічні параметри змінюються в часі, система є відкритою.	

**17. Степінь упорядкованості відкритої системи збільшується  $\left(\frac{dS}{dt} < 0\right)$ , якщо виконується наступне:**

а) $\frac{d_e S}{dt} < 0$ і $\left \frac{d_e S}{dt}\right  > \frac{d_i S}{dt}$ ;	г) $\frac{d_e S}{dt} = 0$ ;
б) $\frac{d_e S}{dt} > 0$ ;	д) $\frac{d_e S}{dt} < 0$ і $\left \frac{d_e S}{dt}\right  = \frac{d_i S}{dt}$ .
в) $\frac{d_e S}{dt} < 0$ і $\left \frac{d_e S}{dt}\right  < \frac{d_i S}{dt}$ ;	

**18. Осмотична робота, що здійснюється системою при зміні концентрації від  $c_1$  до  $c_2$ , складає:**

а) $zF(c_2 - c_1)$ ;	г) $pV(c_1 / c_2)$ ;
б) $PV(c_2 - c_1)$ ;	д) $RT \ln(c_1 / c_2)$ ;
в) $RT(c_2 - c_1)$ ;	



19. Електрична робота, що здійснюється системою при переносі речовини із області з електричним потенціалом  $\varphi_1$  в область з потенціалом  $\varphi_2$ , складає:

а) $zF(\varphi_2 - \varphi_1)$ ;	г) $pV(\varphi_1 / \varphi_2)$ ;
б) $PV(\varphi_2 - \varphi_1)$ ;	д) $RT \ln(\varphi_1 / \varphi_2)$ ;
в) $RT(\varphi_2 - \varphi_1)$ ;	

20. Електрохімічний потенціал  $i$ -ї компоненти системи дорівнює:

а) $\vec{\mu}_i = \vec{H}_i - TS_i$ ;	г) $\vec{\mu}_i = U_i - pV_i + TS_i$ ;
б) $\vec{\mu}_i = -RT \ln K_i$ ;	д) $\vec{\mu}_i = \sum J_i X_i$ ;
в) $\vec{\mu}_i = \vec{\mu}_{0i} + RT \ln c_i + zF\varphi_i$ ;	

21. Зміна стандартної вільної енергії в ході хімічної реакції пов'язана з константою хімічної рівноваги  $K$  цієї реакції наступним чином:

а) $\Delta G^0 = cRK^3$ ;	г) $\Delta G^0 = mRK^2$ ;
б) $\Delta G^0 = -RT \ln K$ ;	д) $\Delta G^0 = RK\Delta T$ ;
в) $\Delta G^0 = -RT \ln \Delta K$ ;	

22. Для хімічних реакцій швидкість продукції ентропії складає:

а) $\frac{d_i S}{dt} = \frac{A^2 v}{K} > 0;$	г) $\frac{d_i S}{dt} = \frac{AK}{T} > 0;$
б) $\frac{d_i S}{dt} = \frac{Kv}{T} > 0;$	д) $\frac{d_i S}{dt} = \frac{AvK}{T} > 0$
в) $\frac{d_i S}{dt} = \frac{Av}{T} > 0;$	

де  $A$  – спорідненість хімічної реакції;

$v$  – її швидкість;  $K$  – константа хімічної рівноваги.

23. В системі відбувається  $n$  зв'язаних лінійних процесів, що характеризуються потоками  $J_i$  та рушійними силами  $X_i$ .

Дисипативна функція результуючого процесу дорівнює:

а) $\beta = J_i \sum X_i;$	г) $\beta = \sum J_i X_i^2;$
б) $\beta = \frac{1}{J_i} \sum X_i;$	д) $\beta = \sum J_i X_i.$
в) $\beta = \sum J_i^2 X_i;$	

24. Згідно з теоремою Пригожина, в стаціонарному стані при фіксованих зовнішніх параметрах швидкість продукції ентропії відкритої системи:

а) необмежено зростає;	г) приймає від'ємне значення;
б) необмежено убиває;	д) приймає постійне, відмінне від нуля додатне значення.
в) дорівнює нулю.кровоотоку;	

**25. Стаціонарний стан є стабільно стійким, з умовою, що відхилення від цього стану призводить до:**

а) росту внутрішньої енергії системи;	г) спаду внутрішньої енергії системи;
б) зростання дисипативної функції;	д) зниження дисипативної функції.
в) в даних пунктах правильної відповіді немає;	

**26. Коефіцієнт проникності мембрани описати таким виразом:**

а) $P = \frac{D^2 K}{l}$ ;	г) $P = \frac{\sqrt{DK}}{l}$ ;
б) $P = \frac{lK}{D^2}$ ;	д) $P = \frac{DK}{l}$ .
в) $P = \frac{l}{DK}$ ;	

**27. Закон Фіка для пасивного транспорту речовин через мембрану має вигляд:**

а) $J = -P (c_2 - c_1)$ ;	г) $J = D (c_2 + c_1)$ ;
б) $J = P (c_2 + c_1)$ ;	д) $J = -P (c_2 + c_1)$ .
в) $J = -D (c_2 - c_1)$	

**28. Рівняння Теорелла має наступний вигляд:**

а) $J = u \frac{dc}{dx}$ ;	г) $J = -cu \frac{d\mu}{dx}$ ;
б) $J = -cu \frac{d\varphi}{dx}$ ;	д) $J = -c \frac{d\mu}{dx}$ ;
в) $J = cu^2 \frac{dc}{dx}$ ;	

**29. Електродифузійне рівняння Нернста-Планка має вигляд:**

а) $J = -uRT \frac{dc}{dx} - cuzF \frac{d\varphi}{dx};$	г) $J = -cu \frac{dc}{dx};$
б) $J = u^2RF \frac{dc}{dt} - czT \frac{d\varphi}{dt};$	д) $J = -D \frac{dc}{dx}.$
в) $J = uzF \frac{d\varphi}{dx} - cuRT \frac{dc}{dt};$	

**30. Рівняння Гольдмана має вигляд:**

а) $J = \frac{zF\Delta\varphi P}{RT} \cdot \frac{c_2 \exp(zF\Delta\varphi / RT) + c_1}{1 + \exp(zF\Delta\varphi / RT)};$	г) $J = -cu \frac{dc}{dx};$
б) $J = \frac{zF\Delta\varphi P}{RT} \cdot \frac{c_2 \exp(zF\Delta\varphi / RT) - c_1}{1 - \exp(zF\Delta\varphi / RT)};$	д) $J = -D \frac{dc}{dx}.$
в) $J = \frac{zF\Delta\varphi P}{RT} \cdot \frac{c_1}{1 - \exp(zF\Delta\varphi / RT)};$	

**31. Рівняння Нернста має вигляд:**

а) $\varphi_i - \varphi_0 = \frac{zF}{RT} \ln \frac{c_0}{c_i};$	г) $\varphi_i - \varphi_0 = \frac{zR}{RF} \ln \frac{c_0}{c_i};$
б) $\varphi_i - \varphi_0 = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_0}{c_i};$	д) $\varphi_i - \varphi_0 = \frac{zR}{RF} \ln \frac{c_i}{c_0};$
в) $\varphi_i - \varphi_0 = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_i}{c_0};$	

**32. Потенціал Доннана дорівнює:**

а) $\varphi_i - \varphi_0 = -\frac{RT}{F} \ln c;$	г) $\varphi_i - \varphi_0 = -\frac{RT}{F} \Delta c;$
б) $\varphi_i - \varphi_0 = -\frac{RT}{F} \ln \frac{n[R^-]i}{2c};$	д) $\varphi_i - \varphi_0 = -\frac{F}{RT} cn;$
в) $\varphi_i - \varphi_0 = \frac{RT}{zF} \ln \frac{c_i}{c_0};$	

**33. Потік речовини транспортованої переносниками з області, де її концентрація дорівнює  $c$ , в область, де концентрація цієї ж речовини дорівнює нулю, описується формулою:**

а) $J = -D \frac{c}{l}$ ;	г) $J = J_{\max} \frac{c}{K_{\text{тр}} + c}$ ;
б) $J = RT \ln c$ ;	д) $J = \frac{RT}{zF} c$
в) $J = -\frac{DK}{l} c$ ;	

**34. Зміна вільної енергії при проникненні одного моля іонів з розчину з діелектричної проникністю  $\epsilon_6$  в мембрану з діелектричної проникністю  $\epsilon_m$  становить:**

а) $\Delta W = \frac{zeN_A}{8\pi\epsilon_0 r} \left( \frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_6} \right)$ ;	г) $\Delta W = \frac{zeN_A}{8\pi\epsilon_0 \epsilon_6 \epsilon_u}$ ;
б) $\Delta W = \frac{\sqrt{ze}}{8\pi\epsilon_0 r} \left( \frac{1}{\epsilon_m} - \frac{1}{\epsilon_6} \right)$ ;	д) $\Delta W = \frac{(ze)^2 N_A}{8\pi\epsilon_0 r} \left( \frac{1}{\epsilon_m} - \frac{1}{\epsilon_6} \right)$ ;
в) $\Delta W = \frac{(ze)^2}{8\pi\epsilon_0 r} \left( \frac{1}{\epsilon_m} + \frac{1}{\epsilon_6} \right)$ ;	

**35. В порівнянні з простою дифузією полегшена дифузія:**

- а) відбувається з меншою швидкістю;
- б) відбувається з більшою швидкістю;
- в) супроводжується зміною швидкості транспорту, але не за модулем, а за напрямком;
- г) не супроводжується зміною швидкості транспорту.

**36.  $\text{Na}^+$ ,  $\text{K}^+$  - насос транспортує в клітку:**

а) $2\text{Na}^+$ , а з клітки $3\text{K}^+$ ;	г) $2\text{K}^+$ , а з клітки $3\text{Na}^+$ ;
б) $3\text{K}^+$ , а з клітки $1\text{Na}^+$ ;	д) $3\text{K}^+$ , а з клітки $3\text{Na}^+$ .
в) $3\text{Na}^+$ , а з клітки $2\text{K}^+$ ,	

**37. Молекула валиноміцина транспортує через мембрану:**

а) $\text{K}^+$ і $\text{Na}^+$ ;	г) $\text{K}^+$ і $\text{Ca}^{2+}$ ;
б) переважно $\text{Na}^+$ ;	д) $\text{H}^+$ і $\text{Cl}^-$ .
в) переважно $\text{K}^+$ ;	

**40. Товщина біологічних мембран становить порядку:**

а) 0,01 нм,	г) 100 нм;
б) 0,1 нм;	д) 1 мкм.
в) 10 нм,	

**41. Згідно рідинно-мозаїчної моделі, біологічна мембрана складається:**

а) з біліпідного шару;	г) шару ліпідів з вкрапленнями білків вуглеводів;
б) двох шарів ліпідів з білковим шаром між ними;	д) двох шарів ліпідів, оточених зверху і знизу двома суцільними білковими шарами.
в) біліпідного шару, білків і мікрофіламентів;	

**42. Латеральною дифузією називається дифузія:**

а) молекул з одного ліпідного шару в іншій;	г) молекул через біологічну мембрану;
б) молекул в мембрані в межах одного шару;	д) білкових молекул з одного ліпідного шару в іншій;
в) іонів через бішарову мембрану.	

**43. Перехід молекул з одного ліпідного шару в інший називається:**

а) «фліп-флоп»- переходом;	г) полегшеною дифузією;
б) активним транспортом;	д) пасивним транспортом.
в) латеральною дифузією;	

**44. Час осілого життя молекули в одному положенні становить:**

а) $\tau = \frac{A}{\sqrt{6D}}$ ;	г) $\tau = \frac{D}{\sqrt{6A}}$ ;
б) $\tau = \frac{A}{2\sqrt{3D}}$ ;	д) $\tau = \frac{\sqrt{A}}{2D}$ ;
в) $\tau = \frac{D}{2\sqrt{3A}}$ ;	

**45. Середнє квадратичне переміщення молекул за час t становить:**

а) $S_{ср.кв} = 2t\sqrt{Dt}$ ;	г) $S_{ср.кв} = 2D\sqrt{t}$ ;
б) $S_{ср.кв} = 2\sqrt{Dt}$ ;	д) $S_{ср.кв} = 2t\sqrt{t}$ ;
в) $S_{ср.кв} = 3\sqrt{Dt}$ ;	

**46. Ліпосомами називаються:**

а) те ж саме, що і міцели;	г) біліпідні замкнуті структури;
б) плоскі бішарові ліпідні мембрани;	д) мономолекулярні шари на межі розділу
в) шари ліпідів і білків, нанесені на поверхню води;	гідрофобною і гідрофільної фаз.

**47. Ліпіди у складі біологічних мембран знаходяться:**

а) у твердому аморфному стані;	г) рідкокристалічному стані;
б) твердокристалічному стані;	д) правильна відповідь не наведено.
в) рідкому аморфному стані;	

**48. При фазовому переході мембран з рідкокристалічного в гель-стан площа мембрани, яка припадає на одну молекулу ліпиду:**

- а) зменшується;
- б) збільшується;
- в) не змінюється.

**49. При фазовому переході мембран з рідкокристалічного в гель-стан товщина мембрани:**

- а) зменшується;
- б) збільшується;
- в) не змінюється.



**50. Чим більше в «хвостах» ліпідів подвійних зв'язків, тим температура фазового переходу:**

- а) вище;
- б) нижче;
- в) не залежить від цього.

**51. Температура плавлення мембрани пов'язана із зміною ентальпії та ентропії в цьому процесі наступним чином:**

а) $T_{пл} = \frac{\Delta H}{\Delta S};$	г) $T_{пл} = \frac{\Delta S}{\Delta H}$
б) $T_{пл} = \sqrt{\frac{\Delta H}{\Delta S}};$	д) $T_{пл} = \sqrt{\frac{\Delta S}{\Delta H}}$
в) $T_{пл} = \frac{\Delta H}{\Delta S};$	

**52. Рівноважний мембранний потенціал для іонів натрію:**

а) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{[Na]_i}{[Na]_0};$	г) $\Delta\varphi = \frac{F}{RT} \ln \frac{[Na]_0}{[Na]_i}$
б) $\Delta\varphi = \frac{F}{RT} \ln \frac{[Na]_i}{[Na]_0};$	д) $\Delta\varphi = \frac{FT}{R} \ln \frac{[Na]_0}{[Na]_i}$
в) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{[Na]_0}{[Na]_i};$	

**53. Рівняння Гольдмана - Ходжкіна - Катца має наступний вигляд:**

а) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{p_K[K^+]_i + p_{Na}[Na^+]_i + p_{Cl}[Cl^-]_0}{p_K[K^+]_0 + p_{Na}[Na^+]_0 + p_{Cl}[Cl^-]_i}$ ;	г) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{p_K[Na]_i}{p_K[Na]_0}$
б) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{p_K[K^+]_i + p_{Na}[Na^+]_i + p_{Cl}[Cl^-]_i}{p_K[K^+]_0 + p_{Na}[Na^+]_0 + p_{Cl}[Cl^-]_0}$ ;	д) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{p_K[Na]_i}{p_K[Na]_0}$
в) $\Delta\varphi = \frac{RT}{F} \ln \frac{p_K[K^+]_0 + p_{Na}[Na^+]_0 + p_{Cl}[Cl^-]_0}{p_K[K^+]_i + p_{Na}[Na^+]_i + p_{Cl}[Cl^-]_i}$ ;	

**54. У спокої потенціал нервової клітини прямує до рівноважного:**

а) потенціалу кальцію;	г) потенціалу калію;
б) потенціалу натрію;	д) потенціалу протонів.
в) потенціалу хлору;	

**55. При генерації потенціалу дії нервової клітини потенціал її прямує до рівноважного:**

а) потенціалу кальцію;	г) потенціалу калію;
б) потенціалу натрію;	д) потенціалу протонів.
в) потенціалу хлору;	

**56. Внутрішньоклітинне середовище заряджене в порівнянні із зовнішньо клітинним:**

а) в покої – негативно, на максимумі потенціалу дії – позитивно;	в) в покої – позитивно, на максимумі потенціалу дії – негативно;
б) завжди позитивно;	г) завжди негативно.

**57. Проникність мембрани для іонів калію у спокої:**

- а) значно більше проникності для іонів натрію;
- б) значно менше проникності для іонів натрію;
- в) приблизно дорівнює проникності для іонів натрію.

**58. При генерації потенціалу дії проникність для іонів калію мембрани:**

- а) більше проникності для іонів натрію;
- б) менше проникності для іонів натрію;
- в) приблизно дорівнює проникності для іонів натрію;

**59. Постійною довжиною нервового волокна називають відстань, на якій:**

а) швидкість розповсюдження нервового імпульсу зменшується в $e$ разів;	г) швидкість розповсюдження нервового імпульсу збільшується в $e$ разів;
б) швидкість розповсюдження нервового імпульсу зменшується в 10 разів;	д) швидкість розповсюдження нервового імпульсу збільшується в 10 разів.
в) потенціал зменшується в $e$ разів;	

60. Якщо в деякій точці немієлінізованого волокна потенціал дорівнював би  $\varphi_0$ , то на відстані  $x$  від цієї точки він буде дорівнювати:

а) $\varphi = \varphi_0 \exp\left(-\frac{\lambda}{x}\right);$	г) $\varphi = \varphi_0 \exp\left(2\frac{\lambda}{x^3}\right)$
б) $\varphi = \varphi_0 \exp\left(\frac{\lambda}{x^2}\right);$	д) $\varphi = \varphi_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$
в) $\varphi = \varphi_0 \exp\left(-2\frac{\lambda}{x}\right);$	

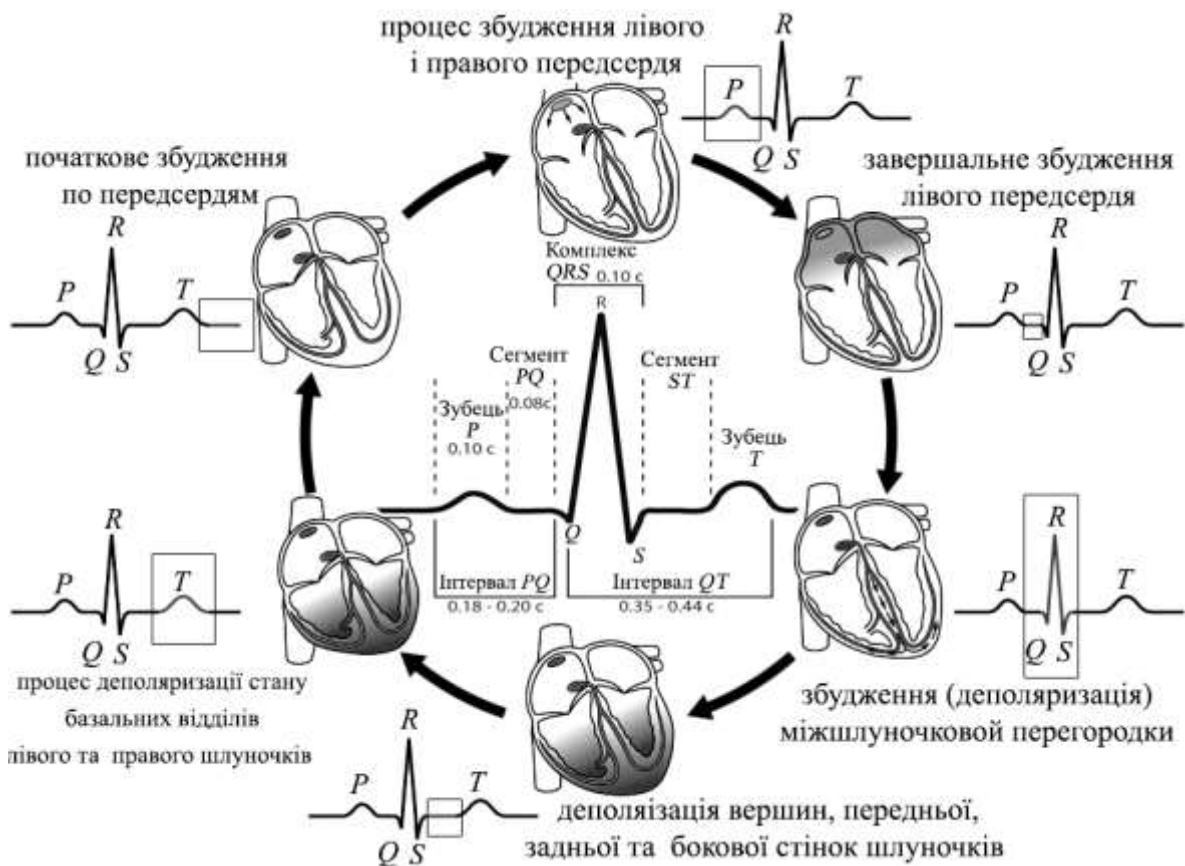
61. Швидкість розповсюдження нервового імпульсу пропорційна ( $D$  - діаметр волокна):

а) $\sqrt{D}$ для немієлінізованих і мієлінізованих нервових волокон;	г) $D$ для немієлінізованих і $\sqrt{D}$ для мієлінізованих нервових волокон;
б) $D$ для немієлінізованих і мієлінізованих нервових волокон;	д) $D^2$ для немієлінізованих і мієлінізованих нервових волокон.
в) $\sqrt{D}$ для немієлінізованих і $D$ для мієлінізованих нервових волокон;	

## РОЗДІЛ 3. ЕЛЕКТРО І МАГНІТОДИНАМІЧНІ ПРОЦЕСИ В БІОЛОГІЧНІЙ ПРИРОДІ

Електродинамічні явища в живій природі тісно зв'язані з виникненням та протіканням іонних струмів по клітинах та біологічних тканинах. Під магнітним полем розуміють вид матерії, що здійснює силову дію на рухомі електричні заряди, що знаходяться в зоні дії поля, та другі тіла, що мають магнітний момент. По суті магнітне поле є проявом одної із форм електромагнітного поля.

### Тема 3.1. ЕЛЕКТРОДИНАМІЧНІ ЯВИЩА В БІОФІЗИЦІ.



#### 1. Довжина хвилі збудження

$$\lambda = R \cdot v$$

де  $v$  – швидкість розповсюдження збудження, [см/с]

(в атріовентрикулярному вузлі  $v = 2 - 5$  см/с, в стінках передсердя  $v = 30 - 80$  см/с, в в пучках Гіса швидкість максимальна  $v = 100 - 140$  см/с);  $R$  - період рефрактерності.

*Повний опис електричного стану серця, математичний опис розподілу мембранних потенціалів по всьому обсягу серця в кожній клітині і опис змін потенціалів в часі є неможливим, тому відповідно до принципів еквівалентного генератора, серце заміняють еквівалентним генератором струму, електричне поле якого близьке по всім властивостям до електричного поля, що створюється серцем.*

**2. Струмовий генератор з електрорушійної силою  $\varepsilon$  має такий великий внутрішній опір  $r > R$ , що створений ним струм  $I = \varepsilon(R + r)$  не залежить від опору навантаження  $R$ :**

$$I \approx \varepsilon \cdot r.$$

**3. Дипольний момент**

$$D = I \cdot l,$$

де  $l$  – відстань між позитивним і негативним полюсами, [см]

**4. Щільність електричного тока  $j$  (закон Ома)**

$$j = -\frac{1}{\rho} \frac{d\varphi}{dr},$$

де  $\rho$  - питомий опір середовища, в якому працює струмовий генератор;  $\phi$  - потенціал електричного поля;  $r$  - відстань від монополя до деякої точки.

З іншої сторони  $j = I/S$ , де  $S$  - площа сфери, через яку проходить ток  $S = 4\pi r^2$

$$\frac{I}{4\pi r^2} = -\frac{1}{\rho} \frac{d\phi}{dr}.$$

5. Електричний потенціал точки А, що відстоїть від монополя на відстані  $r$ :

$$\phi_A = -\frac{\rho I}{4\pi r}.$$

6. Для електричного поля диполя потенціал складається з потенціалів електричних полів, створюваних уніполем обох знаків + (витоку) і - (стоку):

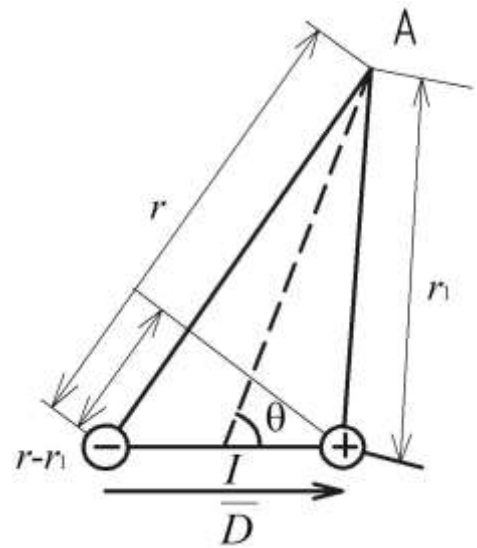
$$\phi_A = \frac{\rho I}{4\pi r_1} - \frac{\rho I}{4\pi r} = \frac{\rho I}{4\pi} \cdot \frac{(r - r_1)}{r_1 \cdot r}.$$

Якщо  $l \ll r$  (струмовий диполь),

то  $r_1 \cdot r \approx r^2$ ,  $r - r_1 = l \cdot \cos \theta$

де  $\theta$  - кут між векторам  $\vec{D}$  і

напрямком від диполя до точки А



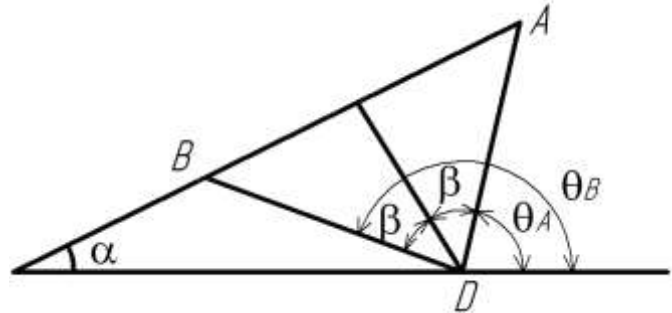
$$\phi_A = \frac{\rho I l}{4\pi r^2} \cdot \cos \theta = \frac{\rho D}{4\pi r^2} = kD \cos \theta$$

$$\text{де } k = \frac{\rho}{4\pi r^2}$$

**7. Різниця потенціалів двох точок поля, що створюють струмовий диполь:**

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = kD \cos \theta_A - kD \cos \theta_B = kD(\cos \theta_A - \cos \theta_B)$$

Враховуючи формули перетворення з тригонометрії можна записати:



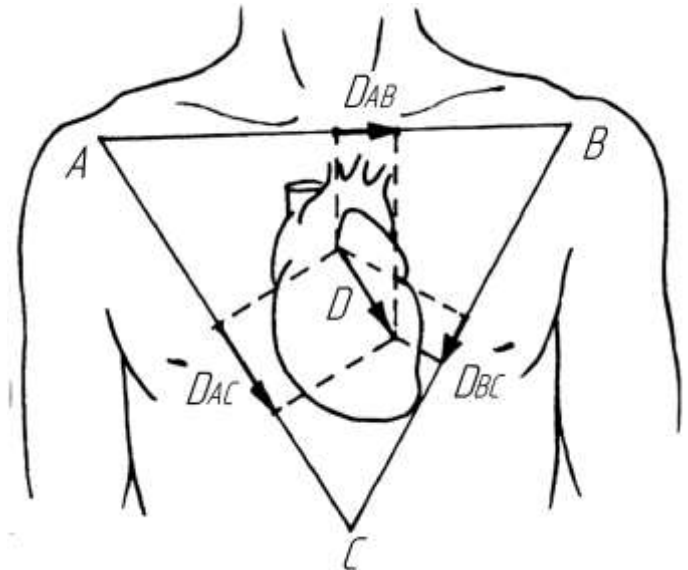
$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = 2k \sin \beta \cdot D \cos \alpha$$

**8. Коефіцієнт пропорційності:**

$$K = \frac{\rho}{4\pi r^2} \cdot \sin \beta$$

Тоді  $\Delta\varphi = K \cdot D \cos \alpha = K \cdot D_{AB}$ ,

$D_{AB}$  проекція вектора електричної вісі серця  $\vec{D}$  на пряму  $AB$ .



**9. Відношення напруг між вершинами трикутника (ABC) дорівнює відношенню проекцій дипольного моменту на відповідні сторони:**

$$U_{AB} : U_{BC} : U_{AC} = D_{AB} : D_{BC} : D_{AC}$$



Так як електричний момент диполя серця змінюється з часом, то в відведеннях будуть отримані тимчасові залежності напруги, які і називають електричними векторами проекцій електрокардіограми.

**10. Електрична активність міокарда замінється дією одного токового диполя - еквівалентного токовому диполю серця**

$$\vec{D}_0 = \sum_{i=1}^n \vec{D}_i .$$

**11. Момент сили, що діє на диполь в електричному полі, дорівнює**

$$M = DE \cdot \sin \alpha .$$

**12. Напруженість електричного поля на осі диполь залежить від  $D$  і  $r$**

$$E = \frac{D}{2\pi r^3 \epsilon_0 \epsilon_r} ,$$

$\epsilon_0$  – абсолютна електрична стала;  $\epsilon_r$  – відносна діелектрична проникненість середовища.

**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** При знятті електрокардіограми в одному з відведень було отримано максимальну різницю потенціалів в 1 мВ. Розрахуйте модуль електричного вектора серця, якщо питомий електричний опір середовища становить 15 Ом·м, відстань від струмового генератора до вершин рівнобедреного трикутника Ейтховена 0,2 метри.

**Дано:**

$$r = 0,2 \text{ м}$$

$$\rho = 15 \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

$$\Delta\varphi = 1 \text{ мВ}$$

**Знайти:**

$$D - ?$$

**Розв'язок:**

Різниця потенціалів між двома точками, що знаходяться на однаковій відстані від диполя можна обрахувати з формули:

$$\Delta\varphi = \frac{\rho D \sin(\beta / 2) \cos \gamma}{2\pi r^2}$$

А з неї знаходимо

$$D = \frac{2\pi r^2 \Delta\varphi}{\rho \sin(\beta / 2) \cos \gamma}$$

Значення різниці потенціалів залежить від кута  $\gamma$  між осю диполя і осю відведення та максимальна при їх паралельній орієнтації.

При  $\gamma = 0$   $\cos \gamma = 1$ .

Так як трикутник Ейтховена рівнобедрений, то  $\beta = 120^\circ$ .

$$D = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot (0,2)^2 \cdot 10^{-3}}{15 \sin(120 / 2) \cos 0} = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ А}\cdot\text{м}$$

**Відповідь:** Модуль електричного вектора серця  $1,9 \cdot 10^{-5} \text{ А}\cdot\text{м}$

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Обрахувати різницю потенціалів двох вершин трикутника Ейнтховена для електричного вектору серця  $|D| = 1.5 \cdot 10^{-5} \text{А} \cdot \text{м}$ , що орієнтований під кутом  $\gamma = 60^\circ$  до осі відведення. Питомий електричний опір середовища  $\rho = 15 \text{ Ом}$ , а значення відстані  $r = 25 \text{ см}$ , від електричного вектора до вершин трикутника.

**ЗАВДАННЯ 2.** Для максимальної різниці потенціалів у відведенні  $\Delta\varphi_{\text{max}} = 0,8 \text{ мВ}$ , зареєстрована різниця потенціалів  $\Delta\varphi = 0,68 \text{ мВ}$ . Знайти під яким кутом  $\gamma$  знаходиться в момент виміру електричний вектор серця до осі відведення?

**ЗАВДАННЯ 3.** Згідно з уявленнями Ейнтховена, серце можна представити електричним диполем, тоді електричний момент серця-диполя періодично змінюється як по модулю, так і за напрямком. Біопотенціали реєструються між вершинами рівностороннього трикутника, який утворюється двома руками і однією ногою. Який вид мали б електрокардіограми, зняті в трьох можливих відведеннях, якби електричний момент серця рівномірно обертався у фронтальній площині? Вкажіть загальні формули і побудуйте три електрокардіограми, відкладаючи по осі абсцис час, а по осі ординат - різниця біопотенціалів.

**ЗАВДАННЯ 4.** Обчисліть електроємність тіла людини, вважаючи її рівною ємності електропровідного кулі того ж об'єму. Середню щільність тіла прийняти рівною  $1 \text{ г/см}^3$ , а маса тіла  $60 \text{ кг}$ .

## ТЕМА 3.2. ЕЛЕКТРОМАГНІТНІ КОЛИВАННЯ

### 1. Закон збереження заряду:

$$\sum q_i = 0.$$

### 2. Закон Кулона в скалярній формі:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\epsilon\epsilon_0 r^2},$$

$\epsilon_0$  – електрична стала,  $\epsilon$  – відносна діелектрична проникність середовища,  $q_1$  і  $q_2$  – взаємодіючі заряди,  $r$  – відстань між зарядами.

### 3. Абсолютна діелектрична проникність середовища:

$$\epsilon_0\epsilon = \epsilon_a$$

### 4. Напруженість електричного поля

$$E = \frac{F}{q},$$

де  $F$  – сила Кулона,  $q$  – заряд.

### 5. Напруженість електричного поля для точкового заряду

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^3}$$

### 6. Напруженість електричного поля для безкінечної площини

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon},$$

$\sigma$  – поверхнева щільність заряду, [Кл/м<sup>2</sup>]

$$\sigma = \frac{q}{S}.$$

### 7. Потенціал поля точкового заряду

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r'},$$

або

$$\varphi = \frac{p}{4\pi\epsilon_0\epsilon r'^2},$$

де  $p$  – електричний момент диполя, [Кл·м].

8. Якщо на одиничний, окремий рухомий заряд, діє сила, то її значення визначається, як відношення, цієї ж сили  $F$  прикладеної до провідника із струмом, до величини загальної кількості  $N$  носіїв струму:

$$f_n = F / N.$$

### 9. Щільність потоку постійного струму в провіднику

$$j = \frac{I}{S}.$$

10. Щільність струму зв'язана з концентрацією  $n$  вільних носіїв зарядів і швидкістю їх руху  $v$ :

$$j = qnv$$

**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1.** Два точкових заряди  $q_1=+5$  нКл і  $q_2=-8$  нКл знаходяться на відстані  $r = 20$  см один від одного. Обчисліть напруженість  $E$  електричного поля, створеного ними, в точці, що лежить посередині. Діелектрична проникність середовища  $\varepsilon = 5$ .

**Дано:**

$$q_1 = +5 \text{ нКл}$$

$$q_2 = -8 \text{ нКл}$$

$$r = 20 \text{ см}$$

$$\varepsilon = 5$$

**Знайти:**

$$E - ?$$

**Розв'язок:** Сила взаємодії між двома точковими зарядами дорівнює

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2} = \frac{5 \cdot 10^{-9} \cdot (-8) \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^2 \cdot 10^4} = 7,196 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$$

Напруженість електричного поля розрахуємо

$$E = \frac{F}{q} = \frac{7,196 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}}{3 \cdot 10^{-9}} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

**Відповідь:** Напруженість електричного поля  $2,3 \cdot 10^3$  В/м.

**ЗАДАЧА 2.** Для швидкого вводу ліків в тіло людини використовують іонофорез, який за допомогою електроду площею  $5 \text{ см}^2$  вводить хворому однократно іонізовані іони лікарської речовини за 10 хвилинний проміжок часу при щільності потоку  $0,05 \text{ мА/см}^2 \cdot \text{с}$ . Визначіть кількість однократно іонізованих іонів.

**Дано:**

$$j = 0,05 \text{ мА/см}^2 \cdot \text{с}$$

$$S = 5 \text{ см}^2$$

$$t = 10 \text{ хв}$$

**Знайти:**

$$N - ?$$

**Розв'язок:**

Щільність потоку обрахуємо з виразу

$$j = \frac{I}{S} = \frac{N \cdot e}{S \cdot t}$$

Виразимо число іонів

$$N = \frac{j \cdot S \cdot t}{e} = \frac{5 \cdot 10^{-1} \text{ А/м}^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 600 \text{ с}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} =$$

$$= 9,4 \cdot 10^{17}$$

**Відповідь:** Кількість однократно іонізованих іонів становить  $9,4 \cdot 10^{17}$

**ЗАДАЧА 3.** Для прогріву м'язової тканини на плоскі електроди подається напруга  $U = U_0 \sin \omega t$  з амплітудою 250 В і частотою  $10^6$  Гц. Відомо, що активний опір даної ділянки ланцюга становить  $10^3$  Ом, ємність -  $5 \cdot 10^{-8}$  Ф. Визначити кількість тепла, що виділиться в об'ємі тканини між електродами за період коливань та за час процедури, який становить 10 хв.

**Дано:**

$$U = U_0 \sin \omega t$$

$$C = 5 \cdot 10^{-8} \text{ Ф}$$

$$\nu = 10^6 \text{ Гц}$$

$$U_0 = 250 \text{ В}$$

**Знайти:**

$$Q_T, Q_t - ?$$

**Розв'язок:**

Кількість теплоти, що виділяється за період коливань та за час відповідно дорівнює

$$Q_T = I^2 R T \quad \text{та} \quad Q_t = I^2 R t$$

Визначимо діюче значення току в ланцюзі:

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z} = \frac{U_{ef}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U_0 / \sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{2\pi\nu C}\right)^2}}$$

$$I_{ef} = \frac{250 / \sqrt{2}}{\sqrt{(10^3)^2 + \left(\frac{1}{2 \cdot 3.14 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-8}}\right)^2}} = 0.18 \text{ А}$$

Період коливань  $T = 1/\nu = 10^{-6} \text{ с}$

Тоді кількість теплоти буде дорівнювати

$$Q_T = I^2 R T = (0.18)^2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-6} = 3.24 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$$

$$Q_t = I^2 R t = (0.18)^2 \cdot 10^3 \cdot 600 = 1.94 \cdot 10^4 \text{ Дж}$$

**Відповідь:** Кількість теплоти, що виділяється за період коливань та за час 10 хв, відповідно, дорівнює  $3.24 \cdot 10^{-5} \text{ Дж}$  та  $1.94 \cdot 10^4 \text{ Дж}$

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Два точкових заряди  $q_1 = +5$  і  $q_2 = -8$  нКл знаходяться на відстані  $r = 20$  см один від одного. Обчисліть напруженість  $E$  електричного поля, створеного ними, в точці, що лежить посередині. Діелектрична проникність середовища  $\varepsilon = 5$ .



**ЗАВДАННЯ 2.** Два точкових заряди  $q_1 = 3$  і  $q_2 = -5$  Кл, знаходяться на відстані  $r_1 = 10$  м один від одного. Яку роботу  $A$  необхідно здійснити проти сил електричного нуля, щоб видалити заряди на відстань  $r_2 = 40$  см? Обчисліть початкову  $W_1$  і кінцеву  $W_2$  потенційну енергію цієї системи зарядів.

**ЗАВДАННЯ 3.** Обчисліть швидкість  $V$  електрона, що пройшов через середовище і прискорює різницю потенціалів  $U = 100$  В. Початкова швидкість електрона дорівнює нулю.

**ЗАВДАННЯ 4.** Диполь, утворений зарядами  $q = 40$  нКл, плечем  $l = 2$  мм, вільно встановився в електричному полі напруженістю  $E = 5$  кВ/м. Яку роботу  $A$  необхідно здійснити, щоб розгорнути диполь на кут  $30^\circ$ ?

**ЗАВДАННЯ 5.** Плоский повітряний конденсатор ємністю  $C = 6$  нФ і площею пластин  $S = 1\text{ м}^2$  заряджений до різниці потенціалів  $U = 150$ В. Визначте силу  $F$  притягання між пластинами конденсатора і його потенційну енергію  $W$ .

**ЗАВДАННЯ 6.** Сила струму  $I$  в провіднику змінюється з часом  $t$  за законом  $I = 3 + 2t$ , де  $[I] = \text{А}$ ;  $[T] = \text{с}$ . Обчисліть заряд  $q$ , який пройде по провіднику за перші 5 с після підключення до джерела струму.

**ЗАВДАННЯ 7.** Мідний провідник довжиною  $l = 1,5$  м знаходиться під напругою  $U = 5,1$  В. Визначте щільність струму  $j$  в провіднику. Питомий опір міді  $\rho = 17$  нОм  $\cdot$  м.

**ЗАВДАННЯ 8.** Батарея з ЕДСЕ = 9 В має внутрішній опір  $r = 3,5$  Ом, сила струму в ланцюзі  $I = 1,8$  А. Визначте падіння напруги  $U_r$  всередині батареї і на зовнішньому опорі  $U_R$ , а також ККД  $\eta$  батареї.

**ЗАВДАННЯ 9.** Падіння напруги на спіралі електричного чайника  $U = 100$  В, її опір  $R = 20$  Ом. Визначте час, за який в чайнику закипає  $V = 1$  л води, якщо її початкова температура  $t_1 = 20$  ° С. Питома теплоємність води  $C = 1,2$  кДж/(кг $\cdot$ К).

**ЗАВДАННЯ 10.** Яка маса  $m$  міді виділиться при електролізі на катоді за час  $t = 1$  год при силі струму  $I = 5$  А?

**ЗАВДАННЯ 11.** Прямий провідник довжиною  $l = 30$  см, по якому тече струм  $I = 12$  А, знаходиться в однорідному магнітному полі під кутом  $\alpha = 30^\circ$  до напрямку поля. Обчисліть напруженість магнітного поля, якщо на провідник діє сила  $F = 2,7$  мН.

**ЗАВДАННЯ 12.** Квадратна рамка зі стороною  $a = 5$  см поміщена в однорідне магнітне поле напруженістю  $H = 15$  кА/м. Площина рамки складає з напрямком магнітного поля кут  $\alpha = 30^\circ$ . Визначте магнітний потік, що пронизує рамку.

**ЗАВДАННЯ 13.** Два кругових контуру радіусом  $R = 3$  см, за якими в протилежних напрямках течуть струми  $I_1 = I_2 = 10$  А, розташовані в паралельних площинах на відстані  $d = 4$  см. Обчисліть напруженість  $H$  магнітного поля в центрі одного з витків.

**ЗАВДАННЯ 14.** Індукція магнітного поля в центрі кругового контура  $B = 20$  мкТл. Обчисліть магнітний момент  $p_m$  контуру, якщо сила струму в ньому  $I = 1$  А.

**ЗАВДАННЯ 15.** Обчисліть період  $T$  обертання електрона по колу в однорідному магнітному полі напруженістю  $H = 8$  кА/м.

**ЗАВДАННЯ 16.** Квадратна рамка зі стороною  $a = 5$  см і з током  $I = 10$  А вільно встановилася в однорідному магнітному полі напруженістю  $H = 18$  кА/м. Яку роботу  $A$  необхідно здійснити, щоб повернути рамку на кут  $\alpha = 90^\circ$ ?

**ЗАВДАННЯ 17.** Визначте час  $t$  за яке магнітний потік, що пронизує замкнутий контур, змінився від  $\Phi_1 = 20$  МВб до  $\Phi_2 = 60$  МВб, якщо середня ЕРС індукції, що виникла в контурі, склала 0,2 В.

**ЗАВДАННЯ 18.** Соленоїд довжиною  $l = 15$  см має 300 витків. Визначте індукцію  $B$  магнітного поля всередині соленоїда, якщо по ньому тече струм силою  $I = 5$  А.

**ЗАВДАННЯ 19.** Мається ланцюг опором  $R = 15$  Ом і індуктивністю  $L = 0,05$  Гн. Визначте час  $t$ , за який після відключення джерела, напруги сила струму в ланцюзі знизиться в 2 рази. (При відключенні джерела, ланцюг не розмикається.)

**ЗАВДАННЯ 20.** Щільність витків соленоїда  $n = 20$  мм<sup>-1</sup>. По ньому тече струм силою  $I = 10$  А. Обчисліть об'ємну щільність енергії  $w$  магнітного поля всередині соленоїда.

**ЗАВДАННЯ 21.** У ланцюг змінного струму напругою  $U = 220$  В і частотою  $f = 50$  Гц включені послідовно опір  $R = 100$  Ом і індуктивність  $L = 0,55$  Гн. Визначте струм  $I$  в ланцюзі і падіння напруги  $U_R$  і  $U_L$ , на опорі й індуктивності.

**ЗАВДАННЯ 22.** У колі змінного струму частотою  $f = 50$  Гц включені послідовно опір  $R = 20$  Ом і ємність  $C$ . Зрушення фаз між струмом і напругою  $\varphi = 60^\circ$ . Обчисліть ємність  $C$ .

**ЗАВДАННЯ 23** Ідеальний коливальний контур резонує на  $\lambda = 1000$  м. Вичисліть його ємність  $C$ , якщо індуктивність  $L = 1$  мГн.

**ЗАВДАННЯ 24.** Струм в ідеальному коливальному контурі змінюється за законом  $I = + 50\cos 600\pi t$  мА. Ємність контуру  $C = 1,4$  мкФ. Обчисліть період  $T$  коливань контуру, індуктивність  $L$ , складіть рівняння зміни в часі заряду  $q = q(t)$  і напруга  $U = U(t)$ .

**ЗАВДАННЯ 25.** В ідеальному коливальному контурі заряд на обкладинках конденсатора змінюється з часом за законом  $q = 5\sin 10^3\pi t$ . Індуктивність контуру  $L = 0,16$  Гц. Складіть рівняння зміни в часі енергії  $W_{el}$  електричного поля і енергії  $W_m$  магнітного поля, а також максимальні значення  $W_{el0}$  і  $W_{m0}$ .

**ЗАВДАННЯ 26.** Визначте діелектричну проникність  $\epsilon$  гліцерину, якщо його абсолютний показник заломлення  $n = 5,1$ . Магнітна проникність  $\mu = 1$ .

**Тема 3.3. МАГНІТОБІОЛОГІЯ. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ  
РЕОГРАФІЇ**

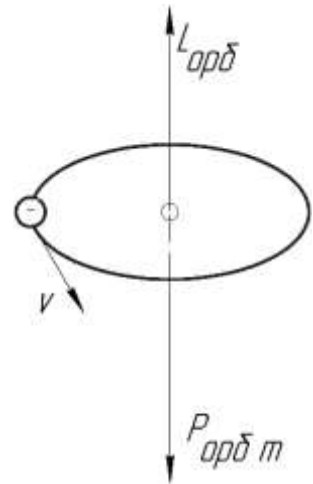
1. Сила струму, що виникає при обертанні з частотою  $\nu$  в процесі руху електрона, рівна

$$I = e\nu,$$

де  $e$  – заряд електрона.

Оскільки  $\nu = v / (2\pi r)$ , то

$$I = ev / (2\pi r).$$



2. Орбітальним магнітним моментом  $p_{orb}$

$$p_{orb} = \frac{ev}{2\pi r} \pi r^2 = \frac{evr}{2}.$$

3. Електрон, що обертається по орбіті, має момент імпульсу  $L_{orb}$ , який відповідно дорівнює

$$L_{orb} = m_e v r,$$

де  $m_e$  маса електрона.

4. Орбітальне, для електрона, магнітомеханічне відношення:

$$G_{orb} = \frac{p_{orb}}{L_{orb}} = \frac{e}{2m_e}.$$

Магнітомеханічне відношення виражають через множник

Ланде  $g$ :

$$G_{орб} = g_{орб} \frac{e}{2m_e}, \quad (g_{орб} = 1)$$

5. Імпеданс це повний опір біологічних тканин, який визначається ємкісним  $X_c$  та омичним  $R$  опорами:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} .$$

6. Кут фази  $\varphi$  пропорційний арктангенсу відношення реактивного ємнісного опору до активного опору , а вектор сили струму, що протікає по біологічній тканині, випереджує вектор напруга на:

$$\varphi = \text{arctg}\left(\frac{X_c}{R}\right) .$$

Таблиця. Для різних біологічних об'єктів кут зсуву фаз на частоті 1 кГц

Вид біологічної тканини	Кут зсуву фаз, град
М'язове волокно кролика	65
Нервове волокно жаби	64
Шкіряна оболонка жаби	55

Значення питомої електропровідність  $\gamma$  речовини залежить від концентрації вільних зарядів  $c$  , їх величини  $ez$  та рухливості  $b$

$$\gamma = c \cdot ez \cdot b$$

### ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА.** Визначіть питомої електропровідність  $\gamma$  спирту, при його концентрації  $c = 2$  промиле, величина заряду  $ez=0.001$  мкВ, та рухливості  $b=4 \cdot 10^{-6}$ м.

**Дано:**

$c = 2$  промиле

$ez=0.001$  мкВ

$b=4 \cdot 10^{-6}$ м

---

**Знайти:**

$\gamma - ?$

**Розв'язок:**

Значення питомої електропровідність  $\gamma$  речовини

$$\gamma = c \cdot ez \cdot b$$

$$\gamma = 2 \cdot 0,001 \cdot 4 \cdot 10^{-6} = 8 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1}$$

**Відповідь:** питомої електропровідність  $\gamma$  спирту  $8 \cdot 10^{-5} \text{ Ом}^{-1}$

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Дайте визначення імпедансу? Як розраховується імпеданс для живих біологічних тканин?

**ЗАВДАННЯ 2.** Що таке дисперсія імпедансу?

**ЗАВДАННЯ 3.** Визначіть питомої електропровідність  $\gamma$  спирту, при його концентрації  $c = 1$  промиле, рухливості  $b=2 \cdot 10^{-6}$ м та величина заряду  $ez = 0.002$  мкВ.



**ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ**

**1. Швидкість розповсюдження збудження в стінках передсердя:**

а) 30 - 80 см/с;	в) 2 - 5 см/с;
б) 100 - 140 см/с;	г) 10 - 15 см/с.

**2. По якій формулі обраховують щільність електричного струму**

а) $j = -\frac{1}{\rho} \frac{d\varphi}{dr}$ ;	в) $j = -\frac{1}{4\pi\rho} \frac{d\varphi}{dr}$ ;
б) $j = \frac{1}{\rho} \frac{d\varphi}{dr}$ ;	г) $j = \frac{1}{4\pi\rho} \frac{d\varphi}{dr}$ .

**3. Напруженість поля малого точкового заряду  $q$ , що знаходиться на відстані  $r$  від нього дорівнює:**

а) $E = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$ ;	г) $E = qr$ ;
б) $E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$ ;	д) $E = -\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$ .
в) $E = \varepsilon_0\varepsilon r q^2$ ;	

**4. З принципу суперпозиції електричних полів слідує, що**

а) електричне поле в середині провідника дорівнює нулю;	г) електричне поле намагається розвернути електричний диполь так, щоб його дипольний момент був орієнтований у напрямку поля;
б) напруженість системи нерухомих точкових зарядів електричного поля відповідає векторній сумі напруженостей, що виникають в цій точці кожним з даних зарядів окремо;	д) потік вектора напруженості електричного поля через замкнуту поверхню дорівнює сумі зарядів, що знаходяться в середині неї.
в) в ізольованій системі сумарній електричний заряд дорівнює нулю;	

**5. Робота, що здійснюється, силами електричного поля, над електричним зарядом, пропорційна:**

а) відношенню напруженості електричного поля до величини заряду;	г) відношення дипольного моменту до напруженості електричного поля;
б) добутку заряду на напруженість електричного поля;	д) добутку заряду на потенціал електричного поля.
в) добутку заряду на спад потенціалу;	

6. Чому дорівнює потенціал поля точкового заряду  $q$  на відстані  $r$  від заряду:

а) $\varphi = qr^2$ ;	г) $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$ ;
б) $\varphi = \frac{4\pi q^2}{\epsilon_0\epsilon r^2}$ ;	д) $\varphi = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$ .
в) $\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r^2}$ ;	

7. На електричний диполь, момент якого дорівнює  $\vec{p}$ , що знаходиться в електричному полі з напруженістю  $\vec{E}$ , діє момент сил:

а) $\vec{M} = (\vec{p} \cdot \vec{E})$ ;	г) $\vec{M} = [\vec{p} \cdot \vec{E}]$ ;
б) $ \vec{M}  = \vec{p} \cdot \vec{E} \cos \alpha$ ;	д) $\vec{M} = \frac{\vec{E}}{\vec{p}}$ .
в) $\vec{M} = [\vec{E} \cdot \vec{p}]$ ;	

8. Заряд електричного конденсатора дорівнює:

а) $q = CU$ ;	г) $q = \frac{UC^2}{2}$ ;
б) $q = \frac{C}{U}$ ;	д) $q = \frac{2U}{C}$ .
в) $q = \frac{CU^2}{2}$ ;	

9. При послідовному з'єднанні конденсаторів їх повна ємність дорівнює:

а) $C = \sum_{i=1}^n C_i$ ;	г) $C = \left( \sum_{i=1}^n C_i \right)^2$ ;
б) $C = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$ ;	д) $C = \sqrt{\sum_{i=1}^n C_i^2}$ .
в) $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$ ;	

**10. Всередині плоского конденсатора поле:**

а) дорівнює нулю;	г) змінюється по лінійному закону від позитивної пластини до негативної;
б) однорідне;	д) змінюється по гіперболічному закону від позитивної до негативної..
в) змінюється по експоненціальному закону від позитивної пластини до негативної;	

**11. З якого рівняння обраховується енергія відокремленого зарядженого провідника:**

а) $W = CU$ ;	г) $W = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$ ;
б) $W = \frac{CU^2}{2}$ ;	д) $W = \frac{q}{U}$ .
в) $W = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2}$ ;	

**12. Об'ємна густина енергії електричного поля дорівнює:**

а) $w = \frac{CU^2}{2}$ ;	г) $w = \frac{\epsilon_0\epsilon E^2}{2}$ ;
б) $w = CU$ ;	д) $w = \frac{CU}{E}$ .
в) $w = \frac{E^2}{2}$ ;	

**13. Поляризованість називають:**

а) добуток заряду на напруженість електричного поля;	г) заряд одиниці площі поверхні;
б) дипольний момент одиниці об'єму діелектрика;	д) добуток заряду на потенціал електричного поля.
в) заряд одиниці об'єму провідника;	

**14. Для води характерна:**

а) електронна поляризація;	г) йонна поляризація;
б) деформаційна поляризація;	д) відсутність поляризації.
в) орієнтаційна поляризація;	

**15. Густиною електричного струму називають:**

а) скалярна величина, що чисельно дорівнює заряду, що приходить через поперечний переріз провідника за одиницю часу;	г) сила, що діє на одиничний позитивний заряд;
б) енергія одиниці об'єму провідника;	д) Векторна величина, що дорівнює по модулю електричному заряду, що проходить за одиницю часу через одиничну площадку, що перпендикулярна напрямку впорядкованого руху заряджених частинок.
в) енергія, що переноситься зарядженими частинками за одиницю часу через одиницю площі поверхні;	

**16. Закон Ома в диференційній формі має вигляд:**

а) $I = \frac{U}{R}$ ;	г) $j = \frac{I}{S}$ ;
б) $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ ;	д) $I = \frac{dq}{dt}$ .
в) $I = \frac{E}{R+r}$ ;	

**15. Маса речовини, що виділилася на електроді при електролізі, дорівнює:**

а) $m = CU$ ;	г) $m = kIt$ ;
б) $m = qIt$ ;	д) $m = \frac{U^2}{t}$ .
в) $m = \frac{U^2}{R}$ ;	

**16. Магнітний момент  $\vec{p}_m$  контуру площею  $S$  зі струмом  $I$  дорівнює:**

а) $p_m = ISn$ ;	г) $\vec{p}_m = [\vec{I} \times \vec{S}]$ ;
б) $\vec{p}_m = \frac{I}{S}$ ;	д) $\vec{p}_m = \frac{I\vec{n}}{S}$ .
в) $\vec{p}_m = (\vec{I} \cdot \vec{S})$ ;	

**17. Магнітний момент  $\vec{p}_m$ , поміщений в магнітне поле індукцією  $\vec{B}$ , володіє енергією:**

а) $W = p_m B^2$ ;	г) $W = \frac{p_m}{B}$ ;
б) $W = -(\vec{p}_m \cdot \vec{B})$ ;	д) $W = p_m^2 B$ .
в) $W = (\vec{p}_m \cdot \vec{B})$ ;	

**18. Заряджена частинка влітає в однорідне магнітне поле під кутом  $\alpha$  до напрямку поля, причому  $0 < \alpha < \pi/2$ . Вона буде рухатися:**

а) по прямій;	г) по параболі;
б) по колу;	д) по гвинтовій лінії проти
в) по гвинтовій лінії вздовж силових ліній магнітного поля;	силових ліній магнітного поля.

**19. На провідник зі струмом у магнітному полі діє:**

а) сила Кулона;	г) доцентрова сила;
б) сила Ампера;	д) центробіжна сила.
в) сила Лоренца;	

20. Закон Біо-Савара-Лапласа в скалярній формі має вигляд:

а) $H = \mu\mu_0 B$ ;	Г) $H = \frac{I}{4\pi} \int \frac{\sin \alpha dl}{r^2}$ ;
б) $B = p_m H$ ;	Д) $\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$ .
в) $B = qvH$ ;	

21. Напруженість магнітного поля, утвореного прямим нескінченно довгим провідником зі струмом  $I$ , на відстані  $d$  від нього визначається з виразу:

а) $H = \frac{1}{4\pi d}$ ;	Г) $H = Id$ ;
б) $H = \frac{I}{2d}$ ;	Д) $H = \frac{Id}{2}$ .
в) $H = \frac{I}{2\pi d}$ ;	

22. Для діамагнетиків справедливою є нерівність:

а) $\chi > 0, \mu > 0$ ;	Г) $\chi < 0, \mu < 1$ ;
б) $\chi < 0, \mu > 1$ ;	Д) $\chi > 0, \mu \gg 1$ .
в) $\chi > 0, \mu < 1$ ;	

23. З даних виразів:

а) $\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}$ ;	Г) $\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$ ;
б) $\varepsilon_i = IS$ ;	Д) $\varepsilon_i = \frac{LI^2}{2}$

24. Для електрорушійної сили електромагнітної індукції та самоіндукції справедливі наступні:

а) 1 і 2;	в) 2 і 3;
б) 3 і 4;	Г) 1 і 3;
	Д) 2 і 4.

**24. Індуктивність соленоїда об'ємом  $V$  з числом витків на одиницю довжини  $n$  дорівнює:**

а) $L = nV$ ;	г) $L = \frac{\mu\mu_0}{nV}$ ;
б) $L = \mu\mu_0 n^2 V$ ;	д) $L = nV^2$ .
в) $L = \mu\mu_0 nV$ ;	

**25. Енергія магнітного поля провідника з індуктивністю  $L$ , по якому тече струм  $I$ , дорівнює:**

а) $W = LI$ ;	г) $W = L^2 I$ ;
б) $W = \frac{LI^2}{2}$ ;	д) $W = 2LI$ .
в) $W = \frac{L}{2I}$ ;	

**26. Об'ємна густина енергії магнітного поля дорівнює:**

а) $w = \mu\mu_0 H$ ;	г) $w = HB^2$ ;
б) $w = \mu\mu_0 B$ ;	д) $w = \frac{BH}{2}$ .
в) $w = HB$ ;	

**27. Намагніченість середовища  $\epsilon$ :**

а) магнітний момент розглянутого об'єму середовища;	г) відношення власного моменту імпульсу (спіну) частинок до їх моменту імпульсу;
б) магнітний момент одиниці об'єму магнетика;	д) добуток середнього магнітного моменту одиниці об'єму магнетика і напруженості магнітного поля.
в) відношення сумарного магнітного моменту елементарних частинок до їх моменту імпульсу;	



**28. В ланцюг змінного струму підключений соленоїд з дуже малим активним опором та ємністю. В цьому випадку:**

а) напруга і струм змінюються синфазно;	г) напруга випереджає струм по фазі на $\pi/2$ ;
б) напруга випереджає струм по фазі на $\pi/2$ ;	д) напруга і струм зсунуті по фазі на кут $\phi, \pi/2 < \phi < \pi$ .
в) напруга відстає від струму по фазі на $\pi/2$ ;	

**29. Повний опір ланцюгу змінного струму дорівнює:**

а) $Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$ ;	г) $Z = \frac{X_L - X_C}{R}$ ;
б) $Z = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{X_L}{X_C}\right)^2}}$ ;	д) $Z = \frac{R}{\sqrt{X_L^2 - X_C^2}}$ .
в) $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{X_C}{X_L}\right)^2}$ ;	

**30. Середнє значення потужності в ланцюгу змінного струму дорівнює:**

а) $P = I_0 U_0$ ;	г) $P = \frac{I_0^2 U_0}{2}$ ;
б) $P = \frac{I_0 U_0}{2} \cos \varphi$ ;	д) $P = \frac{I_0}{U_0} \cos \varphi$ .
в) $P = \frac{I_0 U_0^2}{2}$ ;	

## РОЗДІЛ 4. КВАНТОВА БІОФІЗИКА. ІОНІЗУЮЧЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ. ФІЗИКА АТОМІВ І МОЛЕКУЛ

*В розділі розглядається електронну будову біологічних молекул, атомів, електронні переходи в них, процеси перетворення енергії молекул в нормальних та збуджених станаху другі види енергії, розглядається склад та будова електронних енергетичних рівнів молекул, донорно-акцепторні властивості біологічних молекул, хімічні реакції електронно - збуджених молекул, процеси поглинання світла речовиною і явища люмінесценції в електронних переходах, хімічні властивості фотопродукції і механізми люмінесценції.*

### **Тема 4.1. АТОМНА ФІЗИКА ТА КВАНТОВА МЕХАНІКА. ЛАЗЕРИ І РАДІОСПЕКТРОСКОПІЯ**

#### **1. Імпульс $p$ фотона**

$$p = h\nu / c = h / \lambda .$$

#### **2. Частота $\nu$**

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R' c z^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

де  $c$  – швидкість світлу в вакуумі,  $R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  – стала Рідберга,  $k$  і  $n$  – номери кінцевих і початкових орбіт відповідно.

**3. Імпульс мікрочастинок з масою  $m$ , що переміщуються зі швидкістю  $v$ :**

$$p = mv = h / \lambda .$$

**4. Зміщення частинок, типу електронів, відповідає хвильовому процесу з довжиною хвилі  $\lambda$ . Ці хвилі називають хвилями де Бройля.**

$$\lambda = h / (mv) .$$

**5. Співвідношення довжини хвилі електрона, що рухається в електричного поля з прискорювальною напругою  $U$ . Зміна значення кінетичної енергії електрона пропорційна роботі сил поля:**

$$\Delta E_k = A \text{ або } \frac{mv^2}{2} = eU .$$

Для фіксації на екрані осцилографа руху електронів, потрібна напруга прискорення біля 1 кВ. Тоді довжина хвилі буде

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}} .$$

У цьому випадку знаходимо значення довжини хвилі  $\lambda = 0,4 \cdot 10^{-10}$  м, що відноситься до діапазону хвиль рентгенівського випромінювання.

**6. Межа роздільної здатності для електронного мікроскопа:**

$$z = \frac{0,5h}{\left[ \sqrt{2emUn} \sin(u/2) \right]}.$$

**7. Рівняння Шредингера для стаціонарних станів бугте:**

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - E_n) \psi = 0,$$

де  $E$  і  $E_n$  - повна та потенційна енергії частки (потенційна енергія визначається силовим полем перебування частки);  $m$  - маса частки. При одномірному випадку, переміщення частки уздовж тільки деяких ліній, уздовж осі  $x$  рівняння Шредингера спрощується та має вид:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - U(x)] \psi = 0.$$

**8. Рівняння гармонійного коливання, що аналогічне диференціальному рівнянню з рішенням**

$$\psi = \psi_0 \cos(\omega x + \varphi_0),$$

де  $\varphi_0$  - її початкова фаза;  $\psi_0$  - амплітуда хвильової функції.

Для знаходження двох постійних  $\psi_0$  й  $\varphi_0$ , та можливих значень  $\omega$  чи  $E$ , встановлюють граничні умови:

- 1) при  $x = 0, \psi = 0$ .  $\cos(0 + \varphi_0) = \psi_0 \cos \varphi_0$ . Суттєвий фізичний зміст має одне значення:  $\cos \varphi_0 = 0$  при  $\varphi_0 = \pi/2$ ;

2) з умови, що  $x=l$ ,  $\psi=0$ . Враховуючи  $\varphi_0=0$  маємо  $0=\psi_0 \cos(\omega l + \pi/2)$ . А тут фізичну суть має значення:  $\cos(\omega l + \pi/2)=0$ , чи  $\omega l + \pi/2 = (2n+1)(\pi/2)$ , тоді

$$\omega = n\pi/l,$$

де параметр  $n$  – це ціле число, що відповідає значенням 1, 2, 3, ..  $; n \neq 0$ , так, як в протилежному випадку  $\psi=0$  з кожним  $x$ , що пояснює відсутність в потенціальній ямі електрона.

Так число  $n$  отримало назву **головного квантового числа**.

**Значення енергії частинок визначається з формули**

$$E_n = \left[ \frac{h^2}{(8ml^2)} \right] n^2.$$

9. Позначка  $n$  при  $E$  вказує, що для різних значень головного квантового числа  $n$  відповідає і різна енергія.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - E_n) \psi = 0.$$

10. Рівняння Шредингера, враховує потенційну енергію, двох зарядів, що взаємодіють  $-Ze$  (ядро) і заряд  $e$  електрон, – що розташовані у вакуумі на відстані  $r$ :

$$E_n = \frac{(-e)Ze}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

**11. Повна енергія молекули  $E$  відповідає сумі значень квантованих енергій різних видів:**

$$E = E_{\text{эл}} + E_{\text{кол}} + E_{\text{вр}},$$

де  $E_{\text{эл}}$ ,  $E_{\text{кол}}$  і  $E_{\text{вр}}$  рівні енергії відповідно для електронного, коливального й обертового руху молекули.

**12. Закон збереження енергії**

$$h\nu = E_i - E_k.$$

**13. Закон поглинання світла Бугера**

$$I_l = I_0 e^{-kl},$$

де  $k$  — показник поглинання, що відповідає коефіцієнту пропорційності, і залежить від властивостей поглинаючого середовища та у певних межах, незалежний від інтенсивності світла; від'ємний знак «-» означає, що значення інтенсивності світла з проходженні скрізь речовину спадає, тобто  $dI < 0$ .

**14. Дефект маси це різниця між масою частинок, що складають ядро, і масою самого ядра:**

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{ядро}},$$

де  $Z$  - заряд ядер в одиницях елементарного заряду,

$m_p$  - маса електрона ( $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{кг} = 1,007276 \text{ а.е.м.}$ ),

$m_n$  - маса нейтрона ( $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,008665 \text{ а.е.м.}$ ),

$m_{\text{яц}}$  - маса ядра ізотопу.

**15. Повне число нуклонів в ядрі називається масовим числом  $A$ .**

$$A = Z + N,$$

де  $N$  - число нейтронів в ядрі.

**16. Енергія зв'язку ядра ізотопу визначається:**

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2,$$

де  $c$  - швидкість світла в вакуумі.

**17. Період полурозпаду дорівнює:**

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda},$$

де  $\lambda$  - стала розпаду.

**18. Активність ізотопу:**

$$a = \frac{dN}{dt} = -\lambda N,$$

де  $N$  - число атомів ізотопу

$$N = \frac{m N_A}{M}.$$

**19. Закон радіоактивного розпаду:**

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

20. Довжина хвилі частинки, що рухається зі швидкістю  $v$

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}.$$

21. Інтенсивність пучка рентгенівських променів, що пройшли через шар товщиною  $x$  дорівнює:

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

де  $\mu$  - лінійний коефіцієнт поглинання.

Лінійний коефіцієнт поглинання  $\mu$ , зв'язаний з масовим коефіцієнтом поглинання  $\mu_m$  співвідношенням

$$\mu = \rho \mu_m$$

де  $\rho$  - щільність заліза.



**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1** Визначити границі серії Бальмера атомів водороду ( $Z=1$ ) в частотах  $\nu$  і довжинах хвилі  $\lambda$ .

**Дано:**

$$n=2$$

$$k=3$$

**Знайти:**

$$\lambda - ?$$

**Розв'язок:**

З формули Бальмера визначаємо частоту  $\nu$

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = R' c Z^2 \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right)$$

де  $c$  - швидкість світлу в вакуумі,  $R' = 1,1 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$  - стала Рідберга,  $k$  і  $n$  - номери початкових і кінцевих орбіт відповідно.

Для серії Бальмера  $n=2$  найменша частота випромінювання (найбільша довжина хвилі) буде спостерігатись при  $k=3$ .

$$\nu = 1,1 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1^2 \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 4,58 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,58 \cdot 10^{14}} = 6,55 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

Найбільша частота випромінювання (найменша довжина хвилі) буде спостерігатись при  $k=\infty$

$$\nu = 1,1 \cdot 10^7 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 1^2 \cdot \left( \frac{1}{2^2} - \frac{1}{[\infty]^2} \right) = 8,25 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$$

що відповідає дожині хвилі

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8}{8,25 \cdot 10^{14}} = 3,64 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

**Відповідь:** Серія Бальмера розміщена в видимій і ближній ультрафіолетовій області спектру

**ЗАДАЧА 2.** Визначить дефект маси і енергію зв'язку для ядра атома тритія (ізотопа водовода)  ${}^3_1\text{T}$ .

**Дано:**

$$m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$Z = 1$$

$$N = 2.$$

**Знайти:**

$$\Delta E - ?$$

**Розв'язок:**

Дефект маси це різниця між масою частинок, що складають ядро, і масою самого ядра:

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_{\text{ядро}}$$

$Z$  - заряд ядер в одиницях елементарного заряду,  $m_p$  - маса електрона ( $m_p = 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,007276 \text{ а.е.м.}$ ),  $m_n$  - маса нейтрона ( $m_n = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг} = 1,008665 \text{ а.е.м.}$ ),  $m_{\text{ядро}}$  - маса ядра ізотопу.

Повне число нуклонів в ядрі називається масовим числом  $A$ .

$$A = Z + N$$

$N$  - число нейтронів в ядрі.

Заряд ядра для тритія:  $Z = 1$ .

Число нейтронів в ядрі для тритія:  $N = 2$ .

$$\begin{aligned} \Delta m &= 1 \cdot 1,007825 + (3 - 1) \cdot 1,008665 - 3,01605 = \\ &= 0,009105 \text{ а.е.м.} = 1,5118 \cdot 10^{-29} \text{ кг} \end{aligned}$$

Енергія зв'язку ядра ізотопу визначається:

$$\Delta E = \Delta m \cdot c^2$$

$c$  - швидкість світла в вакуумі.

$$\begin{aligned} \Delta E &= 1,5118 \cdot 10^{-29} \cdot (2,997925 \cdot 10^8)^2 = \\ &= 1,35874 \cdot 10^{-12} \text{ Дж} \end{aligned}$$

**Відповідь:** Серія Бальмера розміщена в видимій і ближній ультрафіолетовій області спектру

**ЗАДАЧА 3.** Визначить постійний розпад і активність маси 1г ізольованого ізоотопу радію  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ . Розрахуйте час, через який активність спаде на 10%. Період полу розпаду  ${}^{226}_{88}\text{Ra}$  складає 1620 років.

**Дано:**

$$T_{1/2} = 1620 \text{ років}$$

$$N = 0,9 N_0$$

$$m = 1 \text{ г}$$

$${}^{226}_{88}\text{Ra}$$

**Знайти:**

$$t - ?$$

**Розв'язок:**

$$\text{Період полу розпаду дорівнює: } T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda},$$

де  $\lambda$  - стала розпаду.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}} = \frac{0,693}{1620 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,354 \cdot 10^{-11} \text{ c}^{-1}$$

Запишемо активність ізоотопу:

$$a = \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

$N$  - число атомів ізоотопу

$$N = \frac{mN_A}{M}$$

Тоді

$$a = \frac{\lambda m N_A}{M} = \frac{1,354 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{226 \cdot 10^{-3}} =$$

$$= 3,61 \cdot 10^{10} \text{ Бк} = 0,976 \text{ Ки}$$

Час за який активність зменшиться на 10% (час за який число атомів буде  $N = 0,9 N_0$ ).

Закон радіоактивного розпаду:  $N = N_0 e^{-\lambda t}$ .

$$0,9 N_0 = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$t = \frac{\ln(1/0,9)}{\lambda} = \frac{0,105}{1,354 \cdot 10^{-11}} = 7,78 \cdot 10^9 \text{ c} \approx 247 \text{ років}$$

**Відповідь:** Серія Бальмера розміщена в видимій і ближній ультрафіолетовій області спектру

**ЗАДАЧА 4.** Приклад. Визначте масу зарядженої частинки, що прискорена різницею потенціалів 200 В, та має довжину хвилі де Бройля 2,02 пм і заряд  $e$ , чисельно дорівнює заряду електрона.

**Дано:**

$$T_{1/2} = 1620 \text{ років}$$

$$N = 0,9 N_0$$

$$m = 1 \text{ г}$$

$${}_{88}^{226}\text{Ra}$$

**Знайти:**

$t - ?$

**Розв'язок:**

Довжина хвилі частинки, що рухається зі швидкістю  $v$

$$\lambda_B = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Швидкість  $v$  вираховуємо з умови, що кінетична енергія частинки  $\frac{mv^2}{2}$  з зарядом  $e$ , що пройшла різницю потенціалів дорівнює  $U = eU$ :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

$$\lambda_B = \frac{h}{m \sqrt{\frac{2eU}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2eUm}}$$

Звідки маса частинки:

$$m = \frac{h^2}{2eU\lambda_B^2}$$

Підставимо значення в одиницях системи СІ

$$m = \frac{(6,63 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 200 \cdot (2,02 \cdot 10^{-12})^2} = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

**Відповідь:** Маса протона становить  $1,67 \cdot 10^{-27}$  кг

**ЗАДАЧА 5.** В скільки разів зменшиться інтенсивність рентгенівських променів с довжиною хвилі 20 пм при проходженні шару заліза товщиною 0,15 мм. Масовий коефіцієнт поглинання заліза для даної хвилі дорівнює  $1,1 \text{ м}^2/\text{кг}$ .

**Дано:**

$$T_{1/2} = 1620 \text{ років}$$

$$N = 0,9 N_0$$

$$m = 1 \text{ г}$$



**Знайти:**

$$t - ?$$

**Розв'язок:**

Інтенсивність пучка рентгенівських променів, що пройшли через шар товщиною  $x$  дорівнює:

$$I = I_0 e^{-\mu x}$$

де  $\mu$  - лінійний коефіцієнт поглинання.

$$\mu = \rho \mu_m$$

$\rho$  - щільність заліза.

Зміна інтенсивності буде дорівнювати:

$$\frac{I}{I_0} = e^{\rho \mu_m x} = \exp(7,9 \cdot 10^3 \cdot 1,1 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}) = 3,7$$

**Відповідь:** Інтенсивність рентгенівських променів зміниться в 3,7 рази.

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

ЗАВДАННЯ 1. Визначте радіус  $r_2$  другий борівської орбіти атома водню.

ЗАВДАННЯ 2. Визначте лінійну  $V$  і кутову  $\omega$  швидкості руху електрона на третій борівської орбіті атома водню.

ЗАВДАННЯ 3. Визначте частоту  $\nu$  і період  $T$  обертання електрона на першій борівської орбіті атома водню.

ЗАВДАННЯ 4. Визначте кінетичну  $E_{кін}$ , потенціальну  $E_{пот}$  і повну  $E_1$  енергію електрона на першій борівської орбіті атома водню.

ЗАВДАННЯ 5 Обчисліть потенціал  $U_i$  іонізації атома водню.

ЗАВДАННЯ 6. Визначте дефект маси  $\Delta m$  ядра  ${}_{12}^{14}\text{C}$  атома вуглецю.

ЗАВДАННЯ 7. Обчисліть енергію зв'язку  $\Delta E$  ядра атома  ${}_{2}^4\text{He}$  гелію.

**ЗАВДАННЯ 8.** Визначте заряд  $Z$  і масове число  $A$  частки, позначеної буквою  $x$ , у ядерної реакції:  ${}^9_4\text{Be} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^{10}_5\text{B} + x$

**ЗАВДАННЯ 9.** Визначте порядковий номер  $Z$  і масове число  $A$  елемента  $x$ , в ядерній реакції:  ${}^{44}_{20}\text{Ca} + {}^1_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + x$

**ЗАВДАННЯ 10.** Скільки  $\alpha$  і  $\beta$  частинок викидається при перетворенні ядра урану  ${}^{238}_{42}\text{U}$  в ядро радію  ${}^{226}_{98}\text{Ra}$ .

**ЗАВДАННЯ 11.** Визначте постійну розпаду  $\lambda$  радону  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$ .  
Період напіврозпаду  $T_{1/2} = 3,8$  днів.

**ЗАВДАННЯ 12.** Скільки відсотків ізоотопів йоду  ${}^{131}_{53}\text{I}$  розпадеться за 10 днів, якщо період напіврозпаду цього ізоотопу  $T_{1/2} = 8$  діб?

**ЗАВДАННЯ 13.** Обчисліть постійну розпаду  $\lambda$  і період напіврозпаду  $T_{1/2}$  ізоотопу актинію  ${}^{225}_{89}\text{Ac}$ , якщо відомо, що за час  $t = 3,2$  діб. розпадається п'ята частина початкової кількості атомів.

**ЗАВДАННЯ 14.** Обчисліть активність  $a$  маси  $m = 1$  г ізоотопу полонію  ${}^{210}_{98}\text{Po}$ , період напіврозпаду якого  $T_{1/2} = 138$  діб.

**ЗАВДАННЯ 15.** Обчисліть масу  $m$  радону  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$  ( $T_{1/2} = 3,8$  діб),  
Активність якого  $a = 10^{12}$  Бк.

**ЗАВДАННЯ 16.** Обчисліть довжину хвилі  $\lambda_0$ , яка відповідає червоній межі фотоефекта для платини, якщо робота виходу електронів  $A = 6,3$  еВ.

**ЗАВДАННЯ 17.** Визначте роботу виходу  $A$  електронів з металу, якщо при опроміненні ультрафіолетом довжиною хвилі  $\lambda = 166$  нм електрони повністю затримуються різницею потенціалів  $U = 5$  В.

**ЗАВДАННЯ 18.** Визначте енергію  $E$ , масу  $m$  і імпульс  $p$  фотона, довжина хвилі якого  $\lambda = 500$  нм.

**ЗАВДАННЯ 19.** Яку прискорюючу різницю потенціалів  $U$  повинен пройти електрон, щоб його імпульс дорівнював імпульсу  $\gamma$  кванта з довжиною хвилі  $\lambda = 1$  пм?

**ЗАВДАННЯ 20.** Визначте довжину хвилі де Бройля  $\lambda_B$ : а) електрона, що рухається зі швидкістю  $V = 100$  м/с; б) тіла масою  $m = 1$  г, що рухається з тією ж швидкістю.

**ЗАВДАННЯ 21.** Яку прискорюючу різницю потенціалів  $U$  повинен пройти електрон, щоб довжина хвилі де Бройля була  $\lambda_B = 0,5$  нм?



**ЗАВДАННЯ 22.** Час перебування електрона на збудженому синглетному рівні (час життя збудженого стану)  $\Delta t = 10^{-8}$  с. Обчисліть невизначеність енергії  $\Delta E$  в цьому стані.

**ЗАВДАННЯ 23.** Обчисліть енергію  $E$  і орбітальний момент імпульсу  $L_l$  1s, 2p і 3d електронів в атомі водню.

**ЗАВДАННЯ 24.** До рентгенівської трубки прикладемо напругу  $U = 50$  кВ. Обчисліть довжину хвилі  $\lambda_0$ , відповідну короткохвильовою кордоні безперервного рентгенівського спектра.

**ЗАВДАННЯ 25.** При проходженні рентгенівських променів деякої довжини хвилі через пластинку алюмінію завтовшки  $x = 40$  мкм їх інтенсивність зменшується вдвічі. Обчисліть масовий коефіцієнт ослаблення  $\mu_m$  алюмінію на цій довжині хвилі, якщо його щільність  $\rho = 2600$  кг/м<sup>3</sup>.

## Тема.4.2. БІОФІЗИКА ЗОРУ

**1. Спектральна чутливість ока характеризується видимістю випромінювання:**

$$S_{\lambda} = d\Phi / d\Phi_{\lambda},$$

де  $d\Phi_{\lambda}$  – потужність випромінювання, що обумовлює світловий потік;  $d\Phi$  – світловий потік; диференціали  $d\Phi$  і  $d\Phi_{\lambda}$  віднесені до досить незначного інтервалу довжин хвиль в діапазоні від  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ .

*Вважається, що нормальне око людини найбільш чутливе до монохроматичного жовто-зеленого випромінювання з довжиною хвилі  $\lambda = 555$  нм. При потужності випромінювання в 1 Вт, воно викликає світлове відчуття, відповідно світловому потоку в 683 лм.*

*Видимість випромінювання, для цієї довжини хвилі  $\lambda = 555$  нм маємо  $S_x = 683$  лм/Вт.*

**2. Відносна видимість дорівнює**

$$S_{\lambda} = S_{\lambda} / S_{\lambda_{\max}},$$

де  $S_{\lambda_{\max}}$  - максимальна видимість випромінювання даного спектра.

**3. Показники заломлення внутрішнього середовища ока і повітря не однакові. Тому можемо зробити наступні висновки:**

1. Нерівні фокусні відстані  $f_1$  і  $f_2$ . Фокусна відстань для сферичної поверхні як з боку зображення, так і з боку предметів можуть обраховуватися за формулою:

$$f = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}$$

де  $R$  - радіус кривизни поверхні розділу двох середовищ;

$n_1$  - показник заломлення першої середовища із якого виходять промені;  $n_2$  - показник заломлення другого середовища.

- Оптична сила поверхні сфери відповідає

$$D = \frac{1}{f} = \frac{n_2 - n_1}{n_2 R}$$

- А оптична сила лінзи з двома криволінійними поверхнями:

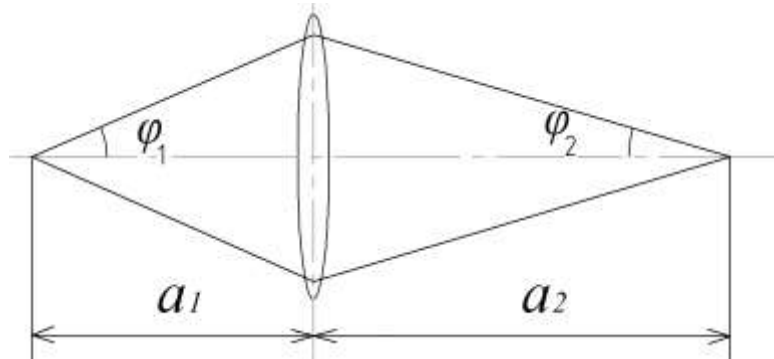
$$D = D_1 + D_2 - \frac{d}{n} D_1 D_2$$

де  $n$  - показник заломлення укладеної між ними середовища;  $D_1$  і  $D_2$  - оптична сила передньої і задньої поверхонь лінзи;  $d$  - відстань між ними.

2. Головні розрізні площини оптичної системи ока, що перпендикулярні головній оптичній вісі та проходять через головні точки  $H_1$  і  $H_2$ , і не збігаються. Точки  $H_1$  і  $H_2$  - це місця, в яких лінійне збільшення

$$\Gamma = \frac{a_2}{a_1} = +1,$$

де  $a_2$  - відстань від лінзи до зображення;  $a_1$  - відстань від предмета до лінзи.



3. З головними площинами не співпадають площини, перпендикулярні головній оптичній вісі та проходять скрізь вузлові точки  $N_1$  і  $N_2$

Для цих точок кутове збільшення

$$Z = \frac{\text{tg} \varphi_2}{\text{tg} \varphi_1} = 1,$$

де  $\varphi_2$  - кут розкриття пучка променів для спряження точки зображення;  $\varphi_1$  - кут розкриття пучка променів точки предмета.

4. **Зменшене зображення предмета розміром  $h$  (розмір зображення на сітківці)**

$$h = \frac{lH}{L}.$$

де  $L$  - відстань від предмета до ока,  $l$  - відстань між вузлової точкою  $N$  і сітківки,  $H$  - розмір предмету.

**5. Інтенсивність випромінюванні енергії, що проникає через одиницю площі поверхні за одиницю часу:**

$$I = \frac{E}{S \cdot t}.$$

**6. Енергія кванта світла**

$$E = N h \nu = N h \frac{c}{\lambda},$$

де  $h$  - стала Планка,  $\nu$  - частота,  $c$  - швидкість світла в вакуумі,  $\lambda$  - довжина хвилі.

**7. Справедливе співвідношення для рівних показниках заломлення середовища з обох сторін лінзи**

$$\frac{f_1}{a_1} + \frac{f_2}{a_2} = 1$$

**8. Між інтенсивністю відчуття людиною світлового потоку  $\psi$  та інтенсивністю світла існує залежність, що описується законом Вебера-Фехнера:**

$$d\psi = k \frac{dI}{I},$$

або

$$\psi = k \ln \frac{I}{I_0}$$

де  $I_0$  - абсолютний поріг чутливості;  $I$  - інтенсивність світла;  $k$  - константа.

9. Амплітуда пізнього рецепторного потенціалу (ПРП) зростає із збільшенням інтенсивності світла по закону:

$$A = \frac{\alpha I_s}{1 + k I_s},$$

де  $\alpha$  і  $k$  - константи, що залежать від довжини хвилі падаючого світла;  $I_s$  - інтенсивність світлового стимулу - кількість фотонів, що потрапляють за одиницю часу на одиницю площі.

10. Будь-який колірний тон  $F_0$  може бути отриманий в результаті адитивного змішання інших трьох підібраних тонів  $F_1$ ,  $F_2$  і  $F_3$  і характеризується рівнянням достатніх і необхідних умов кольоровідчуттів:

$$a\{F_1\} + b\{F_2\} + c\{F_3\} \cong \{F_0\},$$

де  $a$ ,  $b$ ,  $c$  і  $d$  - системні вагові константи, а знак « $\cong$ » означає тотожність відчуття).

**ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ**

**ЗАДАЧА 1** Далекозорий людина без напруги розрізняє предмети на мінімальній відстані від  $a = 40$  см. Визначте оптичну силу  $D$  окулярів, які необхідно виписати, щоб відстань найкращого зору склало  $b = 25$  см.

**Дано:**

$$a = 40 \text{ см}$$

$$b = 25 \text{ см.}$$

**Знайти:**

$$D - ?$$

**Розв'язок:**

Запишемо формулу плоскої лінзи, де оптична сила лінзи дорівнює:

$$D = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} = \frac{1}{40} - \frac{1}{25} = 1.5 \text{ дптр}$$

**Відповідь:**  $D = 1.5$  дптр.

**ЗАДАЧА 2.** Знайдіть на скільки зміниться оптична сила ока при акомодациї, якщо очі без окулярів акомодуються в межах від 16 до 44 см. Яка відстань необхідна людині при якій вона може спокійно читати в правильно підібраних окулярах (вважаємо, що око і окуляри знаходяться близько один одного).

**Дано:**

$$a_1 = 16 \text{ см}$$

$$a_2 = 44 \text{ см}$$

**Знайти:** $d - ?$ **Розв'язок:** оптичну силу можна визначити за формулою плоскої лінзи

$$D = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

де  $a$  – відстань від предмету до ока,  $b$  – відстань від головної оптичної осі ока до сітківки. Вирахуємо оптичну силу ока для мінімальної і максимальної межі.

$$D_1 = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b} \quad \text{та} \quad D_2 = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b}$$

Звідки отримуємо межі акомодациї ока в одиницях оптичної сили:

$$\Delta D = D_1 - D_2 = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} = \frac{1}{0,16} - \frac{1}{0,44} = 4 \text{ дптр}$$

У здорової людини межа акомодациї дорівнює  $a = \infty$ , якщо вірно підібрані окуляри то межа дорівнює безкінечності. Сумарна оптична сила двох близько розміщених тонких лінз дорівнює сумі оптичної сили кожної з них. Тоді:

$$D_0 + D_2 = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{b} = \frac{1}{b} \quad \text{що розглядає безкінечно}$$

віддалений предмет дорівнює

$$D_0 + D_1 = \frac{1}{d} + \frac{1}{b} \quad \text{- при читанні на мінімальній}$$

відстані, де  $D_0$  - оптична сила лінзи окулярів. З даних виразів отримуємо мінімальну відстань (найкращого зору):

$$d = \frac{1}{\Delta} = 0,25 \text{ м} = 25 \text{ см}.$$

**Відповідь:** Оптична сила ока при акомодациї зміниться на 4 дптр, а відстань найкращого зору 25 см.



**ЗАДАЧА 3.** Розрахуйте роздільну здатність людського ока на відстані 10 метрів від предмету, що розглядається, якщо середня відстань між колбочками складає 5 мкм, а відстань між співпадаючою вузловою точкою і сітківкою дорівнює 15 мм.

**Дано:**

$$L=10 \text{ м}$$

$$l=15 \text{ мм}$$

$$h_{\min} = 5 \text{ мкм}$$

**Знайти:**

$$H_{\min} - ?$$

**Розв'язок:** Розмір зображення на сітківці визначається

$$h = \frac{lH}{L}$$

де  $L$  - відстань від предмета до ока,  $l$  - відстань між збігається вузлової точкою і сітківки,  $H$  - розмір предмету

Розмір зображення на сітківці не може бути менший середньої відстані між колбочками. При мінімальному розмірі предмету  $h = h_{\min}$ .

Мінімальний розмір предмету, що помітний оком на відстані  $L$  (роздільну здатність людського ока на відстані):

$$H_{\min} = h_{\min} \frac{L}{l} = 5 \cdot 10^{-6} \frac{10}{15 \cdot 10^{-3}} = 3.3 \text{ мм}$$

**Відповідь:** Роздільну здатність ока дорівнює 3,3 мм.

**ЗАДАЧА 4.** Розрахуйте мінімальну інтенсивність  $I_{\min}$  світла, що сприймається оком, якщо діаметра зіниці дорівнює 1 мм, якщо відомо. Що на рогівку потрапляє мінімум 80 квантів світла довжиною хвилі 510 нм в секунду.

**Дано:**

$$\lambda = 510_{\text{нм}}$$

$$d = 1_{\text{мм}}$$

$$N = 80$$

**Знайти:**

$$I - ?$$

**Розв'язок:**

Інтенсивність випромінюванні енергії, що проникає через одиницю площі поверхні за одиницю часу:

$$I = \frac{E}{S \cdot t}$$

$$\text{Площа поверхні } S = \frac{\pi d^2}{4}$$

Енергія кванта світла

$$E = N h \nu = N h \frac{c}{\lambda}$$

$h$  - стала Планка,  $\nu$  - частота,  $c$  - швидкість світла в вакуумі,  $\lambda$  - довжина хвилі.

Тоді можна інтенсивність випромінювання записати наступним чином

$$I = \frac{4 N h c}{\pi d^2 \lambda t}$$

Переводимо в систему СІ:

$$\lambda = 510_{\text{нм}} = 5,1 \cdot 10^{-7} \text{ м}, \quad d = 1_{\text{мм}} = 10^{-3} \text{ м}$$

Тоді можна розрахувати

$$I = \frac{4 \cdot 80 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{3,14 \cdot (10^{-3})^2 \cdot 5,1 \cdot 10^{-7} \cdot 1} = 4 \cdot 10^{-11} \text{ Вт/м}^2$$

**Відповідь:** Мінімальна інтенсивність буде складати  $4 \cdot 10^{-11} \text{ Вт/м}^2$

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Людина з нормальним зором, не напружуючись, читатає на відстані  $d = 20$  см. Визначте межі акомодації  $\Delta D$  його очей.

**ЗАВДАННЯ 2.** Короткозора людина користується окулярами - 4 дптр, що відповідає оптичній силі  $D_0$ . Вирахуйте відстань  $d$  найкращого зору, вважаючи окуляри та очей близько розташованими тонкими лінзами.

**ЗАВДАННЯ 3.** Далекозорий людина без напруги розрізняє предмети па мінімальній відстані  $a = 40$  см. Визначте оптичну силу  $D$  окуляр, які необхідно виписати, щоб відстань найкращого зору склало  $d = 25$  см.

**ЗАВДАННЯ 4.** Оцініть розмір  $H$  предмета, що розташований на відстані  $L = 3$  м від ока людина, коли розмір зображення на сітківці цього предмета  $h = 400$  мкм. Відстань меж, що збігається у вузловій точці і сітківці становить  $l = 17,5$  мм.

**ЗАВДАННЯ 5.** Абсолютний поріг чутливості очей на довжині хвилі  $\lambda = 500$  нм, становить приблизно  $E = 2,5 \cdot 10^{-17}$  Дж на поверхні рогівки ока. Якій кількості квантів світла відповідає ця енергія?

**ЗАВДАННЯ 6.** Мінімальна інтенсивність світла, що сприймається оком при радіусі зіниці  $r = 1$  мм, становить  $I_{min} = 10^{-11}$  Вт/м<sup>2</sup> на довжині хвилі  $\lambda = 500$  нм. На сітківку ока потрапляє  $N = 40$  квантів світла за секунду. Не беручи до уваги віддзеркалення світла, обчисліть сумарний коефіцієнт поглинання  $k$  оптичних середовищ ока.

### Тема 4.3. ІОНІЗУЮЧЕ ВИПРОМІНЮВАННЯ. ВЛАСНІ ФІЗИЧНІ ПОЛЯ

1. Короткохвильове гальмівне випромінювання з мінімальною довжиною хвилі  $\lambda_{\min}$  виникає з енергією, що передана електрону в полі прискорення, з повним перетворенням в енергію фотона рентгенівського випромінювання:

$$eU = h\nu_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}},$$

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU},$$

де  $c$  – швидкість світла в вакуумі  $c = 3 \cdot 10^{10} \text{ см/с}$ ,  $h$  – стала Планка  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ ,  $e$  – елементарний заряд  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ .

Для практичних цілей можна використовувати вираз:

$$\lambda_{\min} = 12,3 / U,$$

де  $U$  – напруга, кВ;  $\lambda_{\min}$  – довжина хвилі,  $10^{-10}$  м.

2. Потік рентгенівського випромінювання розраховується за формулою

$$\Phi = kIU^2Z,$$

де  $Z$  – це порядковий номер атома речовини анода;  $I$  і  $U$  – сила струму і напруга на електродах рентгенівської трубки; а  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

**3. Закон Мозлі.** Характеристичні спектри рентгенівського випромінювання здвигаются в бік більших частот із зростанням заряду ядра.

$$\sqrt{\nu} = A(Z - B)$$

де  $Z$  – атомний номер випускаючого елемента;

$\nu$  – частота спектральної лінії;  $A$  і  $B$  – постійні.

**4. Коефіцієнт поглинання характеризується ослаблення  $\gamma$ -випромінювання і він вказує товщину шару  $x$  поглинавача, при якій інтенсивність  $I_0$  падаючого променя  $\gamma$ -випромінювання ослабиться в  $e$  рази**

$$I = I_0 e^{-\mu x},$$

$\mu$  – лінійний коефіцієнт поглинання.

В лінійний коефіцієнт поглинання входять три складові, когерентного розсіяння  $\mu_k$ , некогерентного  $\mu_{нк}$  та фотоефекту  $\mu_\phi$

$$\mu = \mu_k + \mu_{нк} + \mu_\phi .$$

**5. Масовий  $\mu_m$  коефіцієнт поглинання пропорційний відношенню лінійного коефіцієнта поглинання до щільності матеріалу поглинавача:**

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} .$$

Рентгенівське випромінювання використовується в медицині для **рентгенодіагностики** - отримання тіньового зображення внутрішніх органів людини на екрані, фотоплівці чи цифровому носію інформації. В діагностиці використовують енергія в 25 – 120 кеВ для отримання рентгенівські фотони. Для цієї енергії масовий коефіцієнт ослаблення, характеризується фотоефектом. Величина масового коефіцієнта ослаблення  $\mu_m$  обернено пропорційна до третього ступеня енергії фотона (пропорційна довжині хвилі  $\lambda^3$ ), тому проявляється вища проникаюча здатність для жорсткого випромінювання, а також пропорційна третьому ступеню атомного номера речовини-поглиначя:

$$\mu_m = k\lambda^3 Z^3,$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності.

### ВИРІШЕННЯ ТИПОВИХ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА 1** На скільки процентів збільшиться енергетична світність тіла людини, якщо його температура ( $37^\circ\text{C}$ ) збільшується на  $1^\circ\text{C}$ . тіло вважається сірим тілом

**Дано:**

$$a = 40 \text{ см}$$

$$b = 25 \text{ см.}$$

**Знайти:**

$$\lambda - ?$$

**Розв'язок:**

За законом Стефана-Больцмана енергетична світність сірого тіла дорівнює:

$$R_e = \alpha \sigma T^4$$

Де  $\sigma$  - постійна Стефана-Больцмана ( $\sigma = 5,6696 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / \text{м}^2 \cdot \text{К}^4$ ),  $\alpha$  - коефіцієнт поглинання сірого тіла.

Тоді відношення енергетичних світностей для двох різних температур складає:

$$\frac{R_{e2}}{R_{e1}} = \left( \frac{T_2}{T_1} \right)^4 = \left( \frac{310+1}{310} \right)^4 = 1,013$$

**Відповідь:** Енергетична світність тіла людини збільшиться на 1,3%, а температура збільшиться на 0,3%.

**ЗАДАЧА 2.** Визначить поглинену дозу і її потужність (в одиницях СІ та в несистемних одиницях) тілом масою 70 кг за 5 годин, що поглинуло 1 Дж енергії.

**Дано:**

$$a = 40 \text{ см}$$

$$b = 25 \text{ см.}$$

**Знайти:**

$$\lambda - ?$$

**Розв'язок:** Поглинута доза визначається як:

$$D_{II} = \frac{E}{m} = \frac{1}{70} = 1,43 \cdot 10^{-2} \text{ Гр} = 1,43 \text{ рад}$$

Потужність поглиненої дози дорівнює:

$$P = \frac{D_{II}}{t} = \frac{1,43 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 3600} = 7,9 \cdot 10^{-7} \text{ Гр} / \text{с} = 7,9 \cdot 10^{-5} \text{ рад} / \text{с}$$

**Відповідь:** Поглинена доза дорівнює 1,43 рад а потужність -  $7,9 \cdot 10^{-5} \text{ рад} / \text{с}$ .

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Вичистіть різницю потенціалів між двома вершинами рівностороннього трикутника Ейнтховена, якщо електричний вектор серця орієнтований під кутом  $\gamma = 60^\circ$  до осі відведення і дорівнює  $|D| = 1.5 \cdot 10^{-5}$  А·м. Відстань від електричного вектора до вершин трикутника  $r = 25$  см, питомий електричний опір середовища  $\rho = 15$  Ом.

**ЗАВДАННЯ 2.** Під яким кутом  $\gamma$  знаходиться в даний момент електричний вектор серця до осі відведення, якщо зафіксована різниця потенціалів  $\Delta\varphi = 0,68$  мВ, а максимальна різниця потенціалів в цьому відведенні  $\Delta\varphi_{\max} = 0,80$  мВ.

**ЗАВДАННЯ 3.** Коефіцієнт поглинання шкіри  $\kappa = 0,9$ . Визначте потужність теплового випромінювання роздягнутої людини з  $S = 1$  м<sup>2</sup> поверхні тіла, якщо температура шкіри  $t_1 = 30^\circ$  С, навколишнього середовища  $t_2 = 20^\circ$  С.

**ЗАВДАННЯ 4.** Інтенсивність випромінювання тіла людини збільшилася на 2,62%. На скільки відсотків зросла температура?

**ЗАВДАННЯ 5.** Визначте довжину хвилі  $\lambda_{\max}$ , відповідну максимуму спектральної щільності енергетичної світності тіла людини, вважаючи його сірим тілом, а її температура шкіри  $t = 30^\circ$  С.

**ЗАВДАННЯ 6.** Наскільки зміститься максимум спектральної щільності енергетичної світності, якщо температура тіла людини підвищиться від  $t_1 = 36$  до  $t_2 = 37^\circ$  С.



Тема 4.4. ФІЗИЧНІ ПОЛЯ ТА СИГНАЛИ І ЇХ ДІЯ НА БІОЛОГІЧНІ ОРГАНІЗМИ

1. Імпеданс (повний опір) біологічних систем, характеризується активним - омичним  $R$  і реактивним - ємкісним  $X_c$  опорами:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_c^2} ,$$

Значення вектора прикладеної напруги відстає по фазі на кут  $\varphi$ , від значень вектора сили струму:

$$\varphi = \arctg(X_c / R).$$

2. Значення кутів зсуву фаз різних біологічних об'єктів на частоті в 1 кГц.

<i>Біологічна тканина чи об'єкт</i>	<i>Значення кута зсуву фаз, град</i>
М'язові волокна кролика	65
Нервові волокна жаби	64
Шкіряна тканина людини чи жаби	55

3. За законом Джоуля - Ленца значення кількості виділеної теплоти буде:

$$Q = I^2 R t ,$$

де  $R$  – величина опору;  $I$  – значення сили струму;  $t$  – час активної дії струму. Питомі значення цих величин можна отримати, розділивши цю формулу на час і об'єм. Тоді отримуємо питоме значення кількості теплоти, що виділяється за одиницю часу в одиниці об'єму тканини

$$q = j^2 \rho,$$

де  $\rho$  – питомий опір;  $j$  – густина струму.

**3. Поглинена потужність надвисокочастотному діапазоні випромінювання** можна обрахувати залежно від нагріву тканини в діапазоні  $\Delta T$  по емпіричній формулі:

$$P = 4186 \cdot C \cdot (\Delta T / t),$$

де  $C$  – питома теплоємність речовини,  $t$  – час опромінення.

**4.** Надважливою характеристикою електромагнітного випромінювання є значення глибини його проникнення  $d$  в біологічні тканини. Глибина проникнення  $d$  – це відстань зменшення потужності падаючої енергії в  $e$  раз. Значення глибина проникнення обернено пропорційно коефіцієнту загасання  $a$ :

$$d = 1 / a.$$

**5.** Енергія кванта електромагнітної хвилі визначається з формули Планка:

$$E = h\nu = h(c / \lambda),$$

де  $\lambda$  – довжина хвилі;  $\nu$  – частота світла;  $h$  – постійна Планка;  $c$  – швидкість світла у вакуумі.

6. Оскільки коефіцієнти поглинання для ультрафіолетового випромінювання досить великі, і поглинена доза  $D$  пропорційна значенню потужності випромінювання  $W$ , за час  $t$ , що потрапила на одиницю площі ділянки шкіри

$$D = Wt.$$

7. Експозиційна доза випромінювання є енергетична характеристика джерела рентгенівського чи гамма-випромінювання та оцінюється по ефекті іонізації 1 м<sup>3</sup> сухого атмосферного повітря, [Кл/кг]:

$$D_{\text{екс}} = q / m.$$

8. Поглинена доза, рівна відношенню значення поглиненої енергії до маси речовини, що опромінюється:

$$D_{\text{погл}} = E_{\text{погл}} / m.$$

*За одиницею виміру поглиненої дози в системі СІ приймають Грей – це така доза випромінювання, при якій речовину з масою 1кг, що опромінюється, передається енергія випромінювання в 1 Дж (1 Гр = 1 Дж/кг) або позасистемна одиниця рад (1 рад = 10<sup>-2</sup> Дж/кг).*

9. Потужність поглиненої дози випромінювання дорівнює, [Гр/с] або [рад/с]

$$P_{\text{погл}} = dD_{\text{погл}} / dt ,$$

10. Дослідним виміром підтверджується експозиційна доза, а між поглиненою та експозиційною дози існує залежність:

$$D_{\text{погл}} = kD_{\text{експ}}$$

де  $k$ - коефіцієнт, що залежить від від самого випромінювання та речовини, що опромінюється.

11. Рівняння залежності «доза- ефект» має вигляд:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-kD} ,$$

де  $k$ -коефіцієнт радіочуйності молекул (клітин);  $D$ — доза опромінення.

Відношення числа неуражених кліток  $N$  до загального числа  $N_0$  клітин, при одноразовому впливі, визначається рівнянням:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-VD} ,$$

де  $D$  - доза опромінення;  $V$ — об'єм мішені.

12. Ефективність модифікаторів (радіопротекторів або радіосенсібілізаторов) оцінюють по коефіцієнту зміни дози:

$$K = D / D_m$$

де  $K$  – коефіцієнт доза випромінювання, що обумовлює прояв деякого біологічного ефекту;  $D_m$  – значення дози, що викликає такий же самий прояв біоефектів при наявності модифікатора.

Для речовин - радіопротекторів  $K < 1$ ; а для речовин - радіосенсибілізаторов  $K > 1$ .

**13. Для діагностичних цілей використовують випромінювання  $\lambda = (1...2) \cdot 10^{-11}$  м, для якого масовий коефіцієнт ослаблення визначається за формулою:**

$$\mu_m = (k\lambda^3 Z^3),$$

де  $k$  – коефіцієнт пропорційності,  $Z$  - заряд ядра речовини, що поглинає.

### ПРИКЛАДИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧ

**ЗАДАЧА 1** Для рентгенологічного дослідження шлунку пацієнт прийняв розчин сульфату барія ( $BaSO_4$ ). В скільки разів поглинання рентгенівського випромінювання шлунком вище, ніж навколишніми м'якими тканинами ( $H_2O$ ), враховуючи те, що м'які тканини цілком складаються з води і поглинання рентгенівського випромінювання даним атомом не залежить в якому зв'язку він знаходиться.

**Дано:**



**Знайти:**

$$\frac{\mu_{\text{mBaSO}_4}}{\mu_{\text{mH}_2\text{O}}} - ?$$

**Розв'язок:** Для діагностичних цілей використовують випромінювання  $\lambda = (1...2) \cdot 10^{-11} \text{ м}$ , для якого масовий коефіцієнт ослаблення визначається за формулою:

$$\mu_m = (k\lambda^3 Z^3)$$

$k$  – коефіцієнт пропорційності,  $Z$  – заряд ядра речовини, що поглинає.

Відношення масових коефіцієнтів поглинання сульфату барію і води:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_{\text{mBaSO}_4}}{\mu_{\text{mH}_2\text{O}}} &= \frac{k\lambda^3 (n_{\text{Ba}} Z_{\text{Ba}}^3 + n_{\text{S}} Z_{\text{S}}^3 + n_{\text{O}} Z_{\text{O}}^3)}{k\lambda^3 (n_{\text{H}} Z_{\text{H}}^3 + n_{\text{O}} Z_{\text{O}}^3)} = \\ &= \frac{1 \cdot 56^3 + 1 \cdot 16^3 + 4 \cdot 8^3}{2 \cdot 1^3 + 1 \cdot 8^3} \approx 354 \end{aligned}$$

- число атомів даного елемента в з'єднанні,  $Z$  – заряд ядра даного атома.

**Відповідь:** Шлунок, наповнений сульфатом барію, поглинає рентгенівське випромінювання в 354 рази більше ніж навколишні м'які тканини.

## ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

**ЗАВДАННЯ 1.** Під дією світла довжиною хвилі  $\lambda = 500 \text{ нм}$  і енергією  $E = 30 \text{ кДж}$  створюється 5 ммоль молекул органічної сполуки. Обчисліть квантовий вихід цієї фотохімічної реакції.

**ЗАВДАННЯ 2.** Скільки молей речовини утворюється в фотохімічній реакції за час  $t = 30 \text{ хв}$  при опроміненні м'яким УФ ( $\lambda = 350 \text{ нм}$ ) потужністю  $P = 15,8 \text{ Вт}$ , якщо квантовий вихід реакції  $\Phi = 0,1$ .

**ЗАВДАННЯ 3.** Для радіоізотопного дослідження щитовидної залози використовується розчин ізотопу йоду  $^{131}_{52}\text{I}$  ( $T_{1/2} = 8$  діб.) Концентрацією  $c = 1,3 \cdot 10^{-11}$  мкг/мл. Скільки мл розчину необхідно пацієнту, щоб активність препарату була  $a = 0,5$  Бк?

**ЗАВДАННЯ 4.** В організмі знаходиться  $m = 15$  нг ізотопу стронцію  $^{90}_{38}\text{Sr}$ . Скільки ізотопів розпадається за 1 рік?

**ЗАВДАННЯ 5.** Поглинена доза випромінювання для людини масою  $m = 70$  кг склала  $D = 0,3$  Гр. Обчисліть поглинену енергію  $E_{\text{погл}}$  іонізуючого випромінювання.

**ЗАВДАННЯ 6.** Поглинена доза випромінювання для людини масою  $m = 70$  кг склала  $D = 0,3$  Гр, обчисліть потужність поглиненої дози  $P_{\text{погл}}$  якщо опромінення відбувалося протягом 8 годин.

### ЗАВДАННЯ ДЛЯ ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЮ

1. Коефіцієнт заломлення редукованого ока становить:

а) 10;	в) 1,38;
б) 4,5;	д) 0,53.
г) 1;	

**2. Акомодацією називають:**

а) зміну показника заломлення рогівки;	г) зміна показника заломлення скловидного тіла;
б) порушення кольорового зору;	д) зміна кривизни кришталика, завдяки чому на сітківці
в) зміна кривизни рогівки;	фокусуються рівновіддалені предмети.

**3. Відстанню найкращого бачення називають:**

а) мінімальну відстань, на якій акомодация не викликає напруження при розгляданні предметів;	г) відстань, на якій коефіцієнт заломлення збільшується в $e$ разів;
б) відстань, якій при розгляданні предметів радіус кривизни рогівки максимальний;	д) мінімальну відстань між палочками сітківки;
в) мінімальну відстань між колбочками сітківки;	

**4. Причиною існування сферичної аберації є:**

а) помутніння кришталика;	г) явище дисперсії;
б) відшарування сітківки;	д) різниця в фокусній відстані центральної частини рогівки і кришталика в порівнянні з
в) нерівномірне розподілення паличок і ковбочок на сітківці;	фокусною відстанню їх периферійної частини.



**5. Причина існування хроматичної аберації є:**

а) помутніння кришталіка;	г) явище дисперсії;
б) відшарування сітківки;	д) різниця в фокусній відстані центральної частини рогівки і кришталіка в порівнянні з фокусною відстанню їх периферійної частини.
в) нерівномірне розподілення паличок і ковбочок на сітківці;	

**6. При короткозорості:**

а) відстань найкращого бачення менше 25 см;	г) порушено сприйняття кольорів;
б) відстань найкращого бачення дорівнює 25 см;	д) радіуси кривизни рогівки відрізняються в двох взаємно перпендикулярних напрямках.
в) відстань найкращого бачення більше 25 см;	

**7. При далекозорості:**

а) відстань найкращого бачення менше 25 см;	г) порушено сприйняття кольорів;
б) відстань найкращого бачення дорівнює 25 см;	д) радіуси кривизни рогівки відрізняються в двох взаємно перпендикулярних напрямках.
в) відстань найкращого бачення більше 25 см;	

**8. При астигматизмі:**

а) відстань найкращого бачення менше 25 см;	г) порушено сприйняття кольорів;
б) відстань найкращого бачення дорівнює 25 см;	д) радіуси кривизни рогівки відрізняються в двох взаємно перпендикулярних напрямках.
в) відстань найкращого бачення більше 25 см;	

**9. Згідно із законом Вебера:**

а) різницевий поріг чутливості прямо пропорційний інтенсивності світла;	г) абсолютний поріг чутливості – величина постійна;
б) диференційний поріг чутливості – величина постійна;	д) диференційний поріг чутливості обернено пропорційний квадрату інтенсивності світла.
в) різницевий поріг чутливості прямо пропорційний третій степені інтенсивності світла;	

**10. Закон Вебера – Фехнера для зорового відчуття формулюється наступним чином:**

а) інтенсивність зорового відчуття прямо пропорційна інтенсивності світла;	г) якщо інтенсивність світла зростає по експоненціальному закону, то інтенсивність відчуття світла знижується лінійно;
б) якщо інтенсивність світла зростає по закону логарифмів,	д) інтенсивність зорового

то інтенсивність відчуття світла зростає лінійно;	відчуття обернено пропорційна квадрату інтенсивності світла.
в) інтенсивність зорового відчуття та інтенсивність світла обернено пропорційні;	

11. Умова квантування орбіт має вид:

а) $\frac{ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2} = nh$ ;	г) $\frac{m\omega_n^2}{r_n} = n\frac{h}{2}$ .
б) $\frac{m\omega_n^2}{2} = nh$ ;	д) $m\omega_n r_n = (2n+1)\frac{h}{2\pi}$ ;
в) $m\omega_n r_n = n\frac{h}{2\pi}$ ;	

12. Другий постулат Бора має вигляд:

а) $E = h\nu$ ;	г) $E = mc^2$ ,
б) $h\nu = E_n + E_k$ ;	д) $\frac{m\omega_n^2}{r} = n\frac{h}{2\pi}$ .
в) $h\nu = E_n - E_k$ ;	

13. Радіус  $n$ -ї орбіти електрона визначається наступною формулою:

а) $r_n = \frac{nh^2\epsilon_0}{\pi m^2 e^2 Z}$ ;	г) $r_n = \frac{Ze^2 m^2}{4\pi\epsilon_0}$
б) $r_n = \frac{h^2}{4\pi\epsilon_0 m^2}$ ;	д) $r_n = \frac{m^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m Z e^2}$ .
в) $r_n = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m^2}$ ;	

14. Формула Бальмера має вигляд:

а) $\nu = R'cZ^2\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{k^2}\right);$	г) $\nu = hZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right),$
б) $\nu = \lambda cZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right);$	д) $\nu = R'cZ^2\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right).$
в) $\nu = \lambda Z^2\left(\frac{1}{n^2} + \frac{1}{k^2}\right);$	

15. У атомному ядрі ізотопу урану  ${}^{210}_{84}\text{Po}$ ; міститься кількість нейтронів, що дорівнює:

а) 84;	г) 910;
б) 294;	д) 210.
в) 126;	

16. Зміна енергії при ядерній реакції визначається співвідношенням:

а) $\Delta E = c(\sum m_1 - \sum m_2)^2;$	г) $\Delta E = c^2 / (\sum m_1 - \sum m_2).$
б) $\Delta E = c^2 (\sum m_1 - \sum m_2);$	д) $\Delta E = c(\sum m_1 + \sum m_2).$
в) $\Delta E = c^2 / (\sum m_1 + \sum m_2);$	

17. Закон радіоактивного розпаду має вигляд:

а) $N = N_0 e^{\lambda t};$	г) $N = N_0 e^{-\lambda t},$
б) $N = T_{1/2} e^{-\lambda t};$	д) $N = T_{1/2} e^{\lambda t}.$
в) $N = \lambda t;$	

18. Період напіврозпаду  $T_{1/2}$  пов'язаний з постійною радіоактивного розпаду  $\lambda$  наступним чином:

а) $T_{1/2} = e^\lambda$ ;	г) $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$ ,
б) $T_{1/2} = \frac{\lambda}{\ln 2}$ ;	д) $T_{1/2} = e^{-\lambda}$ .
в) $T_{1/2} = \ln \lambda$ ;	

**19. Активність ізотопу визначається за формулою ( $\lambda$  - постійна радіоактивного розпаду;  $N$  - число розпавших атомів):**

а) $a = \frac{\ln 2}{\lambda N}$ ;	г) $a = \frac{\ln N}{\lambda}$ ,
б) $a = \lambda N^2$ ;	д) $a = \frac{\ln \lambda}{N}$ .
в) $a = \lambda N$ ;	

**20. Рівняння Ейнштейна для зовнішнього фотоефекту:**

а) $c$	г) $h\nu = A + \frac{hc^2}{2}$ .
б) $h\nu = A + \frac{m\nu_{\max}^2}{2}$ ;	д) $E = mc^2$ .
в) $h\nu = \frac{c}{A} \left( \frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ ;	

**21. Довжина хвилі, відповідна червоній межі фотоефекту:**

а) $\lambda_0 = h\nu$ ;	г) $\lambda_0 = \frac{A}{h}$ ,
б) $\lambda_0 = \frac{h}{A}$ ;	д) $E = mc^2$ .
в) $\lambda_0 = \frac{A}{h}$ ;	

22. Величина, обумовлена співвідношенням  $-h\nu/c$  (де  $h$  - постійна Планка,  $\nu$  - частота випромінювання,  $c$  - швидкість світла у вакуумі), називається:

а) часом життя фотона;	г) моментом імпульсу фотона
б) енергією фотона;	д) імпульсом фотона.
в) масою фотона;	

23. Елементарна частинка має властивість плоскої хвилі, що розповсюджується в напрямку руху цієї частки. Довжина хвилі, відповідна даної частці, визначається співвідношенням:

а) Гейзенберга;	г) Ейнштейна;
б) де Бройля;	д) Планка.
в) Шредінгера;	

24. Маса фотона дорівнює:

а) $m_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}$ ;	г) $m_{\phi} = \frac{\lambda}{h}$ ,
б) $m_{\phi} = \frac{h\nu}{c}$ ;	д) $m_{\phi} = \frac{h\nu}{\lambda}$ .
в) $m_{\phi} = \frac{h}{\lambda}$ ;	

25. Імпульс фотона дорівнює:

а) $P_{\phi} = \frac{h}{\lambda}$ ;	г) $P_{\phi} = \frac{\lambda}{h}$ ,
б) $P_{\phi} = \frac{h\nu}{c^2}$ ;	д) $P_{\phi} = \frac{h\nu}{\lambda}$ .
в) $P_{\phi} = \frac{h\nu}{c}$ ;	

26. Якщо мікрочастинка рухається вздовж осі  $x$ , то, згідно співвідношенням невизначеності Гейзенберга:

а) $\Delta x \Delta P_x \leq \frac{2\pi}{\lambda}$ ;	г) $\Delta x \Delta P_x \leq \frac{h}{2\pi}$ .
б) $\Delta x \Delta P_x \geq \frac{h}{2\pi}$ ;	д) $\Delta x \Delta t \geq \frac{h}{2\pi}$ ;
в) $\Delta x \Delta P_x \geq \frac{2\pi}{\lambda}$ ;	

27. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів має вигляд:

а) $\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \omega_0^2\Psi = 0$ ;	г) $\frac{d\Psi}{dx} + \frac{2m}{n^2}(E-U)\Psi = 0$ .
б) $\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(E-U)\Psi = 0$ ;	д) $\frac{d^2\Psi}{dx^2} + (E+U)\Psi = 0$ .
в) $\Psi + \frac{2m}{h}(E+U)\Psi = 0$ ;	

28. Принципом Паулі є твердження, що в атомі не може бути двох електронів з однаковими значеннями:

а) головного квантового числа;	г) спінового квантового числа;
б) будь-яких двох квантових чисел;	д) будь-яких трьох квантових чисел.
в) усіх чотирьох квантових чисел;	

29. Інтенсивність рентгенівських променів, що проникли крізь пластинку товщиною  $x$ , визначається формулою:

а) $I = I_0 e^{-\mu x}$ ;	г) $I = I_0 \sqrt{\mu x}$ ,
б) $I = I_0 / x$ ;	д) $I = \mu I_0 x^2$ .
в) $I = \mu I_0 x$ ;	

**30. Проникаюча здатність випромінювання характеризує**

а) енергію, передану речовині за одиницю часу;	г) відстань, на якому енергія випромінювання зменшується в $e$ разів;
б) енергію, передану речовині на одиниці довжини пробігу;	д) відстань в речовині, яку випромінювання проходить, зберігаючи здатність до іонізації.
в) відстань зменшення в 2 рази величини енергії випромінювання;	

**31. Енергія мікрохвильового випромінювання достатня:**

а) збудження і іонізації атомів;	г) відстань, на якому енергія випромінювання зменшується в $e$ разів;
б) для збудження атомів, але не їх іонізації;	д) недостатня ні для того, ні для іншого.
в) переважно іонізації атомів;	

**32. Глибиною проникнення електромагнітного випромінювання в біологічні тканини називається відстань, на якій:**

а) потужність падаючої енергії збільшується в $e$ разів;	г) довжина хвилі випромінювання зменшується в 10 разів;
б) довжина хвилі випромінювання збільшується в $e$ разів;	д) довжина хвилі випромінювання зменшується в $e$ разів.
в) потужність падаючої енергії зменшується в $e$ разів;	



**33. Для збудження атомів необхідно, щоб:**

а) енергія випромінювання була набагато менше різниці енергій між двома електронними рівнями;	г) потужність випромінювання була менше, ніж $1 \text{ Вт/м}^2$ ,
б) енергія випромінювання приблизно дорівнювала різниці енергій між двома електронними рівнями;	д) енергія випромінювання набагато перевищувала різницю енергій між двома електронними рівнями.
в) потужність випромінювання більша $1 \text{ Вт/м}^2$ :	

**34. Довжина хвилі, на яку припадає максимум поглинання даної речовини, залежить від кількості зв'язаних подвійних зв'язків  $N$  в молекулі наступним чином:**

а) $\lambda \approx \frac{3mhl^2}{c} N$ ;	г) $\lambda \approx \frac{3mcl^2}{h} N$ ;
б) $\lambda \approx \frac{4hcl}{m} N$ ;	д) $\lambda = \frac{4mcl^2}{h} N$ .
в) $\lambda \approx \frac{5\sqrt{mcl}}{N}$ ;	

**35. Енергія випромінювання оптичного діапазону (крім далекого ультрафіолету), як правило, достатня для:**

а) збудження атомів, але не їх іонізації;	г) правильної відповіді немає;
б) збудження і іонізації атомів;	д) недостатня ні для того, ні для іншого.
в) переважно іонізації атомів;	

**36. Глибина проникнення ультрафіолетового випромінювання в речовину становить порядку:**

а) 1 мкм;	г) 1 см;
б) 0,1 мм;	д) 1 м.
в) 1 мм;	

**37. Основний внесок у фотопошкодження білків вносять:**

а) заряджені амінокислоти;	г) аліфатичні амінокислоти;
б) полярні амінокислоти;	д) ароматичні амінокислоти.
в) гідрофільні амінокислоти;	

**38. Максимум поглинання ДНК припадає на довжину хвилі:**

а) 260 нм;	г) 1000 нм;
б) 350 нм;	д) 1 см.
в) 400 нм;	

**39. Іонізуюче випромінювання включає:**

а) випромінювання радіодіапазоні і інфрачервоне випромінювання;	г) інфрачервоне, видиме й ультрафіолетове випромінювання.
б) випромінювання радіодіапазоні і ультрафіолетове випромінювання;	д) дальню область ультрафіолетового випромінювання, рентгенівське і $\gamma$ -випромінювання.
в) рентгенівське і $\gamma$ -випромінювання;	

**40. Іонізуюче випромінювання викликає:**

а) порушення атомів, але не їх іонізацію;	г) не викликає ні того ні іншого;
б) збудження і іонізацію атомів;	д) правильної відповіді немає.
в) переважно іонізацію атомів;	

**41. Радіопротектори:**

а) зменшують нагрівання тканини при опроміненні хвилями радіочастотного діапазону;	г) сприяють збільшенню контрастності рентгенівських знімків.
б) збільшують нагрівання тканини при опроміненні хвилями радіочастотного діапазону;	д) послаблюють радіобіологічний ефект при опроміненні іонізуючим випромінюванням.
в) збільшують радіобіологічний ефект при опроміненні іонізуючим випромінюванням;	

**42. Масовий коефіцієнт ослаблення випромінювання хвиль довжиною  $\lambda = (1 \dots 2) \cdot 10^{-11}$  м пропорційний:**

а) $\lambda^2 Z^2$ ;	г) $\sqrt{\lambda Z}$ ;
б) $\sqrt{\lambda Z}$ ;	д) $\lambda^3 \sqrt{Z}$ .
в) $\lambda^3 Z^3$ ;	

**43. Потенціал електричного поля диполя становить:**

а) $\varphi = \frac{4\pi\rho I}{r}$ ;	г) $\varphi = \frac{4\rho}{\pi r}$ ;
б) $\varphi = \frac{4\pi r}{\rho I}$ ;	д) $\varphi = \frac{\rho}{4\pi I r}$ .
в) $\varphi = \frac{\rho I}{4\pi r}$ ;	

**44. Інфрачервоне випромінювання, з глибини тіла, проникає назовні не більш, ніж на:**

а) 1 нм;	г) 1 см;
б) 100 мкм;	д) 1 м.
в) 1 мм;	

**45. Надвисоке частотне (НВЧ-СВЧ) - випромінювання проникає назовні з глибини тіла не більш, чим на:**

а) 1 нм;	г) 10 дм;
б) 1 мкм;	д) 1,2 м.
в) 1 см;	

**46. Хемілюмінесценція виникає в тому випадку, якщо в ході реакції виникають:**

а) циклічні з'єднання;	г) продукти в електронно-збудженому стані;
б) іони;	д) з'єднання, що містять
в) з'єднання, що містять макро зв'язки;	спряжені подвійні зв'язки.

**47. Квантовим виходом хемілюмінесценції називають:**

а) відношення числа поглинутих фотонів до числа прореагувавших молекул;	г) коефіцієнт пропорційності між швидкістю реакції та концентрацією реагуючої речовини;
б) відношення числа випущених фотонів до числа прореагувавших молекул;	д) величина, яка чисельно дорівнює квадратному кореню з інтенсивності люмінесценції.
в) те ж саме, що і швидкість реакції;	

**48. Швидкість перекислового окислення ліпідів складає:**

а) $\nu = k_2 [RH] \sqrt{I \Phi k_6}$ ;	г) $\nu = k_2 [RH] \sqrt{I / (\Phi k_6)}$ ,
б) $\nu = k_2 [RH] \sqrt{\Phi / (I k_6)}$ ;	д) $\nu = k_2 [RH] I \sqrt{\Phi k_6}$ .
в) $\nu = k_2 [RH] [I / (\Phi k_6)]^2$ ;	

**ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАВДАНЬ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ**

**ЗАВДАННЯ 1.** Визначити максимальний хвилинний об'єм  $Q_{max}$  крові, при якому течія крові в аорті остається ламінарною. Діаметр аорти  $d=2$  см, в'язкість крові  $\eta =5$  мПа·с, густина  $\rho=1050$  кг/м<sup>3</sup>, критичне значення числа Рейнольдса  $Re=2000$

**Дано:**

$$D=0,02\text{м}$$

$$\eta=5\text{ мПа}\cdot\text{с}$$

$$\rho=1050\text{кг/м}^3$$

$$R_e=2000$$

**Знайти:**

$$Q_{max} - ?$$

**Розв'язок:**

$$R_e = \frac{DVq}{\eta}; \quad S = \frac{\pi D^2}{4}; \quad Q_{max} = V \cdot S = \frac{V\pi D^2}{4}$$

$$R_e = \frac{4\rho \cdot Q_{max}}{\pi \cdot \eta D}$$

$$Q_{max} = \frac{\pi \cdot \eta D \cdot R_e}{4\rho} \cdot 60\text{с}$$

$$Q_{max} = \frac{3.14 \cdot 5\text{мПа}\cdot\text{с} \cdot 0,02\text{м} \cdot 2000}{4 \cdot 1050\text{кг/м}^3} \cdot 60\text{с} = 9\text{л/хв}$$

**Відповідь:**  $Q_{max}=9,0$  л/хв.

**ЗАВДАННЯ 2.** Знайти в'язкість крові  $\eta$  при нормальному гематокриті ( $c=45\%$ ), якщо в'язкість плазми складає  $\eta_0=2,0$  мПа·с

**Дано:**

$$C=45\%$$

$$\eta_0=2\text{мПа}\cdot\text{с}$$

**Знайти:**

$$\eta - ?$$

**Розв'язок:**

$$\eta = \eta_0 \cdot e^{2\cdot c}$$

$$\eta = 2\text{мПа}\cdot\text{с} \cdot 2.71^{2\cdot 0.45} = 4.9\text{мПа}\cdot\text{с}$$

**Відповідь:**  $\eta=4,9$  мПа·с.

**ЗАВДАННЯ 3.** Визначити гідравлічний опір  $X$  аорти, якщо її довжина  $l=40$  см, діаметр складає  $D=2,4$  см, а в'язкість крові  $\eta =5$  мПа·с.

**Дано:**

$$D=0,024\text{м}$$

$$l=0,4\text{м}$$

$$\eta=5\text{МПа}\cdot\text{с}$$

**Знайти:**

$$X=?$$

**Розв'язок:**

$$X = \frac{8 \cdot \eta \cdot l}{\pi \cdot R^4} \quad R = \frac{D}{2};$$

$$X = \frac{8 \cdot 5\text{МПа} \cdot \text{с} \cdot 0,4\text{м}}{3,14 \cdot (0,012\text{м})^4} = 2,5 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-3}$$

$$\text{Відповідь: } X = 2,5 \cdot 10^5 \text{Па} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^{-3}$$

**ЗАВДАННЯ 4.** Середня швидкість течії крові в аорті складає  $v_{\text{аор}}=0,45$  м/с, а в капілярах  $v_{\text{кап}}=0,5$ мм/с. У скільки раз площа поперечного зрізу аорти  $S_{\text{аор}}$  менше суми площ поперечних зрізів  $S_{\text{кап}}$  капілярів?

**Дано:**

$$v_{\text{аор}}=0,45\text{м/с}$$

$$v_{\text{кап}}=0,5\text{мм/с}$$

**Знайти:**

$$\frac{S_{\text{кап}}}{S_{\text{аор}}} - ?$$

**Розв'язок:**

$$\frac{S_{\text{кап}}}{S_{\text{аор}}} = \frac{V_{\text{аор}}}{V_{\text{кап}}}$$

$$\frac{S_{\text{кап}}}{S_{\text{аор}}} = \frac{0,45\text{м/с}}{0,0005\text{м/с}} = 900 \text{ раз}$$

$$\text{Відповідь: } \text{Площа } S_{\text{аор}} \text{ 900 раз менша.}$$

**ЗАВДАННЯ 5.** Швидкість поширення пульсової хвилі по артерії складає  $v=10$  м/с. Визначити модуль пружності  $E$  артерії, якщо внутрішній діаметр  $d=8$  мм, товщина її стінки  $h=0,7$  мм, густина крові  $\rho=1050$  кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$v=10\text{м/с}$$

$$h=0,7\text{мм}$$

$$d=8\text{мм}$$

$$\rho=1050\text{кг/м}^3$$

**Знайти:**

$$E=?$$

**Розв'язок:**

$$v = \sqrt{\frac{Eh}{\rho \cdot d}} \Rightarrow E = \frac{v^2 \rho \cdot d}{h}$$

$$E = \frac{(10\text{м/с})^2 \cdot 1050\text{кг/м}^3 \cdot 0,008\text{м}}{0,0007\text{м}} = 1,2\text{МПа}$$

$$\text{Відповідь: } E = 1,2\text{МПа}$$

**ЗАВДАННЯ 6.** Щоб видути мильну бульку, була витрачена енергія  $E=0,5$  мДж. Обчисліть діаметр  $d$  міхура, якщо коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину  $\sigma = 43$  мН/м.

*Розв'язок*

$$\sigma = \frac{E}{S}; \quad S = \frac{E}{\sigma}; \quad 4\pi R^2 = \frac{E}{\sigma}; \quad \pi d^2 = \frac{E}{\sigma}$$

$$d = \sqrt{\frac{E}{\pi\sigma}}; \quad d = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 43 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}}} \text{ Дж} = 0,005 \text{ м} = 0,5 \text{ см}$$

**Відповідь:**  $d=0,5$  см.

**ЗАВДАННЯ 7.** Визначити швидкість  $v$  осідання одиничних еритроцитів, вважаючи, що вони сферичної форми з діаметром  $d = 7$  мкм. В'язкість плазми складає  $\eta = 2,2$  мПа·с, густина еритроцитів  $\rho_{ep}=1080$  кг/м<sup>3</sup>, густина плазми  $\rho_{пл}=1027$  кг/м<sup>3</sup>.

**Дано:**

$$d=7 \text{ мкм}$$

$$\eta=2,2 \text{ мПа} \cdot \text{с}$$

$$\rho_{ep}=1080 \text{ кг/м}^3$$

$$\rho_{пл}=1027 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$$v-?$$

**Розв'язок:**

$$v = \frac{2r^2 g(\rho_{ep} - \rho_{пл})}{\eta}$$

$$v = \frac{2 \cdot (3,5 \cdot 10^{-6} \text{ м})^2 \cdot 9,8 \text{ м/с}^2 \cdot (1080 \text{ кг/м}^3 - 1027 \text{ кг/м}^3)}{9 \cdot 2,2 \text{ мПа} \cdot \text{с}} =$$

$$= 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м/год} = 2,3 \text{ мм/год}$$

**Відповідь:**  $v=2,3$  мм/год

**ЗАВДАННЯ 8.** Яка була б температура  $t_1$  м'язів, якщо вона працювала як теплова машина з ККД  $\eta=40\%$  при температурі навколишнього середовища  $t_2=20^\circ \text{ C}$ ?



**Дано:**

$$\eta = 40\%$$

$$t_2 = 20^\circ\text{C}$$

**Знайти:**

$$t_1 = ?$$

**Розв'язок:**

$$T_2 = 20^\circ\text{C} + 273\text{K} = 293\text{K}$$

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

$$T_1 = \frac{T_2}{1 - 0,4} = \frac{293\text{K}}{0,6} = 488,3\text{K}$$

$$t_1 = T_1 - 273\text{K} = 215^\circ\text{C}$$

**Відповідь:**  $t_1 = 215^\circ\text{C}$  (робота м'язів не може бути описана на основі законів для цикла Карно)

**ЗАВДАННЯ 9.** В ізотонічному режимі м'яз піднімає тягар на висоту  $h = 20$  см, масою  $m = 100$  г. Визначити теплопродукцію  $Q$  м'яза, якщо його ККД  $\eta = 40\%$ .

**Дано:**

$$m = 100\text{г}$$

$$h = 20\text{см}$$

$$\eta = 40\%$$

**Знайти:**

$$Q = ?$$

**Розв'язок:**

$$A = mgh = 0,1\text{кг} \cdot 9,8\text{м/с}^2 \cdot 0,2\text{м} = 0,196\text{Дж}; \quad \eta = \frac{A}{A + Q}$$

$$Q = \frac{A \cdot (\eta - 1)}{\eta}$$

$$Q = \frac{0,196\text{Дж} \cdot (0,4 - 1)}{-0,4} = 0,294\text{Дж} = 294\text{мДж}$$

**Відповідь:**  $Q = 294\text{мДж}$

**ЗАВДАННЯ 10.** Який максимальний тягар може підняти м'яз на висоту 1 м за рахунок енергії  $Q = 1\text{кДж}$ ? ККД м'яза  $\eta = 30\%$ .

**Дано:**

$$\eta = 30\%$$

$$h = 1\text{ м}$$

$$Q = 1\text{ кДж}$$

**Знайти:**

$$m - ?$$

**Розв'язок:**

$$A = mgh$$

$$A = \frac{Q \cdot \eta}{100} \%, \quad \eta = \frac{A}{Q} \cdot 100\%$$

$$mgh = \frac{Q \cdot \eta}{100} \% \Rightarrow m = \frac{Q \cdot \eta}{gh \cdot 100} \%$$

$$m = \frac{1000\text{ Дж} \cdot 0,3}{9,8\text{ м/с}^2 \cdot 1\text{ м} \cdot 100} = 30,6\text{ кг}$$

**Відповідь:**  $m = 30,6\text{ кг}$

**ЗАВДАННЯ 11.** Колесо радіусом  $R = 0,1\text{ м}$  обертається відповідно до закону  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , де  $C = 2\text{ рад/с}^2$ ;  $B = 14\text{ рад/с}$ . Визначите лінійну швидкість  $v$  крапок на ободі колеса наприкінці третьої секунди після початку обертання.

**Дано:**

$$R = 0,1\text{ м}$$

$$B = 14\text{ рад/с}$$

$$C = 2\text{ рад/с}^2$$

$$\varphi = A + Bt + Ct^2$$

$$t = 3\text{ с}$$

**Знайти:**

$$v - ?$$

**Розв'язок:**

$$v = \omega \cdot R$$

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct = 14\text{ рад/с} + 4\text{ рад/с} \cdot 3\text{ с} =$$

$$= 26\text{ рад/с}$$

$$v = 0,1\text{ м} \cdot 26\text{ рад/с} = 2,6\text{ м/с}$$

**Відповідь:**  $v = 2,6\text{ м/с}$ .

**ЗАВДАННЯ 12.** Круг обертається з постійним кутовим прискоренням. Визначити радіус круга, якщо відомо, що до кінця десятого оберту з початку обертання його обід крутиться зі швидкістю  $v = 2,24\text{ м/с}$ , а тангенціальне прискорення  $a_t = 0,1\text{ м/с}^2$ .

**Дано:**

$$n=10$$

$$v=2.24 \text{ м/с}$$

$$at=0.1 \text{ м/с}^2$$

**Знайти:**

$R$ -?

**Розв'язок:**

$$a_t = \varepsilon \cdot R ; \quad a_t = \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} \quad a_t = \frac{v^2 R}{4\pi \cdot n R^2} = \frac{v^2}{4\pi \cdot n R}$$

$$R = \frac{v^2}{4\pi \cdot n \cdot a_t} \quad R = \frac{(2.24 \text{ м/с})^2}{4 \cdot 3.14 \cdot 10 \cdot 0.1 \text{ м/с}^2} = 0.4 \text{ м}$$

**Відповідь:**  $R=0.4 \text{ м}$

**ЗАВДАННЯ 13.** Крпка рухається по окружності радіусом  $R=0.3 \text{ м}$  з постійним кутовим прискоренням  $\varepsilon = 1 \text{ рад/с}^2$ . Знайдіть повне прискорення  $a$  крпки до кінця другої секунди після початку обертання.

**Дано:**

$$R=0.3 \text{ м}$$

$$\varepsilon=1 \text{ рад/с}^2$$

$$t=2 \text{ с}$$

**Знайти:**

$a$ -?

**Розв'язок:**

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} ; \quad a_t = \varepsilon \cdot R$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R ; \quad \omega = \varepsilon \cdot t$$

$$a_n = \varepsilon^2 t^2 R ; \quad a = \sqrt{\varepsilon^2 R^2 + (\varepsilon^2 t^2 R)^2}$$

$$a = \sqrt{(1 \text{ рад/с}^2)^2 \cdot (0.3 \text{ м})^2 + ((1 \text{ рад/с}^2)^2 \cdot (2 \text{ с})^2 \cdot 0.3 \text{ м})^2} = \\ = 1.24 \text{ м/с}^2$$

**Відповідь:**  $a=1.24 \text{ м/с}^2$

**ЗАВДАННЯ 14.** Однорідний круг масою  $m=2 \text{ кг}$  і радіусом  $R=20 \text{ см}$  обертається відповідно до закону  $\varphi = A + Bt + Ct^2$ , де  $C=3 \text{ рад/с}^2$ . Визначити дотичну силу  $F$ , прикладену до його ободу.

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

**Дано:**

$$R=20\text{см}$$

$$\varphi=A+Bt+Ct^2$$

$$C=3\text{рад/с}^2$$

$$m=2\text{кг}$$

**Знайти:**

$F$ -?

**Розв'язок:**

$$F = m\omega^2 R; \quad \varphi = \varphi_0 + \omega \cdot t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}; \quad \omega = \varepsilon \cdot t;$$

$$\varphi = \varphi_0 + 9t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2} \quad \varepsilon = 6\text{рад/с}^2$$

$$F = ma_t = \frac{m}{2} \varepsilon \cdot R$$

$$F = \frac{2\text{кг}}{2} \cdot 3\text{рад/с}^2 \cdot 0,2\text{м} = 1,2\text{Н}$$

**Відповідь:**  $F=1,2\text{Н}$

**ЗАВДАННЯ 15.** Драже масою  $m=0,2\text{мг}$  і радіусом  $R = 7\text{нм}$  котиться зі швидкістю  $v = 0,5\text{ м/с}$ . Обрахувати його кінетичну енергію  $E_{\text{кін}}$ .

**Дано:**

$$R=7\text{нм}$$

$$m=0,2\text{ мг}$$

$$v = 0,5\text{ м/с}$$

**Знайти:**

$E_{\text{кін}}$ -?

**Розв'язок:**

$$E_{\text{кін}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}; \quad J = \frac{2}{5}mR^2; \quad \omega = \frac{v}{R}$$

$$E_{\text{кін}} = \frac{mv^2}{2} + \frac{2mR^2v^2}{5} = \frac{R}{10} \cdot mv^2$$

$$E_{\text{кін}} = \frac{7 \cdot 10^{-9}\text{м}}{10} \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}\text{кг} \cdot (0,5\text{ м/с})^2 = 35 \cdot 10^{-6} = 35\text{мкДж}$$

**Відповідь:**  $E_{\text{кін}}=35\text{ мкДж}$

**ЗАВДАННЯ 16.** Лізосоми осаджують у центрифугі. Знайдіть діючу на них силу  $F$ , при кутовій швидкості кручення ротора  $\omega = 2\pi 10^3\text{ рад/с}$ , його радіус  $R = 0,1\text{м}$ , густина речовини лізосом  $\rho = 1200\text{ кг/м}^3$ , радіус лізосоми  $r = 0,7\text{ мкм}$ .

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

**Дано:**

$$R=0,1\text{м}$$

$$r=0,7\text{ мкм}$$

$$\rho=1020\text{кг/м}^3$$

$$\omega=2\pi\cdot 10^3$$

$$d=2,07\cdot 10^{-6}\text{м}$$

**Знайти:**

$F$ -?

**Розв'язок:**

$$F_0 - m\omega^2 R = \rho_0 V \omega^2 R; \quad V = \frac{1}{6} \pi \cdot d^3;$$

$$F_1 - m\omega^2 R = \rho_1 V \omega^2 R; \quad \rho_1 > \rho_0; \quad F_1 > F_0$$

$$F = F_1 - F_0 = \rho_1 V \omega^2 R - \rho_0 V \omega^2 R = V \omega^2 R (\rho_1 - \rho_0)$$

$$F = \frac{1}{6} \pi \cdot d^3 \omega^2 R (\rho_1 - \rho_0)$$

$$F = \frac{1}{6} 3,14 \cdot (2,07 \cdot 10^{-6} \text{ м})^3 \cdot (2\pi \cdot 10^3)^2 \cdot 0,1 \text{ м} \cdot$$

$$\cdot (1020 \text{ кг / м}^3 - 1000 \text{ кг / м}^3) = 1,13 \cdot 10 \text{ Н} = 1,13 \text{ нН}$$

$$= 1,13 \cdot 10^{-9} \text{ Н} = 1,13 \text{ нН}$$

**Відповідь:**  $F=1.13 \text{ нН}$

**ЗАВДАННЯ 17.** Напишіть вираз гармонійного коливання при амплітуді  $A=5\text{ см}$ , періоді  $T=1\text{ с}$  та початковій фазі  $\varphi_0=\pi/4$ .

**Дано:**

$$A=5\text{ см}$$

$$T=1\text{ с}$$

$$\varphi_0=\pi/4$$

**Знайти:**

$x$ -?

**Розв'язок:**

$$x=A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$x=0,05\cos(\omega t + \pi/4)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi$$

$$x=0,05\cos(2\pi t + \pi/4)$$

**Відповідь:**  $x=0.05\cos(2\pi t + \pi/4) \text{ м}$

**ЗАВДАННЯ 18.** Матеріальна крапка масою  $m=1\text{ г}$  робить гармонійні коливання за законом  $x=3\cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right)$  див. Знайдіть максимальну силу  $F_{\max}$ , що діє на крапку.

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

**Дано:**

$$m=1\text{г}$$

$$x=0.03\cos(\pi t/4 + \pi/3)$$

**Знайти:**

$$F-?$$

**Розв'язок:**

$$F = mA\omega^2 \quad x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$A=0.03\text{м} \quad \omega = \pi/4$$

$$F = \frac{mA\pi^2}{4^2} = \frac{10^{-3}\text{кг} \cdot 0.03\text{м} \cdot 3.14^2}{16} = 18.5 \cdot 10^{-6}\text{Н} = 18.5\ \mu\text{Н}$$

$$5\ \mu\text{кН}$$

**Відповідь:**  $F=18.5\ \mu\text{кН}$

**ЗАВДАННЯ 19.** Використовуючи умову завдання 18, знайдіть повну енергію  $E$  коливної крапки.

**Дано:**

$$m=1\text{г}$$

$$x=0.03\cos(\pi t/4 + \pi/3)$$

**Знайти:**

$$E-?$$

**Розв'язок:**

$$E = \frac{m\omega^2 A^2}{2} \quad A=0.03\text{м} \quad \omega = \pi/4$$

$$E = \frac{10^{-3}\text{кг} \cdot (\pi/4)^2 \cdot (0.03\text{м})^2}{2} = 0.28 \cdot 10^{-6}\text{Дж} = 0.28\ \mu\text{кДж}$$

**Відповідь:**  $E=0.28\ \mu\text{кДж}$

**ЗАВДАННЯ 20.** Логарифмічний декремент загасання математичного маятника  $\lambda = 0,093$ . За який час амплітуда коливань маятника зменшується в 2 рази, при довжині  $l=1\text{м}$ .

**Дано:**

$$\lambda=0.093$$

$$l=1\text{ м}$$

$$A=A_0/2$$

**Знайти:**

$$t-?$$

**Розв'язок:**

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{\lambda t}{T}}; \quad A_0/2 = A_0 \cdot e^{-\frac{\lambda t}{T}}; \quad T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$1/2 = e^{-\frac{\lambda t}{T}}; \quad e^{-\frac{\lambda t}{T}} = e^{-1}; \quad -\ln 2 = \ln(e^{-\frac{\lambda t}{T}}) = -\frac{\lambda t}{T}$$

$$t = \frac{T \cdot \ln 2}{\lambda} = \frac{2\pi \cdot \sqrt{l/g} \cdot \ln 2}{\lambda}$$

$$t = \frac{23.14 \cdot \sqrt{1\text{м}/9.8\text{м}/\text{с}^2} \cdot \ln 2}{0.093} = 15\text{с}$$

**Відповідь:**  $t=15\text{с}$

**ЗАВДАННЯ 21.** Крапка, що відстоїть від джерела хвилі на відстані  $x = \frac{\lambda}{8}$ , робить коливання з амплітудою  $A = 10\text{см}$ . Визначите її зсув  $S$  від положення рівноваги в момент часу  $\frac{T}{4}$ . Початкова фаза дорівнює нулю.

**Дано:**

$$x = \lambda/8$$

$$A = 10 \text{ см}$$

$$t = T/4$$

**Знайти:**

$S$ -?

**Розв'язок:**

$$\lambda = vT \quad v = \lambda \cdot \nu \quad \boxed{x = A \sin \omega t}$$

$$x = A \sin \omega(t/T - \lambda/\lambda) = 0.1 \sin 2\pi(T/4T - \lambda/8\lambda) =$$

$$= 0.1 \text{ м} \cdot \sin \pi/4 = 0.1 \text{ м} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71 \text{ м} = 7.1 \text{ см}$$

**Відповідь:**  $S = 7.1 \text{ см}$

**ЗАВДАННЯ 22.** Рівняння незатухаючих коливань має вигляд:  $x = 5 \cos 2\pi t$ , де  $[x] = \text{см}$ . Визначите прискорення  $a$  крапки, що перебуває на відстані  $x = 100\text{м}$  від джерела хвилі, у момент часу  $t = 1$  з послі початку її поширення. Швидкість хвилі  $v = 300\text{м/с}$ .

**Дано:**

$$x = 5 \cos 2\pi t \text{ см}$$

$$x = 100 \text{ м}$$

$$t = 1 \text{ с}$$

$$v = 300 \text{ м/с}$$

**Знайти:**

$a$ -?

**Розв'язок:**

$$x = A \cos 2\pi(t - X/v)$$

$$a = -A^2 4\pi^2 \cos(t - X/v)$$

$$a = (-5 \cdot 10^{-2} \text{ м})^2 \cdot 4\pi^2 \cos(1\text{с} - 100\text{м}/300\text{м/с}) = 1 \text{ м/с}^2$$

**Відповідь:**  $a = 1 \text{ м/с}^2$

**ЗАВДАННЯ 23.** Дві крапки, відстань між якими  $\Delta x = 1 \text{ м}$ , лежать на прямій, уздовж якої розповсюджується хвиля зі швидкістю  $v = 200 \text{ м/с}$ , при періоді коливань  $T = 0,04 \text{ с}$ . Визначити різницю фаз  $\Delta\varphi$  коливань даних двох точок.

**Дано:**

$$\Delta x = 1 \text{ м}$$

$$v = 200 \text{ м/с}$$

$$T = 0.04 \text{ с}$$

**Знайти:**

$$\Delta \varphi - ?$$

**Розв'язок:**

$$\varphi_1 = \omega \cdot t - \frac{\omega \cdot x}{v} = 2\pi v \cdot t - \frac{2\pi v \cdot x}{v};$$

$$\varphi_2 = 2\pi v \cdot t - \frac{2\pi v \cdot (x + \Delta x)}{v}$$

$$\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi v}{v} = \frac{1}{0.04} = 25; \pi/4$$

**Відповідь:**  $\Delta \varphi = \pi/4$

**ЗАВДАННЯ 24.** Максимальна частота звуку, яка сприймається людським вухом,  $\nu = 20$  кГц. Знайдіть довжину хвилі  $\lambda$ , що відповідає цій частоті, якщо швидкість звуку в повітрі дорівнює  $v = 340$  м/с.

**Дано:**

$$\nu = 20 \text{ кГц}$$

$$v = 340 \text{ м/с}$$

**Знайти:**

$$\lambda - ?$$

**Розв'язок:**

$$\lambda = \frac{v}{\nu}$$

$$\lambda = \frac{340 \text{ м/с}}{20 \cdot 10^3} \text{ Гц} = 0.017 \text{ м} = 17 \text{ мм}$$

**Відповідь:**  $\lambda = 17$  мм

**ЗАВДАННЯ 25.** До поршня горизонтально розташованого шприца прикладена сила  $F = 10$  Н. Визначите швидкість  $v$  витікання ліків з голки шприца, якщо щільність ліків  $\rho = 1050$  кг/м<sup>3</sup>, діаметр поршня  $d = 7$  мм, причому його площа набагато більше площі поперечного переріза голки.



**Дано:**

$$F=10\text{Н}$$

$$\rho=1050\text{кг/м}^3$$

$$d=7\text{ мм}$$

$$S1 \gg S2$$

**Знайти:**

$$v_2-?$$

**Розв'язок:**

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2$$

$$S1 \gg S2, \text{ тому } v_1 \rightarrow 0, p_2 \rightarrow 0$$

$$p_1 = \frac{\rho v_2^2}{2}; p_1 = \frac{F}{S_1} = \frac{2F}{\pi d^2}; \frac{2F}{\pi d^2} = \frac{\rho v_2^2}{2}; v_2 = \sqrt{\frac{4F}{\pi d^2 \rho}}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot 10\text{Н}}{3.14 \cdot (0.007\text{м})^2 \cdot 1050\text{кг/м}^3}} = 11.1\text{ м/с}$$

**Відповідь:**  $v_2=11.1\text{ м/с}$

**ЗАВДАННЯ 26.** З якою швидкістю  $v$  спливає пухирець повітря діаметром  $d=4\text{ мм}$  у посудині, наповненій гліцерином? Кінематична в'язкість гліцерину  $\nu=1,17 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2/\text{с}$ , його щільність набагато більше щільності повітря.

**Дано:**

$$d=4\text{ мм}$$

$$\nu=1.17 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2/\text{с}$$

**Знайти:**

$$v-?$$

**Розв'язок:**

$$F_{TP} = F_A$$

$$F_{TP} = 6\pi\eta \cdot rv; F = \rho g V = \rho g 4\pi \cdot r^3 / 3$$

$$\frac{\rho}{\eta} = \frac{1}{\nu}; 6\pi\eta \cdot rv = \rho g 4\pi \cdot r^3 / 3$$

$$v = \frac{2\rho g r^2}{9\eta} = \frac{2gr^2}{9\nu} = \frac{2gd^2}{36\nu} = \frac{gd^2}{18\nu}$$

$$v = \frac{gd^2}{18\nu} = \frac{9.8\text{м/с}^2 \cdot (0.004\text{м})^2}{18 \cdot 1.17 \cdot 10^{-3}\text{ м}^2/\text{с}} = 7.4 \cdot 10^{-3}\text{ м/с}$$

**Відповідь:**  $v= 7.4 \cdot 10^{-3}\text{ м/с}$

**ЗАВДАННЯ 27.** По трубі вода з об'ємною швидкістю  $Q=2,5 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3/\text{с}$ . Обчислите найменший діаметр труби  $d_{min}$ , при якому потік води ще залишається ламінарним. Щільність води  $\rho=1000\text{ кг/м}^3$ ; динамічна в'язкість  $\eta=1\text{мПа}\cdot\text{с}$ . Критичне значення числа Рейнольдса дорівнює

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

$Re_{кр}=2300$  (для випадку, коли як характерний розмір узятий діаметр труби).

**Дано:**

$$Q=2.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$$

$$\rho=1000 \text{ кг}/\text{м}^3$$

$$\eta=1 \text{ мПа} \cdot \text{с}$$

$$Re=2300$$

**Знайти:**

$$d_{\min}=?$$

**Розв'язок:**

$$Q = vS; \quad Re < \frac{\rho \cdot v l}{\eta}; \quad S = \frac{Q}{v}$$

$$v_0 = \frac{Re \eta}{\rho \cdot l}; \quad S = \frac{Q \rho \cdot l}{Re \eta}; \quad \frac{\pi d^2}{4} = \frac{Q \rho \cdot l}{Re \eta}$$

$$d_{\min} = \frac{4Q\rho}{\pi R_{кр} \cdot \eta} = \frac{4 \cdot 2.5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с} \cdot 1000 \text{ кг}/\text{м}^3}{3.14 \cdot 2300 \cdot 10^{-3}} = 0.0138 \text{ м} = 13.8 \text{ см}$$

**Відповідь:**  $d_{\min}=13,8 \text{ см}$

**ЗАВДАННЯ 28.** Щоб видути мильну бульку, була витрачена енергія  $E=0,5$  мДж. Обчислите діаметр  $d$  міхура, якщо коефіцієнт поверхневого натягу мильного розчину  $\sigma = 43$  мН/м.

**Дано:**

$$E=0.5 \text{ мДж}$$

$$\sigma = 43 \text{ мН}/\text{м}$$

**Знайти:**

$$d=?$$

**Розв'язок:**

$$\sigma = \frac{E}{S}; \quad S = \frac{E}{\sigma}; \quad 4\pi R^2 = \frac{E}{\sigma}; \quad \pi d^2 = \frac{E}{\sigma}$$

$$d = \sqrt{\frac{E}{\pi \sigma}}$$

$$d = \sqrt{\frac{0.5 \cdot 10^{-3}}{3.14 \cdot 43 \cdot 10^{-6} \text{ Н}/\text{м}}} \text{ Дж} = 0.005 \text{ м} = 0.5 \text{ см}$$

**Відповідь:**  $d=0.5 \text{ см}$

**ЗАВДАННЯ 29.** Гліцерин дозують краплями за допомогою піпетки внутрішнім діаметром  $d = 1$  мм. Обчислите масу однієї краплі, якщо коефіцієнт поверхневого натягу гліцерину  $\sigma = 62$  мН/м. Діаметр шийки в момент відриву вважати рівним внутрішньому діаметру піпетки.

**Дано:**

$$d = 1 \text{ мм}$$

$$\sigma = 62 \text{ мН/м}$$

**Знайти:**

$m$ -?

**Розв'язок:**

$$F = mg ; \quad F = \sigma 2\pi \cdot r = \sigma \pi \cdot d$$

$$mg = \sigma \pi \cdot d ; \quad m = \frac{\sigma \pi \cdot d}{g}$$

$$m = \frac{62 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м} \cdot 3.14 \cdot 10^{-3} \text{ м}}{9.8 \text{ м/с}^2} = 20 \cdot 10^{-6} \text{ кг} = 20 \text{ мкг}$$

**Відповідь:**  $m = 20 \text{ мкг}$

**ЗАВДАННЯ 30.** Обчислите різницю  $\Delta p$  між тиском усередині пухирця повітря діаметром  $d = 0,5$  мм, що потрапив у кровоносну судину, і атмосферним тиском, не беручи до уваги гідростатичний тиск крові. Поверхневий натяг крові  $\sigma = 58$  мН/м.

**Дано:**

$$d = 0.5 \text{ мм}$$

$$\sigma = 58 \text{ мН/м}$$

**Знайти:**

$\Delta p$ -?

**Розв'язок:**

$$\Delta p = \frac{2\sigma}{R} ; \quad \Delta p = \frac{4\sigma}{d}$$

$$\Delta p = \frac{58 \cdot 10^{-6} \text{ Н/м}}{0.0005 \text{ м}} = 464 \text{ Па}$$

**Відповідь:**  $\Delta p = 464 \text{ Па}$

**ЗАВДАННЯ 31.** Визначите коефіцієнт поверхневого натягу  $\sigma$  крові, якщо в капілярі діаметром  $d = 1$  мм вона піднімається на висоту  $h = 2,25$  см. Щільність крові  $\rho = 1050$  кг/м<sup>3</sup>. Змочування вважати повним.

**Дано:**

$$d = 1 \text{ мм}$$

$$h = 2.25 \text{ см}$$

$$\rho = 1050 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$\sigma$ -?

**Розв'язок:**

$$h = \frac{2\sigma \cos\theta}{\rho \cdot g r} ; \quad \sigma = \frac{h r \rho \cdot g}{2 \cos\theta}$$

$$\sigma = \frac{0.0225 \text{ м} \cdot 0.0005 \text{ м} \cdot 1050 \cdot 9.8 \text{ м/с}^2}{2 \cdot \cos 0} = 0.058 \text{ Н/м} = 58 \text{ мН/м}$$

**Відповідь:**  $\sigma = 58 \text{ мН/м}$

**ЗАВДАННЯ 32.** До кістки прикладена навантаження, що відповідає масі  $m = 5$  кг. Визначте подовження  $\Delta l$  кістки, при її початковій довжині  $l_0 = 20$  см та діаметрі поперечного перерізу  $d = 8$  мм, модуль пружності Юнга  $E = 196$  ГПа.

**Дано:**

$$m = 5 \text{ кг}$$

$$l_0 = 20 \text{ см}$$

$$d = 8 \text{ мм}$$

$$E = 10^9 \text{ Па}$$

**Знайти:**

$\Delta l$  - ?

**Розв'язок:**

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S};$$

$$\Delta l = \frac{l_0}{E} \cdot \frac{4mg}{\pi d^2}$$

$$\Delta l = \frac{0.2 \text{ м}}{10^9 \text{ Н/м}^2} \cdot \frac{4 \cdot 5 \text{ кг} \cdot 9.8 \text{ м/с}^2}{3.14 \cdot (0.008 \text{ м})^2} = 0.0002 \text{ м} = 0.2 \text{ мм}$$

**Відповідь:**  $\Delta l = 0.2 \text{ мм}$

**ЗАВДАННЯ 33.** Залізний стрижень має діаметр поперечного перерізу  $d = 5$  мм. Яку силу  $F$  потрібно прикласти, щоб отримати таке ж подовження, як при його нагріві на  $\Delta t = 50$  °С? Так, температурний коефіцієнт лінійного розширення для заліза  $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$ , модуль Юнга  $E = 196$  ГПа.

**Дано:**

$$D = 5 \text{ мм}$$

$$\Delta t = 50 \text{ °С}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1}$$

$$E = 196 \cdot 10^9 \text{ Па}$$

**Знайти:**

$F$  - ?

**Розв'язок:**

$$T = 273 \text{ К} + \Delta t = 323 \text{ К}; \quad l = l_0(1 + \alpha \cdot t)$$

$$\Delta l = l - l_0 = l_0 \alpha \cdot t = l_0 \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{S} \Rightarrow l_0 \alpha \cdot t = \frac{l_0 F}{ES}$$

$$S = \pi \cdot r^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$\alpha T = \frac{1}{E} \cdot \frac{4F}{\pi d^2}$$

$$F = \frac{2 \cdot 3.14 \cdot (1.2 \cdot 10^{-5} \text{ К}^{-1})^2 \cdot 323 \text{ К} \cdot 196 \cdot 10^9 \text{ Н/м}^2}{4 \cdot 0.0025 \text{ м}} = 2300 \text{ Н}$$

**Відповідь:**  $F = 2300 \text{ Н}$

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

**ЗАВДАННЯ 34.** Один кінець мідного стержня довжиною  $l=25$  см перебуває при температурі  $t_1=0^\circ\text{C}$ , а інший-при температурі  $t_2=50^\circ\text{C}$ . Обчислите щільність теплового потоку  $I_Q$ , що проходить через стержень, без огляду на втрати тепла через стінки стержня. Коефіцієнт теплопровідності міді  $k = 390$  Вт/(м·К).

**Дано:**

$$l=25\text{см}$$

$$t_1=0^\circ\text{C}$$

$$t_2=50^\circ\text{C}$$

$$k = 390 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot\text{К})$$

**Знайти:**

$$I_Q=?$$

**Розв'язок:**

$$g = -k \frac{dT}{Dl} \cdot S; \quad T = 273\text{K} + t$$

$$I_Q = \frac{g}{S} = -k \frac{dT}{Dl}; \quad I_Q = -k \frac{(T_1 - T_2)}{l}$$

$$I_Q = -390 \text{ Вт}/\text{м}\cdot\text{К} \cdot \frac{(273\text{K} - 323\text{K})}{0.25\text{м}} = 78000 \text{кВт}/\text{м} = 78 \text{кВт}/\text{м}$$

**Відповідь:**  $I_Q=78\text{кВт}/\text{м}$

**ЗАВДАННЯ 35.** Обчисліть питому теплоємність  $C_m$  платини.

**Дано:**

$$M=0.195\text{кг}/\text{моль}$$

$$R=8.31 \text{ Дж}/\text{моль}\cdot\text{К}$$

**Знайти:**

$$C_m=?$$

**Розв'язок:**

$$C_m = \frac{C_\mu}{M}, \text{ де } C_\mu - \text{ молярна теплоємність; } M -$$

молярна маса по закону Дюлонга-Пті:  $C_\mu=3\cdot R$

$$C_m = \frac{3\cdot R}{M}$$

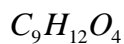
$$C_m = \frac{3\cdot 8.31 \text{ Дж}/\text{моль}\cdot\text{К}}{0.195\text{кг}} = 128 \text{ Дж}/\text{кг}\cdot\text{К}$$

**Відповідь:**  $C_m = 128 \text{ Дж}/\text{кг}\cdot\text{К}$

**ЗАВДАННЯ 36.** Знайдіть число  $n_{\text{кол}}$  коливальних ступенів волі молекули аспірину  $\text{C}_9\text{H}_8\text{O}_4$ .

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

**Дано:**



**Знайти:**

$$n_{kol} - ?$$

**Розв'язок:**

$$n_{kol} = 3k - 6$$

$$k = 9 + 12 + 4 = 21$$

$$n_{kol} = 3 \cdot 21 - 6 = 57$$

**Відповідь:**  $n_{kol} = 57$

**ЗАВДАННЯ 37.** Скільки молекул ідеального газу втримується в пробірці місткістю  $V = 10 \text{ см}^3$  при нормальному атмосферному тиску й температурі  $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ?

**Дано:**

$$t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$V = 10 \text{ см}^3$$

$$P = 1.01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

**Знайти:**

$$N - ?$$

**Розв'язок:**

3 рівняння Менделєєва-Клапейрона

$$PV = \nu RT$$

$$\nu = \frac{V}{V_m}$$

$$N = \nu N_A \Rightarrow N = \frac{V}{V_m} N_A$$

$$N = \frac{10 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3}{24,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 / \text{ моль}} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 2,5 \cdot 10^{20}$$

**Відповідь:**  $N = 2,5 \cdot 10^{20}$  молекул

**ЗАВДАННЯ 38.** Обчисліть щільність  $\rho$  азоту при температурі  $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$  та нормальному атмосферному тиску.

## Приклади вирішення завдань для самоперевірки

**Дано:**

$$t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$V_m = 24,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$M = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$$

**Знайти:**

$$\rho - ?$$

**Розв'язок:**

$$\rho = \frac{m}{V}; \quad \rho = nRT; \quad n = \frac{P}{RT}; \quad v = \frac{N}{N_A}$$

$$V = V_m v = \frac{PV_m}{RTN_A}; \quad v = \frac{P}{RTN_A}$$

$$m = Mv = \frac{MP}{RTN_A}$$

$$\rho = \frac{MP}{RTN_A V} = \frac{MP \cdot RTN_A}{RT \cdot PV_m} \quad \rho = \frac{M}{V_m}$$

$$\rho = \frac{M}{V_m} = \frac{28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}}{24,1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3} = 1,15 \text{ кг/м}^3$$

**Відповідь:**  $\rho = 1,15 \text{ кг/м}^3$

**ЗАВДАННЯ 39.** Обчислите середню енергію  $E_{\text{пост}}$  поступального руху молекул газу, що займає об'єм  $V = 5$  л при тиску  $p = 100$  кПа.

**Дано:**

$$V = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$$

$$P = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

**Знайти:**

$$E - ?$$

**Розв'язок:**

$$E_{\text{пост}} = \frac{1}{2} kT = \frac{7R}{2N_A} T = N \frac{7R}{2N_A} T = \frac{7}{2} vRT$$

$$v = \frac{N}{N_A} \quad PV = vRT$$

$$PV = \frac{7N}{2N_A} RT \quad E_{\text{пост}} = \frac{2}{7} PV$$

$$E_{\text{пост}} = \frac{2}{7} \cdot 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 150 \text{ Дж}$$

**Відповідь:**  $E_{\text{пост}} = 150 \text{ Дж}$

**ЗАВДАННЯ 40.** Деякий газ перебуває при нормальному атмосферному тиску й має щільність  $\rho = 1,3$  кг/м<sup>3</sup>. Обчислите найбільш імовірну швидкість  $v_{\text{впр}}$  руху його молекул.

**Дано:**

$$P = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$\rho = 1,3 \text{ кг/м}^3$$

**Знайти:**

$$v_{\text{IM}} - ?$$

**Розв'язок:**

$$v_{\text{IM}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad M = mN_A$$

$$P = \frac{\rho RT}{M}; \quad \rho = \frac{PM}{RT}; \quad \frac{RT}{M} = \frac{P}{\rho}$$

$$v_{\text{IM}} = \sqrt{\frac{2P}{\rho}}$$

$$v_{\text{IM}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Па}}{1,3 \text{ кг/м}^3}} = 395 \text{ м/с}$$

**Відповідь:**  $v_{\text{IM}} = 395 \text{ м/с}$



## ПЕРЕЛІК КОНТРОЛЬНИХ ПИТАНЬ

1. Біомеханіка. Важелі в опорно-рухомій системі людини. Механічні коливання.
2. Фізичні основи звукових методів дослідження в медицині.
3. Ефект Короткова і принципи побудови приладів на його основі.
4. Акустичні властивості твердих тіл і біологічних тканин.
5. Ультразвукові діагностичні прилади. Структурна схема.
6. Проходження, відбиття, затухання ультразвуку в біологічній тканині.
7. Акустичні процеси в живому організмі.
8. Фізичні основи м'язових скорочень.  
Будова біологічних тканин.
9. Дозиметрія. Дози. Радіометри. Структурна схема
10. Структура м'язового волокна та його функціональна схема.
11. Інфразвук і вібрація. Апарати вібраційної терапії.
12. Методика вимірювання та зняття кардіограм.
13. Електродинамічні процеси в біологічному середовищі.
14. Ультразвукова діагностична система. Функціональна схема.
15. Акустичні явища. Таблиця звукових вимірів. Фізика слуху.
16. Ультразвукові коливання. Параметри та рівняння.
17. Фізичні основи акустодіагностики. Структурна схема.
18. Прилади для вимірювання тиску крові аускультативним і осцилометричним методами. Шуми Короткова.
19. Фізика слуху. Межі чутності та больових відчуттів.
20. Класифікація частотних інтервалів в медицині.
21. Структурні схеми вимірювання артеріального тиску крові.  
Гемодинаміка.
22. Прямий і зворотній п'єзоефект та їх медико-біологічне використання.

23. Типи ультразвукових перетворювачів і їх структура.
24. Біофізика системи кровообігу. Реологічні і гемодинамічні характеристики.
25. Фізичні основи тонометрії. Функціональна схема.
26. Ультразвукові терапевтичні та діагностичні установки.
27. Фізичні принципи електрокардіографії та опис ЕКГ.
28. Механічна робота людини. Ергометрія. Перевантаження і невагомість.
29. Характеристика слухових відчуттів. Звукові виміри. Закон Вебера-Фехнера
30. Вимірювання швидкості кровотоку. Доплерометрія. Ультразвукова витратометрія.
31. Гемодинаміка. Формула Пуазейля. Ламінарні і турбулентні течії.
32. Модель Ейтховина.
33. Рентгенодіагностика. Дозиметрія. Принцип роботи та опис структурної схеми радіометра.
34. Термодинаміка біологічних процесів та її закони.
35. Магнітне поле. Закон Біо-Савара-Лапласа. Магнітобіологія.
36. Акустичні процеси в біотканинах. Акустичний опір. Коефіцієнт затухання
37. Принципи та схеми ультразвукової діагностики. Методи сканування.
38. Модель Франка. Пульсова хвиля. Переміщення речовин по капілярній сітці.
39. Лазери і їх використання в медицині. Електронно-парамагнітний резонанс.
40. Рівняння Теорелла.
41. Дія постійного струму на тканини організму. Гальванізація. Електрофорез.
42. Структура рентгенівської трубки. Види рентгенівського

випромінювання.

43. Взаємодія рентгенівського випромінювання з речовиною.

44. Фізичні процеси в біологічних тканинах при впливі струмом і електромагнітними полями.

45. Аналіз і особливості поширення ультразвуку в біологічних тканинах.

46. Акустичний сигнал і спектр ультразвукової хвилі. Інтенсивність та коефіцієнт затухання.

47. Захист від іонізуючого випромінювання. Дози та коефіцієнт поглинання. Радіометр.

48. Принципи побудови, структурні схеми апаратів для магнітотерапії та дарсонвалізації.

49. Властивості рідин. Гідродинаміка і гемодинаміка. Гідравлічний опір.

50. Принципи побудови і функціонування приладів ультразвукової діагностики.

51. Рентгенодіагностика, випромінювання та методи контролю. Одиниці виміру.

52. Будова і властивості біологічних тканин. М'язи, кістки, шкіра, судини.

53. Прилади і методи електрокардіографії. Кардіографічні відведення

54. Біофізика системи кровообігу. Метод швидкого осідання еритроцитів.

55. Діагностичні ультразвукові прилади. Структурна схема ехотомоскопа.

52. Гальмівне і характеристичне рентгенівське випромінювання.

53. Вимірювання параметрів кровотоку.

54. Електричне поле. Електричний струм. Диполь серця.

55. Особливості ультразвукових досліджень. Ехотомоскоп.

56. Аналіз структури електрокардіографа.

57. Тепловіддача організму. Інфрачервоне випромінювання і його застосування в медицині
58. Лазери в медицині.
59. Іонізуюче випромінювання і вимірювання його параметрів.
60. Теплове випромінювання тіл. Енергетична світимість. Закон Стефана-Больцмана.
61. Особливості біологічних об'єктів як термодинамічних систем.
62. Ультрафіолетове випромінювання і його застосування в медицині.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Азнакаєв Е.Г. Біофізика: Навч. посіб.- К.: Книжкове вид-во НАУ, 2005.-308 с.
2. Акустичні медичні прилади: метод. вказівки до викон.курс. проекту та розрахунково - граф. Роботи для студ.напрямку підготовки 6.051003 «Приладобудування»/Уклад.: М.Ф.Терещенко, Г.С. Тимчик, І.О.Яковенко - К.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка» 2016.- 176 с.
3. Антонов В.Ф. Физика и биофизика: Учебник/ В.Ф.Антонов, А.М.Черныш, Е.К.Козлова, А.В. Коржуев. Под редакцией В.Ф. Антонова.- М.: ГЭОТАР – Медицина, 2008 – 480 с.: ил.
4. Биомеханика сердечной мышцы.-М.:Наука, 1981.-326с.: ил.
5. Биофизика: Учеб. дл студ. высш. учеб. заведений. – Б63 М.: Гуманит. изд. цент ВЛАДОС, 1999. – 288 с.
6. Біофізика: П.Г. Костюк, В.Л. Зима, І. С. Магура та ін.; За ред. П.Г. Костюка.-К.: Обереги, 2001.- 544 с.: іл.
7. Біофізика в задачах та прикладах: навч. посіб./ В. С. Антонюк, Г. С. Тимчик, М. О. Бондаренко та ін. - К.: НТУУ «КПІ», 2015. - 208 с. - Бібліогр.: с. 195-197.
8. Біофізика і біомеханіка [Текст]: підруч./ В.С.Антонюк, М.О Бондаренко., В.А.Ващенко та ін.- К.: НТУУ"КПІ", 2012.- 344 с.
9. Біофізика. Фізичні методи аналізу та метрологія/За ред. Е.І.Личковського, В.О.Тиманюка. - Вінниця, Нова Книга, 2014.
10. Волобуев А.Н. Основы медицинской и биологической физики. Самарский дом печати. 2011.
11. Волькенштейн М.В. Общая биофизика. - Монография. – М.: Наука, 1978. – 592 с.

12. Джексон М.Б. Молекулярная та клеточная биофизика/ М.Б. Джексон; пер. с англ. – М.: Мир; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.- 551 с. : ил.
13. Ємчик Л.Ф. Основи біологічної фізики і медична апаратура: підруч. - 2 вид., випр. К.: Медицина, 2014. - 392 с.
14. Ємчик Л.Ф., Кміт Я.М. Медична і біологічна фізика: Підруч.-Львів: Світ, 2003.
15. Кашуба В.А. Биомеханика осанки. - К: Олимпийская литература, 2003.-280 с.: ил.
16. Корнющенко Г. С. Медична та біологічна фізика: практикум : навчальний посібник: у 2 ч./ Г. С. Корнющенко, У. С. Швець, Л. Ф. Суходуб. – Суми: Сумський державний університет, 2017. – Ч. 1. – 186 с.
17. Лещенко В.Г., Ильич Г.К. Медицинская и биологическая физика: Учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2012. - 552 с.
18. Линденбратен Л.Д., Королюк И.П. Медицинская радиология и рентгенология (основы лучевой диагностики и лучевой терапии): Учебник –М.: Медицина, 1993-560 с., ил.
19. Літнарівч Р.М. Біофізика. Медична фізика, теоретична і прикладна фізика. Збірник задач. МЕНУ, Рівне - 2011, 205с.
20. Лопушанський Я. Й. Збірник задач і запитань з медичної і біологічної фізики: навч. посіб. для студ. вищ. мед. навч. закл. III-IV рівня акредитації/ Я. Й. Лопушанський; Львів. нац. мед. ун-т ім. Д. Галицького, Львів. мед. ін-т. - вид. 3-є, доп. та випр. - Вінниця: Нова Кн., 2010. - 583 с. - Бібліогр: с. 582-583.
21. Терещенко М.Ф. Біофізика: підручник/ М.Ф. Терещенко, Г. С.Тимчик, І.О. Яковенко. - Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2019.- 444 с.
22. М.Ф. Терещенко, Г. С.Тимчик, М.В. Чухраєв, А.Ю. Кравченко, Ультразвукові фізіотерапевтичні апарати та

- пристрої: монографія. Київ.: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2018. - 184 с.
23. Мурашко В.В., Струтинский А.В. Электрокардиография. Учебное пособие - 5-е издание - М.: МЕДпресс-информ, 2001 - 312 с.: ил.
24. Осипов Л.В. Ультразвуковые диагностические приборы: Практическое руководство для пользователей. - М.: Видар, 1999. - 256 с.: ил.
25. Основи гемодинаміки/ Гуревич М. И., Берштейн С. А.- Київ: Наук. Думка, 1979.-232с.
26. Основы рентгенодиагностической техники. Под редакц. Н.Н.Блинова: Учебное пособие. - И.: Медицина, 2002 - 392 с.
27. Посудін Ю.І. Лабораторний практикум і збірник задач із дисципліни «Фізика з основами біофізики»: Навчальний посібник.-К: Арістей, 2004.-180с.
28. Ремизов А.Н. и др. Сборник задач по медицинской и биологической физике: Учеб. пособие для мед. вузов.-М.: Высш. шк.. 1987. 159 с.: ил.
29. Ремизов А.Н. Медицинская и биологическая физика: Учеб.для мед. спец. вузов - 3-е изд. испр.-М.: Висш. Школа, 1999 - 616 с.: ил.
30. Самойлов В.О. Медицинская биофизика: Ученик/ В.О.Самолов. СПб: Спец.Лит, 2004. - 496с.: ил.
31. Системы комплексной электромагнитотерапии: Учебное пособие для вузов (Под ред. А.М.Беркутова и др.) М: Лабор.Базовых Знаний, 2000г. - 376 с.: ил.
32. Техника и методика физиотерапевтических процедур (справочник)/ Под ред. В.М.Богомолова. Тверь: Губернская медицина, 2002. И. 403, с 408
33. Тиманюк В.А., Животова Е.Н. Биофизика: Учебник.- 2 -е издание. - К.: ИД «Професионал», 2004.-704 с.

34. Чалий О.В., Агапов Б.Т., Меленевська А.В., та ін. Медична і біологічна фізика: Підручник для студентів вищих медичних закладів освіти III-IV рівнів акредитації.-К.: ВІПОЛ, 2001.-415 с.
35. Чалий О.В. та ін. Медична і біологічна фізика. Практикум.-К.: Книга плюс. 2003.-217с.
36. Яненко О.П. Метрологія медичної та біологічної апаратури: Навчальний посібник.- Житомир: ЖІТІ, 1998.-158 с.



# ДОДАТКИ

## Додаток 1.

### ПРИСТАВКИ ДЛЯ ПОЗНАЧЕННЯ ПОХІДНИХ ОДИНИЦЬ МЕТРИЧНИХ СИСТЕМ, КРАТНИХ І ДОЛЬНИХ ГОЛОВНІЙ ОДИНИЦІ

Приста́вка	Мно́жник	Скорочене позначення		Приста́вка	Мно́жник	Скорочене позначення	
		Російське	Між-народне			Російське	Між-народне
дека	10	да	da	деци	10	д	d
гекто	10 <sup>2</sup>	г	h	санти	10 <sup>2</sup>	з	z
кіло	10 <sup>3</sup>	до	do	мілі	10 <sup>3</sup>	м	m
мега	10 <sup>6</sup>	М	M	мікро	10 <sup>6</sup>	мк	m
гіга	10 <sup>9</sup>	Г	G	нано	10 <sup>9</sup>	н	n
тера	10 <sup>12</sup>	Т	T	піко	10 <sup>12</sup>	п	p
пета	10 <sup>15</sup>	П	P	фемто	10 <sup>15</sup>	ф	f
екса	10 <sup>18</sup>	Э	E	атто	10 <sup>18</sup>	а	a

## Додаток 2.

### ГРЕЦЬКИЙ АЛФАВІТ

Літери	Назва	Літери	Назва	Літери	Назва
Αα	альфа	Ιι	йота	Ρρ	ро
Ββ	бе́та	Κκ	ка́ппа	Σσ,ς	сі́гма
Γγ	га́ма	Λλ	ла́мбда	Ττ	Та́у
Δδ	де́льта	Μμ	мю́ (мі)	Υυ	і́псілон
Εε	е́псілон	Νν	ню́ (ні)	Φφ	фі́
Ζζ	дзета́	Ξξ	ксі́	Χχ	хі́
Ηη	е́та	Οο	омі́крон	Ψψ	псі́
Θθ	те́та	Ππ	пі́	Ωω	оме́га

## ЛАТИНСКИЙ АЛФАВИТ

Літери	Назва	Літери	Назва	Літери	Назва
Aa	а	Jj	Йот	Ss	ес
Bb	бе	Kk	Ка	Tt	те
Cc	це	Ll	ель	Uu	у
Dd	де	Mm	ем	Vv	ве
Ee	е	Nn	ен	Ww	дабл-ве
Ff	еф	Oo	О	Xx	ікс
Gg	ге	Pp	пе	Yy	ігрик
Hh	аш	Qq	ку	Zz	зет
Ii	і	Rr	ер		

## Додаток 3.

## ФУНДАМЕНТАЛЬНІ ФІЗИКО-ХІМІЧНІ СТАЛІ

Найменування величини	Позначення	Визначальне рівняння	Значення величини
Швидкість світла у вакуумі	$c$	-	$2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Прискорення вільного падіння (стандартне значення)	$g$	-	$9,80665 \text{ м/с}^2$
Гравітаційна стала	$G$	-	$6,6720 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2$
Магнітна стала	$\mu_0$	-	$4\pi \cdot 10^7 \text{ Гн/м}$
Електрична стала	$\varepsilon_0$	$(\mu_0 c^2)^{-1}$	$8,85418782 \cdot 10^{12} \text{ Ф/м}$

Найменування величини	Позначення	Визначальне рівняння	Значення величини
Стала Планка	$h$	-	$6,626176 \cdot 10^{34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Постійна Дираку	$\hbar$	$\frac{h}{2\pi}$	$1,0545887 \cdot 10^{34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Елементарний електричний заряд	$e$	-	$1,6021893 \cdot 10^{19} \text{ Кл}$
Маса спокою електрона	$m_e$	-	$9,109534 \cdot 10^{31} \text{ кг}$
Маса спокою протона	$m_p$	-	$1,6726485 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрона	$m_n$	-	$1,6749543 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Питомий заряд електрона	-	$e/m_e$	$1,7588047 \cdot 10^{11} \text{ Кл/кг}$
Магнетон Бора	$\mu_B$	$e\hbar/2me$	$9,274078 \cdot 10^{24} \text{ Дж/Тл}$
Ядерний магнетон	$\mu_N$	$e\hbar/2mp$	$5,050824 \cdot 10^{27} \text{ Дж/Тл}$
Атомна одиниця маси	<i>a.e.m.</i>	$m(^{12}\text{C})/12$	$1,6605655 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Маса спокою атома водню ( $^1\text{H}$ )	$m_H$	-	$1,67355948 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Маса спокою дейтерію ( $^2\text{H}$ )	$m_D$	-	$3,34454795 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Маса спокою $\alpha$ -частинки ( $^4\text{He}$ )	$m_\alpha$	-	$6,6465849 \cdot 10^{27} \text{ кг}$
Число Авогадро	$N_A$	-	$6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Число Фарадея	$F$	$N_A \cdot e$	$9,648456 \cdot 10^4 \text{ Кл/моль}$
Стала Больцмана	$k$	-	$1,380662 \cdot 10^{23} \text{ Дж/К}$
Універсальна газова стала	$R$	$kN_A$	$8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Молярний об'єм ідеального газу за нормальних умов ( $T=273,15 \text{ К}, p=101325 \text{ Па}$ )	$V_H$	$RT/p$	$22,41383 \cdot 10^3 \text{ м}^3 / \text{моль}$
Число Лошмідта	$N_L$	$N_A / V_H$	$2,686754 \cdot 10^{25} \text{ м}^3$
Стала Рідберга (для атома водню $\text{H}^1_1$ )	$R$	$\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$	$1,097373177 \cdot 10^7 \text{ м}^{-1}$
Радіус першої борівської орбіти	$\alpha_0$	$\frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e}$	$0,52917706 \cdot 10^{10} \text{ м}$
Радіус електрона класичний	$r_e$	-	$2,817938 \cdot 10^{15} \text{ м}$

Найменування величини	Позначення	Визначальне рівняння	Значення величини
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_e$	$h / m_e c$	$2,426311 \cdot 10^{12} \text{ м}$
Магнітний момент електрона	$\mu_e$	-	$9,284777 \cdot 10^{24} \text{ Дж/Тл}$
Магнітний момент протона	$\mu_p$	-	$1,410607 \cdot 10^{26} \text{ Дж/Тл}$
Магнітний момент нейтрона	$\mu_n$	-	$0,966237 \cdot 10^{26} \text{ Дж/Тл}$
Гіромагнітне відношення протона	$\gamma_p$	-	$2,675221 \cdot 10^8 (\text{с} \cdot \text{Тл})^{-1}$
Стала Стефана-Больцмана	$\sigma$	$2\pi^5 k^4 / 15h^3 c^2$	$5,67032 \cdot 10^8 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$
Стала закону зсуву Віна	$c_1$	$hc / Xk^1$	$2,897790 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot \text{К}$
Стала другого закону Віна	$c_2$	$\frac{2\pi X^5 k^5}{h^4 c^3 (e^X - 1)}$	$1,28667 \cdot 10^5 \text{ Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{К}^5)$
Енергія іонізації атома водню	$E_{II}$	$\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2}$	$2,179907 \cdot 10^{18} \text{ Дж} = 1,36058 \text{ еВ}$
1 електрон-вольт	-	-	$1,6021892 \cdot 10^{19} \text{ Дж}$
Абсолютний нуль температури	-	-	$237,15^\circ\text{C}$
Атмосфера нормальна	-	-	$101325 \text{ Па}$
Потрійна точка води	-	-	$273,16 \text{ К}$

## Додаток 4.

## ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ ДЕЯКИХ ТВЕРДИХ ТА В'ЯЗКО-ПРУЖНИХ РЕЧОВИНИ

Речовина	Густина $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Модуль Юнга $E$ , ГПа	Межа механічної міцності [ $\sigma$ ], МПа	Лінійний коефіцієнт термічного розширення $\alpha$ при 20 °С, 10 <sup>-6</sup> /К	Об'ємний коефіцієнт термічного розширення $\beta$ при 20 °С, 10 <sup>-6</sup> /К
Золото	19300	79	140	14,2	42,6
Свинець	11300	18	16	30	90
Срібло	10500	82	140	19	57
Мідь	8890	110	340...450	17	51
Залізо, сталь	7870	196	150	11,1	33,3
Алюміній	2700	70	100	24	72 .
Алмаз	3500	88,2	2000	1	3
Кварц	2650	66	20	0,59	1,77
Скло	2400...5900	50...90	60... 120	4...10	12...30
Кремній	2330	109	320...350	3	9
Лід при 0°С	917	3	1.6...3	1,2	3,6

## Додаток 5.

## ДОВІДНИКОВІ ДАННІ

Середній калоричний еквівалент кисню 20,52 кДж

Енергетична цінність поживних речовин:

- білки 20,1 МДж/кг (4,8 ккал/г)
- жири 39,8 МДж/кг (9,5 ккал/г)
- вуглеводи 17,16 МДж/кг (4,1
- алкоголь 30 МДж/кг (7,2 ккал/г)

## Додаток 6

КОЕФІЦІЄНТ ЗАГАСАННЯ УЛЬТРАЗВУКУ НА ЧАСТОТІ  
ВИМІРЮВАННЯ  $\rho$ 

Речовина, тканина	Частота випромінювання, МГц	Коефіцієнт загасання ультразвуку, $m^{-1}$
Вода	1,0	0,01
Плазма крові	0,87	2,0
Жирова тканина	0,87	4,5
Мозок	0,87	14
Печінка	0,87	15
М'яз	0,87	16
Кістка	0,88	71
Цільна кров	1,0	2,5
Шкіра	1,0	40

## Додаток 7.

ОДИНИЦІ ВИМІРУ І РОЗМІРНОСТІ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН  
ОСНОВНІ ОДИНИЦІ СИСТЕМИ СІ

Величина	Одиниця			
	Назва	Позначення		
		українською	міжнародною	
Довжина	метр	м	m	L
Маса	кілограм	кг	kg	M
Час	секунда	с	s	T
Сила електричного току	ампер	A	A	I
Термодинамічна температура	кельвін	K	K	$\theta$
Сила світла	кандела	кд	cd	J
Кількість речовини	моль	моль	mol	N

## Додаток 8.

## МАТЕМАТИЧНІ СТАЛІ

$\pi = 3,14159265$	$e = 2,71828183$	$\lg e = 0,434294482$
$1/\pi = 0,318309886$	$1/e = 0,367879441$	$\ln 10 = 2,30258509$
$1^\circ = 0,0174\text{рад}$	$1\text{радиан} = 57^\circ 18'$	$\ln 2 = 0,693147181$

## Додаток 9.

Густина  $\rho$  і швидкість звуку  $v$  для деяких речовин і тканин

Речовина, тканина	Густина, $\text{кг/м}^3$	Швидкість звуку, $\text{м/с}$
Вода	1000	1402-1497
Жирова тканина	904	1350-1470
Кістка	1695 - 2000	2500-4300
М'яз	1050	1480-1620
Мозкова тканина	994	1550-1570
Печінка	1053 - 1300	1520-1610
Плазма крові	994 - 1080	1500
Цільна кров	1083	1570
Шкіра	860	1600
М'які тканини	1060	1540
Повітря	1,29	311-343

## Додаток 10.

Значення параметри пружності під час розтягування для біологічних тканин

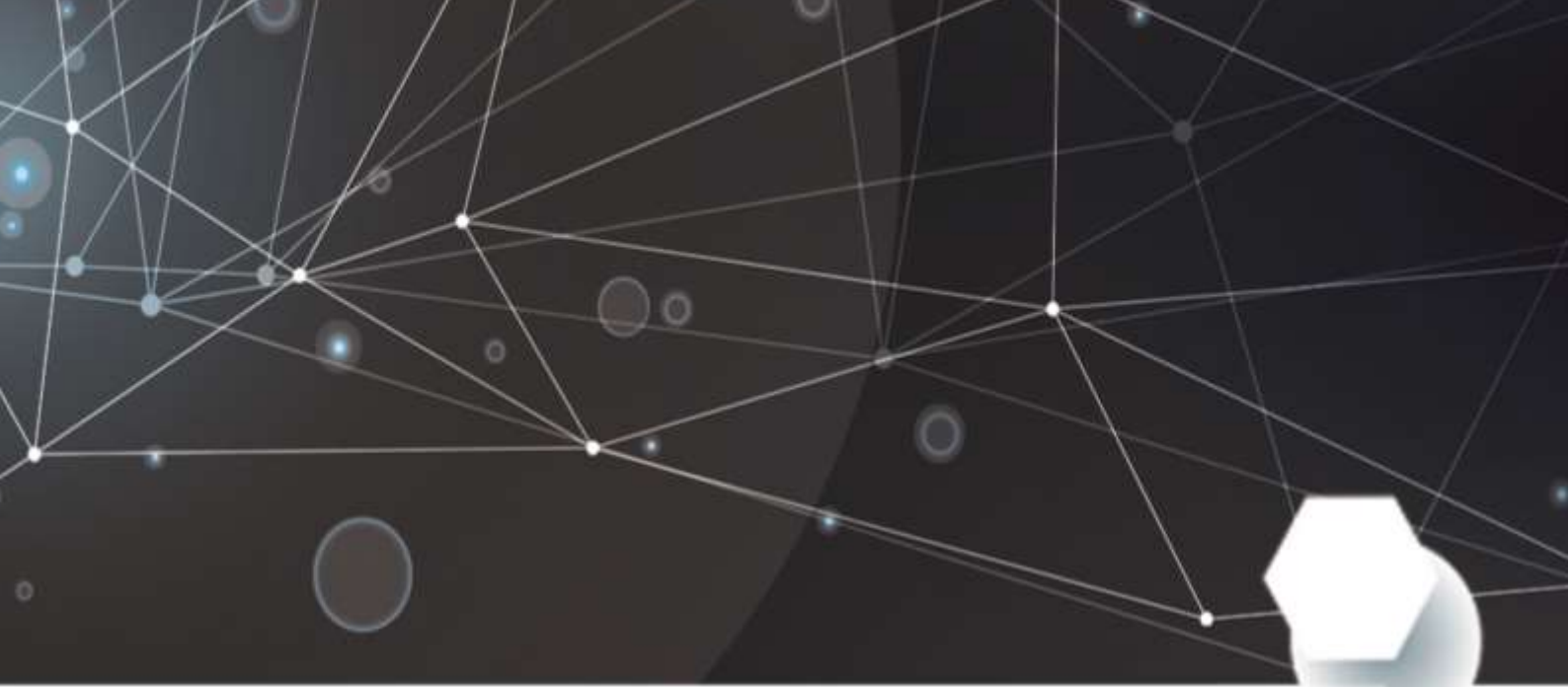
Орган	Межа міцності на розтягування, МПа	Критична деформація, %	Модуль Юнга, МПа
Скелетний м'яз (прямий м'яз черева)	0,11	61	0,02
Серцевий м'яз	0,11	64	0,08
Шлунок (поздовжньо)	0,56	93	0,015
Тонкий кишківник	0,56	43	0,2
Стравохід	0,6	73	0,03
Товстий кишківник	0,69	117	0,02
Коронарні артерії	1,1	64	0,1
Волога губчата кістка (хребець)	1,2	0,6	200
Пуповина	1,5	59	0,7
Порожниста вена (поздовжньо)	1,5	100	0,04
Клапани серця	2,5	15	1
Міжхребцевий диск	2,8	57	2,0
Гаїліновий хрящ (у синовіальному суглобі)	2,9	18	24
Еластичний хрящ (зовн.вухо)	3,1	26	4,5
Хребці	3,5	0,8	410
Шкіра обличчя	3,8	58	0,3
Диск хребта	11	32	6
Нерви	13	18	10
Нігті	18	14	160
Ахіллове сухожилля	54	9,0	250
Компактна стегнова кістка	109	1,4	10 600
Компактна стегнова кістка (стискання)	162	1,8	10 600
Дентин (стискання вологого зразка)	162	4,2	6 000
Волосся (голова)	197	40	12 000



## Додаток 11.

## Електромагнітне випромінювання, його види та дія на людину

Параметр	Радіохвилі, короткі, середні, довгі, ВЧ, НЗВЧ	Інфр. червон. випромінювання	Видиме світло	Іонізуюче випромінювання		
				Ультрафіолетове	Рентгенів.	Гамма-випромін.
Довжина хвилі, м	$10^8 \dots 10^{-3}$	$10^{-3} \dots 7,6 \cdot 10^{-7}$	$7,6 \cdot 10^{-7} \dots 3,8 \cdot 10^{-7}$	$3,8 \cdot 10^{-7} \dots 10^{-8}$	$10^{-7} \dots 10^{-12}$	$10^{-10} \dots 10^{-13}$ і менше
Смуга частот, Гц	$3 \dots 3 \cdot 10^{11}$	$3 \cdot 10^{11} \dots 3,95 \cdot 10^{14}$	$3,95 \cdot 10^{14} \dots 7,9 \cdot 10^{14}$	$7,9 \cdot 10^{14} \dots 3 \cdot 10^{16}$	$3 \cdot 10^{15} \dots 3 \cdot 10^{20}$	$3 \cdot 10^{18} \dots 3 \cdot 10^{21}$ і більше
Енергія кванту, еВ	$1,24 \cdot 10^{14} \dots 1,24 \cdot 10^{-3}$	$1,24 \cdot 10^{-3} \dots 1,63$	$1,63 \dots 3,27$	$3,27 \dots 1,24 \cdot 10^2$	$12,4 \dots 1,24 \cdot 10^6$	$1,24 \cdot 10^4 \dots 1,24 \cdot 10^7$ і вище
Дія на речовину	Виникнення струмів провідності; поляризація діелектриків. тепловий ефект	Коливання ядер і обертання молекул	Збудження молекул	Збудження і іонізація молекул	Іонізація із-за фото - та і Комптон-ефекту	Іонізація із-за фото - і Комптон-ефект, утворення пари
Біологічний ефект	Порушення водневих зв'язків і гідрофобних взаємодій; зміна гідратації і конформації макромолекул	Тепловий ефект. Активація терморепторів у тварин	Зорові реакції у тварин; фотосинтез у рослин	Синтез вітаміну та меланіну в людини. Канцерогенез бактеріцидним ефект.	Первинні і вторинні радіобіологічні ефекти, які призводять до пошкодження окремих біологічно важливих молекул і організму в цілому	
Застосування в терапії	Лікувальний нагрів УВЧ і НВЧ-хвилями (УВЧ і НВЧ-терапія)	ІК-прогрівання	Лазерна терапія	УФ-терапія шкірних і онкологіч. захворюєв.	Рентгено-терапія	γ-терапія
Діагностика	Тепловізори		Люмінісценція		Томографія, рентгендіагностика	Радіонуклідистика



В навчальному посібнику приведено практичні роботи в задачах з дисципліни «Біофізика» і короткі відомості, формули та рівняння з фізичних, фізико-хімічних, фізіологічних процесів в біологічному середовищі. Надано контрольні запитання, тести для вивчення та засвоєння основних розділів курсу, самоконтролю та самостійної роботи. Приведено довідковий матеріал для розв'язання задач і розуміння процесів в живому організмі та систематизовано матеріали з реакції біологічного об'єкта на фізичні поля та сигнали.

Навчальний посібник розраховано на студентів та аспірантів вищих навчальних закладів з інженерно-медичного та біологічного напрямків підготовки, а також наукових та інженерно-технічних працівників, фахівців медичного приладобудування та фізіотерапії.

