

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Н. С. Ремез**

**ВЗАЄМОДІЯ ВИБУХОВИХ ХВИЛЬ З  
ГРУНТАМИ І ЕЛЕМЕНТАМИ  
ТЕХНОУРБООКОСИСТЕМ**

**МОНОГРАФІЯ**

Київ  
КПІ ім. Ігоря Сікорського  
2019

УДК 622.083+721.011

ББК 33.133вб

Р37

Рекомендовано до друку Вченою радою  
Національного технічного університету України  
«Київський політехнічний інститут»  
(Протокол № 6 від 27 травня 2019 р.)

Рецензенти:

**В.Ф. Мейш**, д-р ф.-м. наук, проф., Інститут механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України;

**Н.С. Городецька**, д-р ф.-м. н. наук, проф., Інститут гідромеханіки НАН України

**Ремез Н.С.** Взаємодія вибухових хвиль з ґрунтами і елементам техноурбоекосистем / Н.С. Ремез. – Київ: Центр учбової літератури, 2019. – 335 с.

**Р37**

**ISBN**

Наведено результати досліджень хвильових процесів під час дії вибухів зарядів у однорідних та шаруватих ґрунтових масивах з урахуванням елементів техноурбоекосистем за допомогою чисельних розрахунків на основі розроблених математичних моделей, алгоритмів та програм для ПК.

Для наукових працівників, викладачів, аспірантів, студентів, а також широкого кола спеціалістів з метою використання під час досліджень стійкості елементів техноурбоекосистем при дії вибухів зарядів вибухових речовин у ґрунтах і гірських породах

ISBN

© Н.С. Ремез. 2019

© Видавництво «Центр учбової літератури»

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1. СУЧАСНИЙ СТАН ДОСЛІДЖЕНЬ ВПЛИВУ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ҐРУНТИ І ЕЛЕМЕНТИ КОНСТРУКЦІЙ В НИХ.....	7
1.1. Аналіз відомих результатів досліджень по динамічній деформації ґрунтів енергією вибуху.....	7
1.2. Аналіз публікацій по динамічній поведінці оболонкових конструкцій при імпульсних навантаженнях .....	15
1.3 Аналіз відомих публікацій по взаємодії ударних хвиль з елементами конструкцій і оточуючими середовищами .....	21
2.1. Модель ґрунту як твердого пористого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості .	28
2.2. Вплив змінного коефіцієнта в'язкості на особливості деформування багатокомпонентного в'язкопластичного середовища при різних режимах навантаження.....	37
3. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО В'ЯЗКОПЛАСТИЧНОГО СЕРЕДОВИЩА ІЗ ЗМІННОЮ В'ЯЗКІСТЮ ПРИ ВИБУХАХ КАМУФЛЕТНИХ ЗАРЯДІВ.....	56
3.1. Поширення циліндричних вибухових хвиль в багатокомпонентному в'язкопластичному ґрунтовому середовищі із змінною в'язкістю з урахуванням хвильових процесів в продуктах детонації .....	57
3.2. Метод і алгоритм розрахунку хвильових процесів в продуктах детонації і ґрунті при камуфлетних вибухах .....	61
3.3. Аналіз результатів розрахунку поширення циліндричних вибухових хвиль в багатокомпонентному в'язкопластичному ґрунтовому середовищі із змінною в'язкістю.....	67
3.4. Вплив змінного коефіцієнта в'язкості на трансформацію сферичних вибухових хвиль в багатокомпонентному в'язкопластичному ґрунтовому середовищі .....	75
3.5. Трансформація сферичних вибухових хвиль при промерзанні ґрунтів....	81
4. ВЗАЄМОДІЯ ОДНОВІМІРНИХ УДАРНИХ ХВИЛЬ В ҐРУНТАХ З НЕОДНОРОДНОСТЯМИ І ЕЛЕМЕНТАМИ КОНСТРУКЦІЙ.....	96
4.1. Чисельне дослідження відбиття ударних хвиль від нерухомої перешкоди в ґрунті при вибухах циліндричних зарядів вибухових речовин.....	96
4.2. Моделювання циліндричних ударних хвиль в шаруватому ґрунтовому масиві.....	104
4.3. Деформація товстостінних циліндричних оболонок з пористим заповнювачем при внутрішньому вибуховому навантаженні .....	108
4.4. Поведінка пружнопластичності двошарової сферичної оболонки в ґрунтовому середовищі при внутрішньому вибуховому навантаженні.....	117
4.5. Напружено- деформований стан ґрунту при вибуху циліндричного заряду в заповненою рідиною порожнини .....	122

5. ДВОВИМІРНІ ВИБУХОВІ ХВИЛІ В ҐРУНТОВИХ МАСИВАХ.....	144
5.1. Чисельне моделювання динамічної поведінки багатокомпонентного в'язкопластичного середовища зі змінним коефіцієнтом в'язкості під дією вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини .....	144
5.2. Алгоритм і метод розрахунку двовимірних хвилевих процесів в багатокомпонентному в'язкопластичному середовищі.....	148
5.3. Результати чисельного розв'язку задачі про дію вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини в багатокомпонентному в'язкопластичному середовищі зі змінним коефіцієнтом в'язкості.....	171
6. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ УДАРНИХ ХВИЛЬ З ЕЛЕМЕНТАМИ КОНСТРУКЦІЙ В ҐРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ.....	185
6.1. Постановка динамічних задач теорії оболонок типу Тимошенко .....	185
6.2. Упругов'язкопластична поведінка гладких і підкріплених оболонок обертання при нестационарному навантаженні.....	197
6.3. Чисельний алгоритм розв'язування початково-крайових задач для оболонок з урахуванням дискретності ребристого заповнювача .....	203
6.4. Динамічна деформація підкріпленої циліндричної оболонки під дією ударного навантаження .....	222
6.5. Взаємодія тонкої циліндричної оболонки з навколишнім ґрунтовим масивом при внутрішньому вибуховому навантаженні .....	226
6.6. Нестационарна взаємодія циліндричної оболонки з ударними хвилями при вибуху сферичного заряду в ґрунтовому масиві .....	230
6.7. Динамічна поведінка шаруватої циліндричної оболонки в ґрунтовому масиві при вибуховому навантаженні .....	234
7. МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ УДАРНИХ ХВИЛЬ З ЕЛЕМЕНТАМИ ТЕХНОУРБОЕКосИСТЕМ .....	249
7.1. Моделювання взаємодії вибухових хвиль з підземним трубопроводом.	249
7.2. Динамічна взаємодія сейсмовибухових хвиль з ґрунтовою основою та багатоповерховими будинками .....	264
7.3. Чисельне моделювання взаємодії сейсмовибухових хвиль з шаруватими ґрунтовими основами та багатоповерховими будівлями.....	270
7.4. Моделювання дії повітряно-ударних хвиль на живі організми під час вибухів зарядів сумішевих вибухових речовин.....	275
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	290

## ВСТУП

У нашій країні поряд з розвитком фундаментальних досліджень широкий розвиток отримали роботи по прикладних проблемах, що дозволило розвивати нові прогресивні технології в різних галузях народного господарства України. Зокрема, методи, засновані на використанні вибухових і ударних впливів, отримали широке застосування в гірничій справі і геологорозвідці, в різних галузях будівельного виробництва, де необхідно проведення величезних обсягів земляних робіт таких, як видобуток корисних копалин, створення котлованів і підземних порожнин, зведення гребель і насипів, проходка свердловин, ущільнення ґрунтів. Технології, що використовують енергію вибуху зарядів хімічних вибухових речовин (ВР), часто (можна сказати, в більшості випадків) застосовуються в складних гірничо-геологічних умовах, в тому числі в шаруватих, водонасичених і мерзлих ґрунтах. При поширенні вибухових хвиль в ґрунтових масивах також відбувається їх взаємодія з різними неоднорідностями, такими як перешкоди, елементи конструкцій і інші об'єкти, що охороняються.

При цьому виникає необхідність достовірної оцінки ресурсів міцності для раціонального проектування і експлуатації конструкцій на основі уточненого знання нестационарної взаємодії конструкції з оточуючими і заповнюючими їх середовищами. Ці обставини зумовлюють необхідність вдосконалення відомих і створення нових методів управління енергією вибуху на основі сучасних знань про складні процеси, що відбуваються при вибухах в цих середовищах.

В даний час основні наукові результати по дослідженню механічного впливу енергії вибуху на ґрунтові масиви отримані на підставі теоретичних і експериментальних досліджень, спрямованих на створення і обґрунтування моделей динамічного деформування неводонасичених і водонасичених ґрунтів, на підставі яких було вирішено ряд динамічних хвильових задач. У монографії проведено обґрунтування моделі ґрунту як твердого пористого багатокомпонентного в'язкопластического середовища зі змінним коефіцієнтом

в'язкості та використання її для вирішення нових зв'язаних задач про поширення вибухових хвиль у ґрунтах з неоднорідностями і елементами техноурбосистем.

Існують два основних підходи при вирішенні задач деформування конструкцій зовнішніми силами. Більшість дослідників нехтують зв'язком зовнішніх сил з об'єктом, що деформується, тоді зв'язана задача розпадається на дві незалежні: 1) задачу визначення зовнішнього навантаження на конструкцію, як на абсолютно тверде тіло; 2) задачу деформування тіла під дією знайденого навантаження. Однак експерименти і практичний досвід показують, що зовнішні сили самі істотно залежать від деформування тіла, і тому нехтувати цим зв'язком не можна.

Цей зв'язок є дуже істотним в динамічних процесах деформування тонкостінних оболонкових конструкцій, що взаємодіють з ґрунтовими середовищами, під дією вибухових і ударних навантажень. Інтенсивні впливи призводять до таких нелінійних ефектів, як великі зміщення елементів конструкцій, незворотні деформації і порушення суцільності ґрунтового середовища, його відрив від конструкції тощо.

Математичне формулювання проблеми нестационарної взаємодії ударних хвиль з стисливими однорідними і шаруватими ґрунтовими середовищами, а також при наявності в них неододностей, перешкод і елементів урбоекосистем з урахуванням нелінійних ефектів і сучасних модельних уявлень середовищ призводить до складних початково-крайових задач, вирішення яких є актуальним з наукової і практичної точок зору.

# 1. СУЧАСНИЙ СТАН ДОСЛІДЖЕНЬ ВПЛИВУ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ҐРУНТИ І ЕЛЕМЕНТИ КОНСТРУКЦІЙ В НИХ

## 1.1. Аналіз відомих результатів досліджень по динамічній деформації ґрунтів енергією вибуху

Дослідження по динамічній деформації ґрунтів найбільший розвиток отримали за останні 60 років. Спочатку при рішенні різних хвилевих задач ґрунтові середовища вивчалися у рамках різних варіантів пружних моделей [1 - 2], на основі яких був вирішений великий клас завдань по поширенню, віддзеркаленню, заломленню і дифракції хвиль [3 - 9]. Далі теорія про поширення вибухових і ударних хвиль в ґрунтах будувалася з урахуванням досягнень розроблених раніше теорій про поширення хвиль в стисливій рідині на основі досліджень Н.Е. Кочина, Н.А. Лаврент'єва, Л.І. Седова, Л.Д. Ландау, С.А. Христиановича, А.Ю. Ишлінського, К.П. Станюковича і інших.

Проте, закономірності поширення хвиль в ґрунтах складніші, ніж в зазначених середовищах, що пов'язано з такими специфічними властивостями ґрунтів як:

- різноманітність фізико-механічних властивостей ґрунтів, обумовлена їх відмінністю по мінералогічному складу, відсотковому вмісту води і повітря, міцності скелета, структурі, формі і укладанню твердих часток;
- наявність пластичних властивостей, що проявляються при динамічних навантаженнях в значних незворотних деформаціях;
- наявність в'язких властивостей, що проявляються в істотній відмінності закономірностей деформації при статичному і динамічному навантаженні, при навантаженнях з різними швидкостями.

В подальшому на основі загальних принципів побудови моделей механіки суцільних середовищ, розроблених Л.І. Седовим [9], і досягнень в експериментальних дослідженнях по механіці ґрунтів були запропоновані

моделі, що відображують окремі часткові властивості ґрунтів при динамічних навантаженнях.

Однією з перших стала робота Х.А. Рахматуліна [10], де розглядалася теорія поширення хвиль стискання і розвантаження в пружно-пластичних середовищах, на основі якого були вирішено ряд важливих завдань по механіці ґрунтів. Так в роботах Г.М. Ляхова, Б.А. Олісова, Н.І. Поляковой [11 - 13] розглядався рух ґрунту при проходженні по ньому хвилі навантаження, що падає на перешкоду, і хвилі відбитою від неї. При цьому крива навантаження апроксимувалася ламаною лінією, а розвантаження і повторне навантаження передбачалося таким, що відбувається по прямій.

У роботі А.Ю. Ішлінського, Н.В. Зволінського, І.З. Степаненко [14] розглядався рух ґрунту за фронтом циліндричної хвилі, при цьому ґрунт вважався ідеальною нестисливою рідиною, щільність якої при тисках менших деякого критичного постійна, потім відбувається миттєва «упаковка» до деякої більшої щільності, після чого ґрунт поводить як нестислива рідина. Дотичне напруження не враховується. Розвантаження відбувається при постійній щільності ґрунту.

А.С. Компанєєць досліджував рух середовища за фронтом сферичної хвилі [15], запропонувавши наступну модель ґрунту. При деякій початковій щільності ґрунт не чинить опір стисканню, повністю ущільнюється до деякої граничної щільності на фронті ударної хвилі, за фронтом хвилі ґрунт рухається без зміни щільності, знаходячись в стані пластичної течії. Дотичне напруження лінійно залежить від середньої гідростатичного тиску. Умова пластичності є лінійною залежністю другого інваріанту девіатора тензора напружень від середнього гідростатичного тиску.

Використовуючи цю модель Є.Є. Ловецький вирішив завдання про вибух сферичного заряду в ґрунті [16], при цьому він досліджував дисипативні втрати в середовищі і розглянув можливість існування пружної хвилі.



На основі аналізу експериментальних даних Х.А. Рахматулін, А.Я. Сагомоян, Н.А. Алексєєв створили модель пластичної стисливої рідини (пластичного газу), яка застосовна для ґрунтів малої і середньої вологості і допускає існування кінцевих необоротних деформацій і деформації формозмінення [17].

З використанням цієї моделі і деформаційної теорії пластичності В.С. Анциферов і Х.А. Рахматулін отримали розв'язок задачі про поширення в такому середовищі стискаюче - зсувних збурень [18], на основі якого була розроблена методика експериментального визначення функціональної залежності між напруженнями і деформаціями.

Застосувавши модель пластичного газу і умову пластичності як в роботі [15] А.Н. Ромашов, В.Н. Родионов, А.П. Сухотин вирішили завдання про вибух сферичного заряду [19].

У роботах Г.М. Ляхова, З.В. Нарожной, Р. А. Осадчего, Н.І. Поляковой [20, 21] також використовувалася модель пластичного газу.

М.А. Лаврент'єв запропонував наступну модель ґрунту [22]: при швидкостях течії, більших деякої критичній швидкості, ґрунт моделюється нестисливою рідиною, а при менших - абсолютно твердим тілом. До недоліків моделі відноситься наступні обмеження: стисливістю середовища нехтують, залишається відкритим питання про визначення інтегральної величини критичної швидкості.

На основі розвитку цієї моделі В.М. Кузнєцов отримав аналітичний розв'язок задач про вибух в ґрунтових середовищах на викид [23 - 26].

Модель лінійно-пружного середовища [27] дозволяє отримати аналітичні рішення, проте, у рамках цієї моделі неможливо пояснити реальні хвилеві процеси, що відбуваються при вибухах в ґрунтах, наприклад, такі як загасання плоскої хвилі, визначити величину дисипативних втрат на фронті хвилі тощо.

У моделі нелінійно - пружного середовища [28] залежність між напруженням і деформацією нелінійна і однакова при навантаженні і

розвантаженні. Це дозволяє враховувати втрати енергії на фронті хвилі і пояснити згасання напруги в плоскій хвилі, але не дозволяє пояснити механізм виродження ударної хвилі у міру видалення від центру вибуху в безперервну хвилю стискання.

Різні схеми пружно - пластичної деформації ґрунту були запропоновані Н.В. Зволінским [28] і В.А. Олісовим [27].

У роботах [29, 30] Е.І. Шемякін досліджував розширення газової порожнини в нестисливому пружно - пластичному середовищі і хвилеві процеси в міцних гірських породах.

П.Ф. Сабодаш вирішив завдання про поширення хвиль, що збуджуються рівномірно розподіленим тиском, прикладеним до поверхні сферичної каверни в безмежному середовищі, яке може знаходитися в двох станах: пружному і пластичному [31].

За кордоном дослідженню поширення хвиль в ґрунтах і пружно - пластичних середовищах присячені роботи таких учених як П. Чедвик, А. Кокс, Г. Гопкинс [32], Є. Ли [33], П. Пежина [34], І. Кристеску [35], Я. Осецкий [36], Е. Владарчик [37], Э. Фачиолі, А. Анг [38], М.Л. Уілкінс [39], Х.Л. Броуд [40], П. Чон [41], Р. Требинский, С. Жон [42 - 43], В.Д. Новацкий [44] і інші дослідники.

Великий внесок у розвиток теорії і практики ведення вибухових робіт внесли такі учені, як Ф.А. Авдеев, В.В. Адушкин, В.А. Асонов, І.П. Балбачан, Є.Г. Баранов, В.Л. Барон, А.Ф. Беляєв, І.Л. Блейман, В.А. Боровиков, О.Є. Власов, О.О. Вовк, В.Д. Горобцов, Г.П. Демидюк, М.М. Докучаев, М.Ф. Друкований, Э.І. Єфремов, П.Л. Іванов, М.М. Козаков, В.М. Комір, В.Г. Кравец, Р.С. Крисин, В.М. Кузнєцов, Ф.І. Кучерявий, М.А. Лаврент'єв, І.М. Літвинов, Є.Є. Ловецький, Л.Н. Марченко, Н.В. Мірошников, А.В. Михалюк, В.Н. Мосинець, І.Л. Насонов, В.Н. Николаєвський, Г.І. Покровський, В.В. Ржевський, А.Н. Ромашов, В.Н. Родионов, М.А. Садовський, А.М. Самедов, В.Н. Скуба, А.Г. Смирнов, К.Н. Ткачук, А.Н. Трофимчук, П. І. Федоренко, І.С.

Федоров, А.Н. Ханукаєв, А.А. Чернігівський, Г.І. Чорний, А.Г. Шапарь [45 - 96] і багато інших учених.

Одній з перших наукових робіт, в якій дано математичне обґрунтування розрахунку вибуху заряду, в якій середовище вважалось ідеальною нестисливою рідиною, з'явилася робота О. Е. Власова [54]. На основі цієї роботи їм проведений ряд досліджень щодо вибуху сферичних і повздовжених еліпсоїдальних зарядів в твердих середовищах.

У роботах [24, 97 - 101] М.А. Лаврент'єв, В.М. Ковальов успішно застосували теорію функцій комплексного змінного для вирішення задач у рамках гідродинамічної теорії вибуху. Розвитку імпульсної гідродинамічної теорії вибуху і її застосуванню для розв'язку завдань про дію вибуху на викид присвячені роботи учених з Казані [102 - 106]. У монографії Н.В. Іл'їнського і А.В. Паташева [106] наведено великий огляд і аналіз усіх відомих робіт в цьому напрямі. На основі моделі імпульсної гідродинамічної теорії вибуху О.О. Вовком, І.А. Лучко, В.І. Лавриком і іншими ученими Києва вирішений ряд важливих для практики задач про дію вибуху на викид [107 - 112].

Для водонасичених ґрунтів, що є трикомпонентними середовищами (тверді частки, вода, повітря), Г.М. Ляхов побудував модель стисливої рідини [113]. Стисливість ґрунту в цій моделі визначається стисливістю і відносним вмістом кожного компонента. Навантаження і розвантаження відбувається по одній і тій же діаграмі стискання, що аналогічно деформації нелінійно-пружного середовища.

Х.А. Рахматулін також вивів рівняння руху ґрунту як багатоконпонентного середовища [114]. На основі цієї моделі А.Г. Багдоев отримав фундаментальні результати по вивченню поширення двовимірних хвиль в стисливих однорідних і неоднорідних рідинах [115].

Я.З. Клейман вирішив задачу про поширення сильних розривів в багатоконпонентних середовищах при припущенні про рівність гідростатичного тиску для кожного компонента в кожній точці середовища [116].

На основі теорії М. Біо [118], по якій гідростатичний тиск різних компонентів середовища в одній і тій же точці різний, В.П. Золотарьов, В.М. Николаєвський, В.І. Степанов досліджували рух ґрунту як багатокомпонентного середовища [119].

Необхідно відмітити, що на основі вищевикладених моделей неможливо врахувати основні закономірності зміни фізико-механічних властивостей ґрунтів при динамічних навантаженнях, ці моделі дозволяють описати окремі часткові питання динамічної деформації.

Однією з перших моделей, що відображують реальні властивості ґрунтів, стала модель С.С. Григоряна [120 - 122], заснована на наступних гіпотезах. Вважається, що щільність середовища і середній гідростатичний тиск пов'язані однозначною залежністю, різною при навантаженні і розвантаженні. При малих тисках діаграма стискання не залежить від швидкості навантаження і температури. Вважається, що деформація зсуву залежить від девіатора напружень, який пов'язаний з девіатором нескінченно малої (поточної) деформації. Нескінченно мала деформація поточного стану середовища складається з суми пружної і пластичної деформацій. Пружна деформація пов'язана законом Гука з девіатором тензора швидкостей напружень, а пластична деформація пропорційна девіатору тензора напружень. Умовою пластичності служить умова Мізеса - Шлейхера - Боткіна. Ці визначальні співвідношення середовища замикаються рівнянням руху і нерозривності і складають замкнуту систему рівнянь моделі пружно - пластичного середовища С.С. Григоряна. Слід зазначити, що в цій моделі закон збереження енергії не розглядається, тобто термодинамічні властивості ґрунту не враховуються.

На основі цієї моделі С.С. Григорян вирішив ряд задач : про підземний сферичний вибух в ґрунтах, про дію підземного вибуху, про поширення одновимірних плоских хвиль і ряд інших [123].

З використанням цієї моделі М.В. Зволінський і Г.В. Риков досліджували відбиття і заломлення пружно - пластичних плоских хвиль на межі розділу середовищ і від жорстких перешкод [124, 125].

А.М. Скобеєв [126] розглянув задачу про косий удар по напівпростору, матеріал якого описується у рамках моделі С.С. Григоряна.

У публікаціях [127, 128] Г.Д. Акутин, О.О. Вовк, І.А. Лучко, В.А. Плаксий, А.Г. Смірнов на основі цієї моделі вирішили задачу про дію вибуху циліндричного заряду нескінченної довжини на зв'язаний ґрунт, при цьому в області пластичних деформацій крива навантаження апроксимується статичною функцією, розвантажувальна гілка діаграми стискання береться у вигляді прямої, паралельної осі тиску. При розв'язку задачі передбачена можливість випромінювання пружної хвилі (пружного передвісника).

У роботі [129] О.О. Вовк, І.А. Лучко запропонували спрощений метод визначення розмірів воронки викиду при вибухах заглиблених горизонтальних циліндричних зарядів у зв'язаних ґрунтах, що описуються у рамках моделі С.С. Григоряна.

У дослідженнях [130, 131] В.Г. Баженов, В.Л. Котов застосували модифікований метод Годунова для розв'язку задачі імпульсного навантаження м'яких ґрунтів, що описуються у рамках моделі С.С. Григоряна.

У роботі Б.В. Замишляєва і Л.С. Євтерєва [132] наведено огляд і аналіз моделей деформації м'яких ґрунтів з урахуванням їх в'язко - пружно - пластичних характеристик. Розглядаються теоретичні і експериментальні аспекти створення системи визначальних співвідношень м'яких ґрунтів, напівскельних і скельних гірських порід, розробляються підходи і методики визначення констант, що входять в рівняння стану. На основі експериментальних досліджень [133] пропонується релаксаційне рівняння пружно-пластичного стану для м'яких ґрунтів.

У роботі [134] О.В. Садовської, В.М. Садовського пропонується модель сипучого ґрунту як ідеально сипучого середовища, що має пружні і пластичні

властивості. Схема реології доповнюється новим елементом - жорстким контактом. На основі запропонованої моделі досліджується процес поширення пружних і пластичних ударних хвиль стискання.

Ю.А. Березин, Л.А. Сподарева досліджували поширення хвиль малої амплітуди в сипучих ґрунтах, що описуються у рамках моделі гіпопластичного середовища з дилатансією [135, 136].

Численними експериментальними дослідженнями по швидкісній деформації матеріалів Г.І. Покровського, Н.А. Наседкина, С.І. Сінельщикова [137], В.В. Мельникова, Г.В. Рикова [138 - 141], Г.М. Ляхова [142], Л.Р. Ставніцера [143], Г. Дюваля [144] і інших учених встановлено істотний вплив в'язкості на властивості міцності і пластичні матеріалів при високошвидкісній деформації, закономірності поширення і згасання вибухових і ударних хвиль.

На основі цих досліджень Г.М. Ляхів [145] розробив модель ґрунтів і гірських порід, що враховує в'язкі і пластичні властивості. У наступних роботах Г.М. Ляхов [146 - 150] обґрунтував межі застосовності різних моделей ґрунту: лінійно - пружного, нелінійно - пружного, пружно-пластичного, в'язко-пружного і в'язко - пружно- пластичного середовищ. У роботі [150] він запропонував і обґрунтував модель неводонасиченого ґрунту як твердого пористого багатокомпонентного в'язко-пластичного середовища, яке в явному виді враховує пористу будову і багатокомпонентний склад, а також усі істотні чинники динамічної деформації ґрунту. У роботі [151] була запропонована модель для опису хвилевих процесів в мерзлих ґрунтах.

О.О. Вовк, І.А. Лучко, В.А. Плаксий в роботі [152] досліджували дію вибухів сферичного і циліндричного зарядів вибухових речовин в зв'язних ґрунтах, що моделюються в'язкопружним середовищем Г.М. Ляхова.

У роботах [153 - 158] приведено чисельне дослідження вибухів сферичних зарядів хімічних вибухових речовин на зв'язані ґрунти, що моделюються твердим пористим багатокомпонентним в'язкопластичним середовищем, при

цьому вирішуються зв'язані задачі, обумовлені зв'язаністю полів динамічних величин в продуктах детонації і в ґрунтах.

Робота [159] присвячена чисельному дослідженню камуфлетних вибухів у водонасичених ґрунтах, які моделюються нелінійно пружним і пружнов'язким середовищем, і вивченню впливу зони ущільнення на фільтраційну витрату з каналів.

У роботах [160 - 162] проведено чисельне дослідження параметрів циліндричних вибухових хвиль у водонасиченому ґрунті з урахуванням теплової складової в рівнянні стану ґрунту [163] і противотиску, а також відбиття хвиль від нерухомої перешкоди і межі розділу. У роботі [164] систематизовані теоретичні і експериментальні дослідження вибуху в однорідних і шаруватих ґрунтових масивах.

У усіх розглянутих вище моделях ґрунтів об'ємна в'язкість була постійною. Проте, експериментальні дослідження [140, 142, 165] показують, що в'язкість гірських порід, ґрунтів, льоду і інших пористих багатоконпонентних середовищ не є постійною і залежить від характеру навантаження і міняється в процесі його зміни.

## **1.2. Аналіз публікацій по динамічній поведінці оболонкових конструкцій при імпульсних навантаженнях**

Тонкостінні конструкції є самостійними одиницями або складовими частинами численних об'єктів сучасної техніки, народного господарства, деталями апаратури, такими як підводні і літальні апарати, судна, ядерні енергетичні установки, вибухові камери, трубопроводи і інші, які в процесі створення і експлуатації відчувають вплив різного роду динамічних дій.

Основним інструментом теоретичного вивчення процесів деформації тонкостінних конструкцій є математичний апарат теорії пружності і теорії оболонок. Усі відомі теорії оболонок ґрунтуються на наближених методах

зведення тривимірних задач теорії пружності до двовимірних. Залежно від способу зведення усі теорії оболонок діляться на класичні і некласичні.

До перших відносяться теорії, засновані на введенні гіпотез відносно розподілу напружено-деформованого стану по товщині оболонки (безмоментна теорія, модель Кирхгофа - Лява, модель Тимошенко).

До других відносяться теорії, засновані на представленні розв'язку у вигляді рядів по системах функцій від товщинної координаті (по мірах, поліномах Лежандра та ін.), у вигляді асимптотичних рядів і ряду інших представлень тривимірної теорії пружності. Різні варіанти некласичної теорії оболонок отримують при певному обмеженні числа членів ряду. Перший варіант класичної теорії оболонок був запропонований Кирхгофом, некласичної - Коши і Пуассоном.

Великий внесок у розвиток теорії оболонок внесли наші співвітчизники Н.А. Алумяэ, С.А. Амбарцумян, В.В. Болотін, І.Н. Векуа, В.З. Власов, А.С. Вольмір, І.І. Воронін, К.З. Галімов, А.Л. Гольденвейзер, В.М. Даревський, А.Ю. Ішлінський, М.А. Кільчевський, А.І. Лурье, Х.М. Муштарі, У.К. Нігул, В.В. Новожілов, О.Д. Онінашвілі, П.М. Огібалов, Г.І. Петрамень, С.П. Тимошенко, Я.С. Уфлянд, а також зарубіжні учені - Е. Грін, Р. Кишеня, В. Койтер, Р. Міндлін, І. Мірський, Г. Морган, П. Нагді, Е. Рейс, Г. Рейснер і інші. У роботах [166 - 170] міститься детальний історичний огляд теорії оболонок.

Адекватний опис деформація тонкостінних конструкцій з урахуванням великих переміщень можливо лише із залученням нелінійних співвідношень, що послужило джерелом інтенсивного розвитку геометрично нелінійної теорії оболонок, в розробку якої великий вклад внесли І.Г. Бубнов, В.З. Власов, А.С. Вольмір, К.З. Галімов, Э.І. Григолюк, І.Т. Селєзов, Х.М. Муштарі, В.В. Новожілов, І.Г. Терегулов та ін. [171 - 177]. При цьому можна виділити два основні підходи до опису геометричної нелінійності при динамічних задачах теорії оболонок.



Перший з них спирається на запис рівнянь руху в криволінійній системі координат, пов'язаної з серединною поверхнею недеформованої оболонки, при цьому використовуються співвідношення нелінійної теорії пружності [178]. Цей підхід в застосуванні до теорії оболонок типу Тимошенка широко розвинений в роботах І.Г. Терегулова, Л.Я. Айноли, В.Т. Баженова, А.П. Шинкоренко та інших учених [177, 179 - 181].

У другому підході використовуються лінеаризовані співвідношення теорії пружності відносно швидкостей в місцевій системі координат, що змінюється в часі, пов'язаної з поточною геометрією оболонки, що деформується. Рух оболонки описується в ейлеровій системі координат, а напружено - деформований стан - в лагранжевій. Цей підхід був запропонований М.Л. Улкінсом [182] для опису руху пружно - пластичних середовищ і був розвинений в застосуванні до теорії оболонок в роботах В.Г. Баженова, В.І. Дресвянікова, Е.І. Уитмера [183 - 185].

Врахування пластичної деформації матеріалу відбувається за допомогою теорій пластичності. У загальному випадку напруження визначаються як функціонали історії навантаження і описуються загальною теорією пластичності А.І. Іл'юшина [186, 187], застосування якої в практичних розрахунках складно.

Найбільше поширення при реалізації на ЕОМ отримали деформаційні теорії пластичності і теорії пластичної течії, засновані на феноменологічних підходах і експериментальному обґрунтуванні для траєкторій навантаження малої кривизни, детальний опис цих теорій викладено в роботах [188, 189].

У нестационарних задачах механіки деформованого твердого тіла, у тому числі теорії оболонок, найбільш адекватним характеру процесів, що відбуваються, являється застосування теорії пластичної течії. Деякі приклади реалізації співвідношень теорії пластичної течії наведені в роботах [184, 190 - 192].

Широкий клас задач про коливання систем, що деформуються, при імпульсних і динамічних навантаженнях вивчений в роботах Ю.С. Воробйова,

Е.Г. Голоскокова, А.В. Колодяжного, С.С. Кохманюка, Л.Г. Романенка, В.І. Севрюкова, А.В. Філіпова, Е.Г. Янютіна [193 - 200]. У роботах Н.А. Абросімова, В.Г. Баженова, А.Г. Угодчікова, С.В. Крилова, А.В. Кочеткова, В.Д. Ломунова, С.С. Михайлова, А.Т. Чекмарева [201 - 208] широкий розвиток отримали дослідження по імпульсних навантаженнях на оболонки. У цих роботах вивчаються двовимірні геометрично і фізично нелінійні задачі про поведінку оболонок при дії локального і розподіленого імпульсного навантаження, при цьому використовуються рівняння, що враховують деформацію зсуву і інерцію обертання, при чисельній реалізації використовується варіаційно - різницевий підхід.

В.І. Гуляев, В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк, А.А. Киричок [209, 210] провели чисельні дослідження динамічної стійкості оболонок при імпульсних навантаженнях.

Для дослідження нестационарних хвильових процесів в оболонкових конструкціях П.Ф. Сабодаш, О.Е. Булгару, І.В. Валейко, І.К. Навал, В.І. Пацюк, Г.А. Рібакова, В.Д. Римський успішно застосували чисельний метод кінцевих різниць.

У публікаціях [211 - 216] приведені дослідження осесиметричної реакції оболонок обертання, в роботах [217, 218] вивчалися амплітудно-частотні характеристики в оболонково-стержневій системі з приєднаними масами на кінцях, неосесиметричні задачі коливання оболонок типу Тимошенка розглянуті в роботах [219, 220].

У роботах П.З. Лугового, В. Ф. Мейша, Г.І. Мельниченко, В.Н. Вівчара [221 - 226] розглядалися нестационарні задачі про дію короткочасних, у тому числі вибухових, навантажень на оболонки і оболонкові системи. При цьому велика увага приділялася дослідженню збіжності різницевих схем при чисельному розв'язуванні задач. У роботах [227, 228] автори застосували пряме асимптотичне розкладання для вирішення задач динаміки оболонок, при цьому результати досліджень отримані в аналітичному виді.

У роботах [229, 230] В.А. Гордиєнко вивчалися шаруваті оболонки при імпульсному навантаженні, а також неосесиметричне пучение циліндричних оболонок при осьовому ударі. Застосовувалася геометрично нелінійна теорія оболонок типу Тимошенка, рівняння по окружній координаті зводилися до одновимірних по просторовій координаті, рішення отримані кінцево - різницеvim методом.

А.П. Малишев, В.І. Панічкін [231 - 233] досліджували нестационарні хвильові процеси в оболонкових конструкціях, що вивчаються у рамках теорії оболонок типу Тимошенка. Для отримання рішення використовувався метод Годунова.

У роботі [234] на основі цієї моделі Е.В. Скворцова і С.С. Ярулін чисельно досліджували перехідні хвильові процеси осесиметричної деформації циліндричних і усічених оболонок при дії внутрішнього тиску або повздовжнього зусилля.

У роботі [235] А.В. Бобров вивчав перехідні процеси деформації пружних пластин, панелей і оболонок при комбінованому імпульсному термосиловому навантаженні. Основна увага приділялася ускладненій постановці задач при інтегральній дії навантажень різного виду.

Е.Я. Єлініцький, Ю.Е. Сініцький [236] досліджували вплив пружного закладення на коливання пологої сферичної оболонки типу Тимошенка при імпульсному навантаженні, при цьому рішення представлялось в інтегральному виді.

У монографії А.К. Перцева, В.Г. Платонова [237] досліджені хвильові процеси в пружних оболонках обертання. Розглядалися пружні оболонки нескінченної і кінцевої довжини при рухливих, імпульсних, динамічних навантаженнях для осесиметричних і неосесиметричних випадків.

Разом з гладкими оболонками на практиці найчастіше використовуються оболонки з вирізами і включеннями різної жорсткості, які викликають обурення

напружено, - деформованого стану конструкцій. Це спричиняє за собою ускладнення постановки і рішення відповідних математичних завдань.

Коливання і динаміку оболонкових конструкцій з отворами досліджували І.Ф. Киричок, В. Г. Карнаухов [238], Є.Г. Янютін [239], О.Є. Булгару, І.К. Навал, В. І. Пацюк, В. Г. Римський [240 - 243], Є.Г. Євсєєв, П.П. Зайцев [244], Є.Є. Жемкова, П.Ф. Сабодаш [245], П.З. Луговий, В. Ф. Мейш [246 - 247] та ін.

Якнайповніший огляд по динамічній поведінці оболонок, ослаблених отворами, приведений в монографії А.М. Гузя, І.С. Чернышенка, Вал. Чехова, Вик. Чехова, К.І. Шнеренка [248]. З огляду виходить, що якнайповніше проведені дослідження динамічних процесів для сферичних і циліндричних оболонок, ослаблених круговими отворами.

Оболонкові конструкції, вживані в сучасній техніці, часто піддаються імпульсним навантаженням, рухливим і динамічним навантаженням, що спричиняє за собою появу значних деформацій і інших складних фізико - механічних явищ в конструкціях. Щоб уникнути цих небажаних явищ, тонкостінні частини конструкцій підсилюють різними ребрами жорсткості. Це дозволяє збільшувати їх несучу здатність без значного збільшення металоємності, що вигідно як в конструкційному, так і в економічному відношеннях.

Особливості поведінки оболонок, підкріплених ребрами жорсткості, при нестационарних навантаженнях досліджені в роботах І.Я. Амїро, В.А. Заруцького, В.Г. Заруцького, В.Г. Паламарчука, О.А. Грачева [249 - 252], Ю.П. Жигалко, Л.М. Дмитрієвой [253, 254], І.В. Андріанова, В.А. Лесничей, Л.І. Маневіча [255 - 257], І.С. Малютіна [258, 259], Л.В. Скосаренко [260, 261], А.Е. Богдановича, Т. Б. Кошкіной [262 - 265], А.К. Мишонкова [266, 267].

У більшості розглянутих робіт для опису динамічної поведінки підкріплених оболонок в основному використовувалися рівняння класичної теорії оболонок, які є рівняннями параболічного типу, що не дозволяють адекватно описати хвилеві процеси, що відбуваються при динамічних

навантаженнях, оскільки відповідні диференціальні рівняння мають бути гіперболічного типу. Рівняннями, що задовольняють таким вимогам являються рівняння руху типу Тимошенка.

У роботах С.С. Кохманюка, Е.І. Янютіна, Л.Г. Романенка, А.К. Перцева, Л.В. Слепнева [197, 237, 268], В.Д. Ломунова [269], П.З. Лугового, В.Ф. Мейша [246, 247, 270, 271] досліджується динаміка підкріплених оболонок обертання з урахуванням дискретного розташування ребер, що описуються у рамках геометрично нелінійної теорії оболонок типу Тимошенка, при дії імпульсних навантажень і гідродинамічних тисків.

### **1.3 Аналіз відомих публікацій по взаємодії ударних хвиль з елементами конструкцій і оточуючими середовищами**

Проблема взаємодії ударних хвиль з елементами тонкостінних конструкцій в ґрунтах є актуальною у зв'язку з тим, що багато об'єктів сучасної техніки і цивільні споруди випробовують в процесі будівництва, і експлуатації або в аварійному режимі імпульсні дії з боку навколишнього або заповнюючого їх середовищ. При цьому виникає проблема раціонального проектування таких конструкцій і оцінки їх властивостей міцності, що неможливо без точного знання дії зовнішніх сил. В деяких випадках зв'язком зовнішніх сил з об'єктом, що деформується, нехтують, тоді зв'язана задача розпадається на дві незалежні: 1) задача визначення зовнішнього навантаження на конструкцію, як на абсолютно жорстке тіло; 2) задача деформації тіла під дією знайденого навантаження. Проте експерименти і практичний досвід показують, що зовнішні сили самі істотно залежать від деформації тіла, і тому нехтувати цим зв'язком не можна. Цей зв'язок є дуже істотним в динамічних процесах деформації тонкостінних оболонкових конструкціях, що взаємодіють з ґрунтовими середовищами, під дією вибухових і ударних навантажень. Інтенсивні дії призводять до таких нелінійних ефектів, як великі зміщення елементів конструкцій, безповоротні

деформації, порушення суцільності середовища, його відрив від конструкції тощо. Математичне формулювання проблеми нестационарної взаємодії конструкцій, що деформуються, із стисливими середовищами з урахуванням нелінійних ефектів призводить до складних початково-крайових задач, розв'язок яких є актуальним з науковою і практичною точок зору.

Більшість досліджень в цьому напрямі присвячено нестационарній аеро- і гідропружності, в значно меншій мірі - динамічній взаємодії оболонок з ґрунтовими середовищами.

Аналіз відомих публікацій з проблеми нестационарної гідропружності пластин і оболонок показує, що велика кількість результатів отримана у рамках лінійних підходів, що покладають, що прогини малі, інтенсивність впливаючих хвиль мала, оболонка пружна, прогини малі, контактні умови ставляться на незмінній в часі поверхні.

Широкий круг задач аерогідропружності досліджений в роботах А.С. Вольміра [272, 273].

У роботах А.М. Гузя, В.Д. Кубенко, А.Э. Бабаева, В.П. Годенко, В.П. Кругленко, В.В. Кришталева [274 - 279] вирішений широкий круг задач нестационарної взаємодії внутрішніх і зовнішніх акустичних ударних хвиль з системами циліндричних і сферичних одношарових і багатошарових оболонок; досліджена нестационарна деформація і перехідні процеси в оболонках обертання, заповнених акустичним середовищем; вивчена дифракція нестационарної плоскої акустичної хвилі на сферичних і циліндричних оболонках, поміщених в рідкий напівпростір.

У роботах В.Г. Баженова, С.Ю. Зефірова, А.В. Кочеткова, С.С. Михайлова, С.В. Крылова, В.Д. Ломунова, В.Р. Фельдгуна [280 -284] проведено чисельне дослідження динамічної поведінки оболонок, занурених в рідину або газ, при імпульсному вантаженні, при цьому використовувалися геометрично і фізично нелінійні рівняння оболонок типу Тимошенко.

У роботі [285] В.В. Безіна, А.Г. Горщков чисельно досліджували взаємодію ударної хвилі в газі з пружними конічними оболонками. Для оболонок використовувалася нелінійна осесиметрична теорія оболонок типу Тимошенко, рівнянням стану газу було рівняння ідеального газу.

Дія акустичних ударних хвиль на тришарову оболонку при різних варіантах теорії оболонок з використанням чисельних методів і теорії тонкого шару досліджували Е.І. Григолюк, Б.Е. Ковалйов, В.П. Колган, А.В. Хромушкін [286 - 288].

Результати експериментальних досліджень взаємодії оболонок з сильними ударними хвилями в повітрі узагальнені в монографії А.В. Кармішіна, Є.Д. Скурлатова, В.Г. Старцева, В.А. Фельдштейна [289].

У роботах В.Д. Кубенко, В.І. Гордиенко, М.В. Жирнова, М.В. Степаненко [290, 291] чисельно досліджувалася динаміка оболонок при підводному імпульсному вантаженні.

У роботі [292] розглядалося зв'язана задача про дію плоскої підводної ударної хвилі на заповнену рідиною пружну оболонку, що вивчається у рамках геометрично нелінійній теорії.

А.Е. Бабаєв, А.Г. Лейко, В.Г. Савін [293 - 295] розглянули задачу нестационарної гідроелектропружності для систем сферичних і циліндричних п'езокерамічних тонкостінних оболонок.

У рамках нелінійної постановки завдань гідропружності А.К. Перцев, Е.Г. Платонов в монографії [296] велику увагу приділили визначенню гідродинамічних сил взаємодії оболонок з рідиною.

У монографіях [297 - 299] Ш.У. Галієв аналітично і чисельно досліджував поширення хвиль різної фізико-механічної природи в елементах конструкцій, що складаються з одношарових або багатшарових матеріалів з твердими або рідкими заповнювачами. Основна увага приділялася дії нестационарних і періодичних хвиль. Приведені результати чисельного розв'язку широкого класу одновимірних і багатовимірних задач. Встановлений істотний вплив кавітації

бульбашок газу на динамічну міцність оболонок з рідким заповнювачем. У роботі [300] Ш.У. Галієв, Ю.М. Бабич, С.В. Жураховский чисельно досліджують реакцію пластин і оболонок на імпульсні дії різного фізичного походження, вивчають вплив характеру вантаження, фізично і геометрично нелінійних властивостей елементів конструкцій, бульбашкової кавітації в рідині, руйнування і випару матеріалу, тривимірності хвиль на нестационарні ефекти в зв'язаних системах.

У роботі [301, 302] М.А. Ільгамов використовував спільний ейлеровий і лагранжевий підхід для вивчення великих зміщень оболонок в ідеальній рідині.

П.З. Луговий, В. П. Мукоїд [303 - 305] розглянули ряд зв'язаних задач гідропружності циліндричних оболонок кінцевої довжини у рамках геометрично нелінійної теорії оболонок типу Тимошенко і квазілінійних рівнянь руху ідеальної стисливої рідини. Для чисельного розв'язку задач використовувався кінцево-різницевий метод Годунова.

У роботах [306 - 308] С.Д. Нікітин досліджував динаміку пружних тіл обертання, заповнених рідиною. Рух сферичної, циліндричної і еліпсоїдної товстостінних оболонок описувалося рівняннями динаміки пружного середовища, а рух рідини - рівняннями Нав'є - Стоксу. Використовуючи цей же підхід, В.І. Панічкін [309] досліджував нестационарну деформацію системи сферичних оболонок з рідиною.

Р.Є. Лампер і В.Є. Левін [310] досліджували власні подовжні коливання осесиметричної сосуду, частково заповненої рідиною. У основу методу дослідження покладено поєднання методу граничних елементів для рідини і методу кінцевих елементів для пружної посудини.

У роботах [311, 312] І.І. Анік'єва, М.І. Воротнікової викладені експериментальні дослідження полів напружень в пружних оболонках в процесі взаємодії з пружними хвилями в рідині.

На відміну від задач аерогідропружності задачі нестационарної взаємодії елементів конструкцій з ґрунтовими середовищами вивчені в істотно меншій мірі



з причини великої різноманітності властивостей реальних ґрунтів і відповідно різноманітностям і складністю математичних моделей. Найбільша кількість робіт з проблеми динамічної взаємодії з ґрунтовими середовищами отримана для ґрунтів, що моделюються різними варіантами лінійно - пружних або лінійно-в'язкопружних середовищ.

У роботі [313] К.С. Султанова, В.П. Корниенко чисельним методом характеристик розв'язано задачу про взаємодію хвилі, створеної синусоїдальним навантаженням, з нерухомою і недеформівною перешкодою, поміщеною у в'язкопружне середовище.

А.Я. Сагомоян і І.С. Гаєвская [314] запропонували розширення методу «великих часток» з метою використання його для вирішення нестационарних задач взаємодії сейсмічних і ударних хвиль із спорудами, розташованими в ґрунті, що моделюється пластичним газом.

Взаємодія пластичних хвиль з тонкостінними конструкціями розглядалися в роботах А.Г. Горшкова, Н.С. Курановой, Р.Г. Якупова.

Приблизно визначаючи тиск при дії вибухових хвиль в піску, Р.Г. Якупов [315, 316] досліджував поведінку і напружено-деформований стан пологих сферичних і циліндричних оболонок.

Складніші моделі середовищ в задачах взаємодії використовувалися В.А. Котляревским, А.Г. Чистовим, М.Б. Гафуровим. Підходи, що спрощують схему взаємодії середовищ, застосовувалися в роботах В.В. Башурова, Є.Г. Янютіна та ін. [315, 316].

Так в роботах [317 -319] В.Г. Баженов, А.В. Кочетков, С.В. Крилов, Г.С. Михайлов, В.Р. Фельдгун розглянули питання нестационарної взаємодії ударних хвиль з тонкостінними конструкціями в ґрунтових середовищах, деформація циліндричної оболонки в м'якому ґрунті при внутрішньому вибуховому вантаженні, а також дифракцію ударних хвиль на оболонках обертання у водонасиченому ґрунті. Задачі розв'язувались чисельно методом кінцевих різниць. При цьому розв'язок розбивався на два етапи. На першому

визначався тиск на оболонку як функція часу. На другому досліджувався напружено-деформований стан конструкції під дією цього навантаження. Ґрунт моделювався моделлю пластичного газу Рахматуліна - Сагомоняна, моделлю С. С. Григоряна або моделлю трикомпонентної нелінійно - пружного середовища.

З приведеного огляду і аналізу публікацій, присвячених досліджуваній проблемі, можна зробити такі висновки.

До теперішнього часу створена велика кількість моделей ґрунтів, з різною мірою достовірності реальні властивості, що відбивають їх, і залежно від конкретних вимог застосовні для вирішення конкретних завдань механіки ґрунтів. Найбільш досконалими і адекватно відбиваючими реальні властивості ґрунтів при динамічних навантаженнях являються моделі середовища пружнопластичності С.С. Григоряна, пружнопластичного середовища Б.В. Замишляєва і Л.С. Євтерєва і багатоконпонентного в'язкопластической середовища Г.М. Ляхова.

Не вивчений вплив змінної в'язкості на процес динамічної деформації ґрунту при динамічних навантаженнях і вибухах сферичних і циліндричних зарядів вибухових речовин в однорідних і шаруватих ґрунтових масивах, а також при промерзанні ґрунтів.

Недостатньо досліджені хвилеві процеси в ґрунтах за наявності в них перешкод і елементів конструкцій з урахуванням зв'язаності динамічних полів продуктів детонації, ґрунту і елементів конструкцій.

Не досліджені нелінійні ефекти, що виникають при вибухах зарядів кінцевих розмірів в ґрунтах із змінною в'язкістю з урахуванням хвилевих полів в продуктах детонації, багатоконпонентности складу ґрунту, різних лінійних розмірів заряду, а також умови ініціації його на одному з торців.

Недостатньо вивчені нелінійні задачі динамічної деформації гладких і підкріплених оболонок з одночасним врахуванням нелінійних ефектів геометричного і фізичного характеру. Найбільш вивченими є лінійні задачі аерогідропружності.

Успіхи в рішенні нелінійних зв'язаних задач досягнуті, як правило, за допомогою найсучасніших чисельних методів, адаптованих до даних задач.

З огляду і аналізу публікацій, присвячених досліджуваній проблемі, витікає, що впровадження вибухових технологій в різні області народного господарства гальмується у зв'язку з тим, що відомі обґрунтування дії вибуху поблизу різних охоронних об'єктів базуються на спрощених модельних представленнях про взаємодіючі середовища: не враховується змінна в'язкість під час процесу деформація ґрунту; не враховується зв'язаність полів динамічних параметрів ґрунтів і споруд; не враховується неодновимірність руху середовища, яке спостерігається в багатьох важливих практичних випадках використання вибуху; немає обґрунтування нелінійних ефектів - великих зміщень елементів конструкцій, порушення цілісності середовища, відриву ґрунту від конструкцій і тому подібне. Відсутність рішень відповідних складних початково-крайових задач з урахуванням цих властивостей і ефектів робить неможливим створення науково обґрунтованих методик розрахунку параметрів динамічного стану ґрунтів, елементів конструкцій і сейсдобезпечних параметрів вибухових робіт поблизу різних перешкод і споруд. Відмічені складні теоретичні і прикладні питання в єдиному комплексі відображують суть цієї проблеми.

## **2. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ В'ЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИХ СЕРЕДОВИЩ ПРИ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕННЯХ**

### **2.1. Модель ґрунту як твердого пористого багатокompонентного в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості**

У численних експериментальних дослідженнях Н.П. Агеєва, В.І. Беляєва, П. Е. Дувєра, Н.С. Карандшіна, Д. Кемпбєла, В. Кларка, В.Н. Ковальського, Л.М. Петушкова, Г. В. Степанова, В. Г. Фергусона, Н.А. Хома, В. Хєрмана і інших учених встановлене, що швидкість навантаження (динамічна в'язкість) істотно впливає на характер динамічної деформації суцільного середовища при високошвидкісних процесах. Побудові визначальних співвідношень, що враховують вплив швидкості деформації на залежність "напруження - деформація" присвячені роботи А.А. Ільюшина, В. В. Соколовського, Л.А. Молверна, Н. Кристєску, П. Пєжини і інших учених.

Систематичні експериментальні дослідження Г.М. Ляхова, В.В. Мєльнікова, Г.В. Рикова, Л.С. Євтерєва, Л.В. Ставніцєра, А.В. Михалюка, И.В. Белінського, В. Г. Кравца, В.А. Плаксия дозволили встановити, що швидкість навантаження істотно впливає на процес динамічної деформації не лише таких традиційних і добре вивчених матеріалів, як метали, але і на такі природні середовища, як ґрунти, гірські породи, сніг, лід, порошки, суспензії тощо, які мають пористу будову і багатокompонентний склад. На основі результатів цих досліджень було розроблено декілька моделей ґрунтів, які враховують в'язкість: лінійні в'язкопружна і в'язкопластична, нєлінійна в'язкопластична, у рамках яких були вирішені ряд хвилєвих задач. Найдосконалішою моделлю неводонасичених ґрунтів, яка враховує їх багатокompонентність і в'язкі властивості, є модель твердого багатокompонентного в'язкопластичного середовища [150 - 153]. Основним

недоліком цих моделей є зневага тим фактом, що в'язкість середовища є змінною і визначається типом навантаження - в процесі навантаження і розвантаження відбувається її зміна. Так під час поширення слабких хвиль в ґрунтах в'язкість залежить від частоти навантаження, при цьому зміна частоти може привести до зміни коефіцієнта в'язкості на декілька порядків, що, у свою чергу, значно впливає на інтенсивність загасання хвиль. Для опису слабких подовжніх хвиль Г.М. Ляховим запропонована модель в'язкопружного середовища із змінним коефіцієнтом в'язкості [150], який залежить від поточного (динамічного) модуля стискання. З використанням цієї моделі Г.М. Ляхов і К.С. Султанов отримали чисельний розв'язок задачі про поширення плоскої слабкої подовжньої хвилі, що генерується синусоїдальним навантаженням. При цьому граничні динамічна і статична діаграми стискання приймалися лінійними.

Як показують експериментальні дослідження, коефіцієнт в'язкості гірських порід залежить прямо - пропорційно від тривалості деформації при постійному заданому навантаженні [165, 320]. У роботі [150] показано, що із збільшенням швидкості навантаження коефіцієнт в'язкості  $\eta$  ґрунтів зменшується. Така ж залежність коефіцієнта  $\eta$  від процесу навантаження отримана і для льоду [151]. Збільшення коефіцієнта в'язкості льоду спостерігається при переході від швидкого динамічного до квазістатичного навантаження. При поширенні слабких подовжніх хвиль в мерзлих ґрунтах і льоду із зменшенням частоти коливань відбувається зростання коефіцієнта в'язкості.

Аналіз результатів експериментальних досліджень по вивченню поширення подовжніх хвиль в мерзлих ґрунтах і льоду [151, 164] показує, що коефіцієнт в'язкості із зменшенням частоти коливань збільшується, і його зміна може досягати декількох порядків. Тому у багатьох випадках при рішенні хвильових завдань облік змінності в'язкості є важливим чинником, що дозволяє отримати результати, які якнайповніше співпадають з експериментальними даними.

Вирішення питання про те, яким чином вводити змінну в'язкість для ґрунтів, знаходиться зараз у стадії дискутування.

У роботі [165] на основі експериментальних досліджень динамічної деформації гірських порід пропонується наступний вид для вираження коефіцієнта в'язкості

$$\eta = a \cdot t \cdot \exp\left(\frac{u - \alpha_x \sigma}{k \cdot \tau}\right),$$

де  $a$ ,  $\alpha_x$  - постійні, які характеризують середовище;  $t$  - час;  $u$  - енергія активації процесу;  $\sigma$  - напруга, створена зовнішнім вантаженням;  $k$  - постійна Больцмана;  $\tau$  - температура по Кельвіну. Наслідуючи цей вираз, в роботі робляться два висновки. Перший: при високошвидкісних вантаженнях ( $\dot{\sigma} \rightarrow \infty, \dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ ) в'язкість гірських порід стає дуже маленькою, і нею можна нехтувати; у таких умовах гірські породи поведуться як пружно-крихкі або пружно-пластичні тіла, рівняння стану яких не мають тимчасових параметрів. Другий вивід: індивідуальні фізико-механічні властивості гірських порід менше впливають на їх в'язкість, чим часові параметри вантаження.

Для мерзлих ґрунтів у рамках в'язкого нелінійно-пружного багатокомпонентного середовища в роботі [322] в'язкість усього середовища визначається таким компонентом як лід, при цьому для коефіцієнта в'язкості вводиться таке рівняння

$$\eta = A[t - F(r)]^{2/3},$$

де  $A$  - постійна;  $t = F(r)$  - рівняння передвісника.

У рамках в'язкопружної моделі для малих навантажень коефіцієнт в'язкості  $\eta$  вибирається у вигляді статечної функції від поточного модуля стискування середовища.

З урахуванням цих особливостей залежності коефіцієнта в'язкості від часових характеристик Г.М. Ляховим була розроблена модель пористого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом в'язкості [323, 324].

Дослідимо особливості деформації такого середовища при різних режимах навантаження.

Визначальні співвідношення моделі включають рівняння об'ємного стиснення і розвантаження середовища

$$F(P, \dot{P}, \varepsilon, \dot{\varepsilon}) = 0 \quad (2.1)$$

і умову пластичності, запропоновану для ґрунтів А.И. Боткіним і С.С. Григоряном в наступному вигляді [122, 123 ]:

$$T = \sqrt{6}I_2 = F(P), \quad (2.2)$$

$$I_2 = \frac{1}{6} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right],$$

де  $P$  - середній гідростатичний тиск;  $\varepsilon$  - об'ємна деформація середовища;  $\dot{P}, \dot{\varepsilon}$  - їх похідні за часом;  $T$  - інтенсивність дотичних напружень;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  - головні нормальні напруження.

Наявність в рівнянні (2.1) похідних за часом від тиску і деформації дозволяє врахувати вплив швидкості деформації на характер деформування. Залежність (2.1) різна при навантаженні і розвантаженні, що обумовлює появу залишкових деформацій. При  $\dot{P} \rightarrow \infty, \dot{\varepsilon} \rightarrow \infty$  з нього виходить рівняння граничного динамічного стиснення, а при  $\dot{P} \rightarrow 0, \dot{\varepsilon} \rightarrow 0$  - рівняння граничного статичного стиснення середовища.

Модель середовища враховує вплив швидкості деформації тільки на зміну об'єму, зсувна в'язкість не враховується. Об'ємна деформація і швидкість деформації пов'язані з деформаціями і швидкостями деформацій компонентів співвідношеннями

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \varepsilon_i, \dot{\varepsilon} = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \dot{\varepsilon}_i, \quad (2.3)$$

де  $\alpha_1$  - вміст порового простору,  $\alpha_2$  - рідкого,  $\alpha_3$  - твердого компонентів в одиниці об'єму ґрунту, причому,  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 1$ .

Прийнято, що рівняння динамічного об'ємного стиснення середовища  $P_D - P_0 = f_D(\varepsilon)$  відрізняється від рівняння статичного об'ємного стиснення  $P_S - P_0 = f_S(\varepsilon)$  лінійним членом  $P_D(\varepsilon) - P_S(\varepsilon) = k\varepsilon$  ( $k$  - коефіцієнт пропорційності) [150].

З урахуванням цих допущень можна записати рівняння динамічного об'ємного стиснення твердого пористого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища у вигляді

$$\dot{\varepsilon} = \left( \frac{\alpha_1}{\frac{df_D}{d\varepsilon_1}} + \sum_{i=2}^3 \alpha_i \frac{dg_i}{dP} \right) \dot{P} - \frac{\alpha_1}{\eta(P, \varepsilon)} \left( 1 - \frac{\frac{df_S}{d\varepsilon_1}}{\frac{df_D}{d\varepsilon_1}} \right) \times$$

$$\times \{ P - P_0 - f_S \left[ \left( \varepsilon - \sum_{i=2}^3 \alpha_i \varepsilon_i \right) \frac{1}{\alpha_1} \right] \}, \quad (2.4)$$

де  $\varepsilon_i = g_i(P)$  - діаграми стискання твердого і рідкого компонентів (вони однакові як для динамічного, так і для статичного навантаження, оскільки приймається, що при дії короточасного і тривалого навантаження деформації твердого і



рідкого компонентів однакові);  $\eta(P, \varepsilon)$  - змінний коефіцієнт об'ємної в'язкості середовища.

Одним з найбільш відомих типів рівнянь динамічного і статичного стискування середовищ (металів, гірських порід, води, повітря) є рівняння Тета. Постійні, які входять в це рівняння, мають конкретний фізичний смисл.

Розглядається варіант моделі, коли рівняння стискання рідкого і твердого компонентів є рівняннями типу Тета. Тоді рівняння (2.4) набуває вигляду

$$\varepsilon = \varphi(P, \varepsilon)P - \frac{\alpha_1 \lambda(P, \varepsilon)}{\eta(P, \varepsilon)} \psi(P, \varepsilon). \quad (2.5)$$

Функції, що входять в рівняння (2.5), для навантаження мають наступний вигляд

$$\varphi(p, \varepsilon) = \alpha_1 \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} - \sum_{i=2}^3 \alpha_i B_i [A_i (P - P_0) + 1]^{-k_i},$$

$$\lambda(p, \varepsilon) = 1 - \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} \frac{df_S}{d\varepsilon_1}, \quad \psi(p, \varepsilon) = P - P_0 - f_S(\varepsilon_1), \quad (2.6)$$

$$f_S(\varepsilon_1) = A_S^{-1} [(\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_S} - 1], \quad f_D(\varepsilon_1) = f_S(\varepsilon_1) + k\varepsilon_1, \quad \kappa < 0,$$

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\alpha_1} \left( \varepsilon - \sum_{i=2}^3 \alpha_i \varepsilon_i \right) = \frac{1}{\alpha_1} \left\{ \varepsilon + 1 - \sum_{i=2}^3 \alpha_i [A_i (P - P_0) + 1]^{-k_i} \right\} - 1,$$

$$A_i = \frac{\gamma_i}{\rho_{i0} c_{i0}^2}, \quad B_i = \frac{1}{\rho_{i0} c_{i0}^2}, \quad k_i = \frac{1}{\gamma_i}, \quad i=2,3; \quad A_S = \frac{\gamma_S}{\rho_0 c_S^2}.$$

У рівнянні (2.6) прийняті наступні позначення:  $\rho_{i0}, c_{i0}$  - щільність і швидкості звуку рідкого і твердого компонентів при атмосферному тиску  $P_0$ ;  $\gamma_i$  - показники міри в рівняннях типу Тета для цих компонентів;  $\rho_0$  - початкова щільність середовища при  $P_0$ ;  $c_S, \gamma_S$  - швидкість звуку і показник міри в рівнянні об'ємного стискування при статичному навантаженні.

У моделі прийнято, що рівняння розвантаження матеріалу твердого і рідкого компонентів співпадають з рівняннями їх навантаження.

Розвантаження вільного порового простору відбувається згідно з рівнянням

$$\varepsilon + 1 = \left[ \frac{\gamma_{SR}(P - P_0)}{\rho_0 c_{SR}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_{SR}} + \left[ \frac{\gamma_S(P_m - P_0)}{\rho_0 c_S^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_S} - \left[ \frac{\gamma_{SR}(P_m - P_0)}{\rho_0 c_{SR}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_{SR}}, \quad (2.7)$$

де  $c_{SR}$  - швидкість звуку при розвантаженні середовища;  $\gamma_{SR}$  - показник степеня в рівняннях об'ємного стискування при розвантаженні середовища;  $P_m$  - тиск, при якому об'ємною деформацією порового простору досягається максимальне значення  $\varepsilon_{1m}$ .

Розвантаження середовища настає при досягненні деформацією  $\varepsilon_1$  значення  $\varepsilon_{1m}$ , тобто при виконанні умови

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\alpha_1} \left( \varepsilon - \sum_{i=2}^3 \alpha_i \varepsilon_i \right) = \frac{1}{\alpha_1} \left[ \frac{\dot{V}}{V_0} - \sum_{i=2}^3 B_i (A_i (P - P_0) + 1)^{\frac{-(1+\gamma_i)}{\gamma_i}} P \right] = 0. \quad (2.8)$$

З умови (2.8) за умови  $\varepsilon_1 = \varepsilon_{1m}$  можна визначити  $P_m$ :

$$P_m = P_0 + \left[ (1 + \varepsilon_{1m})^{-\gamma_s} - 1 \right]. \quad (2.9)$$

Рівняння об'ємного розвантаження середовища має вигляд (2.5), але функції, що входять в нього, при розвантаженні відрізняються від відповідних функцій при навантаженні і записуються в наступному вигляді:

$$\varphi(P, \varepsilon) = \alpha_1 \left[ \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_S}{d\varepsilon_1} + \frac{df_{SR}}{d\varepsilon_1} \right]^{-1} - \sum_{i=2}^3 \alpha_i B_i [A_i (P - P_0) + 1]^{-k_i - 1},$$

$$\lambda_1(P, \varepsilon) = \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_S}{d\varepsilon_1} \right) \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_S}{d\varepsilon_1} + \frac{df_{SR}}{d\varepsilon_1} \right)^{-1},$$

$$\psi(p, \varepsilon) = P - P_0 - f_{SR}(\varepsilon_1), \quad (2.10)$$

$$f_s(\varepsilon_1) = A_s^{-1} [(\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_s} - 1], \quad f_D(\varepsilon_1) = f_s(\varepsilon_1) + k\varepsilon_1, \quad \kappa < 0,$$

$$f_{SR}(\varepsilon_1) = A_{SR}^{-1} \left\{ \left\{ \varepsilon_1 + 1 + [A_{SR}(P_m - P_0) + 1]^{-1/\gamma_{SR}} - [A_S(P_m - P_0) + 1]^{-1/\gamma_S} \right\}^{-\gamma_{SR}} - 1 \right\},$$

$$P_m - P_0 = A_S^{-1} [(\varepsilon_{1m} + 1)^{-\gamma_s} - 1],$$

$$k_i = \frac{1}{\gamma_i}, \quad i=2,3; \quad A_S = \frac{\gamma_S}{\rho_0 c_S^2}, \quad A_{SR} = \frac{\gamma_{SR}}{\rho_0 c_{SR}^2}.$$

Вид функції для змінного коефіцієнта в'язкості  $\eta(P, \varepsilon)$  визначається з наступних міркувань. Для даного ґрунту існують граничні статична  $P_S$  і

динамічна  $P_D$  діаграми стискання, а також проміжна діаграма стискання (2.1). Чим більше швидкість навантаження, тим ближче крива стиснення до граничної динамічної діаграми.

Враховуючи ці міркування, для даного фіксованого тиску  $P^*$  можна записати

$$P^* - P_0 = P_S(\varepsilon_1) + \kappa \varepsilon_1 = \frac{\rho_0 c_S^2}{\gamma_S} [(\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_S} - 1] + \kappa \varepsilon_1, \quad (2.11)$$

$$\kappa \geq 0, \quad |\kappa| \leq |k|.$$

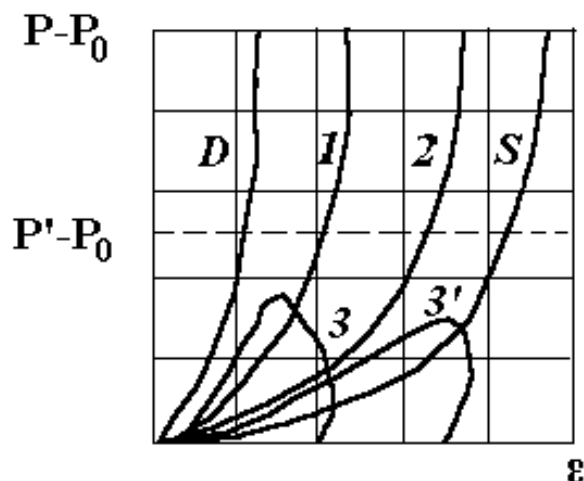


Рис. 2.1. Граничні статична  $P_S$ , і динамічна  $P_D$  і проміжні діаграми стискання

Граничний випадок  $\kappa = 0$  відповідає статичній діаграмі, а  $\kappa = k$  - граничній динамічній діаграмі. Збільшення  $|\kappa|$  відповідає збільшенню швидкості вантаження. Враховуючи відмічене, а також такий експериментальний факт, що коефіцієнт в'язкості із збільшенням швидкості навантаження зменшується, Г. М. Ляховим був запропонований наступний вигляд функції в'язкості [324]:

$$\eta(P, \varepsilon) = \eta_D \left( \frac{\kappa - \rho_0 c_S^2}{k - \rho_0 c_S^2} \right)^{-m}, \quad m > 1, \quad (2.12)$$

де  $\eta_D$  - «динамічний» коефіцієнт об'ємної в'язкості, який відповідає значенню функції  $\eta(P, \varepsilon)$  на динамічній діаграмі.

Визначивши значення  $\kappa$  з (2.11) і підставивши його значення в (2.12), отримаємо

$$\eta(P, \varepsilon) = \eta_D \left\{ \frac{P - P_0 - \frac{\rho_0 c_S^2}{\gamma_S} [\gamma_S \varepsilon_1 - 1 + (\varepsilon_1 + 1)^{-\gamma_S}]}{\varepsilon_1 (k - \rho_0 c_S^2)} \right\}^{-m}. \quad (2.13)$$

Із співвідношення (2.13) випливає, що коефіцієнт об'ємної в'язкості є функцією від тиску і величини об'ємної деформації, яка залежить, у свою чергу, від часу, режимів навантаження і фізико - механічних характеристик середовища.

Вважається, що при розвантаженні коефіцієнт об'ємної в'язкості постійний і дорівнює значенню, досягнутому при максимальній деформації середовища, тобто

$$\eta_R = \eta_D \left\{ \frac{P_m - P_0 - \frac{\rho_0 c_S^2}{\gamma_S} [\gamma_S \varepsilon_{1m} - 1 + (\varepsilon_{1m} + 1)^{-\gamma_S}]}{\varepsilon_{1m} (k - \rho_0 c_S^2)} \right\}^{-m}. \quad (2.14)$$

## **2.2. Вплив змінного коефіцієнта в'язкості на особливості деформування багатокomпонентного в'язкопластичного середовища при різних режимах навантаження**

Як слідує з рівняння (2.5), характер динамічної поведінки ґрунту визначається як величиною навантаження, що прикладається, так і швидкістю

його застосування, а також такими фізико - механічними характеристиками середовища, як щільність і вміст компонентів, динамічним коефіцієнтом об'ємної в'язкості. У зв'язку з цим, дослідження впливу названих параметрів на особливості об'ємного деформування ґрунту при різних режимах навантаження є важливим з наукової і практичної точок зору.

З експериментальних досліджень вибухового і ударного (зокрема, копрового) навантаження м'яких ґрунтів відомо, що близьким до реального є імпульс тиску трикутної форми. Максимальний тиск  $P_m$  досягається за час  $t_m$ , тривалість тиску, що прикладається, визначається часом дії хвилі  $\Theta$ . Відлік часу починається від моменту початку дії тиску, що прикладається. При такій формі імпульсу тиску швидкості навантаження і розвантаження постійні і в загальному випадку різні за величиною.

Змінюючи величини  $P_m$ ,  $t_m$  і  $\Theta$  можна простежити вплив величини швидкості навантаження на характер зміни об'ємної деформації на вигляд діаграм об'ємного стиснення і розвантаження ґрунту. Тиск і швидкість навантаження змінюються з часом за такими співвідношеннями:

$$P - P_0 = \begin{cases} \frac{P_{\max} t}{t_{\max}} & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\max} \\ \frac{P_{\max} (\Theta - t)}{\Theta - t_{\max}} & \text{при } t_{\max} \leq t \leq \Theta, \\ 0 & \text{при } t > \Theta \end{cases} \quad (2.12)$$

$$P = \begin{cases} \frac{P_{\max}}{t_{\max}} & \text{при } 0 \leq t \leq t_{\max} \\ \frac{-P_{\max}}{\Theta - t_{\max}} & \text{при } t_{\max} \leq t \leq \Theta, \\ 0 & \text{при } t > \Theta \end{cases} \quad (2.13)$$

Початковими умовами цього завдання є наступні умови:

1) при навантаженні  $\varepsilon = 0$  при  $t = 0$ ;

2) при розвантаженні  $\varepsilon = \varepsilon_m$  при  $t_m$ , де  $t_m$  - момент часу, при якому об'ємна деформація досягає максимального значення.

Підставляючи в рівняння (2.4) вирази (2.11) - (2.12), отримаємо для  $\varepsilon$  як функції часу диференціальне рівняння у виді

$$\dot{\varepsilon}(t) = F(\varepsilon, t) = \varphi(P, \varepsilon) \dot{P} - \frac{\alpha_1 \lambda(P, \varepsilon)}{\eta(P, \varepsilon)} \psi(P, \varepsilon). \quad (2.14)$$

Оскільки функції, що входять в рівняння (2.13), нелінійні, тоді інтегрування цієї задачі Коші виконувалася чисельно чотири - кроковим методом Рунге-Кутта.

На кожному  $(n+1)$ -му кроці за часом  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$  ( $\Delta t = \Theta / k$ ,  $k$  - ціле число) деформація визначається за формулою

$$\varepsilon^{n+1} = \varepsilon^n + (\varepsilon_1 + 2(\varepsilon_2 + \varepsilon_3) + \varepsilon_4) / 6, \quad (2.15)$$

де

$$\varepsilon_1 = \Delta t \cdot F(t^n, \varepsilon^n, P_m, t_m, \Theta), \quad (2.16)$$

$$\varepsilon_2 = \Delta t \cdot F(t^n + \Delta t / 2, \varepsilon^n + \varepsilon_1 / 2, P_m, t_m, \Theta),$$

$$\varepsilon_3 = \Delta t \cdot F(t^n + \Delta t / 2, \varepsilon^n + \varepsilon_2 / 2, P_m, t_m, \Theta),$$

$$\varepsilon_4 = \Delta t \cdot F(t^{n+1}, \varepsilon^n + \varepsilon_3, P_m, t_m, \Theta).$$

Функція  $F$  різна для навантаження і розвантаження. Початок розвантаження середовища по деформації визначається з умови

$$|\varepsilon^{n+1}| < |\varepsilon^n|. \quad (2.17)$$

Значення фізичних констант для лесового ґрунту вибиралися в наступних межах [153, 164]:  $\rho_0 c_S^2 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $k = -12 \cdot 10^{-6} \text{ Па}$ ;  $\gamma_S = 5$ ;  $\gamma_{SR} = 8$ ;  $\gamma_2 = 7$ ;  $\rho_0 c_{SR}^2 = 12 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $\alpha_1 = 0,2$ ;  $\alpha_2 = 0,2$ ;  $\alpha_3 = 0,6$ ;  $\rho_3 = 2650 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $c_2 = 1500 \text{ м/с}$ ;  $c_3 = 4500 \text{ м/с}$ ;  $\gamma_3 = 5$ ;  $\eta_D = 100 \dots 10000 \text{ Па/с}$ ;  $m = 1 \dots 20$ .

Характеристики імпульсу тиску були наступними:  $P_{\max} = 10^5 \dots 10^9 \text{ Па}$ ;  $\Theta = 10^{-2} \dots 1 \text{ с}$ ,  $t_{\max} = (0,01 \dots 0,5) \cdot \Theta$ .

На рис. 2.2, а приведена залежність імпульсу тиску, а на рис. 2.2, б – залежність об'ємної деформації від часу при  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$ , часу дії  $\Theta = 10^{-2} \text{ с}$  для різних значень часу наростання імпульсу: крива 1 -  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ , 2 -  $t_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ . Швидкість навантаження при цьому дорівнювала для кривої 1 -  $10^9 \text{ Па/с}$ , для кривої 2 -  $2 \cdot 10^8 \text{ Па/с}$ . Для даних випадків  $\eta_D = 5000 \text{ Па*с}$ ,  $m = 3$ . На рис. 2.2, в приведені діаграми об'ємного стиснення і розвантаження середовища для цих імпульсів.

Аналіз приведених графіків показує, що збільшення швидкості навантаження приводить до зменшення максимальної деформації, збільшення часу запізнювання (тобто часу між досягненням максимуму деформації і максимуму тиску), але до повільнішого переходу від граничної динамічної діаграми стиснення  $P_D$  до граничної статичної діаграми  $P_S$ .

На рис. 2.3, а зображені імпульси тиску, у яких однакові  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$  і відношення  $\Theta / t_m = 100$ . Проте, для кривої 1  $\Theta = 0.1 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ ,  $\dot{P} = 10^9 \text{ Па/с}$ ; для кривої 2 -  $\Theta = 1.0 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-2} \text{ с}$ ,  $\dot{P} = 10^8 \text{ Па/с}$ .

Залежність деформації від часу приведена на рис. 2.3, б, а діаграми об'ємного стиснення - на рис. 2.3, в. З аналізу рисунків виходить, що збільшення часу навантаження і розвантаження веде до зменшення максимуму і



залишковою об'ємних деформацій, до повільнішого переходу від граничної динамічної  $P_D$  до граничної статичної діаграми стикання  $P_S$ .

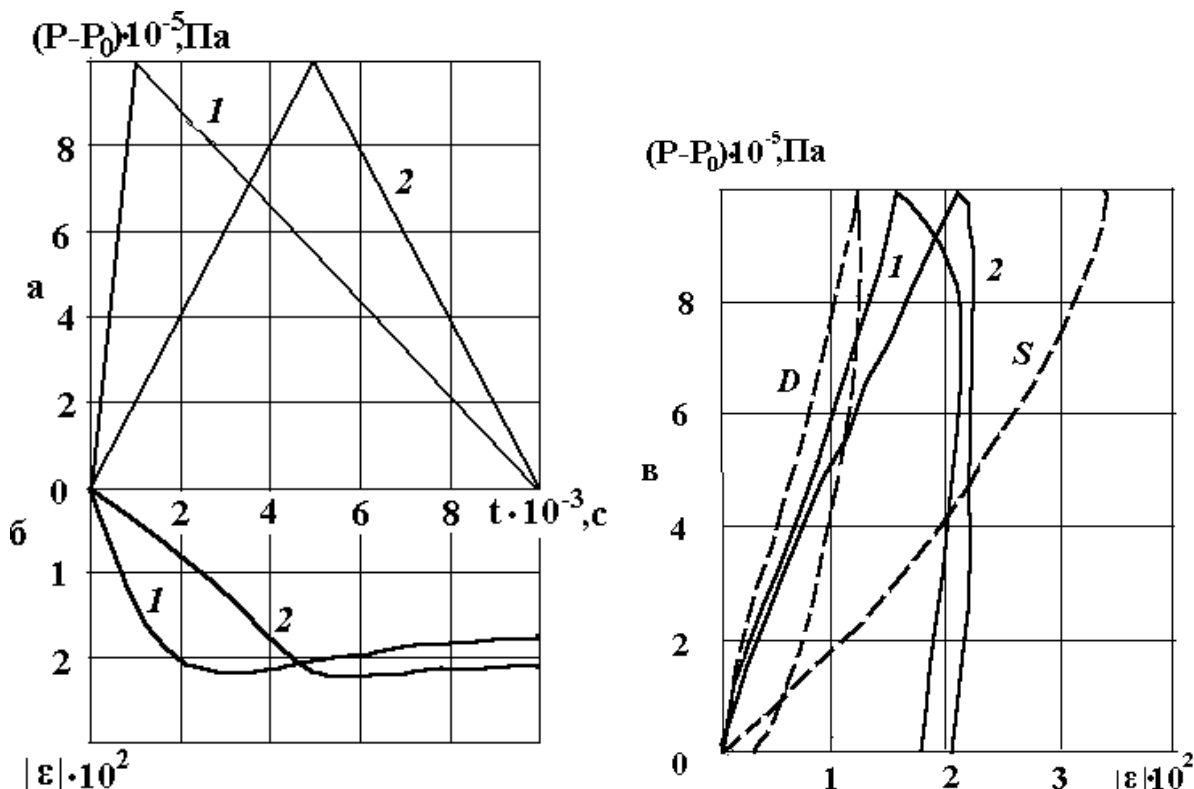


Рис. 2.2. Залежності імпульсу тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стиснення і розвантаження (в) при  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$ ,  $\Theta = 10^{-2} \text{ с}$  для різних значень часу наростання імпульсу : крива 1 -  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ ,  
 2 -  $t_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ .

Вказані закономірності зміни деформованого стану ґрунту як багатокомпонентного в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом в'язкості узгоджуються із подібними закономірностями для моделі ґрунту з постійною в'язкістю [153].

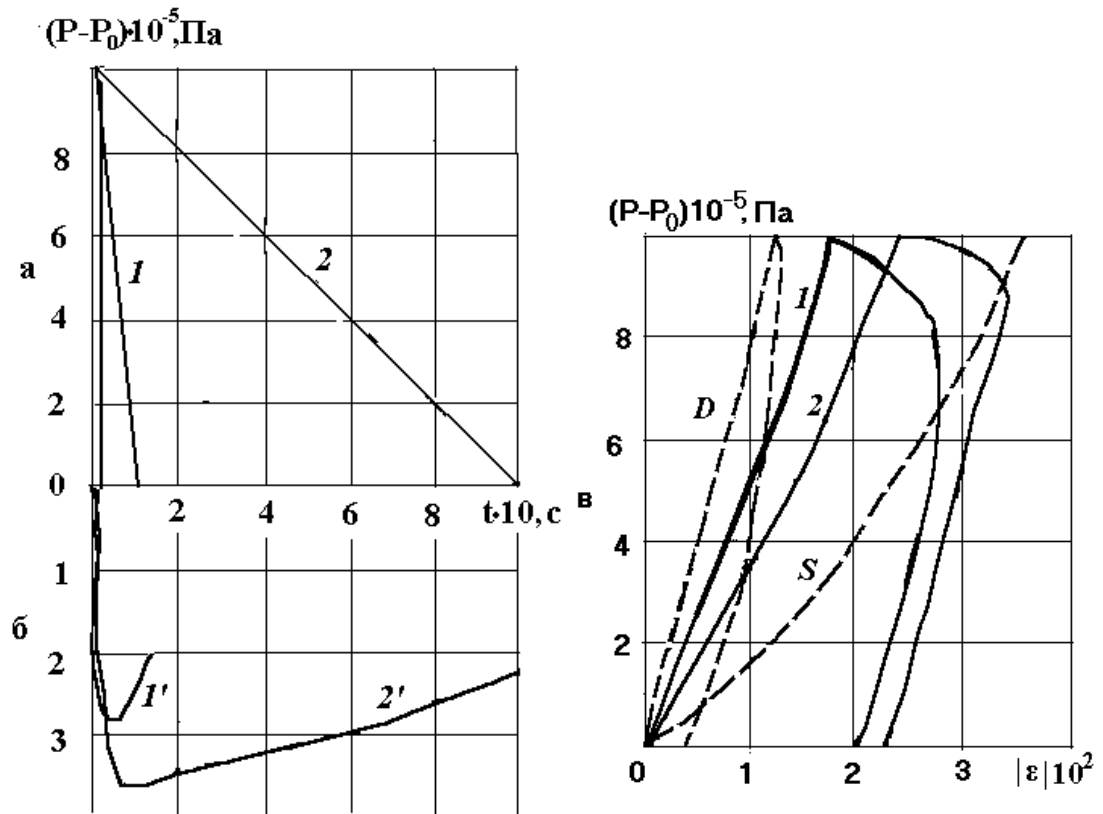


Рис. 2.3. Залежність тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискання (в) при  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$  і  $\Theta/t_m = 100$  при різних  $\Theta$  і  $t_m$ : 1 -  $\Theta = 0.1 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ ,  $\dot{P} = 10^9 \text{ Па/с}$ ; 2 -  $\Theta = 1.0 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-2} \text{ с}$ ,  $\dot{P} = 10^8 \text{ Па/с}$ .

Для вивчення впливу змінного коефіцієнта в'язкості на процес динамічної деформації ґрунту розрахунки проводилися для різних значень  $\eta_D$  і значень часу наростання імпульсу. На рис. 2.4,а приведені залежності тиску, а на рис 2.4,б об'ємній деформації від часу при  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$ ,  $\Theta = 10^{-2} \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$  для різних значень  $\eta_D$ : 1 -  $\eta_D = 10^4 \text{ Па*с}$ ; 2 -  $\eta_D = 5 \cdot 10^3 \text{ Па*с}$ ; 3 -  $\eta_D = 10^3 \text{ Па*с}$ ; 4 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па*с}$ ; лінія 5 відповідає моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості  $\eta = 10^2 \text{ Па*с}$ .

З рисунку випливає, що чим менше значення коефіцієнта  $\eta_D$ , тим більше значення максимальної  $\varepsilon_m$  і залишковою об'ємних деформацій. Проте, із

зменшенням  $\eta_D$  запізнювання досягнення максимуму об'ємної деформації в порівнянні з максимумом досягнення  $P_m$  зменшується.

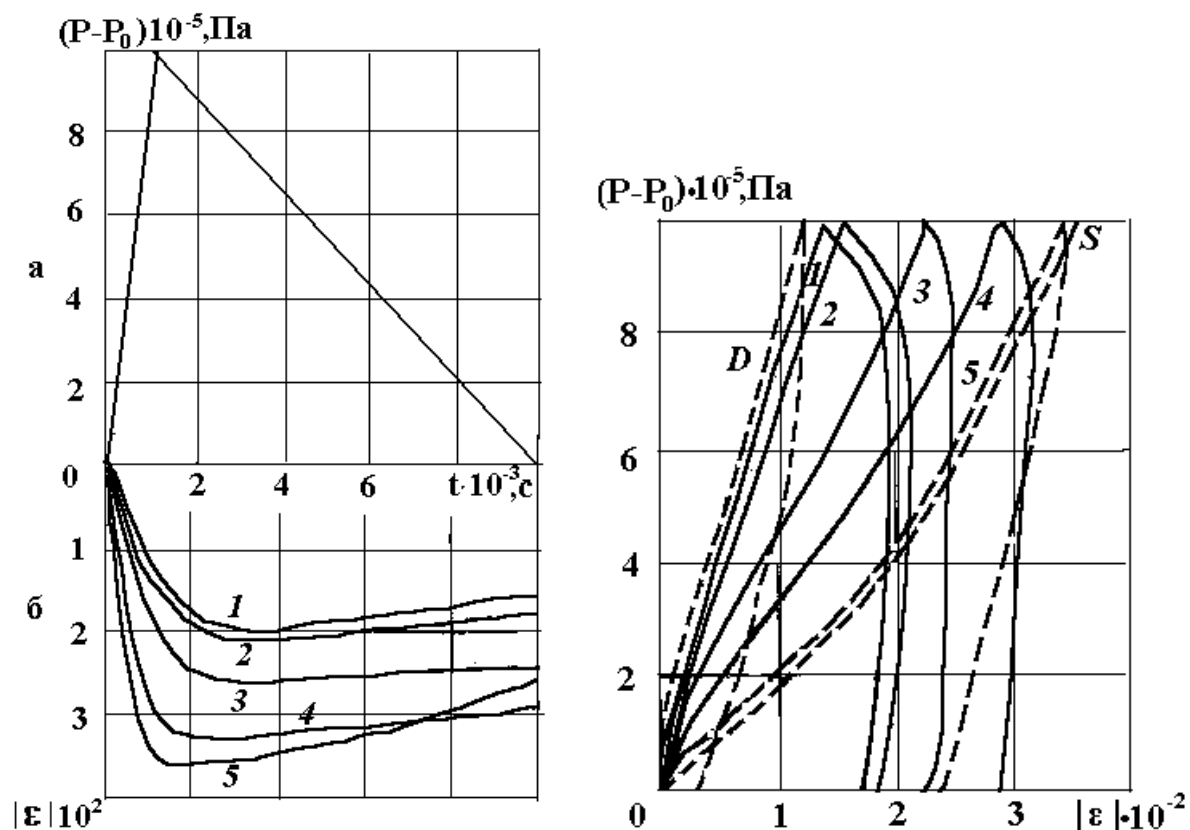


Рис. 2.4. Залежності тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискання (в) при  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$ ,  $\Theta = 10^{-2} \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$  для різних значень  $\eta_D$ : 1 -  $\eta_D = 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 2 -  $\eta_D = 5 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 3 -  $\eta_D = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 4 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; лінія 5 відповідає моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості  $\eta = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

При зіставленні кривих 4 і 5 можна зробити висновок, що при однакових значеннях  $\eta$  для моделі з постійною в'язкістю і  $\eta_D$  для моделі із змінною в'язкістю характер об'ємної деформації ґрунтів, що вивчаються у рамках цих моделей різний. Ґрунту з постійною в'язкістю відповідає більше значення максимальною, але менше значення залишкової деформації, тобто характерне більше інтенсивно розвантаження середовища. Час запізнювання максимуму

деформації по відношенню до максимуму тиску в середовищі із змінним коефіцієнтом в'язкості значно більше, що і викликає збільшення залишкових деформацій.

На рис. 2.4, в представлені діаграми об'ємного стискання для даних випадків. Із збільшенням коефіцієнта в'язкості діаграми стискання наближаються до граничної динамічної діаграми стискання, повільніше відбувається перехід до граничної статичної діаграми, і характер цього переходу абсолютно інший, чим у разі середовища з постійною в'язкістю. Крива 5 при усіх значеннях тиску проходить поблизу граничної статичної діаграми, що відповідає найбільшому значенню  $\eta$ . Крива 4 в околі точки  $\varepsilon = 0$  проходить поблизу граничної динамічної діаграми стискання, далі із зростанням значення  $|\varepsilon|$  відбувається відхилення від граничної динамічної і наближення до граничної статичної діаграми  $P_S$  і далі - перетин кривої 4 з кривою  $P_S$ .

Слід зазначити, що площа фігури, обмеженою діаграмою і віссю абсцис, відповідає втратам енергії, що витрачаються на стискання середовища. З малюнка виходить, що в середовищі із змінним коефіцієнтом в'язкості енергетичні втрати більші. Звідси слідує висновок, що хвилі в середовищі із змінною в'язкістю затухають швидше.

Зміна коефіцієнта об'ємної в'язкості від величини об'ємної деформації для ґрунту з різними значеннями  $\eta_D$  наведено на рис. 2.4,в.

Функція  $\eta(\varepsilon)$  є такою, що зростає від  $|\varepsilon|$ . Чим більше значення динамічного коефіцієнта в'язкості  $\eta_D$  тим вище розміщується крива  $\eta(\varepsilon)$ . Проте, із збільшенням  $\eta_D$  швидкість росту функції  $\eta(\varepsilon)$  зменшується. Так при значенні  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$  відношення  $(\eta(\varepsilon_m) - \eta_D) / \eta_D$  склало 29, а при  $\eta_D = 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}$  - всього 4 (тут  $\eta(\varepsilon_m)$  - значення коефіцієнта в'язкості при максимальній об'ємній деформації).

Залежність коефіцієнта функції  $\kappa(\varepsilon)$  від величини об'ємної деформації для ґрунту з різними значеннями  $\eta_D$  наведена на рис 2.4,г.

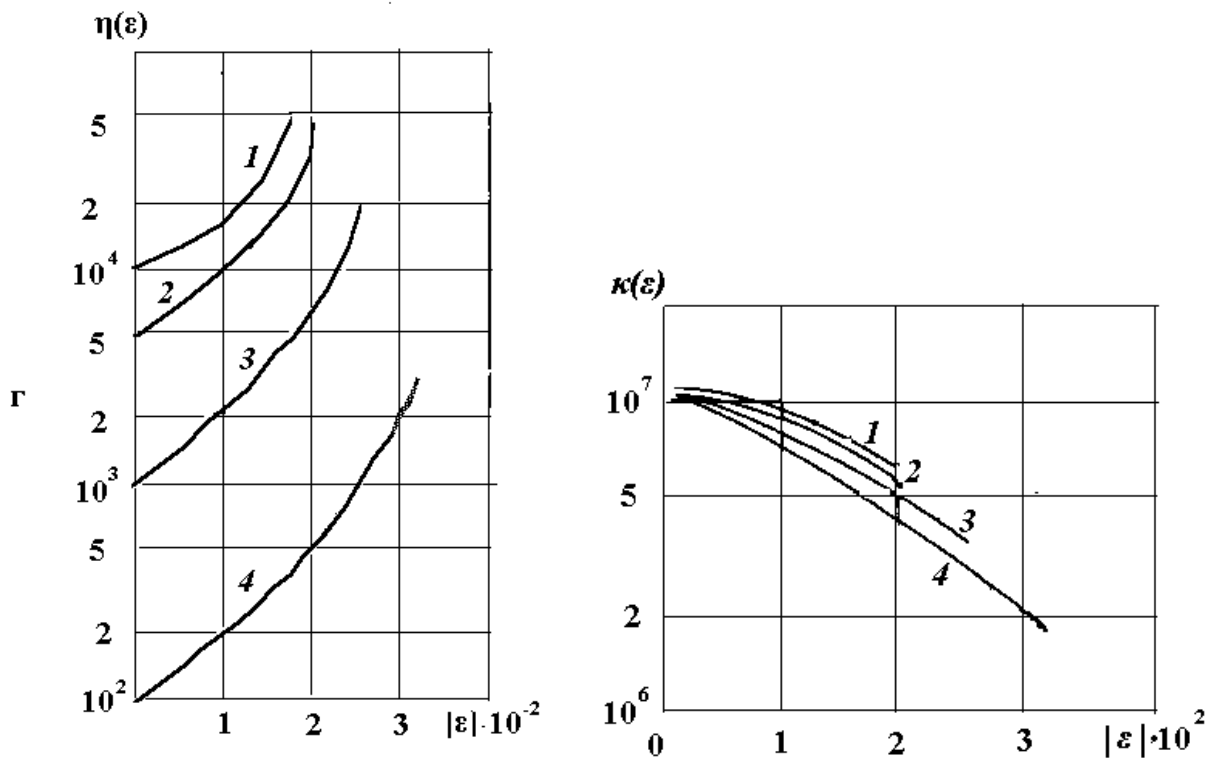


Рис. 2.4. Залежність коефіцієнта об'ємної в'язкості ( $\nu$ ) і функції  $\kappa(\varepsilon)$  ( $\Gamma$ ) від величини об'ємної деформації для ґрунту з різними значеннями  $\eta_D$ .

Нумерація кривих як на рис. 2.4, а.

З цього рисунка видно, що функція  $\kappa(\varepsilon)$  є такою, що зменшується залежно від величини  $|\varepsilon|$ . І чим більше значення  $\eta_D$ , тим вище лежить крива  $\kappa(\varepsilon)$ . Така поведінка функції  $\kappa(\varepsilon)$  пояснює перехід діаграм стиснення від граничної динамічної до граничної статичної діаграми із збільшенням об'ємної деформації ґрунту.

На рис. 2.5, а, б, в, 2.6, а, б, в і 2.7, а, б, в приведені залежності тиску, об'ємній деформації від часу і діаграм об'ємного стиснення глини для  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$  і різних режимів навантаження.

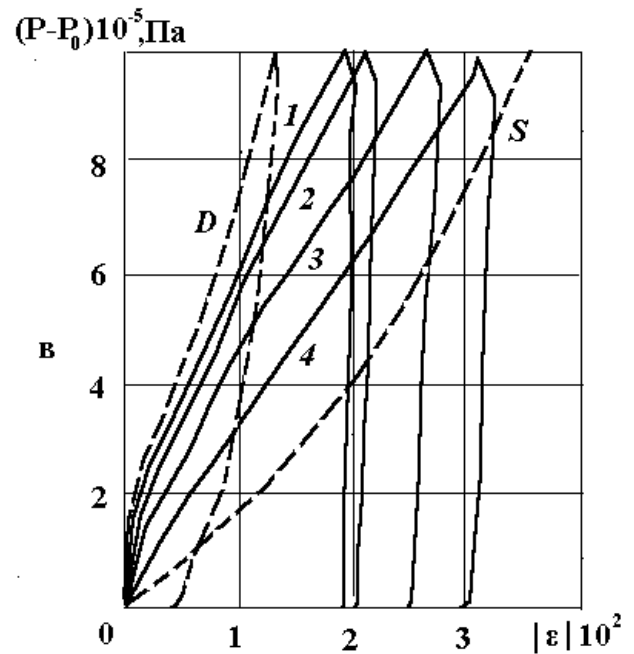
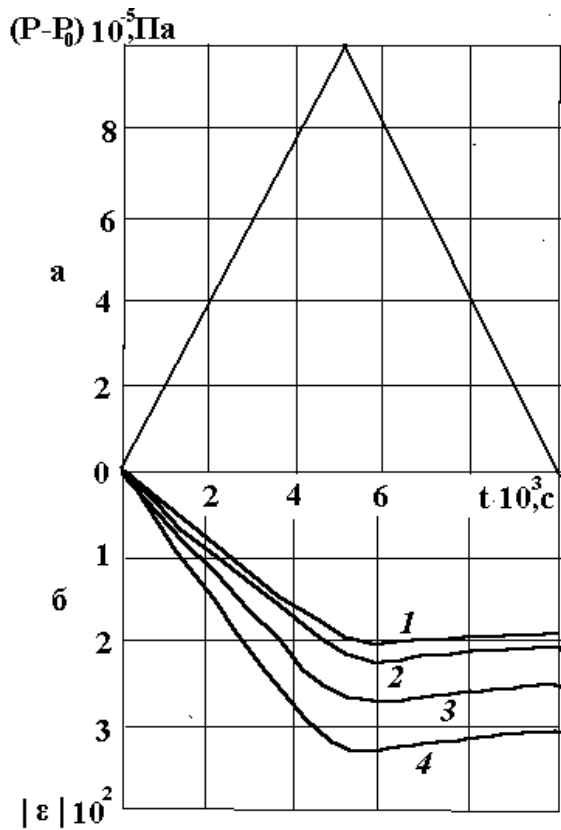


Рис. 2.5. Залежності тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискування (в) глини для  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$  при  $\Theta = 0.01 \text{ с}$ ,  $t_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  при різних значеннях  $\eta_D$ : 1 -  $\eta_D = 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 2 -  $\eta_D = 5 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 3 -  $\eta_D = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 4 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Рисунку 2.5 відповідають значення  $\Theta = 0.01 \text{ с}$ ,  $t_m = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , рис. 2.6 -  $\Theta = 0.1 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ , рис. 2.7 -  $\Theta = 1.0 \text{ з}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ . Нумерація кривих на цих рисунках відповідає різним значенням динамічного коефіцієнта в'язкості: 1 -  $\eta_D = 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 2 -  $\eta_D = 5 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 3 -  $\eta_D = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 4 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ . Лінія 5 відповідає моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості  $\eta = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

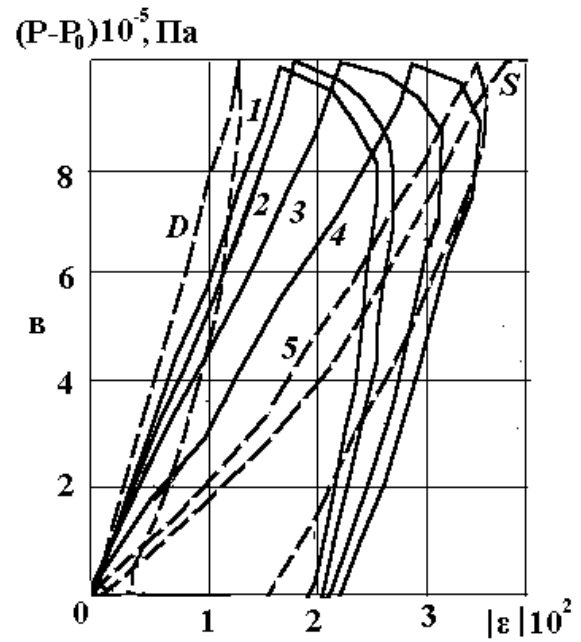
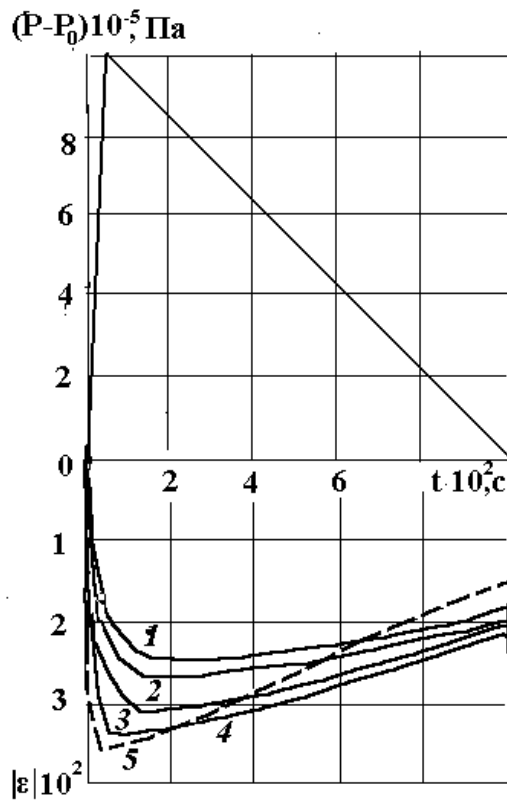


Рис. 2.6. Залежності тиску (а), об'ємній деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискання ґрунту (в) для  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$  при  $\Theta = 0.1 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$  при різних значеннях  $\eta_D$ : 1 -  $\eta_D = 10^4$ ; 2 -  $\eta_D = 5 \cdot 10^3$ ; 3 -  $\eta_D = 10^3$ ; 4 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 5 - модель з постійною в'язкістю  $\eta = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

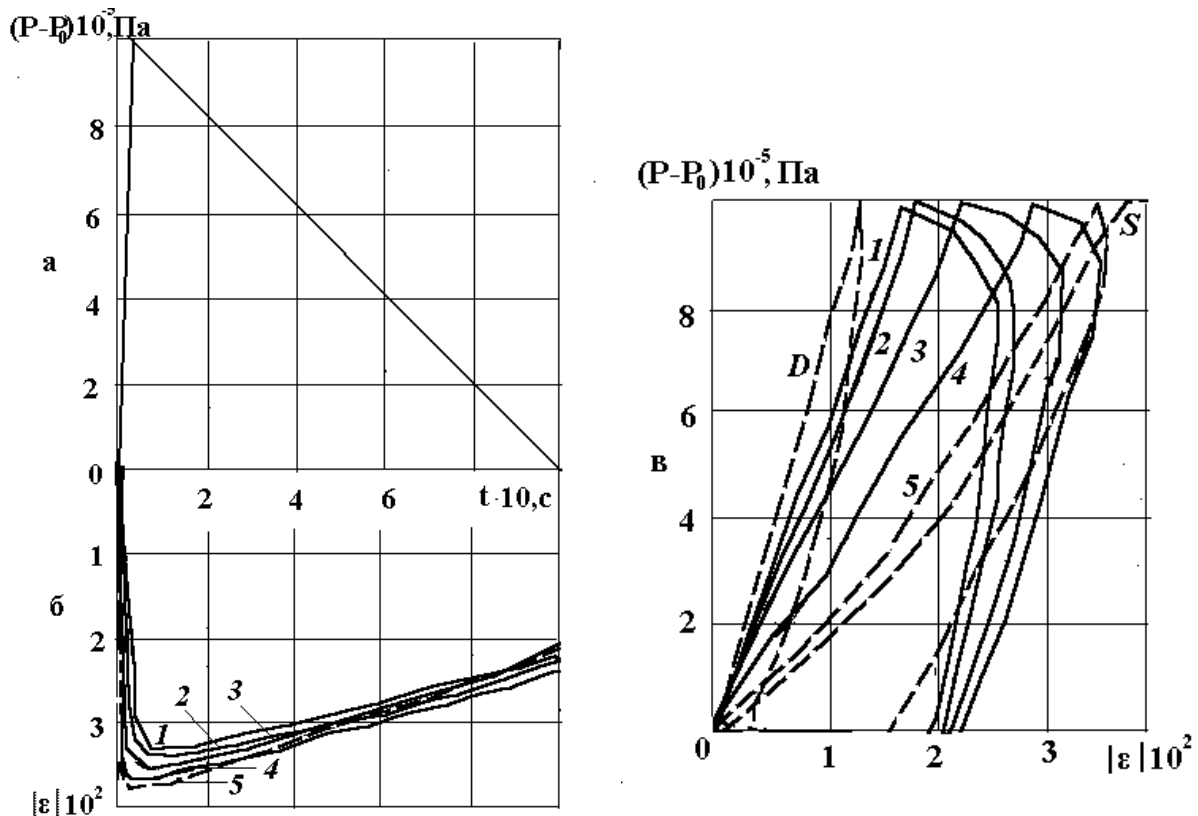


Рис. 2.7. Залежності тиску (а), об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискування глини (в) для  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$  при  $\Theta = 1.0 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$  при різних значеннях  $\eta_D$ : 1 -  $\eta_D = 10^4$ ; 2 -  $\eta_D = 5 \cdot 10^3$ ; 3 -  $\eta_D = 10^3$ ; 4 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 5 - модель з постійною в'язкістю  $\eta = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Аналізуючи ці рисунки, можна зробити висновок, що при різних режимах навантаження спостерігаються одні і ті ж закономірності залежності деформацій від величини  $\eta_D$ : із збільшенням  $\eta_D$  зменшується значення максимальною  $\varepsilon_m$  і залишковою  $\varepsilon_{ост}$  деформацій; діаграми об'ємного стискування проходять ближче до динамічної діаграми, відбувається повільніший перехід до статичної діаграми і більше пізніше її перетин.

На рис. 2.8 приведена залежність змінного коефіцієнта об'ємної в'язкості від об'ємної деформації ґрунту для режимів навантаження, представлених на рис. 2.5 і 2.7. Нумерація кривих така ж, як на попередніх рисунках. Суцільні лінії і



нумерація без штрихів відноситься до режимів рис. 2.7, а штрихові лінії і нумерація з штрихами - до режимів рис. 2.5. Режиму навантаження на рис. 2.5 відповідає швидкість навантаження  $\dot{P} = 2 \cdot 10^8 \text{ Па/с}$ , а на рис. 2.7 -  $\dot{P} = 10^8 \text{ Па/с}$ . Як було доведено експериментально, із збільшенням швидкості навантаження змінний коефіцієнт в'язкості зменшується. Ця закономірність підтверджується чисельними розрахунками і простежується на рис. 2.8.

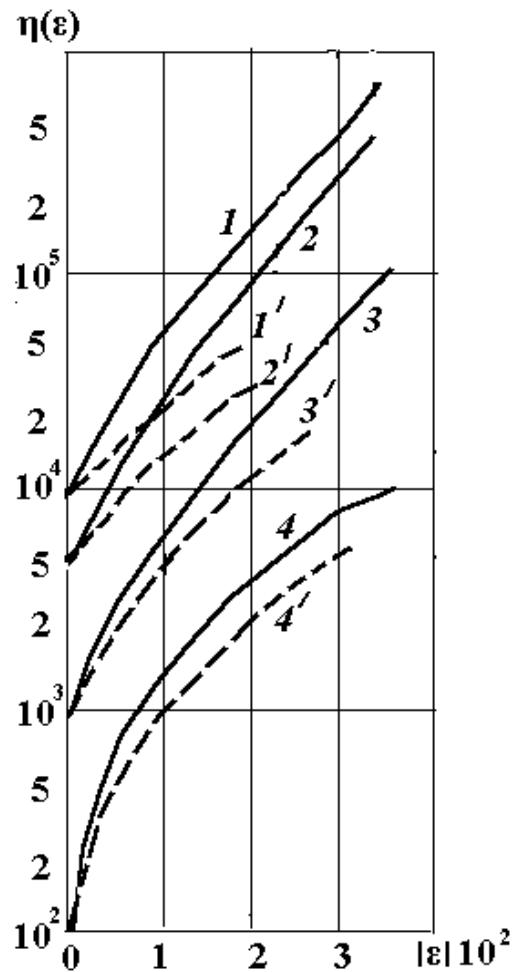


Рис. 2.8. Залежність змінного коефіцієнта об'ємної в'язкості від об'ємної деформації ґрунту. Суцільні лінії і нумерація без штрихів відноситься до режимів рис. 2.7, а штрихові лінії і нумерація з штрихами - до режимів рис. 2.5.

Для одного і того ж значення максимального тиску  $P_m$  і динамічного коефіцієнта в'язкості  $\eta_D$  із збільшенням швидкості навантаження в два рази відбувається значне зменшення швидкості зростання функції  $\eta(\varepsilon)$  і її

максимального значення і, як наслідок цього, величини максимальної об'ємної деформації. Чим більше значення коефіцієнта  $\eta_D$  тим значніше ця різниця.

Для визначення впливу показника степеня  $m$  у функції  $\eta(\varepsilon)$  (формула 2.13) на об'ємну деформацію ґрунту в дослідженнях значення  $m$  змінювалося в діапазоні від 1 до 20.

Залежності максимальної об'ємної деформації  $\varepsilon_m$  (крива 1) і залишковій деформації  $\varepsilon_{ост}$  (крива 2) від показника  $m$  для  $P_m - P_0 = 10^7$  Па,  $\Theta = 0.1$  с,  $t_m = 10^{-3}$  с,  $\eta_D = 1000$  Па·с приведені на мал. 2.9.

Простежується значний вплив показника  $m$  на об'ємну деформацію ґрунту. Зміна  $m$  у 20 разів привело до зміни деформацій більше, ніж в два рази, тоді як зміна коефіцієнта  $\eta_D$  у 100 разів привело до зміни деформації тільки в 1.6 разу. Із збільшенням  $m$  об'ємна деформація зменшується, і в діапазоні  $m = 1 \dots 15$  швидкість зменшення значна. При подальшому збільшенні  $m$  крива деформації підходить до асимптоти і, починаючи з  $m = 18$ , збільшення деформації вже не спостерігається.

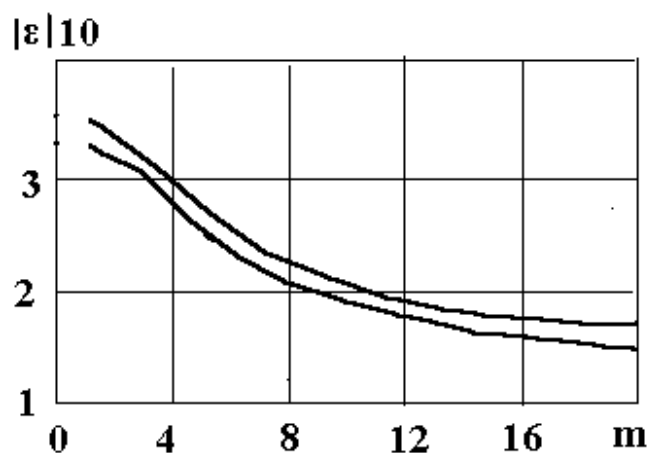


Рис. 2.9. Залежність максимальної об'ємної деформації  $\varepsilon_m$  (крива 1) і залишкової деформації  $\varepsilon_{ост}$  (крива 2) від показника  $m$  для  $P_m - P_0 = 10^7$  Па,  $\Theta = 0.1$  с,  $t_m = 10^{-3}$  с,  $\eta_D = 1000$  Па·с.

На рис. 2.10 можна простежити вплив  $\eta_D$  на деформацію ґрунту для  $P_m - P_0 = 10^7 \text{ Па}$ ,  $\Theta = 0.1 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$ . Нумерація кривих така ж, як і на попередньому малюнку. Для вказаного значення  $P_m$  можна спостерігати ті ж закономірності, що і для тиску  $P_m - P_0 = 10^6 \text{ Па}$ .

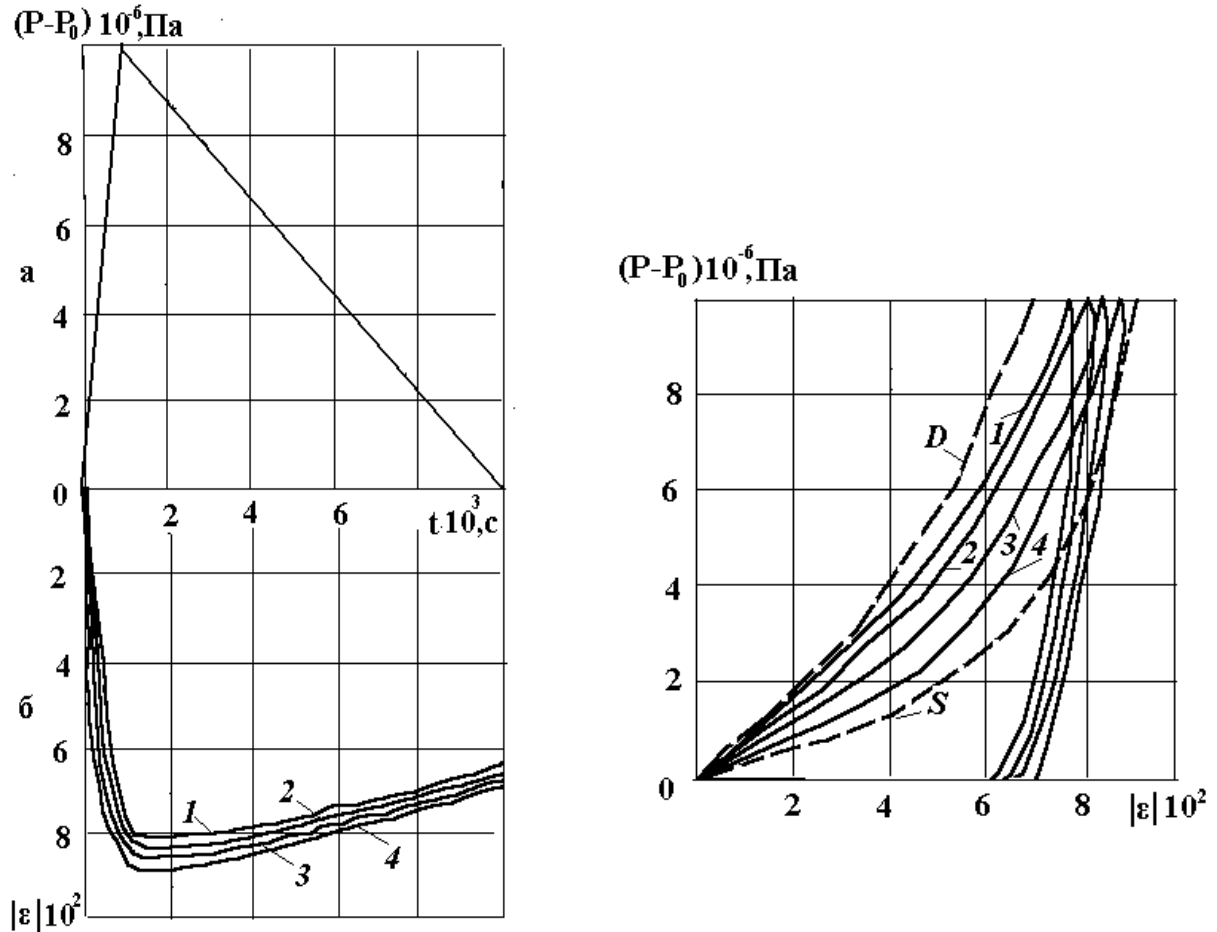


Рис. 2.10. Залежність тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискування (в) для  $P_m - P_0 = 10^7 \text{ Па}$ ,  $\Theta = 0,1 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$  і різних

$\eta_D$ : 1 -  $\eta_D = 10^4 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 2 -  $\eta_D = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 3 -  $\eta_D = 10^2 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 4 -  $\eta_D = 10 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Із збільшенням динамічного коефіцієнта в'язкості  $\eta_D$  зменшується значення максимальною  $\varepsilon_m$  і залишковою об'ємних деформацій збільшується час запізнювання досягнення  $\varepsilon_m$  в порівнянні з часом досягнення максимуму

тиску. Чим більше  $\eta_D$ , тим ближче діаграми об'ємного стискання до граничної динамічної діаграми.

Проте, ці відмінності для  $P_m - P_0 = 10^7$  Па менш чітко виражені. Так, наприклад, різниця між максимальними деформаціями для  $\eta_D = 10^4$  Па·с і  $\eta_D = 10^2$  Па·с склала 8%, тоді як та ж різниця для  $P_m - P_0 = 10^6$  Па дорівнювала 40%.

При подальшому зростанні максимального тиску  $P_m$ , як і у разі моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості, відбувається зменшення впливу параметрів  $\eta_D$  і  $m$  на процес динамічної деформації ґрунту. Визначальними стають величина максимального тиску  $P_m$  і швидкості навантаження.

На рис. 2.11, а, б, в приведені залежності тиску і об'ємної деформації від часу і діаграми об'ємного стискання для  $P_m - P_0 = 10^7$  Па,  $\Theta = 0.01$  с,  $t_m = 10^{-3}$  с і різних значеннях динамічного коефіцієнта в'язкості: 1 -  $\eta_D = 10^2$ ; 2 -  $\eta_D = 10^3$  Па·с.

Аналіз рисунків показує, що при високих значеннях максимального тиску на динамічну деформацію середовища визначальний вплив чинить саме тиск. Динамічний коефіцієнт об'ємної в'язкості  $\eta_D$  на деформацію ґрунту впливає слабо. Незважаючи на те, що, коефіцієнт  $\eta_D$  змінюється в 10 разів, криві 1 і 2 практично зливаються, відбувається зближення статичною  $P_S$  і динамічною  $P_D$  діаграм стискання.

Залежність коефіцієнта  $\eta(\varepsilon)$  від об'ємної деформації і максимальної об'ємної деформації від величини показника  $m$  для цього режиму навантаження приведені на мал. 2.11, г, д.

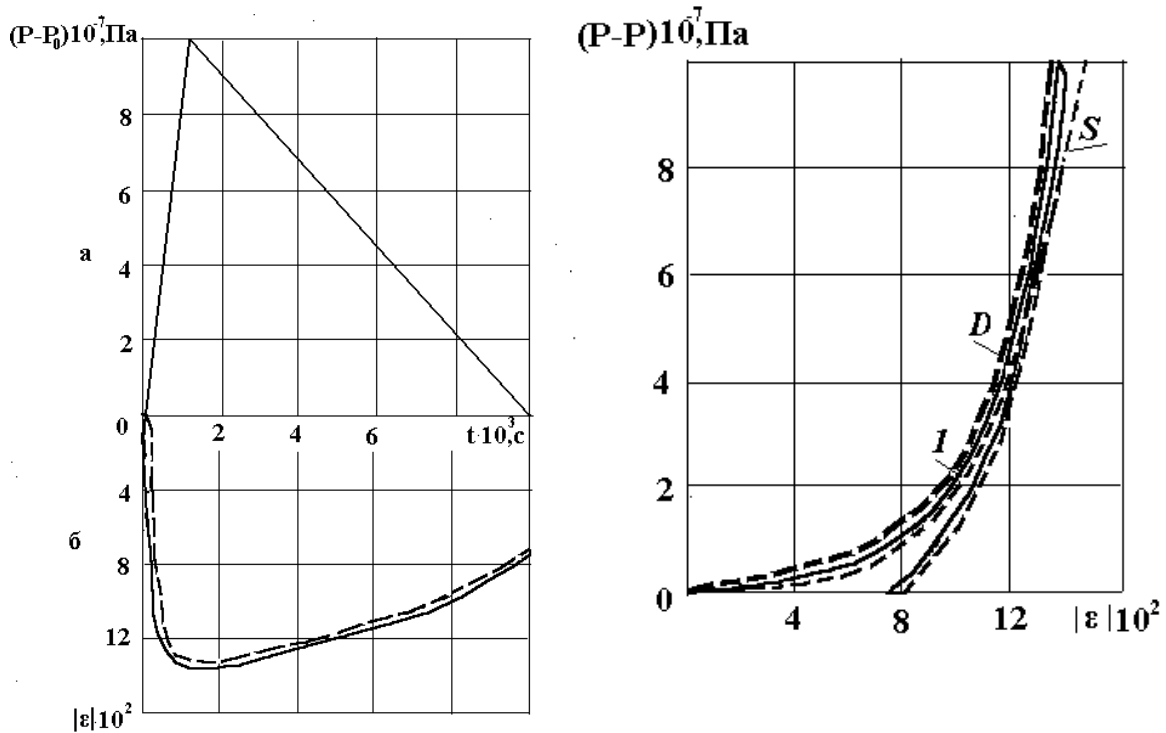


Рис. 2.11 Залежностей тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу і діаграми об'ємного стискування (в) для  $P_m - P_0 = 10^7 \text{ Па}$ ,  $\Theta = 0.01 \text{ с}$ ,  $t_m = 10^{-3} \text{ с}$  і різних значеннях динамічного коефіцієнта в'язкості : 1 -  $\eta_D = 10^2$ ; 2 -  $\eta_D = 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

З цих малюнків видно. Що зменшення  $\eta_D$  привело до зменшення максимальної об'ємної деформації менше, ніж на 1%, а зміна  $t$  у 20 разів викликала її зміну менш, ніж на 5%.

Далі було проведено зіставлення з експериментальними даними по одновісній деформації херсонського і київського суглинків при різних швидкостях навантаження [150, 320].

На рис. 2.12 показані діаграми стискання київського (а) і херсонського (б) суглинків при різних швидкостях вантаження ( $\sigma$  і  $\varepsilon$  - осьове напруження і деформація відповідно).

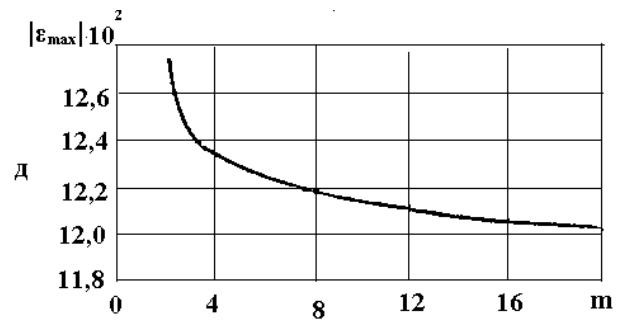
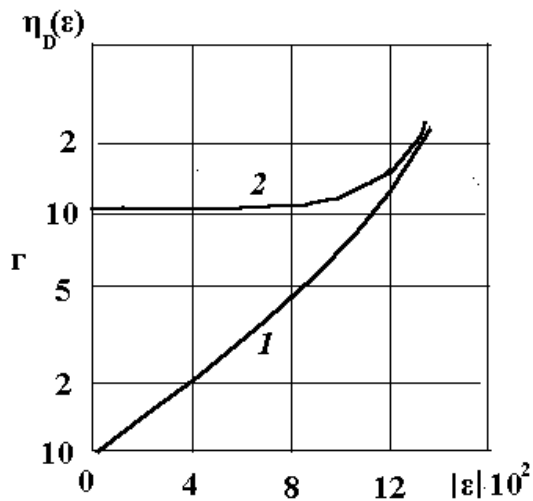


Рис. 2.11. Залежність коефіцієнта  $\eta(\varepsilon)$  від об'ємної деформації ( $\gamma$ ) і максимальної об'ємної деформації ( $d$ ) від величини показника  $m$ .

Взаємозв'язок тиску  $P$  і осьового напруження  $\sigma$  наступна

$$P - P_0 = -\frac{1 + 2k_\theta}{3} \sigma,$$

де  $k_\theta$  - коефіцієнт бічного тиску.

Криві без штрихів відносяться до експерименту, криві з одним штрихом відповідають розрахункам, проведеним по моделі з постійною в'язкістю, криві з двома штрихами відносяться до розрахунків, проведених з використанням моделі із змінною в'язкістю. З рисунка видно, що при використанні моделі із змінною в'язкістю розбіжність розрахункових і експериментальних даних не перевищує 3.5%, а при використанні моделі з постійним коефіцієнтом в'язкості – 10...15%.

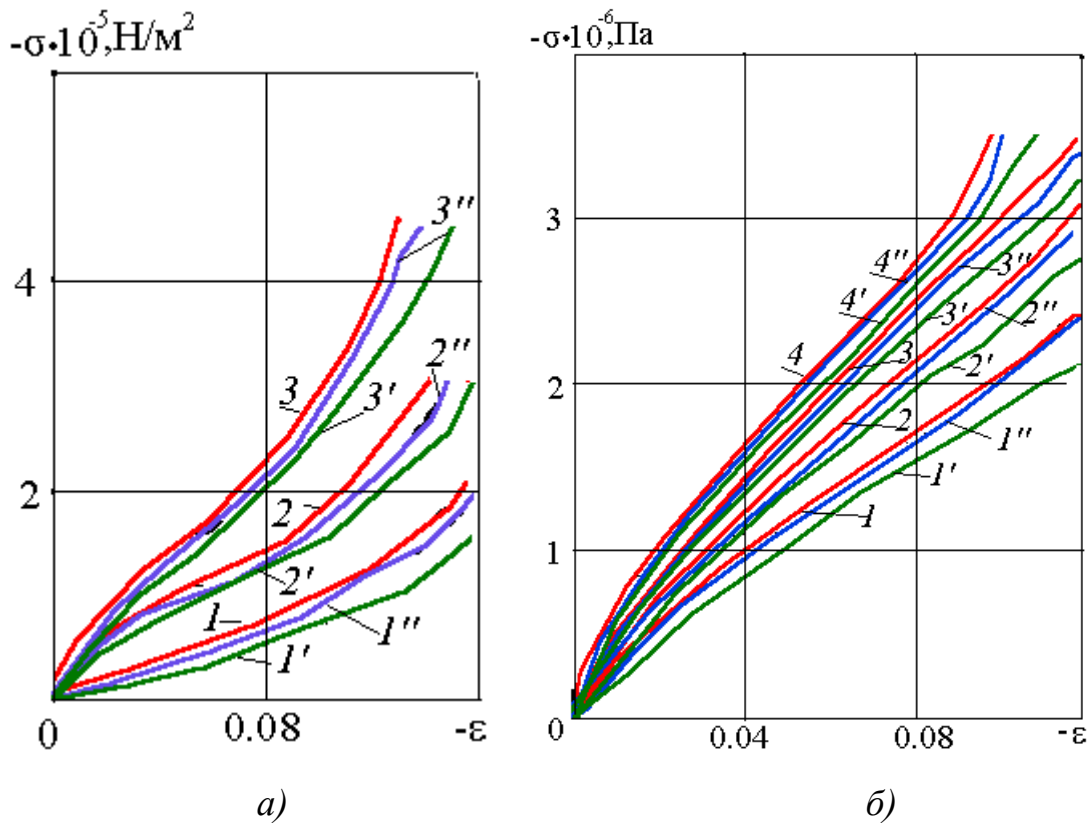


Рис. 2.12. Діаграми стиснення при різних швидкостях навантаження кийвського суглинку (а) : 1, 1', 1'' -  $\sigma = 4.18 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 2, 2', 2'' -  $\sigma = 11.64 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 3, 3', 3'' -  $\sigma = 22.6 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; херсонського суглинку (б) : 1, 1', 1'' -  $\sigma = 4.3 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 2, 2', 2'' -  $\sigma = 18.3 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 3, 3', 3'' -  $\sigma = 24.25 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; 4, 4', 4'' -  $\sigma = 43.9 \cdot 10^8 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

На основі виконаних досліджень можна зробити наступні висновки.

Є якісні і кількісні відмінності в динамічній деформації ґрунтів, що вивчаються у рамках моделей із змінним  $\eta(\varepsilon) = \eta_D \cdot f(\varepsilon)$  і постійним  $\eta = \eta_D$  коефіцієнтом в'язкості. Для одного і того ж значення  $\eta_D$  у середовищі з постійною в'язкістю максимальна об'ємна деформація  $\varepsilon_m$  більше, а залишкова деформація  $\varepsilon_{ост}$  менше, ніж в середовищі із змінною в'язкістю. Час запізнювання максимуму деформації по відношенню до максимуму тиску в середовищі із змінним коефіцієнтом в'язкості значно більше, що і обумовлює

появу значних залишкових деформацій. Втрати енергії в середовищі із змінною в'язкістю, що йдуть на стискування, значно вище.

При зменшенні значення  $P_m$  на динамічну деформацію ґрунту істотно впливають як тимчасові параметри імпульсу тиску, так і величини динамічного коефіцієнта в'язкості  $\eta_D$ .

Із збільшенням  $m$  у діапазоні від 1 до 15 відбувається значне зменшення максимальною  $\varepsilon_m$  і залишковою  $\varepsilon_{ост}$  об'ємних деформацій, при подальшому збільшенні  $m$  зменшення деформацій незначне. Чим більше значення  $\eta_D$ , тим більше значення  $\varepsilon_m$  і  $\varepsilon_{ост}$ .

Із збільшенням швидкості вантаження  $\dot{P}$  відбувається зменшення динамічного коефіцієнта об'ємній в'язкості і, як наслідок, зменшення значень  $\varepsilon_m$  і  $\varepsilon_{ост}$ .

Зіставлення з експериментальними даними інших авторів показало, що модель із змінною в'язкістю адекватніше описує динамічну деформацію ґрунту.

### **3. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО В'ЯЗКОПЛАСТИЧНОГО**



## СЕРЕДОВИЩА ІЗ ЗМІННОЮ В'ЯЗКІСТЮ ПРИ ВИБУХАХ КАМУФЛЕТНИХ ЗАРЯДІВ

### 3.1. Поширення циліндричних вибухових хвиль в багатокomпонентному в'язкопластичному ґрунтовому середовищі із змінною в'язкістю з урахуванням хвильових процесів в продуктах детонації

Дослідження дії вибуху циліндричного заряду на напружено-деформований стан неводонасиченого ґрунту, що описується у рамках моделі твердого пористого багатокomпонентного в'язкопластичного середовища, виконано в [154, 157 - 159, 164], де коефіцієнт в'язкості вважається сталим. Проте, як зазначено вище, коефіцієнт в'язкості може змінюватися на декілька порядків залежно від тривалості і характеру деформації, частоти і величини навантаження. Тому вивчення впливу змінного коефіцієнта в'язкості на напружено-деформований стан багатокomпонентного в'язкопластичного середовища при камуфлетних вибухах циліндричних і сферичних зарядів вибухових речовин є актуальним.

Нехай в ґрунтовому просторі далеко від вільної поверхні розташований циліндричний заряд вибухової речовини (ВВ) нескінченної довжини і радіусом  $r_0$ , який детонує миттєво. В результаті миттєвої дії цього тиску на контактну межу розділу "продукти детонації - ґрунт" по ґрунту поширюється ударна хвиля, контактна межа розширюється, а до осі заряду рухається хвиля розрідження. При цьому по усьому об'єму заряду встановлюється однаково високий тиск  $P_n$ . А щільність продуктів детонації (ПД)  $\rho_n$  дорівнює початковій щільності ВВ.

Продукти детонації і ґрунт вивчаються у рамках механіки суцільного середовища. Рух ПД і ґрунту описуються законами збереження імпульсу, маси і внутрішньої енергії, які для випадку осьової симетрії мають вигляд [361]

$$\rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r}, U = \frac{\partial r}{\partial t}, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r \rho U)}{\partial r} = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + P \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} - \bar{V} (S_r \varepsilon_r + S_\theta \varepsilon_\theta + S_z \varepsilon_z) = 0, \quad (3.3)$$

$$\sigma_i = S_i - P, \quad (i = r, \theta, z), \quad (3.4)$$

де  $\rho$  - поточна щільність;  $U$  - швидкість;  $t$  - час;  $P$  - середній гідростатичний тиск;  $r, \theta, z$  - циліндричні координати;  $\sigma_i, S_i$  - компоненти тензора і девіатора тензора напруги;  $\bar{V} = V/V_0$ ,  $V$ ,  $V_0$  - відносний, поточний і початковий питомі об'єми. Точки над величинами означають операцію диференціювання. Для продуктів детонації  $S_i = 0$ . Для компонентів тензора швидкостей деформацій виконуються співвідношення

$$\varepsilon_r = \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{U}{r}, \quad \varepsilon_z = 0. \quad (3.5)$$

Розширення продуктів детонації вважається таким, що відбувається по двочленній ізентропі, рівняння якої запропоноване в [326]:

$$P = A \rho^N + B \rho^{\gamma+1}. \quad (3.6)$$

З рівняння (3.6) при  $P \rightarrow P_n$  витікає рівняння [327]

$$P = P_n \left( \frac{\rho}{\rho_n} \right)^{k_n}, \quad (3.7)$$

де  $k_n$  – показник ізентропи на фронті детонаційної хвилі. При  $P \rightarrow P_0$  ( $P_0$  – атмосферний тиск) з (3.6) слідує рівняння

$$P = P_0 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{k_0},$$

де  $\rho_0, k_0$  – щільність і показник ізентропи при  $P = P_0$ ,  $P_n, \rho_n$  – значення тиску і щільності в точці спряження (3.7) і (3.8).

Внутрішня енергія продуктів детонації на фронті детонаційної хвилі  $E$  складається з суми теплоти вибухового перетворення  $Q$  і енергії ударного переходу

$$E = Q + \frac{P_n - P_0}{2} \left( \frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho_n} \right). \quad (3.9)$$

Константи  $A, B, n, \gamma$  в рівнянні (3.6) визначаються з наступних умов. Криві лінії (3.6) і (3.7) мають загальну точку  $(P_n, \rho_n)$  і дотичну в цій точці. Лінії (3.6) і (3.8) мають загальну дотичну при  $P \rightarrow P_0$ . Продукти детонації при розширенні від  $P_n$  до  $P_0$  здійснюють роботу, рівну енергії вибухового перетворення  $Q$ . Ці умови спільно з рівнянням (3.6) дають систему рівнянь для визначення вищезазначених констант

$$k_n = \frac{N + B \rho_n^{\gamma+1} (\gamma + 1 - N)}{\rho_n}, \quad \gamma = k_0 - 1,$$

$$Q = \frac{(\rho_n - \rho_0)(V_0 - V_n)}{2} = \frac{P_n - P_0}{\rho_n(N-1)} + \frac{B \rho_n^\gamma (N-1-\gamma)}{\gamma(N-1)}. \quad (3.10)$$

Оскільки на фронті детонаційної хвилі виконуються умови

$$P_n = \frac{\rho_0 D_n^2}{k_n + 1}, \quad \rho_n = \frac{\rho_0}{k_n} (k_n + 1) \quad (3.11)$$

де  $D_n$  - швидкість детонації, то константи  $A, B, N, \gamma$  у рівнянні (3.6) однозначно визначаються з рівнянь (3.10) - (3.11) при відомих детонаційних характеристиках вибухових речовин ( $D_n, k_n, k_0, Q$  і  $\rho_0$ ).

Ґрунт моделюється твердим пористим багатокомпонентним середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості  $\eta(\varepsilon)$ , яке описано рівняннями (2.3) - (2.9).

Умовою пластичності ґрунту є модифікована умова Мизеса - Боткіна, запропонована для опису пластичності ґрунтів С. С. Григоряном [122, 123]:

$$S_r = - \left( y_0 + \frac{k_t \cdot P}{1 + \frac{k_t P}{\tau - y_0}} \right),$$

$$S_\theta = -\frac{1}{2} S_r, \quad (3.12)$$

$$S_z = \frac{2(1 + k_t)}{1 + 2k_t} P,$$

де  $y_0$  - зчеплення ґрунту,  $k_t$  - коефіцієнт тертя, ( $\tau$  - граничне значення зсувної міцності).

Початковими умовами цієї задачі є:

$$U = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \quad \text{при } 0 \leq r < r_0,$$

$$U = 0, P = \sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = 0, \rho = \rho_0 \quad \text{при } r_0 \leq r. \quad (3.13)$$

Граничними умовами є наступні:

- 1) умова неперервності швидкості  $U$  і нормального радіального напруження  $\sigma_r$  на рухливій контактній границі «продукти детонації – ґрунт»;
- 2) умова «непротікання» - швидкість на осі заряду дорівнює нулю.

### **3.2. Метод і алгоритм розрахунку хвильових процесів в продуктах детонації і ґрунті при камуфлетних вибухах**

Для апроксимації системи диференціальних рівнянь (3.1) - (3.13) і (2.3) - (2.9) застосовувався метод кінцевих різниць з використанням кінцево-різницевої схеми типу «хрест» [39] другого порядку точність по просторовій і часовій координатам. У розв'язку застосовувалася рухлива сітка, що автоматично розширюється у міру поширення ударної хвилі. Як додатковий член до середнього гідростатичного тиску в різницеві рівняння руху вводилася лінійно - квадратична штучна в'язкість  $q$ , що дозволяє вести наскрізні розрахунки, як на гладких, так і на розривних течіях.

Для чисельного розрахунку середовище ділиться на ячейки по масі таким чином:

$$m_{j+1/2} = \frac{\rho_0}{V_0} \left( \frac{(r_{j+1}^0)^v - (r_j^0)^v}{v} \right), \quad (3.14)$$

де  $j=1,2,..,N$  - координата Лагранжа;  $r$  - координата Ейлера;  $\nu=1,2,3$  - для плоского, циліндричного і сферичного випадків відповідно; індекс «0» відноситься до початкового моменту часу.

Рівняння руху апроксимується у момент часу  $t^n$  таким чином

$$U_j^{n+1/2} = U_j^{n-1/2} + \frac{\Delta t^n}{\varphi_j^n} \left[ (\Sigma_r)^n_{j+1/2} - (\Sigma_r)^n_{j-1/2} \right] + \Delta t^n \beta_j^n (d-1), \quad (3.15)$$

де

$$(\Sigma_r^n)_{j+1/2} = \{-(P^n + q^{n-1/2}) + S_r^n\}_{j+1/2}, \quad (3.16)$$

$$(\Sigma_\theta^n)_{j+1/2} = \{-(P^n + q^{n-1/2}) + S_\theta^n\}_{j+1/2}, \quad (3.17)$$

$$\varphi_j^n = \frac{1}{2} \left[ \rho_{j+1/2}^0 \left( \frac{r_{j+1}^n - r_j^n}{V_{j+1/2}^n} \right) + \rho_{j+1/2}^n \left( \frac{r_j^n - r_{j-1}^n}{V_{j-1/2}^n} \right) \right], \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \beta_j^n = & \frac{1}{2} \left\{ \frac{(\Sigma_r)^n_{j+1/2} - (\Sigma_\theta)^n_{j+1/2}}{\frac{1}{2}(r_{j+1}^n + r_j^n)} \left[ \left( \frac{V^n}{\rho^0} \right)_{j+1/2} \right] + \right. \\ & \left. + \left\{ \frac{(\Sigma_r)^n_{j-1/2} - (\Sigma_\theta)^n_{j-1/2}}{\frac{1}{2}(r_j^n + r_{j-1}^n)} \left[ \left( \frac{V^n}{\rho^0} \right)_{j-1/2} \right] \right\} \right\}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

На зовнішній границі області  $J$  виконуються наступні співвідношення

$$\varphi_J^n = \frac{1}{2} \rho_{J-1/2}^0 \left( \frac{r_J^n - r_{j-1}^n}{V_{J-1/2}^n} \right), \quad (3.20)$$

$$\beta_J^n = \left[ \frac{(\Sigma_r)_{J-1/2}^n - (\Sigma_\theta)_{J-1/2}^n}{\frac{1}{2}(r_J^n + r_{J-1}^n)} \right] \left( \frac{V^n}{\rho^0} \right)_{J-1/2}. \quad (3.21)$$

На внутрішній межі розрахункової області  $J$  маємо

$$\varphi_J^n = \frac{1}{2} \rho_{J+1/2}^0 \left( \frac{r_{J+1}^n - r_J^n}{V_{J+1/2}^n} \right), \quad (3.22)$$

$$\beta_J^n = \left[ \frac{(\Sigma_r)_{J+1/2}^n - (\Sigma_\theta)_{J+1/2}^n}{\frac{1}{2}(r_J^n + r_{J+1}^n)} \right] \left( \frac{V^n}{\rho^0} \right)_{J+1/2}. \quad (3.23)$$

Для розрахунку координати використовується наступне співвідношення

$$r_j^{n+1} = r_j^n + U_j^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2}. \quad (3.24)$$

Рівняння нерозривності (3.2) апроксимується таким чином:

$$V_{j+1/2}^{n+1} = V_{j+1/2}^n + \Delta t^{n+1/2} \left( \frac{\rho^0}{m} \right)_{j+1/2} [U_{j+1}^{n+1/2} (r_{j+1}^{n+1/2})^{\nu-1} - U_j^{n+1} (r_j^{n+1/2})^{\nu-1} + (\chi_{j+1/2}^{n+1/2})], \quad (3.25)$$

де

$$r_{j+1}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (r_{j+1}^{n+1} + r_{j+1}^n), \quad (3.26)$$

а член  $\chi_{j+1/2}^{n+1/2}$  обчислюється тільки для випадку сферичної симетрії  $\nu = 3$

$$\chi_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{(\Delta t^{n+1/2})^2}{12} [(U_{j+1}^{n+1/2})^3 - (U_j^{n+1/2})^3]. \quad (3.27)$$

Швидкості деформацій обчислюються згідно з наступними формулами

$$(\dot{\varepsilon}_1)_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{U_{j+1}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2}}{r_{j+1}^{n+1/2} - r_j^{n+1/2}}, \quad (3.28)$$

$$(\dot{\varepsilon}_2)_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{U_{j+1}^{n+1/2} + U_j^{n+1/2}}{r_{j+1}^{n+1/2} + r_j^{n+1/2}}, \quad (3.29)$$

причому, для плоского випадку ( $\nu = 0$ )  $\dot{\varepsilon}_2 = 0$ .

Девіатор напружень обчислюється відповідно до наступних формул

$$(S_r)_{j+1/2}^{n+1/2} = - \left( y_0 + \frac{k_\tau P_{j+1/2}^{n+1/2}}{1 + \frac{k_\tau P_{j+1/2}^{n+1/2}}{\tau - y_0}} \right), \quad (3.30)$$

$$(S_\theta)_{j+1/2}^{n+1/2} = -\frac{1}{2} (S_r)_{j+1/2}^{n+1/2}, \quad (3.31)$$

$$(S_z)_{j+1/2}^{n+1/2} = \frac{2(1+k_t)}{1+2k_t} P_{j+1/2}^{n+1/2}.$$

Штучна в'язкість обчислюється у разі виконання наступних умов :



$$U_{j+1}^{n+1/2} < U_j^{n+1/2} \quad \text{і} \quad (V_{j+1/2}^{n+1} - V_{j+1/2}^n) < 0.$$

Лінійна в'язкість обчислюється згідно з рівнянням

$$q_{j+1/2}^{n+1/2} = C_L a \rho^0 \eta_{j+1/2}^{n+1/2} |U_{j+1}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2}|. \quad (3.32)$$

Квадратична в'язкість визначається вираженням

$$q_{j+1/2}^{n+1/2} = C_0^2 \rho^0 \eta_{j+1/2}^{n+1/2} (U_{j+1/2}^{n+1/2} - U_j^{n+1/2})^2. \quad (3.33)$$

У формулах (3.32) - (3.33)  $C_L \approx \frac{1}{2}$ ,  $C_0 \approx 2$ ,  $a$  - місцева швидкість звуку.

Гідростатичний тиск для продуктів детонації обчислюється за формулою

$$P_{j+1/2}^{n+1} = A(\rho_{j+1/2}^{n+1})^N + B(\rho_{j+1/2}^{n+1})^{\gamma+1}. \quad (3.34)$$

Для розрахунку тиску в ґрунті на кожному часовому шарі доводиться вести ітераційний процес з використанням методу простих ітерацій. Рівняння для визначення тиску на кожному часовому шарі має вигляд

$$[P_{j+1/2}^{n+1}]_k = P_{j+1/2}^n + \frac{\dot{\varepsilon}_{j+1/2}^{n+1} + \alpha_1 \lambda([P_{j+1/2}^{n+1}]_k, \varepsilon_1^n) \frac{\phi([P_{j+1/2}^{n+1}]_k, \varepsilon_{j+1/2}^n)}{\eta([P_{j+1/2}^{n+1}]_k, \varepsilon_{j+1/2}^{n+1})}}{\varphi([P_{j+1/2}^{n+1}]_k, \varepsilon_{j+1/2}^{n+1})}. \quad (3.35)$$

Ітераційний процес ведеться до тих пір, поки не виконуватиметься наступна умова:

$$|[P_{j+1/2}^{n+1}]_{k+1} - [P_{j+1/2}^n]_k| \leq \delta, \quad (3.36)$$

де  $\delta$  - мале наперед задане число (в розрахунках  $\delta$  приймалося рівним  $10^5$  Па),  
 $k$  - номер ітерації.

Рівняння енергії апроксимується таким чином

$$E_{j+1/2}^{n+1} = E_{j+1/2}^n - P_{j+1/2}^n (V_{j+1/2}^{n+1/2} - V_{j+1/2}^{n-1/2}) + V_{j+1/2}^{n+1/2} (S_r)_{j+1/2}^{n+1/2} (\dot{\epsilon}_r)_{j+1/2}^{n+1/2} \Delta t^{n+1/2} +$$

$$+ (\nu - 1) V_{j+1/2}^{n+1/2} [(S_\theta)_{j+1/2}^{n+1/2} (\dot{\epsilon})_{j+1/2}^{n+1/2} + (S_r)_{j+1/2}^{n+1/2} (\dot{\epsilon}_r)_{j+1/2}^{n+1/2}] \Delta t^{n+1/2}. \quad (3.37)$$

Слід зазначити, що замкнута система рівнянь для обчислення параметрів руху виходить без використання рівняння енергії (3.3). Воно використовується для контролю правильності чисельного рахунку, оскільки на кожному часовому шарі відбувається перевірка збереження балансу загальної енергії системи «ПД - ґрунт».

Умовою стійкості служить видозмінена умова типу фон Неймана і Рихтмайера [328]:

$$\Delta t^{n+3/2} = \frac{1}{3} \frac{\Delta r^{n+1}}{\sqrt{a^2 + b^2}} |_{(\min \dots no \dots j)}, \quad (3.38)$$

$$\Delta r^{n+1} = r_{j+1}^{n+1} - r_j^{n+1}.$$

При цьому, якщо  $\Delta t^{n+3/2} > 1.1 \Delta t^{n+1/2}$ , то вважається

$$\Delta t^{n+3/2} = 1.1 \Delta t^{n+1/2}, \quad \Delta t^{n+1} = \frac{1}{2} (\Delta t^{n+3/2} + \Delta t^{n+1/2}).$$

У формулі (3.38)  $a$  - місцева швидкість звуку;  $b = 2C_0\Delta r^{n+1/2}$  за умови  $\dot{V}/V \geq 0$  інакше  $b = 0$ .

### 3.3. Аналіз результатів розрахунку поширення циліндричних вибухових хвиль в багатокомпонентному в'язкопластичному ґрунтовому середовищі із змінною в'язкістю

Розрахунки проводилися для ґрунтів з наступними фізико-механічними характеристиками:  $\rho_{20} = 1000$ ,  $\rho_{30} = 2650$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{20} = 1500$ ,  $c_{30} = 4500$  м/с;  $\gamma_2 = 7$ ,  $\gamma_3 = 4$ ;  $\rho_0 c_S^2 = 3 \cdot 10^6$ ,  $\rho_0 c_D^2 = 1.2 \cdot 10^7$ ,  $\rho_0 c_{SR}^2 = 3 \cdot 10^6$  Па;  $m = 3$ ;  $k = -1.5 \cdot 10^7$  Па;  $\gamma_S = 6$ ;  $\gamma_D = 7$ ;  $\gamma_{SR} = 7$ ;  $\eta_D = 200$  Па · с .

Розглядалися варіанти наступного змісту порового простору в одиниці об'єму ґрунту :  $\alpha_1 = 0.05; 0.1; 0.2; 0.4$ . При цьому  $\alpha_2 = 0.4 - \alpha_1$ ;  $\alpha_3 = 0.6$ .

Зіставлення результатів проводилося для в'язкопластичних середовищ із змінною і постійною в'язкістю, коефіцієнт в'язкості в другому випадку рівний  $\eta(P, \varepsilon) = \eta_D = 200$  Па · с .

В якості ВР використовувався литий тротил з такими характеристиками:  $P_n = 9.6 \cdot 10^9$  Па,  $\rho_n = 1600$  кг/м<sup>3</sup>,  $Q = 4.87 \cdot 10^6$  Дж/кг,  $N = 3.12$ ;  $\gamma = 0.25$ ;  $D = 6440$  м/с. Радіус заряду складав  $r_0 = 0.1$  м

На рис. 3.1 - 3.4 представлені залежності середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) середовища від часу в ґрунтах з різним вмістом порового простору : рис. 3.1 -  $\alpha_1 = 0.05$ ; рис. 3.2 -  $\alpha_1 = 0.1$ ; рис. 3.3 -  $\alpha_1 = 0.2$ , рис. 3.4 -  $\alpha_1 = 0.4$ . Нумерація кривих відповідає точкам середовища з наступними координатами: криві 1, 1' -  $\bar{r} = r/r_0 = 5.47$ ; 2, 2' -  $\bar{r} = 9.07$ ; 3, 3' -  $\bar{r} = 15.07$ .  
Номери кривих без штриха відносяться до ґрунтів з постійною в'язкістю, а зі штрихами - до середовищ із змінною в'язкістю.

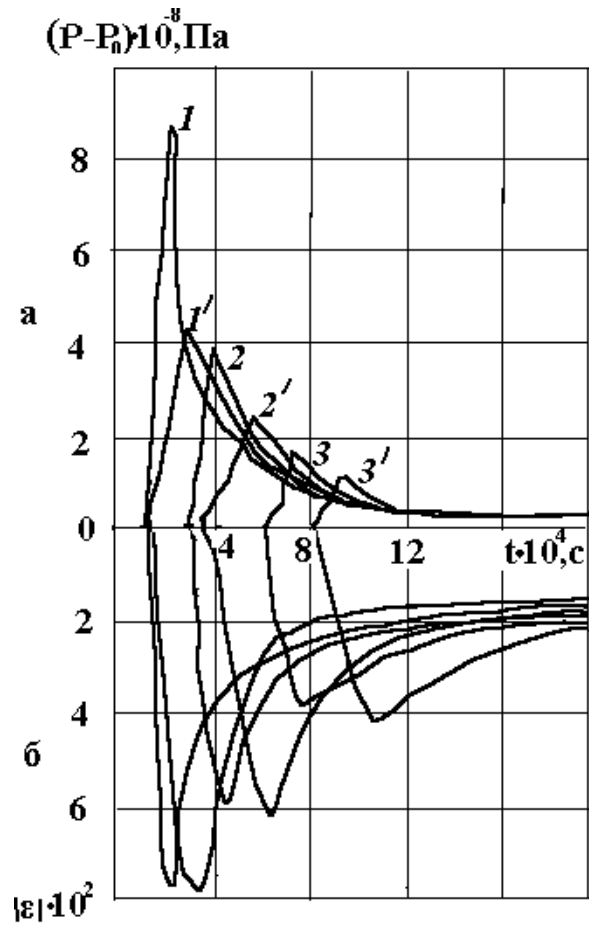


Рис. 3.1. Залежності тиску (а) і деформації (б) середовища від часу в ґрунті з  $\alpha_1 = 0.05$  на різних відносних відстанях  $\bar{r} = r/r_0$ : 1, 1' -  $\bar{r} = 5.47$ ; 2, 2' -  $\bar{r} = 9.07$ ; 3, 3' -  $\bar{r} = 15.07$ . Криві без штриха - постійна в'язкість, з штрихами - змінна в'язкість.

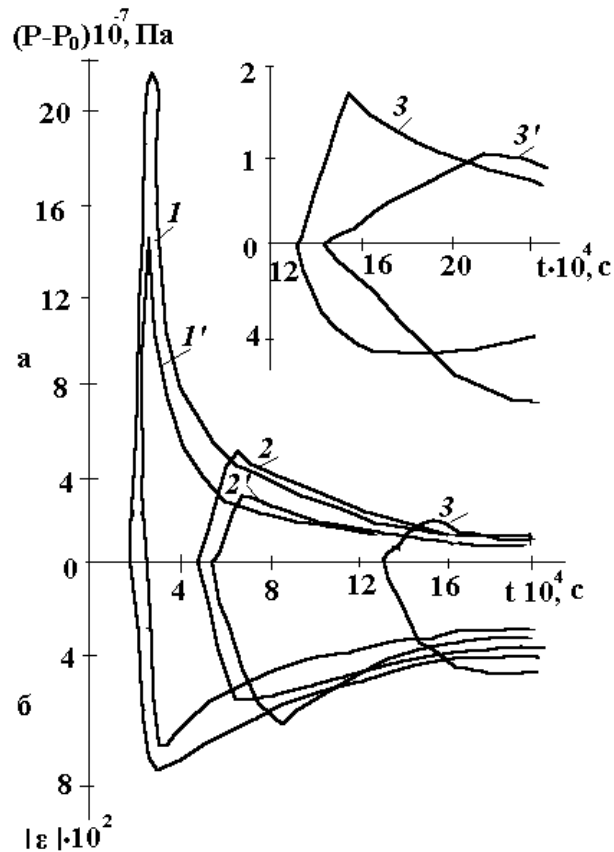


Рис. 3.2. Залежності середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) середовища від часу в ґрунті з  $\alpha_1 = 0.1$ . Нумерація кривих відповідає нумерації рис.3.1.

Як випливає з рисунків, при поширенні хвилі відбувається її трансформація з ударної хвилі (у області, близько прилеглий до межі «ПД, - ґрунт») в неперервну хвилю стиснення. Із збільшенням відстані від заряду збільшується час наростання тиску і об'ємної деформації до максимальних значень, збільшується час запізнювання досягнення максимуму деформації по відношенню до відповідного часу по тиску. Інтенсивність загасання хвилі з відстанню зменшується, що відповідає теоретичному і експериментальному уявленням про те, що більш високочастотні хвилі затухають швидше.

Із зіставлення кривих з штрихами і без штрихів можна зробити висновок, що збільшення в'язкості приводить до зменшення швидкості поширення фронту хвилі. З віддаленням від осі заряду відставання фронтів хвиль по цих двох

моделях проявляється сильніше. Збільшення в'язкості (а як відмічене в другому розділі, функція в'язкості  $\eta(\varepsilon)$  є такою, що зростає від об'ємної деформації) призводить до зменшення швидкості поширення фронту ударної хвилі, з видаленням від осі симетрії відставання фронтів ударних хвиль по цих двох моделях проявляється сильніше.

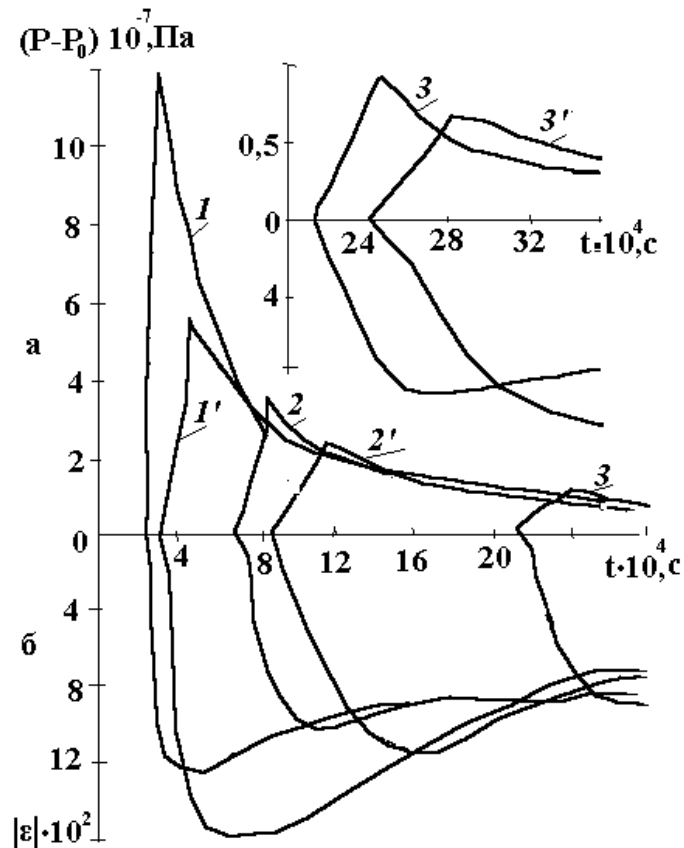


Рис. 3.3. Залежності середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) середовища від часу в ґрунті з  $\alpha_1 = 0.2$ . Нумерація кривих відповідає нумерації рис.3.1.

Важливою особливістю результатів, отриманих на основі вказаних моделей середовищ, є те, що в середовищі із змінною в'язкістю досягаються більші значення максимумів деформацій, чим в середовищі з постійною в'язкістю. По характеру кривих можна припустити, що таке положення виконуватиметься і для

залишкових деформацій. Цей результат по впливу змінної в'язкості на деформацію ґрунту має велике значення для прикладних завдань по ущільненню ґрунтів з використанням енергії вибуху.

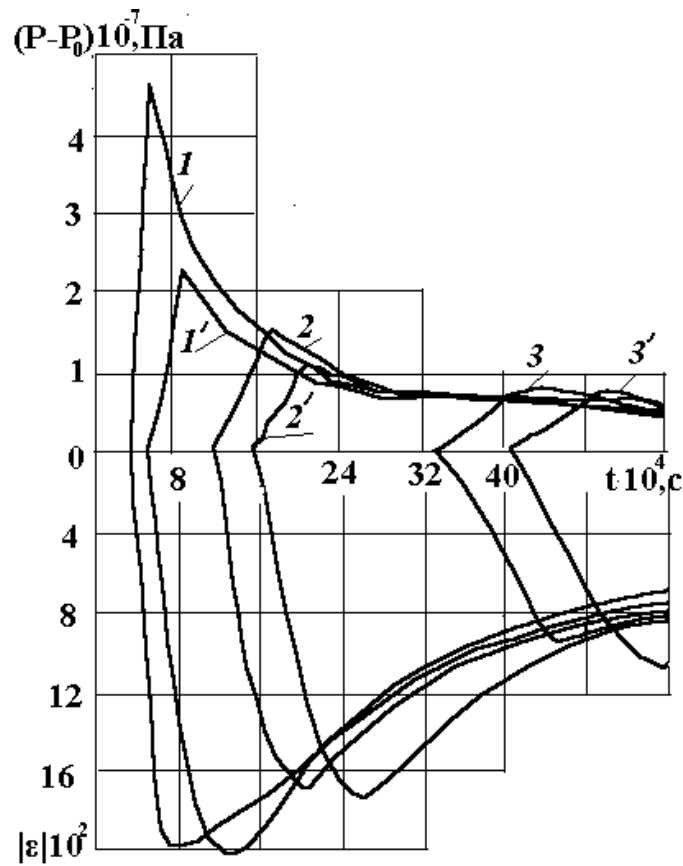


Рис. 3.4. Залежності середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) середовища від часу в ґрунті з  $\alpha_1 = 0.4$ . Нумерація кривих відповідає нумерації рис.3.1.

Внаслідок того, що в процесі деформації в'язкопластичного середовища із змінною в'язкістю до моменту часу досягнення деформацією максимуму відбувається збільшення коефіцієнта об'ємної в'язкості, то в цьому середовищі хвиля напруги затухає інтенсивніше, ніж в середовищі з постійною в'язкістю. У даному діапазоні відносних відстаней відношення максимуму тиску  $P_{\max}$  у

середовищі з постійною в'язкістю до максимуму тиску  $P'_{\max}$  у середовищі із змінною в'язкістю коливається в діапазоні  $P_{\max} / P'_{\max} = 1.1 \dots 2$ , при цьому найбільше значення досягається в точці  $r = 5.47$ , а найменше - в точці  $r = 15.07$ .

Із зіставлення графіків на рис. 3.1 - 3.4 можна простежити вплив величини вільної пористості  $\alpha_1$  на амплітудно - часові характеристики імпульсу тиску при вибуху циліндричного заряду у в'язкопластичному середовищі з постійною і змінною об'ємною в'язкістю. Збільшення вмісту порового простору  $\alpha_1$  у ґрунті (по обох моделях) призводить до зменшення амплітуд тиску, збільшення амплітуд деформацій, зростання часу приходу хвилі в дану точку ґрунту, часу наростання тиску і деформації до своїх максимальних значень.

Можна відмітити, що в середовищі із змінною в'язкістю деформація відбувається таким чином, що навіть при менших тисках, чим в середовищі з постійною в'язкістю, максимальні деформації  $\varepsilon'_m$  досягають більших значень. При цьому відношення максимальних деформацій в цих середовищах коливається в інтервалі  $\varepsilon'_m / \varepsilon_m = 1.02 \dots 1.33$ . Зіставляючи цей результат з відповідним інтервалом відношень амплітуд тисків, можна констатувати, що відмінності по тиску по цих двох моделях значно більше, чим по деформаціях. При цьому, чим більше величина пористості  $\alpha_1$ , тим більше відношення амплітуд тиску і деформацій ґрунтів, що вивчаються у рамках моделей із змінним і постійним коефіцієнтом об'ємною в'язкістю.

Діаграми стиснення при навантаженні і розвантаженні у фіксованих точках ґрунту з постійною (криві 1 - 3) і змінною (криві 1' - 3') в'язкістю приведені на рис. 3.5, 3.6.

Для рис. 3.5, а вільна пористість  $\alpha_1 = 0.05$ , для рис. 3.5, б -  $\alpha_1 = 0.1$ , для рис. 3.6, а -  $\alpha_1 = 0.2$ , для рис. 3.6, б -  $\alpha_1 = 0.4$ . Нумерації кривих і координат точок така ж, як на рис. 3.1



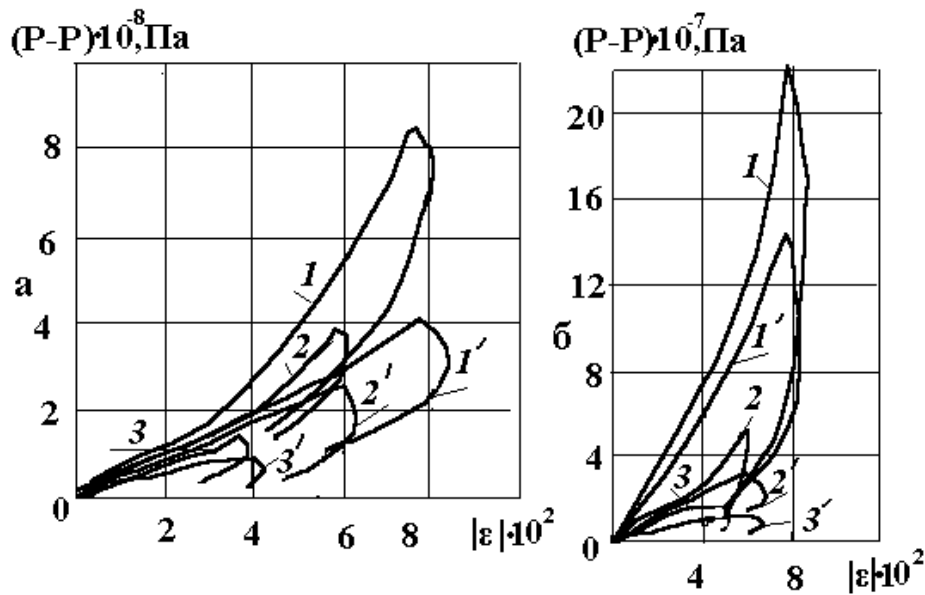


Рис. 3.5. Діаграми стиснення при навантаженні і розвантаженні у фіксованих точках ґрунту з  $\alpha_1 = 0.05$  (а) і  $\alpha_1 = 0.1$  (б) з постійною (криві 1 - 3) і змінною (криві 1' - 3') в'язкостями. Нумерація кривих така ж, як на рис. 3.1.

По цих кривих можна зробити наближену оцінку енергетичних втрат при деформації середовища. При вказаних значеннях  $\alpha_1$  виявляється, що втрати енергії ( $E_n$ ) у в'язкопластичному середовищі з  $\eta = const$  на відстанях  $\bar{r} \geq 9.07$  менше, ніж в середовищі із змінною в'язкістю ( $E'_n$ ).

Це вказує на те, що при таких  $\alpha_1$  максимальні значення деформації в середовищі із змінною в'язкістю досягаються при значно більших перепадах тиску від максимального тиску до тиску, який відповідає максимальній деформації. Крім того, розвантаження в ґрунті із змінною в'язкістю триває при коефіцієнті в'язкості, який більше за динамічний  $\eta > \eta_D$ .

Для розглянутих середовищ з  $\alpha_1 = 0.05; 0.1; 0.2, 0.4$  в точці  $\bar{r} = 5.47$  для втрат енергії на деформацію виконується нерівність  $E_n > E'_n$ , що пояснюється значним перевищенням максимального тиску в середовищі з постійною в'язкістю ( $P_{max} / P'_{max} \approx 2$ ) і незначною відмінністю по максимуму деформації ( $\epsilon_m / \epsilon'_m \approx 0.8...1.0$ ).

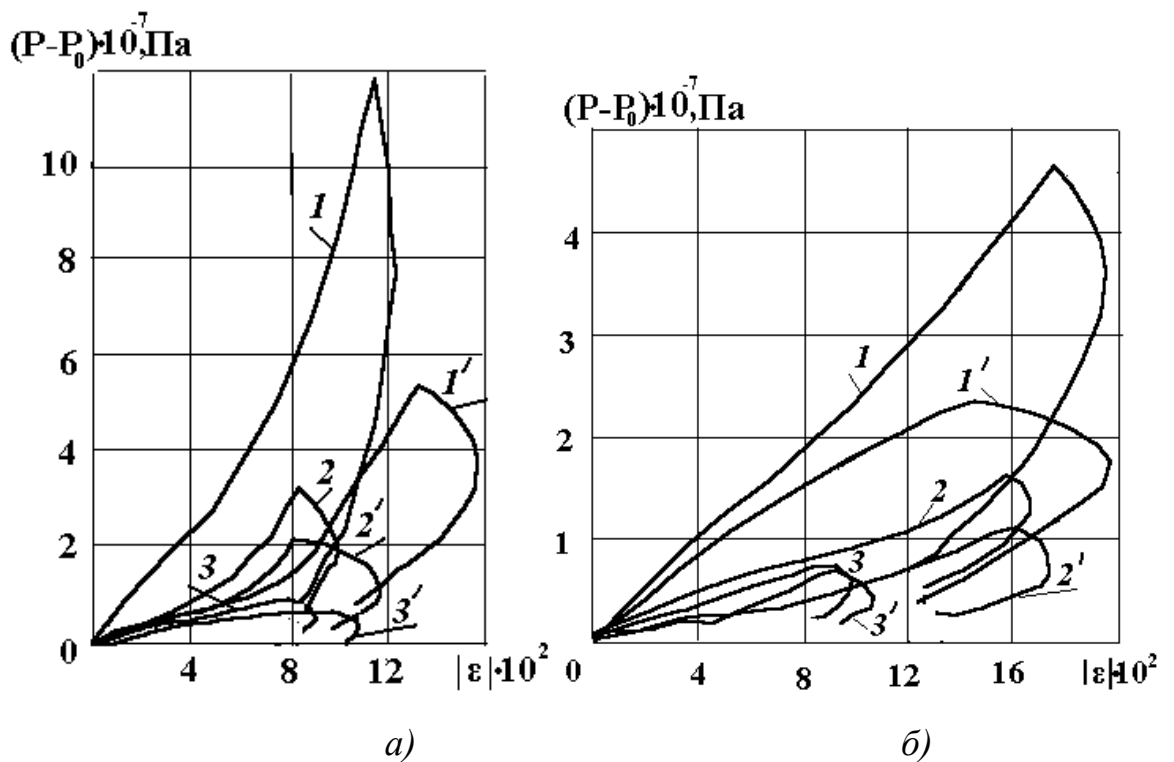


Рис. 3.6. Діаграми стиснення при навантаженні і розвантаженні у фіксованих точках ґрунту з  $\alpha_1 = 0.2$  (а) і  $\alpha_1 = 0.4$  (б) з постійною (криві 1 - 3) і змінною (криві 1' - 3') в'язкостями.

Для розглянутих середовищ з  $\alpha_1 = 0.05; 0.1; 0.2, 0.4$  в точці  $r = 5.47$  для втрат енергії на деформацію виконується нерівність  $E_{п} > E_{п}'$ , що пояснюється значним перевищенням максимального тиску в середовищі з постійною в'язкістю ( $P_{\max} / P'_{\max} \approx 2$ ) і незначною відмінністю по максимуму деформації ( $\varepsilon_m / \varepsilon'_m \approx 0.8 \dots 1.0$ ).

Таким чином, наявність змінного коефіцієнта в'язкості в процесі деформації середовища істотним чином впливає на параметри напружено-деформованого стану ґрунту при вибухах циліндричних зарядів вибухових речовин.

### 3.4. Вплив змінного коефіцієнта в'язкості на трансформацію сферичних вибухових хвиль в багатокомпонентному в'язкопластичному ґрунтовому середовищі

Закономірності поширення сферичних вибухових хвиль в багатокомпонентному в'язкопластичному середовищі з постійним коефіцієнтом в'язкості досліджено в [155, 156, 164, 329, 330]. Вивчимо вплив змінної в'язкості на напружено - деформований стан ґрунту при вибуху сферичного заряду хімічної вибухової речовини радіусом  $r_0$  у необмеженому ґрунтовому просторі [331, 332]. Вважаємо, що детонація заряду відбувається за схемою миттєвої хвилевої детонації. Рівняння руху для ґрунту і продуктів детонації у разі центральної симетрії мають наступний вигляд

$$\rho \left( \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial r} \right) = \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r}, U = \frac{\partial r}{\partial t}, \quad (3.39)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r\rho U)}{\partial r} = 0, \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + P \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} - \bar{V} (S_r \dot{\varepsilon}_r + 2S_\theta \dot{\varepsilon}_\theta) = 0, \quad (3.41)$$

$$\sigma_i = S_i - P, \quad (i = r, \theta), \quad (3.42)$$

$$\dot{\varepsilon}_r = \frac{\partial U}{\partial r}, \quad \dot{\varepsilon}_\theta = \frac{U}{r}, \quad \varepsilon_z = 0. \quad (3.43)$$

Рівнянням стану продуктів детонації служить рівняння (2.16). Грунт описується моделлю твердого пористого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища (2.1) - (2.10) з умовою пластичності (2.22).

Початковими умовами задачі є умови (3.13) для випадку радіальної симетрії.

Граничними умовами є:

1) умова неперервності швидкості  $U$  і нормального радіального напруження  $\sigma_r$  на рухливій контактній границі «продукти детонації - грунт»;

2) умова «непротікання» - швидкість в центрі заряду дорівнює нулю.

Розв'язок задачі виконувався за методикою, викладеною в розділі 3.2.

Досліджуванним грунтом була водонасичена глина. Експериментальні дослідження динамічної поведінки водонасиченої глини при дії сферичного заряду були проведені С. С. Григоряном [122], а теоретичні - при вивченні ґрунту у рамках моделі твердого пористого багатокомпонентного середовища з постійним коефіцієнтом в'язкості виконані нами в [164].

Значення фізичних констант для глини приведені в [123, 150]:  $\rho_{20} = 1000$ ,  $\rho_{30} = 2650 \text{ кг/м}^3$ ;  $c_{20} = 1500$ ,  $c_{30} = 4500 \text{ м/с}$ ;  $\gamma_2 = 7$ ;  $\gamma_3 = 4$ ;  $\rho_0 c_S^2 = 3 \cdot 10^7$ ,  $\rho_0 c_D^2 = 3.67 \cdot 10^7$ ,  $\rho_0 c_{SR}^2 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $m = 3$ ;  $k = -3.7 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $\gamma_S = 4$ ;  $\gamma_D = 6$ ;  $\gamma_{SR} = 8$ ;  $\eta_D = 1200 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Вибуховою речовиною був тротил. Радіус сферичного заряду складав 0.1 м

Залежність середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) глини представлені на рис 3.7. Нумерація кривих відповідає точкам ґрунту, розташованим на різних відстанях від центру заряду: криві 1, 1' -  $\bar{r} = r/r_0 = 5.47$ ; 2, 2' -  $\bar{r} = 9.07$ ; 3, 3' -  $\bar{r} = 15.07$ . Номери кривих без штриха відносяться до ґрунтів з постійною в'язкістю, а з штрихами - середовищам із змінною в'язкістю. Із зіставлення кривих виходить, що на однакових відносних відстанях в середовищі з постійною в'язкістю вибухова хвиля приходить раніше і швидше відбувається досягнення максимумів тиску і деформації. Проте, час запізнювання досягнення

максимуму деформації по відношенню до максимуму тиску більше в середовищі із змінною в'язкістю, тому, незважаючи те, що в ґрунті з постійною в'язкістю досягаються більші значення максимального тиску, в середовищі із змінною в'язкістю досягаються більші значення максимальною і залишковою деформацій.

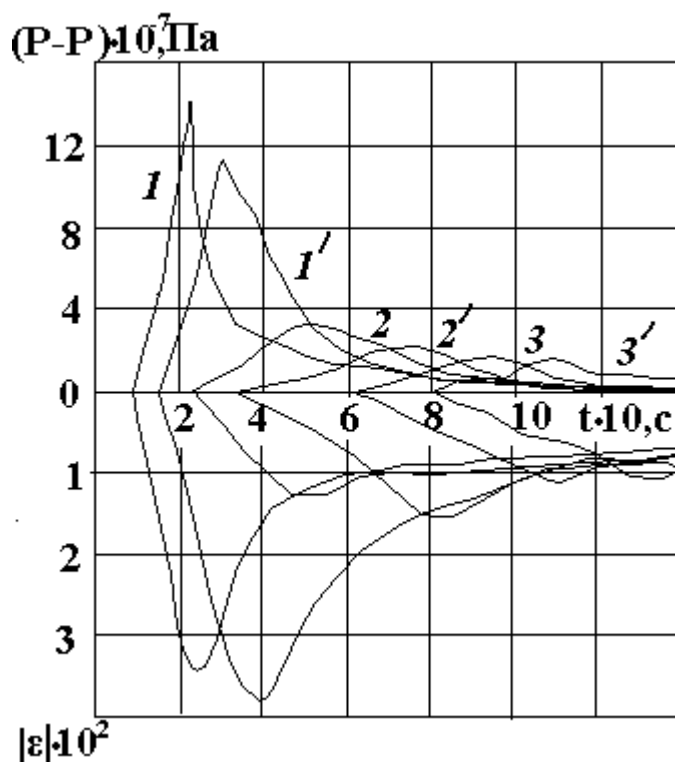


Рис. 3.7. Залежність середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) в різних точках глини : криві 1, 1' -  $\bar{r} = r/r_0 = 5.47$  ; 2, 2' -  $\bar{r} = 9.07$  ; 3, 3' -  $\bar{r} = 15.07$  .

Необхідно відмітити, що в середовищі із змінною в'язкістю ударна хвиля раніше вироджується в неперервну хвилю стискання, і надалі відбувається її швидше загасання. Це пов'язано з великими енергетичними втратами в середовищі з  $\eta = const$ , простежити за якими можна по рис. 3.8, де представлені діаграми стиснення і розвантаження глини в точках, розташованих на різних відносних відстанях від центру заряду: 3, 3' -  $\bar{r} = r/r_0 = 5.47$  ; 4, 4' -  $\bar{r} = 9.07$  .

Крива 1 відповідає граничній статичній діаграмі стиснення, крива 2 - граничній динамічній діаграмі стиснення глини.

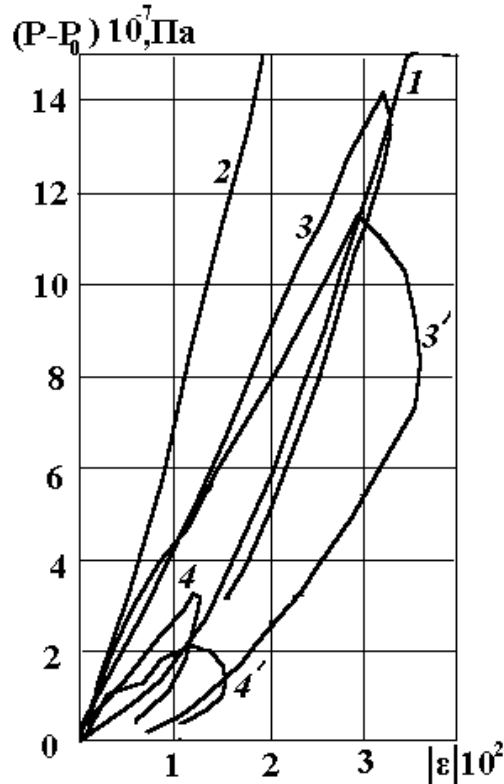


Рис. 3.8. Діаграми стиснення і розвантаження глини в точках з координатами: 3, 3' -  $\bar{r} = r/r_0 = 5.47$ ; 4, 4' -  $\bar{r} = 9.07$ . Крива 1 - гранична статична, крива 2 - гранична динамічна діаграми стиснення.

Як відзначалося, енергетичні втрати на стиснення середовища визначаються в координатах  $P, \varepsilon$  площею фігури, обмеженої кривими стиснення і розвантаження середовища і віссю абсцис. Більші енергетичні втрати в середовищі з  $\eta = const$  пов'язані з особливостями деформування такого середовища, в якому діаграма стиснення в початковий момент проходить ближче до граничної динамічної діаграми, потім більш швидко наближається до граничної статичної діаграми стиснення і, перетинаючи її, при розвантаженні по тиску далеко відхиляється від неї по осі  $\varepsilon$ . Такий хід кривої  $P(\varepsilon)$  і обумовлює великі енергетичні витрати в середовищі із змінною в'язкістю.

Як відомо з попередніх досліджень [164], відхилення теорії і експерименту для максимальних напружень  $\sigma_r$  і  $\sigma_\theta$  у інтервалі відстаней  $r = (15...30)r_0$  не перевищувало 44%. Для зіставлення результатів чисельного рахунку з експериментальними даними [123] були проведені розрахунки для глини з вищезначеними фізико - механічними характеристиками.

Зміна швидкостей часток  $U$  від часу при вибуху сферичного заряду в різних точках глини наведено на рис. 3.9. Нумерація кривих відповідає таким відстаням:  $1, 1' - \bar{r} = r/r_0 = 5.47$ ;  $2, 2' - \bar{r} = 9.07$ ;  $3, 3' - \bar{r} = 15.07$ .

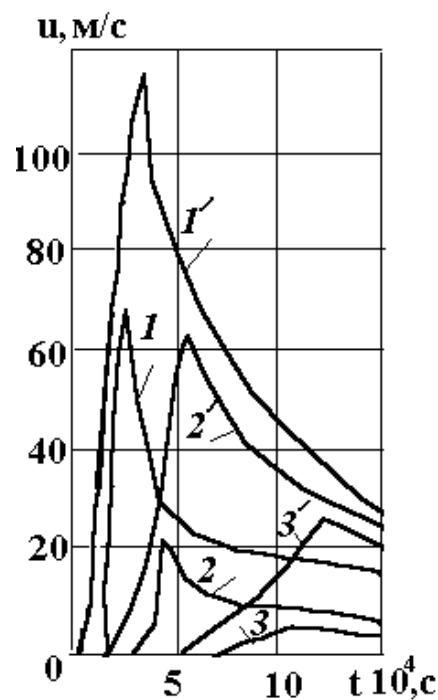


Рис. 3.9. Зміна масових швидкостей часток  $u$  в різних точках глини: криві  $1, 1' - \bar{r} = r/r_0 = 5.47$ ;  $2, 2' - \bar{r} = 9.07$ ;  $3, 3' - \bar{r} = 15.07$ .

Криві без штрихів відносяться до ґрунту з постійною в'язкістю, криві з штрихами - до ґрунту із змінною в'язкістю при  $\eta_D = 200 \text{ Па} \cdot \text{с}$ . З рисунку витікає, що на розглянутих відносних відстанях в середовищі із змінною в'язкістю досягаються великі значення амплітуди масової швидкості, спостерігається її повільніше згасання з відстанню, збільшується час наростання максимуму хвилі.

На рис. 3.10 приведені імпульси радіальних напружень  $\sigma_r(t)$  у різних точках глини. Нумерація кривих як на рис. 3.9. З рисунку виходить, що в середовищі із змінною в'язкістю хвиля напруження швидше приходить в цю точку ґрунту, фаза наростання до максимуму збільшується, максимальне значення напруження також значно більше, хвиля напружень згасає повільніше, ніж в середовищі з постійною в'язкістю.

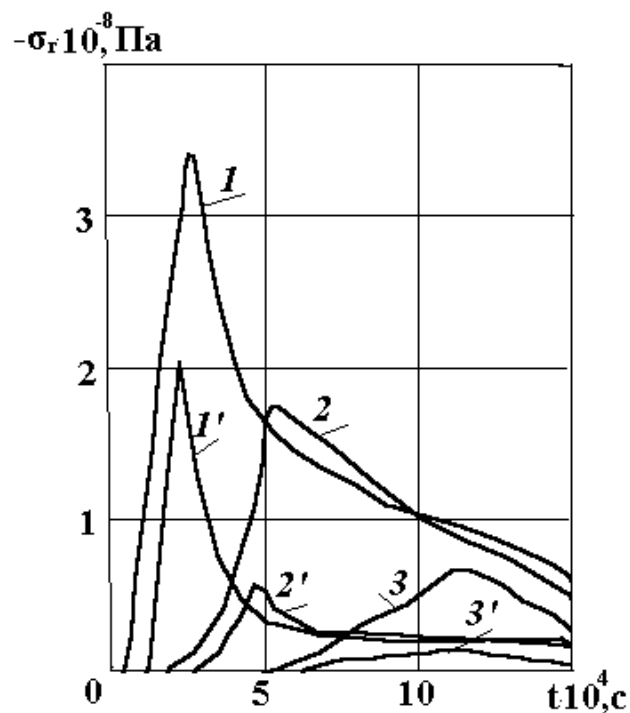


Рис. 3.10. Імпульси радіальних напружень  $\sigma_r(t)$  у різних точках глини:  
криві 1, 1' -  $\bar{r} = r/r_0 = 5.47$ ; 2, 2' -  $\bar{r} = 9.07$ ; 3, 3' -  $\bar{r} = 15.07$ .

Залежність максимального напруження  $\sigma_r$  від відносної відстані при вибуху сферичного заряду в глині представлено на рис. 3.11. Чорні точки і суцільні лінії (1) відповідають експерименту, штрихова лінія (2) - розрахунку по моделі з постійним коефіцієнтом об'ємної в'язкості, штрих - пунктирна лінія (3) - розрахунку по моделі із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості. Відхилення даних експерименту і розрахунку по моделі з постійною в'язкістю склали 44%, а по моделі із змінною в'язкістю - не перевищили 13%.



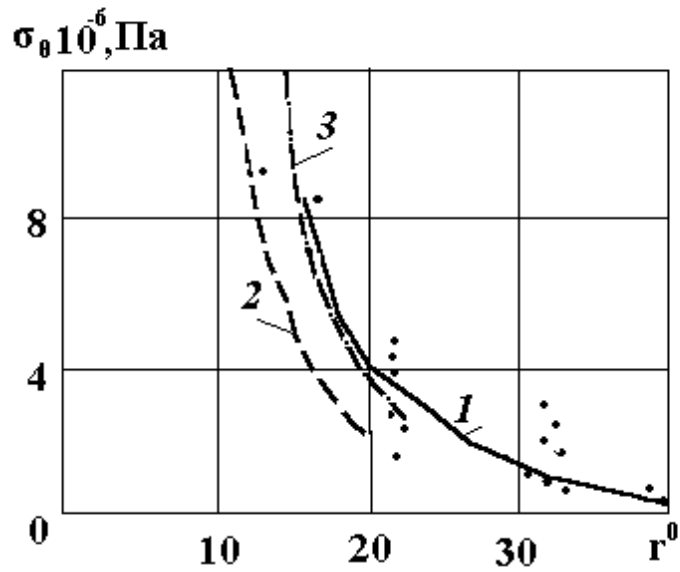


Рис. 3.11. Залежність максимального радіального напруження  $\sigma_r$  від відносної відстані. Чорні точки і лінія 1 - експеримент, 2, 3 - розрахунок по моделях з постійним і змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості відповідно.

Цей результат показує, що модель ґрунту як твердого пористого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом в'язкості більш адекватно описує хвилеві процеси в ґрунтах при вибухових і динамічних навантаженнях, чим модель з постійним коефіцієнтом в'язкості.

### 3.5. Трансформація сферичних вибухових хвиль при промерзанні ґрунтів

Сезонне промерзання ґрунтів спостерігається на території України майже повсюди, за винятком Криму.

Широке використання ударних і вибухових методів в практиці ведення земляних робіт в мерзлих ґрунтах, вибір оптимальних схем підривання викликає необхідність вивчення хвилевих процесів в багаторічно мерзлих, мерзлих і талих ґрунтах.

Хвилеві процеси в ґрунтах, гірських породах, льоду тривалий час вивчалися на основі моделей пружнопластичних середовищ. Проте,

експериментальні дослідження [333 - 338] показали, що мерзлі ґрунти так само, як і гірські породи, лід, немерзлі ґрунти мають пористу будову і багатокомпонентний склад. Механічні властивості мерзлих ґрунтів залежать від вмісту компонентів в одиниці об'єму ґрунту, гранулометричного складу, міцністних взаємозв'язків мінеральних частинок [151, 166, 334 - 336].

Нині запропонований ряд моделей, що враховують властивості реології мерзлих ґрунтів. Вони призначені для опису квазістатичних процесів деформації при локальній дії навантаження, коли відбувається віджимання середовища з області навантаження (пластична течія). У разі короткочасних навантажень потрібне застосування інших моделей, оскільки віджимання середовища або яких-небудь компонентів не відбувається, змінюється лише об'ємний вміст компонентів.

З цього виходить, що модель твердого пористого багатокомпонентного середовища, що має об'ємну в'язкість, нелінійні граничні (статичну і динамічну) діаграми стиснення і розвантаження і пластичні властивості, можна застосувати для опису поведінку мерзлих ґрунтів під дією динамічних і вибухових навантажень.

Мерзлий ґрунт є чотирьохкомпонентним середовищем, що включає вільний поровий простір, незамерзлу воду, тверді мінеральні зерна і лід. При цьому вважається, що четвертий компонент (лід) є ідеально пружним середовищем.

Ударне вантаження викликає спочатку часткове руйнування льодо - цементних зв'язків, стинення матеріалу мінеральних зерен, льоду, порової води і вільного порового простору. У моделі цей процес приймається миттєвим, а об'ємна деформація, що досягається, відповідає граничній динамічній діаграмі стинення ( $\dot{P} \rightarrow \infty, \dot{\epsilon} \rightarrow \infty$ ).

У наступний період безперервної зміни навантаження відбувається основне руйнування зв'язків і зміщення (перепакування) твердих і рідких частинок, що призводить до зменшення або ліквідації вільного порового простору. Деформація

при цьому зростає, і стан середовища наближається до граничної статичної діаграми стиснення, що реалізується за умови  $\dot{P} \rightarrow 0$ ,  $\dot{\varepsilon} \rightarrow 0$ . Об'ємна в'язкість середовища обумовлена її немиттєвим стисненням при миттєвому навантаженні.

Після досягнення об'ємною деформацією максимуму в період зменшення навантаження починається відновлення об'єму середовища. Діаграми стиснення і навантаження приймаються різними, що призводить до виникнення залишкових деформацій після зняття навантаження.

Рівняння стискання і розвантаження льоду прийняте у вигляді рівняння типу Тета.

Рівняння стискання і розвантаження чотирьохкомпонентного середовища має вигляд (2.5), але у функції  $\varphi(P, \varepsilon)$  і  $\varepsilon_1$  вводиться четверта компонента - лід.

Отже, для чотирьохкомпонентного середовища маємо:

при навантаженні

$$\varphi(P, \varepsilon) = \alpha_1 \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} - \sum_{i=2}^4 \frac{\alpha_i}{\rho_{i0} c_{i0}^2} \left[ \frac{\gamma_i (P - P_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-(1+\gamma_i)/\gamma_i}, \quad (3.45)$$

при розвантаженні

$$\varphi(P, \varepsilon) = \alpha_1 \left( \frac{df_D}{d\varepsilon_1} - \frac{df_S}{d\varepsilon_1} + \frac{df_R}{d\varepsilon_1} \right)^{-1} - \sum_{i=2}^4 \frac{\alpha_i}{\rho_{i0} c_{i0}^2} \left[ \frac{\gamma_i (P - P_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-(1+\gamma_i)/\gamma_i}, \quad (3.46)$$

Для деформації порового простору виконується співвідношення

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{\alpha_1} \left\{ \frac{V}{V_0} - \sum_{i=2}^4 \alpha_i \left[ \frac{\gamma_i (P - P_0)}{\rho_{i0} c_{i0}^2} + 1 \right]^{-1/\gamma_i} \right\} - 1. \quad (3.47)$$

Для рідкого, твердого компонентів і льоду маємо такі фізико-механічні характеристики:  $\rho_2 = 100 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_3 = 2650 \text{ кг/м}^3$ ,  $\rho_4 = 917 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_2 = 1500 \text{ м/с}$ ,  $c_3 = 4500 \text{ м/с}$ ,  $c_4 = 3900 \text{ м/с}$ ,  $\gamma_2 = 7$ ,  $\gamma_3 = \gamma_4 = 5$ . Постійні величини  $\rho_0$ ,  $c_S$ ,  $\gamma_S$ ,  $k$ ,  $\eta_D$  повинні визначатися з експериментальних даних.

Тому, перш ніж приступити до вивчення хвильових процесів в мерзлих ґрунтах, що описуються у рамках моделі, покажемо правомірність такого підходу на основі зіставлення розрахункових і експериментальних даних по поведінці мерзлих ґрунтів при динамічному навантаженні.

У роботі [340] викладені результати стискання зразків суглинних мерзлих ґрунтів в умовах одновісного напруженого стану при динамічному навантаженні. Дослідження проводилися на копровій установці з вантажем, що вільно падав, ударяв по випробувальній камері, що містить зразок ґрунту. В результаті в зразку створювався одновісний напружений стан. Для отримання різних швидкостей навантаження застосовувалися демпфуючі прокладки різної товщини між вантажем і камерою. У камері розміщувалися датчики, які реєстрували осьове напруження  $\sigma_1$  і деформацію  $\varepsilon_1$ .

У таблиці 3.1 приведені фізико - механічні характеристики ґрунтів ( $\rho_0$ ,  $\alpha_i$  температура  $T$ , льдистість  $i$ ) і константи, що входять в рівняння стану ( $\rho_0$ ,  $c_S$ ,  $\gamma_S$ ,  $k$ ,  $\eta_D$ ) розраховані за методикою, викладеною в роботах [138, 140, 338], а також швидкості вантаження ґрунтів  $\dot{\sigma}_1$ .

У таблиці ґрунт 1 - немерзлий ґрунт, ґрунти 3 і 4 - практично однакові, але досліди, що проводяться в них, відрізнялися швидкістю навантаження.

Аналіз експериментальних залежностей  $\sigma_1(\varepsilon)$  показав, що усі криві при малих напруженнях увігнуті, а при великих - опуклі відносно осі деформацій. У мерзлих ґрунтах деформація менша, ніж в немерзлих. У неводонасиченому мерзлому ґрунті деформація більша, ніж у водонасиченому.

Хід кривих  $\sigma_1(\varepsilon)$  істотно залежить від швидкості навантаження : чим більша швидкість навантажень, тим ближче криві до осі напружень. Зміна знаку кривизни діаграм  $\sigma_1(\varepsilon)$  пов'язана з в'язкими властивостями середовища.

Враховуючи взаємозв'язок тиску  $P$  і осьового напруження  $\sigma_1$ , а також зв'язок між похідними за часом (швидкостями навантаження), отримуємо

$$P - P_0 = -\frac{1 + 2k_\theta}{3} \sigma_1 = K_t \sigma_1, \quad K_t = \frac{1 + 2k_\theta}{3}, \quad (3.48)$$

$$\dot{P} = -K_t \dot{\sigma}_1, \quad (3.49)$$

$$\dot{\sigma}_1 = B = const, \quad \sigma_1 = Bt, \quad B < 0. \quad (3.50)$$

Коефіцієнт бічного тиску  $k_\theta$ , зокрема, для глини складає приблизно 0.3... 0.4.

Підставляючи в рівняння (2.5) конкретне вираження для функції (3.48) і значення швидкості навантаження  $\dot{P}$ , знаходимо для функції  $\varepsilon(t)$  диференціальне рівняння виду (2.13) з нульовими початковими умовами  $\varepsilon = 0$  при  $t = 0$ .

Інтегрування цієї задачі Коши виконувалося чисельно методом Рунге - Кутта за методикою, викладеною в п.2.2.

В результаті отримані діаграми об'ємного стискання мерзлих ґрунтів (рис. 3.14) : а - для мерзлого ґрунту 2 (згідно з таблицею 3.1), б - для ґрунту 5; в - для ґрунту 6. Крива 1 відповідає експерименту, 2 - розрахунку при лінеаризованій діаграмі ( $\gamma_S = -1$ ), 3 - реальній діаграмі стискування.

На рис. 3.14, г зображені діаграми стискання для ґрунту 3 (крива 1 - експеримент, 3 і 5 - розрахунок при  $\gamma_S$  рівному - 1 і 0,5 відповідно) і ґрунту 4 (крива 2 - експеримент, 4 і 6 - при розрахунок при  $\gamma_S$  рівному - 1 і 0,50. На всіх

малюнках  $P_D$  - граничні динамічні діаграми стискання, а  $P_S$  - граничні статичні діаграми.

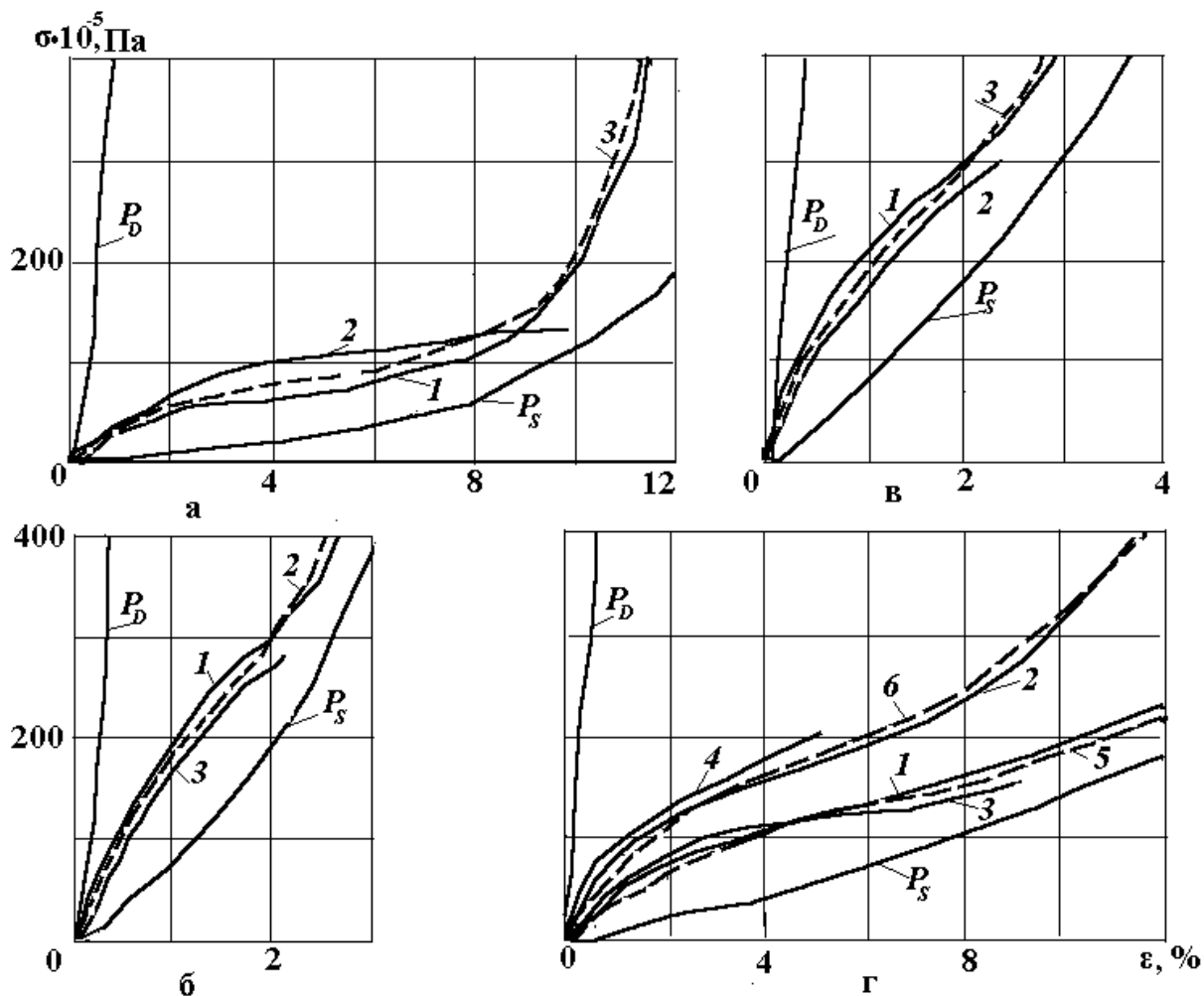


Рис. 3.14. Діаграми об'ємного стискання мерзлих ґрунтів : а - для мерзлого ґрунту 2, б - для ґрунту 5; в - для ґрунту 6 (крива 1 - експеримент, 2 - розрахунок при  $\gamma_S = -1$  і  $\gamma_S = 0,5$ ), з - для ґрунту 3 (крива 1 - експеримент, 3 і 5 - розрахунок при  $\gamma_S = -1$  і  $0,5$ ) і ґрунту 4 (крива 2 - експеримент, 4 і 6 - розрахунок при  $\gamma_S$  рівному - 1 і  $0,5$ ).

Із зіставлення експериментальних і розрахункових кривих видно, що для даних ґрунтів розбіжність даних і експерименту і теорії не перевищує 5 - 18%, що можна вважати цілком задовільним. З цих досліджень можна зробити висновок про можливість застосовувати модель твердого пористого багатокомпонентного

в'язкопластичного середовища до мерзлих ґрунтів при дії на них динамічних навантажень.

Далі розглядався вибух сферичного заряду ВВ в мерзлому і талому ґрунтах.

Рівнянням стану продуктів детонації служить рівняння (2.16). Рівняння руху продуктів детонації і мерзлого ґрунту являється система рівнянь (3.39) - (3.43), початковими умовами - система (3.34), граничними - такі ж, як для випадку немерзлого ґрунту. Методика розв'язування задачі викладена в розділі 3.2.

При розв'язуванні поставленої задачі переслідувалися наступні цілі:

- дослідити закономірності поширення сферичних вибухових хвиль в мерзлому і талому ґрунті;
- зіставити результати чисельного розв'язуванні з відомими експериментальними даними.

Дослідження проводилися для суглинного ґрунту, що знаходиться в мерзлому і талому станах.

Фізико-механічні характеристики мерзлого ґрунту були наступні:  
 $\alpha_1 = 0.14$ ;  $\alpha_2 = 0.18$ ;  $\alpha_3 = 0.61$ ;  $\alpha_4 = 0.07$ ;  $\rho_0 = 1870 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_0 c_S^2 = 7.4 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  
 $\rho_0 c_D^2 = 1184 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $k = -111 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $\gamma_S = 0.3$ ;  $\gamma_D = 5$ ;  $\gamma_{SR} = 1.3$ ;  
 $\eta = 5380 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ;  $t = -3^0 \text{ С}$ .

Фізико-механічні характеристики талого ґрунту такі:  
 $\alpha_1 = 0.22$ ;  $\alpha_2 = 0.18$ ;  $\alpha_3 = 0.6$ ;  $\alpha_4 = 0$ ;  $\rho_0 = 1800 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_0 c_S^2 = 2.6 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  
 $\rho_0 c_D^2 = 53.2 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $k = -50.6 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $\gamma_S = 0.3$ ;  $\gamma_D = 5$ ;  $\gamma_R = 1.3$ ;  $\eta = 6300 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ;  
;  $t = 0^0 \text{ С}$ .

Для обох ґрунтів приймалося:  $\rho_2 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_3 = 2650 \text{ кг/м}^3$ ;  
 $\rho_4 = 917 \text{ кг/м}^3$ ;  $c_2 = 1500 \text{ м/с}$ ;  $c_3 = 4500 \text{ м/с}$ ;  $c_4 = 3920 \text{ м/с}$ ;  $\gamma_2 = 7$ ;  $\gamma_3 = \gamma_4 = 5$ .

Ці значення характеристик приблизно відповідають параметрам суглинку, в якому проводилися досліди з сферичними зарядами ВВ [148, 340].

Розглянемо результати чисельного розв'язуванні розв'язку задачі [33].

На рис. 3.15 представлені залежності середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу в точках з координатою  $r = 4.27 r_0$  (криві 1 - 1' для мерзлого, 4 - 4' для талого ґрунтів),  $r = 7.40 r_0$  (криві 2 - 2' для мерзлого, 5 5' для талого ґрунтів),  $r = 10.47 r_0$  (криві 3 - 3' для мерзлого, 6 - 6' - для талого ґрунтів).

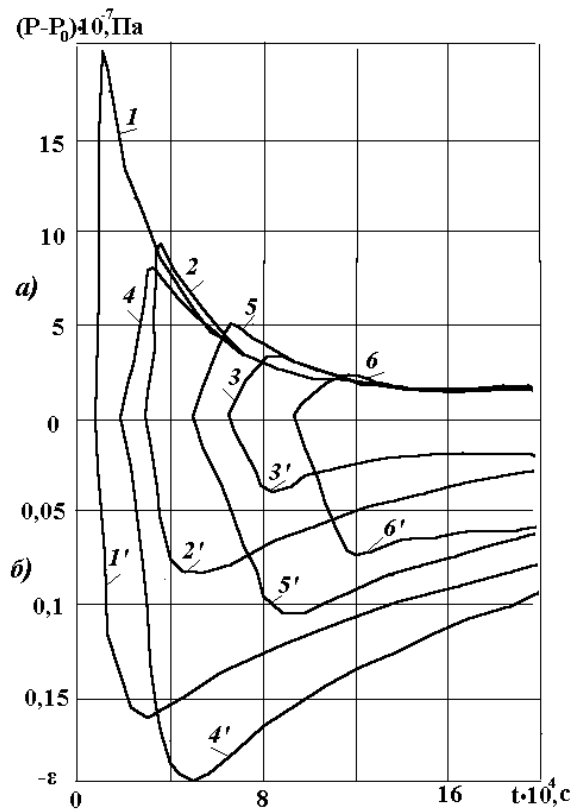


Рис. 3.15. Залежності середнього гідростатичного тиску (а) і об'ємної деформації (б) від часу в точках з координатою  $r = 4.27 r_0$  (криві 1 - 1' для мерзлого, 4 - 4' для талого ґрунтів),  $r = 7.40 r_0$  (криві 2 - 2' для мерзлого, 5 5' для талого ґрунтів),  $r = 10.47 r_0$  (криві 3 - 3' для мерзлого, 6 - 6' - для талого ґрунтів).

Зіставлення кривих показує, що в порівнянні з мерзлим в талому ґрунті максимальні тиски мають менші значення, збільшується час наростання тиску до максимуму, тобто відбувається інтенсивніше розмивання вибухової хвилі, що



пояснюється наявністю вільного порового простору, яке в мерзломому ґрунті заповнене льодом. Відставання в часі максимуму деформації по відношенню до максимуму тиску в талому ґрунті значно вище, ніж в мерзломому ґрунті, що пояснюється меншою стисливістю останнього.

На рис. 3.16 представлені залежності максимальних значень  $\sigma_r$  (1,1') і  $\sigma_\theta$  (2,2') від відносної відстані. Криві 1, 2 відносяться до мерзлого суглинку, 1', 2' - до талого.

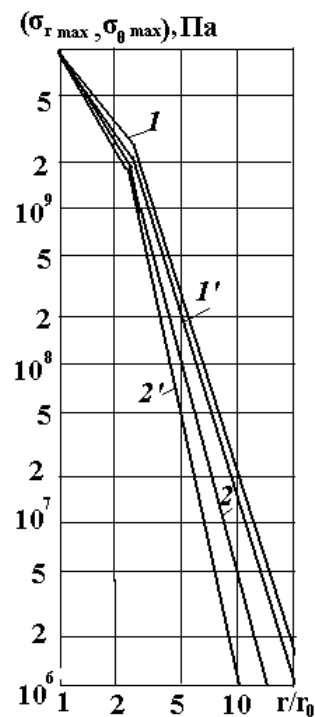


Рис. 3.16. Залежності максимальних  $\sigma_r$  (1 ; 1') і  $\sigma_\theta$  (2 ; 2) від відносної відстані. Криві 1, 2 відносяться до мерзлого суглинку, 1' , 2' - до талого суглинку.

Розрахунки показують, що згасання хвиль на різних відстанях відбувається з різною інтенсивністю. Проте, в талому ґрунті з великим вмістом  $\alpha_1$  інтенсивність згасання хвиль на усіх відстанях вища, ніж в мерзломому ґрунті, що відповідає досвідченим даним [148, 340].

На рис. 3.17 наведено залежність максимальної об'ємної деформації  $\varepsilon_m$  від відносної відстані. Тут і на рис. 3.18, 3.19 лінії 1 відповідають мерзлому, лінії 2 - талому ґрунтам.

В усій розрахунковій області максимальна об'ємна деформація мерзлого ґрунту значно менша, ніж у талого. Це пояснюється тим, що при замерзанні сумарний об'єм води і льоду збільшується, а об'єм вільного порового простору  $\alpha_1$  зменшується. Крім того, пониження температури призводить до підвищення міцності льодо - цементних зв'язків, що зменшує стисливість мерзлого ґрунту.

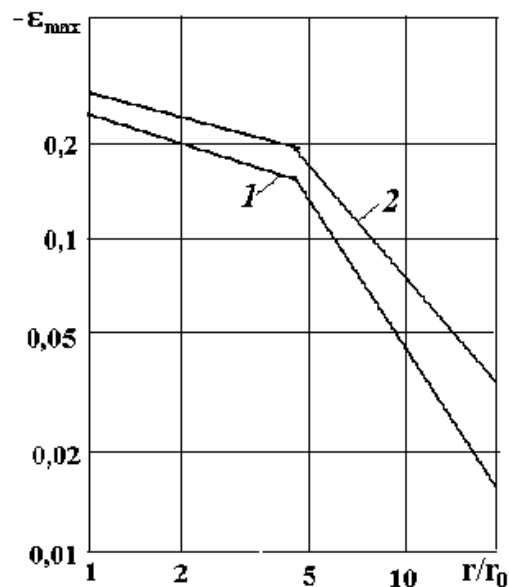


Рис. 3.17. Залежність максимальної об'ємної деформації  $\varepsilon_m$  від відносної відстані: 1 - мерзлий ґрунт, 2 - талый ґрунт.

На рис. 3.18 зображені залежності максимальної швидкості частинок ґрунту від відносної відстані. Видно, що убавання з відстанню максимальної швидкості частинок відбувається інтенсивніше в талому ґрунті.

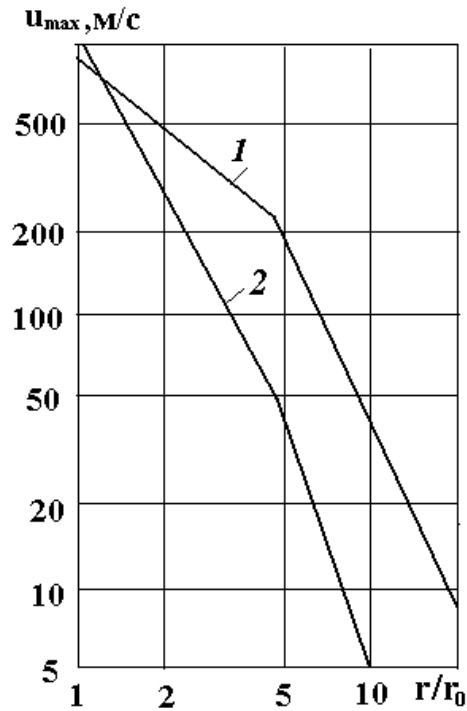


Рис. 3.18. Залежності максимальної швидкості частинок ґрунту від відносної відстані: 1 - мерзлий ґрунт; 2 - талий ґрунт.

Розвиток безрозмірного радіусу газової порожнини (камери)  $\bar{r}_n = r_n / r_0$  (де  $r_n$  - розмірний радіус порожнини) з часом показано на рис. 3.19. З рисунку виходить, що процес розвитку порожнини не завершений і за розрахунковий час склав: для мерзлого ґрунту  $4.3 r_0$ , для талого -  $5.6 r_0$ .

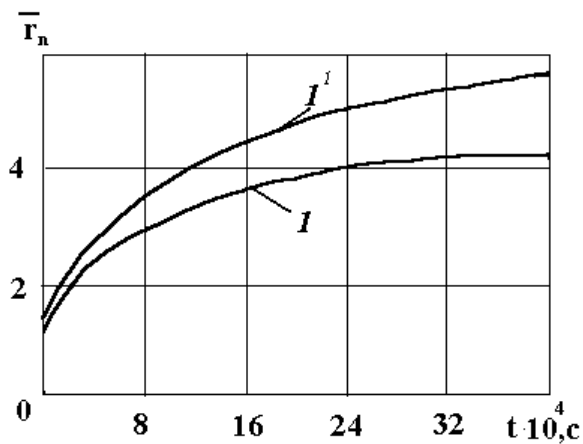


Рис. 3.19. Розвиток безрозмірного радіусу газової порожнини  $\bar{r}_n = r_n / r_0$  від часу.

На рис. 3.20 дані залежності максимальних головних напружень від відносної відстані в мерзлому і талому ґрунтах. Криві  $1, 1' - 2, 2'$  відносяться до  $\sigma_r$  і  $\sigma_\theta$  відповідно. Криві з штрихами відносяться до розрахунків, криві без штрихів - до експериментів [133, 329], точки - дані експерименту.

Зіставлення кривих показує, що відхилення розрахункових і експериментальних даних не перевищує 25 - 29%, що, враховуючи реальний розкид експериментальних точок, можна вважати задовільним.

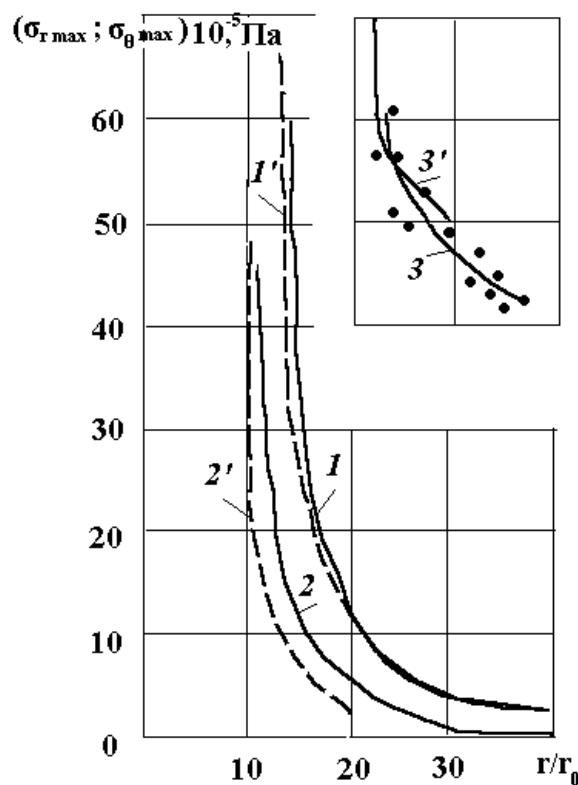


Рис. 3.20. Залежності максимальних головної напружень від відносної відстані в мерзлому і талому ґрунтах. Криві  $1, 1' - 2, 2'$  відносяться до  $\sigma_r$  і  $\sigma_\theta$  відповідно; криві з штрихами - до розрахунок, криві без штрихів - експеримент, точки - дані експерименту.

На рис. 3.21 показані діаграми стискання мерзлого (1) і талого (2) ґрунтів для різних  $\bar{r} = r/r_0$ :  $\bar{r} = 4.27$  (а);  $\bar{r} = 10.67$  (б). Как известно, диссипативные потери енергії при вибухах у в'язкопластичних середовищах складаються з втрат

на фронті ударної хвилі і втрат, обумовлених наявністю залишкових деформацій і об'ємної в'язкості, що призводить до появи ефектів запізнювання і розмивання ударної хвилі.

Питома дисипативна енергія в даній точці ґрунту дорівнює площі фігури (в координатах  $P, V$ ), обмеженої діаграмами стискання і розвантаження і віссю абсцис. З рисунків видно, що на усіх приведених відстанях дисипативні втрати в талому ґрунті більші, ніж в мерзлому, що і обумовлює більш інтенсивне згасання хвиль в талому ґрунті.

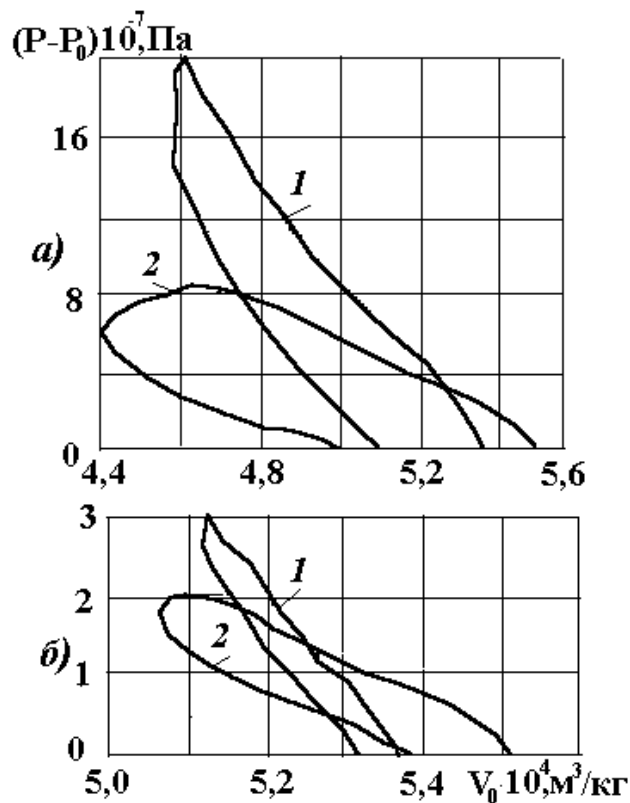


Рис. 3.21. Діаграми стискання мерзлого (1) і талого (2) ґрунтів в точках на різних відносних відстанях від порожнини  $\bar{r} = r/r_0$ :  $\bar{r} = 4.27$  (а);  $\bar{r} = 10.7$  (б).

Проте, слід зауважити, що ця відмінність сильніше проявляється в середній зоні вибуху, коли в'язкі властивості ґрунту понад усе впливають на його деформацію. У ближній зоні вибуху на стадії гідродинамічної течії і в далекій

пружній зоні цей вплив істотно менший. Цей результат добре узгоджується з приведеними раніше експериментальними даними інших авторів.

У таблиці 3.1. приведені питома енергія дисипації в талому  $\varepsilon_T$  і питома енергія дисипації в мерзлому  $\varepsilon_M$  ґрунтах залежно від відстані.

Таблиця 3.1.

Величини питомої енергії дисипації на різних відносних відстанях  $\bar{R}$  у талому ( $\varepsilon_T$ ) і мерзлому ( $\varepsilon_M$ ) ґрунтах

$\bar{R}$	4,27	10,67	13,87	20,27
$\varepsilon_T$ , Дж/кг	4400	243,75	73,55	2,5
$\varepsilon_M$ , Дж/кг	4050	118,75	44,375	2,062

Аналіз побудованих залежностей часу приходу максимального тиску в дану точку середовища від відносної відстані показав, що ударні хвилі і хвилі стискання в мерзлому ґрунті поширюються швидше, ніж в талому, що пов'язано з більшою акустичною жорсткістю мерзлого ґрунту.

Отримані розв'язки відображують основні характерні особливості поширення вибухових хвиль в ґрунтах, дозволяють зробити висновок про застосовність моделі твердого пористого багатокомпонентного в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості до мерзлих і талих ґрунтів при дослідженні їх поведінки при вибухових і будь-яких інших динамічних навантаженнях.

На основі виконаних досліджень можна зробити наступні висновки.

Розроблений і реалізований алгоритм чисельного рішення пов'язаних завдань про взаємодію ударних хвиль з ґрунтами і гірськими породами при вибухах сферичних і циліндричних зарядів вибухових речовин з урахуванням хвильових процесів в продуктах детонації.

Досліджені закономірності впливу на напружено-деформований стан ґрунту різних фізичних і геометричних нелінійностей, таких як змінного коефіцієнта об'ємної в'язкості  $\eta$ , вільній пористості  $\alpha_1$ , врахування симетрії заряду ВР, введення четвертого компонента (льоду) при камуфлетних вибухах.

Встановлено, що введення змінної об'ємної в'язкості приводить до зменшення відстані поширення фронту ударної хвилі при вибухах зарядів різної симетрії. З видаленням від заряду сильніше проявляється відставання фронту хвилі для моделі із змінною в'язкістю в порівнянні з фронтом хвилі для моделі з постійною в'язкістю. На однакових відстанях від заряду в ґрунті з постійною в'язкістю досягаються великі максимальні тиски. Проте, максимальні і залишкові об'ємні деформації більше в середовищі із змінною в'язкістю.

Хвиля напружень в середовищі із змінною в'язкістю згасає швидше в порівнянні з хвилею в ґрунті з постійною в'язкістю внаслідок значних енергетичних втрат, пов'язаних з деформацією (стисканням) середовища.

Показано, що із збільшенням вільної пористості  $\alpha_1$  збільшується відмінність в амплітудному - частотних характеристиках хвиль, при вибухах зарядів різних симетрій в ґрунтах з постійною і змінною в'язкістю.

Задовільна відповідність експериментальних і розрахункових даних дозволяє зробити висновок про застосовність моделі багатокомпонентного в'язкопластичного середовища із змінною в'язкістю для дослідження динамічної поведінки немерзлого і мерзлого ґрунту при вибухових і будь-яких інших видах динамічних навантажень. Модель ґрунту із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості адекватніше описує хвилеві процеси в ґрунтах при нестационарних навантаженнях.

## 4. ВЗАЄМОДІЯ ОДНОВИМІРНИХ УДАРНИХ ХВИЛЬ В ГРУНТАХ З НЕОДНОРОДНОСТЯМИ І ЕЛЕМЕНТАМИ КОНСТРУКЦІЙ

### 4.1. Чисельне дослідження відбиття ударних хвиль від нерухомої перешкоди в ґрунті при вибухах циліндричних зарядів вибухових речовин

Аналітичне рішення завдань про взаємодію ударних хвиль з нерухомими перешкодами, що зміщуються, отримані в роботах [13, 124, 146, 182, 197, 341, 342]. При цьому використані спрощені модельні представлення ґрунтових середовищ, що дозволяють отримати деякі параметри хвиль в аналітичному виді. У [163, 341, 343, 344] виконані чисельні розв'язки завдань про взаємодію ударних хвиль з нерухомою перешкодою, розташованою в пружному, в'язкопружному і в'язкопластичному середовищі, в рідині з бульбашками газу, в повітрі. У усіх вказаних роботах вибухове джерело не розглядалося.

Дослідимо камуфлетний вибух циліндричного заряду вибухової речовини в неводонасиченому ґрунті, обмеженому нерухомою перешкодою, вісь симетрії якої співпадає з віссю симетрії заряду [345, 346]. Вважаємо, що відбувається миттєва хвильова детонація ВР. Рівняння руху продуктів вибуху і ґрунту записуються у вигляді (3.1) - (3.4). Рівняння стану продуктів детонації записується у вигляді (3.6). Поведінка ґрунту описується в рамках моделі твердого пористого в'язкопластичного середовища із змінним коефіцієнтом в'язкості (2.5) - (2.14).

Початковими умовами завдання при  $t = 0$  наступні

$$U=0, P=P_n, \rho = \rho_n \text{ при } 0 \leq r \leq r_0,$$

$$U=0, P=\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = 0, \rho = \rho_0 \text{ при } r_0 < r \leq r_{np}, \quad (4.1)$$



де  $r_0$  - радіус заряду ВВ,  $r_{np}$  - відстань від осі заряду до абсолютно жорсткої перешкоди.

Граничними умовами цього завдання є наступні умови:

- 1) на лінії симетрії  $r = 0$  швидкість  $U = 0$ ;
- 2) при  $r = r_{np}$  швидкість  $U_{np} = 0$  - перешкода нерухома;
- 3) безперервність на поверхні контакту «продукти детонації - ґрунт» швидкості часток  $U$ ;
- 4) умова «відколу» : якщо в деякий момент часу тиск в ґрунті стає менше певного тиску, відповідного міцності ґрунту на відрив  $P_2$ .

Розрахунки проводилися для заряду литого тротилу радіусом  $r_0 = 0.1$  м

Фізико-механічні характеристики ґрунту були близькими до глини:  $\rho_{20}=1000$ ,  $\rho_{30}= 2650$  кг/м<sup>3</sup>;  $C_{20}=1500$ ,  $C_{30}=4500$  м/с;  $\gamma_2=7$ ,  $\gamma_3=4$ ;  $\rho_0 C_S^2 = 3.8 \cdot 10^7$  Па,  $\rho_0 C_D^2 = 3.76 \cdot 10^9$  Па,  $\rho_0 C_{SR}^2 = 3.8 \cdot 10^9$  Па;  $k = -1.5 \cdot 10^7$  Па;  $\eta_D = 400$  Па · с;  $m=3$ ;  $\gamma_S = 4$ ;  $\gamma_{SR} = 7$ ;  $\gamma_D = 5$ .

Розглядалися різні варіанти змісту порового простору :  $\alpha_1 = 0.1; 0.2; 0.3; 0.4$  (при цьому  $\alpha_3 = 0.6$ ), а також варіант  $\alpha_2 = 1$  - вода. У останньому випадку рівняння стискування середовища вироджується в рівняння типу Тета :

$$P = \frac{\rho_{20} C_{20}^2}{\gamma_2} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_{20}} \right)^{\gamma_2} - 1 \right]. \quad (4.2)$$

Розглянемо результати чисельного рахунку. На рис. 4.1 приведені залежності відносного тиску від часу на контактах «продукти детонації - ґрунт» (крива 1) і «ґрунт - перешкода» (крива 2). З рисунка слідує, що при такому близькому розташуванні перешкоди в'язкі властивості середовища не встигають проявитися, і хвиля, що падає на перешкоду, є ударною. Тиск в ближній до перешкоди точці ґрунту стрибком зростає до максимального значення, а потім

падає до нуля. Далі спостерігаються явища відколу в ґрунті поблизу перешкоди. При цьому по ґрунту поширюється відбита ударна хвиля, що викликає повторні коливання максимумів тиску, які затухають з часом. Відбита хвиля, у свою чергу, взаємодіючи на осі симетрії заряду і далі проходячи по ґрунту, генерує поблизу перешкоди коливальний процес максимумів тиску, що перемежаються, і відколи ґрунту. Хвилі, що повторно падають на перешкоду, вже не є ударними, а трансформуються в безперервні хвилі стискання. Амплітуда їх зменшується, а тривалість зростає. Час «відколів» зменшується і прямує до нуля. Коливання системи «продукти детонації - перешкода» є затухаючими у зв'язку з безповоротними втратами енергії на фронті ударної хвилі, енергії, що йде на залишкову деформацію і прояв в'язких властивостей ґрунту.

Розрахунки показують, що в більше ближніх точках до осі симетрії спостерігається складніша хвилева картина, обумовлена накладенням хвиль, що падають, і хвиль відбитих від перешкоди і контакту «продукти детонації - ґрунт», а також взаємодією їх на симетрії осі заряду. Зокрема, в порожнині одночасно спостерігаються максимуми позитивних і негативних швидкостей часток.

На рис. 4.2 приведені залежності відносного тиску від часу поблизу перешкоди, розташованої в ґрунті в точці з координатою  $r_{np} = 0.507 м$ . Нумерація кривих відповідає різним вмістом порового простору: 1 -  $\alpha_1 = 0.1$ ; 2 -  $\alpha_1 = 0.2$ ; 3 -  $\alpha_1 = 0.3$ ; 4 -  $\alpha_1 = 0.4$ . Із зіставлення кривих можна зробити висновок, що збільшення вільної пористості веде до швидшого розмивання ударних хвиль, збільшення тривалості наростання і убуття тиску, зменшення його амплітуди, швидшого зменшення величини і кількості повторних піків. Відкольні явища сильніше проявляються при великих значеннях  $\alpha_1$ , тобто при меншій щільності ґрунту. Із збільшенням  $\alpha_1$  збільшується час дії відколовши і їх кількість.

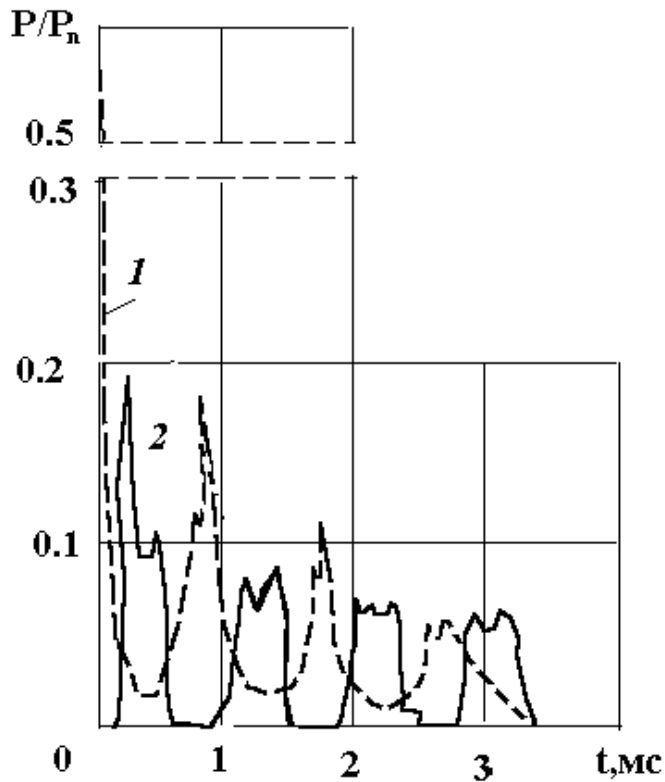


Рис. 4.1. Залежності відносного тиску від часу на контактах «продукти детонації - ґрунт» (крива 1) і «ґрунт - перешкода» (крива 2).

На рис. 4.3 представлений процес коливання точки ґрунту поблизу перешкоди, розташованої в точці з координатою  $r_{np} = 0.507$  м. Нумерація кривих така ж, як і на рис. 3.2. Видно, що чим більше вільна пористість  $\alpha_1$ , тим більше амплітуда, і тим менше частота коливань точки відносно свого початкового положення.

Амплітуда першого "відкольного" піку значно перевищує наступні, число яких для різних  $\alpha_1$  склало 2 ... 3. В результаті відколу в окремих точках ґрунту виникає розтягувальне напруження і, як наслідок, відбувається розущільнення ґрунту.

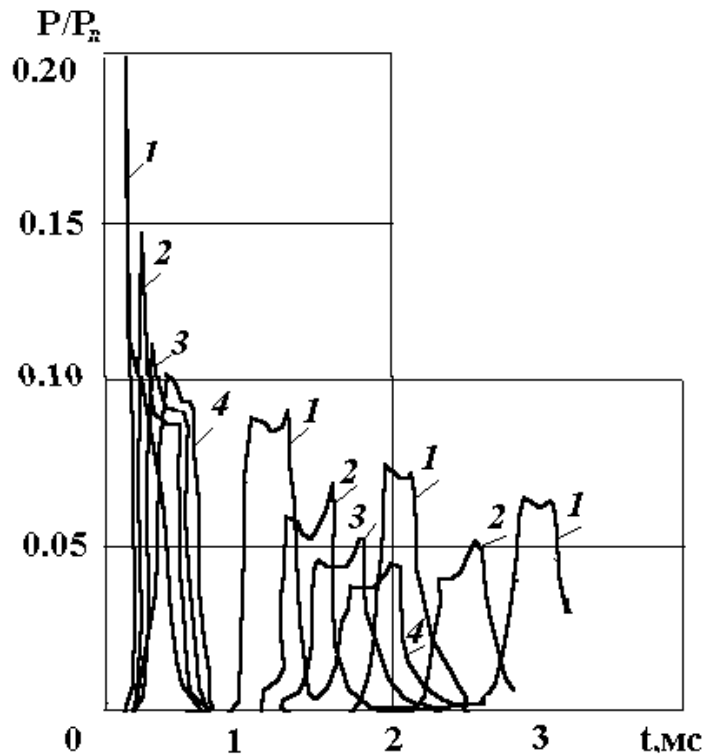


Рис. 4.2. Залежності відносного тиску від часу поблизу перешкоди  $r_{np} = 0.507 \text{ м}$  у ґрунтах з різним змістом порового простору : 1 -  $\alpha_1 = 0.1$ ; 2 -  $\alpha_1 = 0.2$ ; 3 -  $\alpha_1 = 0.3$ ; 4 -  $\alpha_1 = 0.4$ .

Аналіз розрахункових даних про вплив вільної пористості  $\alpha_1$  на залежність відносного радіусу газової порожнини від часу показує, що збільшення  $\alpha_1$  веде до зменшення частоти коливань, збільшення максимальних і мінімальних значень радіусу порожнини, до повільнішого розвитку процесу.

Для дослідження впливу відстані від заряду до перешкоди на хвилеві процеси були проведені розрахунки для усіх вищеназваних значень  $\alpha_1$  при  $r_{np} = 10r_0$ . На рис. 4.4 приведені залежності відносного тиску від часу в різних точках ґрунту із змістом порового простору  $\alpha_1 = 0.1$ . Нумерація кривих відповідає різним відстаням: 1 -  $r = 2.47 r_0$ ; 2 -  $r = 5.47 r_0$ ; 3 -  $r = 10 r_0$ .

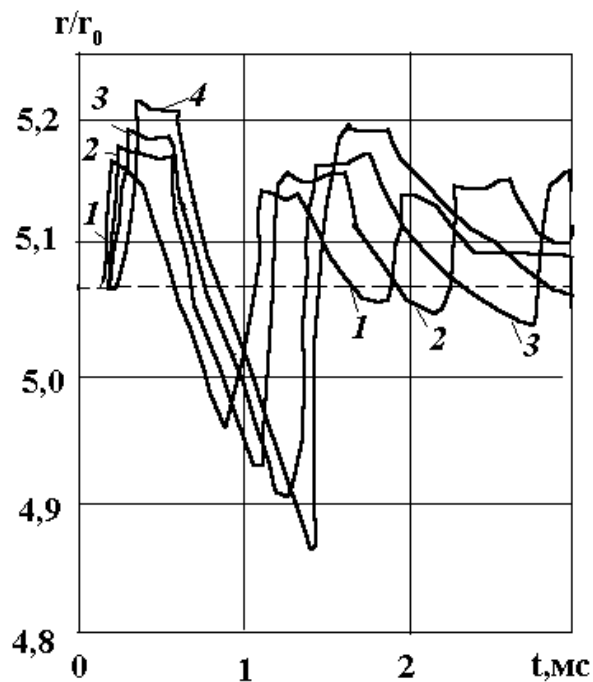


Рис. 4.3. Процес коливання точки ґрунту поблизу перешкоди, розташованої в точці з координатою  $r_{np} = 0.507$  м у ґрунтах з різним вмістом порового простору : 1 -  $\alpha_1 = 0.1$ ; 2 -  $\alpha_1 = 0.2$ ; 3 -  $\alpha_1 = 0.3$ ; 4 -  $\alpha_1 = 0.4$ .

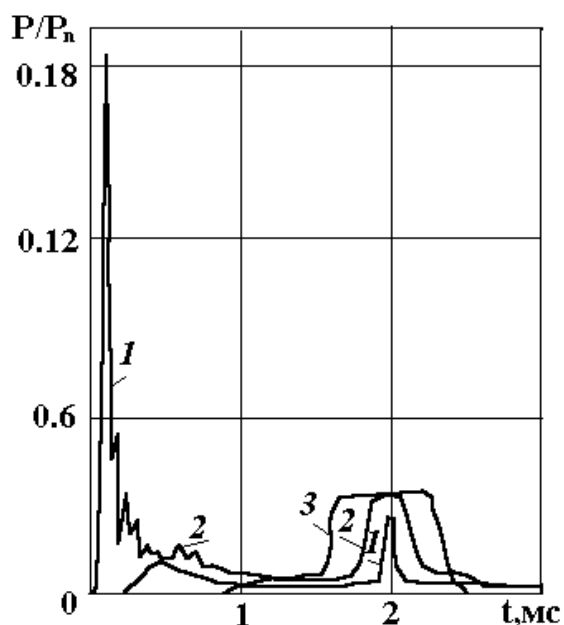


Рис. 4.4. Залежності відносного тиску від часу в різних точках ґрунту з  $\alpha_1 = 0.1$ . Нумерація кривих відповідає різним відстаням: 1 -  $r = 2.47 r_0$ ; 2 -  $r = 5.47 r_0$ ; 3 -  $r = 10 r_0$ .

Із зіставлення кривих на рис. 4.4 і рис. 4.1 можна зробити висновок про наявність загальних закономірностей у взаємодії ударних хвиль, що поширюються у в'язкопластичному середовищі, з перешкодами, розташованими на різних відстанях від джерела вибуху. Проте, при  $r = 10 r_0$  фронт хвилі, що падає, вже не є ударним, оскільки із-за більшої тривалості процесу встигають проявитися в'язкі властивості ґрунту, ударна хвиля розмивається в безперервну хвилю стискування. Тиск в хвилі, що падає на перешкоду, безперервно наростає до значення  $P'$ , потім є ділянка «плато» до значення  $P''$  (причому,  $P'' > P'$ ), який відповідає пластичній течії середовища. Далі тиск убуває до  $P = 0$ , коли відбувається відкол ґрунту.

Повторні піки тиску в точках  $r = 2.47r_0$  і  $r = 5.47r_0$  викликаються приходом відбитої хвилі, причому тиск у відбитій хвилі  $P_{OTP}$  більше тиску в хвилі, що проходить  $P_{П}$  для  $r = 5.47r_0$ , а для  $r = 2.47r_0$  навпаки  $P_{П} > P_{OTP}$ . Це пояснюється тим, що при підході відбитої хвилі до точки  $r = 2.47r_0$  дисипація енергії системи велика, тому не може бути досягнутий тиск більше тиску в хвилі, що проходить.

На рис. 4.5 приведені поля тисків в різні моменти часу : 1 -  $t = 0.32 \cdot 10^3 c$ ; 2 -  $t = 1.06 \cdot 10^3 c$ ; 3 -  $t = 2.6 \cdot 10^3 c$ . Точками відмічені положення газової порожнини, стрілками - напрям руху ПД і ґрунту. Крива 1 відповідає моменту часу, коли є два піки тиску в ПД і ґрунті, а хвиля, що падає, ще не досягла перешкоди. Крива 2 відповідає безперервному розподілу тиску від  $r=0$  до  $r = r_{ПР}$ , максимум тиску знаходиться в ґрунті. Крива 3 відповідає такому моменту часу, коли хвиля відбилася від перешкоди, поблизу перешкоди спостерігається відкол ґрунту, і частки ґрунту рухаються до осі заряду, у зв'язку з приходом відбитої хвилі в ПД тиск в останніх зріс в порівнянні з попереднім моментом часу.

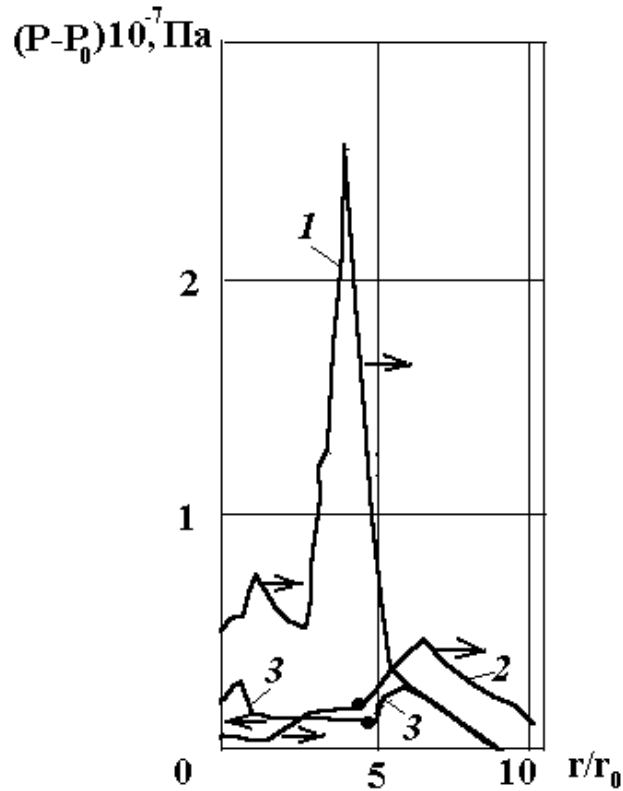


Рис. 4.5. Полів тисків в різні моменти часу : 1 -  $t = 0.32 \text{ мс}$ ; 2 -  $t = 1.06 \cdot 10^3 \text{ с}$ ; 3 -  $t = 2.6 \cdot 10^3 \text{ с}$ . Точки - положення газової порожнини, стрілки - напрям руху ПД і ґрунту.

Для оцінки кінцевої величини радіусу газової порожнини, отже, залишковій середній щільності  $\rho_{cp}$  ґрунту, методом найменших квадратів були отримані формули для кривих, що огинають  $r_{\max}$  і  $r_{\min}$  при різних значеннях  $\alpha_1$  у виді:

$$r_{\max}(t) = \alpha_1 \exp B_1 t + r_0, \quad (4.3)$$

$$r_{\min}(t) = \alpha_2 \exp B_2 t + r_0. \quad (4.4)$$

Далі з умови  $r_{\max}(t) - r_{\min}(t) \leq 0.001 r_0$  знаходиться час  $t^*$  при якому осциляції газового пухиря є незначними, і визначається радіус порожнини, її

об'єм і значення щільності ґрунту  $\rho_{cp}$ . У таблиці. 4.1 приведені результати цих розрахунків.

Таблиця 4.1.

Радіус газової порожнини і середнє значення щільності ущільненого ґрунту

№ п/п	$\alpha_1$	$\rho_0,$ $г/см^3$	$A_1,$ $м$	$B_1,$ $с^{-1}$	$A_2,$ $м$	$B_2,$ $с^{-1}$	$r_{ocm}, м$	$\rho_{cp},$ $г/см^3$
1	0,1	1,89	0,168	-122,0	0,033	269	0,200	2,090
2	0,2	1,79	0,178	-85,0	0,038	298	0,224	2,075
3	0,3	1,69	0,196	-68,5	0,048	220	0,240	2,023
4	0,7	1,59	0,218	-55,7	0,001	3,7	0,261	1,989

З аналізу даних таблиці можна зробити висновок, що незважаючи на значну різницю величин початкової пористості і щільності твердого пористого багатокомпонентного середовища, в результаті ударної дії в обмеженому об'ємі величини кінцевих значень щільності виявилися практично однаковими: найбільша різниця між ними не перевищила 5%. Цей факт може бути використаний при створенні технологій отримання різних пористих багатокомпонентних матеріалів з новими фізико - механічними властивостями методом вибухової дії у вибухових камерах.

#### 4.2. Моделювання циліндричних ударних хвиль в шаруватому ґрунтовому масиві

Часто вибухові роботи доводиться проводити в шаруватих середовищах, оскільки в більшості випадків ґрунти природного складання є складною системою шарів з різними фізико-механічними властивостями, які можуть змінюватися безперервно або мати різку межу розділу. Шарами можуть



виступати вода, повітря, гірські породи різної кріпості, елементи конструкцій і споруд. Залежно від щільності матеріалу окремих шарів характер і амплітуди ударних хвиль, що падають і відбитих, будуть різними.

Теоретичному і експериментальному дослідженню поширення ударних хвиль в шаруватих середовищах і взаємодії їх з нерухомими перешкодами присвячений ряд наукових робіт [20, 135, 164, 341, 343]. Слід зазначити, що в теоретичних дослідженнях [20, 341, 343] розглядалися спрощені моделі середовищ і джерела вибуху.

Автором розглядається камуфлетний вибух циліндричного заряду ВВ в двошаровому ґрунтовому масиві [347, 348].

При розв'язуванні задачі вважається, що заряд і межі шарів соосні. Слід зазначити, що при достатньому видаленні межі розділу шарів від заряду таке допущення є коректним.

Процес детонації розглядається у рамках моделі миттєвої хвилевої детонації. Застосовується ізентропійне рівняння стану продуктів детонації у вигляді двочлена (2.16).

Ґрунт моделюється твердим пористим багатоконпонентним в'язкопластичним середовищем (2.1) - (2.11) (2.22).

Дана задача є зв'язаним, що обумовлено зв'язаністю полів термодинамічних величин в продуктах детонації і обох шарах ґрунтового масиву, які вивчаються у рамках механіки суцільного середовища. Хвилеві процеси в ПД і ґрунті описуються законами збереження маси, кількості руху і енергії, які для осьової симетрії координатах мають вигляд (3.1), - (3.5).

Початковими для цього завдання є наступні умови:

$$u = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \text{ при } 0 \leq r < r_0;$$

$$u = 0, P = \sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = 0, \rho = \rho_l \text{ при } r_0 \leq r \leq r_l, \quad (4.5)$$

$$u = 0, P = \sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = 0, \rho = \rho_2 \text{ при } r > r_1,$$

де  $\rho_1, \rho_2$  - щільність ґрунтів першого і другого шарів при  $P = P_0$ ;  $r_1$  - координата межі розділу шарів.

Граничними умовами є:

1) "непротікання": швидкість частинок на осі заряду  $U = 0$ ;

2) безперервність напруження  $\sigma_r$ , середнього гідростатичного тиску  $P$  і швидкості  $U$  на рухливих контактних межах "продукти детонації - перший шар ґрунту" і "перший шар - другий шар ґрунту".

Для апроксимації системи диференціальних рівнянь застосовувалася методика, викладена в розділі 3.2.

Розглянемо результати моделювання вибуху циліндричного заряду грануліта радіусом  $r_0 = 0,1$  м. Фізико-механические характеристики грануліта следующие:  $P_n = 3.54 \cdot 10^9$  Па;  $\rho_n = 1268$  кг/м<sup>3</sup>;  $A = 2.938$  Па·(кг/м<sup>3</sup>)<sup>-n<sub>0</sub></sup>;  $n_0 = 2.71$ ;  $\gamma = 1.25$ ;  $B = 3.685 \cdot 10^5$  Па(кг/м<sup>3</sup>)<sup>-γ</sup>.

Межа розділу шарів розташовувалася в точці з координатою  $r_p = 15.07r_0$ . Досліджено два варіанти розміщення шарів.

Для першого варіанту вміст компонентів в першому шарі склав:  $\alpha_1 = 0.2$ ;  $\alpha_2 = 0.2$ ;  $\alpha_3 = 0.6$  при  $\rho_0 = 1790$  кг/м<sup>3</sup>, а в другому шарі -  $\alpha_1 = 0.01$ ;  $\alpha_2 = 0.39$ ;  $\alpha_3 = 0.6$  при  $\rho_0 = 1980$  кг/м<sup>3</sup>.

Для другого варіанту вміст компонентів в шарах поміняли місцями.

Інші фізико-механічні характеристики шарів мали наступні значення:  $\rho_0 c_S^2 = 3 \cdot 10^7$  Па;  $\rho_0 c_D^2 = 3.67 \cdot 10^9$  Па;  $\kappa = -3.7 \cdot 10^9$  Па;  $\gamma_s = 4$ ;  $\gamma_D = 5$ ;  $\gamma_{SR} = 8$ ;  $\eta_D = 1200$  Па·с;  $\rho_{20} = 1000$  кг/м<sup>3</sup>;  $\rho_{30} = 2650$  кг/м<sup>3</sup>;  $c_{20} = 1500$  м/с;  $c_{30} = 4500$  м/с;  $\gamma_2 = 7$ ;  $\gamma_3 = 4$ .

На рисунках 4.6 і 4.7 приведені поля тисків в різні моменти часу для першого (рис. 4.6) і другого (рис. 4.7) випадків. Нумерація кривих відповідає

фіксованим моментам часу :  $1 - t = 5.23 \cdot 10^{-3} c$ ;  $2 - t = 5.87 \cdot 10^{-3} c$ ;  $3 - t = 6.74 \cdot 10^{-3} c$ ;  $4 - t = 7.13 \cdot 10^{-3} c$ .

Відомо, що характер відбиття хвилі, що падає, від межі розділу шарів буде різним для цих двох варіантів. У першому варіанті друге середовище щільніше, отже, вона має велику акустичну жорсткість. Тому відбита хвиля буде ударною. У другому варіанті другий шар більше стискуваний, тому відбита хвиля є хвилею розрідження.

З аналізу малюнків випливають відмічені вище закономірності. Зокрема, для першого варіанту, коли хвиля, що падає, підходить до межі розділу шарів, тиск в ній стрибком збільшується. Із збільшенням часу коефіцієнт віддзеркалення росте. Максимум тиску знаходиться на фронті ударної хвилі, що проходить, а мінімум на контакті розриві «продукти детонації - перший шар».

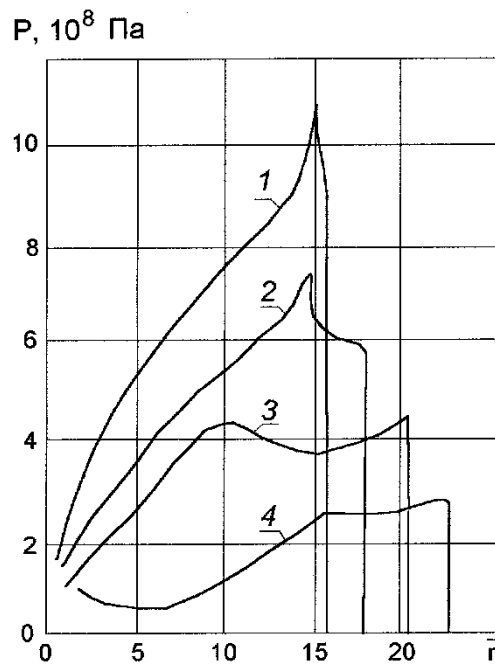


Рис. 4.6. Поля тисків в різні моменти часу, коли в першому шарі  $\rho_0 = 1790 \text{ кг/м}^3$ , а в другому шарі  $\rho_0 = 1980 \text{ кг/м}^3$ . Нумерація кривих відповідає:  $1 - t = 5.23 \cdot 10^{-3} c$ ;  $2 - t = 5.87 \cdot 10^{-3} c$ ;  $3 - t = 6.74 \cdot 10^{-3} c$ ;  $4 - t = 7.13 \cdot 10^{-3} c$ .

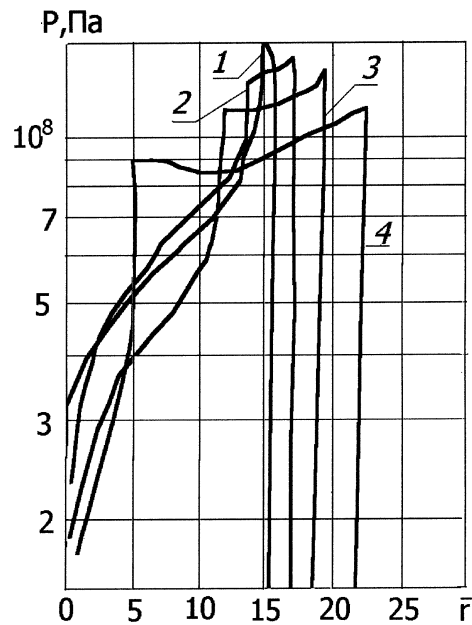


Рис. 4.7. Поля тисків в різні моменти часу, коли в першому шарі  $\rho_0 = 1980 \text{ кг/м}^3$ , а в другому шарі  $\rho_0 = 1790 \text{ кг/м}^3$ . Нумерація кривих відповідає нумерації на рис. 4.6.

Для другого варіанту при підході хвилі, що падає, тиск на межі зменшується стрибком. У міру поширення хвилі коефіцієнт віддзеркалення зменшується. Максимум тиску для цього варіанту також знаходиться на хвилі, що проходить, а мінімум - на контактній межі, цей мінімум з часом зміщується в область хвилі розрідження.

### **4.3. Деформація товстостінних циліндричних оболонок з пористим заповнювачем при внутрішньому вибуховому навантаженні**

Теоретичні і експериментальні дослідження процесів деформації оболонок під дією вибухових навантажень мають велике наукове значення і застосування у ряді галузей техніки. Нині є велике число робіт по вивченню поведінки оболонок під дією продуктів детонації і різного роду імпульсних навантажень.

Широкий огляд і аналіз результатів цих робіт міститься в [363 - 365]. Проте, питанням взаємодії оболонкових конструкцій з ґрунтовими середовищами, що оточують або заповнюють їх, приділена увага в небагатьох публікаціях із спрощеними припущеннями про моделі джерела навантаження, середовищ і конструкцій [317 -319, 366 - 368].

Розглядається циліндричний заряд вибухової речовини (ВР) нескінченної довжини, розташований співосно товстостінній циліндричній оболонці необмеженої довжини, заповненої твердим пористим матеріалом типу ґрунту, пінопласту, снігу, порошку тощо [375 - 377]. Приймається схема миттєвої хвилевої детонації.

У змінних Лагранжа в циліндричній системі координат рівняння руху для продуктів детонації, заповнювача мають вигляд (3.1) - (3.5).

Вважається, що розширення продуктів детонації відбувається за двочленною ізентропою (3.6).

Як показують результати експериментів, при відношенні товщини оболонки до радіусу серединної поверхні, рівному 0.25 і більше, теорія суцільного середовища стає прийнятніше за теорію тонких оболонок. Відмінність між результатами, отриманими по цих моделях, складає 40% і вище [364]. Тому рух товстостінної циліндричної оболонки також описуються у рамках механіки суцільного середовища рівняннями збереженнями кількості руху, нерозривності і енергії у виді (3.1) - (3.5).

Оболонка розглядається як ідеальне пружнопластичне середовище з умовою пластичності Мізеса [364]

$$P = (\gamma_m - 1)\rho E + C_0^2 (\rho - \rho_0), \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial S'_i}{\partial t} = 2\mu \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{3\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right), \quad (i = r(z)) \quad (4.7)$$

$$S_i = S'_i, \text{ якщо } (S'_r)^2 + (S'_\theta)^2 + (S'_z)^2 \leq 2/3Y^2,$$

$$\text{інакше } S_i = \sqrt{2/3}S'_iY\sqrt{(S'_r)^2 + (S'_\theta)^2 + (S'_z)^2}.$$

Тут використані наступні позначення:  $C_0$  - швидкість звуку,  $Y$  - границя пластичності плинності,  $\mu$  - модуль зсуву оболонки,  $\gamma_m$  - константа.

Заповнюючий пористий шар (грунт) моделюється твердим пористим багатокомпонентним в'язкопластичним середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості.

Початковими умовами завдання є:

$$u = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \text{ при } 0 \leq r \leq r_0, \quad (4.9)$$

$$u = 0, P = \sigma_r = 0 \text{ при } r > r_0, \quad (4.10)$$

де  $r_0$  - радіус заряду ВР.

Граничними є наступні умови:

- 1) умова "непротікання": масова швидкість на осі симетрії  $U = 0$ ;
- 2) умова безперервності напруження  $\sigma_r$  і швидкості  $U$  на рухливих контактах "продукти детонації - грунт" і "грунт - оболонка";
- 3) на вільній поверхні оболонки  $\sigma_r = 0$ ;
- 4) умова "відколу" : якщо  $P \leq P^*$ , де  $P^*$  - тиск, відповідний міцності ґрунту на відрив, то вважаємо, що  $P^* = P_0$ .

В якості заповнювача використовувався ґрунт з такими фізико-механічними характеристиками:  $\rho_{20} = 1000 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_{30} = 2650 \text{ кг/м}^3$ ;  $c_{20} = 1500 \text{ м/с}$   $c_{30} = 4500 \text{ м/с}$  - щільність і швидкості звуку при  $P = P_0$  у рідкому і твердому компоненті;  $\gamma_2 = 7$ ,  $\gamma_3 = 4$  - показники степеня в рівняннях типу Тета

для рідкого і твердого компонентів;  $\rho_0 c_S^2 = 3.8 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $\rho_0 c_D^2 = 3.76 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $\rho_0 c_{SR}^2 = 3.8 \cdot 10^9 \text{ Па}$  - статичний і динамічний модулі і модуль розвантаження середовища;  $\gamma_S=4$ ,  $\gamma_D=5$ ,  $\gamma_{SR}=7$  - показники степеня в рівняннях статичного і динамічного стискання і розвантаження;  $\alpha_1 = 0.3$ ;  $\alpha_2 = 0.1$ ;  $\alpha_3 = 0.6$ . Товщина пористого шару складала  $4.7 r_0$ , радіус заряду ВР  $r_0 = 0.1 \text{ м}$

За матеріал оболонки вибиралися алюміній і мідь. Алюмінієва оболонка мала такі фізико-механічні властивості:  $\rho_0=2700 \text{ кг/м}^3$ ;  $C_0 = 5300 \text{ м/з}$ ;  $\gamma_m = 2.18$ ;  $\mu = 25 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $Y = 0.3 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ; мідна оболонка:  $\rho_0=8930 \text{ кг/м}^3$ ;  $C_0 = 3930 \text{ м/з}$ ;  $\gamma_m = 2.69$ ;  $\mu = 39 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $Y = 1.8 \cdot 10^9 \text{ Па}$ . Геометричні параметри оболонки були наступні: внутрішній радіус  $R_1 = 5.47 r_0$ , зовнішній радіус  $R_2 = 6.47 r_0$ , радіус серединної поверхні  $R_0 = (R_1 + R_2)/2 = 5.94$ , товщина  $h=0.01 \text{ м}$ , відношення  $R_0 / h = 5.97$ .

Залежність масової швидкості від часу в різних точках показана на рис. 4.8. Крива 1 відповідає швидкості на контактному розриві «продукти детонації - ґрунт», крива 2 - в точці з координатою  $r = 2.47 r_0$ , крива 3 -  $r = 5.07 r_0$ , крива 4 - на серединній поверхні алюмінієвої оболонки  $r = R_0$ .

З рисунку виходить, що в'язкі властивості і пористість ґрунту обумовлюють швидке падіння амплітуди масової швидкості системи. Так поблизу межі з оболонкою швидкість в 1.59 разу менше, ніж на контакті «продукти детонації - ґрунт». При проходженні хвилі в оболонку відбувається скачок швидкості, викликаний більшою акустичною жорсткістю алюмінію в порівнянні з ґрунтом. При цьому по ґрунту починає поширюватися відбита від масивної товстостінної оболонки хвиля, що викликає рух часток заповнювача до осі симетрії, що також спричиняє за собою зворотні рухи оболонки.

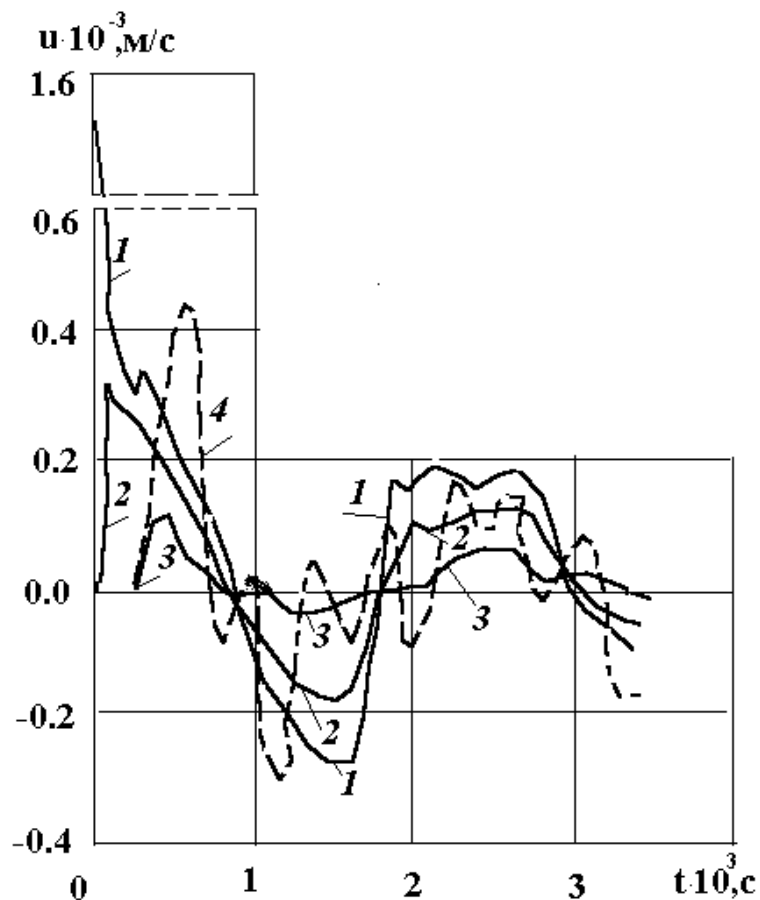


Рис. 4.8 Залежність швидкості від часу в різних точках: 1 - на контакті «продукти детонації - ґрунт», 2 -  $r = 2.47r_0$  3 -  $r = 5.07r_0$  4 -  $r = R_0$ .

Потім хвилева картина процесу повторюється, затухаючи по амплітуді і розтягуючись в часі. Оскільки на повільніший хвильовий процес усієї системи накладається швидший процес в оболонці, то для точки на серединній поверхні оболонки спостерігається більша кількість максимумів і мінімумів швидкості.

З аналізу результатів досліджень видно, що падіння тиску відбувається ще інтенсивніше, ніж швидкості. Так в точках  $r = r_0$  і  $r = 5.47r_0$  максимуми тисків відрізняються в 23 рази, в той же час максимуми об'ємних деформацій відрізняються тільки в 2.2 разу.

Це пояснюється в'язкопластичними властивостями середовища із змінним коефіцієнтом в'язкості, що проявляються в тому, що з видаленням від осі заряду збільшується час запізнювання досягнення максимуму деформації по



відношенню до максимуму тиску, відбувається зміщення кривої вантаження від статичної до динамічної діаграми стискання.

У точці, що примикає до контакту «заповнювач - оболонка», спостерігається відрив ґрунту від оболонки і, як наслідок, падіння його властивостей міцності, знеміцнення. Падіння початкової щільності в цьому варіанті розрахунку склало  $\rho_0 / \rho_{\min} = 1.26$ , а максимальної -  $\rho_{\max} / \rho_{\min} = 1.56$ . Між ґрунтом і оболонкою виникає проміжок як наслідок відколу пористого заповнювача від товстостінної конструкції.

На рис. 4.9 представлені залежності напружень  $\sigma_r$  (пунктирна лінія) і  $\sigma_\theta$  (суцільна лінія) від часу. Криві 1,3 відповідають точці на внутрішній поверхні оболонки; криві 2,4 - на серединній поверхні оболонки; 5 - на вільній поверхні. Виявлено, що в різні моменти часу алюмінієва оболонка знаходиться то в пружній області, то пластично тече, проте, крихкого руйнування не спостерігається, оскільки не виконують критерії крихкого руйнування [413].

На рис. 4.10 показана динаміка точки з координатою  $r = 5.07r_0$ . Крива 1 - поблизу абсолютно жорсткої перешкоди; крива 2 - поблизу алюмінієвої, крива 3 - поблизу мідної оболонок.

Аналіз розрахункових даних і графічних залежностей для мідної оболонки з пористим заповнювачем показує, що вона в процесі коливань, ініційованих внутрішнім вибуховим вантаженням, також знаходиться то в пружній, то в пластичній зоні.

На базі проведених досліджень можна зробити такі висновки. Дані математичні постановки зв'язаних задач взаємодії ударних хвиль з неоднорідностями (шаруватість ґрунту, наявність водонаповненої або повітряної порожнини навколо заряду вибухової речовини) і перешкодами в ґрунтовому або гірському масиві і товстостінними оболонками з пористим ґрунтовим заповнювачем з урахуванням хвилевих процесів в продуктах детонації.

Розроблений і реалізований алгоритм чисельного рішення, що дозволяє детально досліджувати характер хвильових полів і міру нелінійної взаємодії елементів конструкцій з оточенням і заповнюючими середовищами.

Отримані графічні функціональні залежності тиску, швидкості, об'ємній деформації від часу при різних значеннях вільної пористості ґрунту  $\alpha_1$  різних відстанях від заряду вибухової речовини до перешкоди і товстостінної оболонки, від матеріалу оболонки, від взаємного розташування шарів, від розмірів водонаповненої або повітряної порожнини.

Встановлено, що при вибухах циліндричних зарядів ВВ в ґрунті поблизу нерухомої перешкоди і в оболонці з ґрунтовим заповнювачем спостерігаються "відкольні" явища ґрунту, що проявляються в появі негативних тисків, падінні щільності ґрунту, втраті його міцнісних властивостей (розущільнення). Збільшення  $\alpha_1$  веде до швидшого розмивання ударних хвиль, до збільшення тривалості наростання і убування тиску, зменшення його амплітуди, швидшого зменшення величини і кількості повторних піків. Відкольні явища сильніше проявляються при великих значеннях вільної пористості ґрунту, збільшується час дії відколовши і їх кількість.

Виявлено, що найбільша амплітуда коливань досягається при віддзеркаленні хвилі від мідної, потім від алюмінієвої оболонок, найменша - від перешкоди. Найбільше розущільнення ґрунту спостерігається при віддзеркаленні хвилі від нерухомої перешкоди.

Встановлено, що, незважаючи на різницю величин початкової пористості і щільності ґрунту (близько 20%), в результаті ударної дії в обмеженому об'ємі величини кінцевих значень щільності виявилися практично однаковими (різниця між ними не перевищила 5%), що може бути використано в практиці створення технологій отримання різних пористих багатокomпонентних матеріалів з новими фізико-хімічними властивостями методом вибухової дії у вибухових камерах.

Показано, що наявність пористого ґрунтового заповнювача значно знижує параметри ударних хвиль при вибуху заряду ВВ в товстостінній оболонці і дозволяє уникнути руйнування навіть при близькому розташуванні її до заряду.

Встановлено, що залежно від взаємного розташування шарів характер напруженого стану шаруватої оболонки різний. Характерною особливістю напруженого стану є наявність розтягуючої напруги які є причиною руйнування оболонки. Відшарування збільшує максимальне значення стискуючої напруги, а в результаті зіткнення шарів виникає напруга з крутішими фронтами.

Показано, що використання моделі ґрунту із змінною в'язкістю при вибухах зарядів в шаруватому ґрунтовому масиві дозволяє правильно описувати основні закономірності віддзеркалення і заломлення хвиль.

Встановлено, що наявність водонаповненої порожнини навколо заряду вибухової речовини призводить до збільшення радіусу зони ущільнення ґрунту на 16 - 24% в порівнянні з радіусом зони ущільнення, коли порожнина відсутня. Спостерігається наявність явного максимуму радіусу зони ущільнення для кожного розміру заряду, що свідчить про існування оптимальних розмірів водонаповненої порожнини. Цей оптимум різний для грантів з різним змістом компонентів. Чим більше  $\alpha_1$  (чим менш щільний ґрунт), тим більше ефективно застосування водної порожнини при використанні оптимальних розмірів її по відношенню до конкретного розміру заряду.

Досліджений вплив швидкості дилатансії і наявності повітряної оболонки навколо заряду вибухової речовини на зміну напружено - деформованого стану гірської породи.

Встановлено, що механізм деформації гірської породи при позитивних і негативних швидкостях дилатансії різний. При позитивних швидкостях дилатансії в гірській породі спостерігаються вторинні максимуми тиски, що викликають її дроблення. При негативній швидкості дилатансії вторинні максимуми відсутні, але є ділянка негативного розтягуючого тиску, за рахунок якої відбувається дроблення гірської маси.

Наявність повітряної оболонки навколо заряду вибухової речовини значно впливає на характеристики імпульсу тиску. Він зменшується по амплітуді і розтягується в часі, що спричиняє за собою повнішу передачу енергії вибуху в гірську породу. Повторні списи тиску змінюють швидкість дилатансії в гірській породі, що служить причиною фаз ущільнення і розущільнення гірської породи, що перемежаються, що зрештою веде до її руйнування.

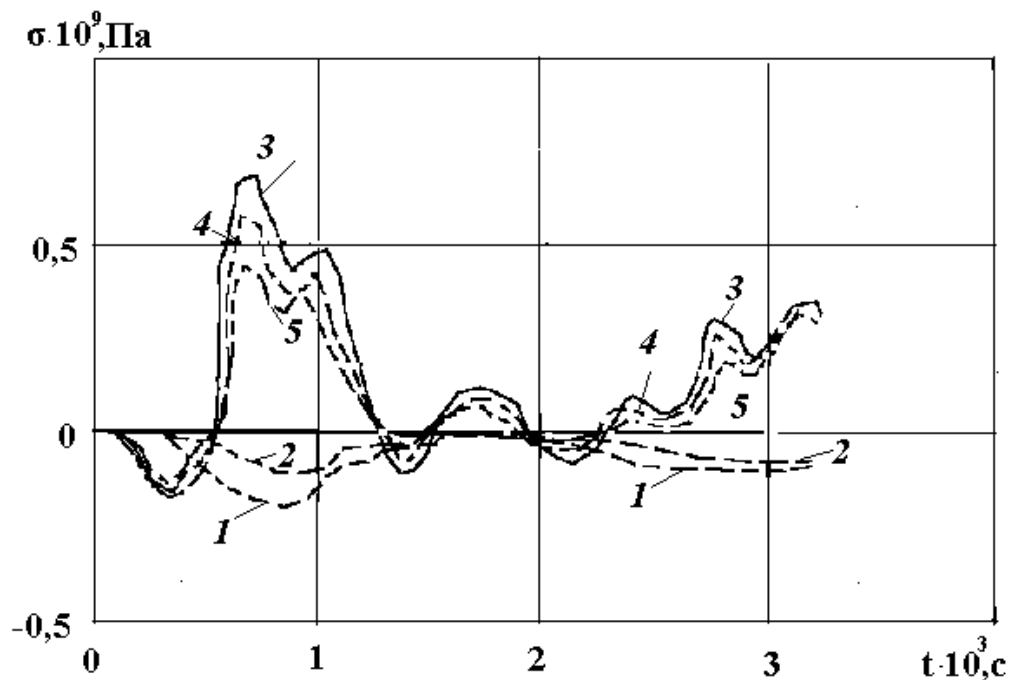


Рис. 4.9. Залежності напружень  $\sigma_r$  (пунктирна лінія) і  $\sigma_\theta$  (суцільна лінія) від часу. Криві 1,3 - точка на внутрішній поверхні; криві 2,4 - на серединній поверхні; 5 - на вільній поверхні оболонки.

І хоча в ній досягаються більші, ніж в алюмінієвій оболонці, амплітуди напружень (різниця більш ніж в два рази), але і тут крихкого руйнування не досягається, оскільки і властивості міцності значно вищі.

Можна відмітити, що найбільша амплітуда коливань досягається при відбитті хвилі від мідної оболонки, а найбільше розущільнення ґрунту - від

нерухомої перешкоди. Проведені дослідження показують, що наявність пористого заповнювача значно знижує параметри ударних хвиль при вибуху заряду вибухової речовини в товстостінній оболонці і дозволяє уникнути руйнування навіть при близькому розташуванні її до заряду.

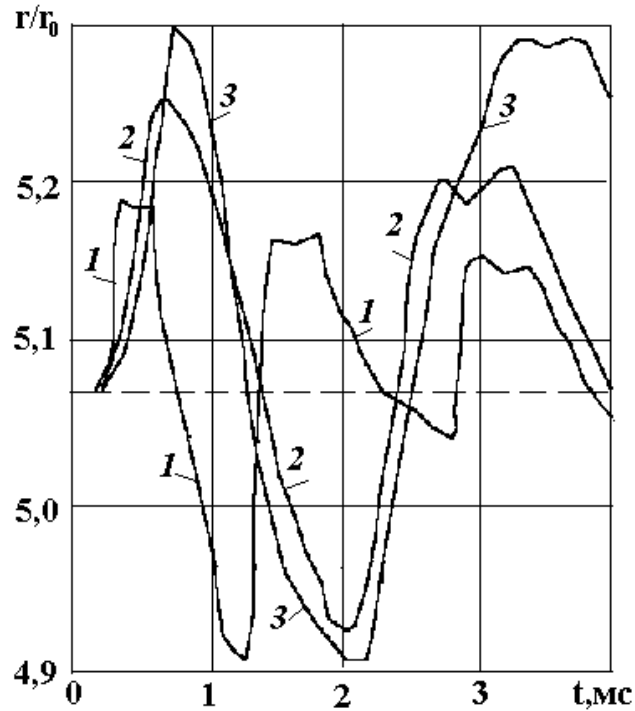


Рис. 4.10. Динаміка точки з координатою  $r = 5.07r_0$ . Крива 1 - поблизу абсолютно жорсткої перешкоди; крива 2 - поблизу алюмінієвої, крива 3 - поблизу мідної оболонок.

#### 4.4. Поведінка пружнопластичності двошарової сферичної оболонки в ґрунтовому середовищі при внутрішньому вибуховому навантаженні

Досліджується двошарова сферична оболонка, шари якої виконані з різних матеріалів, розташована в ґрунтовому масиві, при внутрішньому вибуху сферичного заряду хімічної вибухової речовини (ВР)[360, 361].

Рівняння руху продуктів детонації, оболонки і ґрунту в змінних Лагранжа для сферичної системи координат мають вигляд (3.39) - (3.43).

Рівнянням стану продуктів детонації служить рівняння (3.6).

Поведінка оболонки описується ідеальним пружнопластичним середовищем з умовою плинності Мізеса (4.6) - (4.8).

Ґрунт моделюється твердим пористим багатоконпонентним в'язкопластической середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості (2.1) - (2.11) (2.22).

Початковими умови задачі нульові.

Граничними умовами є:

1) умова "непротікання" в центрі заряду: масова швидкість  $U=0$  при  $r=0$ ;

2) умова неперервності напружень  $\sigma_r$  і швидкості  $u$  на рухливих контактах "продукти детонації - оболонка", між шарами оболонки і між оболонкою і ґрунтовим масивом;

3) умова відшарування: якщо на поверхні контакту напруження  $\sigma_r$  жодного разу не перевищило деякого критичного напруження відшарування  $\sigma_{кр}$ , то вважаємо що шари абсолютно жорстко скріплені між собою і виконуються умови 2; якщо в якій-небудь точці поверхні контакту  $\sigma_r$  перевищило  $\sigma_{кр}$ , відбувається відшарування, і в цій точці записується умова на вільній поверхні  $\sigma_r = 0$ ;

4) умова "відколу": якщо в якій-небудь точці ґрунту тиск стає  $P \leq P'$ , де  $P'$  - тиск, відповідний міцності ґрунту на відрив, то вважається, що  $P = P' = 0$ .

Як ВР використовувався заряд тротилу радіусом  $r_0 = 0.1$  м. Розглядався глинистий ґрунт.

Шари оболонки були виконані з пластика і міді. Характеристики пластика наступні:  $\rho_0 = 500 \text{ кг/м}^3$ ;  $C_0 = 5300 \text{ м/с}$ ;  $\gamma_m = 2.18$ ;  $\mu = 2 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $Y = 0.03 \cdot 10^9 \text{ П}$ . Характеристики міді приведені вище. Відкольна міцність стинення  $\sigma_{кр} = 10^6 \text{ Па}$ .

Геометричні параметри оболонки були наступні: внутрішній радіус оболонки дорівнював радіусу заряду  $r_0$ , внутрішній радіус другого шару -  $r_1 = 5.47r_0$ , зовнішній радіус оболонки -  $r_2 = 6.47r_0$ .

На рис. 4.11 показана динамічна поведінка двошарової оболонки в часі. При цьому цифрами 1, 2, 3 позначені ПД, перший і другий шари оболонки відповідно; 5, 6 - внутрішній і зовнішній радіуси другого шару; 4 - проміжок між шарами, 7 - ґрунтовий масив, 8 - проміжок між оболонкою і ґрунтом.

По рисунку можна простежити наступні процеси. Розширення газової порожнини носить коливальний характер, затухаючий з часом, що є наслідком накладення хвиль, що проходять і відбитих.

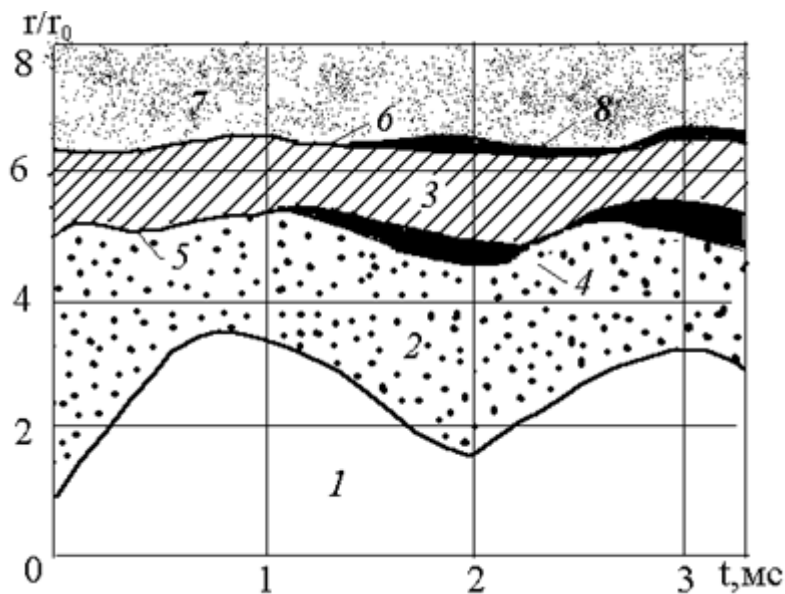


Рис. 4.11. Динамічна поведінка двошарової оболонки в часі: 1, 2, 3 - ПД, перший і другий шари оболонки; 5, 6 - внутрішній і зовнішній радіуси другого шару; 4 - проміжок між шарами, 7 - ґрунтовий масив, 8 - проміжок між оболонкою і ґрунтом.

Динаміка оболонки теж носить коливальний характер, причому, перший менш міцний шар деформується значніше більше, ніж другий. З часом шари

оболонки розшаровуються, між ними виникає проміжок, що розвивається з часом, двошарова сферична оболонка руйнується.

Між оболонкою і ґрунтом також спостерігається розвиток проміжку, проте, його амплітудні характеристики виявляються значно меншими і відстаючими в часі, що відповідає дисипації енергії хвилі при виході її з оболонки в ґрунтовий масив.

На рис. 4.12 приведений розподіл нормального радіального напруження по радіусу двошарової оболонки : коли перший шар виконаний з пластика, а другий з міді (а), і при зворотному розташуванні шарів (б). Нумерація кривих відповідає різним моментам часу : 1 -  $t = 1.2 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ ; 2 -  $t = 2.3 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ , 3 -  $t = 3.2 \cdot 10^{-6} \text{ c}$ . Вертикальні штрихові лінії відповідають розділу шарів оболонки.

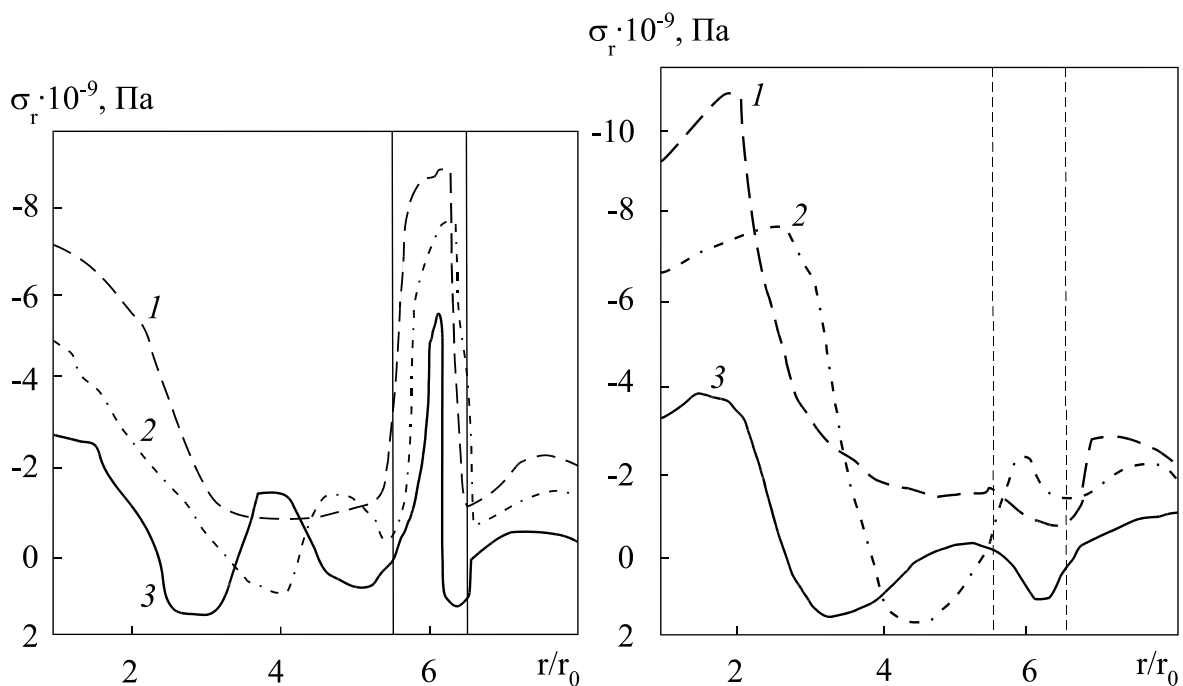


Рис. 4.12. Розподіл нормальної радіальної напруги по радіусу двошарової оболонки : коли перший шар виконаний з пластика, а другий з міді (а), і при зворотному розташуванні шарів (б).



Аналіз отриманих чисельних результатів показує, що, коли внутрішній шар оболонки виконаний з пластика, при виході хвилі з ПД в нього відбувається падіння напруження, при виході в мідний шар - значне збільшення  $\sigma_r$ . Коли внутрішній шар оболонки мідний, хвилева картина міняється на протилежну. Це пояснюється відмінністю в акустичних жорсткостях середовищ.

Характерною особливістю напруженого стану є виникнення розтягуючи напружень сумірних за величиною зі стискаючими напруженнями, що є причиною руйнування шаруватої оболонки. Крім того відшарування збільшує максимальне значення стискаючого напруження, при цьому в результаті зіткнення шарів виникають напруження з крутішими фронтами. Звідси витікає, що руйнування одних ділянок конструкції приводить до посилення хвиль, що у свою чергу веде до руйнування інших ділянок.

Слід зазначити, що, хоча при виході хвилі з мідного шару в ґрунт відбувається падіння напруження  $\sigma_r$ , а з пластика - збільшення, величина його в обох випадках практично однакова. Значить, взаємне розташування шарів оболонки слабо впливає на параметри ударних хвиль в навколишньому ґрунтовому масиві.

На рис. 4.13 представлені залежності контактного тиску ґрунту на оболонку без урахування відшарування (крива 1) і з урахуванням відшарування (крива 2) від часу.

З рисунку видно, що поведінка тиску на зовнішню поверхню оболонки носить аперіодичний затухаючий в часі коливальний характер, обумовлений дисипацією енергії, що йде на пластичні деформації конструкції. У ґрунті тиск змінюється пікоподібно, причому, є ділянки нульового тиску, відповідні відкольним явищам ґрунту. При обліку відшарування амплітуда тиску зменшується, оскільки при руйнуванні конструкції збільшуються дисипативні втрати.

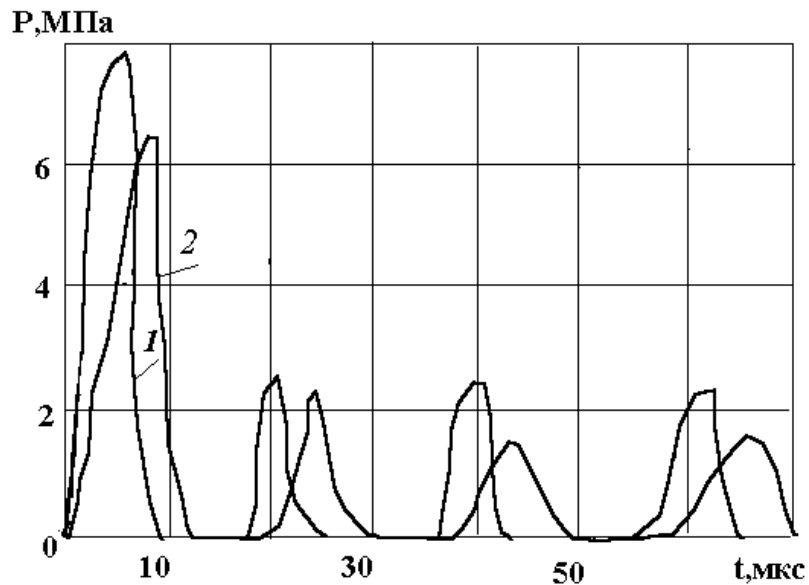


Рис. 4.13. Залежності контактної тиску ґрунту на оболонку без урахування відшарування (крива 1) і з урахуванням відшарування (крива 2) від часу.

Таким чином викладена методика розрахунку взаємодії ударних хвиль з шаруватими конструкціями в ґрунтовому масиві дозволяє детально вивчити динаміку хвилевих процесів і руйнування цих середовищ.

#### 4.5. Напружено- деформований стан ґрунту при вибуху циліндричного заряду в заповненою рідиною порожнині

Ефективність використання енергії вибуху в таких важливих практичних задачах, як ущільнення ґрунтових масивів, будівництво підземних споруд, руйнування гірських порід залежить від уміння управляти механізмом розподілу цієї енергії. Питанню підвищення ефективності вибуху в твердих гірських породах присвячений ряд теоретичних і експериментальних робіт [369 - 372]. З експериментальних даних виходить, що одним з шляхів управління цим процесом є зниження амплітуди і збільшення тривалості вибухового імпульсу за рахунок застосування зарядів спеціального виду. Зокрема, зарядів, розташованих в порожнині, заповненій повітрям або водою. Тому чисельне дослідження впливу

розмірів заповненою рідиною порожнини на зміну напружено-деформованого стану м'якого ґрунту і кінцеві результати дії вибуху є актуальним з наукової точки зору і має широке практичне застосування.

Розглядається задача про камуфлетний вибух циліндричного заряду хімічного ВВ, розташованого співвісно порожнині, заповненої рідиною в ґрунтовому масиві [349]. Приймається схема миттєвої хвилевої детонації. Хвилеві процеси в продуктах детонації, рідині і ґрунті вивчаються у рамках механіки суцільного середовища. Рівняння руху мають вигляд (3.1) - (3.5). Розширення продуктів детонації відбувається згідно з ізентропою (3.6). Ґрунт моделюється твердим пористим багатокомпонентним в'язкопластической середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості.

Відомо, що зв'язок між тиском і щільністю води в широкому діапазоні тисків може бути описаний експериментальним рівнянням типу Тэта

$$P = \frac{\rho_1 c_0^2}{\beta} \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_1} \right)^\beta - 1 \right], \quad (4.11)$$

де  $\rho_1$ ,  $c_0$  - щільність води і швидкість звуку в ній при атмосферному тиску,  $\beta$  - експериментальна постійна.

Початковими умовами завдання є наступні:

$$U = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \text{ при } 0 \leq r \leq r_0,$$

$$U = 0, P = 0, \rho = \rho_1 \text{ при } r_0 < r \leq r_n,$$

$$U = 0, P = \sigma_r = 0 \text{ при } r > r_n,$$

де  $r_n$  - координата радіусу порожнини.

Граничними умовами завдання є наступні:

1) умова "непротікання": на осі заряду швидкість  $U=0$ ;

2) умова неперервності напружень  $\sigma_r$  і швидкості  $U$  на рухливих контактах "продукти детонації - водонаповнена порожнина" і "порожнина - ґрунт".

Як приклад розглядався вибух заряду грануліта в глинистому ґрунті з різним вмістом компонентів.

Фізико-механічні характеристики грануліта вибиралися наступними:

$P_n = 3.54 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $\rho_n = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $n_0 = 2.71$ ,  $\gamma = 1.25$ ,  $A = 2.238 \text{ Па(кг/м}^3)^{-n_0}$ ,  
 $B = 3.685 \cdot 10^5 \text{ Па(кг/м}^3)^{-\gamma}$ . При постійному радіусі заряду  $r_0 = 0.1 \text{ м}$  варіювався радіус водонаповненої порожнини

Константи для глинистого ґрунту були наступними:  $\rho_{20} = 1000$  при  $P = P_0$  у рідкому і твердому компоненті;  $\gamma_2 = 7, \gamma_3 = 4$  - показники степеня в рівняннях типа Тета для рідкого и твердого компонентів;  $\rho_0 = 2030 \text{ кг/м}^3$ ,  
 $\rho_0 c_S^2 = 3 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $\rho_0 c_D^2 = 3,67 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ;  $\rho_0 c_{SR}^2 = 3,8 \cdot 10^9 \text{ Па}$  - статичний і динамічний модулі та модуль розвантаження середовища;  $\gamma_S = 4, \gamma_D = 7, \gamma_{SR} = 8$  - показники степені в рівняннях статичного і динамічного стискання і розвантаження;  $\alpha_1 = 0.01 \dots 0.04$ ;  $\alpha_1 + \alpha_2 = 0.4$ ;  $\alpha_3 = 0.6$ ,  $\eta_D = 1200 \text{ Па} \cdot \text{с}$  - динамічний коефіцієнт в'язкості.

Константи для води:  $\rho_1 = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 1500 \text{ м/с}$ ,  $\beta = 7$ .

Досліджувались особливості розвитку хвильових процесів в продуктах детонації, воді і ґрунті

На рис. 4.14 представлені залежності відносного радіусу зони ущільнення  $\bar{R} = R_Y / R_{YBH}$  від відносного радіусу порожнини  $\bar{r} = r_n / r_0$ , при цьому  $R_Y$  - радіус зони ущільнення ґрунтового масиву при вибуху заряду у водонаповненій порожнині,  $R_{YBH}$  - радіус зони ущільнення ґрунтового масиву при вибуху заряду без порожнини. Нумерація кривих відповідає різному вмісту компонентів : 1 -  $\alpha_1$

$\alpha_1=0.01$ , 2 -  $\alpha_1=0.02$ , 3 -  $\alpha_1=0.03$ , 4 -  $\alpha_1=0.04$ . При цьому для усіх ґрунтів вважається, що  $\alpha_1 + \alpha_2 = 0.4$ ,  $\alpha_3 = 0.6$ .

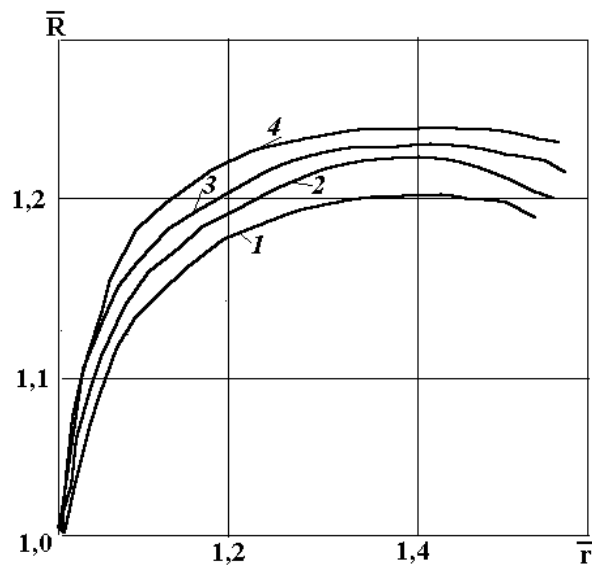


Рис. 4.14. Залежності відносного радіусу зони ущільнення  $\bar{R}$  від відносного радіусу порожнини  $\bar{r}$ : 1 -  $\alpha_1=0.01$ , 2 -  $\alpha_1=0.02$ , 3 -  $\alpha_1=0.03$ , 4 -  $\alpha_1=0.04$ .

З рисунку виходить, що наявність водонаповненої порожнини навколо заряду вибухової речовини призводить до збільшення радіусу зони ущільнення ґрунту на 16 - 24% в порівнянні з радіусом зони ущільнення, коли порожнина відсутня. Крім того спостерігається наявність явного максимуму для кожного розміру заряду, що свідчить про існування оптимальних розмірів водонаповненої порожнини.

Цей оптимум різний для ґрунтів з різним вмістом компонентів. Чим більше  $\alpha_1$  (чим менш щільний ґрунт), тим більше ефективно застосування водонаповненої порожнини при використанні оптимальних розмірів її по відношенню до конкретного розміру заряду. Цей цікавий для практики результат може бути пояснений з точки зору амплітудно-часових характеристик імпульсу тиску.

На рис 4.15 зображена залежність середнього гідростатичного тиску від часу на відносній відстані  $\bar{r} = 87$  для глинистого ґрунту з вільною пористістю  $\alpha_1 = 0.04$ . Нумерація кривих відповідає різним радіусам порожнини : 1 -  $r = 1.1 r_0$ , 2 -  $r = 1.22 r_0$ , 3 -  $r = 1.4 r_0$ , 4 -  $r = 1.6 r_0$ .

З рисунку виходить, що максимальний тиск для цього вмісту компонентів досягається при  $r = 1.4 r_0$ . Для кожної кривої спостерігається наявність другого максимуму тиску. Перший максимум відповідає приходу ударної хвилі в дану точку глинистого ґрунту.

З аналізу результатів чисельного рахунку виходить, що ударна хвиля в середній і дальній зонах вибуху відривається від пластичної зони і надалі поширюється у вигляді пружної хвилі стискання. Другий максимум відповідає приходу в цю точку пластичної хвилі, яка генерується зоною підвищеного тиску поблизу водонаповненої порожнини, джерелом якого служить накопичена у воді енергія.

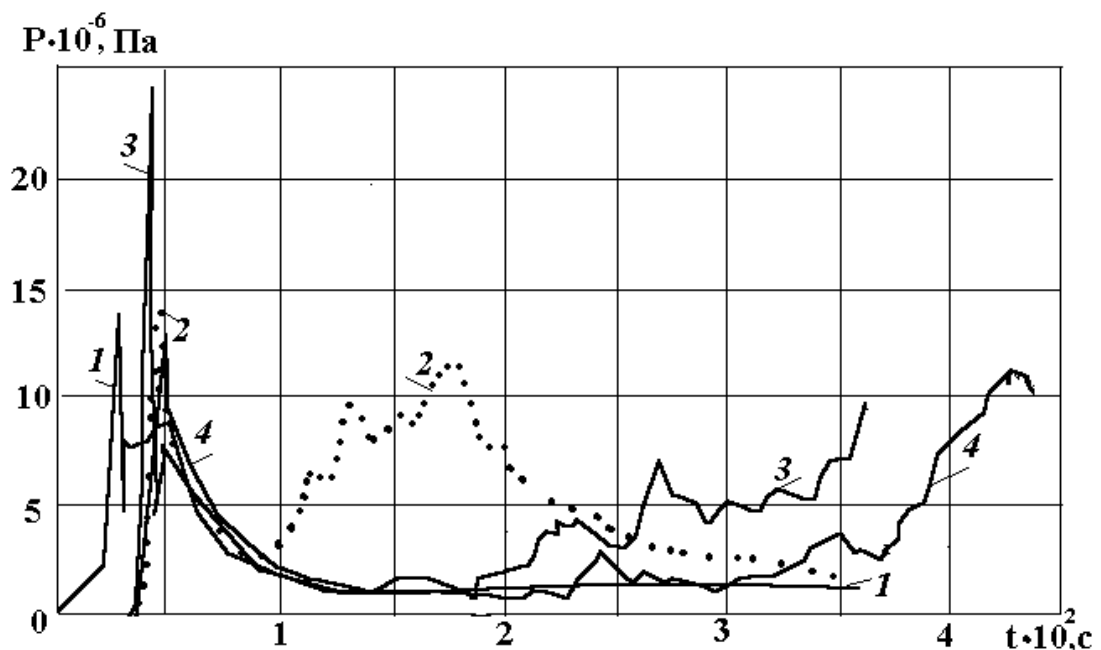


Рис. 4.15. Залежність тиску від часу на відносній відстані  $r = 87$  для глинистого ґрунту з  $\alpha_1 = 0.04$  при різних радіусах порожнини : 1 -  $r = 1.1 r_0$ , 2 -  $r = 1.22 r_0$ , 3 -  $r = 1.4 r_0$ , 4 -  $r = 1.6 r_0$ .

#### **4.6. Вплив швидкості дилатансії на напружено-деформований стан ґрунту при вибуху циліндричного заряду в повітряній порожнині і без неї**

З експериментальних досліджень відомо, що незворотні об'ємні деформації скельних ґрунтів при нестационарних і вибухових навантаженнях викликаються такими явищами як збільшення тріщин і пір, взаємним переміщенням мінеральних зерен і розвитком дислокацій усередині них. Ці явища ведуть до дилатансійної зміни об'єму, яка є однією з істотних кінематичних властивостей пластичної течії.

Створення водної або повітряної порожнини навколо заряду хімічної речовини істотно впливає на напружено-деформований стан гірської породи і нині є одним з найбільш ефективних методів збільшення корисної роботи вибуху.

Тому чисельне моделювання розвитку вибуху циліндричного заряду з повітряною оболонкою в гірській породі з використанням сучасних математичних моделей представляють великий науковий інтерес і пряме практичне значення [350 - 355].

Досліджується нескінченно довгий циліндричний заряд вибухової речовини радіусу  $r_0$ , розташований по осі порожнини радіусу  $r_n$  у гірській породі. Вибухове перетворення вибухової речовини і розширення продуктів детонації вважається такими, що відбуваються за схемою миттєвої хвилевої детонації.

Продукти детонації, заповнювач порожнини і скельний ґрунт вважаються суцільними середовищами, тому їх рух описується за допомогою законів

збереження моментів, маси і енергії, які у разі циліндричної симетрії в змінних Лагранжа мають вигляд (3.1), - (3.5).

Розширення продуктів детонації має місце уздовж ізоентропи, яка описується рівнянням (3.6).

Рівняння стану для газу вибрано у формі енергетичного рівняння ідеального газу

$$E = \frac{P}{(\kappa - 1)\rho}, \quad (4.13)$$

де  $\rho_0$  - константа (для повітря  $\rho_0=1.4$ ).

Вважається, що в зоні пружних деформацій зміни напруження ґрунту пов'язані з швидкостями законом Гуку в конвективній формі [356 -357]

$$\frac{\partial \tau}{\partial t} + U \frac{\partial \tau}{\partial r} = 2G \left( \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{U}{r} \right), \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial r} = -K \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} \right), \quad (4.15)$$

у цих рівняннях  $\tau = \sigma_r - \sigma_\theta$  - диференціальне напруження,  $G$  - модуль зсуву,  $K$  - коефіцієнт об'ємного стискування.

Мають місце незворотні об'ємні деформації, якщо виконується закон сухого тертя у формі Тріску

$$|\sigma_r - \sigma_\theta| = \sigma_s, \quad (4.16)$$

де  $\sigma_s$  - межа міцності при стисканні. Ці пластичні деформації відповідають зміні об'єму системи тріщин і пір і можуть бути описані законом пластичної течії, який



для циліндричної випадку зводиться до дилатансійного рівняння [356 - 357]. Якщо нехтувати пружним зсувом, це рівняння має наступний вигляд

$$\frac{\partial U}{\partial r} + \frac{U}{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial P}{\partial t} + U \frac{\partial P}{\partial r} \right) = \Lambda \left| \frac{\partial u}{\partial r} - \frac{u}{r} \right|, \quad (4.17)$$

де  $\Lambda$  - швидкість дилатансії, причому, якщо  $\Lambda > 0$ , то область середовища, де (4.16) - (4.17) мають місце, є зоною дилатансійного розуцільнення, якщо  $\Lambda = 0$  - традиційне пластичне нестисливість, якщо  $\Lambda < 0$  - зміцнення середовища. Вираз для швидкості дилатансії приймається у вигляді [357], отриманому з експериментальних даних

$$\Lambda = \begin{cases} \Lambda_0 \exp(-a_0 \text{sign}(R) \sqrt{|R|}), & \text{если } R \geq b, \tau < \sigma_S, \\ \Lambda_1 \exp(-a_1 \text{sign}(R) \sqrt{|R|}), & \text{если } R < b, \tau \geq \sigma_S. \end{cases} \quad (4.18)$$

У цьому рівнянні прийняті наступні вирази:  $R = (P - \tau)/3$ ;  $a_0$  - експериментальна постійна,  $a_1 = a_0 + \ln(\Lambda_1/\Lambda_0 \sqrt{b})$ ,  $\Lambda_0, \Lambda_1$  - значення швидкостей дилатансії при одновісному стисканні ліворуч і праворуч від межі міцності. Параметр  $b$  близький до нуля. При  $R > b$  швидкість дилатансії не має стрибка під час переходу через межу міцності.

Початковими умовами задачі при  $t=0$  у разі, коли повітряна порожнина відсутня, являються наступні умови:

$$U = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \text{ при } 0 \leq r \leq r_0, \quad (4.19)$$

$$U = 0, P = \sigma_r = \sigma_\theta = 0, \rho = \rho_0 \text{ при } r > r_0. \quad (4.20)$$

Початковими умовами завдання при  $t=0$  у разі, коли навколо заряду вибухової речовини створена повітряна порожнина, являються наступні умови:

$$U = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \text{ при } 0 \leq r \leq r_0, \quad (4.21)$$

$$U = 0, P = \sigma_r = \sigma_z = 0, \rho = \rho_0 \text{ при } r_0 < r \leq r_n, \quad (4.22)$$

$$U = 0, P = \sigma_r = \sigma_z = 0, \rho = \rho_z \text{ при } r > r_n. \quad (4.23)$$

У цих виразах,  $\rho_0$  і  $\rho_r$  - щільність повітря і скельного ґрунту.

Граничні умови завдання наступні:

1) умова "непротікання" на осі заряду;

2) умова неперервності нормальної радіальної напруги і масової швидкості на рухливих контактних межах:

для випадку без повітряної порожнини на контакті "продукти детонації - ґрунт";

для випадку з повітряною порожниною на контактах "продукти детонації - повітря" і "повітря - ґрунт".

Методика рішення задачі викладена в підрозділі 3.2.

Досліджувався вибух циліндричного заряду грануліта 79/21 в алевроліті.

Фізико-механічні характеристики грануліта були наступними:

$$P_n = 1.61 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad \rho_n = 900 \text{ кг / м}^3, \quad \gamma = 0.25, \quad A = 1.41 \cdot 10^5 \text{ Па}(\text{кг / м}^3)^{-n};$$

$$B = -1.973 \cdot 10^{-5} \text{ Па}(\text{кг / м}^3)^\gamma, \quad n = 1.443.$$

Радіус заряду змінювався в наступних межах:  $r_0 = 0.14; 0.16; 0.18; 0.20;$

0.22. Радіус повітряної оболонки був 0.22 м

Фізико-механічні властивості алевроліту наступні:  $\rho_0 = 2400 \text{ кг / м}^3,$

$$K = 3.12 \cdot 10^9 \text{ Па}, \quad G = 2.33 \cdot 10^7 \text{ Па}, \quad G_s = 5.3 \cdot 10^6 \text{ Па}; \quad \Lambda_1 = 1.35; \quad a_0 = 0.1; \quad a_1 = 0.07; \quad b = 0.01.$$

На рис. 4.16 представлена залежність середнього гідростатичного тиску від часу на відносній відстані  $r = 41.1r_0$  при різних початкових значеннях швидкості дилатансії : 1 -  $\Lambda_0 = 0.52$  -  $\Lambda_0 = 0.33$  -  $\Lambda_0 = -1.17$ .

Із зіставлення кривих видно кількісні і якісні відмінності в напруженому стані алевроліту з позитивною і негативною початковою швидкістю дилатансії. При  $\Lambda_0 < 0$  у гірській породі досягаються великі максимальні значення тиску. При  $\Lambda_0 > 0$  у гірській породі спостерігається явно виражений другий максимум тиску, що викликає її дроблення, оскільки друга хвиля стискання проходить по задалегідь деформованому масиву, причому, величина першого і другого піків тиску збільшується із зменшенням швидкості дилатансії. При  $\Lambda_0 < 0$  другого максимуму тиску не спостерігається, проте, є ділянка негативного розтягуючого тиску, за рахунок якого і відбувається дроблення гірської породи.

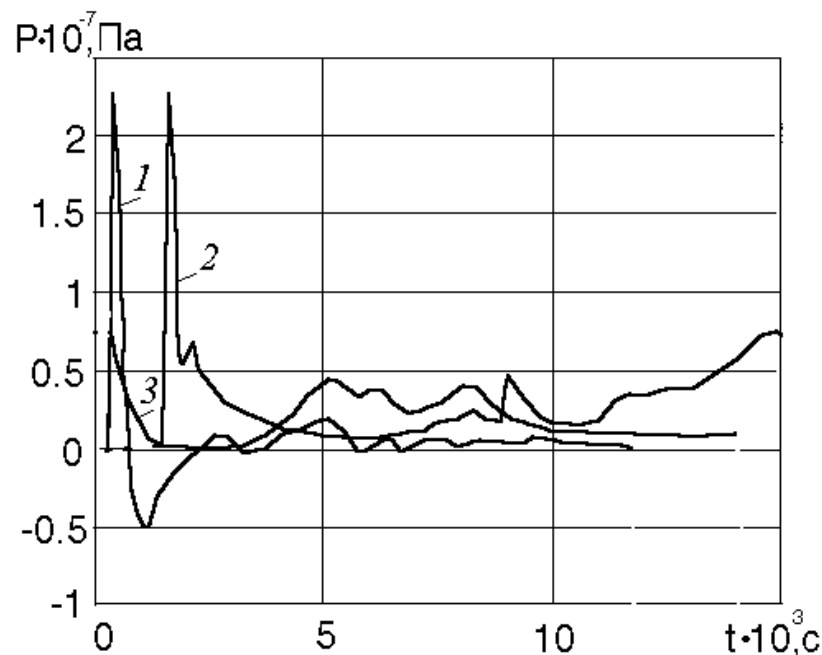


Рис. 4.16. Залежність тиску від часу на відносній відстані  $r = 41.1r_0$  при різних  $\Lambda_0$  : 1 -  $\Lambda_0 = 0.52$  -  $\Lambda_0 = 0.33$  -  $\Lambda_0 = -1.17$ .

На рис. 4.17 і 4.18 представлені залежності середнього гідростатичного тиску від часу з різними значеннями швидкості дилатансії в різних точках гірської породи:  $r = 41.1r_0$  (рис. 4.17) і  $r = 110r_0$  (рис. 4.18). Нумерація кривих відповідає нумерації на рис. 4.16.

Як впливає з цих рисунків, є істотні якісні і кількісні відмінності в напруженому стані гірської породи з позитивним і негативним початковими значеннями швидкості дилатансії при вибуху заряду з повітряною порожниною. У середній зоні вибуху (рис. 4.17) максимальний тиск досягається швидше в середовищі з  $\Lambda_0 = 0.5$ . Але значення максимуму тиску і другого піку тиску збільшується із зменшенням  $\Lambda_0$ . Є відмінності в напруженому стані гірської породи при вибуху заряду без повітряної порожнини (рис. 4.16) і з повітряною оболонкою (рис. 4.18).

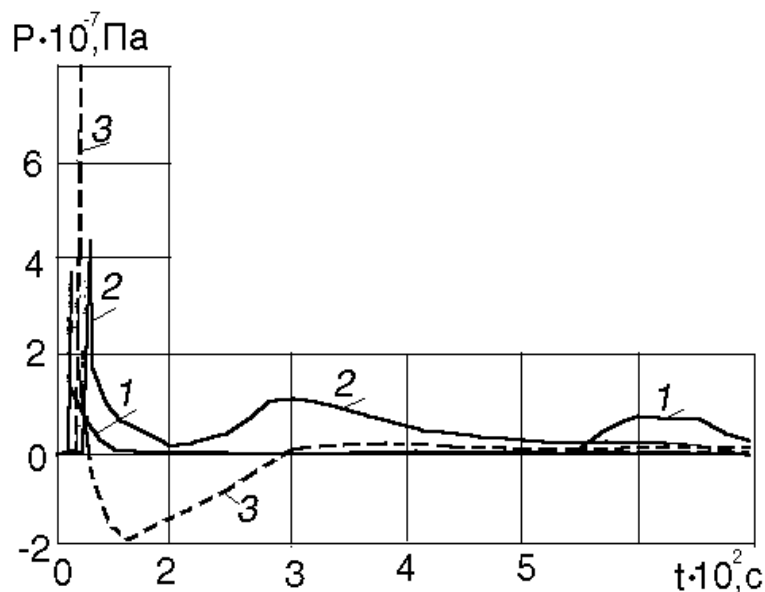


Рис. 4.17. Залежності тиску від часу при:  $r = 41.1r_0$  з різними  $\Lambda_0$ : 1 -  $\Lambda_0 = 0.5$  2 -  $\Lambda_0 = 0.33$  3 -  $\Lambda_0 = -1.17$ .

Наявність повітряної порожнини навколо заряду ВВ призводить до того, що в цю точку гірської породи (у середній зоні) імпульс тиску приходить пізніше,

ніж при вибуху заряду без повітряної порожнини, але амплітуда тиску значно вища.

Це пояснюється тим, за наявності повітряної порожнини при виході ударної хвилі в неї відбувається падіння напруги і швидкості поширення ударної хвилі, що обумовлено меншою акустичною жорсткістю повітря в порівнянні з акустичною жорсткістю гірської породи. Але і дисипативні втрати в повітрі менше, ніж в гірській породі. Тому повітря накопичує енергію, яка з часом передається середовищу. Тому за наявності повітряної оболонки навколо заряду ВВ в середній зоні імпульс тиску має велику амплітуду.

У дальній зоні вибуху максимальні значення тиску і часи їх досягнення практично однакові для різних позитивних значень  $\Lambda_0$ . Але значення другого піку тиску зростає в 1.3 разу із зменшенням значення початкової швидкості дилатансії. Це веде до наступного: зона руйнування алевроліту зростає в 1,1 рази при зменшенні  $\Lambda_0$  від величини 0.5 до 0.3.

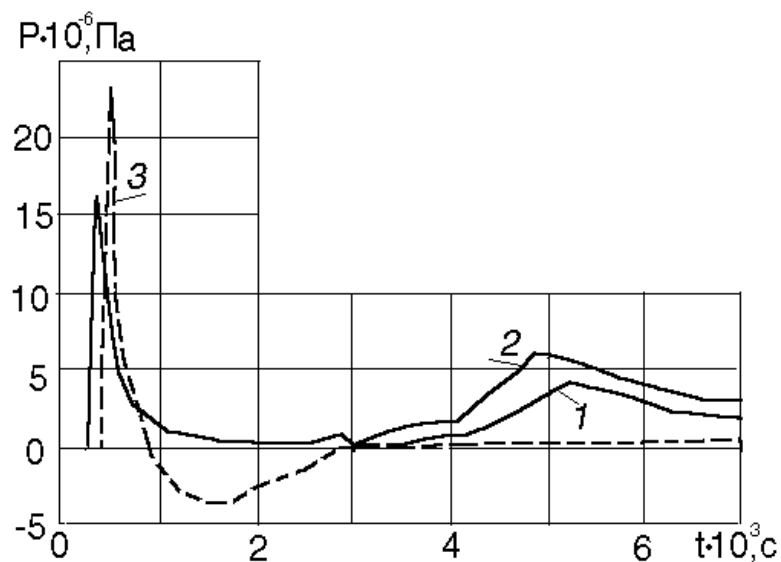


Рис. 4.18. Залежності тиску від часу при:  $r = 110r_0$  з різними  $\Lambda_0$ : 1 -

$$\Lambda_0 = 0.52 - \Lambda_0 = 0.33 - \Lambda_0 = -1.17.$$

Якщо  $\Lambda_0 < 0$ , то найбільші значення максимального тиску досягаються в середній і дальній зоні вибуху. Із зіставлення кривих при  $\Lambda_0 > 0$  і  $\Lambda_0 < 0$  можна відмітити наступне. Якщо  $\Lambda_0 > 0$ , то є явний другий пік тиску, що є причиною руйнування гірської породи, оскільки вторинна хвиля поширюється по заздалегідь стиснутому масиву. Якщо  $\Lambda_0 < 0$ , то другого піку немає, але є ділянки негативного тиску, які відповідають деформації породи, що викликає руйнування гірської маси. Отже, механізм деформації і руйнування гірських порід різний при позитивних і негативних початкових значеннях швидкості дилатансії.

Залежності швидкості дилатансії від середнього гідростатичного тиску показані на рис. 4.19. Криві 1 і 2 відносяться до  $\Lambda_0 = 0.5$  і  $\Lambda_0 = -1.17$  відповідно. Як випливає з рисунку значення швидкості дилатансії зростають із зменшенням середнього гідростатичного тиску, особливо в області малих значень тиску.

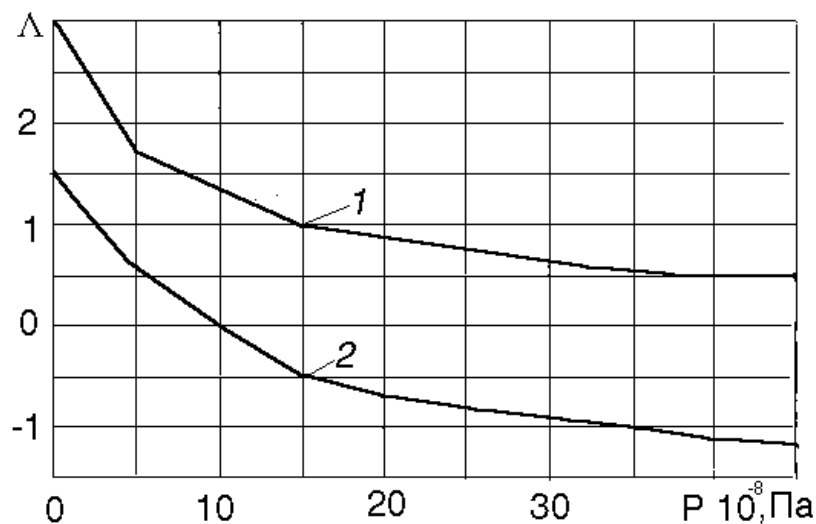


Рис. 4.19. Залежність швидкості дилатансії від середнього гідростатичного тиску при різних  $\Lambda_0$ : 1 -  $\Lambda_0 = 0.5$ ; 2 -  $\Lambda_0 = -1.17$ .

Залежності швидкості дилатансії від середнього гідростатичного тиску в різних точках алевроліту показані на рис. 4.20. Криві 1 і 2 відносяться до

$r = 2.56r_0$  і  $r = 4.05r_0$ . Початкове значення швидкості дилатансії складало  $\Lambda_0 = -1.17$ .

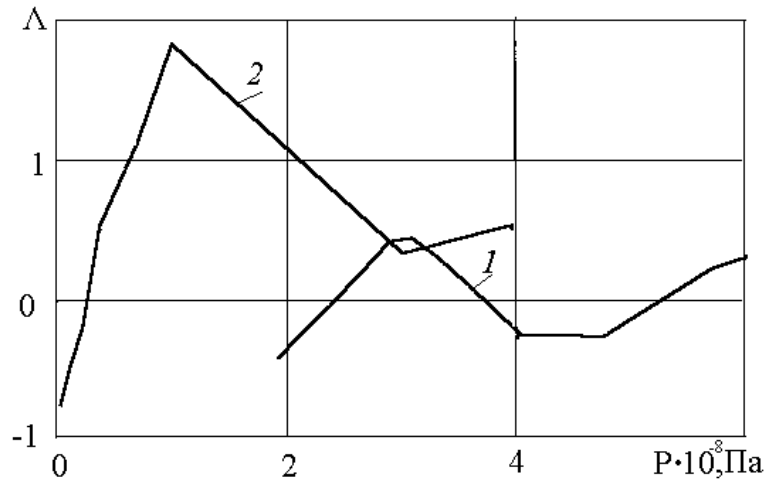


Рис. 4.20. Залежності швидкості дилатансії від середнього гідростатичного тиску при  $\lambda_0 = -1.17$  в різних точках алевроліту : 1 -  $r = 2.56r_0$  ; 2 -  $r = 4.05r_0$  .

Можна відмітити, що в різних точках характер залежності швидкості дилатансії від тиску однаковий. Деформація скельного ґрунту починається із закриття пір, що веде до ущільнення середовища. Потім порода інтенсивно розущільнюється. Крім того, на дальніх відстанях спостерігається повторний цикл "ущільнення - розущільнення".

Питання про перерозподіл енергії при вибухах свердловинних зарядів є недостатньо вивченим. Тому чисельне дослідження розподілу енергії вибуху залежно від розміру водонаповненої порожнини є актуальним [355]. В процесі поширення ударної хвилі у воді і гірській породі відбуваються незворотні втрати енергії. Рівняння енергії дисипації має наступний вигляд [361]

$$E_D = 2\pi\rho_0 \int_{r_0(t)}^{r_f(t)} r \left[ \frac{(p_f - p_0)}{2} (V_0 - V_f) - \int_{V_f(t)}^{V_0} p(V) dV \right] dr. \quad (4.23)$$

Кінетична енергія рухомого середовища визначається згідно з рівнянням

$$E_K = \pi \int_{r_0(t)}^{R_f(t)} \rho(r) U^2 r dr . \quad (4.25)$$

Для енергії стискання середовища справедлива рівність

$$E_{сж} = 2\pi \int_{r_0(t)}^{r_f(t)} r \rho(t) \left( \int_{V_0}^{V(r)} p(V) dV \right) dr . \quad (4.26)$$

У рівняннях (4.24) - (4.26) прийняті наступні позначення:  $t$  - час,  $r$  - координата,  $p$  - тиск,  $\rho$  - щільність,  $r_0(t)$ ,  $r_f(t)$  - радіуси порожнини і фронту ударної хвилі,  $V = 1/\rho$ , індексам "0" і "f" відповідають значення змінних при атмосферному тиску і на фронті хвилі.

В процесі розрахунку визначалася координата фронту ударної хвилі і розраховувалися кінетична енергія середовища, енергія стискання і дисипативні втрати.

З досліджень Прокопенко В.С. [358] встановлено, що для цих умов підривання оптимальним з точки зору максимуму зони дроблення є використання заряду з показником порожнини рівним  $\zeta = r_n / r_0 = 1.38$ .

На рис. 4.21 представлені закономірності зміни нормального радіального напруження на фронті ударної хвилі залежно від  $\eta$  у фіксованих точках гірської породи  $\bar{r} = r / r_0$ : 1 - на стінці свердловини; 2 -  $\bar{r} = 20$ ; 3 -  $\bar{r} = 40$ ; 4 -  $\bar{r} = 80$ .



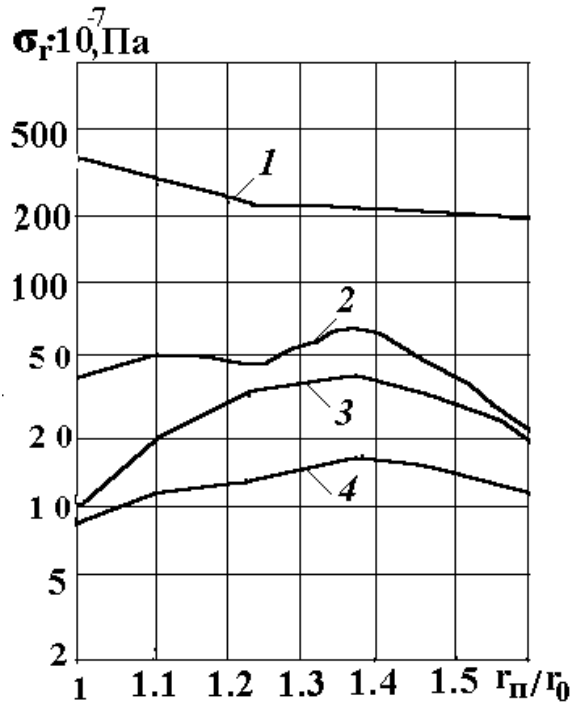


Рис. 4.21. Закономірності зміни нормального радіального напруження на фронті ударної хвилі залежно від  $\eta$  на фіксованих відстанях  $\bar{r} = r/r_0$ : 1 - на стінці свердловини; 2 -  $\bar{r} = 20$ ; 3 -  $\bar{r} = 40$ ; 4 -  $\bar{r} = 80$ .

З рисунку виходить, що в ближній до заряду зоні максимальне напруження досягається при вибуху заряду без водонаповненої порожнини. З видаленням від заряду існують максимуми напружень, які зміщуються в область великих значень  $\zeta$ . У середній і дальній зонах вибуху найбільше напруження досягається при вибуху циліндричного заряду з  $\zeta = 1.38$ . Цей факт можна пояснити з точки зору перерозподілу енергії вибуху.

Закономірності зміни відносних кінетичній енергії середовища, енергії стискання і дисипативних втрат представлені на рис. 4.22 - 4.24. Тут через  $\varepsilon$  позначена повна енергія вибуху. Нумерація кривих на цих малюнках відповідає різним значенням показника зарядної порожнини  $\zeta$ .

З рисунків виходить, що в ближній до заряду області кінетична енергія більше при вибуху заряду без водонаповненої порожнини. З певної відстані,

характерної для кожного значення  $\eta$  відбувається збільшення кінетичної енергії із зростанням  $\zeta$ . Для кожної кривої спостерігається максимум, який для даного середовища не перевищував 23%.

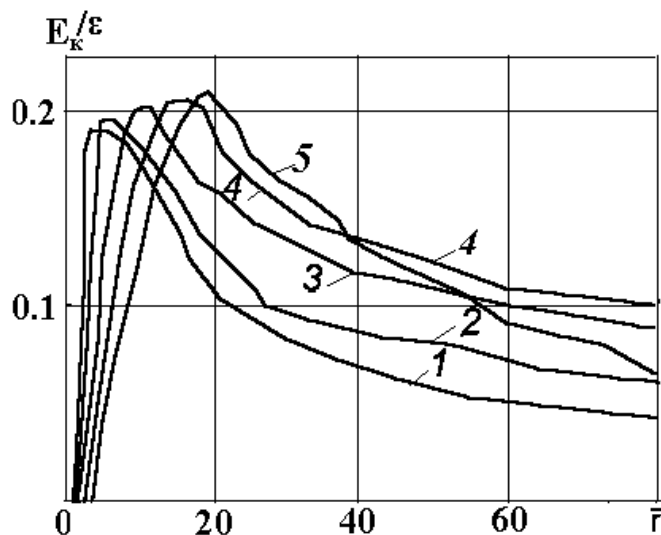


Рис. 4.22. Закономірності зміни відносної кінетичної енергії середовища різним значенням показника зарядної порожнини  $\zeta$ : 1 -  $\zeta = 1.1$ , 2 -  $\zeta = 1.22$ , 3 -  $\zeta = 1.38$ , 4 -  $\zeta = 1.52$ .

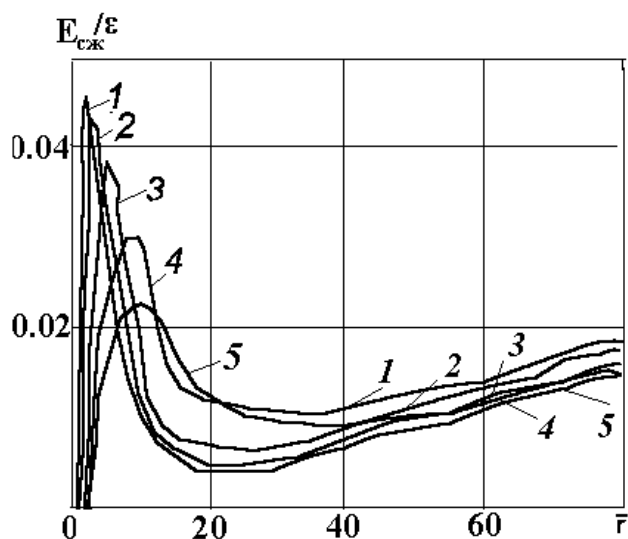


Рис. 4.23. Закономірності зміни відносної енергії стискування середовища різним значенням показника зарядної порожнини  $\zeta$  : 1 -  $\zeta = 1.1$ , 2 -  $\zeta = 1.22$ , 3 -  $\zeta = 1.38$ , 4 -  $\zeta = 1.52$ .

При відстанях  $\bar{r} \geq 40$  найбільша кінетична енергія спостерігається при вибухах з  $\zeta = 1.38$ .

Зміна енергії стиснення залежно від координати фронту ударної хвилі із збільшенням показника  $\zeta$  відбувається аналогічно. Проте, максимальне значення енергії стискування, на відміну від кінетичної енергії, для даної гірської породи не перевищувало 4.5%.

Дисипативні втрати енергії вибуху на відміну від кінетичної енергії і енергії стискування при вибухах зарядів з водонаповненими порожнинами менше, ніж для заряду без порожнини на усіх даних відстанях. Так при досягненні ударною хвилею точки  $\bar{r} = 20$  дисипативні втрати при вибуху заряду без порожнини склали 53%, а при вибуху заряду з показником  $\zeta = 1.38$  - усього 43% від повної енергії вибуху.

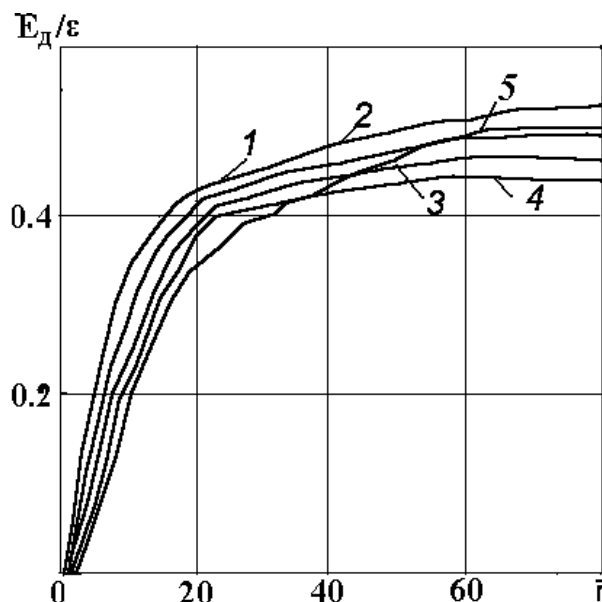


Рис. 4.24. Закономірності зміни відносної енергії дисипації середовища різним значенням показника зарядної порожнини  $\zeta$  : 1 -  $\zeta = 1.1$ , 2 -  $\zeta = 1.22$ , 3 -  $\zeta = 1.38$ , 4 -  $\zeta = 1.52$ .

Як впливає з результатів досліджень, наявність оболонки навколо заряду вибухової речовини значно впливає на характеристики імпульсу тиску. Він зменшується по амплітуді і розтягується в часі, що спричиняє за собою повнішу передачу енергії вибуху в скельний ґрунт. Повторні піки тиску змінюють швидкість дилатансії в гірській породі, що служить причиною фаз ущільнення і розущільнення гірської породи, що перемежаються, що зрештою веде до її руйнування.

Таким чином, застосування водонаповнених порожнин призводить до такого перерозподілу енергії вибуху, що із збільшенням показника зарядної порожнини відбувається збільшення кінетичної енергії і енергії стискання з одночасним зменшенням дисипативних втрат. Для будь-якого конкретного типу ВР і гірської породи існує оптимальний розмір водонаповненої порожнини при якому досягається найбільший радіус зони дроблення. Для даного випадку максимум показника склав  $\zeta = 1.38$ .

Отже, ефект дилатансії є одним з основних механізмів деформації і руйнування скельного ґрунту дією вибухових і ударних навантажень.

На основі проведених досліджень можна зробити наступні висновки.

Дано математичні постановки зв'язаних задач взаємодії ударних хвиль з неоднорідностями (шаруватість ґрунту, наявність водонаповненої або повітряної порожнини навколо заряду вибухової речовини) і перешкодами в ґрунтового або гірському масиві і товстостінними оболонками з пористим ґрунтовым заповнювачем з урахуванням хвилевих процесів в продуктах детонації.

Розроблений і реалізований алгоритм чисельного розв'язку, що дозволяє детально досліджувати характер хвильових полів і міру нелінійної взаємодії елементів конструкцій з оточенням і заповнюючими середовищами.

Отримані графічні функціональні залежності тиску, швидкості, об'ємній деформації від часу при різних значеннях вільної пористості ґрунту  $\alpha_1$ , різних відстанях від заряду вибухової речовини до перешкоди і товстостінної оболонки, від матеріалу оболонки, від взаємного розташування шарів, від розмірів водонаповненої або повітряної порожнини.

Встановлено, що при вибухах циліндричних зарядів ВР в ґрунті поблизу нерухомої перешкоди і в оболонці з ґрунтовим заповнювачем спостерігаються "відкольні" явища ґрунту, що проявляються в появі негативних тисків, падінні щільності ґрунту, втраті його властивостей міцності (розуцільнення). Збільшення  $\alpha_1$  веде до швидшого розмивання ударних хвиль, до збільшення тривалості наростання і убуття тиску, зменшення його амплітуди, швидшого зменшення величини і кількості повторних піків. Відкольні явища сильніше проявляються при великих значеннях вільної пористості ґрунту, збільшується час дії відколів і їх кількість.

Виявлено, що найбільша амплітуда коливань досягається при віддзеркаленні хвилі від мідної, потім від алюмінієвої оболонок, найменша - від нерухомої перешкоди. Найбільше розуцільнення ґрунту спостерігається при віддзеркаленні хвилі від нерухомої перешкоди.

Встановлено, що, незважаючи на різницю величин початкової пористості і щільності ґрунту (близько 20%), в результаті ударної дії в обмеженому об'ємі величини кінцевих значень щільності виявилися практично однаковими (різниця між ними не перевищила 5%), що може бути використано в практиці створення технологій отримання різних пористих багатокomпонентних матеріалів з новими фізико-хімічними властивостями методом вибухової дії у вибухових камерах.

Показано, що наявність пористого ґрунтового заповнювача значно знижує параметри ударних хвиль при вибуху заряду ВР в товстостінній оболонці і дозволяє уникнути руйнування навіть при близькому розташуванні її до заряду.

Встановлено, що залежно від взаємного розташування шарів характер напруженого стану шаруватої оболонки різний. Характерною особливістю напруженого стану є наявність розтягуючих напружень, які є причиною руйнування оболонки. Відшарування збільшує максимальне значення стискуючого напруження, а в результаті зіткнення шарів виникають напруження з крутішими фронтами.

Показано, що використання моделі ґрунту із змінною в'язкістю при вибухах зарядів в шаруватому ґрунтовому масиві дозволяє правильно описувати основні закономірності віддзеркалення і заломлення хвиль.

Встановлено, що наявність водонаповненої порожнини навколо заряду вибухової речовини призводить до збільшення радіусу зони ущільнення ґрунту на 16 - 24% в порівнянні з радіусом зони ущільнення, коли порожнина відсутня. Спостерігається наявність явного максимуму радіусу зони ущільнення для кожного розміру заряду, що свідчить про існування оптимальних розмірів водонаповненої порожнини. Цей оптимум різний для ґрунтів з різним вмістом компонентів. Чим більше  $\alpha_1$  (чим менш щільний ґрунт), тим більше ефективно застосування водної порожнини при використанні оптимальних розмірів її по відношенню до конкретного розміру заряду.

Досліджений вплив швидкості дилатансії і наявності повітряної оболонки навколо заряду вибухової речовини на зміну напружено - деформованого стану гірської породи. Встановлено, що механізм деформації гірської породи при позитивних і негативних швидкостях дилатансії різний. При позитивних швидкостях дилатансії в гірській породі спостерігаються вторинні максимуми тиски, що викликають її дроблення. При негативній швидкості дилатансії вторинні максимуми відсутні, але є ділянка негативного розтягуючого тиску, за рахунок якої відбувається дроблення гірської маси.

Наявність повітряної оболонки навколо заряду вибухової речовини значно впливає на характеристики імпульсу тиску. Він зменшується по амплітуді і розтягується в часі, що спричиняє за собою повнішу передачу енергії вибуху в гірську породу. Повторні пики тиску змінюють швидкість дилатансії в гірській породі, що служить причиною фаз ущільнення і розущільнення гірської породи, що перемежаються, що зрештою веде до її руйнування.

## 5. ДВОВИМІРНІ ВИБУХОВІ ХВИЛІ В ҐРУНТОВИХ МАСИВАХ

### 5.1. Чисельне моделювання динамічної поведінки багатокомпонентного в'язкопластичного середовища зі змінним коефіцієнтом в'язкості під дією вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини

Підземний вибух заряду хімічної вибухової речовини (ВВ) може бути розділений на дві стадії: 1) детонаційний процес в продуктах детонації (ПД); 2) хвилевий процес в газі, отриманому з ПД, і в навколишньому ґрунтовому масиві.

Рішення завдань про дію циліндричних вибухових хвиль в ґрунтах представляє теоретичний і практичний інтерес, що пов'язано в першу чергу з виробничою необхідністю у зв'язку з розробкою технологій утворення циліндричних підземних порожнин, створення захисних і водозахисних екранів, відкритих виїмок тощо. Підривання поодиноких і системи циліндричних зарядів за технологією укладання значно простіше і забезпечує більше рівномірну зону ущільнення в порівнянні з вибухом сферичних зарядів.

Більшість чисельних досліджень підземного вибуху ґрунтуються на спрощених модельних представленнях взаємодіючих середовищ, при яких не враховується процес детонації ВР і скінченність розмірів заряду, хоча в практиці ведення вибухових робіт реальні циліндричні заряди мають кінцеві розміри і ініціюються, як правило, на одному з торців.

Тому існує насущна практична необхідність вивчення вибуху заряду кінцевої довжини в ґрунтах.

Нині є обмежене число робіт, присвячених чисельному дослідженню вибухів циліндричних зарядів кінцевої довжини в різних середовищах. У роботі [380] розглянутий вибух кінцевого циліндра в досконалому газі. Підводний вибух пентолітового циліндра кінцевої довжини з ініціацією в центрі або на торці заряду вивчений в роботі [381]. У [382] моделюється підводний вибух TNT плити при ініціації на одному з кінців.



У зв'язку з цим чисельне дослідження ударних хвиль з ґрунтовим простором при вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини з урахуванням хвильових процесів в продуктах детонації, а також при ініціації детонації на одному з його торців представляє науковий і практичний інтерес.

З теоретичної точки зору представляє інтерес вивчення складної хвильової картини, обумовленою зв'язаністю полів напружень і деформацій в продуктах детонації і ґрунті. При рішенні завдань про дію вибуху на ґрунт виникає нетривіальна математична проблема інтегрування нелінійної системи диференціальних рівнянь в часткових похідних.

У зв'язку з вищесказаним розглядається вибух циліндричного заряду ВВ завдовжки  $l$  і радіусом  $r_0$  у ґрунтовому масиві далеко від вільної поверхні [383 – 386]. На першому етапі розв'язку задачі покладається, що заряд детонує миттєво, в усьому об'ємі порожнини продукти детонації мають однакову щільність  $\rho_n$ , рівну початковій щільності ВР, і тиск  $P_n$ .

У декартовій системі координат  $r, z$  циліндричний об'єм виходить в результаті обертання прямокутника із сторонами  $l$  і  $r_0$  навколо осі  $z$  (рис. 5.1).

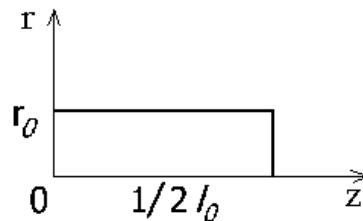


Рис. 5.1. Область осевого перерізу циліндра в прямокутній циліндричній системі координат.

Рівняння руху у рамках механіки суцільного середовища для системи «продукти детонації – ґрунт» для циліндричної симетрії мають наступний вигляд

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \rho \frac{du}{dt}, \quad u = \frac{dz}{dt}; \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial r} + \frac{\sigma_{zz} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = \rho \frac{dw}{dt}, \quad w = \frac{dr}{dt}; \quad (5.2)$$

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r}; \quad (5.3)$$

$$\sigma_{zz} = S_{zz} - P, \quad \sigma_{rr} = S_{rr} - P, \quad \sigma_{\theta\theta} = S_{\theta\theta} - P; \quad (5.4)$$

$$P = \frac{1}{3}(\sigma_{rr} + \sigma_{\theta\theta} + \sigma_{zz}); \quad V = \frac{\rho_0}{\rho},$$

де  $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$  - нормальні напруження;  $\tau_{zr}$  - дотичне напруження;  $S_{zz}, S_{rr}, S_{\theta\theta}$  - компоненти діватора тензора напружень.

Ґрунт моделюється твердим пористим багатоконпонентним в'язкопластичним середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості. Середній гідростатичний тиск для нього визначається з рівняння стану (2.5) - (2.10), (2.13)- (2.14).

Компоненти напружень для ґрунту визначаються з наступних співвідношень

$$S_{rr} = - \left( y_0 + \frac{k_\tau P}{1 + \frac{k_\tau P}{\tau - y_0}} \right),$$

$$S_{\theta\theta} = -\frac{1}{2} S_{rr}, \quad (5.5)$$

$$S_{zz} = \frac{2(1 + k_\tau)}{1 + 2k_\tau} P,$$

$$\tau_{rz} = k_{\tau} |\sigma_{rr} - \sigma_{zz}|,$$

де  $y_0$  - зчеплення ґрунту,  $k_{\tau}$  - коефіцієнт внутрішнього тертя, ( $\tau$  - граничне значення зсувної міцності).

Вважається, що ґрунт знаходиться в пластичній зоні, коли виконується умова пластичності Мізеса - Шлейхера - Боткіна.

Розширення продуктів детонації відбувається згідно з двочленною ізентропою (3.6). Для продуктів детонації  $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz} = \tau_{zr} = 0$ .

Початковими умовами завдання є наступні:

$$u = 0, w = 0, P = P_n, \rho = \rho_n \quad \text{при } z < l, r < r_0$$

$$u = 0, w = 0, P = P_0, \rho = \rho_0 \quad \text{при } z > l, r > r_0. \quad (5.7)$$

Граничними є умови безперервності на контактній межі «продукти детонації - ґрунт» нормальних компонентів вектору швидкості і середнього гідростатичного тиску :

$$u_{\text{ПД}} = u_{\text{ГР}}, P_{\text{ПД}} = P_{\text{ГР}}, \rho_{\text{ПД}} \neq \rho_{\text{ГР}} \quad \text{при } z = l,$$

$$w_{\text{ПД}} = w_{\text{ГР}}, P_{\text{ПД}} = P_{\text{ГР}}, \rho_{\text{ПД}} \neq \rho_{\text{ГР}} \quad \text{при } r = r_0. \quad (5.9)$$

## 5.2. Алгоритм і метод розрахунку двовимірних хвильових процесів в багатокomпонентному в'язкопластичному середовищі

Для розв'язку поставленого завдання був вибраний кінцево-різницевий метод в рухливій Лагранжевій системі координат з рухливою сіткою, що автоматично розширюється, у кінці кожного обчислювального циклу із застосуванням кінцево-різницевої схеми типу «хрест».

Оскільки рівняння руху записуються в координатах Лагранжа, необхідно перетворити похідні в змінних Ейлера до змінних Лагранжа.

Позначимо змінні Лагранжа через  $k, l$ , а координати Ейлера таким чином:  $r(k, l, t)$  - радіальна координата вузла сітки,  $z(k, l, t)$  - осьова координата.

Спочатку уся область (продукти детонації і ґрунт), що вивчається, розбивалася прямокутною сіткою з кроками, що рівномірно збільшуються по обох координатах, що змінюються за наступними законами

$$z_{k+1,l} = 1,01z_{k,l}, \quad (5.10)$$

$$r_{k,l+1} = 1,01r_{k,l}.$$

Вибір нерівномірного кроку хоча і веде до збільшення погрішності, але дозволяє вести розрахунки на значних областях. В результаті такого розбиття розрахункова область покривається сіткою чотирикутників. Через симетрію завдання досить розглянути верхній правий квадрант площини  $roz$ . Даний циліндричний об'єм виходить в результаті обертання чотирикутника навколо осі симетрії  $oz$  (рис. 5.1).

Скориставшись інтегральними визначеннями часткових похідних, для будь-якої функції  $F$  можна записати

$$\frac{\partial F}{\partial r} = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{\int_C F(\hat{n} \cdot \hat{i}) ds}{A}, \quad (5.11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{\int_C F(\hat{n} \cdot \hat{j}) ds}{A}, \quad (5.12)$$

де  $C$ - межа області  $A$ ,  $s$  - довжина дуги,  $\hat{i}$  - вектор дотичної (рис. 5.2, а),  $\hat{n}$  - вектор нормалі :

$$\hat{n} = \frac{\partial r}{\partial n} \hat{i} + \frac{\partial z}{\partial n} \hat{j} = \frac{\partial z}{\partial S} \hat{i} - \frac{\partial r}{\partial S} \hat{j}. \quad (5.13)$$

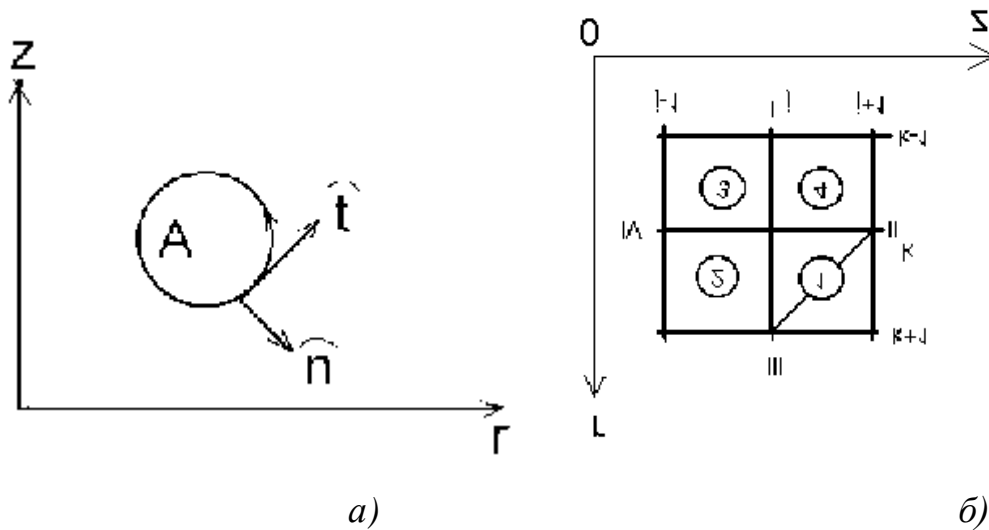


Рис. 5.2. Область інтегрування функцій:  $C$ - межа області  $A$ ,  $s$  - довжина дуги,  $\hat{i}$  - вектор дотичної,  $\hat{n}$  - вектор нормалі (а); чотирикутник 1,2,3,4, площею  $A$  (б).

Застосовуючи ці формули до чотирикутника 1,2,3,4, площа якого рівна  $A$ , отримаємо для функції  $F$ , визначеної у вершинах чотирикутника:

$$\int F(\hat{n}, \hat{i}) dS = + \int F \frac{\partial z}{\partial S} =$$

$$= -[F_{23}(z_2 - z_3) + F_{34}(z_3 - z_4) + F_{41}(z_4 - z_1) + F_{12}(z_1 - z_2)], \quad (5.14)$$

де  $F_{23} = (F_2 + F_3)/2$  і так далі.

Звідси слідує формула для часткової похідної

$$\frac{\partial F}{\partial r} = -\frac{1}{A} [F_{23}(z_2 - z_3) + F_{34}(z_3 - z_4) + f_{41}(z_4 - z_3) + F_{12}(z_1 - z_2)] =$$

$$= +\frac{1}{2A} [(F_2 - F_4)(z_3 - z_1) - (z_2 - z_4)(F_3 - F_1)]. \quad (5.15)$$

Аналогічним чином визначається часткова похідна по  $z$ :

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{1}{2A} [(F_2 - F_4)(r_3 - r_1) - (r_2 - r_4)(F_3 - F_1)]. \quad (5.16)$$

Введені так само величини дають значення похідних  $\partial F / \partial z$  і  $\partial F / \partial r$  у центрі чотирикутника.

Використовуючи введені кінцево-різницеві формули для похідних, можна записати вирази  $\partial \dot{r} / \partial r$  і  $\partial \dot{z} / \partial z$  у заданій точці простору в даний момент часу. У цій різницевій схемі визначаються значення швидкостей при прирості часу на півкроку і значення просторових координат при зміні часу на повний крок.

Введемо наступні позначення

$$r^{n+1/2} = \frac{1}{2}(r^{n+1} + r^n), \quad A^{n+1/2} = \frac{1}{2}(A^{n+1} + A^n),$$

де  $A^n$  і  $A^{n+1}$  - площі чотирикутників в часі  $t_n$  і  $t_{n+1}$  відповідно. Тоді кінцево-різницеві співвідношення призводять до точної рівності

$$\frac{\partial \dot{r}}{\partial r} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = \frac{\dot{A}}{A},$$

яке рівносильне рівнянню нерозривності в плоскому випадку.

Очевидно, бажано, щоб кінцево-різницева схема мала цю властивість, оскільки це зводить до нуля помилку апроксимації при чисельному інтегруванні кожного з членів рівняння (5.16).

Розглянемо тепер рівняння нерозривності в циліндричних координатах  $r, z$  для випадку осової симетрії відносно осі  $z$

$$\left[ \frac{\partial \dot{z}}{\partial z} + \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} \right] + \frac{\dot{r}}{r} = \frac{\dot{V}}{V}, \quad (5.17)$$

Де  $V$  - об'єм, що утворюється при обертанні площі  $A$  навколо осі  $z$ , при цьому

$$V = \bar{r}_a A_a + \bar{r}_b A_b, \quad A = A_a + A_b,$$

$$\bar{r}_a = \frac{1}{3}(r_2 + r_3 + r_4), \quad \bar{r}_b = \frac{1}{3}(r_2 + r_4 + r_1), \quad (5.18)$$

$$\dot{r}_a = \frac{1}{3}(\dot{r}_2 + \dot{r}_3 + \dot{r}_4), \quad \dot{r}_b = \frac{1}{3}(\dot{r}_2 + \dot{r}_4 + \dot{r}_1),$$

де  $A_a, A_b$  - площі трикутників  $a$  і  $b$  (рис. 5.2, в).

Дуже хороша апроксимація третього члена рівняння (5.17) виражається таким чином

$$\frac{\dot{r}}{r} = \frac{A_a^{n+1/2} \dot{r}_a + A_b^{n+1/2} \dot{r}_b}{A_a^{n+1/2} \bar{r}_a^{n+1/2} + A_b^{n+1/2} \bar{r}_b^{n+1/2}}. \quad (5.19)$$

Для обчислення прискорення параметр  $F$  з рівнянь (5.11) і (5.12) визначається в центрі прямокутника. Площею інтегрування тепер служитиме площа  $I, II, III, IV$ , вказана на рис. 5.2, г.

Відповідні кінцево-різницеві рівняння для  $i$ -й і  $j$ -й компонент прискорення приймуть вид

$$\int F(\hat{n} \cdot \hat{i}) dS = -[F_1(r_{II} - r_{III}) + F_2(r_{III} - r_{IV}) + F_3(r_{IV} - r_I) + F_4(r_I - r_{II})], \quad (5.20)$$

$$\int F(\hat{n} \cdot \hat{j}) dS = -[F_1(z_{II} - z_{III}) + F_2(z_{III} - z_{IV}) + F_3(z_{IV} - z_I) + F_4(z_I - z_{II})]. \quad (5.21)$$

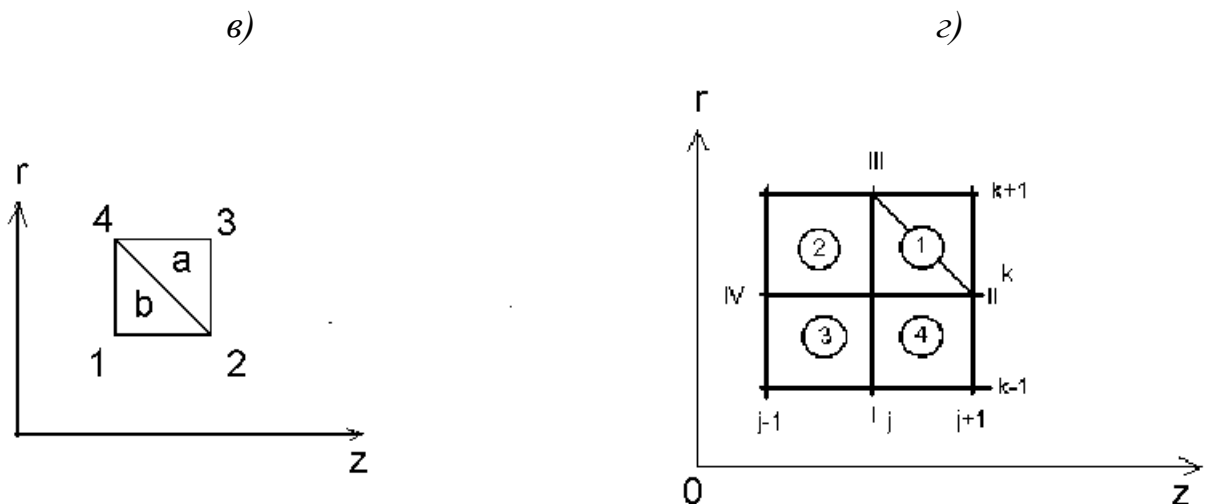


Рис. 5.2. Площі трикутників  $a, b$ , при обертанні яких навколо осі симетрії  $z$  виходить обчислювальний об'єм (в); площа інтегрування  $I, II, III, IV$  (г).



За площу  $I, II, III, IV$  береться середня з площ чотирикутників  $A_{\hat{1}}, A_{\hat{2}}, A_{\hat{3}}, A_{\hat{4}}$ .

Область, зайнята середовищем, ділиться на чотирикутники сіткою  $l - k$ , яка рухається разом з середовищем. Введемо наступні позначення для центрів і вершин чотирикутників (рис. 5.3) :

$$\begin{aligned} \hat{1} &\equiv l + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}, & 1 &\equiv l, k, \\ \hat{2} &\equiv l - \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}, & 2 &\equiv l + 1, k, \\ \hat{3} &\equiv j - \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, & 3 &\equiv j + 1, k + 1, \\ \hat{4} &\equiv j + \frac{1}{2}, k - \frac{1}{2}, & 4 &\equiv j, k + 1. \end{aligned}$$

Маса, яка відповідає кожному чотирикутнику в початковий момент часу, визначається множенням початкової щільності на об'єм тіла, отриманого обертанням чотирикутника навколо осі  $z$ .

Наприклад, для чотирикутника  $\hat{1}$  початкова маса обчислюється за формулою:

$$M_{\hat{1}} = \frac{1}{3} \left( \frac{\rho^0}{V^0} \right)_{\hat{1}} \left[ (r_2^0 + r_3^0 + r_4^0) A_a^0 + (r_1^0 + r_3^0 + r_4^0) A_b^0 \right]_{\hat{1}}, \quad (5.22)$$

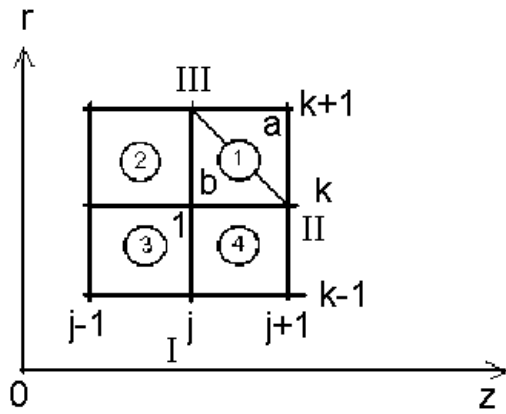
де  $A_a$  - площа трикутника  $a$ ,  $A_b$  - площа трикутника  $b$ . Маси  $M_{\hat{2}}, M_{\hat{3}}, M_{\hat{4}}$  обчислюються аналогічно.

Площі трикутників  $A_a$  і  $A_b$  у момент часу  $t^n$  обчислюються таким чином:

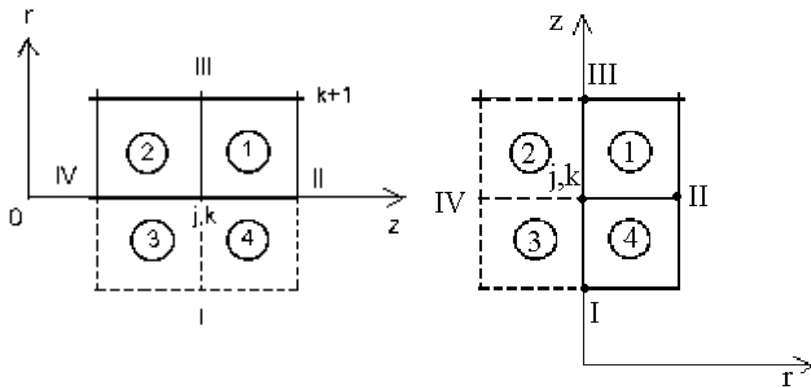
$$(A_a)_1^n = \frac{1}{2} [z_2^n (r_3^n - r_4^n) + z_3^n (r_4^n - r_2^n) + z_4^n (r_2^n - r_3^n)];$$

$$(A_b)_1^n = \frac{1}{2} [z_2^n (r_4^n - r_1^n) + z_4^n (r_1^n - r_2^n) + z_1^n (r_2^n - r_4^n)]; \quad (5.23)$$

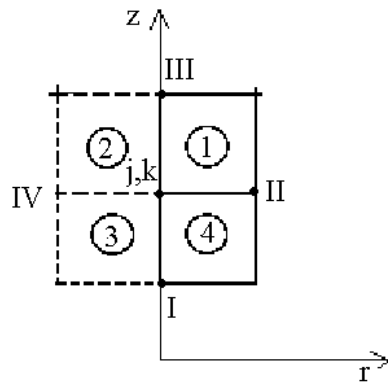
$$A_1^n = (A_a)_1^n + (A_b)_1^n.$$



a)



б)



в)

Рис. 5.3. Координатна сітка усередині розрахункової області (а), фіксована межа по осі  $z$  (б) і по осі  $r$  (в).

Об'єми обчислюються по співвідношеннях

$$V_{\hat{1}}^n = \frac{1}{3} \left( \frac{\rho^0}{M} \right)_{\hat{1}} [(r_2^n + r_3^n + r_4^n) A_a^n + (r_1^n + r_2^n + r_4^n) A_b^n]_{\hat{1}}, \quad (5.24)$$

$$V_{\hat{1}}^n = (\rho^0 / \rho^n)_{\hat{1}}.$$

Рівняння руху центруються в точці  $l, k$ ; відповідні позначення дані на рис. 5.3, де

$$I \equiv l, k - 1,$$

$$II \equiv l + 1, k,$$

$$III \equiv l, k + 1,$$

$$IV \equiv l - 1, k.$$

Для визначення швидкостей маємо наступні співвідношення

$$\begin{aligned} \dot{z}_{l,k}^{n+1/2} = \dot{z}_{l,k}^{n-1/2} - \frac{\Delta t^n}{2\varphi_{j,k}^n} [(\Sigma_{zz})_{\hat{1}}^n (r_{II}^n - r_{III}^n) + (\Sigma_{zz})_{\hat{2}}^n (r_{III}^n - r_{IV}^n) + \\ + (\Sigma_{zz})_{\hat{2}}^n (r_{IV}^n - r_I^n) + (\Sigma_{zz})_{\hat{4}}^n (r_I^n - r_{II}^n) - (T_{zr})_{\hat{1}}^n (z_{II}^n - z_{III}^n) - \\ - (T_{zr})_{\hat{2}}^n (z_{III}^n - z_{IV}^n) - (T_{zr})_{\hat{3}}^n (z_{IV}^n - z_I^n) - \\ - (T_{zr})_{\hat{4}}^n (z_I^n - z_{II}^n) + \Delta t^n (\alpha)_{l,k}^n, \end{aligned} \quad (5.25)$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_{l,k}^{n+1/2} = \dot{r}_{l,k}^{n-1/2} - \frac{\Delta t^n}{2\varphi_{j,k}^n} [(\Sigma_{rr})_{\hat{1}}^n (r_{II}^n - r_{III}^n) + (\Sigma_{rr})_{\hat{2}}^n (r_{III}^n - r_{IV}^n) + \\ + (\Sigma_{rr})_{\hat{2}}^n (r_{IV}^n - r_I^n) + (\Sigma_{rr})_{\hat{4}}^n (z_I^n - z_{II}^n) - (T_{zr})_{\hat{1}}^n (r_{II}^n - r_{III}^n) - \end{aligned}$$

$$-(T_{zr})_2^n (r_{III}^n - r_{IV}^n) - (T_{zr})_3^n (r_{IV}^n - r_I^n) - (T_{zr})_4^n (r_I^n - r_{II}^n) + \Delta t^n (\beta)_{l,k}^n; \quad (5.26)$$

де

$$\varphi_{l,k}^n = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\rho^0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{1}} + \left( \frac{\rho^0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{2}} + \left( \frac{\rho^0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{3}} + \left( \frac{\rho^0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{4}} \right]; \quad (5.27)$$

$$\alpha_{l,k}^n = \frac{1}{4} \left\{ \left[ T_{zr}^n \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{1}} + \left[ T_{zr}^n \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{2}} + \left[ T_{zr}^n \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{3}} + \left[ T_{zr}^n \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{4}} \right\}; \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} \beta_{l,kj}^n = & \frac{1}{4} \left\{ \left[ (\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n) \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{1}} + \left[ (\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n) \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{2}} + \right. \\ & \left. + \left[ (\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n) \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{3}} + \left[ (\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n) \left( \frac{A^n}{M} \right) \right]_{\hat{4}} \right\}; \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$z_{l,k}^{n+1} = z_{l,k}^n + \dot{z}_{l,k}^n \Delta t^{n+1/2}; \quad r_{l,k}^{n+1} = r_{l,k}^n + \dot{r}_{l,k}^n \Delta t^{n+1/2}. \quad (5.30)$$

У області гідродинамічних течій тиск в продуктах детонації обчислюється по формулах

$$P_{\hat{1}}^{n+1} = A(\rho^N)_{\hat{1}}^{n+1} + B(\rho^{\gamma+1})_{\hat{1}}^{n+1}. \quad (5.31)$$

Слід зазначити, що для продуктів детонації

$$S_{zz} = S_{rr} = S_{\theta\theta} = 0. \quad (5.32)$$

Для розрахунку тиску в ґрунті на кожному часовому шарі проводиться ітераційний процес з використанням методу простих ітерацій

$$[P_{\hat{1}}^{n+1}]_{k+1} = P_{\hat{1}}^n + \frac{\dot{\varepsilon}_{\hat{1}}^n + \alpha_1 \lambda([P_{\hat{1}}^{n+1}]_k, \varepsilon_{\hat{1}}^n) \frac{\phi([P_{\hat{1}}^n]_k, \varepsilon_{\hat{1}}^n)}{\eta([P_{\hat{1}}^n]_k, \varepsilon_{\hat{1}}^n)}}{\varphi([P_{\hat{1}}^{n+1}]_k, \varepsilon_{\hat{1}}^n)}. \quad (5.33)$$

Ітераційний процес ведеться до тих пір, поки не виконуватиметься наступна умова:

$$|[P_{\hat{1}}^n]_{k+1} - [P_{\hat{1}}^n]_k| \leq \delta, \quad (5.34)$$

де  $\delta$  - мале наперед задане число ( в розрахунках  $\delta$  приймалося рівним 1 атмосфері  $\approx 10^5 \text{ Па}$  ),  $k$  - номер ітерації.

Для девіаторних складових тензора напружень справедливі наступні співвідношення

$$(S_{rr})_{\hat{1}}^n = \left[ y_0 + \frac{k_{\tau} P_{\hat{1}}^n}{1 + \frac{k_{\tau} P_{\hat{1}}^n}{\tau - y_0}} \right], \quad (5.35)$$

$$(S_{\theta\theta})_{\hat{1}}^{n+1} = \frac{1}{2} (S_{rr})_{\hat{1}}^{n+1}.$$

$$(S_{zz})_{\hat{1}}^{n+1} = \frac{2(1 + k_{\tau})}{1 + 2k_{\tau}} P_{\hat{1}}^n,$$

$$(\tau_{rz})_{\hat{1}}^{n+1} = k_{\tau} (\sigma_{rr} - \sigma_{zz})_{\hat{1}}^{n+1}.$$

Далі обчислюється штучна в'язкість. Для квадратичної в'язкості справедлива формула

$$q_{\hat{1}}^{n+1/2} = \left[ \frac{C_0^2 \rho_0 A^{n+1/2}}{V^{n+1/2}} \left( \frac{\dot{V}}{V} \right)^2 \right]_{\hat{1}}, \quad (5.36)$$

де  $C_0^2 = 4$ . Величина  $q$  обчислюється тільки при  $\dot{V}/V < 0$ , інакше  $q = 0$ .

Лінійна в'язкість обчислюється за формулою

$$q_{\hat{1}}^{n+1/2} = \left[ \frac{a C_L^2 \rho_0 \sqrt{A^{n+1/2}}}{V^{n+1/2}} \left| \frac{\dot{V}}{V} \right| \right]_{\hat{1}}, \quad (5.37)$$

де  $C_L = \frac{1}{2}$ ,  $a$  - місцева швидкість звуку. Величина  $q$  також обчислюється тільки при  $\dot{V}/V < 0$ , інакше  $q = 0$ .

Повні напруження визначається згідно з виразами

$$[\Sigma_{zz}]_{\hat{1}}^{n+1} = [S_{zz}]_{\hat{1}}^{n+1} - [P^{n+1} + q^{n+1/2}]_{\hat{1}}, \quad (5.38)$$

$$[\Sigma_{rr}]_{\hat{1}}^{n+1} = [S_{rr}]_{\hat{1}}^{n+1} - [P^{n+1} + q^{n+1/2}]_{\hat{1}} \quad (5.39)$$

$$[\Sigma_{\theta\theta}]_{\hat{1}}^{n+1} = [S_{\theta\theta}]_{\hat{1}}^{n+1} - [P^{n+1} + q^{n+1/2}]_{\hat{1}}. \quad (5.40)$$

Якщо в процесі розрахунку маса елемента обернулася в площині  $z, r$  на кут  $\omega$  за час  $\Delta t^{n+1/2} = t^{n+1} - t^n$ , то напруження необхідно перерахувати для того,

щоб вони відносилися до системи координат  $z, r$  відповідно до їх нового положення.

Згідно з роботою [389] формули перетворення мають вигляд

$$\begin{aligned}
 S'_{zz} &= S_{zz}^n \cos^2 \omega + S_{rr}^n \sin^2 \omega + 2\tau_{zr}^n \sin \omega \cos \omega, \\
 S'_{zz} &= S_{zz}^n \sin^2 \omega + S_{rr}^n \cos^2 \omega + 2\tau_{zr}^n \sin \omega \cos \omega, \\
 \tau'_{zr} &= \tau_{zr}^n [\cos^2 \omega - \sin^2 \omega] - [S_{zz}^n - S_{rr}^n] \cos \omega \sin \omega.
 \end{aligned}
 \tag{5.41}$$

Кут  $\omega$  визначається по співвідношеннях

$$\begin{aligned}
 \nabla z(\hat{z}i - \hat{r}j) &= \left( \frac{\partial \hat{r}}{\partial z} - \frac{\partial \hat{z}}{\partial r} \right) \hat{k} = 2 \sin \omega, \\
 \sin \omega &= \frac{\Delta t^{n+1/2}}{2} \left( \frac{\partial \hat{r}}{\partial z} - \frac{\partial \hat{z}}{\partial r} \right).
 \end{aligned}
 \tag{5.42}$$

Рівняння (5.41) зручно переписати в наступному вигляді

$$\begin{aligned}
 S'_{zz} &= \frac{S_{zz}^n + S_{rr}^n}{2} + \frac{S_{zz}^n - S_{rr}^n}{2} \cos 2\omega + \tau_{zr}^n \sin 2\omega, \\
 S'_{zz} &= \frac{S_{zz}^n + S_{rr}^n}{2} - \frac{S_{zz}^n - S_{rr}^n}{2} \cos 2\omega - \tau_{zr}^n \sin 2\omega, \\
 \tau'_{zr} &= \tau_{zr}^n \cos 2\omega - \frac{S_{zz}^n - S_{rr}^n}{2} \sin 2\omega.
 \end{aligned}
 \tag{5.43}$$

У співвідношеннях напруження  $S_{zz}^n, S_{rr}^n, \tau_{zr}^n$  замінюються на  $S'_{zz}, S'_{rr}, \tau'_{zr}$ . Для того, щоб зберегти форму рівнянь, вводиться додатковий член  $\delta$  як додатковий член до напружень, при цьому мають місце співвідношення

$$\delta_{zz}^n = S'_{zz} - S_{rr}^n = \left( \frac{S_{zz}^n - S_{rr}^n}{2} \right) (\cos 2\omega - 1) + \tau_{zr}^n \sin 2\omega,$$

$$\delta_{rr}^n = S'_{rr} - S_{rr}^n = -\delta_{rr}^n,$$

$$\delta_{zr}^n = \tau'_{zr} - \tau_{zr}^n = \tau_{zr}^n (\cos 2\omega - 1) - \left( \frac{S_{zz}^n - S_{rr}^n}{2} \right) \sin 2\omega, \quad (5.44)$$

$$\sin 2\omega \approx 2 \sin \omega = \left( \frac{\partial \dot{r}}{\partial z} - \frac{\partial \dot{z}}{\partial r} \right) \Delta t^{n+1/2}.$$

Далі перевіряється умова пластичності Мізеса. Обчислюються величини

$$2J^{n+1} = \left[ (S_1^{n+1})^2 + (S_2^{n+1})^2 + (S_3^{n+1})^2 \right] =$$

$$\left[ (S_{zz}^{n+1})^2 + (S_{rr}^{n+1})^2 + (S_{\theta\theta}^{n+1})^2 \right] + 2(\tau_{zr}^{n+1})^2, \quad (5.45)$$

$$2J^{n+1} - \frac{2}{3}(Y^0)^2 = K^{n+1}. \quad (5.46)$$

Якщо  $K^{n+1} > 0$ , тоді кожне з напружень  $S_{zz}^{n+1}, S_{rr}^{n+1}, S_{\theta\theta}^{n+1}, \tau_{zr}^{n+1}$  множиться на множник  $\frac{\sqrt{2/3}Y^0}{\sqrt{2J^{n+1}}}$ . Інакше для наступного кроку за часом використовуються напруження в незмінній формі.



Далі проводиться апроксимація граничних умов. Для межі по осі  $z$  вводяться уявні осередки  $\widehat{3}, \widehat{4}$  за допомогою дзеркального відображення через границю (рис. 5.3, б). Точці  $j, k$  ставиться у відповідність прискорення згідно з рівнянням руху для звичайної точки, але з урахуванням таких умов:

$$\dot{r}_{j,k} = 0,$$

$$(\Sigma_{zz}^n)_{\widehat{4}} = (\Sigma_{zz}^n)_{\widehat{1}}, \quad (\Sigma_{zz}^n)_{\widehat{3}} = (\Sigma_{zz}^n)_{\widehat{2}},$$

$$(\tau_{zr}^n)_{\widehat{4}} = -(\tau_{zr}^n)_{\widehat{1}}, \quad (\tau_{zr}^n)_{\widehat{3}} = (\tau_{zr}^n)_{\widehat{2}},$$

$$M_{\widehat{4}} = M_{\widehat{1}}, \quad M_{\widehat{3}} = M_{\widehat{2}}. \quad (5.47)$$

Ці формули забезпечують правильні значення для прискорень уздовж границі, проте, при використанні їх за наявності вільної поверхні вони стають неефективними, оскільки дана точка матиме зайву масу, відповідну уявним осередкам. Тому доцільно обчислювати  $\varphi_{j,k}$  по формулі

$$\varphi_{j,k}^n = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right) + \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_{\widehat{2}} \right]. \quad (5.48)$$

Тоді рівняння для прискорення точки  $j, k$ , що дає ті ж результати, що і рівняння для звичайної точки з умовами (5.57), має вигляд

$$\left( \frac{d\dot{z}}{dt} \right)_{j,k} = -\frac{1}{2\varphi_{j,k}^n} \left\{ [(\Sigma_{zz}^n)_{\widehat{1}} - (\Sigma_{zz}^n)_{\widehat{2}}] [r_{II}^n - r_{III}^n] \right\} -$$

$$-(\tau_{zr}^n)_{\hat{1}} [z_{II}^n - z_{III}^n] - (\tau_{zr}^n)_{\hat{2}} [z_{III}^n - z_{IV}^n] \}. \quad (5.49)$$

Для фіксованої границі по осі  $r$  також вводяться уявні осередки (рис. 5.3, в). Точці  $j, k$  ставиться у відповідність прискорення згідно з рівнянням руху для звичайної точки, але з урахуванням таких умов:

$$\begin{aligned} \dot{z}_{j,k} &= 0, \\ (\Sigma_{zz}^n)_{\hat{2}} &= (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{1}}, & (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{3}} &= (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{4}}, \\ (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{2}} &= (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{1}}, & (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{3}} &= (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{4}}, \\ (\tau_{zr}^n)_{\hat{2}} &= -(\tau_{zr}^n)_{\hat{1}}, & (\tau_{zr}^n)_{\hat{3}} &= (\tau_{zr}^n)_{\hat{4}}, \\ M_{\hat{2}} &= M_{\hat{1}}, & M_{\hat{3}} &= M_{\hat{4}}. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Врахування впливу віддзеркалення відносно осі  $r$ , що призводить до рівнянь для звичайної точки можна провести шляхом використання наступних рівнянь для прискорення в точці  $k, j$ :

$$\begin{aligned} \varphi_{j,k}^n &= \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{1}} + \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{4}} \right], \\ \beta_{j,k}^n &= \frac{1}{2} \{ [(\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n)(A^n / M)]_{\hat{1}} + [(\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n)(A^{nn} / M)]_{\hat{4}} \}, \end{aligned}$$

$$\left( \frac{dr}{dt} \right)_{j,k} = -\frac{1}{2\varphi_{j,k}^n} \{ [(\Sigma_{rr}^n)_{\hat{1}} - (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{4}}] [z_{II}^n - z_{III}^n] -$$

$$-(\tau_{zr}^n)_{\hat{1}} [r_{II}^n - r_{III}^n] - (\tau_{zr}^n)_{\hat{4}} [r_I^n - r_{II}^n] \} + \beta_{j,k}^n. \quad (5.51)$$

За наявності кутового осередку, розташованого по осі  $z$  (рис. 5.3, г) для точки  $j, k$  виконуються наступні умови

$$\dot{r}_{j,k} = 0,$$

$$(\Sigma_{zz}^n)_{\hat{4}} = (\Sigma_{zz}^n)_{\hat{1}} = 0, \quad (\Sigma_{zz}^n)_{\hat{3}} = (\Sigma_{zz}^n)_{\hat{2}} = 0,$$

$$(\tau_{zr}^n)_{\hat{3}} = -(\tau_{zr}^n)_{\hat{2}}, \quad (\tau_{zr}^n)_{\hat{1}} = (\tau_{zr}^n)_{\hat{4}} = 0,$$

$$M_{\hat{3}} = M_{\hat{2}},$$

$$\varphi_{j,k}^n = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{2}} \right],$$

$$\left( \frac{dz}{dt} \right)_{j,k} = -\frac{1}{2\varphi_{j,k}^n} \{ [(\Sigma_{zz}^n)_{\hat{2}} [r_{III}^n - r_{IV}^n] - (\tau_{zr}^n)(z_{III}^n - z_{IV}^n)] \}. \quad (5.52)$$

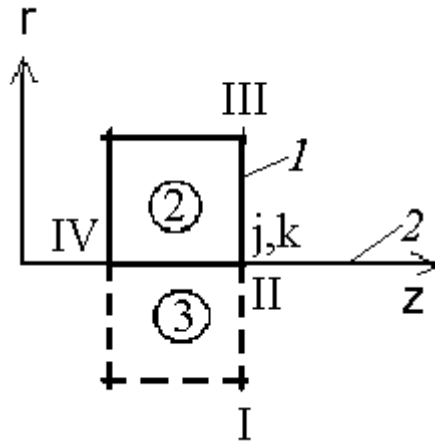


Рис. 5.3, г. Кутовий осередок, розташований по осі  $z$ , : 1 - вільна поверхня, 2 - нерухома границя.

За наявності кутового осередку, розташованого по осі  $r$  (рис. 5.3, д) для точки  $j, k$  виконуються наступні умови

$$\dot{z}_{j,k} = 0,$$

$$(\Sigma_{zz}^n)_{\hat{3}} = (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{4}}, \quad (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{2}} = (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{1}} = 0,$$

$$(\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{3}} = (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{4}}, \quad (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{2}} = (\Sigma_{\theta\theta}^n)_{\hat{1}} = 0,$$

$$(\tau_{zr}^n)_{\hat{3}} = -(\tau_{zr}^n)_{\hat{4}}, \quad (\tau_{zr}^n)_{\hat{2}} = (\tau_{zr}^n)_{\hat{1}} = 0,$$

$$M_{\hat{3}} = M_{\hat{4}},$$

$$\varphi_{j,k}^n = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{\rho_0 A^n}{V^n} \right)_{\hat{4}} \right],$$

$$\beta_{j,k}^n = \frac{1}{2} \{ [(\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n)(A^{nn} / M)]_{\hat{4}} \},$$

$$\left( \frac{d\dot{r}}{dt} \right)_{j,k} = -\frac{1}{2\varphi_{j,k}^n} \{ (\Sigma_{rr}^n)_{\hat{4}} [z_I^n - z_{II}^n] - (\tau_{zr}^n)_{\hat{4}} [r_I^n - r_{II}^n] \} + \beta_{j,k}^n. \quad (5.53)$$

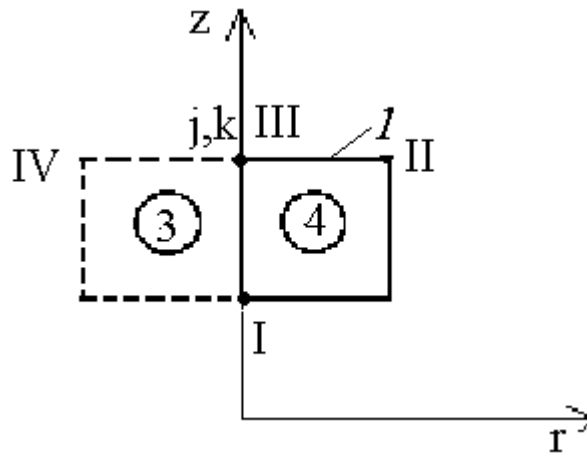


Рис. 5.3, д. Кутовий осередок, розташований по осі  $r$ : 1 - вільна поверхня.

Для вільної поверхні в точці  $j, k$  (рис. 5.4, а) усі величини, що відносяться до уявних осередків  $\hat{1}$  і  $\hat{4}$ , приймаються рівними нулю. Після чого використовуються рівняння руху для звичайної точки, тільки для обчислення величин  $\alpha_{j,k}^n, \beta_{jk}^n$  застосовуються формули

$$\alpha_{j,k}^n = \frac{1}{2} \{ [\tau_{zr}^n (A^n / M)]_{\hat{2}} + [\tau_{zr}^n (A^n + / M \_)]_{\hat{2}} \},$$

$$\beta_{j,k}^n = \frac{1}{2} \{ [\{\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n\} (A^n / M)]_{\hat{2}} + [\{\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n\} (A^n / M)]_{\hat{3}} \}. \quad (5.54)$$

Для кутової точки вільної поверхні уявними будуть осередки  $\hat{1}, \hat{2}$  і  $\hat{4}$  (рис. 5.4, б). Отже, виконуються наступні співвідношення

$$\alpha_{j,k}^n = (\tau_{zr}^n A^n / M)_{\hat{3}}, \quad \beta_{j,k}^n = [\{\Sigma_{rr}^n - \Sigma_{\theta\theta}^n\} (A^n / M)]_{\hat{3}}. \quad (5.55)$$

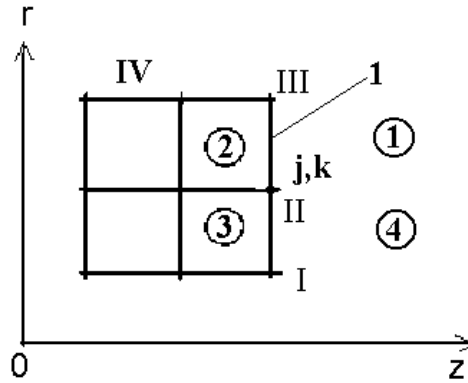


Рис. 5.4, а. Вільна поверхня (1) в точці  $j, k$ .

Крок по часовій координаті вибирався згідно з умовою стійкості типу фон Неймана і Рихтмайера [390] має для цієї різницевої схеми наступний вид

$$\Delta t^{n+1/2} = \frac{1}{3} \frac{H_{j,k}^{n+1/2}}{\sqrt{a^2 + b^2}} |_{(\min \text{ no } j,k)}, \quad (5.56)$$

де  $a$  - місцева швидкість звуку, величина  $b$  при виконанні умови  $\frac{\dot{V}}{V} < 0$  обчислюється за формулою

$$b = 2C_0 H_{j,k}^{n+1/2} \left( \frac{\dot{V}}{V} \right)^{n+1/2}, \quad (5.57)$$

при  $\frac{\dot{V}}{V} \geq 0$  величина  $b = 0$ .

Тут  $C_0$  - константа,  $H_{j,k}^{n+1/2}$  - характерна величина розрахункового осередку, рівна відношенню її площі  $A_{j/k}^n$  до найбільшої діагоналі  $D_{j/k}^n$

$$H_{j/k}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (H_{j/k}^{n+1} + H_{j/k}^n),$$

$$H_{j/k}^n = \frac{A_{j/k}^n}{D_{j/k}^n}. \quad (5.58)$$

Якщо в процесі розрахунку виходить  $\Delta t^{n+1/2} > 1,1\Delta t^{n-1/2}$ , то вважається, що  $\Delta t^{n+1/2} = 1,1\Delta t^{n-1/2}$ , при цьому

$$t^n = t^{n-1} + \frac{1}{2}(\Delta t^{n+1/2} + \Delta t^{n-1/2}). \quad (5.59)$$

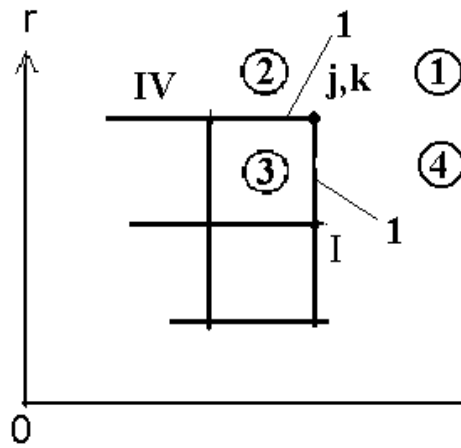


Рис. 5.4, б. Кутова точка  $j, k$  вільної поверхні (1).

В процесі розрахунку первинна сітка (кількість кроків по координатах  $z$  і  $r$ ) розширювалася. Наступний шар по якій-небудь координаті додавався за умови досягнення тиском значення, рівного  $0.1P_0$  ( $P_0$  - атмосферний тиск) хоч би в одній з точок шару.

Як показали результати розрахунків, і відомо з робіт інших авторів, при розв'язуванні задач про сильний вибух в Лагранжевих координатах в досліджуваному середовищі виникають великі деформації. Це спричиняє значні спотворення розрахункової сітки, такі, як виродження прямокутних осередків в трапецієвидні і трикутні і навіть вивертання комірок (поява негативних координат). Для уникнення подібних явищ застосовувався досить простий, але

ефективний спосіб. З практики проведення чисельних розрахунків виходить, що спотворення чотирикутних осередків сітки, як правило, бувають чотирьох типів.

У першому випадку стискання або розтягування осередку призводить до зменшення або збільшення протилежної сторони осередку, а відношення довжин діагоналей порядку одиниці (рис. 5.5, а).

У другому випадку подовження відбувається у напрямі однієї з діагоналей чотирикутника в той час, як інша діагональ зменшується (рис. 5.5, б).

До третього випадку спотворення відноситься випадок, коли контур осередку деформується і перетворюється з опуклого в неопуклий (рис. 5.5, в).

При четвертому типі спотворень відбувається перехрест осередків. В цьому випадку дві точки на одній із сторін чотирикутника міняються місцями (рис. 5.5, г).

Перші два типи деформацій різницевого осередку викликають значне зменшення кроку за часом. Крім того, відбувається зниження точності результатів чисельного рахунку.

Спотворення третього і четвертого типів призводять до того, що осередок може вивертися і площа її стане негативною.

Відмічені випадки спотворення різницевої сітки є характерними деформаціями в Лагранжевих координатах в багатовимірних випадках. Проте, область великих деформацій, як правило, менше усієї розрахункової області, і для даного класу завдань розташовується в ближній зоні вибуху. Ця особливість фізичного процесу дозволяє робити часткову перебудову різницевої сітки і тільки в області великих деформацій.

Метод перерахунку початкових величин із старої сітки на нову різницеву сітку полягає в наступному. Розглянемо частину розрахункової області, що складається з чотирьох осередків різницевої сітки (рис. 5.6). Усі величини після перерахунку позначимо рисою згори.

Припустимо, що при перебудові сітки точка  $O$  переміститься в точку  $\bar{O}$ . З'єднаємо точку  $\bar{O}$  з точками  $B, D, F, H, O$  допоміжними лініями, внаслідок чого



утворюються шість трикутників, порядок нумерації яких показаний на рис. 5.6.

Позначимо площі цих трикутників відповідно  $\Delta A_1, \Delta A_2 \dots \Delta A_6$ .

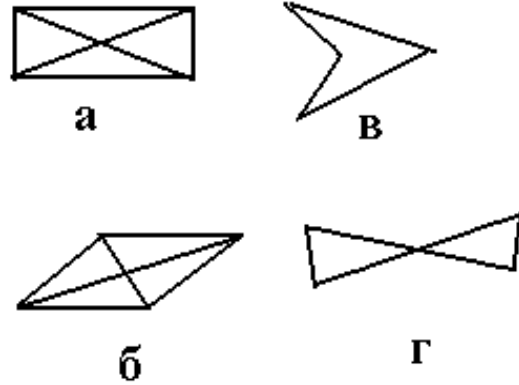


Рис. 5.5. Типи спотворення чотирикутних осередків різницевої сітки.

Площі осередків  $\hat{1} - \hat{4}$  після перебудови виражаються співвідношеннями

$$\bar{A}_1 = A_1 - \Delta A_1 + \Delta A_2,$$

$$\bar{A}_2 = A_2 - \Delta A_2 - \Delta A_5 - \Delta A_4 - \Delta A_6,$$

$$\bar{A}_3 = A_3 + \Delta A_5 - \Delta A_6, \tag{5.60}$$

$$\bar{A}_4 = A_4 + \Delta A_1 + \Delta A_3 + \Delta A_4 + \Delta A_6.$$

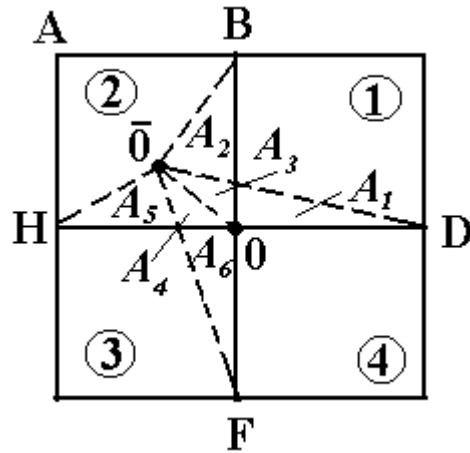


Рис. 5.6. Перерахунок величин із старої сітки на нову

Легко бачити, що сума площ осередків до перерахунку і після перерахунку співпадають.

Для осесиметричного випадку треба знати об'єми осередків. Позначимо об'єми, пов'язані з площами трикутників  $\Delta A_i$ , відповідно  $\Delta V_i$ . Нові об'єми осередків обчислюються по формулах

$$\bar{V}_1 = V_1 - \Delta V_1 + \Delta V_2,$$

$$\bar{V}_2 = V_2 - \Delta V_2 - \Delta V_5 - \Delta V_4 - \Delta V_6,$$

$$\bar{V}_3 = V_3 + \Delta V_5 - \Delta V_6, \quad (5.61)$$

$$\bar{V}_4 = V_4 + \Delta V_1 + \Delta V_3 + \Delta V_4 + \Delta V_6.$$

Прирости маси виходять множенням приросту об'єму на щільність осередку, в якій знаходиться відповідний трикутник. Так для осередку з першим індексом отримуємо

$$\bar{M}_1 = M_1 + -\Delta V_1 \rho_1 + \Delta V_2 \rho_2. \quad (5.62)$$

Маса в інших осередках обчислюється аналогічно. Позначимо прирости мас  $\Delta M_i = \Delta V_i \cdot \rho^*$ , де  $\rho^*$  вибирається згідно з формулою (5.72).

Нові значення компонентів і тензора напружень обчислюються аналогічно.

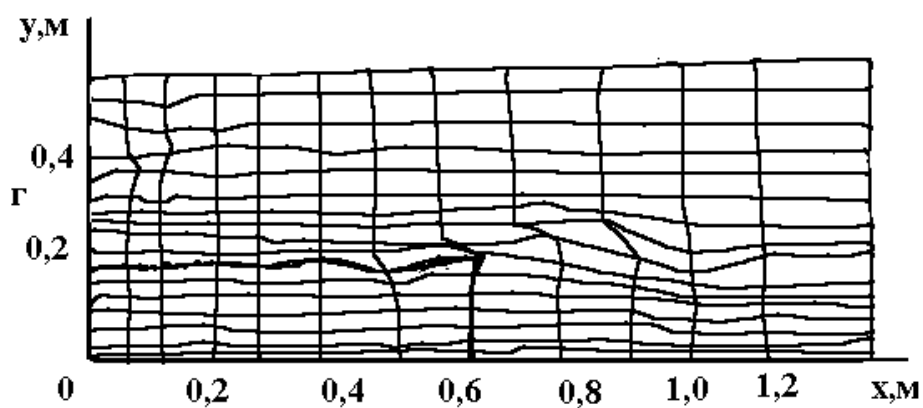
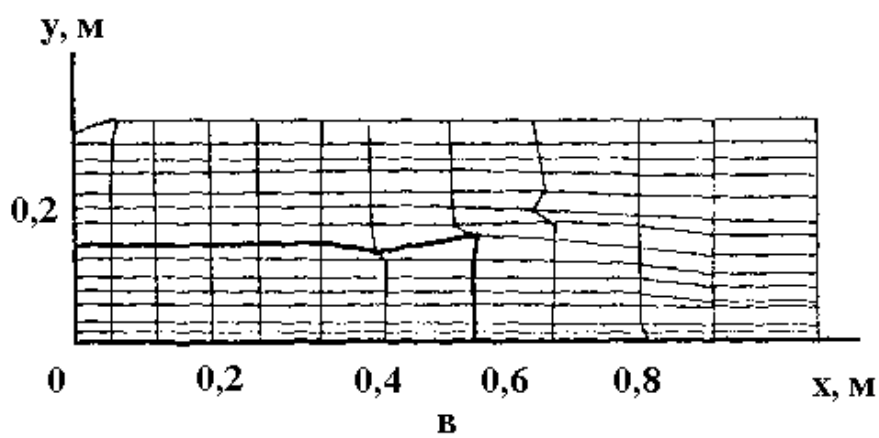
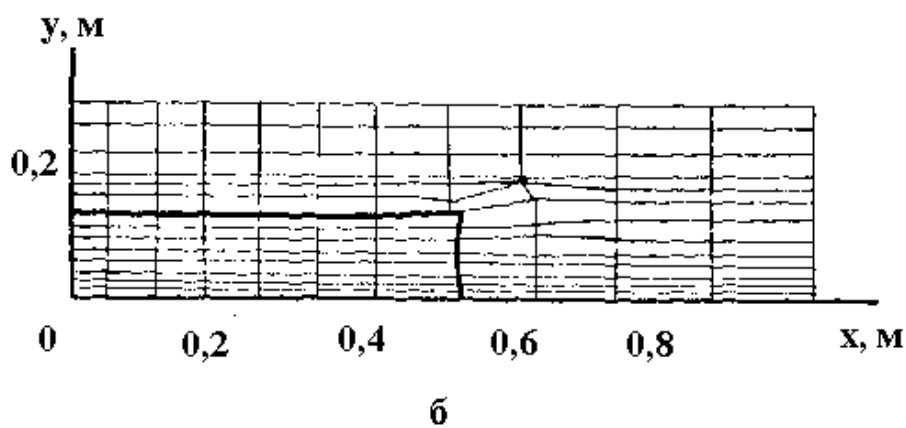
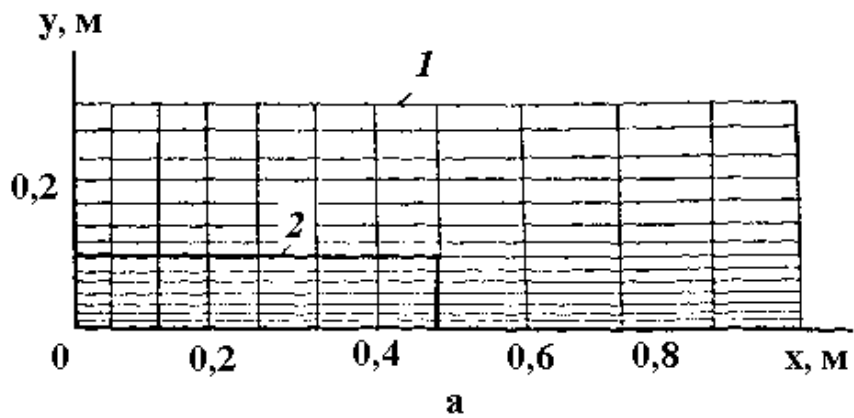
Нові значення щільності і гідростатичного тиску обчислюються по відомих значеннях  $\bar{V}$  і  $\bar{M}$ .

Якщо точка  $\bar{O}$  потрапить на одну із сторін осередку, то нові значення швидкості визначаються лінійною інтерполяцією по точках, що лежать на цій стороні. Вибір положення точки при перебудові різницевої сітки істотно залежить від конфігурації. Як критерій при таких виправленнях різницевої сітки використовується відношення довжини відрізка  $VH$  до найкоротшої відстані від точки  $O$  до  $VH$ . Якщо ця величина перевищує деяке, заздалегідь задане значення, то відбувається перебудова сітки. Чисельна величина цього значення в загальному випадку залежить від параметрів конкретного завдання і підбирається емпірично.

### **5.3. Результати чисельного розв'язку задачі про дію вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини в багатокомпонентному в'язкопластичному середовищі зі змінним коефіцієнтом в'язкості**

В усіх розрахунках радіус заряду  $r_0$  був рівний  $0.1\text{ м}$ , а довжина заряду  $l$  приймалася рівною  $4, 10$  і  $20$  радіусам заряду.

Розглянемо результати чисельного рахунку. На рис. 5.7, а - 5.7, д показано розвиток в часі процесів, що відбуваються при вибуху циліндричного заряду радіусом  $0.1\text{ м}$  і завдовжки  $1.0\text{ м}$  у ґрунті з наступним об'ємним вмістом компонентів :  $\alpha_1 = 0.04$ ;  $\alpha_2 = 0.36$ ;  $\alpha_3 = 0.6$ . Нумерація кривих відповідає різним моментам часу:  $a - t = 0$ ,  $b - t = 25 \cdot 10^{-6}\text{ с}$ ,  $в - t = 81 \cdot 10^{-6}\text{ с}$ ,  $г - t = 128 \cdot 10^{-6}\text{ с}$ ,  $д - t = 177 \cdot 10^{-6}\text{ с}$ .



Г

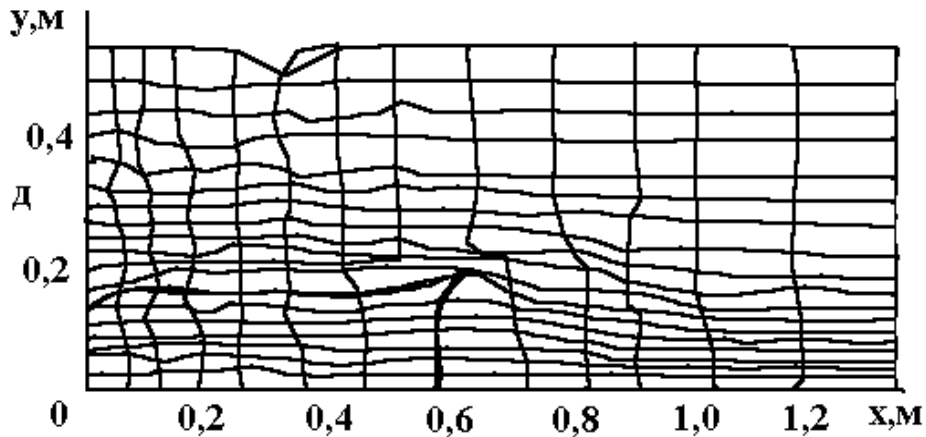


Рис. 5.7. Динаміка розрахункової області при вибуху заряду радіусом 0.1 м і завдовжки 1.0 м у ґрунті з об'ємним вмістом компонентів  $\alpha_1 = 0.01$ ;  $\alpha_2 = 0.36$ ;  $\alpha_3 = 0.6$  у різні моменти часу : *a* -  $t = 0$ , *б* -  $t = 25 \cdot 10^{-6}$  с, *в* -  $t = 81 \cdot 10^{-6}$  с, *г* -  $t = 128 \cdot 10^{-6}$  с, *д* -  $t = 177 \cdot 10^{-6}$  с.

По рис. 5.7, б - 5.7, д можна простежити наступні процеси. Збурена область розширюється, відбувається збільшення деформації ґрунту і продуктів детонації. Газова порожнина розширюється, відбувається її спотворення - відхилення від симетричного виду. Необхідно відмітити, що поблизу кута на торці і бічній поверхні заряду з'являються прогини, в той же час як сам кут витягується.

На рис. 5.8, а - 5.8, г показано поширення хвиль тиску в ґрунті і продуктах детонації в різні моменти часу: *a* -  $t = 0.2 \cdot 10^{-6}$  с, *б* -  $t = 0.47 \cdot 10^{-6}$  с, *в* -  $t = 7.2 \cdot 10^{-6}$  с, *г* -  $t = 32.75 \cdot 10^{-6}$  с. Лінії 1 відповідають ізобарам, лінії 2 - розподіл полів тиску в площині *zoz*. При цьому слід зазначити, що через симетрію завдання зображена тільки права верхня чверть площини.

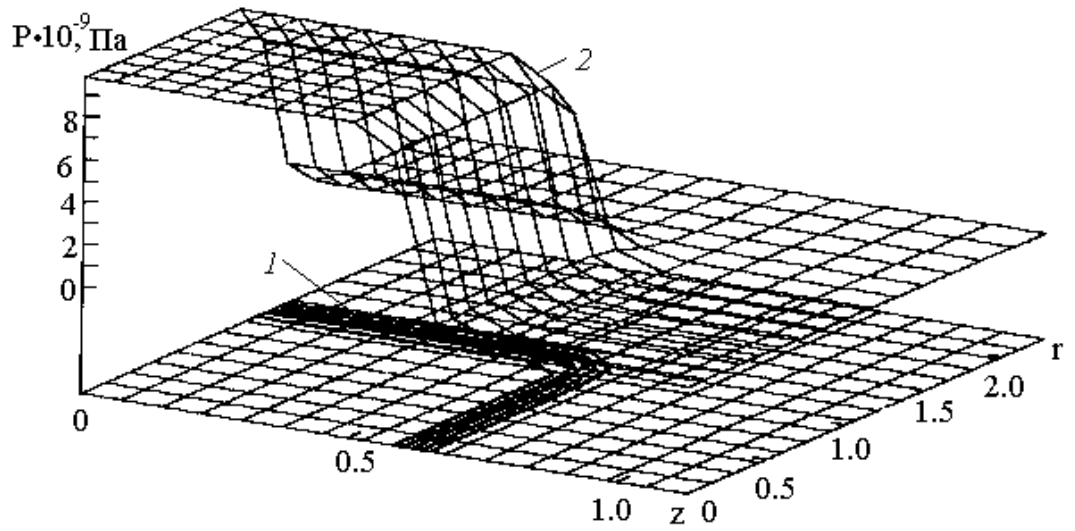


Рис. 5.8, а. Поле тиску в ґрунті і продуктах детонації при  $t = 0.2 \cdot 10^{-6}$  с.

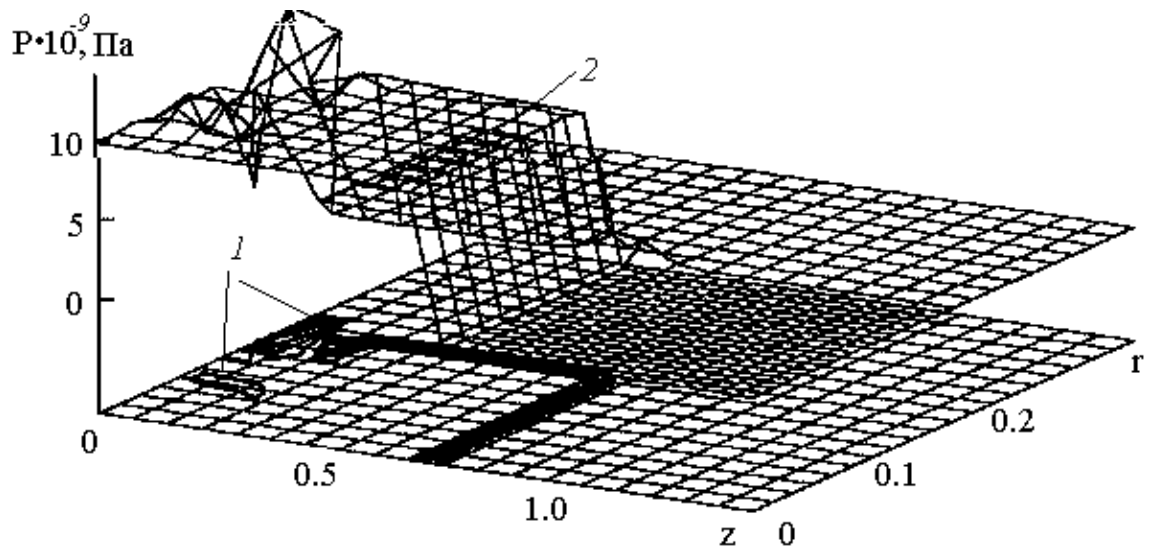


Рис. 5.8., б. Поле тиску в ґрунті і продуктах детонації при  $t = 0.47 \cdot 10^{-6}$  с.

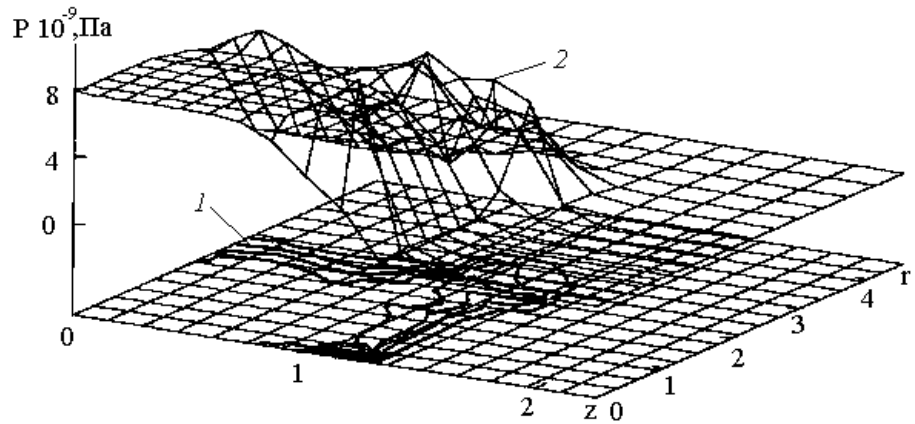


Рис. 5.8, в. Поле тиску в ґрунті і продуктах детонації при  $t = 7.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ .

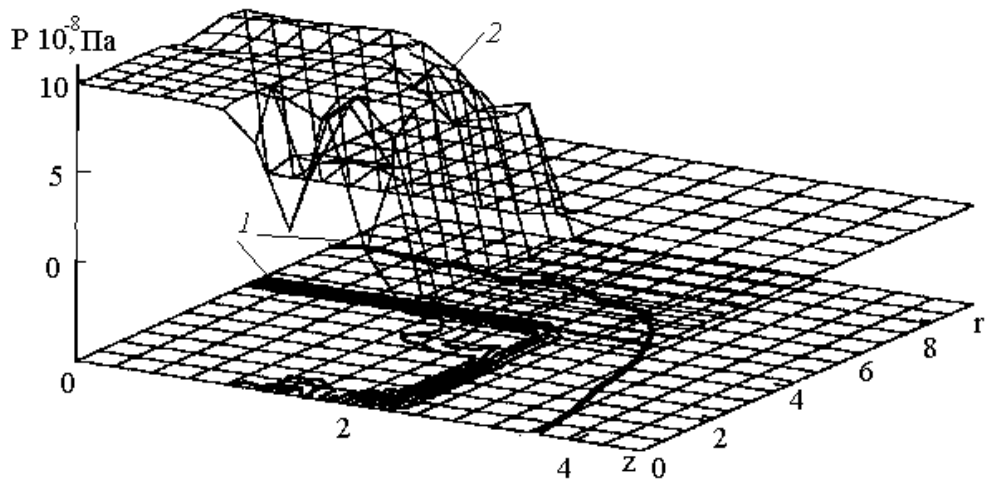


Рис. 5.8, г. Поле тиску в ґрунті і продуктах детонації при  $t = 32.75 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ .

По рисунках можна простежити наступні процеси. У початковий момент часу (рис. 5.9, а) можна спостерігати розширення газової порожнини, поширення вибухової хвилі в ґрунті. Далі простежується пульсація і подальше зростання газової порожнини, взаємодія прямої і відбитої від осі симетрії ударних хвиль, внаслідок чого виникають нерегулярності полів тисків (рис. 5.9, б - 5.9, г), а також наявність вторинної ударної хвилі (рис. 5.9, г).

Ці хвилеві явища можна спостерігати і при вивченні залежності тиску від часу в різних точках продуктів детонації і ґрунту (рис. 5.9 - 5.11).

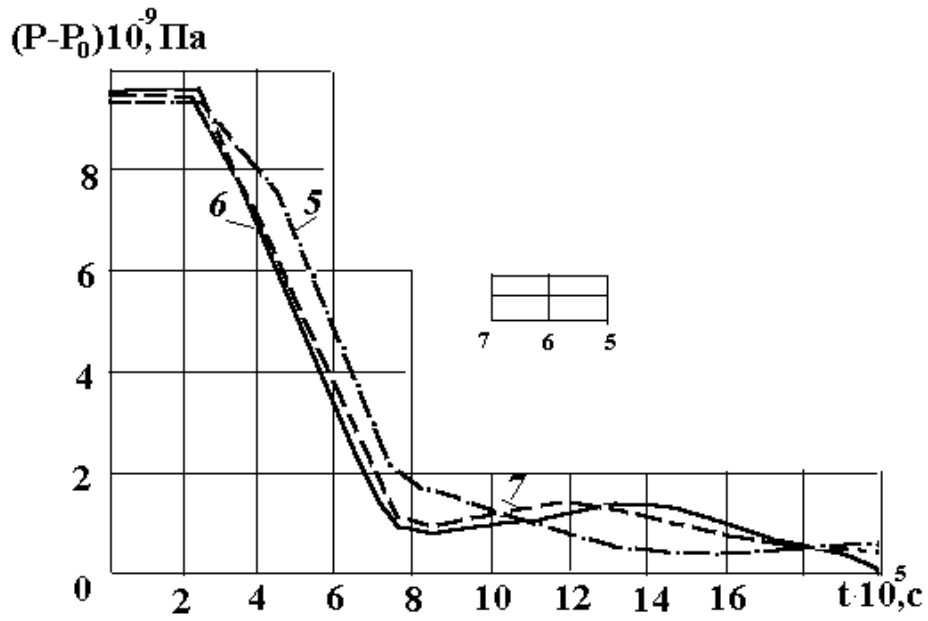


Рис. 5.9. Залежність тиску від часу усередині продуктів детонації при  $r = 0$  і різних  $z$ : 1 -  $z = 0$ , 2 -  $z = l_0 / 4$ , 3 -  $z = l_0 / 2$

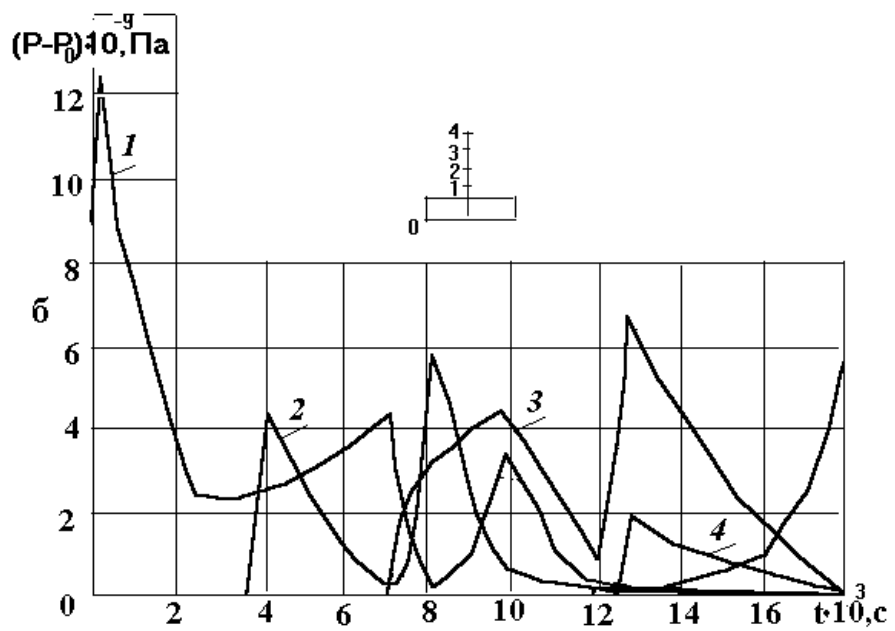


Рис. 5.10. Залежність тиску від часу в ґрунті при  $z=0$  (а) і  $z = 3/4l_0$  (б) для різних  $\bar{r} = r/r_0$ : 1 -  $\bar{r} = 1.25$ , 2 -  $\bar{r} = 2.04$ , 3 -  $\bar{r} = 2.7$ , 4 -  $\bar{r} = 3.49$ .



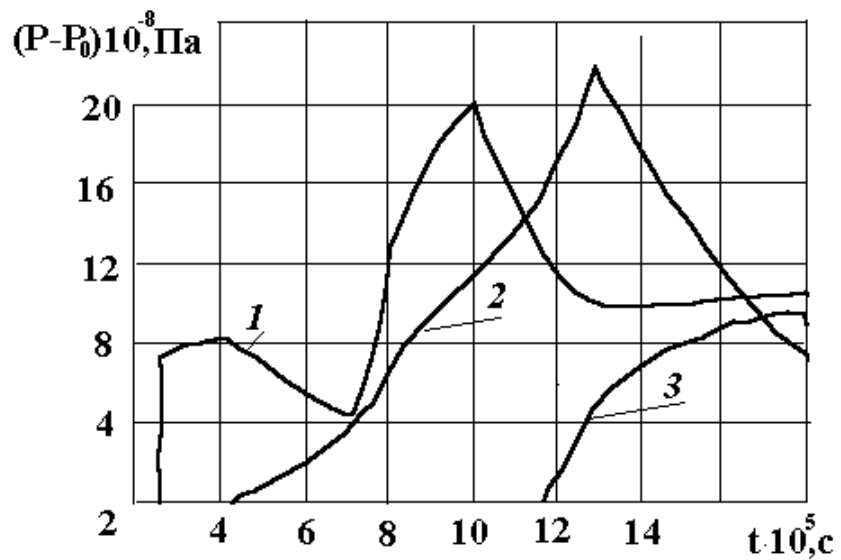
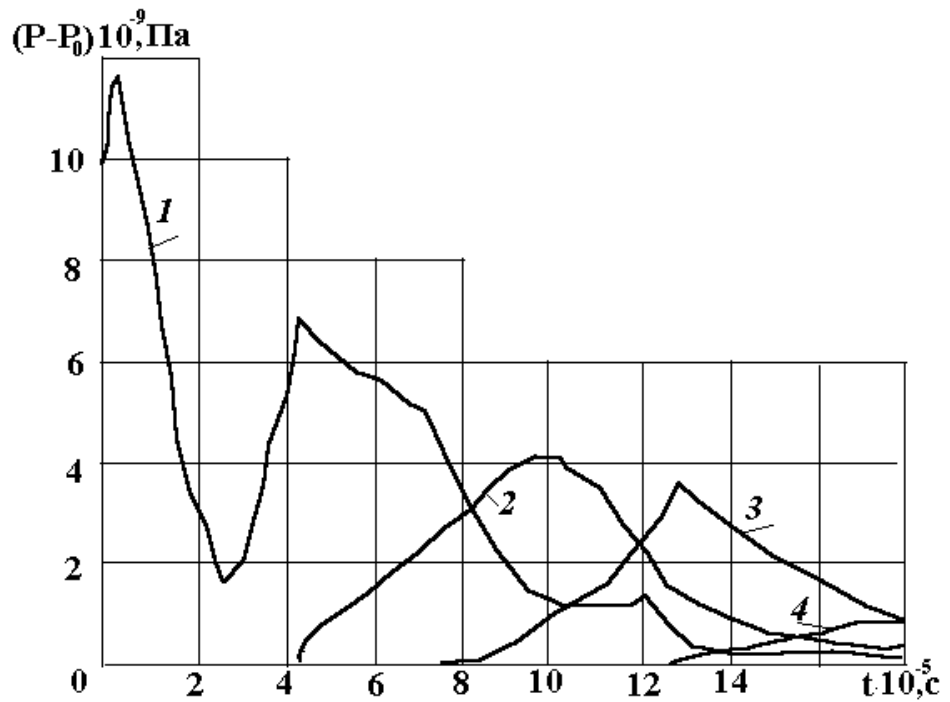


Рис. 5.11. Залежність тиску від часу в ґрунті при  $\bar{z} = 0.63$  (а) і  $\bar{z} = 0.81$  (б) і різних  $\bar{r} = r/r_0$ : 1 -  $\bar{r} = 1,25$ , 2 -  $\bar{r} = 2,04$ , 3 -  $\bar{r} = 2,7$ , 4 -  $\bar{r} = 3.49$ . Тут  $\bar{z} = 2 \cdot z/l_0$

На цих рисунках можна простежити, що в різних точках тиск може мати декілька піків, поява яких пояснюється пульсацією газової порожнини, стрибком

тиску при переході з менш щільного середовища (продукти детонації) в щільніше середовище (грунт), взаємодією хвиль, що проходять, відбитих, і вторинних хвиль.

Положення фронту в різні моменти часу при вибуху того ж заряду в ґрунтах з різним вмістом компонентів представлено на рис. 5.12. Нумерація кривих відповідає наступному вмісту компонентів: 1,1',1'' -  $\alpha_1 = 0.01; \alpha_2 = 0.39$ ; 2,2',2'' -  $\alpha_1 = 0.02; \alpha_2 = 0.38$ ; 3,3',3'' -  $\alpha_1 = 0.04; \alpha_2 = 0.36$ ; 4,4',4'' -  $\alpha_1 = 0.08; \alpha_2 = 0.32$  (для всіх ґрунтів  $\alpha_3 = 0.6$ ). Криві без штрихів відносяться до моменту часу  $t = 23.3 \cdot 10^{-6} c$ , криві з штрихами - до  $t = 60.8 \cdot 10^{-6} c$ , з двома штрихами - до  $t = 170 \cdot 10^{-6} c$ . Крива 5 відповідає положенню заряду у момент часу  $t = 0$ .

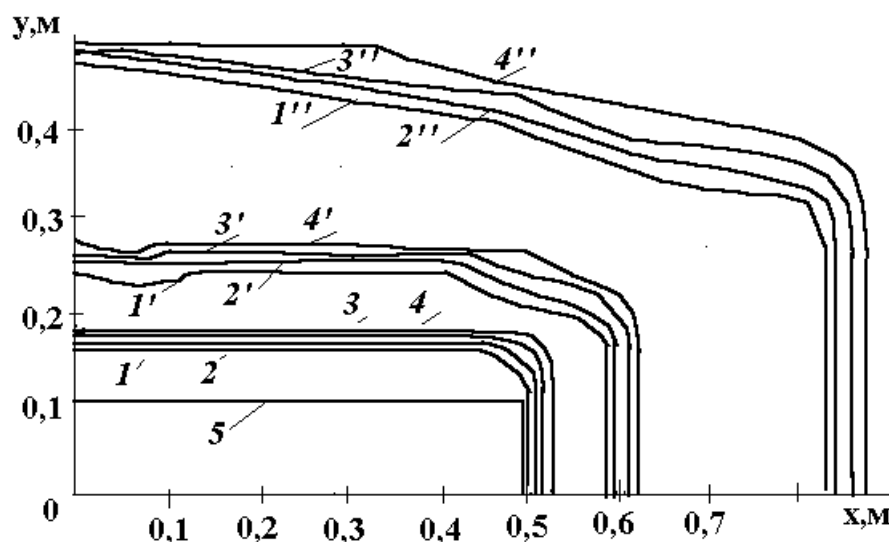


Рис. 5.12. Положення фронту ударної хвилі в різні моменти часу в ґрунтах з різним вмістом компонентів : 1,1',1'' -  $\alpha_1 = 0.01; \alpha_2 = 0.39$ ; 2,2',2'' -  $\alpha_1 = 0.02; \alpha_2 = 0.38$ ; 3,3',3'' -  $\alpha_1 = 0.04; \alpha_2 = 0.36$ ; 4,4',4'' -  $\alpha_1 = 0.08; \alpha_2 = 0.32$ .

Криві без штрихів -  $t = 23.3 \cdot 10^{-6} c$ , з штрихами -  $t = 60.8 \cdot 10^{-6} c$ , з двома штрихами -  $t = 170 \cdot 10^{-6} c$ , 5 -  $t = 0$ .

З рисунку видно, що в ґрунтах з більшою щільністю (меншим вмістом порового простору) фронт ударної хвилі поширюється швидше, і із збільшенням часу ця відмінність збільшується. Можна відмітити, що у напрямі радіальної координати відбувається випереджаючий розвиток фронту, тобто циліндричний фронт вироджується в сферичний, що якісно узгоджується як з чисельними, так і з експериментальними дослідженнями інших авторів [382]. Можна відмітити також характерну увігнутість лінії фронту поблизу кутової точки. На рис. 5.13 простежено вплив відношення довжини заряду до його радіусу на процес розвитку фронту в ґрунті з об'ємним вмістом компонент. Нумерація кривих відповідає різним значенням відношення довжини заряду до його радіусу:  $1,1',1'',1''',1^{IV} - L/r_0 = 4$ ;  $2,2',2'',2''',2^{IV} - L/r_0 = 10$ ;  $3,3',3'',3''',3^{IV} - L/r_0 = 20$ .

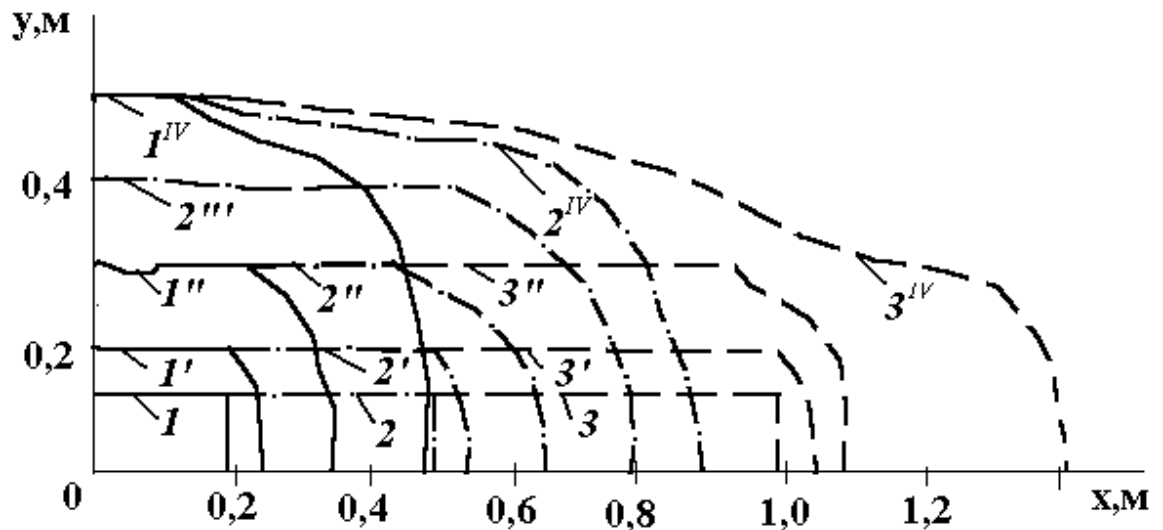


Рис. 5.13. Вплив відношення довжини заряду до радіусу на процес розвитку фронту в ґрунті з  $\alpha_1 = 0.01$ ;  $\alpha_2 = 0.39$ ;  $\alpha_3 = 0.6$ :  $1,1',1'',1''',1^{IV} - L/r_0 = 4$ ;  $2,2',2'',2''',2^{IV} - L/r_0 = 10$ ;  $3,3',3'',3''',3^{IV} - L/r_0 = 20$ . Криві без штрихів відносяться до  $t = 0$ ; криві з одним штрихом - до  $t = 23.3 \cdot 10^{-6} c$ ; з двома штрихами - до  $t = 60.8 \cdot 10^{-6} c$ ; з трьома штрихами - до  $t = 120 \cdot 10^{-6} c$ ; криві з індексом IV - до моменту часу  $t = 180 \cdot 10^{-6} c$ .

З рисунка виходить, що чим менше відношення  $L/r_0$ , тим швидше відбувається трансформація циліндричного фронту в сферичний.

З метою якісного зіставлення з результатами інших авторів проведено порівняння з результатами Л.В. Шуршалова [380], який проводив дослідження вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини в газі.

На рис. 5.14 показано положення і форму ударної хвилі в газі і в ґрунті з наступним вмістом компонентів :  $\alpha_1 = 0.01$ ;  $\alpha_2 = 0.39$ ;  $\alpha_3 = 0.6$  , при відношенні довжини заряду до його радіусу рівного  $L/r_0 = 20$  .

Нумерація кривих наступна: 1 - первинне положення заряду, 2, 3 - положення фронту в газі і в ґрунті у фіксований момент часу. З цього аналізу рисунка можна зробити наступний висновок. Якісні картини положення ударної хвилі в газі і в ґрунті при вибуху циліндричного заряду кінцевої довжини подібні.

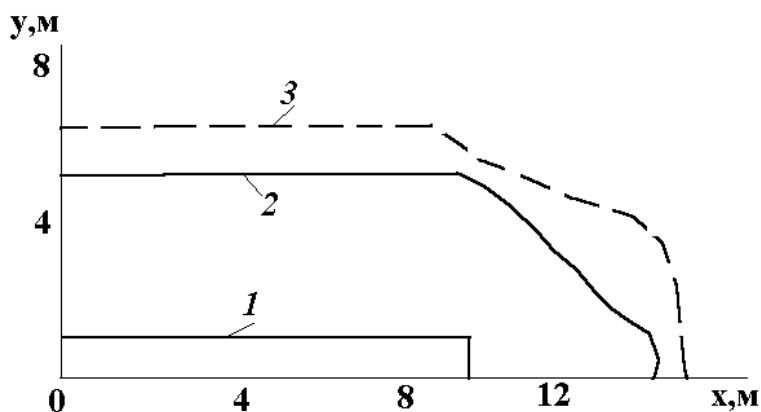


Рис. 5.14. Положення і форма ударної хвилі в газі і в ґрунті з наступним змістом компонентів :  $\alpha_1 = 0.01$ ;  $\alpha_2 = 0.39$ ;  $\alpha_3 = 0.6$  при відношенні  $L/r_0 = 20$  : 1 - первинне положення заряду, 2, 3 - положення фронту в газі і в ґрунті у фіксований момент часу.

Таким чином, розроблений алгоритм чисельного рішення двовимірної задачі про вибух циліндричного заряду кінцевої довжини в ґрунті дозволяє

детально досліджувати напружено-деформований стан ґрунтів і продуктів детонації в залежності від властивостей ґрунту і геометричних розмірів заряду.

#### **5.4. Особливості деформації ґрунту при ініціації циліндричного заряду на одному з його торців**

У практиці ведення вибухових робіт часто виробляють підривання циліндричного заряду на одному з його торців, що є більш прийнятним в технологічному відношенні, чим ініціація в центрі заряду. Тому рішення задачі про дію циліндричних ударних хвиль на ґрунт при ініціації детонації на одному з торців заряду є цікавою з практичної точки зору [387].

Рівняння руху ПД і ґрунту мають вигляд (5.1) - (5.5). Граничні умови представлені рівняннями (5.8) - (5.9).

Початковими умовами завдання є наступні: 1) заряд має однакову щільність  $\rho_n$  і тиск  $P_0$  рівний атмосферному; 2) вибух ініціюється в центрі одного з торців заряду, де задається тиск  $P_n$ ; 3) щільність ґрунту дорівнює  $\rho_0$  при тиску  $P_0$ .

У розрахунках радіус заряду  $r_0$  був рівний, а довжина заряду  $l$  приймалася рівною 4 радіусам заряду. За ВР був вибраний тротил. Розрахунки проводилися для глинистих ґрунтів, фізико - механічні характеристики яких представлені в главі 3.

На рис. 5.16 приведені залежності середнього гідростатичного тиску від часу в різних точках усередині продуктів детонації при наступних кутах відносно осі заряду: 1 -  $180^\circ$ ; 2 -  $90^\circ$ ; 3 -  $0^\circ$ . Цифрою 4 позначений детонатор. З рисунка випливає, що з видаленням від детонатора максимальний тиск падає, проте, з часом найбільший тиск спостерігається при  $90^\circ$ .

На малюнку видно повторні максимуми тиску, викликані взаємодією хвиль, відбитих від границь розділу середовищ і від осі симетрії заряду.

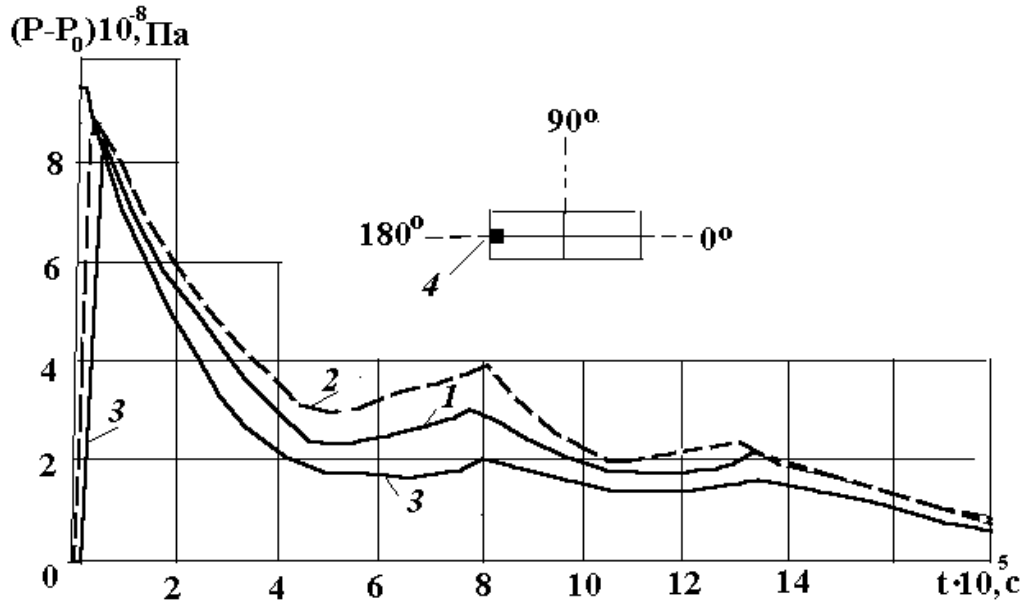


Рис. 5.16. Залежність тиску від часу усередині продуктів детонації при  $180^\circ$  (1)  $90^\circ$  (2)  $0^\circ$  (3), 4 - детонатор.

На рис. 5.17 представлені початкове положення заряду (крива 1), продуктів детонації (криві 2 і 2') і головної ударної хвилі при  $t = 0.8 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  в ґрунті (криві 3, 3'). Крива 4 відповідає положенню головної ударної хвилі у воді при  $t = 1.2 \cdot 10^{-3} \text{ с}$  [363]. Криві без штрихів відповідають розрахунку за схемою миттєвої хвилевої детонації [367], криві з штрихами - розрахунку при детонації заряду з одного з торців. Повна поверхня виходить при обертанні цих ліній навколо осі z.

З рисунка виходить, що при ініціації заряду на одному з торців відбувається відхилення від симетрії при розвитку як вибухової порожнини, так і головної ударної хвилі. Із зіставлення кривих 3' і 4 витікає, що коли головна ударна хвиля знаходиться приблизно на 15 радіусах заряду, її форма в ґрунті і у воді подібні при ініціації заряду на одному з торців. При цьому в ґрунті ударна хвиля поширюється значно швидше, тому щільність ґрунту значно більша за щільність води.

Це непряме зіставлення з чисельними результатами, отриманими іншими авторами дозволяє зробити висновок про ефективність розробленої методики розрахунку підземного вибуху при ініціації детонації на одному з торців заряду.

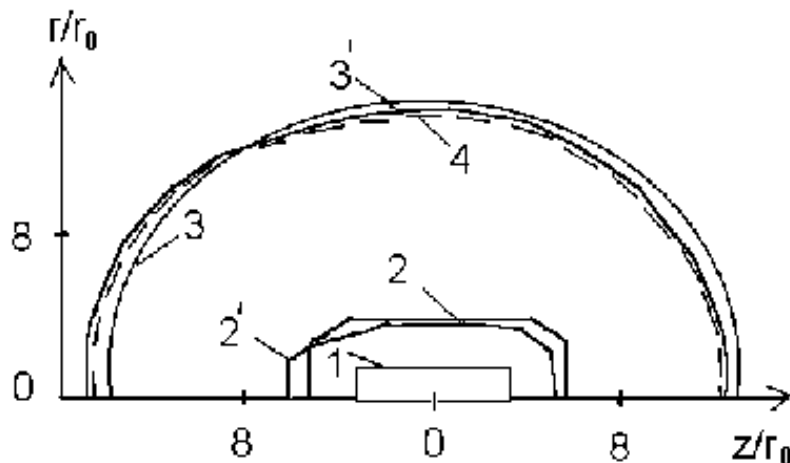


Рис. 5.17. Початкове положення заряду (1), продуктів детонації (криві 2 і 2') і головної ударної хвилі при  $t = 0.8 \cdot 10^{-3}$  с в ґрунті (криві 3, 3') і у воді при  $t = 1.2 \cdot 10^{-3}$  с (4).

За результатами досліджень можна зробити такі висновки.

Дані постановки завдань про камуфлетний вибух циліндричного заряду кінцевої довжини в ґрунтовому середовищі з урахуванням хвильових процесів в продуктах детонації за умови миттєвої ініціації заряду вибухової речовини або ініціації ВВ на одному з торців заряду.

Розроблена методика чисельного рішення в пов'язаній постановці двовимірних нелінійних завдань нестационарної взаємодії ударних хвиль з ґрунтовим середовищем. Методика заснована на різницевому методі розв'язування завдань динаміки в'язкоупругопластичного середовища і продуктів детонації в Ейлерово - Лагранжевих змінних із застосуванням рухливих сіток. Запропоновані різницеві співвідношення і розроблені алгоритми визначення динамічних параметрів системи.

Встановлені закономірності зміни хвильових процесів в продуктах детонації і ґрунті залежно від часу і відстані від осі заряду, а також від фізико-механічних

характеристик ґрунту (багатокомпонентности складу) і геометричних розмірів заряду. Встановлено, що в ґрунтах з меншим вмістом порового простору фронт ударної хвилі поширюється швидше.

Встановлено, що у напрямі радіальної координати відбувається випереджаючий розвиток фронту, тобто циліндричний фронт вироджується в сферичний. Виявлено, що чим менше відношення довжини заряду до його радіусу, тим швидше відбувається трансформація циліндричного фронту хвилі в сферичний.

З'ясовано, що при ініціації заряду на одному з торців відбувається відхилення від симетрії при розвитку фронту ударної хвилі. З видаленням від детонатора максимальний тиск падає, проте, з часом найбільший тиск спостерігається у напрямі  $90^0$  відносно осі симетрії. Спостерігаються повторні пики тиску, викликані взаємодією хвиль, відбитих від границь розділу середовищ і від осі симетрії заряду.



## **6. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ УДАРНИХ ХВИЛЬ З ЕЛЕМЕНТАМИ КОНСТРУКЦІЙ В ҐРУНТОВИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

### **6.1. Постановка динамічних задач теорії оболонок типу Тимошенко**

У сучасній техніці багато відповідальних елементів конструкцій піддаються дії нестационарних навантажень, при яких необхідно враховувати упруго-в'язкопластичні властивості матеріалів. При розв'язуванні конкретних завдань динамічної поведінки гладких і неоднорідних оболонок у ряді робіт [254, 362 - 364] застосовується теорія пластичної течії при ізотропному трансляційно-ізотропному зміцненні згідно [395]. У роботі [254] проведено чисельне дослідження динамічної поведінки циліндричних і конічних оболонок. Розглядався випадок повздовжнього удару по торцю підкріплених оболонок абсолютно твердим тілом. У роботі [394] узагальнюється методика розв'язуванні вищезгаданих завдань для розрахунку тришарових оболонкових конструкцій з дискретним заповнювачем. При цьому використовувалася геометрично нелінійна теорія оболонок типу Тимошенко і фізичні співвідношення диференціальної теорії пластичності з лінійним кінематичним зміцненням. У роботах [396, 397] проведено дослідження області застосовності цієї теорії при складному процесі вантаження.

У основу моделі покладені положення геометрично і фізично нелінійної теорії пластичності і оболонок типу Тимошенко [398, 399]. Передбачається, що оболонка має постійну товщину, в початковий момент часу матеріал оболонки однорідний і ізотропний. Процес деформації розглядається в тридіагональній лагранжевій системі координат, пов'язаної з серединною поверхнею недеформованої оболонки. Деформації вважаються малими, а переміщення і кути повороту великими. Для врахування геометричної нелінійності застосовується квадратичний варіант нелінійної теорії пружності. Для опису

фізичної нелінійності використовується теорія течії з лінійним кінематичним зміцненням [395].

Введемо наступні загальноприйняті позначення:  $x_1, x_2, x_3$  - декартова система координат;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  - триортогональна система координат, пов'язана з серединною поверхнею оболонки;  $t$  - час;

$$H_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = \left[ \left( \frac{\partial x_1}{\partial \alpha_1} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_2}{\partial \alpha_2} \right)^2 + \left( \frac{\partial x_3}{\partial \alpha_3} \right)^2 \right]^{1/2}, (i = 1, 2, 3) \quad - \text{ коефіцієнти}$$

Ламі оболонки;

$$A_i(\alpha_1, \alpha_2) = H_i |_{\alpha_3=0}, (i = 1, 2) \quad - \text{ коефіцієнти Ламі серединної поверхні}$$

оболонки;

$$k_i(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{1}{H_i H_3} \frac{\partial H_i}{\partial \alpha_3} |_{\alpha_3=0}, (i = 1, 2) \quad - \text{ головні кривизни серединної}$$

поверхні оболонки;

$$\eta_{ij} = \nabla_j u_i \quad - \text{ тензор дисторсії (коваріантна похідна вектору переміщень);}$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2}(\eta_{ij} + \eta_{ji}) \quad - \text{ тензор малих деформацій (симетрична складова тензора}$$

дисторсій);

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(\eta_{ij} - \eta_{ji}) \quad - \text{ тензор елементарного обертання (косиметрична}$$

складова тензора дисторсії);

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} + \frac{1}{2}\eta_{ik}\eta_{jk} \quad - \text{ тензор деформацій;}$$

$$\varepsilon'_{ij} \quad - \text{ тензор пружних деформацій;}$$

$$\varepsilon''_{ij} \quad - \text{ тензор пластичних деформацій;}$$

$$\sigma_{ij} \quad - \text{ тензор напруги.}$$

Матеріал оболонки визначається наступними характеристиками:

$E$  - модуль Юнга;

$\nu$  - коефіцієнт Пуассона;

$\rho$  - щільність;

$\sigma_T$  - межа плинності;

$g$  - модуль зміщення;

$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$ ,  $G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$  - параметри Ламі оболонки.

Параметри Ламі серединної поверхні оболонки пов'язані з головними кривизнами умовами Кодацці - Гауса

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_1} \left( \frac{1}{A_1} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \right) + \frac{\partial}{\partial \alpha_2} \left( \frac{1}{A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} \right) = -k_1 k_2 A_1 A_2;$$

$$\frac{\partial}{\partial \alpha_1} (k_2 A_2) = k_1 \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1}; \quad \frac{\partial}{\partial \alpha_2} (k_1 A_1) = k_2 \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2}.$$

Загальне рівняння тривимірного завдання динаміки оболонок за відсутності масових сил в довільній триортогональній системі координат має наступний вигляд

$$\iiint_V J(\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) dV - \int_{S_u} \int_{S_p} J_n P_i \delta u_i dS = 0. \quad (6.1)$$

У рівняння (5.1) були використані такі позначення:  $V$  - об'єм, займаний оболонкою при  $t = 0$ ;  $S = dV$  - межа об'єму;  $S_u, S_p$  - частини межі, на яких задані граничні умови в переміщеннях і зусиллях відповідно;  $J = H_1 H_2 H_3$  - якобіан перетворення криволінійної системи координат в декартову;  $J_n = \sqrt{(H_1 H_2 n_3)^2 + (H_1 H_3 n_2)^2 + (H_2 H_3 n_1)^2}$ ;  $(P_1, P_2, P_3)$  - вектор зовнішнього навантаження, прикладеного до поверхні оболонки.

Варіація тензора деформацій виражається через варіацію тензора дисторсії наступною залежністю:

$$\delta \varepsilon_{ij} = \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial \eta_{kl}} \delta \eta_{kl} = \frac{1}{2} (\delta \eta_{ij} + \delta \eta_{ji} + \eta_{ik} \delta \eta_{jk} + \eta_{jk} \delta \eta_{ik}).$$

Внаслідок симетричності тензора напружень маємо

$$\sigma_{ij} \left[ \frac{1}{2} (\delta \eta_{ij} - \delta \eta_{ji} + \eta_{ik} \delta \eta_{jk} - \eta_{jk} \delta \eta_{ik}) \right] = 0.$$

З останніх двох рівностей отримаємо

$$\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} = \sigma_{ik} (\delta_{kj} + \eta_{jk}) \delta \eta_{ij} = \sigma_{ik} E_{kj} \delta \eta_{ij}, \quad (6.2)$$

де  $E_{ij} = \delta_{ij} + \eta_{ji}$  - тензор, що має сенс матриці перепроєктування з базису деформованої оболонки в початковий місцевий базис;  $\delta_{ij}$  - символ Кронекера.

З урахуванням рівняння (6.2) у рамках квадратичного варіанту нелінійної теорії пружності варіаційне рівняння (6.1) приводиться до виду

$$\iiint_V J(\sigma_{ij} E_{kj} \eta_{ij} + \rho \ddot{u}_i \delta u_i) dV - \iint_{S_p} J_n P_i \delta u_i dS = 0. \quad (6.3)$$

Зв'язок між напруженням і деформаціями встановимо на основі інкрементальної теорії пластичності з лінійним кінематичним зміцненням [395].

Представимо тензор деформацій у вигляді суми пружних  $\varepsilon'_{ij}$  і пластичності  $\varepsilon''_{ij}$  деформацій в наступному виді

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon'_{ij} + \varepsilon''_{ij} . \quad (6.4)$$

Пружні деформації пов'язані з напруженням законом Гуку

$$\sigma_{ij} = \lambda \delta_{ij} \varepsilon'_{kk} + 2G \varepsilon'_{ij} . \quad (6.5)$$

Пластичні деформації визначаються історією пластичної течії

$$\varepsilon''_{ij} = \int_0^t \dot{\varepsilon}''_{ij} dt , \quad (6.6)$$

при цьому передбачається пластична нестисливість матеріалу :

$$\varepsilon''_{ii} = 0 . \quad (6.7)$$

Швидкості пластичних деформацій і напруження пов'язані законом течії

$$\dot{\varepsilon}''_{ij} = \dot{\lambda} S_{ij}^0 , \quad (6.8)$$

де  $S_{ij}^0 = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} - \rho_{ij}$  - тензор активних напружень;  $\rho_{ij} = 2g \varepsilon''_{ij}$  - тензор мікронапружень; параметр  $\dot{\lambda}$  визначається згідно з наступними рівняннями

$$\dot{\lambda} = 0 \quad \text{при} \quad |S_{ij} S_{ij}| < \frac{2}{3} \sigma_T^2 ,$$

$$\dot{\lambda} = \frac{3}{8g \sigma_T^2} \quad \text{при} \quad |S_{ij} S_{ij}| = \frac{2}{3} \sigma_T^2 \quad (6.9)$$

Додаючи до співвідношень (6.3) - (6.9) граничні умови на частини поверхні

$S_u$

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t)|_{S_u} = u_i^{(S)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t) \quad (6.10)$$

і початкові умови

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, 0) = 0, \quad (6.11)$$

$$\dot{u}_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, 0) = 0$$

отримуємо початково-крайову задачу відносно переміщень  $u_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t)$ .

Для зведення тривимірної задачі (6.3) - (6.11) до двовимірної вибирається криволінійна система координат  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  так, щоб координатна поверхня  $\alpha_3 = 0$  відповідала серединній поверхні оболонки, координатні лінії  $\{(\alpha_3 = 0) \cap (\alpha_2 = c_1)\}$  і  $\{(\alpha_3 = 0) \cap (\alpha_2 = c_2)\}$  відповідали лініям головних кривизн. У усьому об'ємі  $V$  виконується тотожність  $H_3 \equiv 1$ . У цій системі координат компоненти тензора дисторсії має вигляд:

$$\begin{aligned} \eta_{11} &= \frac{1}{A_1 z_1} \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2 z_1 z_2} \frac{\partial(A_1 z_1)}{\partial \alpha_2} u_2 + \frac{k_1}{z_1} u_3 ; \\ \eta_{22} &= \frac{1}{A_2 z_2} \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2 z_1 z_2} \frac{\partial(A_2 z_2)}{\partial \alpha_2} u_1 + \frac{k_2}{z_2} u_3 ; \\ \eta_{33} &= \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_3} ; \quad \eta_{12} = \frac{1}{A_2 z_2} \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2 z_1 z_2} \frac{\partial(A_2 z_2)}{\partial \alpha_1} u_2 ; \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\eta_{21} = \frac{1}{A_1 z_1} \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2 z_1 z_2} \frac{\partial(A_1 z_1)}{\partial \alpha_1} u_1 ;$$

$$\eta_{13} = \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_3} ; \quad \eta_{31} = \frac{1}{A_1 z_1} \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} - \frac{k_1}{z_1} u_1 ;$$

$$\eta_{23} = \frac{\partial u_2}{\partial \alpha_3} ; \quad \eta_{32} = \frac{1}{A_2 z_2} \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_2} - \frac{k_2}{z_2} u_2 .$$

У формулі (6.12)  $z_1 = 1 + k_1 \alpha_3, z_2 = 1 + k_2 \alpha_3$ .

Приймаються наступні гіпотези відносно розподілу переміщень, деформацій, метрики і матриці  $E_{ij}$  по товщині оболонки.

1. Переміщення лінійні відносно  $\alpha_3$

$$u_i(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, t) = u_i^0(\alpha_1, \alpha_2, t) + \alpha_3 u_i^1(\alpha_1, \alpha_2, t) \quad (i = \overline{1,3}) \quad (6.13)$$

2. Метрика постійна по товщині оболонки, при цьому  $z_1 = z_2 = 1$ .

Наслідком цих двох гіпотез є лінійність тензора дисторсії відносно  $\alpha_3$ :

$$\eta_{ij} = \eta_{ij}^0 + \alpha_3 \eta_{ij}^1, \quad (6.14)$$

де

$$\eta_{11}^0 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_1^0}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} u_2^0 + k_1 u_3^0 ;$$

$$\eta_{22}^0 = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_2^0}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_1^0 + k_2 u_3^0 ;$$

$$\begin{aligned}
\eta_{33}^0 &= u_3^1; & \eta_{12}^0 &= \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_1^0}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_2^0; \\
\eta_{21}^0 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_2^0}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} u_1^0; & \eta_{13}^0 &= u_1^1; \\
\eta_{31}^0 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^0}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1^0; & \eta_{23}^0 &= u_2^1; & \eta_{32}^0 &= \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_3^0}{\partial \alpha_2} - k_2 u_2^0;
\end{aligned} \tag{6.15}$$

$$\eta_{11}^1 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_1^1}{\partial \alpha_1} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} u_2^1 + k_1 u_3^1;$$

$$\eta_{22}^1 = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_2^1}{\partial \alpha_2} + \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_1^1 + k_2 u_3^1;$$

$$\eta_{12}^1 = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_1^1}{\partial \alpha_2} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_2^1;$$

$$\eta_{21}^1 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_2^1}{\partial \alpha_1} - \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} u_1^1;$$

$$\eta_{31}^1 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3^1}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1^1; \quad \eta_{32}^1 = \frac{1}{A_2} \frac{\partial u_3^1}{\partial \alpha_2} - k_2 u_2^1;$$

$$\eta_{13}^1 = \eta_{23}^1 = \eta_{33}^1 = 0.$$

3. Деформації лінійні по товщині оболонки (при цьому члени, які містять  $\alpha_3^2$  відкидаються) :



$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^0 + \alpha_3 \varepsilon_{ij}^1, \quad (6.16)$$

де

$$\varepsilon_{ij}^0 = \frac{1}{2}(\eta_{ij}^0 + \eta_{ji}^0 + \eta_{ik}^0 \eta_{jk}^0), \quad \varepsilon_{ij}^1 = \frac{1}{2}(\eta_{ij}^1 + \eta_{ji}^1 + \eta_{ik}^0 \eta_{jk}^1 + \eta_{ik}^1 \eta_{jk}^0). \quad (6.17)$$

4. Вважається, що матриця перепроєктування постійна по товщині оболонки :  $E_{ij} = E_{ij}^0 = E_{ij} |_{\alpha_3} = 0$ .

Гіпотези 1 - 4 дозволяють привести тривимірну задачу (6.3) - (6.11) до двовимірної. Проте, безпосереднє застосування введених гіпотез призводить до теорії оболонок, що має серйозні недоліки, пов'язані із виконанням граничних умов на вільній поверхні оболонки  $\alpha_3 = \pm h/2$ . За відсутності дотичних навантажень  $P_1 = P_2 = 0$  матимемо:

$$\sigma_{13} |_{\alpha_3 = \pm h/2} = 0. \quad (6.18)$$

Задовольнити граничні умови (6.18) можна шляхом апроксимації напружень  $\sigma_{13}, \sigma_{23}$  поліномами другої ступені по товщині оболонки

$$\sigma_{13} = \sigma_{13}^0 [1 - (2\alpha_3/h)^2], \quad \sigma_{23} = \sigma_{23}^0 [1 - (2\alpha_3/h)^2], \quad (6.19)$$

де  $\sigma_{13}^0, \sigma_{23}^0$  - значення відповідних напружень на серединній поверхні оболонки.

Вирази (6.19) замінимо еквівалентними (для пружного матеріалу) виразами

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon_{13}^0 [1 - (2\alpha_3/h)^2]; \quad \varepsilon_{23} = \varepsilon_{23}^0 [1 - (2\alpha_3/h)^2]. \quad (6.20)$$

Оскільки компонент  $\sigma_{33}$  малий в порівнянні з іншими компонентами тензора напружень, приймається звичайна для теорії оболонок гіпотеза

$$\sigma_{33} = 0. \quad (6.21)$$

З урахуванням цього зв'язок між пружними деформаціями і напруженнями приймає вид

$$\sigma_{11} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{11}^1 + \nu \varepsilon_{22}^1), \quad \sigma_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_{22}' + \nu \varepsilon_{22}'), \quad \sigma_{33} = 0,$$

$$\sigma_{ij} = 2G \varepsilon_{ij}' \quad (i, j = \overline{1,3}; \quad i \neq j). \quad (6.22)$$

Параметр деформації  $\eta_{33}^0 = u_3^1$  в цьому випадку може бути визначений з квадратичного рівняння

$$\varepsilon_{33}^0 = \frac{1}{2} (\eta_{33}^0)^2 + \eta_{33}^0 + \frac{1}{2} [(\eta_{13}^0)^2 + (\eta_{23}^0)^2], \quad (6.23)$$

розв'язок якого за умови  $\varepsilon_{33}^0 \ll 1, \dots, |\eta_{33}^0| \leq 1$  має наступний вигляд

$$u_3^1 = \eta_{33}^0 \approx -1 + \sqrt{|1 - (\eta_{13}^0)^2 - (\eta_{23}^0)^2|}. \quad (6.24)$$

Звідси витікає, що функція  $u_3^1$  виражається через інші п'ять незалежно варійованих функцій  $u_1^0, u_2^0, u_3^0, u_1^1, u_2^1$ . Вважатимемо, що  $\delta u_3^1 = 0$ , оскільки погрішність, що виникає при цьому, не перевищує погрішності від введення гіпотези  $\sigma_{33} = 0$ .

З урахуванням введених гіпотез варіаційне рівняння (6.3) набере вигляду

$$\iint_F A_1 A_2 \left[ \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ik} E_{kj}^0 \delta(\eta_{ij}^0 + \alpha_3 \eta_{ij}^1) + \rho(\ddot{u}_i^0 + \alpha_3 \ddot{u}_i^1) \delta(u_i^0 + \alpha_3 u_i^1) + P_3^0 \delta u_3^0 d\alpha_3 \right] dF -$$

$$- \int_{\Gamma_P} \sqrt{(A_1 n_2)^2 + (A_2 n_1)^2} \left[ \int_{-h/2}^{h/2} P_i \delta(u_i^0 + \alpha_3 u_i^1) d\alpha_3 \right] d\Gamma = 0. \quad (6.25)$$

У формулі (6.25)  $F$  - проекція області  $V$  на площину  $\alpha_3 = 0$ ,  $\Gamma = \partial F$ ,  $\Gamma_u, \Gamma_P$  - частини контуру  $\Gamma$ , на яких задані граничні умови відповідно в переміщеннях і зусиллях,  $P_3^0 = P_3^+ - P_3^-$ .

Введемо такі позначення для інтегралів

$$N_{ij}^n = \int_{-h/2}^{h/2} (\alpha_3)^n \sigma_{ij} d\alpha_3 \quad (n = 0 \dots 1) \quad (6.26)$$

$$S_i^n = \int_{-h/2}^{h/2} (\alpha_3)^n P_i d\alpha_3 \quad (n = 0 \dots 1) \quad (6.27)$$

і функцій, що виражаються через них

$$M_{ij}^n = N_{ik}^n E_{kj}^0,$$

$$M_1^0 = \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22}^0 + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} M_{12}^0 \right) - k_1 M_{13}^0 \quad (i \Leftrightarrow j);$$

$$M_3^0 = k_1 M_{11}^0 + k_2 M_{22}^0; \quad (6.28)$$

$$M_1^1 = \frac{1}{A_1 A_2} \left( \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22}^1 + \frac{\partial A_1}{\partial \alpha_2} M_{12}^1 \right) - k_1 M_{13}^1 + M_{31}^0 \quad (i \Leftrightarrow j).$$

З урахуванням позначень (6.26) - (6.28) варіаційне рівняння (6.25) набере вигляду

$$\begin{aligned} & \iint_F A_1 A_2 \left\{ \sum_{\substack{i,k=1,2 \\ n=0,1}} [M_{ri}^n \frac{\partial(\delta u_i^n)}{A_k \partial \alpha_k} + (M_i^n + \rho h \left( \frac{h^2}{12} \right)^n \ddot{u}_i^n) \delta u_i^n] + \right. \\ & \left. + \sum_{k=1,2} M_{k3}^0 \frac{\partial(u_3^0)}{A_k \partial \alpha_k} + (M_3^0 - P_3^0 + \rho h \ddot{u}_3^0) \delta u_3^0 \right\} dF - \\ & - \int_{\Gamma_P} \sqrt{(A_1 n_2)^2 + (A_2 n_1)^2} \left[ \sum_{\substack{i=1,2 \\ n=0,1}} S_i^0 \delta u_i^n + S_3^0 \delta u_3^0 \right] d\Gamma = 0. \end{aligned} \quad (6.29)$$

З варіаційного рівняння (6.29) виходять диференціальні рівняння

$$\begin{aligned} & \frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial(A_2 M_{11}^0)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(A_1 M_{21}^0)}{\partial \alpha_2} \right] - M_1^0 = \rho h \ddot{u}_1^0 \quad (i \Leftrightarrow j), \\ & \frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial(A_2 M_{13}^0)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(A_1 M_{23}^0)}{\partial \alpha_2} \right] - M_3^0 + P_3^0 = \rho h \ddot{u}_3^0, \quad (6.30) \\ & \frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial(A_2 M_{11}^0)}{\partial \alpha_1} + \frac{\partial(A_1 M_{21}^0)}{\partial \alpha_2} \right] - M_1^0 = \rho h \ddot{u}_1^0 \quad (i \Leftrightarrow j) \end{aligned}$$

і природні граничні умови на частини контуру  $\Gamma_P$ :

$$A_1 n_2 M_{2i}^0 + A_2 n_1 M_{1i}^0 = \sqrt{(A_1 n_2)^2 + (A_2 n_1)^2} S_i^0 \quad (i = \overline{1,3}), \quad (6.31)$$

$$A_1 n_2 M_{2i}^1 + A_2 n_1 M_{1i}^1 = \sqrt{(A_1 n_2)^2 + (A_2 n_1)^2} S_i^1 \quad (i = \overline{1,2}).$$

Доповнюючи отримані співвідношення граничними умовами в переміщеннях

$$u_i^0 |_{\Gamma_U} = u_i^{0(\Gamma)} \quad (i = \overline{1,3}), \quad (6.32)$$

$$u_i^1 |_{\Gamma_U} = u_i^{1(\Gamma)} \quad (i = \overline{1,2})$$

отримуємо повну систему співвідношень початково-крайового завдання теорії оболонок типу Тимошенко.

## 6.2. Упругов'язкопластична поведінка гладких і підкріплених оболонок обертання при нестационарному навантаженні

Підкріплена оболонка розглядається як система, що складається з, власне, оболонки (обшивки) і сполучених з нею жорстко по лініях контакту ребер (шпангоутів). Математичною моделлю процесу динамічної деформації даної конструкції є гіперболічна система рівнянь теорії оболонок і стержнів типу Тимошенко, приведена вище. Деформований стан обшивки визначається через узагальнений вектор переміщень  $u_1, u_3, \phi_1$ . Деформований стан  $j$ -го підкріплюючого елемента визначається через компоненти узагальненого вектору переміщень центру тяжіння поперечного перерізу ребра  $u_{1j}, u_{3j}, \phi_{1j}$ .

Вирази величин деформацій для обшивки визначаються у рамках квадратичного варіанту геометрично нелінійної теорії оболонок обертання, що мають у разі оболонок, наступний вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_1}{\partial \alpha_1} + k_1 u_3 + \frac{1}{2} \theta_1^2 + z \frac{1}{A_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \alpha_1}; \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} u_1 + k_2 u_3 + z \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \phi_1; \\ \varepsilon_{13} &= \phi_1 + \theta_1; \quad \theta_1 = \frac{1}{A_1} \frac{\partial u_3}{\partial \alpha_1} - k_1 u_1; \\ k_1 &= \frac{1}{A_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \alpha_1}; \quad k_2 = \frac{1}{A_1 A_2} \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} \phi_1,\end{aligned}\tag{6.33}$$

для ребер

$$\varepsilon_{22j} = k_{2j} u_{3j} + z k_{2j} \phi_{1j},$$

де  $A_1, A_2$  - коефіцієнти першої квадратичної форми серединної поверхні обшивки;  $k_1, k_2, k_{2j}$  - кривизни серединної поверхні обшивки і лінії центру тяжіння поперечного перерізу  $j$ -го ребра відповідно;  $\alpha_1, z$  - просторові координати;  $-h/2 \leq z \leq h/2$ ,  $-H_j \leq z \leq H_j$ ,  $H_j$  - відстані від осі  $j$ -го ребра до поверхні оболонки.

Умови контакту обшивка - ребро зв'язують серединну поверхню оболонки з точками центру тяжіння поперечного перерізу відповідного ребра і мають вигляд

$$u_{1j} = u_1(\alpha_{1j}) \pm h_j \phi_1(\alpha_{1j});$$

$$u_{3j} = u_3(\alpha_{1j}); \quad \phi_{1j} = \phi_1(\alpha_{1j}), \quad (6.34)$$

де  $\alpha_{1j}$  - координата лінії сполучення  $j$ -го ребра з оболонкою;  $h_j = 0,5h + H_j$ ,  $h$  - товщина обшивки; знаки  $\pm$  відповідають випадкам внутрішнього або зовнішнього підкріплення.

Для виведення рівнянь руху підкріпленої оболонки використовується варіаційний принцип Гамільтона - Остроградського. З урахуванням співвідношень (6.33) і умов контакту виду (6.34) після нескладних перетворень варіаційне рівняння руху запишеться таким чином

$$\begin{aligned} & \int_{\alpha_1} \left\{ \left\{ \frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 T_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} T_{22} \right] - k_1 \bar{T}_{13} + P_1 - \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \right\} \delta u_1 + \right. \\ & + \left\{ \frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 \bar{T}_{13}) \right] - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + P_3 - \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \right\} \delta u_3 + \\ & + \left\{ \frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 M_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22} \right] - T_{13} + m_1 - \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right\} \delta \phi_1 \Big\} A_1 A_2 d\alpha_1 + \\ & + \left\{ - \sum_1^J \left( T_{22j} k_{2j} + \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} \right) \delta u_3 + \rho_j F_j \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right) \delta u_1 + \right. \\ & \left. + \left\{ M_{22j} k_{2j} + \rho F_j \left[ h_j \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm h_j \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right) + \frac{I_{k_{pj}}}{F_j} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right] \right\} \delta \phi_1 \right\} \Big|_{\alpha_1 = \alpha_{1j}} - \\ & - (T_{11} \delta u_{12} + \bar{T}_{13} \delta u_3 + M_{11} \delta \phi_1) \Big|_{\alpha_1 = \alpha_{10}, \alpha_1 = \alpha_{1N}} = 0, \end{aligned} \quad (6.35)$$

де  $\rho, \rho_j$  - щільність матеріалів обшивки і відповідного  $j$ -го ребра;  $P_1, P_3, m_1$  - компоненти узагальненого вектору навантаження;  $t$  - часова координата.

У диференціальній формі рівняння руху має наступний вигляд для обшивки

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 T_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} T_{22} \right] - k_1 \bar{T}_{13} + P_1 = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2};$$

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 \bar{T}_{13}) \right] - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + P_{13} = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}; \quad (6.36)$$

$$\frac{1}{A_1 A_2} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha_1} (A_2 M_{11}) - \frac{\partial A_2}{\partial \alpha_1} M_{22} \right] - T_{13} + m_1 = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2},$$

для  $j$ -го підкріплюючого ребра на лінії  $\alpha_1 = \alpha_{1j}$

$$[T_{11}]_j = \rho_j F_j \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \pm \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right);$$

$$[\bar{T}_{13}]_j - T_{22j} k_{2j} = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}; \quad (6.37)$$

$$[M_{11}]_j - M_{22j} k_{2j} = \rho_j F_j \left[ h_j \left( \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} + h_j \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right) + \frac{I_{kpi}}{F_j} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial t^2} \right],$$



де  $[f] = f^+ - f^-$ ,  $f^\pm$  - значення функцій справа і зліва від лінії розриву  $\alpha_1 = \alpha_{1j}$ .

Вирази для зусиль-моментів обшивки і  $j$ -го підкріплюючого елемента в рівняннях (6.35) - (6.37) визначаються згідно з формулами

$$T_{11} = \int_z \sigma_{11}^z dz; \quad M_{11} = \int_z z \sigma_{11}^z dz; \quad (1 \Leftrightarrow 2);$$

$$T_{13} = \int_z \sigma_{13}^z dz; \quad \bar{T}_{13} = T_{13} + T_{11} \theta_1; \quad (6.38)$$

$$T_{22j} = \int_{F_j} \sigma_{22j} dF_j; \quad M_{22j} = \int_{F_j} z \sigma_{22j} dF_j,$$

де  $z$  і  $F_j$  - області інтегрування по висоті обшивки і площі поперечного перерізу відповідного  $j$ -го ребра.

Співвідношення між напруженнями і деформаціями записуються на основі диференціальної теорії пластичності. Величини компонент тензора деформацій представляються у вигляді суми пружних і пластичних деформацій

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon'_{11} + \varepsilon''_{11}; \quad \varepsilon_{22} = \varepsilon'_{22} + \varepsilon''_{22};$$

$$\varepsilon_{13} = \varepsilon'_{13} + \varepsilon''_{13}; \quad \varepsilon_{22j} = \varepsilon'_{22j} + \varepsilon''_{22j}. \quad (6.39)$$

Зв'язок між напруженнями і пружними деформаціями встановлюється згідно з формулами узагальненого закону Гуку для ізотропного матеріалу

$$\sigma_{11}^z = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon'_{11} + \nu \varepsilon'_{22}); \quad \sigma_{22}^z = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon'_{22} + \nu \varepsilon'_{11});$$

$$\sigma_{13}^z = Gf(z)\varepsilon'_{13}; \quad \sigma_{22j} = E\varepsilon'_{22j}, \quad (6.40)$$

де  $E, G, \nu$  - фізико-механічні характеристики обшивки; функція  $f(z)$  вибирається з умови  $\sigma_{13}^z(z = \pm h/2) = 0$ .

У разі пластичних деформацій співвідношення між відповідними деформаціями і напруженнями записуються у виді

$$\begin{aligned} d\varepsilon''_{11} &= \lambda S_{11}; & d\varepsilon''_{22} &= \lambda S_{22}; \\ d\varepsilon''_{13} &= \lambda S_{13}; & d\varepsilon''_{22j} &= \lambda S_{22j}; \end{aligned} \quad (6.41)$$

$$S_{11} = \sigma_{11}^z - \sigma_0; \quad S_{22} = \sigma_{22}^z - \sigma_0;$$

$$S_{13} = \sigma_{13}^z; \quad S_{22j} = \frac{2}{3}\sigma_{22}$$

за умови пластичності

$$S_{11}^2 + S_{22}^2 + 2S_{13}^2 \leq \frac{2}{3}\sigma_T^2, \quad (6.42)$$

де  $\lambda$  - скалярний коефіцієнт, який визначається в процесі розв'язування задачі,  $\sigma_T$  - межа плинності.

У разі обліку швидкості деформації матеріалу  $\sigma_T$  є величиною, яка приблизно визначається співвідношенням [186 - 189]

$$\sigma_T = \sigma_{CT} \left[ 1 + |\dot{\varepsilon}| / D^{1/n} \right], \quad (6.43)$$

де  $\sigma_{CT}$  - статична межа плинності, отримана для одновісного напруженого стану;  
 $D$  і  $n$  - константи матеріалу;  $\dot{\epsilon}$  - швидкість одновісної деформації.

### 6.3. Чисельний алгоритм розв'язування початково-крайових задач для оболонок з урахуванням дискретності ребристого заповнювача

Системи диференціальних рівнянь, що описують напружено-деформований стан оболонок обертання з дискретним заповнювачем  $\epsilon$ , в загальному вигляді, нелінійні рівняння коливань по двох просторових координатах  $\alpha_1, \alpha_2$  і часовій координаті  $t$ . Розв'язок таких завдань відомими аналітичними методами практично не можливий. У роботі використовується метод кінцевих різниць для розв'язку поставлених завдань. Побудова чисельного алгоритму базується на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих схем по просторових координатах і явною кінцево-різницевою схеми по часовій координаті. Однією із складнощів завдань коливань неоднорідних пружних структур з урахуванням дискретності заповнювача є наявність розривних коефіцієнтів в рівняннях руху. Тому чисельні алгоритми будуються в гладких областях і "зшиваються" на лініях розривів з урахуванням кінематичних умов сполучення. Підхід, представлений в роботі, є розвитком відомих чисельних алгоритмів для вирішення завдань теорії неоднорідних оболонок з урахуванням дискретності підкріплюючих ребер.

Вважаючи в рівняннях коливань (6.36) -(6.38)  $A_1 = 1, A_2 = R, \alpha_1 = x$ , отримаємо наступні осесиметричні рівняння коливань для циліндричної оболонки з дискретним кільцевим ребристим заповнювачем:

у гладкій області

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial \bar{T}_{13}}{\partial x} - \frac{T_{22}}{R} + P_3(x,t) = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \quad (6.44)$$

$$\frac{\partial M_{11}}{\partial x} - T_{13} + P_3(x,t) = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2};$$

на лініях розриву  $x = x_j$

$$\begin{aligned} [T_{11}]_j &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}, \\ [\bar{T}_{13}]_j - \frac{T_{22j}}{R_j} &= \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2}, \\ [M_{11}]_j &= \rho_j I_{rj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2}; \end{aligned} \quad (6.45)$$

умови контакту, які зв'язують центри тяжіння поперечного перерізу  $j$ -го підкріплюючого ребра з серединними поверхнями зовнішньої і внутрішньої обшивок

$$u_{1j} = u_1(x_j) \pm H_j \varphi_1(x_j), \quad (6.46)$$

$$u_{3j} = u_3(x_j), \quad \varphi_{1j} = \varphi_1(x_j).$$

Граничні умови для випадку  $x = 0$ ,  $x = L$  ( $L$  - довжина обшивок) мають наступний вигляд:

для випадку вільних торців

$$T_{11} = 0, \quad \bar{T}_{13} = 0, \quad M_{11} = 0; \quad (6.47)$$

для випадку жорсткого затискання торців

$$u_1 = u_3 = \varphi_1 = 0. \quad (6.48)$$

Нульові початкові умови при  $t = 0$

$$u_1 = u_3 = \varphi_1 = 0; \quad (6.49)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = 0,$$

$$u_{1j} = u_{3j} = \varphi_{1j} = 0, \quad j = \overline{1, J}, \quad (6.50)$$

$$\frac{\partial u_{1j}}{\partial t} = \frac{\partial u_{3j}}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_{1j}}{\partial t} = 0.$$

Вирази для величин зусиль - моментів мають наступний вигляд

$$T_{11} = B_{11}(\varepsilon_{11} + \nu_{21}\varepsilon_{22}), \quad (6.51)$$

$$T_{22} = B_{22}(\varepsilon_{22} + \nu_{12}\varepsilon_{11}),$$

$$T_{13} = B_{13}\varepsilon_{13}, \quad M_{11} = D_{11}\kappa_{11};$$

$$T_{22j} = B_{22j} \varepsilon_{22j}; \quad j = \overline{1, J};$$

де

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{2} [\theta_1]^2, \quad (6.52)$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{u_3}{R}, \quad \varepsilon_{13} = \varphi_1 + \theta_1,$$

$$\theta_1 = \frac{\partial u_3}{\partial x}, \quad \kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial x};$$

$$\varepsilon_{22j} = \frac{u_{3j}}{R_j}, \quad j = \overline{1, J};$$

$$B_{11} = \frac{E_1 h}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}, \quad B_{22} = \frac{E_2 h}{1 - \nu_{12} \nu_{21}}, \quad (6.53)$$

$$B_{13} = G_{13} h, \quad D_{11} = \frac{E_1 h^3}{12(1 - \nu_{12} \nu_{21})},$$

$$B_{22j} = E_j F_j, \quad j = \overline{1, J}.$$

Таким чином, рівняння (6.44) - (6.53) дають повну постановку завдань коливань циліндричних оболонок з дискретним кільцевим ребристим заповнювачем при осесиметричному навантаженні.

Побудова чисельного алгоритму починається з побудови різницевої сітки. Інтервал  $[x_0, x_N]$  ( $x_0 = 0$ ,  $x_N = L$ ) ділиться на  $N$  рівних частин з кроком  $\Delta x = L/N$  і дискретними вузлами  $x_l = x_0 + \Delta x \cdot l$ ,  $l = \overline{1, N}$ . Разом з основною різницевою сіткою вводиться допоміжна різницева сітка  $x_{l \pm 1/2}$ , яка відповідає значенням величини  $x$  в напіввузлах. По часовій координаті  $t$  вводиться

аналогічна сітка на інтервалі  $[0; T]$  розбиттям на  $N_1$  рівних підінтервалів з кроком  $\tau = T / N_1$ , причому  $\tau_n = n\tau$ . Вводиться допоміжна сітка за часом  $\tau_{n+1/2}$ , яке відповідає завданням величини  $t$  в напівцілих вузлах.

Вважається, що величини переміщень узагальнених векторів обшивки  $u_1, u_3, \varphi_1$  і дискретних підкріплюючих елементів  $u_{1j}, u_{3j}, \varphi_{1j}, j = \overline{1, J}$  віднесені до цілих вузлів різницевої сітки по просторовій і тимчасовій координатам (тобто різницева сітка по просторовій координаті будується так, щоб центри ваги поперечного перерізу дискретних елементів потрапляли в цілі вузли різницевої сітки).

$$u_1, u_3, \varphi_1 \rightarrow (u_1)_l^n, (u_3)_l^n, (\varphi_1)_l^n; \quad (6.54)$$

$$u_{1i}, u_{3i}, \varphi_{1i} \rightarrow (u_{1i})_l^n, (u_{3i})_l^n, (\varphi_{1i})_l^n.$$

Для побудови різницевої схеми для рівнянь (6.44) - (6.53) з врахуванням (6.54) використовувався інтегро-інтерполяційний метод побудови кінцево-різницевих схем для гіперболічних рівнянь. Згідно з цим підходом рівняння (6.54) представляється в області  $\{x_{l-1/2} \leq x \leq x_{l+1/2}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$  у наступному виді

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1/2}}^{x_{l+1/2}} \frac{\partial T_{11}}{\partial x} dx dt = \rho h \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1/2}}^{x_{l+1/2}} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} dx dt; \quad (6.55)$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1/2}}^{x_{l+1/2}} \left[ \frac{\partial \bar{T}_{13}}{\partial x} - \frac{\partial T_{22}}{R} + P_3(x, t) \right] dx dt = \rho h \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1/2}}^{x_{l+1/2}} \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} dx dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1/2}}^{x_{l+1/2}} \left[ \frac{\partial M_{11}}{\partial x} - T_{13} \right] dx dt = \rho \frac{h^3}{12} \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1/2}}^{x_{l+1/2}} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} dx dt.$$

Після стандартних перетворень в співвідношеннях (6.55) виходять наступні різницеві апроксимації рівнянь (6.44)

$$\frac{T_{11}^n{}_{l+1/2} - T_{11}^n{}_{l-1/2}}{\Delta x} = \rho h (u_{1l}^n)_{\bar{t}t}, \quad (6.56)$$

$$\frac{\bar{T}_{13}^n{}_{l+1/2} - \bar{T}_{13}^n{}_{l-1/2}}{\Delta x} - \frac{T_{22}^n{}_{l+1/2} + T_{22}^n{}_{l-1/2}}{2R} +$$

$$+ P_3(x_l, t_n) = \rho h (u_{3l}^n)_{\bar{t}t},$$

$$\frac{M_{11}^n{}_{l+1/2} - M_{11}^n{}_{l-1/2}}{\Delta x} - \frac{T_{13}^n{}_{l+1/2} + T_{13}^n{}_{l-1/2}}{2} = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{1l}^n)_{\bar{t}t},$$

$$\bar{T}_{13}^n{}_{l\pm 1/2} = T_{13}^n{}_{l\pm 1/2} + T_{11}^n{}_{l\pm 1/2} \theta_{1l\pm 1/2}^n.$$

Як видно з представлення (6.56), величини зусиль і моментів відносяться до напівцілих точок різницевої схеми по просторовій координаті і до цілих точок по часовій координаті

$$(T_{11}, T_{22}, \bar{T}_{13}, M_{11}) \rightarrow (T_{11}^n{}_{l\pm 1/2}, T_{22}^n{}_{l\pm 1/2}, \bar{T}_{13}^n{}_{l\pm 1/2}, M_{11}^n{}_{l\pm 1/2}).$$

Виходячи з цього, рівняння (6.51) інтегруються в області



$$\{x_{l-1} \leq x \leq x_l, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\} \text{ i } \{x_l \leq x \leq x_{l+1}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} T_{11} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} [B_{11}(\varepsilon_{11} + \nu_{21}\varepsilon_{22})] dx dt; \quad (6.57)$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} T_{22} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} [B_{22}(\varepsilon_{22} + \nu_{12}\varepsilon_{11})] dx dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} T_{13} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} B_{13}\varepsilon_{13} dx dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} M_{11} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} D_{11}\kappa_{11} dx dt.$$

Відповідно рівняння (6.52) також інтегруються по області

$$\{x_{l-1} \leq x \leq x_l, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\} \text{ i } \{x_l \leq x \leq x_{l+1}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \varepsilon_{11} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{1}{2}(\theta_1)^2 \right] dx dt; \quad (6.58)$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \varepsilon_{22} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \left[ \frac{u_3}{R} \right] dx dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \varepsilon_{13} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} [\varphi_1 + \theta_1] dx dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \theta_1 dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \frac{\partial u_3}{\partial x} dx dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \kappa_{11} dx dt = \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{x_{l-1}}^{x_l} \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} dx dt.$$

Після перетворення (6.57), (6.58) з урахуванням індексів по просторовій і часовій координатам в (6.56) виходять наступні різницеві співвідношення

$$T_{11l\pm 1/2} = B_{11}(\varepsilon_{11l\pm 1/2} + \nu_{21}\varepsilon_{22l\pm 1/2}), \quad (6.59)$$

$$T_{13l\pm 1/2} = B_{13}\varepsilon_{13l\pm 1/2},$$

$$T_{22l\pm 1/2} = B_{22}(\varepsilon_{22l\pm 1/2} + \nu_{12}\varepsilon_{11l\pm 1/2}),$$

$$M_{11l\pm 1/2} = D_{11}\kappa_{11l\pm 1/2},$$

$$\varepsilon_{11l-1/2}^n = \frac{u_{1l}^n - u_{1l-1}^n}{\Delta x} + \frac{1}{2}[\theta_{1l-1/2}^n]^2, \quad (6.60)$$

$$\varepsilon_{22l-1/2}^n = \frac{u_{3l-1}^n + u_{3l}^n}{2R},$$

$$\varepsilon_{13l-1/2}^n = \frac{\varphi_{1l-1}^n + \varphi_{1l}^n}{2} + \theta_{1l-1/2}^n,$$

$$\theta_{11\ l-1/2}^n = \frac{u_{3\ l}^n - u_{3\ l-1}^n}{\Delta x}, \quad \kappa_{11\ l-1/2}^n = \frac{\varphi_{1\ l}^n - \varphi_{1\ l-1}^n}{\Delta x}.$$

Співвідношення для величин деформацій в точках  $x_{l+1/2}$  записуються аналогічно формулам (6.60).

Враховуючи, що рівняння коливань (6.37) на лініях розриву  $x = x_j$  не залежать від координати  $x$ , інтегрування проводиться по області  $\{t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} [T_{11}]_j = \rho_j F_j \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2} dt, \quad (6.61)$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \left\{ [\bar{T}_{13}]_j - \frac{T_{22j}}{R_j} \right\} = \rho_j F_j \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2} dt,$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} [M_{11}]_j = \rho_j I_{rj} \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2} dt.$$

Після стандартних перетворень в (6.61), виходить

$$[T_{11}]_j^n = \rho_j F_j (u_{1j}^n)_{\bar{t}t}, \quad (6.62)$$

де 
$$T_{22j}^n = E_j F_j \frac{u_{3j}^n}{R_j}.$$

Умови контакту (6.34) в різницевому виді записуються таким чином:

$$u_{1j}^n = u_1^n(x_j) \pm H_j \varphi_1^n(x_j), \quad (6.63)$$

$$u_{3j}^n = u_3^n(x_j), \quad \varphi_{1j}^n = \varphi_1^n(x_j).$$

Таким чином, чисельний алгоритм розв'язування поставленої задачі полягає в послідовності виконання наступних обчислень :

1) на  $n$ -му часовому шарі в гладкій області по просторовій координаті обчислюються величини відповідних деформацій і зусиль-моментів по формулах (6.59) (6.60);

2) по вичислених величинах деформацій і зусиль-моментів обчислюються величини компонент узагальненого вектору переміщень обшивок в гладкій області на  $n+1$  часовому шарі;

3) згідно з формулами (6.62) обчислюються величини компонент узагальненого вектору переміщень для  $j$ -го дискретного елемента на лініях розриву  $x = x_j$ ;

4) по формулах (6.63) робиться перерахунок величин узагальненого вектору переміщень центру ваги поперечного зрізу  $j$ -го дискретного елемента заповнювача на відповідні поверхні обшивок на лініях розриву  $x = x_j$ .

Отримана різницева схема згідно формул (6.59) -(6.63) є явною по часовій координаті, і виходячи з цього, є умовно стійкою по просторовій і часовій координатам з умовою стійкості типу Куранта.

У разі осесиметричних коливань оболонки обертання з дискретним заповнювачем, рівняння коливань можуть бути записані в наступному виді:

у гладкій області

$$\frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s} (A_2 T_{11}) - \Psi T_{22} + k_1 \bar{T}_{13} + P_1 = \rho_k h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad (6.64)$$

$$\frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s} (A_2 \bar{T}_{13}) - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + P_3 = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2},$$

$$\frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s} (A_2 M_{11}) - \Psi M_{22} - T_{13} + m_1 = \rho \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2},$$

$$\bar{T}_{13} = T_{13} + T_{11} \theta_1, \quad \Psi = \frac{1}{A_2} \frac{dA_2}{ds};$$

на лініях розривів  $s = s_j$

$$[T_{11}]_j = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{1j}}{\partial t^2}, \quad (6.65)$$

$$[\bar{T}_{13}]_j - \frac{T_{22j}}{R_j} = \rho_j F_j \frac{\partial^2 u_{3j}}{\partial t^2},$$

$$[M_{11}]_j = \rho_j I_{rj} \frac{\partial^2 \varphi_{1j}}{\partial t^2};$$

умови контакту, зв'язуючі центри тяжіння поперечного перерізу  $j$ -го дискретного елемента заповнювача з відповідними серединними поверхнями зовнішньої і внутрішньої оболонок обертання

$$u_{1j} = u_1(s_j) \pm H_j \varphi_1(s_j), \quad (6.66)$$

$$u_{3j} = u_3(s_j), \quad \varphi_{1j} = \varphi_1(s_j).$$

Граничні і початкові умови для рівнянь (6.64), (6.65) записуються аналогічно формулам (6.47) -(6.49).

У рівняннях коливань (6.64), (6.65) зв'язок між величинами зусиль - моментів і відповідних деформацій має вигляд

$$T_{11} = B_{11}(\varepsilon_{11} + \nu_{21}\varepsilon_{22}), \quad (6.67)$$

$$T_{22} = B_{22}(\varepsilon_{22} + \nu_{12}\varepsilon_{11}),$$

$$M_{11} = D_{11}(\kappa_{11} + \nu_{21}\kappa_{22}),$$

$$M_{22} = D_{22}(\kappa_{22} + \nu_{21}\kappa_{11}),$$

$$T_{13} = B_{13}\varepsilon_{13}, \quad T_{22j} = B_{22j}\varepsilon_{22j};$$

де

$$\varepsilon_{11}^k = \frac{\partial u_1^k}{\partial x} + \frac{1}{2}[\theta_1^k]^2 + k_1 u_3^k, \quad (6.68)$$

$$\varepsilon_{22} = \Psi u_1 + k_2 u_3, \quad \varepsilon_{22j} = \frac{u_{3j}}{R_j},$$

$$\theta_1 = \frac{\partial u_1}{\partial s} - k_1 u_1,$$

$$\kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}, \quad \kappa_{22} = \Psi \varphi_1.$$

Величини жорсткостей в рівняннях (6.67) визначаються згідно формул (6.53), причому

$$D_{22} = \frac{E_2 h^3}{12(1 - \nu_{12}\nu_{21})}.$$

Побудова чисельного алгоритму розв'язування вищезгаданих рівнянь (6.64) - (6.68) проводиться по аналогії з викладеннями, які приведені для алгоритму розв'язування завдань теорії циліндричних оболонок, - (6.54) -(6.63).

Розглядається просторовий інтервал  $s_0 \leq s \leq s_N$ ,  $s = A_1 \alpha_1$ . Проводиться розбиття інтервалу на  $N$  рівних частин з дискретним кроком  $\Delta s = s/N$ . Вводиться різницева сітка в напівцілих вузлах. Компоненти узагальнених векторів переміщень обшивок і ребер відносно до цілих вузлів різницевої сітки

$$u_1, u_3, \varphi_1 \rightarrow (u_1)_l^n, (u_3)_l^n, (\varphi_1)_l^n; \quad (6.69)$$

$$u_{1j}, u_{3j}, \varphi_{1j} \rightarrow (u_{1j})_l^n, (u_{3j})_l^n, (\varphi_{1j})_l^n, \quad j = \overline{1, J}.$$

Побудова різницевої схеми проводиться з використанням інтегро-інтерполяційного методу побудови кінцево-різницевої схем. Розглядаються рівняння коливань (6.64) в області  $\{s_{l-1/2} \leq s \leq s_{l+1/2}, t_{n-1/2} \leq t \leq t_{n+1/2}\}$ .

Проводиться інтегрування лівих і правих частин рівнянь (6.64) по відповідних змінних даної області

$$\begin{aligned} & \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{l-1/2}}^{s_{l+1/2}} \left[ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s} (A_2 T_{11}) - \Psi T_{22} + k_1 \bar{T}_{13} + P_1 \right] ds dt = \\ & = \rho h \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{l-1/2}}^{s_{l+1/2}} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} ds dt; \end{aligned} \quad (6.70)$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{l-1/2}}^{s_{l+1/2}} \left[ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s} (A_2 \bar{T}_{13}) - k_1 T_{11} - k_2 T_{22} + P_3 \right] ds dt =$$

$$= \rho h \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{l-1/2}}^{s_{l+1/2}} \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2} ds dt;$$

$$\int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{l-1/2}}^{s_{l+1/2}} \left[ \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial s} (A_2 M_{11}) - \Psi M_{22} - T_{13} \right] ds dt =$$

$$= \rho_k \frac{h^3}{12} \int_{t_{n-1/2}}^{t_{n+1/2}} \int_{s_{l-1/2}}^{s_{l+1/2}} \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2} ds dt.$$

Після операції інтегрування в (6.70) з врахуванням (6.69) отримаємо наступні різницьві співвідношення

$$\frac{1}{A_{2l}} \frac{A_{2l+1/2} T_{11l+1/2}^n - A_{2l-1/2} T_{11l-1/2}^n}{\Delta s} - \tag{6.71}$$

$$- \frac{\Psi_l}{2} (T_{22l+1/2}^n + T_{22l-1/2}^n) + \frac{k_{1l}}{2} (\bar{T}_{13l+1/2}^n + \bar{T}_{13l-1/2}^n) +$$

$$+ P_{1l}^n = \rho h (u_{1l}^n)_{\bar{t}t};$$

$$\frac{1}{A_{2l}} \frac{A_{2l+1/2} \bar{T}_{13l+1/2}^n - A_{2l-1/2} \bar{T}_{13l-1/2}^n}{\Delta s} -$$

$$- \frac{k_{1l}}{2} (T_{11l+1/2}^n + T_{11l-1/2}^n) - \frac{k_{2l}}{2} (T_{22l+1/2}^n + T_{22l-1/2}^n) +$$



$$+ P_{3l}^n = \rho_k h_k (u_{3l}^n)_{\bar{t}t};$$

$$\frac{1}{A_{2l}} \frac{A_{2l+1/2} M_{11l+1/2}^n - A_{2l-1/2} M_{11l-1/2}^n}{\Delta s} -$$

$$- \frac{\Psi_l}{2} (M_{22l+1/2}^n + M_{22l-1/2}^n) - \frac{1}{2} (T_{13l+1/2}^n + T_{13l-1/2}^n) +$$

$$+ m_{1l}^n = \rho \frac{h^3}{12} (\varphi_{1l}^n)_{\bar{t}t};$$

$$\bar{T}_{13l\pm 1/2}^n = T_{13l\pm 1/2}^n + T_{11l\pm 1/2}^n \theta_{1l\pm 1/2}^n;$$

$$\Psi_l = \frac{1}{A_{2l}} \frac{A_{2l+1/2} - A_{2l-1/2}}{\Delta s}.$$

Апроксимація величин зусиль-моментів (6.67) має вигляд

$$T_{11l\pm 1/2}^n = B_{11} (\varepsilon_{11l\pm 1/2}^n + \nu_{21} \varepsilon_{22l\pm 1/2}^n); \quad (6.72)$$

$$T_{22l\pm 1/2}^n = B_{22} (\varepsilon_{22l\pm 1/2}^n + \nu_{12} \varepsilon_{11l\pm 1/2}^n);$$

$$M_{11l\pm 1/2}^n = D_{11} (\kappa_{11l\pm 1/2}^n + \nu_{21} \kappa_{22l\pm 1/2}^n);$$

$$M_{22l\pm 1/2}^n = D_{22} (\kappa_{22l\pm 1/2}^n + \nu_{12} \kappa_{11l\pm 1/2}^n);$$

$$T_{13}^n{}_{l\pm 1/2} = B_{13} \varepsilon_{13}^n{}_{l\pm 1/2}.$$

Апроксимація величин деформацій, які входять в рівняння (6.72), враховуючи формули (6.68), має наступний вигляд

$$\varepsilon_{11}^n{}_{l+1/2} = \frac{u_{1\ l+1}^n - u_{1\ l}^n}{\Delta s} + \frac{1}{2} [\theta_{1\ l+1/2}^n]^2 + k_{1\ l+1/2} \frac{u_{3\ l+1}^n - u_{3\ l}^n}{\Delta s}, \quad (6.73)$$

$$\theta_{1\ l+1/2}^n = \frac{u_{3\ l+1}^n - u_{3\ l}^n}{\Delta s} - \frac{1}{2} k_{1\ l+1/2} (u_{1\ l+1}^n + u_{1\ l}^n),$$

$$k_{1\ l+1/2} = \frac{1}{2} (u_{1\ l+1}^n + u_{1\ l}^n),$$

$$\varepsilon_{22}^n{}_{l+1/2} = \frac{1}{2} \Psi_{l+1/2} (u_{1\ l+1}^n + u_{1\ l}^n) + \frac{1}{2} k_{2\ l+1/2} (u_{3\ l+1}^n + u_{3\ l}^n),$$

$$\Psi_{l+1/2} = \frac{1}{A_{2\ l+1/2}} \left( \frac{A_{2\ l+1} - A_{2\ l}}{\Delta s} \right), \quad A_{2\ l+1/2} = \frac{1}{2} (A_{2\ l+1} + A_{2\ l}),$$

$$\varepsilon_{13}^n{}_{l+1/2} = \frac{1}{2} (\varphi_{1\ l+1}^n + \varphi_{1\ l}^n) + \theta_{1\ l+1/2}^n,$$

$$\kappa_{11}^n{}_{l+1/2} = \frac{\varphi_{1\ l+1} - \varphi_{1\ l}}{\Delta s}, \quad \kappa_{22}^n{}_{l+1/2} = \frac{1}{2} \Psi_{l+1/2} (\varphi_{1\ l+1} + \varphi_{1\ l}).$$

Апроксимація рівнянь коливань на лініях розривів  $s = s_j$  має вигляд

$$[T_{11}]_{jl}^n = \rho_j F_j (u_{1j}^n)_{\bar{t}t}, \quad (6.74)$$

$$[\bar{T}_{13}]_{jl}^n - \frac{T_{22j}^n}{R_j} = \rho_j F_j (u_{3j}^n)_{\bar{t}t},$$

$$[M_{11}]_{jl}^n = \rho_j I_{krj} (\varphi_{1j}^n)_{\bar{t}t},$$

$$T_{22j}^n = B_{22j} \varepsilon_{22j}^n, \quad \varepsilon_{22j}^n = \frac{u_{3j}^n}{R_j}.$$

Визначивши величини компонент на лініях розриву для дискретних елементів згідно з формулами (6.74), відбувається перерахунок на внутрішню і зовнішню поверхні гладких обшивок

$$u_{1j}^n = u_1^n(s_j) \pm H_j \varphi_1^n(s_j), \quad (6.75)$$

$$u_{3j}^n = u_3^n(s_j), \quad \varphi_{1j}^n = \varphi_1^n(s_j).$$

При врахування в'язкоупругопластичних властивостей матеріалу обшивки в основу чисельного розв'язку покладений підхід, запропонований для розрахунку пружно-пластичних течій, узагальнений для розрахунку завдань теорії оболонок в роботах [399 - 401].

Передбачається, що в деякий момент часу  $t^K$  ( $K = 0, 1, 2, \dots$ ) вчислені компоненти тензора напружень  $\sigma_{ij}$  при заданих значеннях  $\varepsilon_{ij}''$  згідно з формулами (6.40). Далі перевіряється умова плинності (6.42). вантаження. При цьому розвантаження має місце, якщо на кроці  $t^K$  виникла пластична течія.

Якщо має місце вихід в пластичну область, тобто порушується умова (6.42), то в припущенні пластичної поведінки матеріалу і перпендикулярності вектору приростів пластичних деформацій до поверхні плинності, виправлені компоненти девіатора напруги  $S_{ij}^*$  визначаємо з умови посадки на поверхню плинності і задоволення співвідношення (6.42) через початкові  $S_{ij}$  по формулі

$$S_{ij}^* = \frac{\sqrt{2/3}\sigma_T}{\sqrt{S_{ij}S_{ij}}} S_{ij}, \quad (6.76)$$

а коефіцієнт  $\lambda$  має наступний вигляд

$$\lambda = \frac{1}{2(G + g)} \left( 1 - \frac{\sqrt{2/3}\sigma_T}{\sqrt{S_{11}^2 + S_{22}^2 + 2S_{13}^2}} \right), \quad (6.77)$$

де  $g$  - параметр лінійного деформаційного зміцнення.

Ітераційна процедура повторюється до тих пір, поки не виконається умова

$$\left| \sqrt{\frac{S_{11}^2 + S_{22}^2 + 2S_{13}^2}{2/3\sigma_T^2}} - 1 \right| < \delta, \quad (6.78)$$

де  $\delta$  - погрішність, з якою здійснюється посадка девіатора напруги на поверхню плинності. Після знаходження напруги в необхідному числі точок по висоті нормального елемента  $|z| \leq h/2$  зусилля і моменти знаходяться чисельною інтеграцією. Чисельна інтеграція по товщині виконувалася по формулах Сімпсона на п'яти вузлах. Збільшення кількості вузлів по товщині не призводить до підвищення точності чисельних результатів.

Аналогічна процедура знаходження рішення при пластичних деформаціях застосовується і в області підкріплення.

Як відзначалося, для вирішення поставленого завдання використовувалася явна кінцево-різницева схема, що спричиняє за собою обмеження на кроки різницевої сітки. При розрахунках використовувалася умова стійкості типу Куранта

$$\Delta t \leq \beta \Delta x / c_{11}, \quad (6.79)$$

де  $\Delta t, \Delta x$  - дискретні кроки різницевої сітки по просторовій і тимчасовій координаті; параметр  $\beta$  вибирався виходячи з практичної збіжності чисельних результатів ( $\beta = 0.1 \div 0.5$ ).

З метою підтвердження ефективності застосування викладеного алгоритму розрахунку упругов'язкопластичної поведінки оболонкових конструкцій проведено непряме зіставлення чисельних результатів [404] з експериментальними даними [402 - 403].

На рис. 6.1 приведена залежність прогину від часу в середині прольоту балки з алюмінієвого сплаву 2024 - Q. Фізико-механічні характеристики системи наступні:  $E = 7,3 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ,  $\sigma_T = 9,5 \cdot 10^5 \text{ кг} / \text{м}^3$ . З рисунку видно хороша відповідність експериментальних (точки) і розрахункових (суцільна лінія) даних.

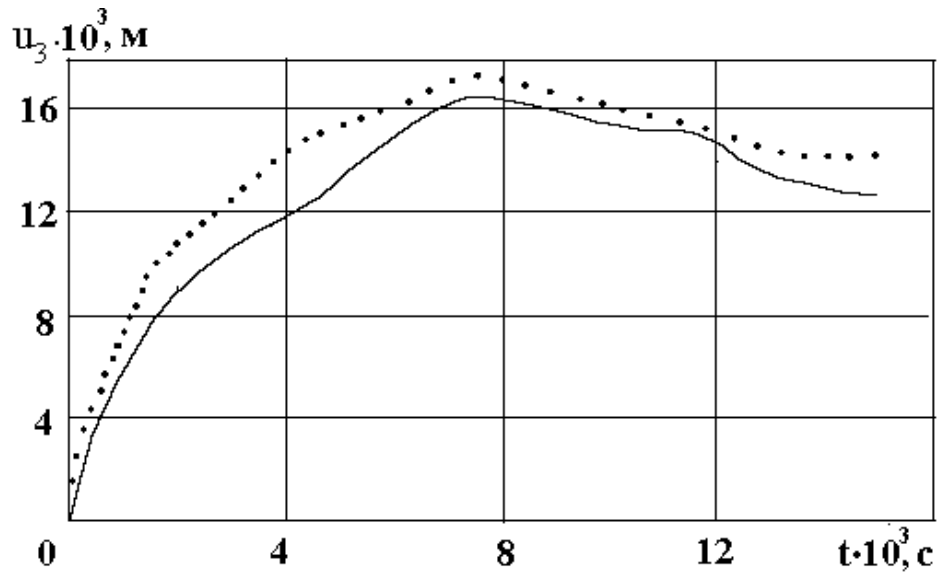


Рис. 6.1. Залежність прогину від часу в середині прольоту балки з алюмінієвого сплаву 2024 - Q. Точки - експериментальні дані, суцільна лінія - результати експерименту.

#### 6.4. Динамічна деформація підкріпленої циліндричної оболонки під дією ударного навантаження

Проведено дослідження реакції циліндричної оболонки, жорстко затисненої на кінцях і підкріпленої шпангоутами, на дію розподіленого ударного навантаження, прикладеного до її вільної поверхні.

Граничними умовами в цьому випадку є умови:

$$u_1 = u_3 = \phi_1 = 0 \quad \text{для } x = 0 \text{ і } x = L. \quad (6.79)$$

Геометричні і фізико-механічні параметри структури наступні:  $L = 2.0 \text{ м}$ ;  $R = 0.2 \text{ м}$ ;  $h = 0.01 \text{ м}$ ;  $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ;  $E_j = E$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\sigma_T = 3.17 \cdot 10^8 \text{ Па}$ ;  $g = 3.8 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $\rho = 2700 \text{ кг / м}^3$ .

Навантаження визначалося по формулі:

$$P_2(t) = A(1 - t/T) \quad \text{при } t \leq T;$$

$$P_2(t) = 0 \quad \text{при } t > T,$$

де  $A = 10^8 \text{ Па}$ ;  $T = 50 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ .

Прораховувалися варіанти для гладкої оболонки, для оболонки, підкріпленої одним ребром в точці з координатою  $x_1 = 1.0 \text{ м}$ , трьома ребрами в точках з координатами  $x_1 = 0.5$ ,  $x_2 = 1.0$  і  $x_3 = 1.5 \text{ м}$  та п'ятьма ребрами в точках з координатами  $x_1 = 0.33$ ,  $x_2 = 0.66$  і  $x_3 = 0.66$ ,  $x_4 = 1.33$ ,  $x_5 = 1.66 \text{ м}$ .

На рис. 6.2 представлена залежність прогинів від відстані в гладкій (криві 1,1') і підкріпленою (криві 2,2') оболонках. Криві без штрихів відносяться до моменту часу  $t = 0.6 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ , криві з штрихами - до моменту часу  $t = 0.9 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ .

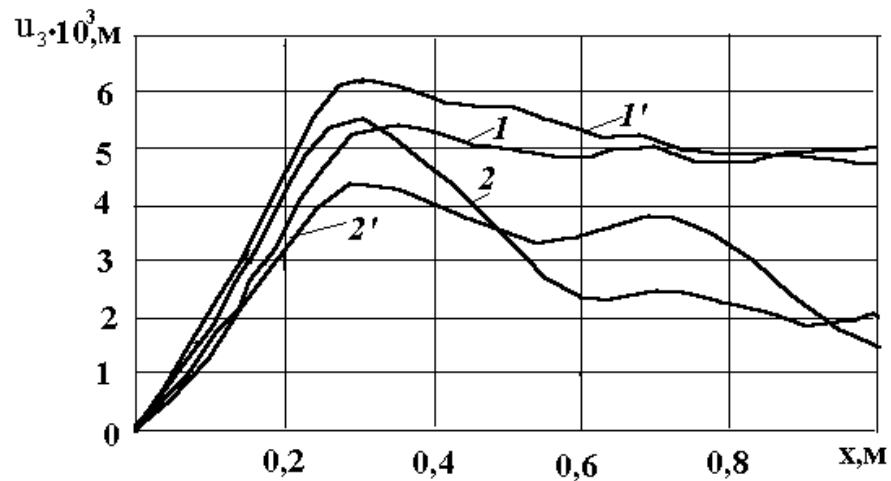


Рис. 6.2. Залежність прогинів від відстані в гладкій (криві 1,1') і підкріпленою (криві 2,2') оболонках в різні моменти часу.

З рисунку видно, що прогини в підкріпленій оболонці в різні моменти часу менше прогинів в гладкій оболонці.

На рис. 6.3 представлена залежність прогинів від часу в різних точках оболонки : 1 -  $x = 0.5$ , 2 -  $x = 0.5$ , 3 -  $x = 0.75$ , 4 -  $x = 1.0$  м (координата центру тяжіння поперечного перерізу ребра). Через симетрію задачі на рисунку приводиться половина оболонки. З цього рисунку виходить, що з віддаленням від закрапленого торця амплітуда прогинів зростає, при цьому частота появи максимумів зменшується.

Проте, найменше значення амплітуди і частоти прогинів спостерігається в точці розташування підкріплюючого ребра.

На рис. 6.4 представлені залежності прогинів від осьової координати в різні моменти часу. Криві 1,1' відповідають оболонці, підкріпленій одним ребром, криві 2,2' - оболонці, підкріпленій трьома ребрами, криві 3-3' - оболонці, підкріпленій п'ятьма ребрами. Криві без штрихів відносяться до моменту часу  $t = 0.5 \cdot 10^{-3}$  с криві з штрихами - до моменту часу  $t = 1.0 \cdot 10^{-3}$  с.

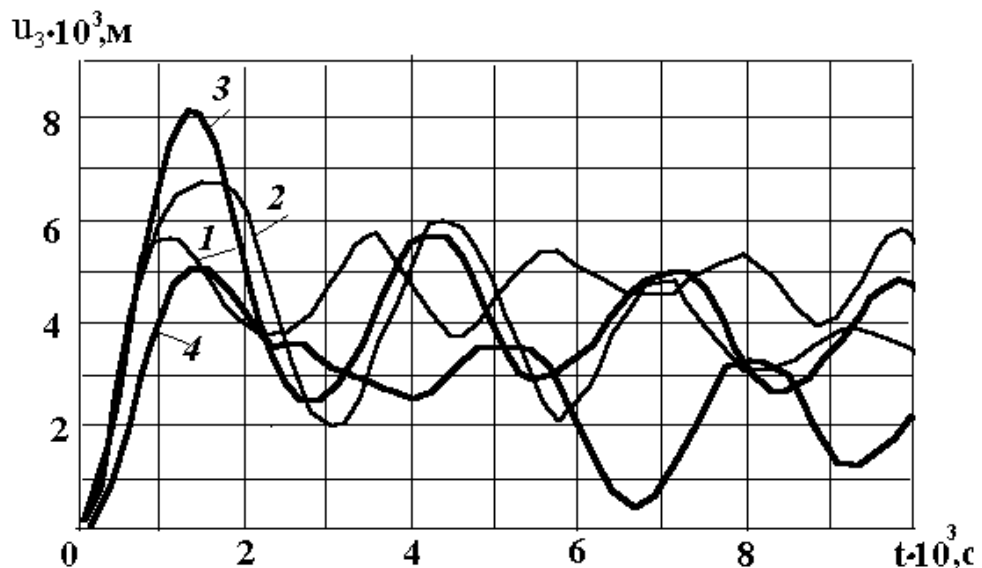


Рис. 6.3. Залежність прогинів від часу в різних точках оболонки : 1 -  $x = 0.25$ , 2 -  $x = 0.5$ , 3 -  $x = 0.75$ , 4 -  $x = 1.0$  м (координата центру тяжіння поперечного перерізу ребра).



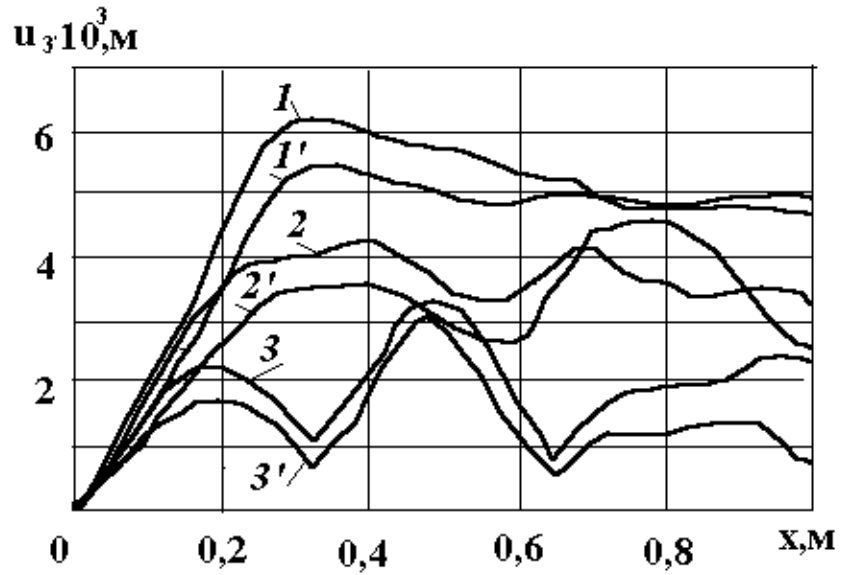


Рис. 6.4. Залежності прогинів від осьової координати в різні моменти часу.

Криві 1,1' - оболонка, підкріпленою одним ребром, криві 2,2' - оболонка, підкріпленою трьома ребрами, 3 – 3' - оболонка, підкріпленою п'ятьма ребрами від часу.

По графіків явно простежується вплив підкріплюючих елементів на величину прогинів при упруго-в'язкопластичній деформації підкріплених оболонок. Збільшення кількості підкріплюючих елементів веде до зменшення величини прогину системи. Проте, як показали результати чисельного експерименту ця закономірність справедлива не завжди.

На рис. 6.5 зображені залежності прогинів від осьової координати в оболонці, підкріпленій трьома ребрами, коли друге ребро поміщене в точку  $x = 0.5$  м, третє - в точку  $x = 1.5$  (криві 1 – 3) і коли друге в точку  $x = 0.56$  м, а третє - в точку  $x = 1.44$  м (криві 1' – 3'). При цьому перше ребро розташовувалося в точці  $x = 1.0$  м. + Криві 1 – 1' відносяться до моменту часу  $t = 0.5 \cdot 10^{-3}$  с; криві 2 – 2' - до моменту  $t = 0.75 \cdot 10^{-3}$  с; криві 3 – 3' - до моменту  $t = 1.0 \cdot 10^{-3}$  с.

З рисунку виходить, що при розміщенні ребра в точці  $x = 0.5$  м відбувається збільшення прогину системи в різні моменти часу.

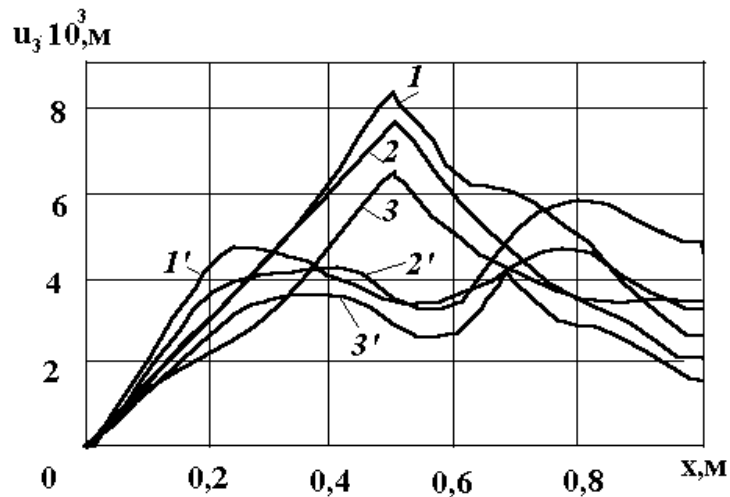


Рис. 6.5. Залежності прогинів від осьової координати в оболонці, підкріпленій трьома ребрами, коли друге ребро поміщене в точку  $x=0.5$  м, третє - в точку  $x=1.5$  (криві 1 - 3), і коли друге - в точку  $x=0.56$  м, а третє - в точку  $x = 1.44$  м (криві 1' - 3'). Перше ребро розташовувалося в точці  $x = 1.0$  м від часу.

Зміна частотних характеристик імпульсу тиску ( $T$  вибиралася рівним  $25 \cdot 10^{-6}$  і  $100 \cdot 10^{-6}$  с) не привело до зміни якісної картини явища. Проте, при незначному переміщенні ребра (у точку з координатою  $x = 0.56$  м) спостерігається зменшення прогину (криві з штрихами). Звідси витікає, що точка  $x = 0.5$  м є точкою «пучності» цієї системи, і розміщення підкріплюючих елементів в ній веде до погіршення конструктивних властивостей. Це явище, відоме для пружних систем, виявилось характерним і для упругов'язкопластичних конструкцій.

### **6.5. Взаємодія тонкої циліндричної оболонки з навколишнім ґрунтовим масивом при внутрішньому вибуховому вантаженні**

Поведінка тонкостінних оболонок при імпульсному навантаженні широко представлена в значній кількості публікацій, але питанням динамічної взаємодії оболонкових конструкцій із заповнюючими і оточуючими середовищами

приділена увага в небагатьох публікаціях. У цій роботі розглядається взаємодія тонкої циліндричної оболонки з навколишнім ґрунтовим масивом при внутрішньому вибуховому вантаженні. Ця система імітує вибух у вибуховій камері, підземному сховищі вибухових речовин, в трубопроводі, на підземній станції метро або при звільненні бурильних колон від прихватів при проведенні бурових робіт.

Розглядається пов'язане завдання для системи «оболонка – ґрунт», обумовлена зв'язаністю полів динамічних величин [408].

Математичною моделлю процесу динамічної деформації конструкції являється гіперболічна система нелінійних диференціальних рівнянь теорії оболонок типу Тимошенко, описана в розділі 6.2.

Динамічна поведінка ґрунту описується законами збереженнями кількості руху, маси і енергії (5.1) - (5.5) з рівнянням стану (2.5) - (2.14).

Початковими умовами при  $t = 0$  являються наступні

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} = \frac{\partial U_3}{\partial t} = \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = 0,$$

$$U_1 = U_2 = \phi_1 = 0,$$

$$P_2 = P_n, \rho = \rho_0 \quad \text{при } r < r_2$$

$$u = 0, P = \sigma_r = 0, \rho = \rho_2 \quad \text{при } r \geq r_2,$$

де  $\rho_0, \rho_2$  - початкова щільність оболонки і ґрунту відповідно;  $r_2$  - відстань до межі оболонки з ґрунтом;  $P_n$  - початковий тиск на оболонку.

Граничними умовами є:

1) умова неперервності нормального радіального напруження і швидкості на рухливому контакті «оболонка - ґрунт»;

2) умова "відколу": якщо в певний момент часу  $t_n$  тиск в ґрунті  $P_2 \leq P_{om}$ , то вважаємо  $P_2(t_n) = P_0$ , де  $P_{om}$  - тиск, відповідний міцності ґрунту на відрив,  $P_0$  - атмосферний тиск.

Для вирішення початковий - крайовий завдання записувалося в кінцево-різницевому виді з використанням схеми другого порядку точності по просторовій і часовій координатам типу хрест [39]. Стійкість розв'язку забезпечувалася вибором кроку за часом з умовою стійкості типу Куранта.

Розрахунки проводилися для оболонки радіусом  $R = 0.2 \text{ м}$ , завтовшки  $h = 0.001 \text{ м}$  і наступними фізико-механічними параметрами :  $E = 7 \cdot 10^{10} \text{ Па}$ ;  $\sigma_T = 3.17 \cdot 10^8 \text{ Па}$ ;  $\nu = 0,3$ ;  $\rho_0 = 2700 \text{ кг/м}^3$ ;  $D = 6500$ ;  $n = 0.25$ . Навантаження на внутрішню поверхню оболонки визначалося по формулі:  $P_2 = P_n(1 - t/T)$  при  $t \leq T$ ,  $P_2 = 0$  при  $t > T$ ,  $P_n = 10^8 \text{ Па}$ ,  $T = 50 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ .

Фізико - механічні характеристики лесового ґрунту були наступними:  $\rho_2 = 1920 \text{ кг/м}^3$ ;  $\rho_2 c_s^2 = 3 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $k = -1.2 \cdot 10^7 \text{ Па}$ ;  $\gamma_s = 6$ ,  $\gamma_D = 8$ ,  $\gamma_{SR} = 7$ ;  $\eta_D = 500 \text{ Па/с}$ ;  $\rho_0 c_D^2 = 3.67 \cdot 10^9 \text{ Па}$ .

Залежність середнього гідростатичного тиску на внутрішню поверхню оболонки від часу показана на рис.6.6.

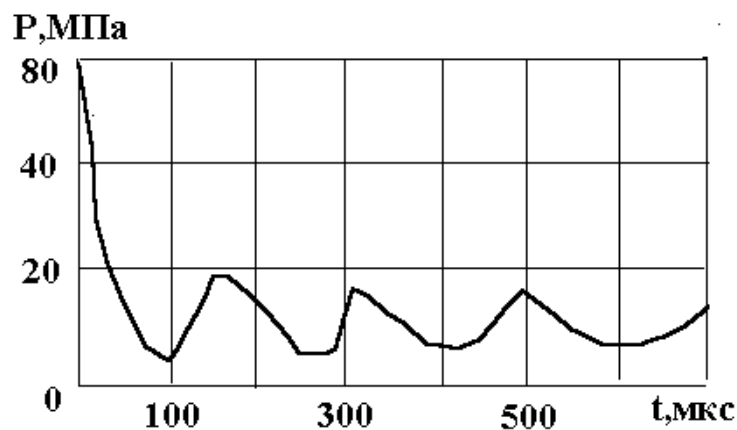


Рис. 6.6. Залежність тиску на внутрішню поверхню оболонки від часу.

На рис.6.7 представлені залежності контактної тиску ґрунту на оболонку (крива 1) і деформації оболонки  $\varepsilon_{11}$  (крива 2) від часу. З рисунків видно, що залежність тиску на внутрішню поверхню оболонки носить аперіодичний затухаючий в часі коливальний характер, обумовлений дисипацією енергії, що йде на пластичні деформації конструкції.

У ґрунті тиск змінюється пікоподібно, причому, є ділянки нульового тиску, відповідні відколюваним явищам ґрунту. Ці дії тиску на внутрішню і зовнішню поверхню оболонки призводять до коливань деформації в часі при її зростанні.

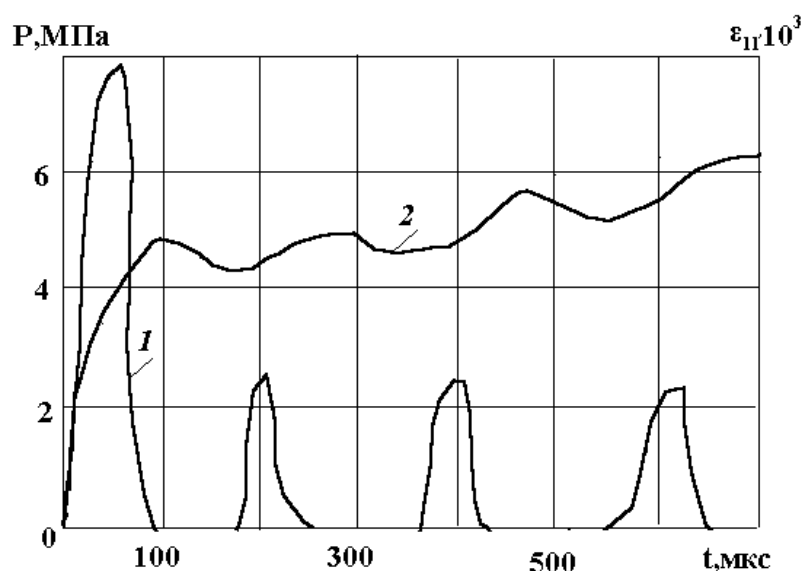


Рис.6.7. Залежність контактної тиску ґрунту на оболонку (крива 1) і деформації оболонки  $\varepsilon_{11}$  (крива 2) від часу.

На рис. 6.8 показана динаміка розвитку проміжку між серединною поверхнею оболонки і межею ґрунту, що відірвався. З малюнка виходить, що з часом проміжок здійснює коливальні рухи, проте, величина його збільшується.

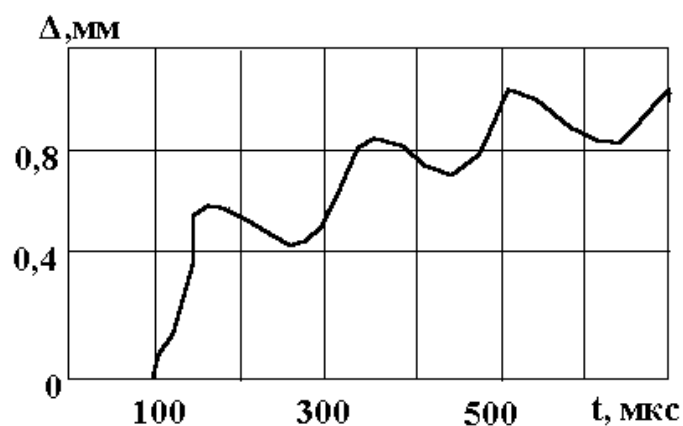


Рис.6.8. Динаміка розвитку проміжку між оболонкою і ґрунтом.

Таким чином, розроблена ефективна методика на основі сучасних модельних представлень конструкцій і ґрунтових середовищ і розвитку чисельних методів для розрахунку динамічної взаємодії складних поліагрегатних систем, що дозволяє детально вивчати хвилові процеси в таких системах при вибухових і ударних навантаженнях.

### **6.6. Нестационарна взаємодія циліндричної оболонки з ударними хвилями при вибуху сферичного заряду в ґрунтовому масиві**

При веденні буропідривних робіт в ґрунтах і гірських породах поблизу різних тонкостінних конструкцій (газо- і нафтопроводи, лінії метро, підземні сховища, міські комунікаційні споруди, тощо) виникає проблема взаємодії ударних і сейсмічних хвиль з цими конструкціями. Математичне моделювання процесів нелінійної взаємодії ударних хвиль з оболонковими структурами призводить до початково-крайових завдань високої складності. До теперішнього часу вирішений ряд подібних завдань, заснованих на спрощених припущеннях про моделі взаємодіючих середовищ.

Досліджуємо взаємодію сферичної ударної хвилі з круговою циліндричною оболонкою в ґрунтовому масиві [409, 410].

Розглядається вибух сферичного заряду вибухової речовини (ВВ) в ґрунтовому масиві радіусу  $r_0$ , розташований на відстані  $r_l$  від тонкостінної порожнистої кругової циліндричної оболонки нескінченної довжини. Вважається, що детонація заряду відбувається за схемою миттєвою хвилевою. До моменту досягнення головної ударної хвилі зовнішньої поверхні оболонки рух продуктів детонації і ґрунту є одновимірним. Тому їх рух описується в сферичній Лагранжевій системі координат у виді (3.39) - (3.43).

Рух продуктів детонації і ґрунту після початку взаємодії хвилі з оболонкою стає двовимірним. Слід зазначити, що поставлене завдання на цьому етапі по суті є тривимірним. Проте, з експериментальних досліджень відомо, що при значній віддаленості заряду від оболонки і досить великому відношенні довжини оболонки до її радіусу, коректно розглядати плоску задачу взаємодії оболонки з ударною хвилею. Введемо декартову систему координат таким чином, що вісь циліндра проходить через точку  $o$  перпендикулярно площини  $roz$ , а вісь  $oz$  спрямована по ходу поширення хвилі. Тоді через симетрію відносно  $oz$  розв'язок шукається у верхній напівплощині. Рівняння руху ПД і ґрунту в цьому випадку матимуть вигляд (5.1) - (5.4).

Ґрунт моделюється твердим пористим багатоконпонентним в'язкопластичним середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості, рівняння об'ємного стискування і розвантаження якої має вид (2.5) (5.5).

Умова пластичності ґрунту прийнята у вигляді рівняння Мизеса - Боткіна.

Поведінка продуктів детонації описується двочленною ізентропою.

Поведінка оболонки вивчається у рамках геометрично нелінійній теорії оболонок типу Тимошенко і диференціальної теорії пластичності з лінійним кінематичним зміцненням, розглянутою раніше.

У початковий момент часу ґрунт вважається незбуреним при постійній щільності  $\rho_0$  і тиску  $P_0$ . Продукти детонації мають однакову щільність  $\rho_n$  рівну щільності ВВ і тиск  $P_n$ .

Початковими умовами для двовимірної задачі служить розподіл параметрів динамічних величин в ґрунті, отриманих з розв'язку одновимірної задачі на момент виходу ударної хвилі на зовнішню поверхню оболонки. Початковий стан оболонки вважається ненапруженим.

Граничними умовами є:

- 1) у центрі заряду швидкість дорівнює нулю;
- 2) умова безперервності нормальної радіальної напруги і нормальних швидкостей на рухливих контактах «продукти детонації - ґрунт» і «ґрунт - оболонка»;

умова "відколу", якщо в певний момент часу  $t_n$  тиск в ґрунті  $P_e \leq P_{om}$ , то вважаємо  $P_e(t_n) = P_0$ , де  $P_{om}$  - тиск, що характеризує міцність ґрунту на відрив,  $P_0$  - атмосферний тиск.

Для вирішення початково-крайової задачі система диференціальних рівнянь записувалась в кінцево-різницевого виді з використанням схеми другого порядку точності по просторовій і часовій координатам типу «хрест». Стійкість розрахунку забезпечувалась вибором кроку за часом відповідно до умови стійкості типу Куранта. Розв'язок, отриманий на стадії одновимірного руху ПД і ґрунту інтерполювався на двовимірну сітку.

Як приклад розглядалась задача взаємодії нескінченно довгої циліндричної оболонки з сферичною ударною хвилею в глинистому масиві. Радіус сферичного заряду складав  $r_0 = 0.1$  м, центр його розташовувався на відстані  $r_1 = 1.25$  м від лобової точки оболонки. За ВР був вибраний литий тротил. Параметри оболонки були наступними: радіус -  $R = 0.2$  м; товщина -  $h = 0.001$  м; модуль Юнга -  $E = 7 \cdot 10^{10}$  Па; межа плинності -  $\sigma_T = 3.17 \cdot 10^8$  Па; коефіцієнт Пуассона -  $\nu = 0.3$ ; початкова щільність  $\rho_{об} = 2700$  кг/м<sup>3</sup>; модуль зміцнення  $g = 2.83 \cdot 10^9$  Па.



Фізико-механічні характеристики глинистого ґрунту вибиралися як в роботі [164].

Залежність максимального напруження  $\sigma_r$  залежно від часу наведено на рис. 6.9. Чорні точки і суцільна лінія (1) відповідає експериментальним даним, штрих-пунктирна (2) - розрахунку. З аналізу рисунку видно, що відхилення розрахункових і експериментальних даних не перевищує 13%, що, враховуючи реальний розкид даних експерименту і погрішність чисельного розрахунку, вказує на їх хорошу відповідність.

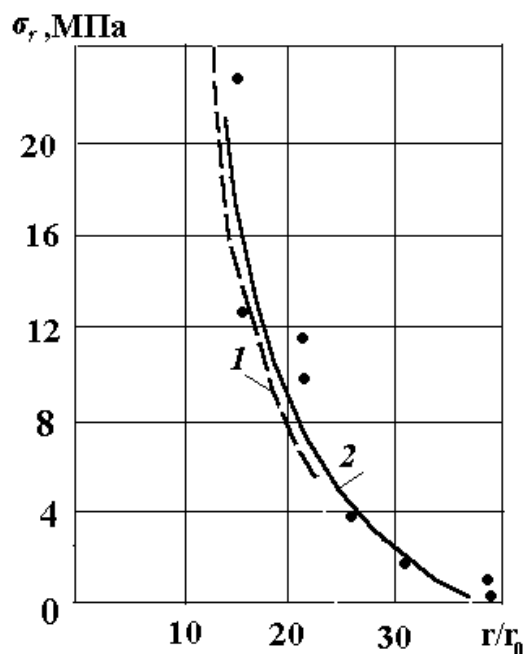


Рис. 6.9. Залежність максимального напруження  $\sigma_r$  від часу: точки і лінія (1) - експериментальні дані, лінія (2) - розрахунок.

На рис. 6.10 зображена залежність тиску (крива 1) і прогину (крива 2) від часу на серединній поверхні в лобовій точці оболонки.

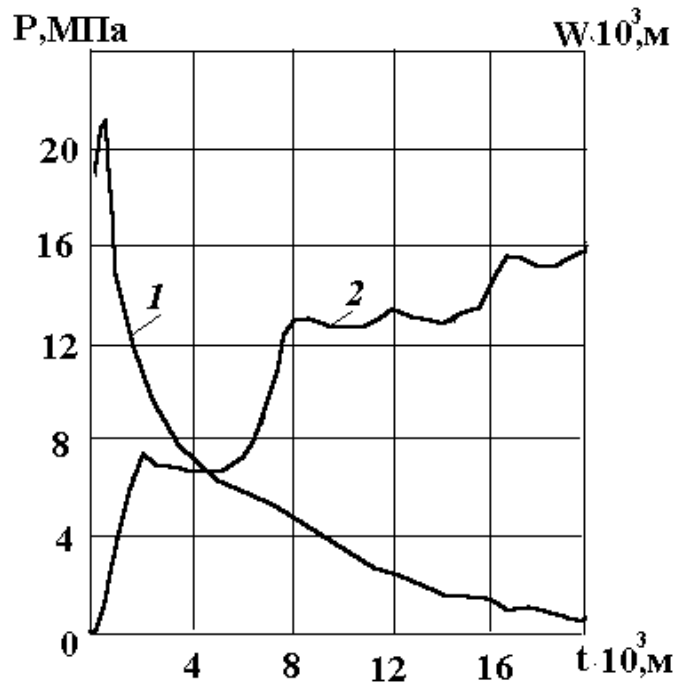


Рис. 6.10. Залежність тиску (крива 1), прогину (крива 2) від часу на серединній поверхні в лобовій точці оболонки.

З рисунку виходить, що хоча тиск на оболонку з часом падає, прогин в лобовій точці росте. Це пояснюється тим, що поведінка оболонки є пружнопластичною, оскільки тиск в хвилі, що падає, викликає в лобовій точці оболонки напруження, що перевищує її межу пружності, і спричиняють пластичні деформації, які можуть викликати руйнування оболонки при такому близькому розташуванні заряду.

### 6.7. Динамічна поведінка шаруватої циліндричної оболонки в ґрунтовому масиві при вибуховому навантаженні

Технології, засновані на використанні енергії вибуху широко застосовуються в різних галузях народного господарства України, у тому числі при проведенні спеціальних вибухових робіт, таких як руйнування будівель, фундаментів, труб, висотних антенних конструкцій, а також шахт пускових установок ракет (ШПУ) за програмою "Старт - 1". Це пояснюється такими

вимогами практики, як здешевлення робіт, їх інтенсифікація і ресурсозбереження. Вибухові роботи часто ведуться на об'єктах, що знаходяться близько до населених пунктів (в деяких випадках безпосередньо в населених пунктах і містах), а супроводжуючі їх сейсмічні коливання впливають на прилеглі об'єкти, що охороняються, і можуть викликати небезпечні дії на них.

У зв'язку з цим на місцях проведення вибухових робіт завжди виникає завдання розрахунку параметрів таких робіт, що забезпечують руйнування знищуваних об'єктів з одночасним забезпеченням сейсмобезпеки об'єктів, що охороняються.

Результати досліджень і дані практичних спостережень, що ведуться упродовж багатьох років, показують, що вирішення проблеми подальшого використання таких оперативних методів демонтажу непотрібних об'єктів з одночасним збереженням існуючих поруч промислових, цивільних і природних об'єктів багато в чому залежить від забезпечення сейсмобезпеки ведення вибухових робіт.

Нині є значне число публікацій по теоретичному і експериментальному дослідженню характеристик вибухових процесів в ґрунтах, гірських породах, кар'єрах, шахтах і інших середовищах. Проте, вибухова дія зарядів ВР на шахти пускових установок (ШПУ), що є об'єктами з наявністю циліндричної металеві оболонки із заповнювачем, розташованими в земній корі, практично не вивчено. Крім того, існуючі нормативні документи, у тому числі і "Єдині правила безпеки, при вибухових роботах" не відображують явища, що відбуваються при вибухових навантаженнях, і не можуть бути використані в практичних цілях. Знищення шахт пускових установок із застосуванням енергії вибуху на території України, окрім сейсмічної дії на оточуючі цивільні і природні об'єкти, пов'язано з такими небезпечними явищами, як розліт шматків металу і породи, а також з дією ударно-повітряної хвилі.

Тому дослідження процесів деформації шаруватих оболонок в ґрунтовому масиві під дією вибухових навантажень має велике наукове і практичне значення.

У роботі ШПУ моделюється шаруватою оболонкою завдовжки  $l$  з внутрішнім радіусом  $r_1$  і зовнішнім радіусом  $r_2$  у ґрунтовому масиві (рис. 6.11). Вважається, що перший і п'ятий шари оболонки шириною  $\Delta h$  виконані з металу, а внутрішній шар шириною  $r_2 - r_1 - 2 \cdot \Delta h$  - з бетону. При розв'язуванні задачі замість серії шпурових зарядів, що закладаються в отвори, що вибурюються в бетонному шарі по кільцю, розглядався суцільний щільний заряд циліндричної форми по усій довжині оболонки в середній частині бетонного шару з внутрішнім радіусом  $r_3$  шириною  $\Delta h_1$  (рис. 6.11).

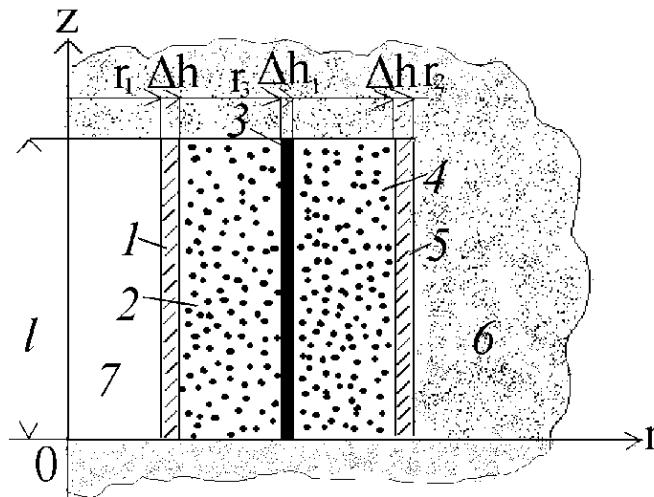


Рис. 6.11. Елемент конструкції ШПУ : 1, 5 - металеві і 2, 4 - бетонні шари оболонки; 3 - щільний заряд; 6 - ґрунтовий масив.

Вважається, що заряд вибухової речовини (ВР) детонує миттєво, в усьому його об'ємі продукти детонації (ПД) мають однакову щільність  $\rho_n$ , рівну початковій щільності ВР, і тиск  $P_n$ .

У циліндричній системі координат  $r, z$  циліндричний об'єм виходить в результаті обертання прямокутника із сторонами  $l$  і  $r_2$  навколо осі  $z$ . Рівняння руху для даних середовищ у рамках механіки суцільного середовища циліндричної симетрії мають вигляд:

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}^{(i)}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}^{(i)}}{r} = \rho^{(i)} \frac{du^{(i)}}{dt}, \quad (6.85)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial \sigma_{zz}^{(i)}}{\partial r} + \frac{\sigma_{zz}^{(i)} - \sigma_{\theta\theta}^{(i)}}{r} = \rho^{(i)} \frac{dw^{(i)}}{dt}, \quad (6.81)$$

$$\frac{1}{V^{(i)}} \frac{dV^{(i)}}{dt} = \frac{\partial u^{(i)}}{\partial z} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial r} + \frac{w^{(i)}}{r}, \quad V^{(i)} = \frac{\rho_0^{(i)}}{\rho^{(i)}}, \quad (6.82)$$

$$u^{(i)} = \frac{dz}{dt}, \quad w^{(i)} = \frac{dr}{dt}, \quad (6.83)$$

$$\sigma_{zz}^{(i)} = S_{zz}^{(i)} - P^{(i)}, \quad \sigma_{rr}^{(i)} = S_{rr}^{(i)} - P^{(i)}, \quad \sigma_{rr}^i = S_{rr}^{(i)} - P^{(i)}, \quad (6.84)$$

$$P^{(i)} = \frac{1}{3} (\sigma_{rr}^{(i)} + \sigma_{\theta\theta}^{(i)} + \sigma_{zz}^{(i)}), \quad (6.85)$$

де  $\sigma_{rr}^{(i)}, \sigma_{\theta\theta}^{(i)}, \sigma_{zz}^{(i)}, S_{rr}^{(i)}, S_{\theta\theta}^{(i)}, S_{zz}^{(i)}$  - компоненти тензора і девіатора тензора напруження (причому для продуктів детонації  $S_{rr}^{(i)} = S_{\theta\theta}^{(i)} = S_{zz}^{(i)} = 0$ );  $\tau_{rz}$  - дотичне напруження,  $\rho_0^{(i)}, \rho^{(i)}$  - початкова і поточна щільності середовищ,  $t$  - час,  $i = 1 \dots 6$  відповідає різним середовищам (рис.6. 11).

Товстостінна шарувата ( $i = 1, 2, 4, 5$ ) оболонка розглядається як ідеальне пружнопластичне середовище з умовою плинності Мізеса (4.6) - (4.8). Оболонка вважається зруйнованою, якщо в ній виконується критерій руйнування Тейлора [413], а саме: коли в ній усюди діє розтягуюче напруження  $\sigma_{\theta\theta} > 0$ .

Рівняння стану продуктів детонації прийняте у виді (3.6) - (3.11).

Ґрунт моделюється твердим пористим багатокомпонентним середовищем із змінним коефіцієнтом об'ємної в'язкості.

Початковими умовами задачі є наступні:

для шаруватої оболонки і ґрунту (при  $i = 1, 2, 4, 5, 6$ )

$$u^{(i)} = 0, w^{(i)} = 0, P^{(i)} = 0, \rho^{(i)} = \rho_0^{(i)}, \quad (6.86)$$

для продуктів детонації ( $i = 3$ )

$$u^{(i)} = 0, w^{(i)} = 0, P^{(i)} = P_n, \rho^{(i)} = \rho_n^{(i)}. \quad (6.87)$$

Передбачається, що між шарами оболонки забезпечується жорстке скріплення без натягу по усі поверхні контакту.

Граничні умови формулюються для кожної поверхні, що обмежує області з певними характеристиками середовищ :

1) на контактних поверхнях між продуктами детонації і оболонкою (при  $i = 3$ )

$$w^{(i)} = w^{(i\pm 1)}, -P^{(i)} = (\sigma_{rr})^{(i\pm 1)}, (\tau_{rz})^{(i)} = 0; \quad (6.88)$$

2) на контактних поверхнях між шарами оболонки і шаруватою оболонкою і ґрунтом ( $i = 1, 4, 5; i+1 = 2, 5, 6$  відповідно)

$$u^{(i)} = u^{(i+1)}, (\sigma_{rr})^{(i)} = (\sigma_{rr})^{(i+1)};$$

$$w^{(i)} = w^{(i+1)}, (\tau_{rz})^{(i)} = (\tau_{rz})^{(i+1)}; \quad (6.89)$$

3) на внутрішній вільній поверхні оболонки при  $r = r_1$

$$\sigma_{rr} = \tau_{rz} = 0; \quad (6.90)$$

4) на контактних поверхнях "торець оболонки - ґрунт" при  $z = 0, z = l (i = 1 \dots 5)$

$$u^{(i)} = u^{(6)}, (\sigma_{zz})^{(i)} = (\sigma_{zz})^{(6)}, (\tau_{rz})^{(i)} = (\tau_{rz})^{(6)} = 0. \quad (6.91)$$

Для розв'язування поставленої задачі використовувався кінцево-різницький метод в рухливих лагранжевих змінних з використанням лінійно-квадратичної штучної в'язкості. Застосовувалася модифікована кінцево-різницька схема типу "хрест" з рухливою сіткою, що розширюється у міру поширення хвиль в середовищах. Для досягнення цього у кінці кожного обчислювального циклу проводилася перевірка умови досягнення тиску в пружному передвіснику деякого значення  $P = P_0 + 0.01P_0$  (де  $P_0$  - атмосферний тиск). Якщо ця умова виконувалася в деякому осередку, то розрахункова область збільшувалася в цьому напрямі на один шар, в якому задавалися початкові параметри незбуреного середовища.

При розв'язуванні задачі геометричні розміри оболонки були наступними:  $l=0.9, r_1 = 2.1, r_2 = 4.1, r_3 = 3.35, \Delta h = 0.04, \Delta h_1 = 0.012 \text{ м}$ .

В якості матеріалу оболонки використовувалася сталь з такими фізико-механічними характеристиками:  $\rho_1 = 7800 \text{ кг/м}^3, C_0 = 5600 \text{ м/с}, \gamma_m = 2.73, Y = 6.5 \cdot 10^8 \text{ Па}, \mu = 90 \cdot 10^9 \text{ Па}$ .

Внутрішній шар оболонки був виконаний з бетону марки В25, що має наступні фізико, - механічні параметри:  $\rho_2 = 2300 \text{ кг/м}^3, C_0 = 4200 \text{ м/с}, \gamma_m = 1.87, Y = 3.2 \cdot 10^7 \text{ Па}, \mu = 6.7 \cdot 10^9 \text{ Па}$ .

За ВР вибиралися литий тротил і амоніт 6-ЖВ. Характеристики тротилу були наступними:  $P_n = 9.6 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $\rho_n = 1600 \text{ кг/м}^3$ ,  $Q = 4.87 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ ,  $N=3.12$ ;  $\gamma = 0.25$   $D=6440 \text{ м/с}$ ,  $A = 0.884 \text{ Па(кг/м}^3)^{-n}$ ,  $B = 0.623 \cdot 10^5 \text{ Па(кг/м}^3)^{-\gamma}$ . Для амоніту 6-ЖВ :  $P_n = 3.248 \cdot 10^9 \text{ Па}$ ,  $\rho_n = 1000 \text{ кг/м}^3$ ,  $Q = 4.313 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}$ ,  $n=1.973$ ;  $\gamma = 0.25$ ,  $D=4340 \text{ м/с}$ ,  $A = 4.33 \cdot 10^3 \text{ Па(кг/м}^3)^{-n}$ ,  $B = 0.583 \cdot 10^5 \text{ Па(кг/м}^3)^{-\gamma}$ .

На рисунках 6.12 - 6.14 представлені хвилі напружень  $\sigma_{rr}, \sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$  відповідно, що виникають в перерізі  $\theta = 0, z = l/2$  при вибуху заряду амоніту 6-ЖВ в різні моменти часу: крива 1 -  $t = 2.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ , 2 -  $t = 30 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ , 3 -  $t = 54.7 \cdot 10^{-6} \text{ с}$ . Штрихові лінії межах розділу різних середовищ.

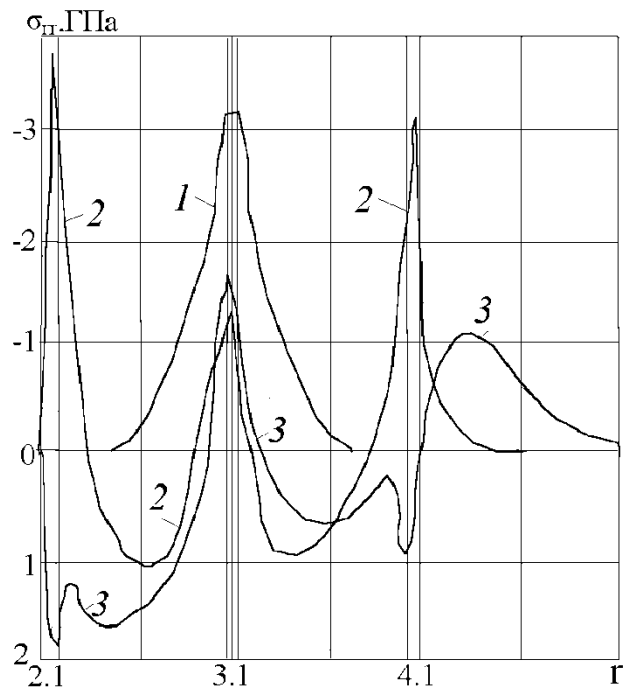


Рис.6.12. Залежність напруження  $\sigma_{rr}$  від відстані в різні моменти часу при вибуху заряду амоніту 6-ЖВ.

З рисунків випливає, що хвиля стискання, досягнувши металевих шарів оболонки, значно збільшує свою амплітуду, і, відбившись від щільніших шарів,



викликає відкольні явища і розущільнення бетонних шарів (крива 2). При проходженні хвиль через стик матеріалів спостерігаються скачки напруги  $\sigma_{\theta\theta}, \sigma_{zz}$  (криві 2 і 3 на мал. 6.13, 6.14). У наступному (крива 3) розтягуюче напруження виникає і в металевих шарах оболонки, викликаючи їх руйнування. При виході хвилі в ґрунтовий масив відбувається значне падіння її амплітуди, оскільки ґрунт має меншу акустичну жорсткість в порівнянні з оболонкою.

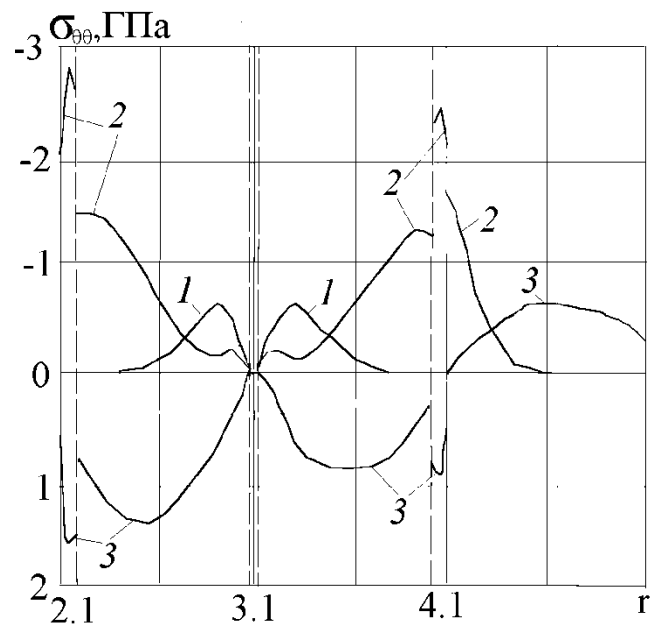


Рис. 6.13. Залежність напруження  $\sigma_{\theta\theta}$  від відстані в різні моменти часу при вибуху заряду амоніту 6-ЖВ.

Наявність пористості і в'язких властивостей в ґрунті також сприяє зменшенню параметрів ударних хвиль. Також можна відмітити, що з цієї миті відбувається відхилення хвильового процесу від симетричного відносно заряду ВР, оскільки частина енергії на межі з ґрунтом передається останньому, що спричиняє за собою зменшення значень напружень в оболонці.

В результаті цього внутрішні шари оболонки руйнуються інтенсивніше, тому при такій величині заряду ВР шарувата оболонка виявляється повністю зруйнованою.

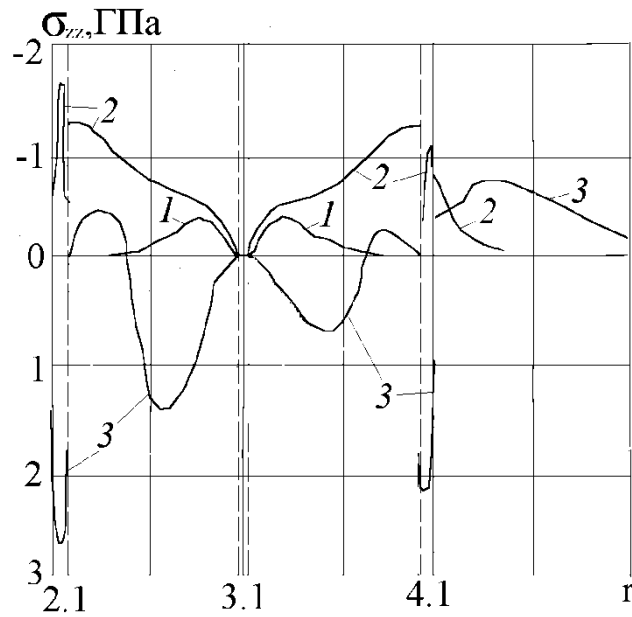


Рис. 6.14. Залежність напруження  $\sigma_{zz}$  від відстані в різні моменти часу при вибуху заряду 6 ЖВ.

На рис. 6.15 зображена залежність напруження  $\sigma_{rr}$  від відстані в різні моменти часу при вибуху тротилу. Нумерація кривих відповідає різним значенням часу 1 -  $t = 1.8 \cdot 10^{-6}$  с, 2 -  $t = 25 \cdot 10^{-6}$  с, 3 -  $t = 44.8 \cdot 10^{-6}$  с. Крива 3' відповідає часу  $t = 44.8 \cdot 10^{-6}$  с при вибуху щілинного заряду шириною 0.006 м.

З рисунку виходить, що при вибуху заряду тротилу спостерігаються хвилеві процеси, аналогічні розглянутим вище, але оскільки детонаційні характеристики його вище, то і амплітудні характеристики процесу в оболонці виявляються значно вище, і протікають з більшою швидкістю.

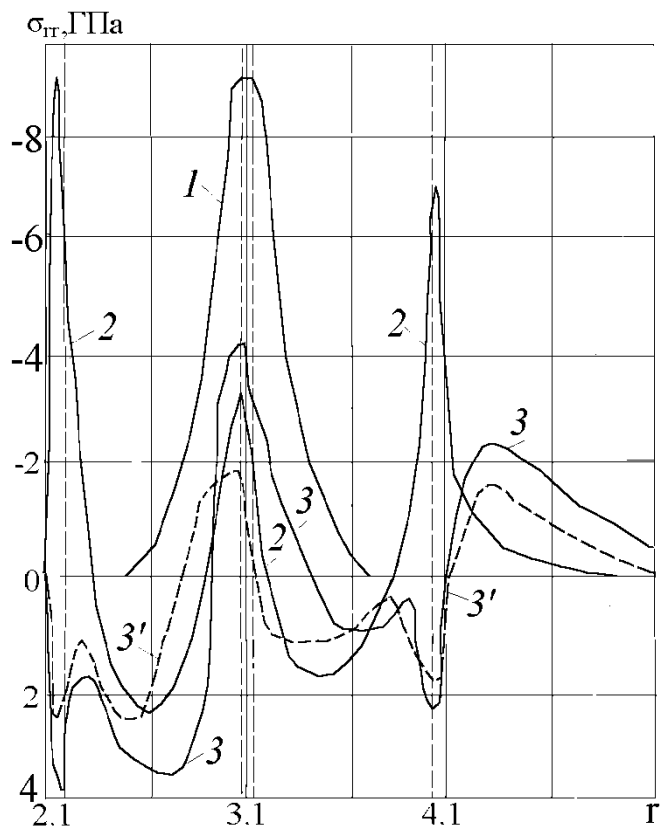


Рис.6.15. Залежність напружень  $\sigma_{rr}$  від відстані в різні моменти часу при вибуху тротилу.

З результатів чисельного рахунку витікає, що для руйнування цієї оболонки можна зменшити ширину щілинного заряду з 0.012 м до 0.006 м, що відповідає зменшенню питомої витрати ВР з  $6.48 \text{ кг} / \text{м}^3$  (для амоніту 6-ЖВ) до  $5.18 \text{ кг} / \text{м}^3$  (для тротилу), що дозволить значно понизити сейсмічне навантаження і вартість проведення вибухових робіт. На рис 6.16 показана в логарифмічних координатах залежність максимальної швидкості  $w$  від відстані в перерізі  $\theta = 0, z = l/2$  при вибухах амоніту 6-ЖВ (крива 1) і тротилу (крива 2).

З рисунку виходить, що в ближній до епіцентру вибуху зоні велика швидкість досягається при вибуху заряду тротилу, а з видаленням - при вибуху амоніту 6-ЖВ. Це пояснюється наступним.

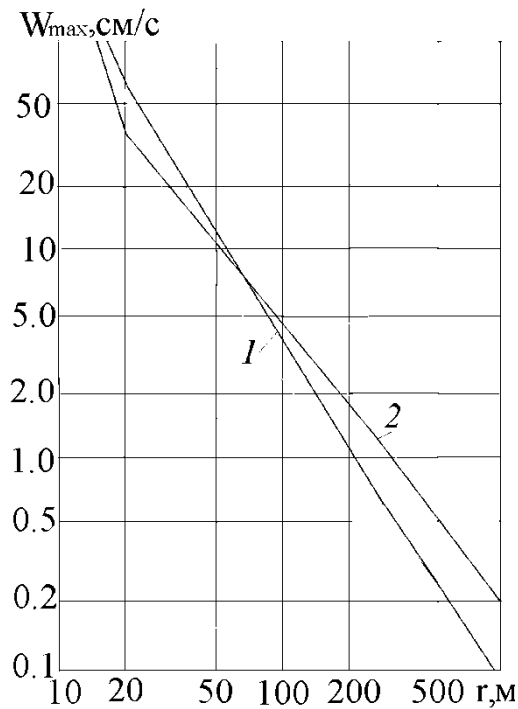


Рис. 6.16. Залежність максимальної швидкості  $w$  від відстані при вибухах амоніту 6-ЖВ (крива 1) і тротилу (крива 2).

Як відомо з попередніх досліджень [164], хоча тротил має вищі детонаційні характеристики, циліндричні вибухові хвилі, що виникають при вибухах зарядів тротилу затухають швидше, ніж при вибухах амоніту 6-ЖВ. При цьому в спектрі вибухових хвиль ВВ з високими детонаційними властивостями значна частина енергії переноситься високочастотними складовими, а в спектрі ВВ з нижчими детонаційними властивостями - низькочастотними складовими.

З результатів досліджень [414 - 415] відомо також, що разом із застосуванням методу короткоуповільненого підривання перспективним є шлях зменшення сейсмонебезпеки промислових вибухів шляхом дії на формування хвильового спектру, який має мінімальне енергетичне навантаження на небезпечних частотах. Зазвичай для будівель і споруд небезпечною є довгоперіодична складова спектру сейсмоколиваний, що обумовлене їх домінуючою низькою частотою (1 - 7 Гц). Руйнування в цьому випадку

відбуваються в результаті збігу сейсмоколивань з власною частотою коливань фундаментів об'єкту.

Звідси можна зробити висновок про перевагу використання тротилу в порівнянні з амонітом 6-ЖВ, оскільки спектр вибухових хвиль тротилу характеризується вищими частотами.

Для жорстко скріплених сталевих конструкцій або будівель і споруд із збірного залізобетону може представляти небезпеку і високочастотний спектр сейсмоколивань. Проте, тому, що енергія високочастотних коливань із збільшенням відстані поглинається середовищем. Високочастотна складова спектру затухає поблизу сеймовипромінювача і серйозної небезпеки не представляє.

Оскільки залежності максимумів швидкості від відстані в логарифмічних координатах лінійні (рис. 6.16), були побудовані аналітичні залежності степеневого виду

$$U_m = K_1 \left( \frac{K_2}{r} \sqrt{\pi \rho_{BB}} \right)^\mu. \quad (6.92)$$

Ці залежності для цих умов підривання щілинного заряду в тришаровій оболонці, розташованій в глинистому ґрунті, для відстаней  $r \geq 20$  м мають наступний вигляд:

для тротилу

$$U_m = 1.01 \left( \frac{0.2}{r} \sqrt{\pi \cdot 1600} \right)^{1.6726} = 1.01 \left( \frac{8}{r} \sqrt{\pi} \right)^{1.6726},$$

для амоніту 6-ЖВ

$$U_m = 3.948 \left( \frac{0.2}{r} \sqrt{\pi \cdot 1000} \right)^{1.325} = 1.348 \left( \frac{2}{r} \sqrt{\pi} \right)^{1.325}.$$

Ці дослідження були використані при розрахунках параметрів вибухових хвиль, утворених від вибуху циліндричного заряду в циліндричній шаруватій оболонці, які увійшли до методики оцінки сейсмічної дії при руйнуванні ШПУ в Миколаївській і Кіровоградській областях [416].

Використання результатів досліджень дозволило до проведення вибухових робіт визначити масу заряду, необхідну для отримання потрібної порушенності тіла шахт з одночасним забезпеченням сейсмонебезпеки розташованих навкруги ШПУ об'єктів і нормальної психологічної обстановки населення.

Так, наприклад, в Кіровоградській області найближче до ШПУ село Андріївка знаходилося в зоні 500 м від епіцентру вибуху. Розраховані по формулах (6.92) максимальні швидкості при цьому не перевищувала 0.26 см/с для тротилу і 0.56 см/с для амоніту 6-ЖВ. Допустимий рівень сейсмоколивань технічного стану житлових і адміністративних будівель села склав 0.5 см/с. Тому для руйнування ШПУ використовувалося ВВ тротил, яке забезпечує сейсмонезбезпеку об'єкту (рівень, що реалізовується, менше 0.5 см/с), що охороняється.

Таким чином, з проведених досліджень можна зробити наступні висновки.

Сформульований клас двовимірних осесиметричних задач нестационарної взаємодії оболонкових конструкцій з оточенням і ґрунтовими середовищами, що заповнюють їх, при одночасному обліку нелінійних чинників таких, як кінцеві зміщення і деформації тонкостінних елементів конструкцій; безповоротні деформації в елементах конструкцій; ударні хвилі високої інтенсивності в середовищах; багатокомпонентний склад, в'язкопластичні властивості, безповоротність об'ємних деформацій ґрунту; постановка контактних умов на нестационарних поверхнях.

Розроблена методика чисельного рішення в пов'язаній постановці двовимірних нелінійних завдань нестационарної взаємодії тонкостінних гладких і підкріплених елементів конструкцій із стискуваними середовищами. Методики ґрунтуються на варіаційно-різницевому методі рішення завдань динаміки

в'язкопластичного середовища і оболонкової конструкції в лагранжевих змінних в рухливих сітках. Запропоновані різницеві співвідношення для апроксимації диференціальних рівнянь руху елементів конструкцій і середовищ.

Проведено дослідження реакції циліндричної гладкої і підкріпленої шпангоутами оболонки, жорстко затисненої на кінцях, на дію розподіленого ударного навантаження, прикладеного до її поверхні. Встановлено, що прогини в підкріпленій оболонці в різні моменти часу менше прогинів в гладкій оболонці. Збільшення кількості підкріплюючих елементів веде до зменшення величини прогинів системи. Показано, що в системі «Оболонка - підкріплюючі елементи» існують певні точки, при приміщенні ребра в які відбувається збільшення прогину системи в різні моменти часу. При незначному зміщенні розташування ребра спостерігається зменшення прогинів. Ці точки є точками «пучності» системи. Для поліпшення конструкційних властивостей системи необхідно проводити попередні розрахунки динамічної поведінки оболонки при конкретному розташуванні підкріплюючих елементів.

У пов'язаній постановці вирішено завдання про взаємодію тонкої циліндричної оболонки з навколишнім ґрунтовим масивом при внутрішньому вибуховому навантаженні. Встановлені закономірності динамічної поведінки оболонки і ґрунту. Показано, що поведінку тиску на внутрішню поверхню оболонки носить аперіодичний затухаючий в часі характер, обумовлений дисипацією енергії, що йде на пластичну деформацію оболонки, при цьому деформація її коливається в часі при зростанні її амплітуди. У ґрунті тиск змінюється пікоподібно, є ділянки нульового тиску, відповідні відкольним явищам ґрунту, які спричиняють за собою появу і зростання величини проміжку між поверхнею оболонки і межею ґрунту, що відірвався.

Досліджена нестационарна взаємодія циліндричної оболонки з ударними хвилями при вибуху сферичного заряду в ґрунтовому масиві. Встановлено, що залежно від відстані від заряду до лобової точки на серединній поверхні оболонки

вона може знаходитися як в пружній, так і в пластичній області, що спричиняє за собою її руйнування.

Проведено чисельне дослідження напружено-деформованого стану шаруватої циліндричної оболонки в ґрунтовому масиві при вибуху щільного циліндричного заряду різних ВВ на основі сучасних модельних представлень взаємодіючих середовищ з урахуванням зв'язаності динамічних полів. Встановлено, що для руйнування оболонки потрібна менша питома витрата тротилу в порівнянні з питоною витратою амоніту 6-ЖВ.

На основі обробки графічних залежностей отримані аналітичні залежності максимальної швидкості від відстані для вибухів даних ВВ в глині, що дозволяють розраховувати сейсдобезпечні відстані від вогнища вибуху.



## **7. МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОДІЇ УДАРНИХ ХВИЛЬ З ЕЛЕМЕНТАМИ ТЕХНОУРБООКОСИСТЕМ**

### **7.1. Моделювання взаємодії вибухових хвиль з підземним трубопроводом.**

Постачання газу, питної води, водовідведення є одним з необхідних умов урбанізованих територій. Зазвичай ці блага цивілізації передаються і розподіляються за допомогою трубопроводів. При цьому різні варіації труб використовуються для будівництва та перенесення води та газу за допомогою розподільних систем. Всі ці труби закопують, щоб уберегти їх від несприятливих факторів зовнішнього середовища і диверсій. З іншого боку, при їх похованні збільшується такі навантаження на трубопровід, як навантаження із-за ваги ґрунту, навантаження від тиску рідини, або сейсмічні та вибухові навантаження.

Різні чинники, такі як властивості ґрунту, інтенсивність коливань ґрунту, внутрішній тиск труби, її розміри, включаючи діаметр і товщину стінки, і властивості матеріалів труби впливають на дію зовнішніх сил на підземний трубопровід.

Це означає, що підземні споруди не менш уразливі для ушкоджень, заподіяної в результаті динамічних навантажень (землетрусів, вібрацій, сейсмічних хвиль, вибухів тощо), ніж поверхневі структури. Але останні землетрусу, багато з цих структур були пошкоджені, [416]. Трубопроводи не є винятком у цьому питанні. Знищення або отримання ушкоджень підземними трубопроводами у випадку сейсмічних або вибухових навантажень може істотно вплинути на цивільні об'єкти і призвести до пожежі, отже призвести до збільшення фінансових втрат і зупинки надання належного сервісу комунікаційним мережам.

Зазвичай підземні трубопроводи перевіряються на міцність у поздовжньому напрямку. При цьому використовується метод граничних станів, сутність якого

полягає в тому, що розглядається такий напружений стан трубопроводу, при якому подальша його експлуатація неможлива.

При розрахунку (перевірці) міцності трубопроводу враховуються такі навантаження і впливи:

1. Навантаження і впливи, що виникають при спорудженні, випробуванні та експлуатації трубопроводу. Вони виражаються через поздовжні осьові напруження в МПа.

2. Навантаження від впливу сейсмічних сил. Це напруження, спрямовані уздовж поздовжньої осі трубопроводу,  $\sigma_{np.S}$ , МПа.

До першої групи навантажень і впливів відносяться: робочий (нормативний) тиск продукту, що транспортується; температурний перепад у металі стінок труби, який визначається як різниця між максимально або мінімально можливою температурою стінок при експлуатації і найменшою або найбільшою температурою, при якій фіксується розрахункова схема трубопроводу. До цієї групи відносяться навантаження і впливи, пов'язані з опадами і обжиманням ґрунту, зсувами, деформаціями земної поверхні в результаті гірничих робіт. До другої групи навантажень і впливів відносяться сейсмічні сили, викликані землетрусами або вибухами. Ступінь пошкодження трубопроводу внаслідок дії сейсмічних хвиль залежить від цілого ряду чинників: сили сейсмічної дії і напрямку поширення сейсмічних хвиль, геологічних і гідрогеологічних умов експлуатаційно-технологічних навантажень і впливів, конструкції трубопроводу і його стиків, характеристик матеріалу труб, ступеня зношеності трубопроводу. У роботі [30] відзначається, що нерідкі випадки, коли старі трубопроводи виходять з ладу при дуже слабких сейсмічних діях і часто дуже важко встановити, що ж послужило причиною аварії – їх зношеність (корозійне пошкодження) або сейсмічна дія. Останнє може бути тією «останньою краплею», яка прискорює настання аварії.

Ґрунти, що оточують підземні трубопроводи, є не тільки джерелом сейсмічної дії, а й беруть участь у коливальному процесі і деформуванні спільно

з самим трубопроводом. Від властивостей ґрунту істотно залежить інтенсивність струсу й особливість розвитку коливального процесу в системі «трубопровід – ґрунт». Залежно від щільності і однорідності оточуючого трубопровід ґрунтового середовища, ступеня обводнення ґрунтів будуть різними інтенсивність прояву вибухів, спектральний склад сейсмічних коливань і механізм взаємодії трубопроводу з ґрунтовим середовищем. Якщо трубопровід, пов'язаний з ґрунтом, втягується в коливальний процес, то ґрунт передає зусилля трубопроводу з деяким проковзуванням.

Таким чином, відносні зміщення у ґрунтовому середовищі  $\varepsilon_{gp}$  будуть більші, ніж відносні зміщення трубопроводу, тобто  $\varepsilon_{tp} = m_0 \varepsilon_{gp}$ , де  $m_0$  - коефіцієнт менше одиниці. Сейсмічна хвиля, швидкість розповсюдження якої в трубопроводі більше, ніж у ґрунті, досягне по трубопроводу ділянок, ще не залучених у коливальний процес. На цих ділянках сам трубопровід буде генератором коливань, а ґрунт у даному випадку буде грати роль демпфуючої подушки. Генераторами коливань можуть бути також споруди або трубопроводи іншого напрямку, до яких підключено розглянутий трубопровід. При розрахунках слід розглядати коливання системи «трубопровід – ґрунт», динамічні характеристики якої будуть відрізнятися від динамічних характеристик трубопроводу, умовно виділеного з ґрунтової середовища.

Таким чином, можливі дві схеми роботи підземного трубопроводу при поширенні сейсмічної хвилі уздовж його поздовжньої осі [30]:

I – трубопровід, занурений у ґрунт, залучений у коливальний процес; додаткові зусилля в трубопроводі викликаються напруженим станом ґрунтової середовища;

II – трубопровід, занурений у ґрунтове середовище, що перешкоджає коливальному процесу.

Граничний стан магістрального підземного сталевих газопроводу ДККР буде характеризуватися нерівністю [416]

$$(\sigma_{np.N} + \sigma_{i\partial.S}) \leq \psi_2 R_1, \quad (7.1)$$

де  $\sigma_{np.N}$  – найбільші можливі напруження в трубопроводі від розрахункових експлуатаційних навантажень і впливів, МПа;

$\sigma_{np.S}$  – найбільше можливе напруження в трубопроводі від сейсмовибухових впливів, МПа;

$\psi_2$  – коефіцієнт враховує двоосний напружений стан металу труби, при осьових поздовжніх напруженнях розтягування, що відповідає значенню максимального позитивного температурного перепаду  $\Delta t_{(+)}$ , тобто умовам роботи розглянутого трубопроводу, що дорівнює одиниці;

$R_1$  – розрахунковий опір металу труби (МПа), що визначається за формулою

$$R_1 = \frac{R_1^H \cdot m}{K_1 \cdot K_H}, \quad (7.2)$$

де  $R_1^H$  – нормативний опір розтягуванню металу труби і зварних з'єднань (для марки сталі 17 ГС  $R_1^H = 510$  МПа);

$m$  – коефіцієнт умов роботи газопроводу ДККР;

$K_1$  – коефіцієнт надійності по металу;

$K_H$  – коефіцієнт надійності за призначенням трубопроводу.

Поздовжні осьові напруження визначаються згідно розрахункових навантажень і впливів з урахуванням пружно-пластичної роботи металу при експлуатації газопроводу. Для підземних газопроводів при відсутності просідання і пучення ґрунту вони визначаються за формулою

$$\sigma_{np.N} = -\alpha E \Delta t_{(+)} + \mu \frac{n \cdot p \cdot D_{вн.}}{2\delta_H}, \quad (7.3)$$

де  $\alpha$  - коефіцієнт лінійного розширення металу труби, град (0,000012);  
 $E$  – змінний параметр пружності (МПа), який визначається за формулою

$$E = \frac{\sigma_i / \varepsilon_i}{1 + \frac{1 - 2\mu_0}{3E_0} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}, \quad (7.4)$$

де  $\sigma_i$  – інтенсивність напружень, визначається через головні напруження

$$\sigma_i = \sigma = \sqrt{\sigma_{\kappa\iota}^2 - \sigma_{np.N} \cdot \sigma_{\kappa\iota} + \sigma_{np.N}^2}, \quad (7.5)$$

де  $\sigma_{\kappa\iota}$  – кільцеве напруження від розрахункового внутрішнього тиску, що визначається за формулою

$$\sigma_{\kappa\iota} = \frac{n \cdot p \cdot D_{\text{вн}}}{2\delta_n}, \quad (7.6)$$

де  $n$  – коефіцієнт надійності від навантаження внутрішнім робочим тиском у газопроводі ( $n = 1,2$ );

$P$  – робочий (нормативний) тиск;

$D_{\text{вн}}$  – внутрішній діаметр труби;

$\delta_i$  – номінальна товщина стінки труби.

Інтенсивність деформацій визначається за інтенсивністю напружень відповідно до діаграми деформування, що розраховується за нормованої діаграмі розтягування за формулою

$$\varepsilon_i = \varepsilon - \frac{1 - 2\mu_0}{3E_0} \cdot \sigma_i, \quad (7.7)$$

де  $\mu_0$  – коефіцієнт поперечної деформації в пружній області;

$E_0$  – модуль пружності.

Абсолютні значення максимального позитивного температурного перепаду визначаються за формулою

$$\Delta t = \frac{\mu_0 \cdot R_1}{\alpha \cdot E_0}. \quad (7.8)$$

Змінний коефіцієнт поперечної деформації сталі обчислюється за виразом

$$\mu = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1 - 2\mu_0}{3E_0} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}{1 + \frac{1 - 2\mu_0}{3E_0} \cdot \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}}. \quad (7.9)$$

Як зазначалося раніше, термін експлуатації трубопроводу впливає на безперебійну його роботу. В інституті механіки і сейсмостійкості споруд АН Республіки Узбекистан проводяться дослідження в цьому напрямку і, зокрема, співробітниками цього інституту встановлено [417], що зі збільшенням терміну експлуатації трубопроводу напруження в тілі труби через корозійне зменшення її жорсткості зростають.

При хімічній агресивності навколишнього ґрунтового середовища і речовини, що транспортується в трубі, збільшення напружень у трубі через 25-30 років становить 26-30%, а після 40-50 років – 42-52%. Отже, зростає її вразливість, особливо при додаткових навантаженнях у вигляді сейсмічних впливів.

Напруження в прямолінійних підземних магістральних газопроводах від дії сейсмічних сил, спрямованих уздовж поздовжньої осі газопроводу, визначаються за формулою

$$\sigma_{np.} = \frac{\pm 0,04 m_0 K_0 \cdot K_{II} \cdot a_c \cdot E_0 \cdot T}{V_p}, \quad (7.10)$$

де  $m_0$  – коефіцієнт заземлення газопроводу в ґрунті ( $m_0 = 0,45$ );

$K_0$  – коефіцієнт, що враховує відповідальність газопроводу ( $K_0 = 1,5$ );

$K_{II}$  – коефіцієнт повторюваності сейсмічної дії ( $K_{II} = 1,25$ );

$a_c$  – сейсмічне прискорення ґрунту,  $\text{см}/\text{с}^2$ ;

$E_0$  – модуль пружності металу, ( $E_0 = 2,06 \times 10^5$  МПа);

$T$  – переважаючий період сейсмічних коливань ґрунтового масиву ( $T = 0,6$  с);

$V_p$  – швидкість поширення об'ємної сейсмічної хвилі вздовж поздовжньої осі газопроводу ( $V_p = 0,35 \times 10^5$   $\text{см} / \text{с}$ ).

В остаточному вигляді граничний стан магістрального підземного сталевого газопроводу ДККР характеризується нерівністю

$$(\sigma_{np} \cdot N + \sigma_{np} \cdot S) < R_1. \quad (7.11)$$

Ґрунт моделюється твердим пористим багатокомпонентним в'язко – пластичним середовищем з постійним коефіцієнтом в'язкості.

За допомогою методу скінчених елементів, було проведено моделювання ділянки ґрунтового середовища, в якому розміщений підземний газопровід на глибині 0,8 – 1,2 м. Дана ділянка ґрунтового масиву безпосередньо знаходиться під дією сейсмічного навантаження в результаті проведення буро - вибухових робіт (БВР) на Кошіївському гранітному кар'єрі, який знаходиться поблизу прокладення газопроводу.

Для проведення чисельного моделювання [418 - 421] була побудована розрахункова сітка з 9635 елементів, яка наведена на рис. 7.1.

Для моделювання було вибрано три шари ґрунту, фізико - механічні характеристики яких наведено в табл. 7.1.

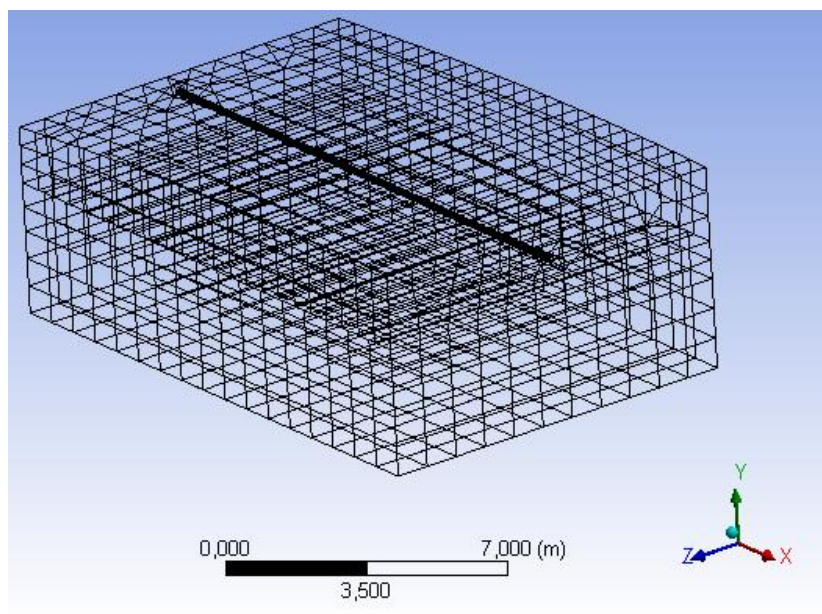


Рис. 7.1. Розрахункова сітка МКЕ.

Таблиця 7.1.

Фізико - механічні характеристики ґрунтів

№ з/п	Найменування	Потужність слою, м			Щільність, кг/м <sup>3</sup>	Модуль пружності, Па	Коефіцієнт Пуассона	Модуль пружності другого роду, Па	Питома вага, Н/м <sup>3</sup>
		від	до	середня					
1.	Родючий шар ґрунту	0,8	1,6	1	1612	4000000	0,45	1379000	16600
2.	Суглинок лесовидний	0	3,9	1,3	1734	2900000	0,4	5362000	17200
3.	Глина мергельна	0	8,8	4,2	1835	2000000	0,37	7413000	18000

Сейсмічне навантаження було задано за допомогою експериментально отриманою осцилограмою при проведенні масового вибуху на Коцївському гранітному кар'єрі (Київська обл.), яка наведена на рис. 7.2.



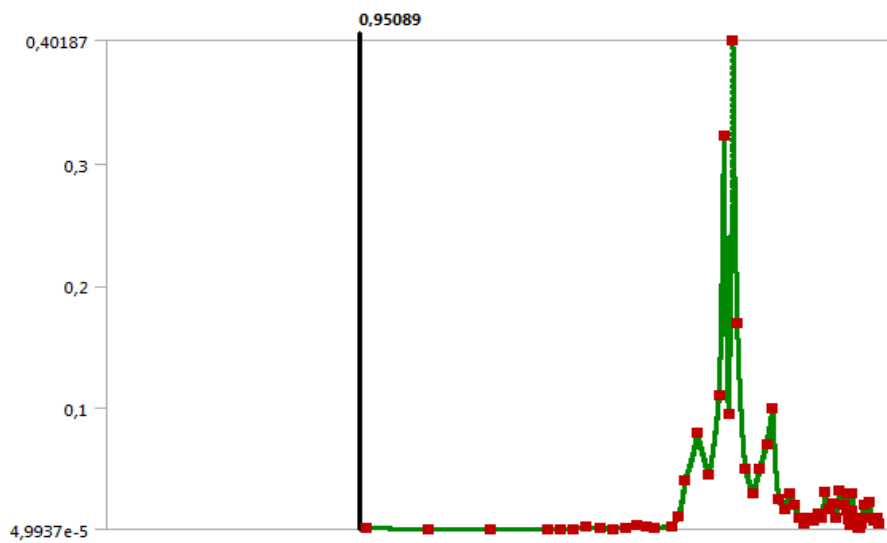


Рис. 7.2. Експериментальна осцилограма при проведенні масового вибуху на Кошівському гранітному кар'єрі.

У результаті чисельного експерименту було отримано залежності зміщень, швидкостей часток ґрунту в залежності від взаємного розташування шарів і їх товщини. Розраховану залежність зміщення частинок ґрунту від величини власних коливань трубопроводу показано на рис. 7.3.

Для дослідження особливостей поведінки СВХ при поширенні в ґрунтовому просторі в залежності від шаруватості ґрунту та його фізико-механічних характеристик було проведено чотири варіанти моделювання шаруватого ґрунтового масиву з таким розташування шарів: 1) глина; 2) суглинок; 3) два верхніх шари – родючий ґрунт різної щільності, а нижній – суглинок; 4) родючий ґрунт – суглинок – глина.

Розподіл деформацій у ґрунті навколо трубопроводу по осі Z при дії сейсмовибухової хвилі представлено на рис. 7.4 – 7.7 для 4 варіантів, наведених вище. Крапкою відмічено положення трубопроводу.

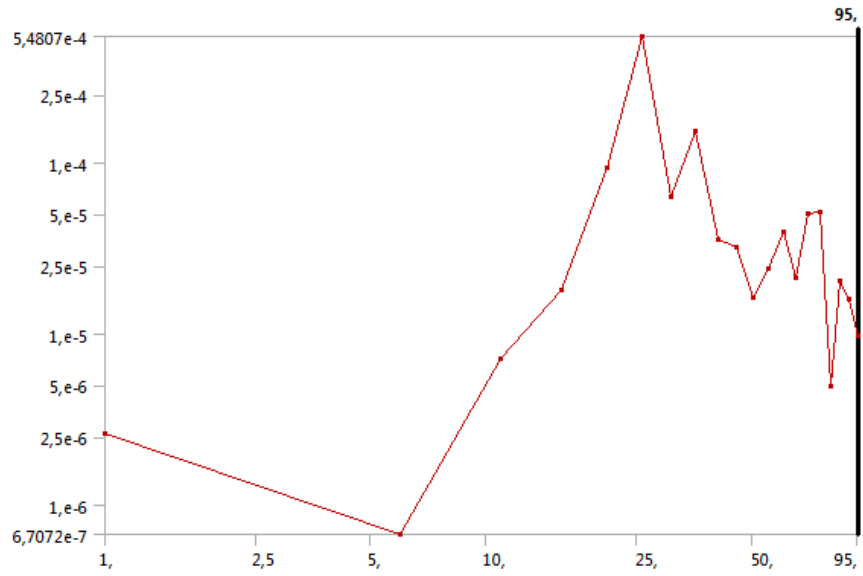


Рис. 7.3. Залежність зміщення частинок від частоти власних коливань трубопроводу.

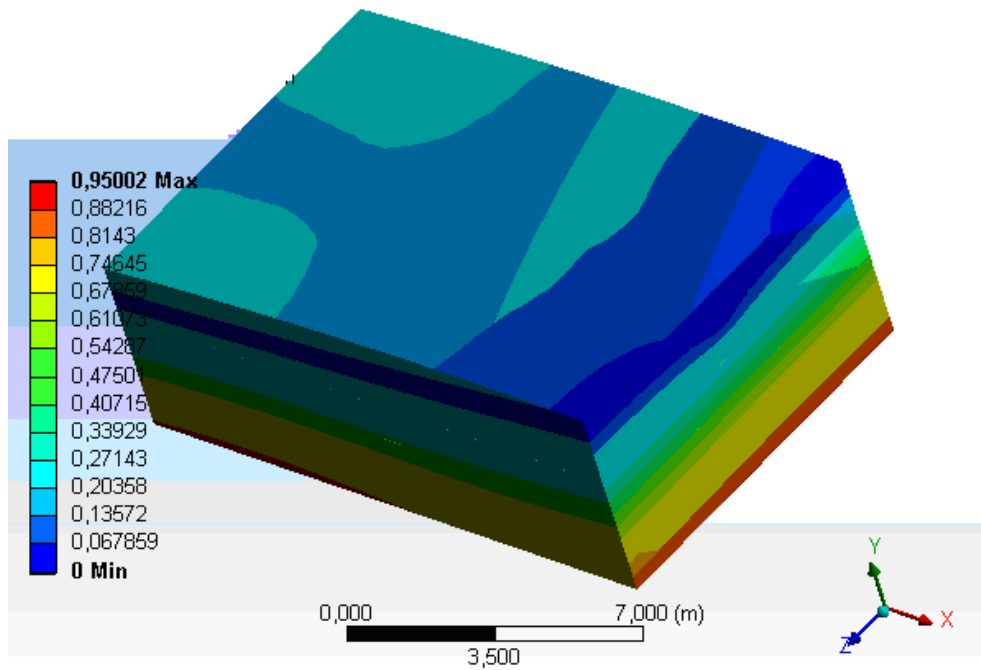


Рис. 7.4. Розподіл деформацій по осі Z для глини.

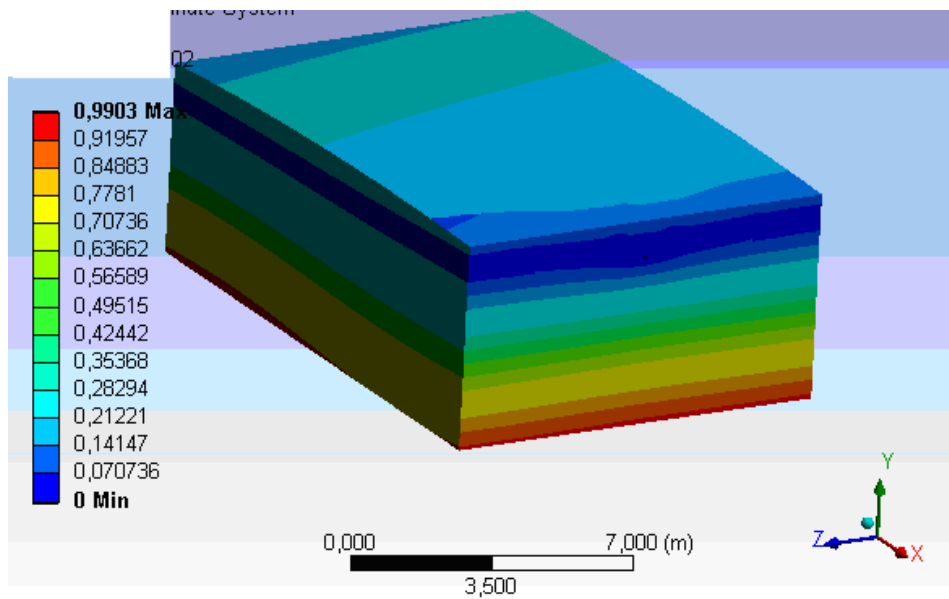


Рис. 7.5. Розподіл деформацій по осі Z для суглинку.

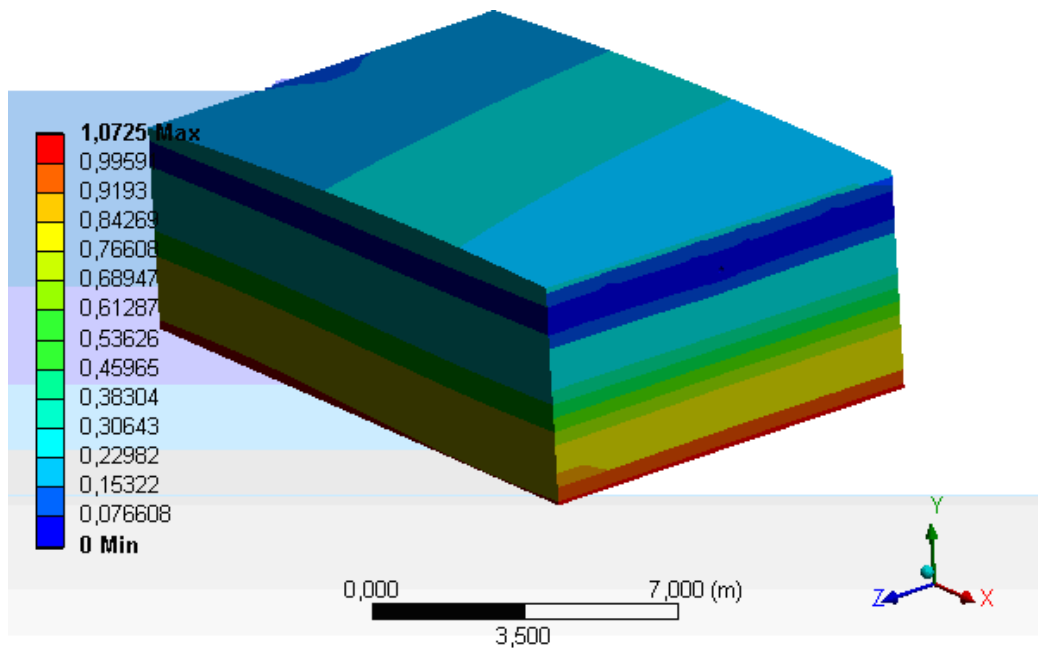


Рис. 7.6. Розподіл деформацій по осі Z для ґрунтового масиву, коли верхній шар – родючий ґрунт, а нижній – суглинок.

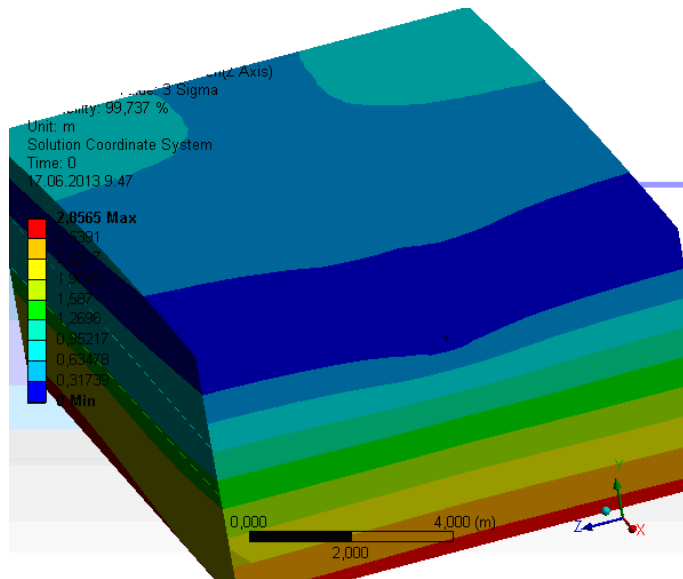


Рис. 7.7. Розподіл деформацій по осі Z для шаруватого масиву з родючого шару ґрунту, суглинку та глини.

З аналізу рисунків можна зробити висновок, що найбільші деформації досягаються, коли трубопровід розташовано в шаруватому масиві, який складається з шарів родючого ґрунту, суглинку та глини. Найменші деформації спостерігаються у тому випадку, коли масив складається з глини. Це пояснюється фізико-механічними характеристиками різних видів ґрунту, а саме, їх щільністю. Щоб краще зрозуміти характеристики зміни деформацій у ґрунтовому просторі розглянемо розподіл об'ємної деформації в ґрунтовому середовищі та зміну цього розподілу в залежності від характеру шаруватості ґрунтів. Результати моделювання представлені на рис. 7.8 та 7.9 для двох розглянутих варіантів відповідно.

Аналізуючи дані варіанту розподілу можна прийти до висновку, що найменша об'ємна деформація досягається в глині, а найбільша в родючому шару ґрунту що знаходиться в прямо пропорційній залежності зі щільністю ґрунту, тобто чим більша щільність ти менш він стисливий.

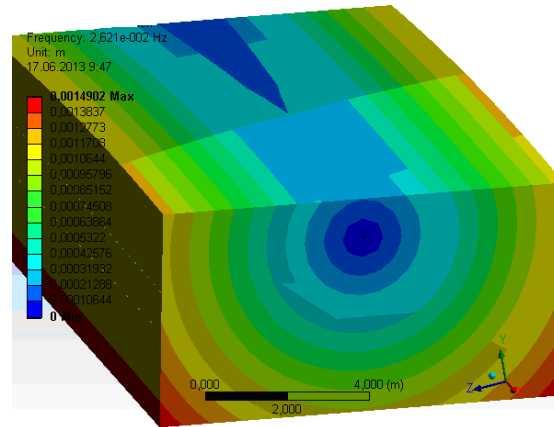


Рис.7.8. Розподіл об'ємної деформацій для глини.

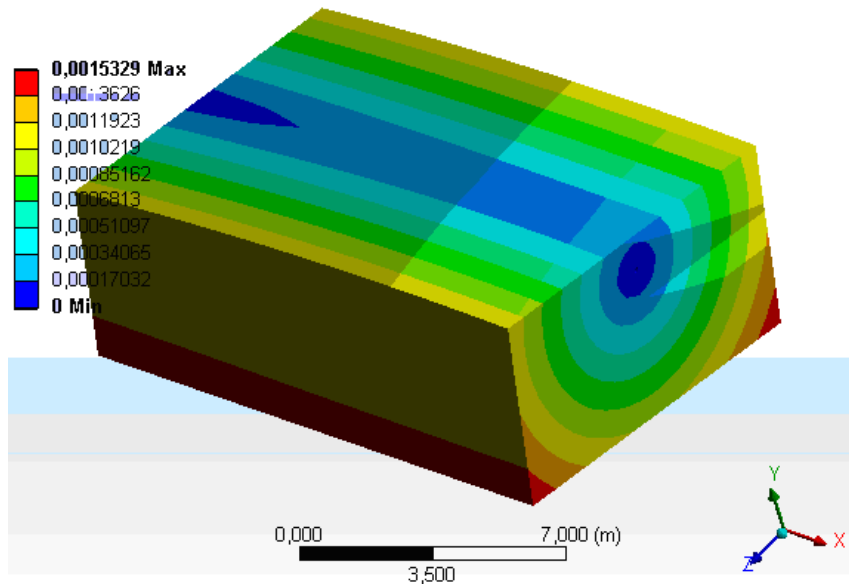


Рис. 7.9. Розподіл об'ємної деформацій для суглинку.

Також було досліджено розподіл швидкості зміщення частинок ґрунту для 4 варіантів. Із аналізу чисельних розрахунків слідує, що найбільша швидкість досягається на верхньому шарі, а мінімальна на нижньому підстилаючому шарі ґрунту, що пояснюється взаємодією падаючої вибухової хвилі з зовнішньою вільною поверхнею. Для чотирьох розглянутих випадків найбільше значення швидкості зміщення спостерігається для випадку, коли однорідний ґрунтовий

масив складається з глини, для суглинку ці значення на 13-15 % менші. У шаруватих ґрунтових масивах досягаються менші швидкості зміщення частинок, причому для тришарового масиву найменше (в порівнянні з глинистим ґрунтом на 17 – 19 %). Це пояснюється тим, що в більш щільних ґрунтах швидкість розповсюдження хвиль більша, ніж в пористих ґрунтах. Крім того при переході хвилі з більш щільного ґрунту в менш щільний ґрунт відбувається зменшення її параметрів, в тому числі і швидкості зміщення частинок ґрунту. Це забезпечує сейсмостійкість при умові, якщо верхній шар ґрунту пористий, а підстилаюча поверхня більш щільна, що в реальності існує на Кошцівському гранітному кар'єрі. Тому можна зробити висновок про сейсмостійкість трубопроводу.

Далі розглянуто вибух заряду 10 кілограмів тротилу на земній поверхні. Це відповідає мінімальній потужності вибуху малих ракет. Покладається, що трубопровід має діаметр 1,5 м і виготовлений зі сталі з такими фізико-механічними характеристиками: границя текучості  $235 \text{ Н/м}^2$ , коефіцієнт Пуассона 0,3, модуль пружності  $210 \text{ Н/м}^2$ , щільність  $\rho_0=7855 \text{ кг/м}^3$ . Глибина закладання труби складала 5 м. В якості ґрунту розглядалась глина. На рис. 5.2.10 показано розподіл напружень на трубопроводі, при цьому на малюнку їх величини позначено різними кольорами. З рис. видно, що максимальне напруження у трубі досягають значень 360 МПа, що істотно більше, ніж межа текучості сталі (235 МПа). Встановлено, що зі зменшенням діаметр, напруження збільшується, і труба піддається пластичній деформації та втрачає свою працездатність. При збільшенні глибини розташування трубопроводу спостерігається зменшення напружень, але область пружних деформацій для труби діаметром 1,5 м починається з глибини 9 м, діаметром 0,5 м – з глибини 11 м.

напруження, Па

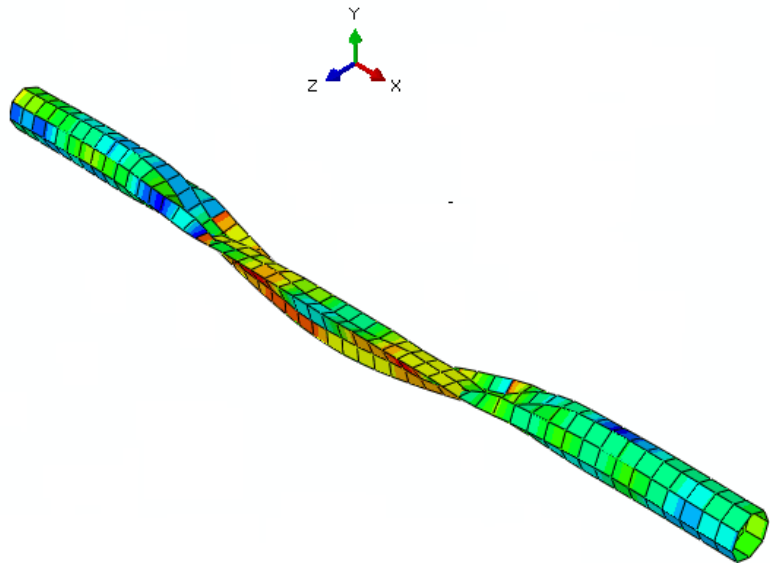
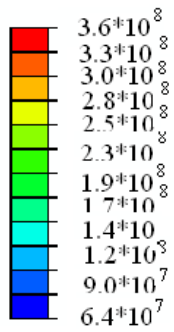


Рис. 7.10. Графік напружень в сталевій трубі діаметром 1,5 м при глибині закладення 5 м .

напруження, Па

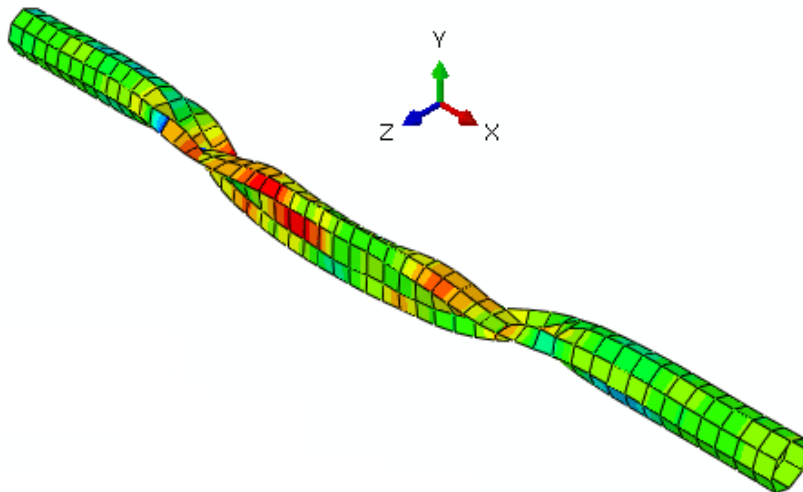
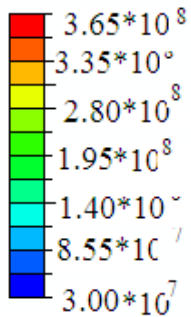


Рис. 7.11. Графік напружень в сталевій трубі діаметром 1,5 м при глибині закладення 5 м.

## 7.2. Динамічна взаємодія сейсмовибухових хвиль з ґрунтовою основою та багатопверховими будинками

На даний час на території України гостро постає проблема сейсmobезпечної експлуатації будівель, що розташовані поблизу проведення вибухових робіт, тому що мало вивчено негативний динамічний вплив, який виникає при дії сейсмічного навантаження на будівлі різного призначення. Вибухові роботи є основним методом руйнування твердих середовищ вибухом при видобуванні корисних копалин, проведенні гірничих виробок та у будівництві. Вони супроводжуються виникненням сейсмічних хвиль, що створюють небезпеку для природних та інженерних об'єктів. Тому виникає необхідність детальної оцінки енергії вибуху, інтенсивності поширення сейсмовибухових хвиль, властивостей міцності матеріалу споруд для їх правильного проектування та використання.

Велика кількість робіт в області вирішення проблем динаміки та сейсmostійкого будівництва присвячені впливу сейсмічних хвиль на споруди внаслідок дії землетрусів [422–425]. Проте, варто зазначити, що досліджень впливу сейсмовибухових хвиль на природні та інженерні об'єкти значно менше, хоча інтенсивність їх впливу значно потужніша [426].

Тому на даний час особливо актуальним є проведення досліджень особливостей поширення сейсмовибухових хвиль у ґрунтах та динаміки їх можливого впливу на природні та інженерні об'єкти.

Розглядається взаємодія сейсмовибухової хвилі з ґрунтовою основою та будинком [427]. Будівля і ґрунт вивчається в рамках механіки суцільного середовища. Рух будівлі та ґрунту описується законами збереження маси, імпульсу і внутрішньої енергії, які в загальній формі мають вигляд [428]:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial y_i} + \frac{\partial v_i}{\partial z_i} \right) = 0, \quad (7.12)$$



$$\rho \frac{dv_i}{dt} = F_i + \left( \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial y_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial z_i} \right), \quad (7.13)$$

$$\rho \frac{dE}{dt} = \sigma_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} - \left( \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial q_i}{\partial y_i} + \frac{\partial q_i}{\partial z_i} \right), \quad (7.14)$$

$$\frac{du_i}{dt} = v_i, \quad (7.15)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_j}{\partial y_i} + \frac{\partial v_j}{\partial z_i} \right) + \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_i}{\partial y_j} + \frac{\partial v_i}{\partial z_j} \right) \right), \quad (7.16)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_j}{\partial y_i} + \frac{\partial u_j}{\partial z_i} \right) + \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_i}{\partial y_j} + \frac{\partial u_i}{\partial z_j} \right) + \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial y_i} + \frac{\partial u_k}{\partial z_i} \right) \left( \frac{\partial u_k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_k}{\partial y_j} + \frac{\partial u_k}{\partial z_j} \right) \right), \quad (7.17)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(\varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}, T), \quad (7.18)$$

де  $(i=1,2,3)$ ;  $(j=1,2,3)$ ;  $t$  – час;  $v_{ij}$  – компоненти швидкості;  $u_{ij}$  – компоненти зміщення;  $\dot{\varepsilon}_{ij}$  – компоненти тензора швидкості деформації;  $\varepsilon_{ij}$  – компоненти тензора деформацій;  $\sigma_{ij}$  – компоненти тензора напруг;  $T$  – абсолютна температура;  $E$  – механічна енергія.

Ґрунт моделюється багатокомпонентним в'язко-пластичним середовищем зі змінним коефіцієнтом в'язкості.

Початкові умови: для ґрунту  $v_{ij} = 0, u_{ij} = 0, \rho = \rho_0, \sigma_{ij} = 0$ ; для будівлі  $v_{ij} = 0, u_{ij} = 0, \rho = \rho_b, \sigma_{ij} = 0$ , де  $\rho_0$  – щільність ґрунту;  $\rho_b$  – щільність будівлі.

В якості граничної умови задається гідростатичний тиск на відстані 210 м від джерела вибуху.

Для розв’язку поставленої задачі застосовувався метод скінчених елементів з розрахунковою сіткою з 1458 елементів.

Розглядалися 9-ти та 5-ти поверховий цегляний та панельний будинки, які розташовані на ґрунтовій основі, з потужністю шару 20м. Геометричні параметри будівель характерні для більшості населених пунктів України і відповідають Державним будівельним нормам [429]. Основні параметри будівель наведено в табл. 7.2. Розрахунки проводились для фронтального та торцевого напрямку падіння сейсмовибухової хвилі на споруду. Покладалось, що гідростатичний тиск при сейсмовибуховому навантаженні дорівнював  $10^5$  Па,  $10^6$  Па,  $10^7$  Па.

Таблиця 7.2.

Основні параметри будівель

Назва матеріалу / Параметри	Бетон	Цегла	Бетон	Цегла
Кількість поверхів	9	9	5	5
Довжина, м	32,85	32,85	67,33	67,33
Ширина, м	16,85	16,85	12,50	12,50
Висота, м	31,00	31,00	16,00	16,00
Об’єм, м <sup>3</sup>	17159,19	17159,19	13466	13466
Маса, кг	$39,46 \cdot 10^6$	$33,46 \cdot 10^6$	$30,97 \cdot 10^6$	$26,25 \cdot 10^6$
Щільність, кг/м <sup>3</sup>	2300	1950	2300	1950
Модуль пружності, Па	$3,0 \cdot 10^9$	$2,32 \cdot 10^{10}$	$3,0 \cdot 10^9$	$2,32 \cdot 10^{10}$
Коефіцієнт Пуассона	0,25	0,18	0,25	0,18

Фізико-механічні властивості ґрунтової основи наступні:

для суглинку –  $\rho_0=1760 \text{ кг/м}^3$ ,  $E=1,9 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $\nu=0,2$ ,  $n=34,3 - 37,0\%$ ,  $w=12,5 - 16,1\%$ ,  
 $\alpha_1=0,648$ ,  $\alpha_2=0,247$ ,  $\alpha_3=0,105$ ,  $E_D=21,7 - 242 \text{ Па}$ ,  $\sigma_0=2,2 - 5,6 \text{ Па}$ ,  $C=0,54 \text{ Па}$ ,  $\varphi=31^\circ$ ,  
 $E_1=800 \text{ Па}$ ,  $E_2=500 \text{ Па}$ ,  $E_p=1000 \text{ Па}$ ;

для глини –  $\rho_0=2600 \text{ кг/м}^3$ ,  $E=2,0 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $\nu=0,37$ ,  $\alpha_1 = 0,093$ ,  $\alpha_2 = 0,353$ ,  $\alpha_3 = 0,554$   
,  $\rho_0 c_s^2 = 12,9 \cdot 10^5$ ,  $\rho_0 c_D^2 = 39,5 \cdot 10^6$ ,  $k = -26,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $\gamma_s = 0,5$ ;  $\eta_D = 229 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

У результаті розрахунків було отримано параметри напружено-деформованого стану ґрунтової основи та споруд. На рис. 7.12 зображено загальну деформацію 9-ти поверхової панельної будівлі з прикладеним навантаженням  $10^5 \text{ Па}$  при різних напрямках падіння сейсмовибухової хвилі.

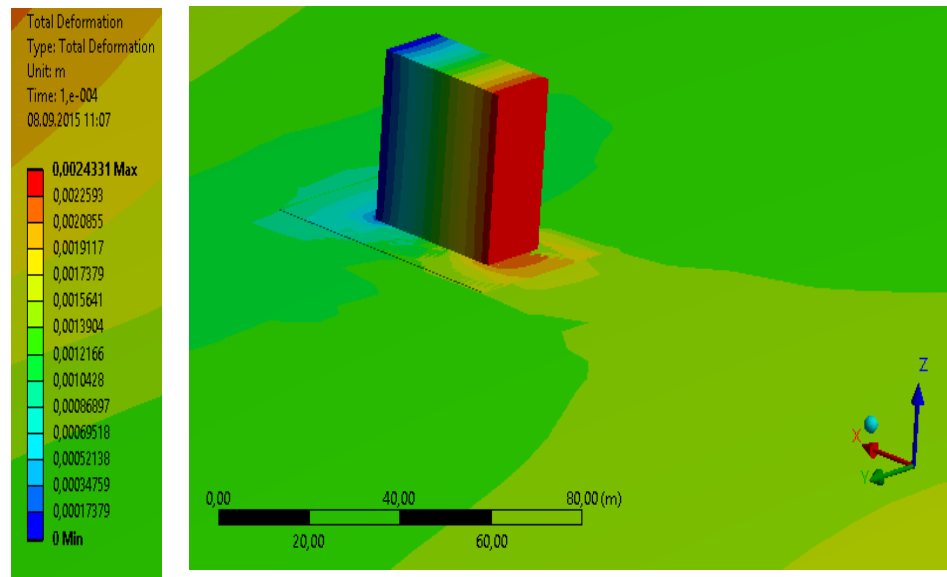
З рисунку видно, що загальна деформація більше при фронтальному напрямку падіння хвилі на  $2,01 \text{ мм}$  ( $1,82$  рази) в порівнянні з торцевим напрямком. Це пояснюється тим, що при фронтальному напрямку площа взаємодії більша в  $1,92$  рази порівняно з торцевим, тим самим збільшується і відповідна сила, що прикладається до будівлі.

Аналогічні результати було отримано для навантаження  $P=10^6 \text{ Па}$  і  $P=10^7 \text{ Па}$ : деформація збільшується на  $2,0 \text{ мм}$  (в  $1,6$  раз) і  $2,03 \text{ мм}$  (в  $1,6$  раз) відповідно при фронтальному напрямку падіння хвилі в порівнянні з торцевим.

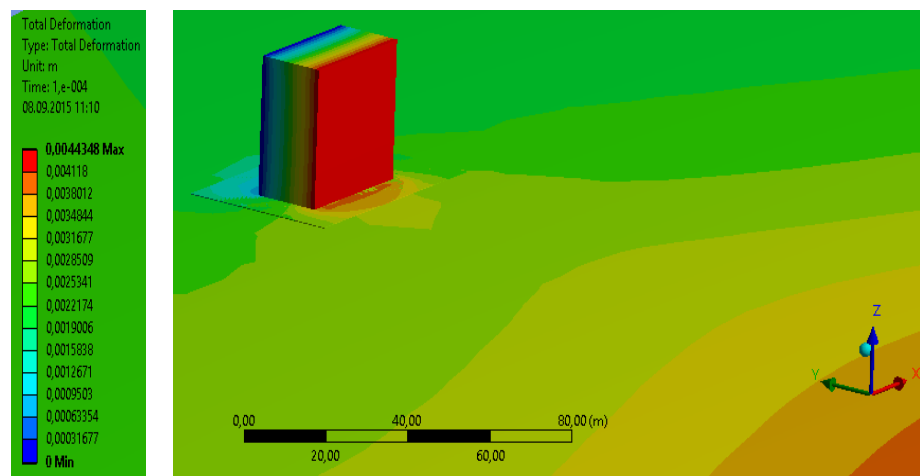
Встановлено, якщо 9-ти поверхова будівля складається з цегли, то при навантаженні  $P=10^5 \text{ Па}$  з фронтальним напрямком падіння хвилі деформація більше на  $1,44 \text{ мм}$  (в  $1,36$  рази), ніж при торцевому. При розгляді загальної деформації дев'яти поверхової панельної та цегляної будівель з навантаженням  $P=10^5 \text{ Па}$  виявлено, що деформація цегляної будівлі більше на  $1,6 \text{ мм}$  (в  $1,65$  раз) при фронтальному напрямку і більше на  $1,02 \text{ мм}$  (в  $1,23$  рази) при торцевому напрямку.

Далі було проведено аналогічні розрахунки максимальної загальної деформації 5-ти поверхової панельної та цегляної будівель. Встановлено, що максимальна загальна деформація панельної будівлі з навантаженням  $P=10^5 \text{ Па}$

більше на 4,77мм (в 5,1 раз) при фронтальному напрямку падіння хвилі ніж при торцевому напрямку.



а)



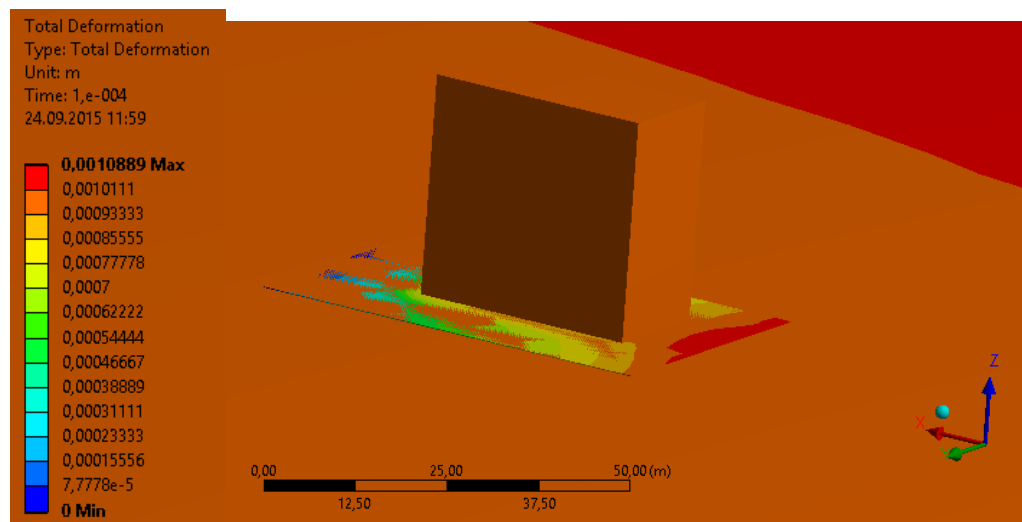
б)

Рис. 6.12. Максимальна загальна деформація 9-ти поверхової панельної будівлі з прикладеним навантаженням  $10^5$  Па: а) торцевий напрямок падіння хвилі; б) фронтальний напрямок падіння хвилі.

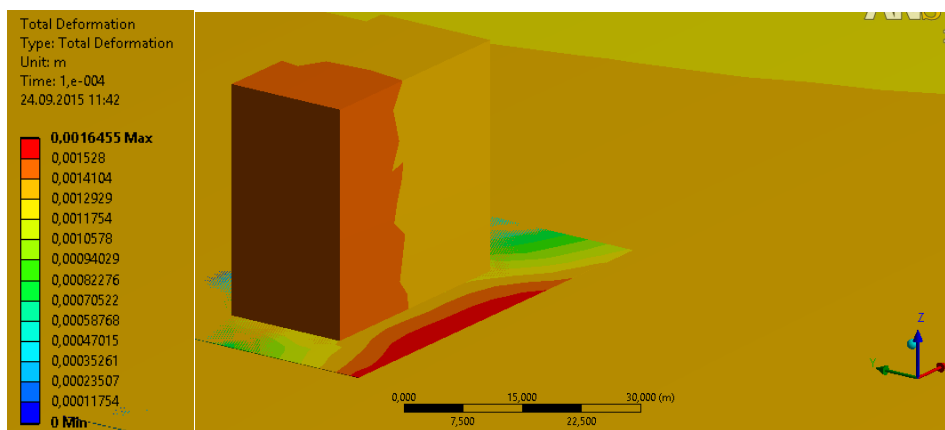
Аналогічні результати отримано для навантаження  $P=10^6$  Па і  $P=10^7$  Па: деформація більше при фронтальному напрямку на 4,97мм (в 5,5 раз) і 5,76мм (в 4,5 раз) відповідно в порівнянні з торцевим.

У результаті розрахунків встановлено, що коли 5-ти поверхова будівля споруджена з цегли, піддається сейсмічному навантаженні  $10^5$  Па з фронтальним напрямком падіння хвилі деформація збільшується на 6,3мм (3,0 рази) в порівнянні з торцевим напрямком падіння. Аналогічні результати отримані при навантаженні  $P=10^6$  Па та  $P=10^7$  Па: деформація збільшується на 6,43мм (2,62 рази) і 6,8мм (в 1,99 раз) в порівнянні з торцевим напрямком.

При розрахунках деформованого стану будівель на глинистій ґрунтовій основі встановлено, що при однаковому сейсмічному навантаженні досягаються значно менші загальні деформації при будь-якому напрямку падіння хвилі. Наприклад, на рис. 6.13 наведено максимальну загальну деформацію 9-ти поверхової панельної будівлі при  $P=10^5$  Па.



a)



б)

Рис. 7.13. Максимальна загальна деформація 9-ти поверхової панельної будівлі з прикладеним навантаженням  $10^5$  Па: а) торцевий напрямок падіння хвилі; б) фронтальний напрямок падіння хвилі

З рисунку видно, що при фронтальному напрямку деформація більше на 0,56мм (в 1,51 рази), ніж при торцевому.

Аналогічні результати отримано для навантаження  $P=10^6$  Па та  $P=10^7$  Па : загальна деформація збільшується при фронтальному напрямку падіння на 2,46мм (в 2,84 рази) і на 2,9 (в 2,14 рази) відповідно, в порівнянні з торцевим напрямком.

### 7.3. Чисельне моделювання взаємодії сейсмовибухових хвиль з шаруватими грантовими основами та багатоповерховими будівлями

Досліджено деформацію шаруватої ґрунтової основи та дев'ятиповерхових цегляних та панельних будівель, що розташовані на цій основі . Основні параметри будівлі характерні для більшості споруд населених пунктів України і відповідають Державним будівельним нормам [430] наведено в табл. 7.3. Розрахунки проводились для торцевого та фронтального напрямку падіння сейсмовибухової хвилі на будівлю. Вважалось, що гідростатичний тиск при сейсмовибуховому навантаженні дорівнював  $10^6$  Па та  $10^7$  Па.

Фізико-механічні властивості ґрунтової основи наступні: для суглинку –  $\rho_0=1760 \text{ кг/м}^3$ ,  $E=1,9 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $\nu=0,2$ ,  $n=34,3 - 37,0\%$ ,  $w=12,5 - 16,1\%$ ,  $\alpha_1=0,648$ ,  $\alpha_2=0,247$ ,  $\alpha_3=0,105$ ,  $E_D=21,7 - 242 \text{ Па}$ ,  $\sigma_0=2,2 - 5,6 \text{ Па}$ ,  $C=0,54 \text{ Па}$ ,  $\varphi=31^\circ$ ,  $E_1=800 \text{ Па}$ ,  $E_2=500 \text{ Па}$ ,  $E_p=1000 \text{ Па}$ ; для глини –  $\rho_0=2600 \text{ кг/м}^3$ ,  $E=2,0 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ,  $\nu=0,37$ ,  $\alpha_1=0,093$ ,  $\alpha_2=0,353$ ,  $\alpha_3=0,554$ ,  $\rho_0 c_s^2 = 12,9 \cdot 10^5$ ,  $\rho_0 c_D^2 = 39,5 \cdot 10^6$ ,  $k = -26,6 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ;  $\gamma_s = 0,5$ ;  $\eta_D = 229 \text{ Па} \cdot \text{с}$ ; для піску –  $\rho_0=1500 \text{ кг/м}^3$ ,  $E=5,0 \cdot 10^5 \text{ Па}$ ,  $\nu=0,3$ .

Таблиця 7.3.

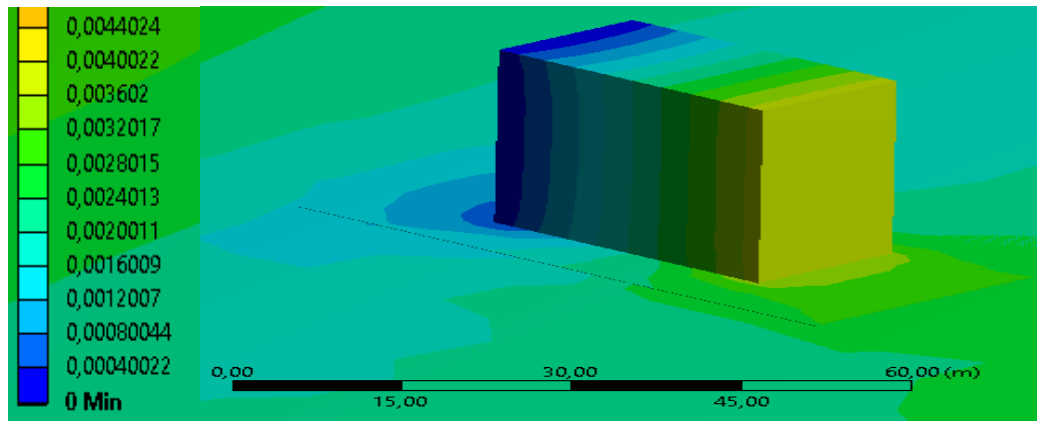
Основні параметри будівель

Назва матеріалу	Бетон	Цегла
Кількість поверхів	9	9
Довжина, м	32,85	32,85
Ширина, м	16,85	16,85
Висота, м	31,00	31,00
Об'єм, м <sup>3</sup>	17159,19	17159,19
Маса, кг	$39,46 \cdot 10^6$	$33,46 \cdot 10^6$
Щільність, кг/м <sup>3</sup>	2300	1950
Модуль пружності, Па	$3,0 \cdot 10^9$	$2,32 \cdot 10^{10}$
Коефіцієнт Пуассона	0,25	0,18

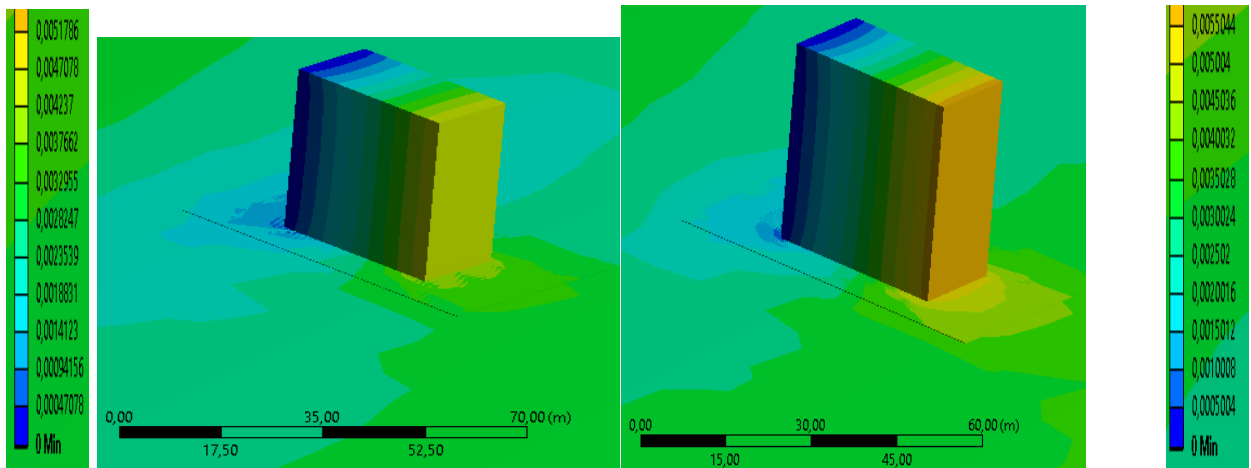
У результаті проведеного чисельного моделювання було отримано параметри деформованого стану ґрунтових основ та будівель. На рис. 7.13 зображено розподіл загальної деформації ґрунтової основи та дев'ятиповерхової панельної будівлі при торцевому напрямку падіння хвилі з  $P=10^7 \text{ Па}$  в залежності від шаруватості ґрунту та його фізико-механічних властивостей.

Аналізуючи результати розрахунків розподілу загальної деформації дев'ятиповерхової панельної будівлі можна прийти до висновку, що найменша деформація 4,4 мм досягається коли вона розташована на ґрунтовій основі, у якій верхній більш потужний шар представлений менш щільним ґрунтом (суглинок

15 м, варіант а), а підстилаюча поверхня - більш щільний ґрунт з більшою акустичною жорсткістю (глина 5 м).



а)



б)

в)

Рис. 7.13. Розподіл загальної деформації ґрунтової основи та дев'ятиповерхової панельної будівлі при торцевому напрямку падіння хвилі з  $P=10^7$  Па в залежності від шаруватості ґрунту: а) суглинок 15 м – глина 5 м; б) глина 15 м – суглинок 5 м; в) пісок 15 м – глина 5 м

Найбільше значення деформації будівлі 5,5 мм спостерігається у варіанті коли верхній шар представлений менш щільним ґрунтом (пісок 15 м, варіант в)), а підстилаюча поверхня більш щільний ґрунт (глина 5 м). При цьому найменше значення деформації ґрунтової основи становить 2,8 мм, а найбільше 3,84 мм відповідно. Це пояснюється тим, що менш щільні, пористі ґрунти є демпфуючими середовищами, в яких відбувається загасання енергії хвиль.



Також було розраховано загальну деформацію шаруватої ґрунтової основи та дев'ятиповерхових панельних і цегляних будівель з  $P=10^6$  Па, отримані дані наведені в табл. 7.4.

Таблиця 7.4.

Загальна деформація дев'ятиповерхової будівлі (Б) та ґрунтової основи (О)

Деформація будівлі та основи – суглинок 15 м – глина 5 м, мм								
Матеріал будівлі								Величина сейсмічного навантаження, Па
Бетон				Цегла				
Напрямок падіння хвилі								
Торцевий		Фронтальний		Торцевий		Фронтальний		Па
Б.	О.	Б.	О.	Б.	О.	Б.	О.	
2,48	1,8	3,62	2,77	2,98	2,15	4,01	3,07	$10^6$
Деформація будівлі та основи – глина 15 м – суглинок 5 м, мм								
Матеріал будівлі								Величина сейсмічного навантаження, Па
Бетон				Цегла				
Напрямок падіння хвилі								
Торцевий		Фронтальний		Торцевий		Фронтальний		Па
Б.	О.	Б.	О.	Б.	О.	Б.	О.	
3,58	2,57	4,64	3,46	4,38	3,11	6,04	4,47	$10^6$
Деформація будівлі та основи – пісок 15 м – глина 5 м, мм								
Матеріал будівлі								Величина сейсмічного навантаження, Па
Бетон				Цегла				
Напрямок падіння хвилі								
Торцевий		Фронтальний		Торцевий		Фронтальний		Па
Б.	О.	Б.	О.	Б.	О.	Б.	О.	
5,11	3,58	6,09	4,42	6,24	4,75	6,14	4,43	$10^6$

У результаті виконаного дослідження отримано наступні результати.

Досліджено деформований стан ґрунтових основ та будівель під час дії сейсмовибухового навантаження. Встановлено, що найбільш сейсмобезпечним є таке розташування шарів ґрунту, коли верхній менш щільний шар має більшу потужність, а підстилаюча поверхня більш щільна з більшою акустичною жорсткістю.

У шаруватих ґрунтових масивах досягаються менші швидкості зміщення частинок, причому для тришарового масиву найменше (в порівнянні з глинистим ґрунтом на 17 – 19 %). Це пояснюється тим, що в більш щільних ґрунтах швидкість розповсюдження хвиль більша, ніж у пористих ґрунтах. Крім того при переході хвилі з більш щільного ґрунту в менш щільний ґрунту відбувається зменшення її параметрів, у тому числі і швидкості зміщення частинок ґрунту. Це забезпечує сейсмостійкість при умові, якщо верхній шар ґрунту пористий, а підстилаюча поверхня більш щільна

Встановлено, що п'яти поверхові будівлі є більш сейсмостійкими ніж дев'яти поверхові, тобто чим менше поверхня взаємодії сейсмовибухової хвилі і споруди, тим менші напруги виникають на основі та будівлі.

Виявлено, що сейсмобезпечним є торцевий напрямок падіння хвилі на споруду. При фронтальному напрямку падінні хвилі в залежності від рівня навантаження значно зростає амплітуда коливань системи «ґрунтова основа – будівля» і можуть спостерігатись резонансні явища.

Встановлено, що будівлі, які побудовані з бетонних панелей більш сейсмостійкі, так як практично всі стіни будівлі несучі і перекриття жорстко зв'язані між собою, в порівнянні з цегляними будівлями.

У результаті дослідження встановлено, що коли будівля споруджена на глинистій основі деформація зменшується на 1,35 мм (55,5%) у панельної будівлі та на 1,61мм (39,9%) у цегляної будівлі.

Отже, можна зробити висновок, що сейсмостійкими є малоповерхові панельні будівлі, які розташовані на щільній глинистій ґрунтовій основі, торцевою стороною до напрямку поширення сейсмовибухової хвилі. Це

відповідає встановленим нормам, вказує на ефективність використаної методики і дозволяє рекомендувати її для застосування при проектуванні будівель поблизу проведення вибухових робіт.

#### **7.4. Моделювання дії повітряно-ударних хвиль на живі організми під час вибухів зарядів сумішевих вибухових речовин**

У зв'язку зі збільшенням об'ємів проведення гірничих робіт та наближенням кар'єрних полів до екосистем, що охороняються, виникає питання про їх безпеку при інтенсивних динамічних навантаженнях під час дії вибухів вибухових речовин (ВР). Однак для підривних робіт характерним є малий коефіцієнт використання енергії вибуху, підвищення вимог технологічної і екологічної безпеки, економічна недоцільність використання дорогих промислових ВР. Тому в останні роки розроблено декілька десятків нових сумішевих без тротилових ВР. Водночас висновки про їх технологічну ефективність та екологічну безпеку базуються на візуальних спостереженнях дослідних і практичних результатів вибухів.

Також особливої уваги потребують території, де окрім екологічних проблем, притаманних виробничим процесам, існують інші види небезпек, наприклад, пов'язані із веденням воєнних дій (бомбардування, вибухів воєнних складів боєприпасів, мінування, використання фосфорних мін, знищення інфраструктури населених пунктів тощо). Тому перед науковцями гостро постає питання про безпеку природно-техногенних екосистем при поширенні повітряно-ударних хвиль.

У зв'язку з цим дослідження параметрів повітряно-ударних хвиль (ПУХ), що впливають на охоронні екосистеми під час вибухів нових сумішевих ВР, і прогнозування ступеня пошкодження техногенних систем та ураження живих організмів є актуальною науково-практичною задачею.

Як відомо, основними параметрами повітряно-ударної хвилі (ПУХ), що визначають її руйнуючу і вражаючу дію, є: надлишковий тиск  $\Delta P$ , Па; швидкісний напір  $\Delta P_{ш}$ , Па; питомий імпульс тиску  $I$ , Па\*с; час дії ударної хвилі  $\tau_+$ , мс.

Надлишковий тиск на фронті ударної хвилі - основний параметр, що визначає нищівну силу ударної хвилі. Це різниця між максимальним  $P$  і атмосферним тиском  $P_0$ :  $\Delta P = P - P_0$ .

Для визначення надлишкового тиску в інженерній практиці широко використовують різні модифікації емпіричної формули М. А. Садовського [361, 431], яка застосовується для заряду тротилу. Для інших вибухових речовин використовується так званий енергетичний тротиловий коефіцієнт еквівалентності вибухової речовини. Але ці формули не відповідають теорії розмірностей та подібності, тому їх застосування може призвести до незадовільних результатів.

Дослідженням по визначенню та оцінці впливу повітряно-ударних хвиль присвячені роботи багатьох вчених. Більшість робіт присвячено дослідженням підземних та наземних вибухів та дослідженням уражаючих факторів ядерного вибуху. Методи визначення окремих параметрів вибуху та оцінці їх вражаючої дії на об'єкти навколишнього середовища при вибуху призначені роботи Я.М. Айзенберга, А.Н. Бірбаєра, В.В. Бойко, О.О. Вовка, К.В. Єгупова, Ю.І. Калюха, М. А. Клячко, С.В. Полякова, Ю.И. Немчинова, О.А. Савінова, А. Е. Саргсяна П.З. Лугового, В.Г. Кравця, В.С. Кукунаєва, Н.С. Ремез, Л.Р. Ставнищера, А.Г. Тяпіна, В.Г. Бєднякова, А.М. Уздіна, С.Г. Шульмана, Н. Ньюмарка и Э. Розенблюета та інших.

Дослідженнями цих вчених були встановлені такі вражаючі для екосистем фактори вибухів, як воронка на поверхні ґрунту, дія вибухової ударної хвилі, сейсмічний вплив вибуху на об'єкти, вплив газопилової хмари, піднятої в повітря при вибуху, теплове випромінювання та вражаюча дія фрагментів та уламків на охоронні об'єкти.

Дослідження уражаючих факторів вибухів присвячені роботи багатьох вчених. Так, в публікації [432] здійснена оцінка дії ПУХ при аварійному вибуху на складі боєприпасів, описані основні фізичні процеси при дії ПУХ на оточуючі об'єкти, визначено основні параметри дії ПУХ: надлишковий тиск на фронті ПУХ, імпульс тиску у фазі стиснення, час дії ПУХ та була розрахована безпечна відстань при дії ударної хвилі. Формули та залежності отримані в працях, можуть бути адаптовані та використані для дослідження випадку вибуху, наприклад, терористичного акту.

В роботі Вадуліної Н.В., Ачівакова Л.Р. та Санімова А.О. [433] розглядаються основи забезпечення життєдіяльності людини при вибуху трубопроводу, досліджено залежність умовної ймовірності ураження людини від зміни надлишкового тиску ударної хвилі вибуху.

В роботах [434 - 437] було досліджено вплив вибухових поразок організм людини під час техногенних катастроф і терористичних актів.

У роботі Чернозубенко О.В., Купріненко В.Г. та Бісик С.П. [438] наведений аналіз уражаючих факторів після вибуху на організм людини, для можливості забезпечення комплексної системи індивідуального захисту. Графічно зображений розподіл травмувань частин тіла військовослужбовців під час вибуху. Виділені уражаючі фактори підриву вибухового пристрою: первинні (осколки вибухового пристрою та ударна хвиля) та вторинні фактори (падіння особового складу з техніки, ураження уламками будівель та споруд, стрес та серцева нападки).

Дослідження, проведені в роботі [439], сприяли встановленню механогенез впливу уражаючих факторів вибухових пристроїв на організм людини. Результати аналізу показали, що основними пошкодженнями є травми нижніх кінцівок, внутрішніх органів, голови.

Крючкова А.С., Аржавкінна Л.Г. та Жекалов А.Н. у своїй роботі [440] представили результати вивчення динаміки фізичної працездатності і

поведінкових реакцій білих шурів в різні інтервали першої доби після ураження повітряної ударної хвилею легкого та середнього ступеня тяжкості.

У працях Лучко І.А., Ремез Н.С., Воробйова В.Д. описані нові типи ВР [441-444]. Автори виконали також порівняння різних варіантів зарядження свердловин і стверджують про перспективність використання цих ВР. Проте, питання впливу повітряно-ударних хвиль нових сумішевих ВР залишається відкритим.

Розглядається вибух сферичного заряду ВР у повітрі. Рух продуктів детонації та повітря описується системою диференціальних рівнянь, які визначають закони збереження кількості руху, маси та імпульсу [363]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (7.19)$$

$$\frac{\partial \ln \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \ln \rho}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{Nu}{r} = 0, \quad (7.20)$$

$$\frac{\partial (p/\rho^\gamma)}{\partial t} + u \frac{\partial (p/\rho^\gamma)}{\partial r} = 0, \quad (7.21)$$

де  $r$  – координата,  $u$  – швидкість,  $p$  – тиск;  $t$  – момент часу;  $\gamma$  – показник ізентропи;  $\rho$  – щільність.

Розширення продуктів детонації відбувається за двучленною изентропою.

Константи в рівнянні (2) характеризують даний тип ВР.

Початковими умовами даної задачі є:

$$u = 0, \quad p = p_n, \quad \rho = \rho_n \quad \text{при} \quad 0 \leq r < r_0, \quad (5)$$

$$u = 0, p = 0, \rho = \rho_0 \text{ при } r_0 \leq r, \quad (6)$$

де  $r_0$  – радіус заряду,  $p_n, \rho_n$  - тиск та щільність продуктів детонації при вибуху,  $\rho_0$  - щільність повітря.

Граничні умови наступні: 1) умова неперервності швидкості  $u$  і тиску на рухомій контактній границі «продукти детонації – повітря»; 2) умова «непроникнення» - швидкість на осі заряду дорівнює нулю. Для апроксимації системи диференціальних рівнянь (1) – (3) з відповідними початковими і граничними умовами застосовувався метод скінчених різниць із використанням кінцево-різницевої схеми типу «хрест» [390] другого порядку точності за просторовою та часовою координатами.

Для розрахунку впливу традиційних та нових сумішевих вибухових речовин на параметри ударної хвилі розглядались такі ВР: тротил, полімікс ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%), комполайт ГС6, полімікс ГР4-Т10 [443], основні термодинамічні параметри яких наведено в табл.7.5.

Таблиця 7.5.

Параметри вибуху тротилу та нових сумішевих ВР

№	ВР	Параметри						
		тиск $p_n$ , ГПа	$Q$ , КДж/ кг	$\gamma$	$\rho_0$ , кг/м <sup>3</sup>	A	$B \cdot 10^{-5}$	N
1	Тротил	9,8	4184	1,25	1600			3,12
2	Полімікс ГР1/8	4,54	3355,7	1,242	1000	59,35	0,604	2,48
3	Комполайт ГС6	1,75	3919,7	1,235	852	7,671	1,638	2,24
4	Полімікс ГР4-Т10	2,71	3864,4	1,245	872	5,67	1,279	2,73

У результаті чисельного розв'язання задачі були отримані графічні функціональні залежності зміни надлишкового тиску від відстані розповсюдження ПУХ для різних радіусах заряду різних типів ВР. Наприклад, на рис. 7.19  $r_0 = 0,2$  м.

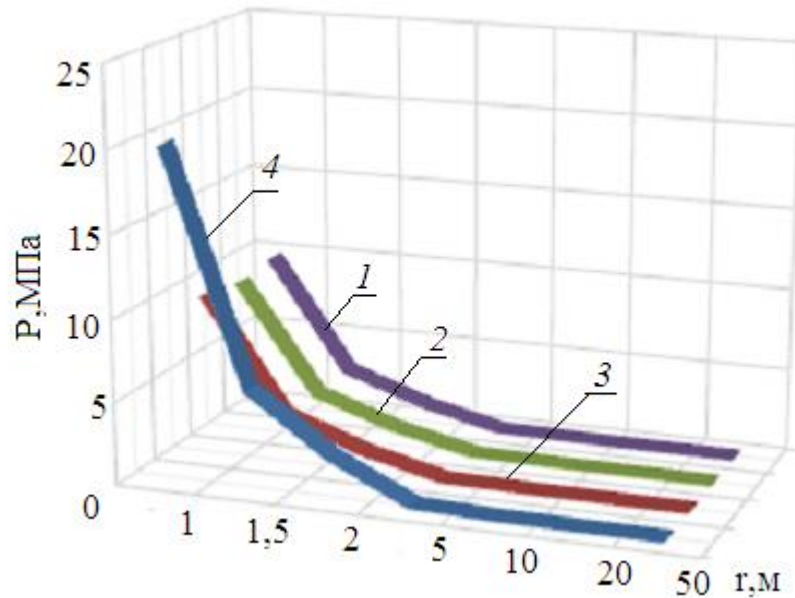


Рисунок 7.19. Залежність зміни надлишкового тиску повітряно-ударної хвилі від осередку вибуху при  $r_0 = 0,2$  м: 1- полімікс ГР1/8; 2 – комполайт; 3 - полімікс ГР4-Т10; 4 – тротил.

За результатами розрахунків видно, що надлишковий тиск повітряно-ударної хвилі, утворений при вибуху традиційної вибухової речовини – тротилу значно більший, ніж під час вибуху нових сумішевих вибухових речовин. На відстані розповсюдження повітряно-ударної хвилі в 1 м при вибуху зарядів радіусом 0,1 м та 0,2 м надлишковий тиск для тротилу в 2 рази більше ніж для нових сумішевих ВР. На відстані 1,5 та 2 м різниця скорочується та становить 90 - 75%. На відстані від 5 м від епіцентру вибуху, значення надлишкового тиску майже однакові. Це пояснюється тим, що в ближній зоні вибуху тротил має значно більші параметри вибуху (тиск, щільність, теплота випромінювання тощо), але з збільшенням відстані від вибухової порожнини хвилі, утворені



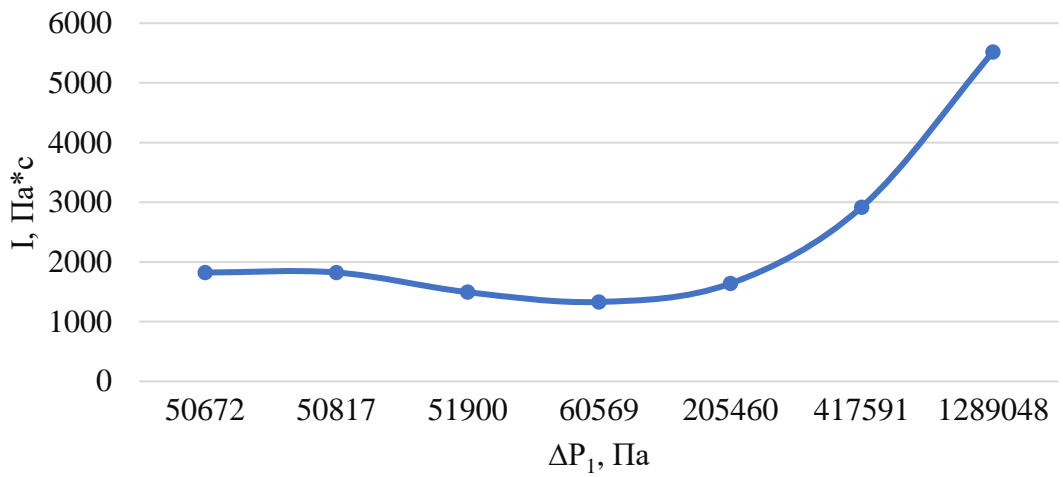
вибухом тротилу загасають значно інтенсивніше, ніж від сумішевих ВР, тому що при вибуху зарядів тротилу значно більші енергетичні втрати на фронті ударної хвилі.

Звідси можна зробити висновок, що в дальній зоні вибуху параметри повітряно-ударних хвиль слабо залежать від типу ВР, а визначаються масою заряду.

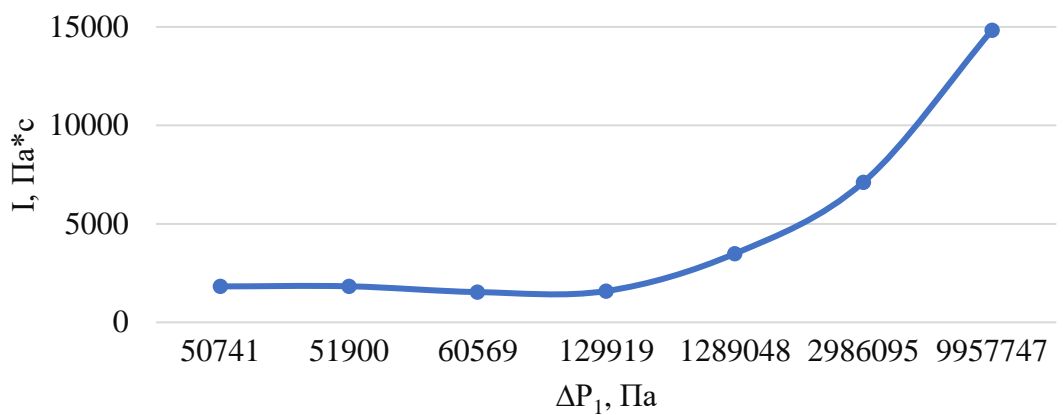
Таким чином можна сказати, що традиційна вибухова речовина, така як тротил, утворює сильніший надлишковий тиск під час вибуху, а отже й сила руйнування оточуючих об'єктів вище, ніж у нових сумішевих вибухових речовинах. Застосування поліміксу ГР4-Т10, комполайту ГС6 та поліміксу ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%) при підривних роботах безпечніше, з точки зору утворення надлишкового тиску.

Після порівняння дії вибуху зарядів традиційних та нових сумішевих ВР за надлишковим тиском на фронті ударної хвилі, було розраховано імпульс для цих самих вибухових речовин. В якості прикладу на рис. 7.20 наведено залежність імпульсу від надлишкового тиску під час вибуху зарядів поліміксу ГР4-Т10 з різними радіусами.

За результатами розрахунків та графічним зображенням залежності імпульсу від надлишкового тиску, видно, зі збільшенням надлишкового тиску імпульс повітряно-ударної хвилі – зростає. Імпульс повітряно-ударної хвилі, утворений при вибуху традиційної вибухової речовини – тротилу більше на 40% ніж під час вибуху нових сумішевих вибухових речовинах, для усіх досліджених радіусів зарядів на відстані 1 м від епіцентру вибуху. На відстані 1,5 та 2 м, ця різниця становить 30% та 20% відповідно. При відстані від 5 м, значення імпульсу майже однакове для зарядів радіусом в 0,1 та 0,2 м, проте для заряду з радіусом 1 м – при відстані від епіцентру вибуху від 1,5 до 20 м різниця становить 40%, а від 20 м – 20%.



a)



б)

Рисунок 7.20. Залежність імпульсу від надлишкового тиску під час вибуху зарядів поліміксу ГР4-Т10 з різними радіусами: а) при  $r_0 = 0,1$  м; б)  $r_0 = 0,2$  м .

Отже, традиційна вибухова речовина, така як тротил, утворює сильніший імпульс під час вибуху, тому й сила руйнування оточуючих об'єктів вище, ніж у нових сумішевих вибухових речовинах. Застосування поліміксу ГР4-Т10, комполайту ГС6 та поліміксу ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%) при підривних роботах безпечніше, з точки зору утворення імпульсу.

У табл. 7.6 наведено результати розрахунків залежності ступеня ураження людей під час вибуху тротилу та нових сумішевих ВР від відстані розповсюдження вибухової хвилі для різних радіусів заряду (табл.2 ).

Ступінь ураження людей під час вибуху різних ВР

Ступінь ураження	$\Delta P_1$ , Па	Відстань розповсюдження вибухової хвилі, $r_H$ м (*)		
		$r_0= 0,1$ м	$r_0= 0,2$ м	$r_0= 1$ м
Загибель людей в результаті прямого впливу ПУХ Загибель людей під руїнами будівель Загибель людей внаслідок удару об тверді предмети	190000	<u>2,5-3</u> 3-3,5	<u>5-6</u> 5,5-6,8	<u>25-31,5</u> 47-48
Серйозні пошкодження в результаті дії ПУХ Серйозні пошкодження при обваленні будівлі або переміщення тіла вибуховою хвилею	69000- 76000	<u>4,5-6</u> 4,7-7,8	<u>9,5-</u> <u>10,5</u> 7,3-8,5	<u>49,5-</u> <u>50,5</u> більше 50
Серйозні пошкодження барабанних перетинок і легких під дією вибухової хвилі Ураження осколками і руїнами будівлі	55000	<u>8-9</u> 10-11	<u>16-16,5</u> більше 50	більше 50
Ураження осколками і руїнами будівлі Імовірність розриву барабанних перетинок 10%	24000	більше 50	більше 50	більше 50
Тимчасова втрата слуху або травми в результаті вторинних ефектів вибухової хвилі (обвалення будівлі і перенесення тіла). Летальний результат або серйозні пошкодження від прямого впливу вибухової хвилі малоімовірні	16000	більше 50	більше 50	більше 50
Травми, пов'язані з руйнуванням скла і пошкодженням стін будівлі	5900- 8300	більше 50	більше 50	більше 50

В таблиці в чисельнику наведено дані для тротилу, в знаменнику – для нових сумішевих речовин.

З аналізу таблиці можна зробити висновок, що використання такої традиційної вибухової речовини, як тротил, є більш небезпечним для здоров'я людей, ніж використання нових сумішевих вибухових речовин, так як, наприклад, загибель людей в результаті прямого впливу ПУХ від час вибуху ВР із  $r_0 = 0,1$  м при надлишковому тиску 190 КПа для тротилу відбудеться на відстані 2,5-3 м, а під час вибуху нових сумішевих ВР на відстані 3-3,5 м.

В роботі [445] по експериментальним даним були проаналізовані ступені контузій (СК) у собак, що викликані дією повітряно-ударних хвиль, які настають при наступних значення максимального та середнього тиску. При цьому авторами було запропоновано використовувати параметр  $P_{cp} = I_{y0} / t$ , який дорівнює відношенню питомого імпульсу до часу дії ПУХ, тому що розкид експериментальних даних для нього значно менший, ніж для  $P_{max}$ . Для оцінки ураження людей від час вибуху ВР, в надзвичайних ситуаціях або терористичних актах, важливо оцінювати вірогідність отримання ураження ПУХ та ступінь контузії, при цьому найбільш прийнятним є клас параметричних законів ураження (ПЗУ) із застосуванням розподілу Вейбула – Гнеденко.

Для вирішення цієї задачі у роботі був зроблений перерахунок ступені контузії при певних параметрах повітряно-ударних хвиль.

Для практичного застосування теоретичних результатів поширення ПУХ та їх дії на живі елементи екосистеми, розроблено методику розрахунку безпечних параметрів вибуху.

Для побудови залежності  $P_{cp}$  від відносної відстані  $\bar{r} = \sqrt[3]{m} / r$ , були приведені розрахунки, приклад яких для тротилу наведено в табл. 7.7.

Таблиця 7.7.

### Залежність тиску від відносної відстані для тротилу

$r, \text{ м/}$	$\sqrt[3]{m} / r$			$\Delta P_{\text{ср}}, \text{ Па}$		
	$m$ = 6,7 кг	$m$ = 13,4кг	$m$ = 6702 кг	$m$ = 6,7 кг	$m$ = 13,4 кг	$m$ = 6702 кг
1	1,885	2,375	18,848	$2,6 \cdot 10^6$	$20,13 \cdot 10^6$	$2,5 \cdot 10^9$
1,5	1,26	1,58	10,57	$0,8 \cdot 10^6$	$6 \cdot 10^6$	$7,44 \cdot 10^8$
2	0,943	1,188	9,424	$0,36 \cdot 10^6$	$2,6 \cdot 10^6$	$3,14 \cdot 10^8$
5	0,38	0,48	3,77	$70,7 \cdot 10^3$	$211 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^7$
10	0,19	0,24	1,9	$53 \cdot 10^3$	$60,7 \cdot 10^3$	$2,56 \cdot 10^6$
20	0,095	0,12	0,95	$50,9 \cdot 10^3$	$53,2 \cdot 10^3$	$0,36 \cdot 10^6$

Таким чином, на основі проведених досліджень можна зробити такі висновки.

Як відомо, основними параметрами повітряно-ударної хвилі, що визначають її руйнуючу і вражаючу дію, є: надлишковий тиск, швидкісний напір, питомий імпульс тиску та час дії позитивної фази ударної хвилі.

На сьогодні широке практичне застосування набули нові безтротилкові сумішеві ВР, технічна та економічна ефективність яких доведена. Але відсутнє теоретичне обґрунтування екологічної безпеки використання цих ВР і взаємодії повітряно-вибухових хвиль при проведенні вибухових робіт з елементами екосистем.

На базі математичного моделювання досліджено залежність зміни параметрів повітряно-ударних хвиль від маси заряду вибухової речовини на різних відстанях від епіцентру вибуху. Для маси заряду 10 кг встановлено такі залежності для параметрів ПУХ для тротилу: надлишковий тиск  $y = 9901,3x^{0,7034}$ , тиск швидкісного напору  $y = 423,12x^{1,301}$ , питомий імпульс  $y = 0,63x^{0,6667}$ , час дії позитивної фази хвилі  $y = 4,6171x^{0,1667}$ ; для поліміксу ГР4-Т10: надлишковий тиск  $y = 7932,4x^{0,647}$ , тиск швидкісного напору  $y = 250,87x^{1,2262}$ ; для комполайту ГС6: надлишковий тиск  $y = 7932,4x^{0,647}$ , тиск швидкісного напору

$y = 250,87x^{1,2262}$ ; для поліміксу ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%): надлишковий тиск  $y = 7457,5x^{0,636}$ , тиск швидкісного напору  $y = 218,73x^{1,211}$ .

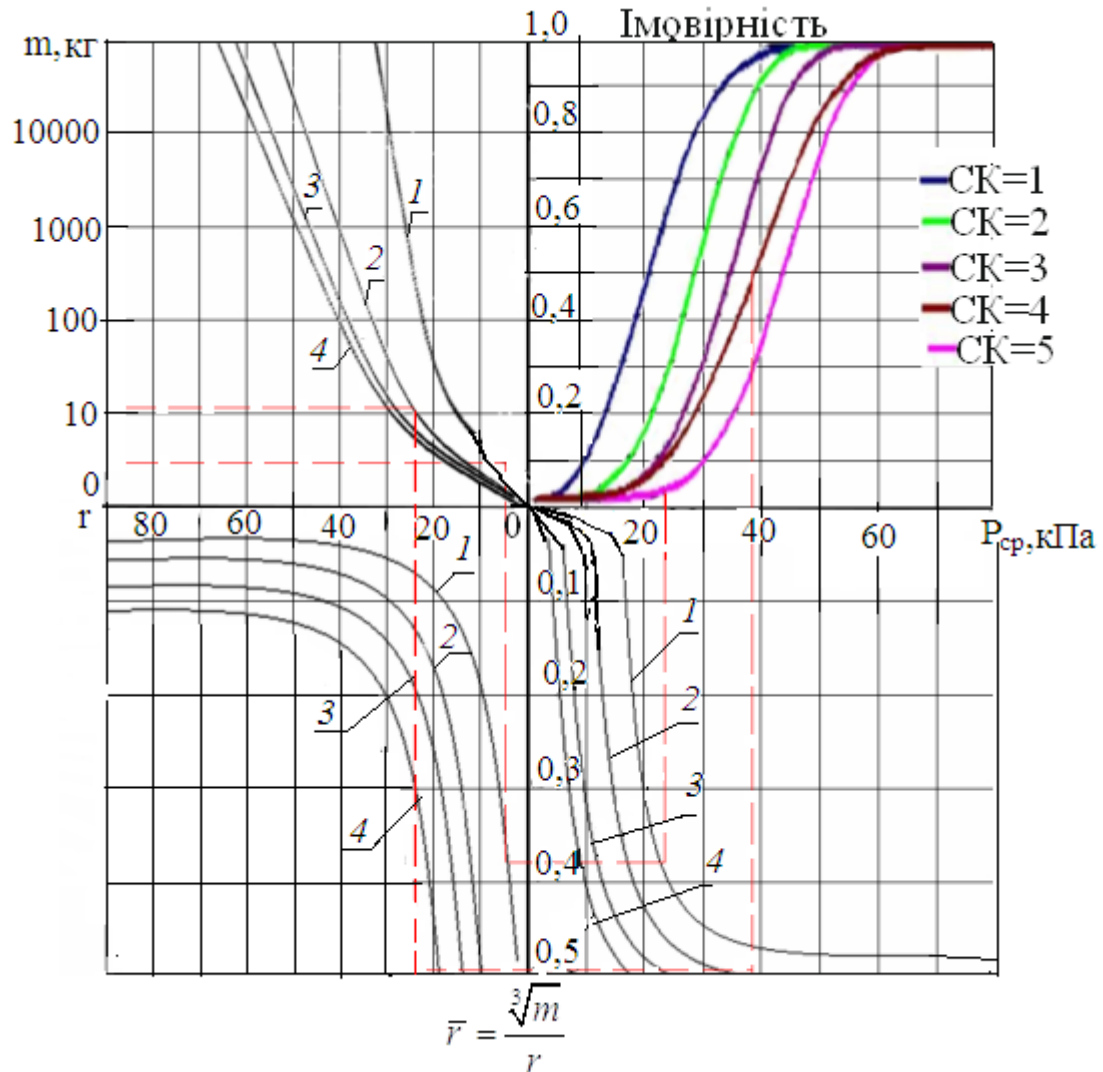


Рисунок 7.20. Номограма визначення безпечних параметрів вибуху для різних типів ВР для собак, кроликів, свиней: 1 – тротил, 2 – полімікс ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%), 3 – комполайт ГС6, 4 – полімікс ГР4-Т10.

На рис. 7.21 зображено номограми визначення безпечних параметрів вибуху для людей при вибухах зарядів різних типів ВР для різних типів ВР. Нумерація кривих на рис. відповідає нумерації рис. 7.20.

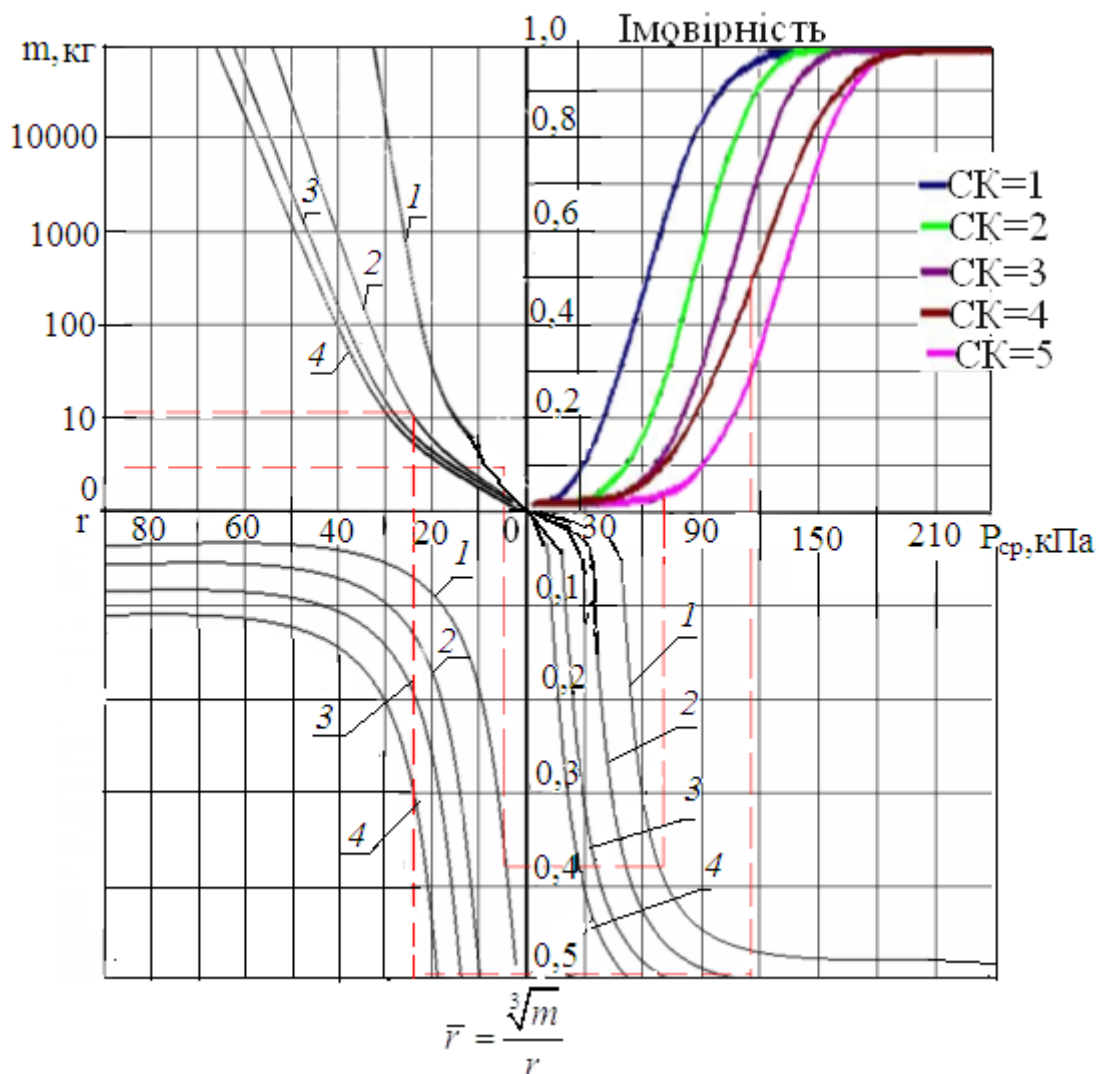


Рисунок 7.21. Номограма визначення безпечних параметрів вибуху для різних типів ВР для людей: 1 – тротил, 2 – полімікс ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%), 3 – комполайт ГС6, 4 – полімікс ГР4-Т10.

Для маси зарядом 50 кг встановлено такі залежності для параметрів ПУХ для тротилу: надлишковий тиск  $y = 4 * 10^6 x^{-1,535}$ , тиск швидкісного напору  $y = 5 * 10^7 x^{-3,005}$ , питомий імпульс  $y = 85,545 x^{-1}$ , час дії позитивної фази хвилі  $y = 2,8025 x^{-0,5}$ ; для поліміксу ГР4-Т10: надлишковий тиск  $y = 2 * 10^6 x^{-1,424}$ , тиск швидкісного напору  $y = 1 * 10^7 x^{-2,803}$ ; для комполайту ГС6: надлишковий тиск  $y = 2 * 10^6 x^{-1,426}$ , тиск швидкісного напору  $y = 1 * 10^7 x^{-2,806}$ ; для поліміксу ГР1/8

(74%)+КРУК2 (26%): надлишковий тиск  $y = 2 \cdot 10^6 x^{-1,407}$ , тиск швидкісного напору  $y = 1 \cdot 10^7 x^{-2,772}$ .

Виходячи з порівняння розрахункових результатів та ступенем ураження, маємо, що використання такої вибухової речовини, як тротил, є більш небезпечним для здоров'я людей, ніж використання нових сумішевих вибухових речовин, так як, наприклад, загибель людей в результаті прямого впливу ПУХ від час вибуху ВР із  $r_0 = 0,1$  м при надлишковому тиску 190 КПа для тротилу відбудеться на відстані 2,5-3 м, а під час вибуху нових сумішевих ВР на відстані 3-3,5 м.

На основі встановлених залежностей надлишкового тиску, питомого імпульсу від типу і маси заряду ВР, а також відстані від епіцентру вибуху розроблено інженерну методику розрахунку небезпечних параметрів вибуху на живі складові екосистем.

Таким чином, за результатами досліджень розроблена ефективна методика розрахунку, заснована на чисельному моделюванні вибуху сферичних зарядів традиційних та нових вибухових речовин у повітрі, яка дозволяє отримати параметри повітряно-ударних хвиль в залежності від часу, відстані, маси заряду та типу ВР.

На основі математичного моделювання процесу розповсюдження повітряно-ударних хвиль та її взаємодії з природно-техногенними екосистемами досліджено вплив традиційних та нових сумішевих вибухових речовин на параметри ПУХ. В результаті чисельних розрахунків встановлено, що під час вибуху зарядів традиційної ВР (тротил), утворюється сильніший, в середньому на 85%, надлишковий тиск, ніж у нових СВР. Отже, застосування поліміксу ГР4-Т10, комполайту ГС6 та поліміксу ГР1/8 (74%)+КРУК2 (26%) при підривних роботах безпечніше, з точки зору утворення надлишкового тиску.

Визначені функціональні (степеневі) залежності надлишкового тиску від відстані джерела вибуху та маси заряду і імпульсу від надлишкового тиску та радіуса заряду для різних типів ВР.



Встановлено, що зі збільшенням надлишкового тиску імпульс повітряно-ударної хвилі зростає. При використанні тротилу утворюється питомий імпульс значно сильніший (на 40%) , ніж при підриванні нових сумішевих вибухових речовин.

Виявлено, що руйнівна та уражаюча дія при вибуху заряду тротилу значно більша, ніж у НВСП. Безпечна відстань від джерела вибуху таких зарядів збільшується на 25 – 50 %.

На основі встановлених залежностей надлишкового тиску, питомого імпульсу від типу і маси заряду ВР, а також відстані від епіцентру вибуху розроблено інженерну методику розрахунку небезпечних параметрів вибуху на живі складові екосистем.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Кольский Г. Волны напряжений в твердых телах. Москва: Иностранная литература, 1965. 192 с.
2. Баркан Л.Д. Динамика оснований и фундаментов. Москва: Стройвоенмориздат, 1948. 412 с.
3. Гринченко В.Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наук. думка, 1981. 283 с.
4. Селезов И.Т. Моделирование волновых и дифракционных процессов в сплошных средах. Киев: Наук. думка, 1989. 204 с.
5. Сеймов В.М. и др. Динамика и сейсмостойкость гидротехнических сооружений. Киев: Наук. думка, 1983. 320 с.
6. Сеймов В.М., Трофимчук А.Н., Савицкий О.А. Колебания и волны в слоистых средах. Киев: Наук. думка, 1990. 124 с.
7. Трофимчук А. Н., Гомилко А. М., Савицкий О. А. Динамика пористоупругих насыщенных жидкостью сред. Киев: Наук.думка, 2003. 230 с.
8. Трофимчук А. Н. Сейсмостойкость сооружений с учетом их взаимодействия с грунтовым основанием. Киев: ООО "ПолиграфКонсалтинг", 2004. 72 с.
9. Седов Л.И. Математические методы построения новых моделей сплошных сред. *Успехи математических наук*. 1965. № 5. С. 121 – 180.
10. Рахматулин Х.А. О распространении волны разгрузки. *Прикл. матем. и механика*. № 1. С. 91 – 100.
11. Ляхов Г.М. Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах. Москва: Недра, 1964. 216 с.
12. Ляхов Г.М., Полякова Н.И. Распространение и взаимодействие волн сжатия и разрежения в упруго – пластических средах. *Изв. АН СССР. отд. техн. наук. Механика и машиностроение*. 1960. № 3. С. 99 – 108.

13. Ляхов Г.М., Полякова Н.И. Взаимодействие ударной волны в упруго - пластической среде со смещающейся преградой. *Прикл. механика и техн. физика*. 1962. № 5. С. 89 – 96.
14. Ишлинский А.Ю., Зволинский Н.В., Степаненко И.З. К динамике грунтовых масс. *Докл. АН СССР*. 1954. № 4. С. 729 – 731.
15. Компанеец А.С. Ударные волны в пластической уплотняющейся среде. *Докл. АН СССР*. 1956. № 1. С. 49 – 52.
16. Ловецкий Е.Е. Некоторые вопросы теории взрыва в пористом грунте. *Изв. АН СССР. отд. техн. наук. Механика и машиностроение*. 1959. № 6. С. 621 – 625.
17. Рахматулин Х.А., Сагмонян А.Я., Алексеев Н.А. Вопросы динамики грунтов. Москва: Издательство МГУ, 1964. 124 с.
18. Анциферов В.С., Рахматулин Х.А. Распространение сжимающе – сдвигающих возмущений в нелинейно – упругой среде. *Прикл. математика и механика*. 1964. № 3(28). С. 572 – 578.
19. Ромашов А.Н., Родионов В.Н., Сухотин А.П. Взрыв в уплотняющейся среде. *Докл АН СССР*. 1958. № 4. С. 627 – 631.
20. Ляхов Г.М., Нарожная З.В. Плоские взрывные волны в грунтах. *Прикл. механика и техн. физика*. 1961. № 6. С. 124 – 128.
21. Ляхов Г.М., Осадченко Р.А., Полякова Н.И. Взаимодействие ударной волны в пластической среде со смещающейся преградой с учетом влияния свободной поверхности. *Физика горения и взрыва*. 1965. № 3. С. 83 – 93.
22. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики. Москва: Наука, 1973. 416 с.
23. Кузнецов В.М., Лаврентьев М.А., Шер Е.Н. О направленном выбросе грунта при помощи ВВ. *Прикладная механика и техн. физика*. 1960. № 3. С. 153 – 157.

24. Кузнецов В.М. Гидродинамические модели взрыва в грунте. *Кузнецов В.М. Некоторые проблемы математики и механики*. Ленинград: Наука, 1970. С. 171 –182.
25. Кузнецов В.М., Поляк Э.Б. Импульсно – гидродинамические схемы взрыва на выброс шпуровых зарядов. *Физ. – техн. проблемы разработки полезных ископаемых*. Новосибирск. 1973. № 4. С. 32 - 40.
26. Кузнецов В.М. Математические модели взрывного дела. Новосибирск: Наука, 1977. 264 с.
27. Ляхов Г.М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. Москва: Наука, 1974. 192 с.
28. Зволинский Н.В. Об излучении упругой волны при сферическом взрыве в грунте. *Прикладная механика и математика*. 1969.№1(24). С. 126 –130.
29. Шемякин Е.И. Расширение газовой полости в несжимаемой упруго – пластической среде. *Прикладная механика и техн. Физика*. 1961. № 5. С. 91 –99.
30. Шемякин Е.И. О волнах напряжений в прочных горных породах. *Прикладная механика и техн. Физика*. 1963. № 5. С. 88 –93.
31. Сабодаш П.Ф. О распространении сферических волн в упруго – пластической среде. *Физика Земли*. 1966. № 4. С. 25 – 35.
32. Чедвик П., Кокс А., Гопкинс Г. Механика глубинных подземных взрывов. Москва: Мир, 1966. 126 с.
33. Lee E.A. Boundary value Problem in the Theory of Plastic Wave Propagation. *Quart. Appl. Math.* 1953. 10. P. 125 – 157.
34. Perzyna P. Propagation of elastic – plastic Waves in nonhomogeneous Solid. *Proc. Vibration probl.* Warsawa. 1959. N 5. P. 47 –53.
35. Cristescu N. Probleme dinamice in teoria Plasticitalit. Editura technical, Bucuresti, 1958. 134 p.
36. Osiecki J. Propagation of Plane Stress Wave in non-homogeneous Solid. *Proc. Vibration probl.* Warsawa. 1961. N 1. P. 196 –207.

37. Włodarczyk E.O. Pewnywłumienim frontu fali uderzeniowej propagujacej sie uwodnionej warstwie gruntu. *Biul. Wojsk. Akad. Tech. J. Dabrowskiego*, N 6. 1969. P. 125 – 129.

38. Фачиоли Э. Дискретная эйлерова модель распространения сферической волны в сжимаемой среде. *Фачиоли Э., Анг А. Действие ядерного взрыва*. Москва: Мир, 1971. С. 162 – 263.

39. Уилкинс М.Л. Расчет упруго – пластических течений. *Уилкинс М.Л. Вычислительные методы в гидродинамике*. Москва: Мир, 1967. С. 212 – 263.

40. Broud H.L. Numerical solution of spherical blast waves. *J. Appl. Phys.* 1955. N 6. P. 766 – 775.

41. Chon P.C., Hopkins A.K. Dynamic Response of Materials to Intense impulsive Loading. Air Force Material Laboratory, Wright – Peterson AFB. Ohio: 1973. 198 p.

42. Trebinski R., Włodarczyk E., Zonn S. Współdziałanie fal detonacyjnych i uderzeniowych w ładunkach dziłonych. *Biul. WAT. J. Dabrowskiego*. 1975. 24, N 12. P. 11 – 25.

43. Trebinski R., Włodarczyk E., Zonn S. Co – acting detonation and shock waves in segmented explosive charges. *J. Techn. Phys.* 1976. N 2. P. 145 – 158.

44. Novacki W.K. Stress Waves in Non – Elastic Solids. Pergamon: Oxford, 1978. 273 p.

45. Авдеев Ф.А., Барон В.Л., Блейман И.Л. Производство массовых взрывов. Москва: Недра, 1977. 312 с.

46. Адушкин В.В. Об инициировании взрывом созидательных процессов в природе. *Физика горения и взрыва*. 2000. №6(36) . С. 21 - 30.

47. Алферьев К.В., Боровиков В.В. Влияние жидких границ на направленность взрыва на выброс. *Физика горения и взрыва*. 2001. №5(37). С. 134 - 136.

48. Асонов В.А., Докучаев М.М., Кукунов Б.М. Буровзрывные работы. Москва: Госстройиздат, 1960. 401 с.

49. Балбачев И.П., Шлойдо Г.А., Юрко А.А. Рыхление мерзлых грунтов взрывом. Москва: Недра, 1974. 104 с.
50. Баранов Е.Г., Коваленко В.А. Влияние параметров детонации ВВ на распространение энергии взрыва скважинного заряда. *Физ. – техн. пробл. разраб. полезн. ископаемых*. 1975. № 6. С. 64 – 68.
51. Беляев А.Ф., Садовский М.А., Тамм И.И. Применение закона подобия при взрывах к явлению передачи детонации. *Прикл. механика и техн. физика*. 1960. № 1. С. 3 – 17.
52. Боровиков В.А., Ванягин И.Ф. Моделирование действия взрыва при разрушении горных пород. Москва: Недра, 1990. 234 с.
53. Боровиков В.В., Гуськов В.Д., Соколов А.Б. Использование волновых эффектов при направленном взрыве в грунте. *Физика горения и взрыва*. 2000. №3(36). С. 141 - 144.
54. Власов О.Е. Основы теории действия взрыва. Москва: Изд – во ВИА, 1957. 377 с.
55. Вовк А.А., Черный Г.И., Смирнов А.Г. Основы взрывной проходки подземных выработок. Киев: Наук. думка, 1966. 236 с.
56. Вовк А.А., Черный Г.И., Смирнов А.Г., Кравец В.Г. Основы динамики грунтов и ее практические приложения. Киев: Наук. думка, 1968. 204 с.
57. Вовк А.А., Черный Г.И., Смирнов А.Г. Деформирование сжимаемых сред при динамических нагрузках. Киев: Наук. думка, 1971. 176 с.
58. Вовк А.А., Черный Г.И. Взрывные работы в горных породах. Киев: Техника, 1973. 164 с.
59. Вовк А.А., Черный Г.И., Кравец В.Г. Действие взрыва в грунтах. Киев: Наук. думка, 1974. 208 с.
60. Вовк А.А., Смирнов А.Г., Кравец В.Г. Динамика водонасыщенных грунтов. Киев: Наук. думка, 1975. 204 с.
61. Вовк А.А. Основы прикладной геодинамики взрыва. Киев: Наук. думка, 1976. 276 с.

62. В.М. Комир, В.Н. Кузнецов, В.В. Воробьев, В.Н. Чебенко. Повышение эффективности действия взрыва в твердой среде. Москва: Недра, 1988. 209 с.
63. Демидюк Г.П., Бугайский А.Н. Средства механизации и технология взрывных работ с применением гранулированных ВВ. Москва: Недра, 1975. 216 с.
64. Докучаев М.М., Родионов В.Н., Ромашов А.Н. Взрыв на выброс. Москва: Наука, 1963. 108 с.
65. Дроговейко И.З. Разрушение мерзлых грунтов взрывом. Москва: Недра, 1981. 243 с.
66. Друкованый М.Ф., Ильин В.И., Ефремов Э.И. Буровзрывные работы на карьерах. Москва: Недра, 1978. 390 с.
67. Друкованый М.Ф., Комир В.М., Кузнецов В.М. Действие взрыва в горных породах. Киев: Наук.думка, 1983. 184 с.
68. Замесов Н.Ф. Применение теории подобия и размерности при моделировании процесса дробления пород взрывом. *Замесов Н.Ф. Проблемы механизации горных пород*. Москва: Изд-во АН СССР, 1986. С. 101 – 111.
69. Ефремов Э.И., Петренко В.Л., Пастухов А.И. Прогнозирование дробления горных массивов взрывом. Киев: Наук.думка, 1990. 120 с.
70. Иванов П.Л. Разжижение песчаных грунтов. Москва: Госэнергоиздат, 1962. 260 с.
71. Иванов П.Л. Уплотнение несвязных грунтов взрывами. Москва: Недра, 1967. 171 с.
72. Иванов П.Л. Уплотнение малосвязных грунтов взрывами. Москва: Недра, 1983. 230 с.
73. Калюх Ю.И., Соколовская А.Б., Дударенко А.И. Автоматизация расчетов оползней на основе программы LANDSLIP 2d mod при наличие грунтовых вод. *Моделювання та інформаційні технології*. 2000. №6. С. 170 - 175.
74. А.И. Дударенко, Ю.И. Калюх, Н.Д. Панкратова и др. Автоматизация расчетов оползневого давления, коэффициента устойчивости и других

характеристик напряженно-деформированного состояния оползневых массивов с учетом грунтовых вод на основе программы LANDSLIP 2d mod. *Межвідомчий наук.-технич. зб. "Будівельні конструкції"*. 2000. Вип. 53. кн. 1. С. 108 - 112.

75. Ю.И. Калюх, М.Л. Рыжий, Ю.Г. Жуковский и др. Высокоточная измерительная система формирования первичной информации о динамике строительных конструкций. *Сб. научн. трудов "Строительство, материаловедение и машиностроение"*, Вып.: Дн-ск, ПГАСА и А, 2002. С. 112 - 118.

76. Крысин Р.С. Поточное строительство каналов взрывом на выброс. Киев: Будівельник, 1984. 65 с.

77. Кутузов Б.Н. Взрывные работы. Москва: Недра, 1988. 383 с.

78. Кучерявый Ф.И., Кожушко Ю.М. Разрушение горных пород. Москва: Недра, 1972. 240 с.

79. Кучерявый Ф.И., Лучко И.А. Взрыв и горные технологии. Киев: Наук. думка, 1988. 160 с.

80. Кушнарев Л.М. Использование энергии взрыва в строительстве. Москва: Строиздат, 1973. 288 с.

81. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики. Москва: Наука, 1973. 416 с.

82. Литвинов И.М. Укрепление и уплотнение просадочных грунтов в жилищном и промышленном строительстве. Киев: Будівельник, 1977. 288с.

83. Мельников Н.В., Марченко Л.Н. Конструкция заряда и энергия взрыва. Москва: Недра, 1964. 138 с.

84. Мельников Н.В., Марченко Л.Н. Методы повышения полезной энергии взрыва. Москва: Ин – т горного дела АН СССР, 1967. 54 с.

85. Михалюк А.В., Захаров В.В. Релаксационные эффекты в динамике грунтов и горных пород. *Прикладная механика и техническая физика*. 2000. Т. 41. №3. С. 202 - 212.



86. Михалюк А.В., Захаров В.В. Влияние свойств взрывчатых веществ на затухание взрывных волн в грунтах. *Физика горения и взрыва*. 2001. № 4(37). С. 122 -128.
87. Мосинец В.Н. Дробящее и сейсмическое действие взрыва в горных породах. Москва: Недра, 1976. 271 с.
88. Насонов И.Л. Моделирование горных процессов. Москва: Недра, 1978. 256 с.
89. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. Москва: Недра, 1984. 232 с.
90. Пирский А.А. Эффективность подземной добычи угля. Киев: Выща школа, 1982. 288 с.
91. М.Ф. Бурштейн, Г.И. Покровский, Г.И. Карнаков, Л.В. Шлейман. Применение массовых взрывов в строительстве. Москва: Недра, 1980. 256 с.
92. Ржевский В.В., Новик Г.Я. Физика горных пород. Москва: Недра, 1984. 359 с.
93. Ткачук К.Н., Федоренко П.И. Взрывные работы в горнорудной промышленности. Киев: Выща школа, 1987. 272 с.
94. Ханукаев А.Н. Физические процессы при отбойке горных пород взрывом. Москва: Недра, 1974. 224 с.
95. Черниговский А.А. Применение направленного взрыва в горном деле и строительстве. Москва: Недра, 1976. 320 с.
96. Шапарь А.Г. Разработка высоких уступов с обрушением. Москва: Недра, 1985. 142 с.
97. Кузнецов В.М. Математические модели взрывного дела. Новосибирск: Наука, 1974. 264 с.
98. Кузнецов В.М. Некоторые проблемы гидродинамической теории взрыва. *Прикл. механика и техн. физика*. 1983. № 1. С. 88 – 96.
99. Кузнецов В.М. Импульсная гидродинамическая теория разрушения и выброса горных пород взрывом. *Взрывное дело*. 1979. № 81/38. С. 23 – 30.

100. Поляк Э.Б., Шер Е.Н. О форме воронки выброса при взрыве шпурового заряда в двухслойной среде. *Прикл. механика и техн. физика*. 1973. № 2. С. 143 – 146.

101. Кузнецов В.М., Труфанов Н.А. О взрыве на выброс удлиненных вертикальных зарядов. *Физ. – техн. пробл. разроб. полезн. ископаемых*. 1984. № 1. С. 16 – 20.

102. Ильинский Н.Б. Об одной импульсно – гидродинамической модели взрыва на выброс. *Прикл. механика и техн. физика*. 1977. № 2. С. 115 – 120.

103. Ильинский Н.В., Лабуткин А.Г., Салимов Р.Е. Некоторые задачи о взрыве заглубленных зарядов. *Тр. семинара по краевым задачам*. Казань, 1975. Вып. 12. С. 21 – 31.

104. Ильинский Н.В., Поташев А.В. Определение выемки выброса при взрыве заглубленного шпурового заряда в двухслойной среде. *Прикл. механика и техн. физика*. 1978. № 2. С. 109 – 114.

105. Ильинский Н.В., Якимов Н.Л. О взаимодействии двух плоских шпуровых зарядов при взрыве на поверхности грунта. *Прикл. механика и техн. физика*. 1977. № 1. С. 147 – 151.

106. Ильинский Н.В., Поташев А.В. Краевые задачи теории взрыва. Казань: Изд-во Казан. ун – та, 1986. 181 с.

107. Лаврик В.И., Вовк А.А., Лучко И.А. О решении задач теории взрыва на выброс в гидродинамической постановке. *Докл. Ан УССР. Сер. А*. 1973. № 9. С. 855 – 859.

108. Лаврик В.И. О применении одного метода конформных отображений к задачам теории взрыва. *Лаврик В.И., Лучко И.А. Исследование по теории функций комплексного переменного и его применение*. Киев: Наук. Думка, 1972. С. 150 – 159.

109. Лучко И.А. Гидроимпульсная схема расчета действия взрыва на выброс вертикального заглубленного плоского заряда. *Лучко И.А. Краевые задачи гидроаэромеханики*. Киев : Наук. думка, 1973. С. 70 – 75.

110. Лаврик В.И., Лучко И.А. Гидроимпульсная схема расчета взрыва на выброс плоских горизонтальных зарядов. *Докл. Ан УССР. Сер А.* 1974. № 3. С. 256 – 259.

111. Лаврик В.И., Лучко И.А. Расчет удлиненных зарядов выброса. *Вовк А.А. Основы прикладной геодинамики взрыва.* – Киев: Наук. думка, 1976. С. 43 – 55.

112. Лучко И.А. Действие взрыва на выброс горизонтального заглубленного заряда. *Вовк А.А. и др. Динамика водонасыщенных грунтов.* Киев: Наук. думка, 1975. С. 163 – 167.

113. Ляхов Г.М. Ударные волны в грунте и разжижение водонасыщенного песка. *Прикл. механика и техн. физика.* 1961. № 1. С. 96 – 101.

114. Рахматулин Х.А. Основы гидродинамики взаимопроникающих движений сжимаемых сред. *Прикладная математика и механика.* 1956. Вып. 2(20). С. 184 – 195.

115. Багдоев А.Г. Пространственные нестационарные движения сплошной среды с ударными волнами. Ереван: Изд-во АН АрмССР, 1961. 276 с.

116. Клейман Я.З. О распространении сильных разрывов в многокомпонентной среде. *Прикладная математика и механика.* 1958. Вып. 1. С. 197 – 205.

118. Biot M.A. Deformation and acaoustic propagation in porous media. *J. Appl. Phys.*, 33. N 4. 1962. P. 1482 – 1498.

119. Золотарев В.П., Николаевский В.Н., Степанов В.И. Особенности распространения упругих волн в пористых породах, насыщенных нефтью, газом и смесью жидкости и газа. В кн.: *Теория и практика добычи нефти.* Москва: Недра, 1966. С. 147 – 154.

120. Григорян С.С. Об основных представлениях механики грунтов. *Прикл. математика и механика.* 1960. Вып. 6(24). С. 1057 – 1072.

121. Григорян С.С. Об учете влажности в уравнениях движения грунтов. *Прикл. механика и техн. физика.* 1962. № 2. С. 128 – 131.

122. Григорян С.С. К решению задачи о подземном взрыве в мягких грунтах. *Прикл. математика и механика*. 1964. Вып. 2(28). С. 1070 – 1075.

123. Григорян С.С. Исследования по механике грунтов: автореферат дис. д-ра физ.-мат. наук. НИИ механики МГУ. Москва, 1965. 471 с.

124. Зволинский Н.В., Рыков Г.В. Отражение пластической волны от преграды. *Прикл. математика и механика*. 1963. Вып. 1(27). С. 91 – 108.

125. Зволинский Н.В., Рыков Г.В. Отражение плоской волны и преломление ее от границы двух полупространств. *Прикл. математика и механика*. 1965. Вып.4. С. 79 – 83.

126. Скобеев А.М. О плоской упруго – пластической волне. *Прикл. математика и механика*. 1965. Вып. 3(29). С. 509 – 515.

127. Вовк А.А., Плаксий В.А. Действие взрыва цилиндрического заряда в сжимаемой среде. *Прикладная механика*. 1968. № 4. Вып. 7. С. 116 – 122.

128. Г.К. Акутин О зоне действия взрыва цилиндрического заряда в сжимаемой среде. *Г.К. Акутин, И.А. Лучко, В.А. Плаксий, А.Г. Смирнов. Взрыв в пористых и дисперсных средах*. Киев: Наук.думка, 1969. С. 70 – 81.

129. Вовк А.А., Лучко И.А. Определение размеров воронок выброса при взрывах заглубленных горизонтальных цилиндрических зарядов в связных грунтах. *Докл. Ан УССР. Сер. А*. 1973. № 7. С. 664 – 666.

130. Баженов В.Г., Котов В.Л. Модификация численной схемы Годунова для решения задач импульсного нагружения мягких грунтов. *Прикладная механика и техническая физика*. 2002. №4(43). С. 139 - 145.

131. В.Г. Баженов Анализ применимости модифицированного метода Кольского для динамических испытаний грунтовых сред в деформируемой обойме. *Прикладная механика и техническая физика*. В.Г. Баженов, А.М. Брагов, В.Л. Котов и др. 2000. Т. 41. №3. С. 155 - 162.

132. Замышляев Б.В., Евтерев Л.С. Модели динамического деформирования и разрушения грунтовых сред. Москва: Наука, 1990. 215 с.

133. Кулинич Ю.В., Нарожная З.В., Рыков Г.В. Механические характеристики песчаных и глинистых грунтов с учетом их вязко – пластических свойств при кратковременных динамических нагрузках. Москва: 1976. 50 с. (Препринт /АН СССР Ин-т пробл. механики; 69).

134. Садовская О.В., Садовский В.М. К исследованию упругопластических волн в сыпучей среде. *Прикладная механика и техническая физика*. 2003. №5(44). С. 154 - 161.

135. Березин Ю.А., Сподарева Л.А. Продольные волны в сыпучих средах. *Прикладная механика и техническая физика*. 2001. №2(42). С. 148 - 154.

136. Березин Ю.А., Сподарева Л.А. Распространение акустических сигналов в грунтах. *Прикладная механика и техническая физика*. 2001. №4(42). С. 177 - 184.

137. Покровский Г.И. Исследование сжатия почвы при разных скоростях деформации. *Покровский Г.И., Наседкин Н.А., Синельщиков С.И. Почвоведение*. 1938. № 1. С. 75 – 79.

138. Рыков Г.В., Скобеев А.М. Измерение напряжений в грунтах при кратковременных нагрузках. Москва: Недра, 1978. 168 с.

139. Рыков Г.В. Экспериментальное исследование поля напряжений в песчаном грунте. *Прикл. механика и техн. физика*. 1964. № 4. С. 85 – 89.

140. Мельников В.В., Рыков Г.В. О влиянии скорости деформирования на сжимаемость лессовых грунтов. *Прикл. механика и техн. физика*. 1965. № 2. С. 158 – 160.

141. Рыков Г.В. Экспериментальные исследования сжимаемости глинистых грунтов при подземных взрывах. *Прикл. механика и техн. физика*. 1968. № 2. С. 149 – 151.

142. Ляхов Г.М. Определение вязких свойств грунта. *Прикл. механика и техн. физика*. 1968. № 4. С. 68 – 71.

143. Ставницер Л.Р. Исследование динамической сжимаемости грунтов. *Сб. научн. Трудов НИИ оснований*. Москва, 1966. № 56. С. 151 – 167.

144. Duval G. Propagation of Plane Shock Waves in Stress – Relaxing Medium in Stress waves in an Elastic Solid, edited by Kolski and Prager, *Berlin Springer Verlag*. 1964. P. 472 – 484.

145. Ляхов Г.М.. Определение динамической сжимаемости грунтов. *Основания, фундаменты и механика грунтов*. 1966. № 3. С. 5 – 8.

146. Ляхов Г.М., Полякова Н.И. Волны в плотных средах и нагрузки на сооружения. М.: Недра, 1967. 232 с.

147. Ляхов Г.М. Распространение волн в упруго - пластических средах (грунтах) и их взаимодействие с элементами сооружений. *Ляхов Г.М. Строительная механика в СССР 1917 – 1967*. Москва: Стройиздат, 1969. С. 121 – 126.

148. Ляхов Г.М. Основы динамики взрывных волн в грунтах и горных породах. Москва: Недра, 1974. 192 с.

149. Ляхов Г.М, Пачепский Я.А. Об учете вязких и пластических свойств при решении волновых задач. *Прикл. механика и техн. физика*. 1973. № 2. С. 41 – 47.

150. Ляхов Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах. Москва: Наука, 1982. 286 с.

151. Ляхов Г.М. Модель мерзлых грунтов для описания волновых процессов. Пробл. термомеханики грунтов / ред. С.С. Григорян, М.С. Красс. Москва: Изд – во Моск. ун – та, 1986. С. 16 – 37.

152. Вовк А.А., Лучко И.А., Плаксий В.А. Напряженно – деформированное состояние вязких мягких горных пород при взрывах. *Вестник АН УССР*. 1981. № 12. С. 9 – 16.

153. И.А. Лучко, Г.М. Ляхов, В.А. Плаксий, Н.С. Ремез. Моделирование в динамике неводонасыщенного грунта твердой пористой многокомпонентной вязкопластической средой. Киев: 1983. 37 с. (Препринт / АН УССР Ин – т проблем прочности, 83.07).

154 А.А. Вовк, И.А. Лучко, Г.М. Ляхов и др. Цилиндрические взрывные волны в грунтах. *Прикл. механика и техн. физика*. 1986. № 4. С. 100 – 105.

155. Г.М. Ляхов, В.А. Плаксий, Н.С. Ремез и др. Сферические взрывные волны в твердой многокомпонентной вязкопластической среде. *Прикладная механика*. 1986. № 5(22). С. 106 – 112.

156. Лучко И.А. Напряженно – деформированное состояние неводонасыщенного грунта при взрыве сферического заряда. *Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Взрыв в грунтах и горных породах*. Киев: Наук. думка, 1985.

С.21–33.

157. Лучко И.А. Напряженно – деформированное состояние неводонасыщенного грунта при взрыве цилиндрического заряда. *Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Взрыв в грунтах и скальных породах*. Киев: Наук. думка, 1986. С. 3 – 6.

158. Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Напряженно – деформированное состояние неводонасыщенного грунта при взрыве цилиндрических зарядов. Киев: Ин –т геофизики АН УССР.1986. 22 с. Рук. Деп. В ВИНТИ 21.02.86. № 1207 – В86.

159. Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Цилиндрические взрывные волны в твердой многокомпонентной вязкопластической среде. *Взрывное дело*. 1986. № 88/45. С. 28 – 36.

160. Лучко И. А., Плаксий В.А. Прикладные задачи динамики грунтов. Киев: Наук. думка, 1979. 132 с.

161. Лучко И.А., Плаксий В.А., Бойван В.С. Напряженно – деформированное состояние водонасыщенных грунтов при взрывах удлиненных цилиндрических зарядов. Киев: 1983. 44 с. (Препринт / АН УССР. Ин – т пробл. прочности, 83.06).

162. Лучко И.А. Исследование влияния противодействия на параметры цилиндрических взрывных волн в многокомпонентной среде. *Лучко И.А. Взрыв в грунтах и горных породах*. Киев: Наук. думка, 1985. С. 21 – 33.

163. Бойван В.С. Отражение волн от неподвижной преграды и границы раздела в водонасыщенных грунтах. *Бойван В.С., Лучко И.А., Плаксий В.А. Горные породы при динамических нагрузках*. Киев: Наук. думка, 1989. С. 15 – 22.

164. Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Цилиндрические взрывные волны в твердой многокомпонентной вязкопластической среде. *Взрывное дело*. 1986. № 88/45. С. 28 – 36.

165. Белинский И.В., Михалюк А.В., Христофоров Б.Д. Вязкость горных пород при деформационных процессах. *Изв. АН СССР. Физика Земли*. 1975. № 8. С. 23 – 27.

166. Богородский В.В., Гусев А.В., Хохлов Г.П. Физика пресноводного льда. Ленинград: Гидрометеиздат, 1971. 187 с.

167. Айнола Л.Я., Нигул У.К. Волновые процессы деформации упругих плит и оболочек. *Изв. АН ЭССР. Сер. физ.-мат. и техн. наук*. 1965. Т. 14. № 1. С. 3 – 63.

168. Алумяэ Н.А. Теория упругости оболочек и пластинок. *Механика в СССР за 50 лет*. Москва: Наука, 1972. Т.3. С. 227 – 266.

169. Кильчевский Н.А. Основы аналитической механики оболочек. Киев: *Изд-во АН УССР*, 1963. 157 с.

170. Кильчевский Н.А., Издебская Г.А., Кисилевская Л.М. Лекции по аналитической механике оболочек. Киев: Вища школа, 1975. 247 с.

171. Власов В.З. Общая теория оболочек и ее приложения в технике. Москва - Ленинград: ГИТ – ТЛ, 1949. 324 с.

172. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. Москва: Наука, 1967. 257 с.



173. Галимов К.З. О некоторых направлениях развития механики деформируемого твердого тела в Казани. *Исследования по теории пластин и оболочек*. Казан. ун – т.: Казань: 1979. Вып.14. С. 11 – 82.

174. Галин Н.П. Распространение упругопластических волн изгиба и сдвига при осесимметричной деформации оболочек. *Инж. Сб.*, 1961. Т31. С. 131 – 170.

175. Григолюк Э.И., Селезов И.Т. Неклассические теории колебаний стержней, пластин, оболочек. *Механика твердого деформируемого тела*: Т. 5. Москва: ВИНМИТИ, 1973.

176. Муштари Х.М., Галимов К.З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань: Таткнигоиздат, 1957. 186 с.

177. Муштари Х.М., Терегулов И.Г. К теории оболочек средней толщины. *Докл. АН СССР*. 1959 . Т.123. № 2. С. 1144 – 1147.

178. Новожилов В.В. Основы нелинейной теории упругости. Москва – Ленинград: Гостехиздат, 1948.

179. Айнола Л.Я. Нелинейная теория типа Тимошенко для упругих оболочек. *Изв. АН ЭССР. Сер. Физ. – мат. и техн. наук*. 1965. Т.14. № 1. С. 3 – 63.

180. Баженов В.Г. Численное исследование нестационарных процессов деформации упругопластических оболочек. *Проблемы прочности*. 1984. № 11. С. 51 – 54.

181. Баженов В.Г., Шинкаренко А.П. Упруго – пластическое деформирование составных оболочечных конструкций при импульсных воздействиях. *Проблемы прочности*. 1981. № 3. С. 25 – 29.

182. Ляхов Г.М., Осадченко Р.А., Полякова Н.И. Плоские волны в неоднородных и пластических средах и их взаимодействие с преградами. *Прикладная механика и техническая физика*. 1969. № 4. С. 45 – 49.

183. Баженов В.Т. Нелинейные задачи динамики тонкостенных конструкций при импульсных воздействиях. *Прикладные проблемы прочности и*

пластичности. *Статика и динамика деформируемых систем. Всесоюзн. межвуз. сб.* Горький: Горьк.ун – т., 1981. С. 57 – 66.

184. Дресвянников В.И. О численной реализации нелинейных уравнений упруго - пластических оболочек. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Статика и динамика деформируемых систем. Всесоюзн.межвуз.сб.* Горький: Горьк.ун – т., 1976. Вып.3. С. 82 – 90.

185. Witmer E.A., Balmer H.A., Leech J.W., Pian T.H. Large dynamic deformation of beams, rings, plates and shells. *AIAA Journal*, 1963. V.1, N 1. P. 1848 - 1857.

186. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. Москва: Изд – во АН СССР, 1963. 342 с.

187. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Модель и алгоритм. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Всесоюз.межвуз.сб. Горьк. Ун – т.* Горький, 1975. Вып. 1. С. 3 – 18.

188. Ильюшин А.А. Пластичность. Москва: Гостехиздат, 1948. 237 с.

189. Коларов Д., Болтов А., Бончева Н. Механика пластических сред / пер. с болгарского под ред. Г.С. Шапиро. Москва: Мир, 1979.

190. Коротких Ю.Г. Численный метод исследования поведения упругопластических тел при импульсных воздействиях. *Распространение упруго – пластических волн: труды 5 Всесоюзн. симпозиума.* Алма – Ата, 1973. С. 209 – 215.

191. Коротких Ю.Г. Математическая модель упругопластической среды, основанная на концепции кинематического изотропного упрочнения и ее реализация в статических и динамических задачах. *Труды 2 Всесоюз.конф. по числ. методам решения задач теории упругости и пластичности.* Новосибирск, ВЦ СО АН СССР. 1971. С. 156 – 169.

192. В.Г. Баженов, Ю.Г. Коротких и др. Методы численного анализа волновых процессов в сплошных средах и тонкостенных конструкциях с учетом

сопутствующих явлений. *Нелинейные и тепловые эффекты при переходных и волновых процессах*: труды симпозиума. Таллин, 1973. Вып. 1. С. 135 – 164.

193. Воробьев Ю.С., Колодяжный А.В., Севрюков В.И. и др. Динамика оболочечных конструкций при технологических нестационарных воздействиях. *Тр. XII Всесоюзн. конф. по теории пластин и оболочек*. Таллин, 1983. С. 94 – 103.

194. Воробьев Ю.С., Колодяжный А.В. Ударное воздействие взрывной волны на оболочечные конструкции. *Динамика и прочность судовых машин*: сб. научн. трудов Николаевского караблестр. ин – та. Николаев, 1983. С. 94 – 103.

195. Колодяжный А.В., Маштаков Н.В., Севрюков В.И. Упругая реакция цилиндрической оболочки на действие неосесимметричной импульсной нагрузки. *Пробл. машиностроения*. 1985. № 24. С. 9 – 12.

196. Колодяжный А.В., Севрюков В.И. Нестационарное деформирование ортотропной конической оболочки при импульсном нагружении. *Вопр. механики деформированного твердого тела*. Харків, 1987. № 8. С. 27 – 31.

197. Кохманюк С.С., Янютин Е.Г., Романенко Л.Г. Колебание деформируемых систем при импульсных и подвижных нагрузках. Киев: Наук.думка, 1980. 232 с.

198. Кохманюк С.С., Дмитриев А.С., Шелудьков А.Н. и др. Нестационарное деформирование элементов конструкций и их оптимизация. Киев: Наук.думка, 1984. 187 с.

199. Кохманюк С.С., Дмитриев А.С., Шелудьков А.Н. и др. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок. Киев: Наук.думка, 1989. 304 с.

200. Филиппов А.П., Кохманюк С.С., Янютин Е.Г. Деформирование элементов конструкций при действии ударных и импульсных нагрузок. Киев: Наук.думка, 1978. 184 с.

201. Абросимов Н.А., Баженов В.Г. О применении модели типа Тимошенко при локальном импульсном нагружении упругопластических цилиндрических

оболочек. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1980. Вып. 23. С. 57 – 64.

202. Абросимов Н.А., Баженов В.Г. Исследование упругопластических процессов деформирования пластин и оболочек вращения при импульсном нагружении в неклассической постановке. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1985. № 1(21). С. 73 – 79.

203. Абросимов Н.А., Столов В.П. Динамическое деформирование вязко – упруго – пластических оболочек вращения из композитных материалов при ударных воздействиях. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1986. Вып. 32. С. 88 – 94.

204. Абросимов Н.А., Баженов В.Г., Столов В.П. Численное исследование динамического деформирования многослойных композитных оболочек с тонкими жесткими слоями. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1986. Вып. 42. С. 48 – 53.

205. Баженов В.Г., Кочетков А.В., Михайлов С.С. Численное решение плоских и осесимметричных задач взаимодействия упругопластических оболочек с ударными волнами. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1977. С. 88 – 94.

206. Баженов В.Т., Чекмарев Д.Т. О конечноразностном решении волновых уравнений теории оболочек Тимошенко. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1981. С. 41 – 50.

207. Баженов В.Т. Численное исследование нестационарных процессов деформирования упругопластических оболочек. *Пробл. прочности: всесоюз. межвуз. сб.* Горький. 1984. №11. С. 51 – 54.

208. Баженов В.Т. Нелинейные задачи динамики тонкостенных конструкций. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1981. С. 57 – 66.

209. Гуцуляк Е.А., Киричок А.А. Об устойчивости переходных процессов в оболочках сложной формы. *Прикл. проблемы прочности и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький, 1988. № 6(24). С. 48 – 55.

210. Гуляев В.И., Баженов В.А., Гоцуляк Е.А. и др. Устойчивость периодических процессов в нелинейных механических системах. Львов: Вища школа, 1983. 288 с.

211. Булгару О.Е., Рыбакова Г.А. Численный анализ волновых полей амплитудно–частотных характеристиках составных цилиндрических оболочек. *Изв. АН МССР. Сер. физ. – техн. и мат. наук.* 1983. № 2. С. 4 – 10.

212. Валейко И.В. Динамическая реакция ортотропной оболочки вращения на импульсное нагружение. *Задачи механики твердого тела и прогрессивные процессы обработки металлов давлением.* 1987. № 3. С. 15 – 20.

213. Навал И.К., Сабодаш П.Ф. Осесимметричные волны в ортотропной цилиндрической оболочке. *Механика полимеров.* 1981. № 5. С. 924 – 928.

214. Пацюк В.И., Рыбакова Г.А., Сабодаш П.Ф. Динамическая реакция цилиндрической оболочки при осевом нагружении. *Уч. Записки ЦАГИ.* 1983. № 4(14). С. 76 – 84.

215. Пацюк В.И., Рыбакова Г.А., Сабодаш П.Ф. Численный анализ волновых процессов в оболочечно-стержневой системе. *Прикладная механика.* 1982. № 11(18). С. 57 – 64.

216. Римский В.К. Действия осевого импульса на составную оболочечно – стержневую конструкцию с присоединенными массами. *XIII Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек.* Таллин, 1983. Т 4. С. 120 – 125.

217. Булгару О.Е., Пацюк В.И., Римский В.К. Действие неосесимметричного импульса на составную оболочку с отверстиями и присоединенными массами. *Изв. АН МССР. Сер. физ. – тех. и мат. наук.* 1984. № 3. С. 3 – 13.

218. Булгару О.Е., Пацюк В.И., Римский В.К. Неосесимметричные волны в оболочке с отверстиями. *Изв. АН МССР. Сер. физ. – тех. и мат. наук.* 1985. № 3. С. 15 – 20.

219. Пацюк В.И., Рыбакова Г.А., Сабодаш П.Ф. Двумерные продольно – поперечные волны в тонкой цилиндрической оболочке конечной длины. *XIII Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек.* Таллин, 1983. Т 4. С. 20 – 23.

220. Пацюк В.И., Рыбакова Г.А., Сабодаш П.Ф. Волновые процессы в цилиндрической оболочке при неосесимметричном продольном ударе. *Прикладная механика.* 1985. № 1(21). С. 35 – 42.

221. Вовк А.А., Луговой П.З., Мельниченко Г.И. и др. Колебания цилиндрических труб при локальных импульсных нагрузках. *Докл. АН УССР. Сер.А.* 1982. № 6. С. 34 – 36.

222. Луговой П.З., Мельниченко Г.И., Ветухов В.И. Поведение трубопроводов при импульсных нагрузках. *Сопротивление материалов и теория сооружений.* 1982 . Вып. 41. С. 47 - 50.

223. Луговой П.З., Чабан В.Н. Оболочечная конструкция под действием импульсной нагрузки. *Докл. АН УССР. Сер.А.* 1983. № 2. С. 36 – 38.

224. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Об устойчивости разностных схем при исследовании динамики оболочек вращения. *Сопротивление материалов и теория сооружений.* 1984. Вып. 43. С. 36 – 41.

225. Луговой П.З., Чабан В.Н. Об осесимметричных колебаниях оболочечных систем при импульсном нагружении. *Прикладная механика.* 1984. № 6(20). С. 110 – 113.

226. Луговой П.З., Мейш В.Ф. К решению осесимметричных задач динамики цилиндрических оболочек численными методами. *Прикладная механика.* 1987. № 2(23). С. 38 – 44.

227. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Об использовании асимптотического метода для решения задач динамики оболочек. *Прикл. механика.* 1987. № 4(23). С. 46 – 52.

228. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Применение прямого асимптотического разложения для решения задач динамики оболочек. *Прикл. механика*. 1987. № 6(23). С. 36 – 38.

229. Гордиенко Б.А. Уравнения динамики слоистых оболочек. *Тр. X Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин*. Кутаиси, 1975. Тбилиси: Мицниереба, 1975. Т. 2. С. 11 – 18.

230. Гордиенко Б.А. Динамика ортотропных цилиндрических оболочек при осевом ударе. *Механика полимеров*. 1977. № 5. С. 892 – 895.

231. Малышев А.П., Паничкин В.И. Нелинейные волновые процессы в оболочках вращения. *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. 1976. № 4. С. 175 – 178.

232. Малышев А.П. Исследование переходных процессов в оболочечных конструкциях на основе схемы с минимальной дисперсией. *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. 1981. № 3. С. 66 – 73.

233. Паничкин В.И. Осесимметричные переходные процессы в оболочечных конструкциях с амортизаторами. *Прикл. проблемы прочности и пластичности*. Горький, 1981. С. 207 – 212.

234. Скворцова Э.В., Ярулин С.С. Численный анализ динамических процессов в цилиндрических и конических оболочках. *Взаимодействия оболочек со средой*: тр. семинара Казан. физ.-техн. ин-та. 1987. Вып. 20. № 2. С. 190 – 199.

235. Бобров А.В. Исследование переходных процессов деформирования упругих панелей и оболочек при комбинированном импульсном термосиловом нагружении. *Бобров А.В. Расчет на прочность и оптимальное проектирование элементов авиационных конструкций*. Москва: Моск. авиацион. ин – т, 1988. С. 22 – 28.

236. Еленицкий Э.Я., Сеницкий Ю.Э. Исследование вынужденных колебаний упруго-защемленной пологой сферической оболочки типа Тимошенко при импульсном нагружении. *Прикл. проблемы прочности и пластичности*. Горький, 1985. № 3. С. 80 – 87.

237. Перцев А.К., Платонов Э.Г. Динамика оболочек и пластин (нестационарные задачи). Ленинград: Судостроение, 1987. 316 с.

238. Киричок И.Ф., Карнаухов В.Г. О вязкоупругом поведении гибких пологих оболочек. *Прикладная механика*. 1976. № 7(12). С. 11 – 17.

239. Янютин Е.Г. Исследование нестационарных деформаций сферических оболочек с вырезами при действии осесимметричных нагрузок. *Динамика и прочность машин*. 1977. Вып. 26. С. 26 – 31.

240. Булгару О.Е., Пацюк В.И., Римский В.К. Действие неосесимметричного импульса на составную оболочку с отверстиями и присоединенными массами. *Известия АН МССР. Сер. физ. – тех. и мат наук*. 1984. № 3. С. 3 – 13.

241. Булгару О.Е., Пацюк В.И., Римский В.К. Неосесимметричные волны в оболочке с отверстиями. *Известия АН МССР. Сер. физ. – тех. и мат наук*. 1985. № 3. С. 15 – 20.

242. Навал И.К., Пацюк В.И., Римский В.К. Нестационарные волны в деформируемых средах. Кишинев: Штиница, 1986. 236 с.

243. Пацюк В.И., Римский В.К. Волновые процессы в составной оболочке с отверстиями. *Прикладная механика*. 1986. № 2(22). С. 33 – 41.

244. Евсеев Е.Г., Зайцев П.П. К решению задач динамики ортотропных тонкостенных оболочек с отверстиями сеточно – характеристическими методами. *Всесоюз конф. «Механика неоднородных структур»*: тез. докл. Львов, 1987. Т. 2. С. 118 – 119.

245. Жемкова Е.Е., Сабодаш П.Ф. Динамическая реакция сферической оболочки с отверстием, контур которого жестко защемлен. *Изв. вузов. Машиностроение*. 1988. № 5. С. 19 – 22.

246. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Математическое моделирование поведения взрывных камер при импульсной обработке материалов. *VII Междунар. симпоз. «Использование энергии взрыва для производства металлических материалов с новыми свойствами»*: сб. докл. Пардубице, 1988. С. 523 – 528.



247. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Осесимметричные колебания ребристых сферических оболочек с отверстиями при импульсном нагружении. *Прикладная механика*. 1989. № 10(25). С. 37 – 42.

248. Гузь А.Н., Чернышенко И.С., Чехов В.Н. и др. Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями.: Киев: Наук. думка, 1980. (Методы расчета оболочек: в 5 т.; Т.1.).

249. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Теория ребристых оболочек. Киев: Наук. думка, 1980. 368 с. (Методы расчета оболочек: в 5 т.; Т. 2).

250. Амиро И.Я., Заруцкий В.А. Исследования в области динамики ребристых оболочек. *Прикладная механика*. 1981. № 11(17). С. 3 – 21.

251. Амиро И.Я., Заруцкий В.А., Паламарчук В.Г. Динамика ребристых оболочек. Киев: Наук. думка, 1983. 204 с.

252. Амиро И.Я., Грачев О.А. Устойчивость сферических подкрепленных оболочек (обзор). *Прикладная механика*. 1986. № 11(22). С. 3 – 17.

253. Жигалко Ю.П., Дмитриева Л.М. Динамика ребристых оболочек. 1978. Вып. 13. С. 3 – 30.

254. Жигалко Ю.П. Некоторые вопросы динамики подкрепленных оболочек. 1979. Вып. 14. С. 172 – 184.

255. Андрианов И.В., Пасечник А.Н. Асимптотический анализ краевых задач динамики конструктивно – ортотропных оболочек вращения. *Изв. вузов. Машиностроение*, 1984. № 8. С. 27 – 32.

256. Андрианов И.В., Лесничая В.А., Маневич Л.И. Метод усреднения в статике и динамике ребристых оболочек. Москва: Наука, 1985. 221 с.

257. Андрианов И.В., Лесничая В.А., Лобода В.В. Расчет прочности ребристых оболочек инженерных конструкций. Киев; Донецк : Вища школа, 1986. 104 с.

258. Малютин И.С. Вопросы колебаний и устойчивости цилиндрической оболочки с наполнителем, дискретно подкрепленной ребрами жесткости. *Тр. IX*

*Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин.* Ленинград, 1973. Ленинград.: Судостроение, 1975. С. 203 – 205.

259. Малютин И.С. Устойчивость колебаний цилиндрической оболочки, дискретно подкрепленной шпангоутом при краевой динамической нагрузке. *Тр. X Всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин.* Кутаиси, 1975. Тбилиси: Мецниереба, 1975. Т. 1. С. 671 – 679.

260. Скосаренко Ю.В. Вынужденные колебания орребренной конической оболочки под действием динамической нагрузки. *Прикладная механика.* 1979. №6(15). С. 55 – 61.

261. Скосаренко Ю.В. Напряженно – деформированное состояние конической оболочки, подкрепленной шпангоутами, под действием динамической нагрузки. *Прикладная механика.* 1980. № 3(16). С. 122 – 126.

262. Богданович А.Е., Кошкина Т.Б. О решении нелинейной задачи динамического выпучивания цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами жесткости. *Электродинамика и механика сплошных сред. Математическое моделирование.* Рига. 1982. С. 123 – 135.

263. Богданович А.Е., Кошкина Т.Б. Деформирование и прочность ортотропных цилиндрических оболочек, подкрепленных кольцевыми ребрами жесткости, при динамических сжимающих нагрузках. *Механика композитных материалов.* 1983. № 3. С. 476 – 488.

264. Богданович А.Е. Решение нелинейных задач динамического выпучивания подкрепленных слоистых цилиндрических оболочек. *Прикладная механика.* 1986. № 8(22). С. 57 – 66.

265. Богданович А.Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. Рига: Зинатне, 1987. 295 с.

266. Мышонков А.К. Поведение цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами жесткости, при действии осесимметричной импульсной нагрузки. *Прикладная механика.* 1985. № 7(21). С. 31 – 40.

267. Мышонков А.К. Динамическое поведение ребристой оболочки при действии боковой импульсной нагрузки. *Прикладная механика*. 1986. № 7(22). С. 49 – 53.

268. Перцев А.К., Слепнева Л.В. Воздействие ударной волны на круговую цилиндрическую оболочку, подкрепленную ребрами жесткости. *Исследования по упругости и пластичности*. 1980. № 13. С. 191 – 199.

269. Ломунов В.К. Исследование выпучивания дискретно – подкрепленных цилиндрических и конических упруго – пластических оболочек при боевом ударе. *Прикладные проблемы прочности и пластичности*. 1977. Вып 7. С. 64 – 71.

270. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Исследование ребристых взрывных камер при импульсной обработке материалов. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 1989. Вып. 5. С. 50 – 55.

271. Луговой П.З., Мейш В.Ф. осесимметричные колебания ребристых сферических оболочек с отверстием при импульсных нагрузках. *Прикладная механика*. 1989. № 10(25). С. 37 – 42.

272. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа (задачи аэроупругости). Москва: Наука, 1976. 416 с.

273. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа (задачи гидроупругости). Москва: Наука, 1979. 320 с.

274. Гузь А.Н., Кубенко В.Д., Бабаев А.Э. Гидроупругость систем оболочек. Киев: Вища школа, 1984. 206 с.

275. Бабаев А.Э., Кубенко В.Д., Кришталеv В.В. Переходные процессы в цилиндричесукой оболочке с жидкостью под действием ударной нагрузки. *Прикладная механика*. 1987. № 1(23). С. 30 – 37.

276. Кубенко В.Д., Бабаев А.Э., Годенко В.П. Действие упругой нагрузки на сфенрическую оболочку, заполненную жидкостью. *Прикладная механика*. 1986. № 9(22). С. 33 – 41.

277. Бабаев А.Э. Задачи диффракции нестационарных волн на оболочках расположенных вблизи плоской границы. *Прикладная механика*. 1989. № 1(25). С. 71 – 83.

278. Годенко В.П. Действие плоской акустической волны на сферическую оболочку, расположенную вблизи жесткой стенки. *Прикладная механика*. 1986. №(22). С. 41 – 48.

279. Кубенко В.Д., Бабаев А.Э., Годенко В.П. Взаимодействие нестационарной акустической волны давления с жесткой сферой, расположенной вблизи свободной поверхности. *Гидромеханика*. 1988. Вып. 57. С. 10 – 15.

280. Баженов В.Г., Батанин М.А., Ломунов В.Г. и др. Упругопластическое деформирование ветвящихся оболочек вращения при импульсном нагружении. *Применение численных методов в строительной механике корабля*. Ленинград: Судостроение, 1976. С. 176 – 180.

281. Баженов В.Г., Кочетков А.В., Михайлов Г.С., Угодчиков А.Г. Взаимодействие упругопластических тонкостенных элементов конструкций с ударными волнами и идеальных сжимаемых средах. *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. 1979. № 2. С. 141 – 149.

282. Баженов В.Г., Кочетков А.В., Крылов А.С. Исследование нелинейных эффектов при взаимодействии оболочечных конструкций с жидкостью и газом. *Взаимодействие тел с границами раздела сплошной среды*. Чебоксары: Чуваш. ун – т, 1985. С.11 – 15.

283. Баталов В.А., Иванов А.Г., Иванова Г.Г. и др. Исследование прочности однослойных и многослойных цилиндрических сосудов при внутреннем динамическом нагружении импульсами различной длительности. *Журнал прикладной механики и технической физики*. 1978. № 5. С. 152 – 158.

284. Кочетков А.В., Михайлов С.Г. Взаимодействие упругопластических цилиндрических оболочек с подводными ударными волнами. *Прикладные проблемы прочности и пластичности*. 1978. Вып. 8. С. 44 – 50.

285. Безина В.В., Горшков А.Г. Действие ударных волн на упругие оболочки. *Расчет на прочность и оптимальное проектирование элементов авиационных конструкций*. Москва: Моск. авиац. ин – т, 1988. С. 29 – 35.

286. Григолюк Э.И., Кузнецов Е.Б. Действие волны давления на трехслойную цилиндрическую оболочку. *Колебания упругих конструкций с жидкостью*. Новосибирск, 1974. С. 91 – 96.

287. Григолюк Э.И., Колган В.П., Кузнецов Е.Б. Реакция трехслойной цилиндрической оболочки на действие воздушной ударной волны. *Изв. АН СССР. Мех тверд. тела*. 1975. № 1. С. 62 – 64.

288. Григолюк Э.И., Хромушкин А.В. Поведение трехслойной цилиндрической оболочки под действием акустической ударной волны. *Расчет пространственных конструкций*. 1974. Вып. 16. С. 62 – 76.

289. Кармишин А.В., Скурлатов Э.Д., Старцев В.Г. и др. Нестационарная аэроупругость тонкостенных конструкций. Москва: Машиностроение, 1982. 240 с.

290. Гордиенко В.И., Кубенко В.Д., Степаненко М.В. Действие внутренней нестационарной волны на упругую цилиндрическую оболочку. *Прикладная механика*. 1981. № 3(17). С. 50 – 54.

291. Степаненко М.В. Нестационарная реакция составной оболочки на действие волны подводного взрыва. *Динамика сплошной среды*. 1981. № 49. С. 107 – 114.

292. Кубенко В.Д., Жирнов М.В. Нестационарное взаимодействие ударной волны с цилиндрической оболочкой заполненной жидкостью. *Прикладная механика*. 1987. № 7(23). С. 15 – 20.

293. Бабаев А.Э., Лейко А.Г., Савин В.Г. Измерение звука цилиндрическим пьезовибратором, экранированным металлической оболочкой, при нестационарных режимах работы. *Акуст. журнал*. 1988. № 3(34). С. 408 – 413.

294. Бабаев А.Э., Савин В.Г., Стадник А.И. Излучение звука системой пьезокерамических сферических оболочек при электрическом импульсном возбуждении. *Прикладная механика*. 1988. № 10(24). С. 34 – 40.

295. Бабаев А.Э., Савин В.Г. Нестационарная гидроупругость системы коаксиальных пьезокерамических цилиндрических оболочек при электрическом возбуждении. *Прикладная механика*. 1988. № 11(24). С. 39 – 46.

296. Перцев А.К., Платонов Э.Г. Динамика оболочек и пластин (нестационарные задачи). Ленинград: Судостроение, 1987. 316 с.

297. Галиев Ш.У. Динамика взаимодействия элементов конструкций с волной давления в жидкости. Киев: Наук. думка, 1977. 172 с.

298. Галиев Ш.У. Динамика гидроупругопластических систем. Киев: Наук. думка, 1981. 275 с.

299. Галиев Ш.У. Нелинейные волны в ограниченных сплошных средах. Киев: Наук. думка, 1988. 261 с.

300. Галиев Ш.У., Бабич Ю.Н., Жураховский С.В. и др. Численное моделирование волновых процессов. Киев: Наук. думка, 1989. 200 с.

301. Ильгамов М.А. Граничные условия на поверхности контакта оболочки с жидкостью в Эйлерово-Лагранжевой форме. *Тр. X Всесоюз. Конф. по теории оболочек и пластин*. Кутаиси, 1975. Тбилиси: Мецниереба, 1975. С. 170 – 180.

302. Ильгамов М.А. Об условиях на поверхности контакта упругой оболочки и идеальной жидкости в лагранжевом представлении. *Прикладная математика и механика*. 1977. № 3(41). С. 509 – 519.

303. Луговой П.З., Мукоид В.П. Реакция цилиндрической оболочки с жидкостью на импульсное торцевое воздействие. *Спротивление материалов и теория сооружений*. 1986. Вып. 49. С. 51 – 54.

304. Мукоид В.П. Колебания цилиндрической оболочки при продольном ударе по торцу. *Тр. X научн. конф. молод. ученых ин – та механики АН УССР*. Киев, 12 – 14 июня 1984. Ч. 2 / АН УССР, Ин – т механики. Киев, 1984. С. 252 – 256. (Деп. в ВИНТИ 30.07.84; 5535 – 84 Деп.).

305. Мукоид В.П., Луговой П.З. Численное исследование задачи о распространении интенсивной гидроударной волны внутри упругой цилиндрической оболочки. *Прикладная механика*. 1986. № 5(22). С. 31 – 40.

306. Никитин С.К. Анализ переходных процессов взаимодействия упругих тел вращения с жидкостью. *Прикладная механика*. 1983. № 3(19). С. 60 – 65.

307. Никитин С.К. Динамика упругого цилиндра с жидкостью при кратковременной нагрузке. *Прикладная механика*. 1984. № 8(20). С. 83 – 88.

308. Никитин С.К. Упругий эллипсоид с жидкостью при кратковременных нагрузках. *Прикладная механика*. 1986. № 6(22). С. 27 – 32.

309. Паничкин В.И. Нестационарное деформирование системы сферических оболочек с жидкостью. *XIII Всесоюз. конф. по теории пластин и оболочек*. Таллинн: Таллин. политехн. ин – т, 1983. Т. 4. С. 76 – 84.

310. Лампер Р.Е., Левин В.Е. Метод конечных и граничных элементов в задачах динамики упругих сосудов с жидкостью. *Прикладная математика и механика*. 2004. Том 68, вып. 1. С. 91 - 97.

311. Аникьев И.И., Воротникова М.И. Об экспериментальном исследовании поля напряжений в упругой оболочке в процессе взаимодействия с ударной волной. *Тр IX Всесоюз. конф. по теории оболочек и пластин*. Ленинград: Судостроение, 1975. С. 356 – 358.

312. Аникьев И.И., Воротникова М.И. Экспериментальная методика исследования неустановившейся деформации оболочек под действием ударной волны. *Изв. АН СССР. Механика твердого тела*. 1975. № 6. С. 141 – 145.

313. Султанов К.С., Корниенко В.П. Взаимодействие продольных волн с преградой в вязкоупругой среде. *Изв. АН УзССР. Сер. техн. наук*. 1980. № 5. С. 52 – 56.

314. Сагомоян А.Я., Гаевская И.С. Расчет взаимодействия ударных волн с преградой в грунте. Динамика оснований, фундаментов и подземных сооружений. *Материалы 5 Всесоюз. конф.*, Ташкент, 8 – 10 декабря, 1981. Т.2., Ташкент. 1981. С. 135 – 137.

315. Якупов Р.Г. Пластическое деформирование пологой сферической оболочки при взрывном нагружении. *Проблемы прочности*. 1979. № 2. С. 25 – 29.

316. Якупов Р.Г. Взрывное нагружение цилиндрической оболочки и определение безопасных расстояний взрыва. Нелинейные проблемы аэрогидроупругости. *Тр. семинара по теории оболочек*. 1979. Вып. 11. С. 147 – 157.

317. Кочетков А.В., Крылов С.В., Фельдгун В.Р. Нестационарное взаимодействие тонкостенных конструкций с ударными волнами в грунтовых средах. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упруг. и пластич. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький: Горьков. ун-т, 1985. С. 60 – 65.

318. Баженов В.Г., Кочетков А.В., Фельдгун В.Р. Деформирование цилиндрической оболочки в мягкой грунтовой среде под действием внутреннего импульсного нагружения. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький: Горьков. университет, 1989. С. 87 – 95.

319. Кочетков А.В., Фельдгун В.Р. Дифракция ударных волн на оболочках вращения в водонасыщенных грунтовых средах. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Числ. модел. физ.-мат. процессов. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький: Горьков. ун-т, 1990. С. 67 – 73.

320. Михалюк А.В. Горные породы при неравномерных динамических нагрузках. Киев: Наук. думка, 1980. 154 с.

321. Султанов К.С., Хусаинов Б.Э. Оценка воздействия сейсмических нагрузок на подземные сооружения. *Сейсмотехническое строительство. Безопасность сооружений*. 1998. № 6. С. 29 – 32.

322. Коган С.Я. Сейсмическая энергия и методы ее определения. М.: Наука, 1975. 254 с.

323. Ремез Н.С. Численное исследование влияния переменного коэффициента вязкости на напряженно-деформированное состояние грунта при



динамическом нагружении. *Тез докл. Шостої Міжнародної наукової конференції ім. ак. М.Кравчука*, Київ, 1997. С 328.

324. Ремез Н.С. Особенности деформирования твердого многокомпонентного вязкопластичного среды с переменным коэффициентом вязкости при динамических нагрузках. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*: Збірник наукових праць. Київ, 2000. Вип. 3. С. 34 - 39.

325. Плаксий В.А., Ремез Н.С. Распространение цилиндрических взрывных волн в многокомпонентной вязкопластической среде с переменной вязкостью. *Прикладная механика*. 1992. № 10(28). С. 29 - 35.

326. Каширский А.В., Орленко Л.П., Охитин В.Н. Влияние уравнения состояния на разлет продуктов детонации. *Прикл. мех. и техн. физика*. 1973. № 2. С. 71 - 74.

327. Ландау Л.Д., Станюкович К.П. Об изучении детонации конденсированных взрывчатых веществ. *Докл. Академии наук СССР*, 1945. Т. 46. № 9. С. 112 - 117.

328. Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. Москва: Мир, 1972. 418 с.

329. Ремез Н.С. Численное исследование деформируемости грунтов при взрыве сферического заряда. Киев: Инст-т геофизики АН УССР, 1984. Рук. Деп. - в ВИНТИ 5.07.1984 г. № 4713 - 84. Деп.

330. Лучко И.А., Ремез Н.С. Поведение неводонасыщенных грунтов под действием взрывов сферических зарядов взрывчатых веществ различных типов. Киев: Инст-т гидромеханики Украины, 1991. Рук. Деп. - в Укр. ВИНТИ 11.11.1991 г. № 1435 - Ук 91. Деп. Институт гидромеханики.

331. Ремез Н.С. Влияние переменного коэффициента вязкости на трансформацию сферических взрывных волн в многокомпонентной вязкопластической среде. Киев: Инст-т гидромеханики Украины, 1996. Рук. Деп. - в Укр. ВИНТИ 21.02.1996 г. № 582 - Ук 96. Деп. Институт гидромеханики.

332. Ремез Н.С. Математическое моделирование трансформации сферических взрывных волн в многокомпонентной вязкопластической среде с переменной вязкостью. *Тез докл. Сьомої Міжнародної наукової конференції ім. ак. М.Кравчука*, Київ. 1998. С 431.

333. Акимов А.Т. Акустический метод определения физико-механических свойств мерзлых грунтов. *Тр. Производств. и науч.-исслед. ин-та по инж. изысканиям в стр-ве Госстроя СССР*. 1969. № 1. С. 16 - 21.

334. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. Москва: Высш. шк., 1973. 446с.

335. Шумский П.А. Динамическая гляциология. *Итоги науки и техники. Гидрология суши. Гляциология*. 1961. 14. С. 126 - 137.

336. Механические свойства мерзлых грунтов при динамическом нагружении. *А.А. Вовк, А.В. Михалюк, Г.И. Черный и др. Основания, фундаменты в механика грунтов*. 1980. № 2. С. 14 - 20.

337. Ляхов Г.М., Фраш Г.Б. Взрывные волны в мерзлых грунтах. *Прикл. механика и техн. физика*. 1983. № 6. С. 52 - 57.

338. Труханов Ю.А. Экспериментальное исследование полей напряжений и скоростей частиц при взрыве в мерзлом грунте. *Физика горения и взрыва*. 1967. № 1. С. 126 - 136.

339. Ляхов Г.М., Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Изменение волн при промерзании грунта. *Физика горения и взрыва*. 1989. № 3. С. 37 - 43.

340. Григорян С.С., Ляхов Г.М., Мельников В.В., Рыков Г.В. Взрывные волны в лессовидном суглинке. *Прикл механика и техн. физика*. 1963. №4. С. 35 - 39.

341. Ляхов Г.М. Основы динамики взрыва в грунтах и жидких средах. Москва: Недра, 1964. 216 с.

342. Степанова Г.В. Нестационарное отражение плоской ударной волны от жесткой стенки. *Физика горения и взрыва*. 1976. №3. С. 469 - 471.

343. Ляхов Г.М., Штейнбах И.А. Распространение волны в неоднородной пластической среде и ее переход в более сжимаемую среду. *Управление энергией взрыва*. Фрунзе: Илим, 1970. С. 31 - 43.

344. Кутушев А.Г., Родионов С.П. Численное исследование влияние параметров слоя насыпной среды и падающей волны на давление на экранируемой плоской стенке. *Физика горения и взрыва*. 1999. №2(35). С. 105 - 112.

345. Лучко И.А., Ремез Н.С. Взаимодействие цилиндрических взрывных волн в вязкопластической среде с неподвижной преградой. *Прикладная механика*. 1995. Т.31. №5. С. 87 - 93.

346. Remez N. Interaction of the cylindrical shock waves in porous multicomponent viscoplastic medium with the motionless obstacle. *Тезисы докладов Международной конференции "РС-СММ'99"*, Rzeszow, Польша, 1999. С. 309 - 310.

347. Лучко І.А., Ремез Н.С., Буковська О.І. Моделювання поширення циліндричних ударних хвиль у шаруватих ґрунтових масивах. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*: Збірник наукових праць. Київ, 1999. Вип. 1. С. 6 - 14.

348. Remez N., Bukovskaya O. Propagation of the cylindrical shock waves in two-layer ground massif. *Тезисы международной конференции "Dynamical Systems Modelling and Stability Investigation (Mechanical System)"*. Киев, 25 - 29 мая 1999. - Р. 97.

349. Ремез Н.С., Буковская О.И. Напряженно-деформированное состояние грунта при взрыве цилиндрического заряда в заполненной жидкостью полости. *Проблемы создания новых машин и технологий: научные труды Кременчугского государственного института*. 1999. Выпуск 2.1999. С. 421 - 424.

350. Ремез Н.С. Деформирование горной породы при взрыве цилиндрического заряда в соосной полости, заполненной жидкостью. *Прикладная механика*. № 3(35), 1999. С. 83 - 88.

351. Ремез Н.С. Влияние дилатансии на механизм деформирования горной породы при взрыве цилиндрического заряда. *Придніпровський науковий вісник. Технічні науки*. 1998. № 42 (109). С. 6 - 10.

352. Remez N.S. Influence of dilatancy speed on stress - strain state of rocks under explosion of cylindrical charge in air cavity. *Доповіді Академії наук України*. 2000.

№ 4. С. 63 - 67.

353. Ремез Н.С. Влияние дилатансии на напряженно-деформирование горной породы при взрыве цилиндрического заряда с воздушной оболочкой. *Современные проблемы концентрации напряжений. Труды Международной научной конф.* Донецк, 1998. С. 214.

354. Ремез Н.С. Численное моделирование разрушения горной породы взрывом цилиндрического заряда взрывчатого вещества с водной и воздушной оболочкой. *Тезисы докладов Пятого Международного совещания - семинара "Инженерно - физические проблемы новой техники"*. Москва, 1998. С. 121.

355. Прокопенко В.С., Ремез Н.С. Распределение энергии при взрыве скважинного заряда в водонополненной полости в горной породе. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*: Збірник наукових праць. Київ, 2004. Вип. 9. С. 3 - 7.

356. Николаевский В.Н., Поляничев А.Н., Сумин Е.В. и др. Эффекты дилатансии при подземном взрыве. - Численное исследование . ДАН СССР. 1980. 250, № 1. - С. 66 - 70.

357. Капустянский С.М., Николаевский В.Н. Параметры упругопластической дилатансионной модели для геоматериалов. *Прикладная механика и техническая физика*. 1985. № 6. С. 145 -150.

358. Прокопенко В.С. Обґрунтування ефективності вибуху свердловинних зарядів у полімерних оболонках. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*: Збірник наукових праць. Київ, 1999. Вип. 1. С. 52 - 76.

359. Новацкий В.К. Волновые задачи теории пластичности. Москва: Мир, 1978. 307 с.

360. Луговой П.З., Мукоед В.П., Мейш В.Ф. Динамика оболочечных конструкций при взрывных нагрузках. Киев: Наук. думка, 1991. 280 с.

361. Физика взрыва. Ф.А. Баум, Л.П. Орленко, К.П. Станюкович и др. Москва: Наука, 1975. 704 с.

362. Гузь А.Н., Кубенко В.Д. Теория нестационарной аэроупругости оболочек Киев: Наук.думка, 1982. 400 с. (Методы расчета оболочек: в 5 т. Т.4 Т.5).

363. Луговой П.З. Динамика оболочечных конструкций при импульсных нагрузках (обзор). *Прикладная механика*. 1990. № 8(26). С.3 - 20.

364. Одинцов В.А., Чудов Л.А. Расширение и разрушение оболочек под действием продуктов детонации. *Проблемы динамики упруго-пластических сред*. - Москва: Мир, 1975. С. 85 - 154.

365. Баженов В.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В., Фельдгун В.Р. Численное решение двумерных нестационарных задач взаимодействия тонкостенных конструкций с грунтовыми средами. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький: Горьк. ун - т. 1984. С. 52 - 59.

366. Вестняк А.В., Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарное взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой. *Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела*. Т.15. М.: ВИНТИ, 1983. С. 69 - 148.

367. Кириленко Г.А. Методы разрывов для идеальной пластически уплотняющейся среды. *Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Всесоюз. межвуз. сб.* Горький: Горьк. ун - т. 1984. С. 44 - 51.

368. Кочетков А.В., Фельдгун В.Р., Цветков А.Ф. Численное моделирование взрыва в цилиндрической оболочке, заполненной жидкостью.

*Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения задач упругости и пластичности. Всесоюзн. межвуз. сб.* Горький: Горьк. ун - т. 1991. С. 76 - 85.

369. Вовк А.А., Михалюк А.В. Особенности волновых процессов в грунтовом массиве при взрывах зарядов с воздушными оболочками *Прикл. механика и техн. физика*. 1972. №2. С. 105 - 110.

370. Вовк А.А., Черный Г.И., Михалюк А.В. Основные закономерности взрывов зарядов с воздушными оболочками в грунтах. Использование энергии взрыва в народном хозяйстве. Киев: Наук.думка, 1970. С. 115 - 121.

371. Кузнецов В.М. О коэффициенте полезного действия взрыва. *Прикл. механика и техн. физика*. 1963. №4. С. 30 - 34.

372. Механический эффект подземного взрыва. В.Н. Родионов, В.В. Адушкин, В.Н. Костюченко и др. Москва: Недра, 1971. 222с.

373. Мосинец В.Н. Дробящее и сейсмическое действие взрыва в горных породах. Москва: Недра, 1976. 271 с.

374. Родионов В.Н. К вопросу повышения эффективности взрыва в твердой среде. Москва: Изд. ИГД им. Скочинского, 1962. 30с.

375. Ремез Н.С., Лучко И.А. Деформирование толстостенных цилиндрических оболочек с пористым наполнителем при внутреннем взрывном нагружении. *Прикладная механика*. 1995. № 9(31). С. 61 - 65.

376. Ремез Н.С. Пружньопластична поведінка сферичної оболонки з пористим наповнювачем в ґрунтовому середовищі при внутрішньому вибуховому навантаженні. *Науковий кур'єр*. 1998. № 13 -14. С. 12 - 13.

377. Ремез Н.С., Мейш В.Ф. Численное моделирование внутреннего взрывного нагружения толстостенной цилиндрической оболочки с пористым наполнителем в грунтовой среде. *Материалы III Научной школы "Импульсные процессы в механике сплошных сред"*. Николаев, 1999. С. 123.

378. Ремез Н.С. Упругопластическое поведение двухслойной сферической оболочки в грунтовой среде при внутреннем взрывном нагружении. *Вісник*

наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво": Збірник наукових праць. Київ, 2003. Вип. 8. С. 8- 13.

379. Ремез Н.С., Ревякина Н.С. Взаимодействие ударных волн в двуслойной сферической оболочке в грунтовой массе. *Збірник наукових праць (галузеве машинобудування, будівництво)*. Полтава: Полтавський національний технічний університет ім. Ю. Кондратюка, 2003. Вип. 12. С. 191 - 195.

380. Шуршалов Л.В. К расчету взрыва цилиндрического заряда конечной длины. *Механика сплошной среды. Труды вычислительного центра АН СССР*. 1971. С. 1262 – 1264.

381. Sternberg H.M. Underwater detonation of pentolite cylinders. *Phys. Fluids* 30 (3), March 1987. P. 761 – 769.

382. Shin J.S. and Chisum J.E., Modeling and simulation of underwater approach. *Shock and Vibration*. 1997. 4. P. 1 – 10.

383. Ремез Н.С. О численном решении задачи о взрыве цилиндрического заряда конечной длины в многокомпонентной вязкопластической среде. *Тез докл. Украинской конф.: Моделирование и исследование устойчивости систем (Прикл. механика)*. Киев, 1996. С. 111.

384. Ремез Н.С. Численное моделирование динамического поведения многокомпонентной вязкопластической среды под действием взрыва цилиндрического заряда конечной длины. *Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения. Сб. научн. тр. НАН Украины. Ин-т математики*. Киев, 1998. С. 177 - 179.

385. Лучко И.А., Плаксий В.А., Ремез Н.С. Развитие исследований по геогидродинамике взрыва. *Гидромеханика*. Вып. 70. 1996. С. 61 – 69.

386. Ремез Н.С., Лучко А.І. Динамічна поведінка багатокомпонентного в'язкопластичного середовища під дією вибуху циліндричного заряду скінченної довжини. *Проблеми охорони праці в Україні*. Київ: ННДІОП, 2002. Вип. С. 69 - 74.

387. Ремез Н.С. Камуфлетный взрыв цилиндрического заряда при инициировании его на одном из торцов. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*: Збірник наукових праць. Київ, 2001. Вип. 6. С. 30- 33.

389. Тимошенко С.П. Теория упругости. Москва: ОНТИ, 1937. 265 с.

390. Von Neuman J., Richtmyer R.D. J. Appl. Phys., 21, 232 (1950).

391. Мейдер Ч.Л. Численное моделирование детонации. Москва: Мир, 1985. 84 с.

392. Баженов В.Н., Шинкаренко А.П. Вариационно-разностный метод решения двумерных задач динамики упругопластических оболочек. *Прикл. пробл. прочн. и пластич. Всесоюзн. межвуз. сб.* Горький: Горьк. ун-т. 1975. №4. С. 61 - 69.

393. Баженов В.Н. Численное моделирование нестационарных задач динамики упругопластических конструкций. *Прикл. пробл. прочн. и пластич. Всесоюзн. межвуз. сб.* Горький: Горьк. ун-т. 1995. Вып. 53. С. 17 - 30.

394. Баженов В.Г., Батанин М.А., Зефирова С.В. и др. Численное решение двумерных нестационарных задач динамики тонкостенных упругопластических конструкций с заполнителем. *Прикл. пробл. прочн. и пластич. Всесоюзн. межвуз. сб.* Горький: Горьк. ун-т. 1981. № 13. С. 46 - 57.

395. Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В. Теория пластичности, учитывающая остаточные микронапряжения. *Прикл. математика и механика.* 1958. № 1(12). С. 78 - 89.

396. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г. Физические уравнения термовязкопластичности. Киев: Наук.думка, 1982. 240 с.

397. Шевченко Ю.Н., Бабешко М.Е., Терехов Р.Г. Термовязкопластические процессы сложного деформирования элементов конструкций. Киев: Наук.думка, 1992. - 329 с.



398. Гузь А.Н., Луговой П.З., Мейш В.Ф. Математическое моделирование динамического поведения конструктивно-неоднородных корпусов взрывных камер. *Прикладная механика*. 1998. № 7(34). С. 11 - 19.

399. Луговой П.З., Мейш В.Ф. Численное моделирование динамического поведения подкрепленных оболочек вращения при нестационарном нагружении. *Прикладная механика*. 1992. № 11(28). С. 38 - 44.

400. Мейш В.Ф. О численном решении двумерных динамических задач теории дискретно подкрепленных цилиндрических оболочек типа Тимошенко. *Прикладная механика*. 1997. № 2(33). С. 61 - 67.

401. Lugovoy P.Z., Meish V.F. In the Theory and Dynamical Problems of Nonstationary Behaviour of Cilindrical Shells with Discrete Variable Stiffness. *Int. Appl. Mech.* 1999. 35, N 6. P. 582 - 588.

402. Leech J.W., Winter E.A., Pian T.H.H. Numeric Calculation Technique for Large Elastic-Plastic Transient Deformation of Thin Shell. *AIAA Journ.* 1968. N 12(6). P. 2352 - 2359.

403. Wu R.W.-H., Winter E.A. Nonlinear Transient Responses of Structures by the SPATIAL Finite-Element Method . *AIAA Journ.* 1973. N 8(116). P. 1110 - 1117.

404. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Ремез Н.С. Упруговязкопластическое поведение подкрепленных оболочек при нестационарном нагружении. *Доповіди НАН України*. 2000. № 3. С. 55 - 60.

405. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Ремез Н.С. Упруговязкопластическое деформирование подкрепленных оболочек вращения при нестационарном нагружении. *Прикладная механика*. 2000. № 9(36). С. 90 - 96.

406. Lugovoy P.Z., Meish V.F., Remez N.S. Elacto-plastic behaviour of descrite strensened shells under nonstationary loading. *Тез . докл Шестой международной конференции: Shell Structures, Theory and Application*, Гданск - Юрата, Польша, 1998. С. 34 - 36.

407. Lugovoy P.Z., Meish V.F., Remez N.S. Elastoplastic behaviour of ribbed cylindrical shells under nonstationary loading. *Archives of civil engineering*, XLVI, 3, 2000. P. 43 - 49.

408. Ремез Н.С. Взаимодействие ударных волн с цилиндрической оболочкой в грунтовом массиве. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*: Збірник наукових праць. Київ, 2001. Вип. 4. С. 8- 13.

409. Ремез Н.С. Нестационарное взаимодействие цилиндрической оболочки с ударными волнами при взрыве сферического заряда в грунтовом массиве. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2001. Вип. 5. С. 3- 7.

410. Ремез Н.С., Хлевнюк Т.В. Взаимодействие сейсмических волн с трубопроводом при взрыве сферического заряда. *Будівельні конструкції. Міжвідомчий збірник наукових праць (будівництво)*. Київ, 2004. Вип. 60. С. 401. 406.

411. Некрасов В.В., Краснощеков Г.А., Капустяк А.В. Численный метод определения сейсмических нагрузок на сооружение. *Сейсмобезопасное строительство. Безопасность сооружений*. 1998. № 6. С. 20 - 22.

412. Pronello C. Analysis of Train - induced Vibrations Affecting Roads and Buildings in standard Urban Sites. *Int. J. Of Acoustics and Vibration*. 2003. N 1(8). P. 21 - 29.

413. Teylor G.I. Scientific Papers. Cambridg, 1963, V. 3. 203 p.

414. Бойко В.В., Лавренов Л.В. Методы ведения буровзрывных работ при ликвидации шахт пусаковых установок, расположенных вблизи населенных пунктов. *Сб. мат. II Всеукраинской научно - практической конференции по охране труда "Охрана труда в Украине"*. Киев. 1998. С. 314 - 317.

415. Бойко В.В., Ремез Н.С., Хлевнюк Т.В. Особенности механизма образования источника сейсмоизлучения при взрывном разрушении

анизотропных горных массивов. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2002. Вип. 7. С. 77- 83.

416. Бойко В.В., Лавренов Л.В. Методы ведения буровзрывных работ при ликвидации шахт пусаковых установок, расположенных вблизи населенных пунктов. *Сб. мат. II Всеукраинской научно - практической конференции по охране труда "Охрана труда в Украине"*. Киев. 1998. С. 314 - 317.

415. Бойко В.В., Ремез Н.С., Хлевнюк Т.В. Особенности механизма образования источника сейсмоизлучения при взрывном разрушении анизотропных горных массивов. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2002. Вип. 7. С. 77- 83.

416. Боровиков В.А., Ванягин И.В. К расчету параметров волны напряжения при взрыве удлиненного заряда в горнах породах. *Взрывное дело*. Москва: Недра, 1976. № 76/33. С. 74–85.

417. Лучко И.А. Цилиндрические взрывные волны в твердой многокомпонентной вязкопластической среде / И.А. Лучко, В.А. Плаксий, Н.С. Ремез // *Взрывное дело*. – 1986. – № 88/45. – С. 28–36.

418. Ремез Н.С., Крайчук С.О. Прогнозування сейсмостійкості споруд під час вибуху циліндричних зарядів. Київ: Центр учбової літератури, 2016. 202 с.

419. Ремез Н.С., Иванова І.А., Демещук В.Л. Взаємодія сейсмовибухових хвиль з шаруватим ґрунтовим масивом і підземним трубопроводом. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2014. Вип. 24. С. 27- 34.

420. Ісаєнко В.М. Методи прогнозування та моніторингу технонебезпечних динамічних процесів на екземптованих територіях: монографія / В.М. Ісаєнко та ін. Київ: НАУ, 2018. 236 с.

421. A. Dychko, S. Kraychuk, N. Ostapchuk, L. Yevtieieva, V. Simulation of seismic explosion waves with underground pipe interaction / N. Remez, et. *Latvian*

*journal of physics and technical sciences*. 2018. N 3 (DOI: 10.2478/lpts-2018-0011).  
p. 27-33.

422. Кауфман Б.Д., Шульман С.Г. Учет загрузок. Сейсмические воздействия на гидротехнические и энергетические сооружения: монография. Москва: Наука. 1980. 256 с.

423. Бирбаер А.Н., Шульман С.Г. Прочность и надежность конструкций АЭС при особых динамических воздействиях: монография. Москва: Энергоатомиздат. 1989. 304 с.

424. Кириллов А.П., Крылов В.В., Саргсян А.Е. Взаимодействие фундаментов сооружений электростанций с основанием при динамических нагрузках: монография Москва: Энергоатомиздат. 1984. 354 с.

425. Хачиян Э.Е., Амбарцумян В.А. Динамические модели сооружений в теории сейсмостойкости: монография. Москва: Наука, 1981. 204 с.

426. Бойко В.В., Кузьменко А.А., Хлевнюк Т.В. Оценка сейсмобезопасности сооружений при воздействии на них взрывных волн с учетом их спектральных характеристик. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2008. Вип. 16. С. 3- 13.

427. Ремез Н.С., Иванова І.А. Динамічна взаємодія ґрунтових основ та будівель під час сейсмовибухового навантаження. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2015. Вип. 29. С. 24- 30.

428. Смогунов В.В. Филиппов Б.Л. Основы механики сплошных сред: Учебное пособие. Часть 1. Киев. 2011. 75 с.

429. ДБН 360-92. Містобудування. Планування і забудова міських і сільських поселень.– Київ: Мінбудархітектури. 1992. 234 с.

430. Ремез Н.С., Иванова І.А. Чисельне моделювання динамічної взаємодії сейсмовибухової хвилі з ґрунтовою основою та будівлею. *Основи та*

*фундаменти: Міжвідомчий науково-технічний збірник.* – Київ: КНУБА, 2015. Вип. 37. С. 211 – 217.

431. Садовский М. А. Механическое действие воздушных ударных волн взрыва по данным экспериментальных исследований. *Физика взрыва.* – Москва: Изд. АН СССР. 1952. С. 20—110.

432. Сидоренко В. Л., Азаров С. І. Розрахунок наслідків дії вибухової ударної хвилі на людину при вибуху на складі боєприпасів. *Системи озброєння і військова техніка.* 2008. № 1. С. 70-73.

433. Обеспечение безопасности при пневмоиспытании трубопровода / Н. В. Вадулина, Л. Р. и др. *Нефтегазовое дело: электрон. науч. журн. УГНТУ.* 2017. №4. С. 109-124.

434. Миннуллин И.П., Фомин Н.Ф., Нечаев Э.А. Минно-взрывные поражения – глобальная проблема человечества / И.П. Минуллин, // *Медицина катастроф.* 2010. № 2. С. 34–36.

435. Шаповалов В.М., Самохвалов И.М. Взрывные поражения при техногенных катастрофах и террористических актах. *Военно- медицинский журн.* – 2012. № 1. С. 25–33.

436. Характер возможных поражений и особенности организации медико-профилактических мероприятий при террористических актах на объектах железнодорожного транспорта / В. А. Капцов и др. *Медицина катастроф.* № 1. 2010. С. 15-18.

437. Шаповалов В.М., Самохвалов И.М., Лытаев С. А. Поражающие факторы, механо- и патогенез, клинические проявления взрывных повреждений мирного времени. *Менеджмент качества в сфере здравоохранения и социального развития.* 2012. № 3. С. 46–51.

438. Чернозубенко О.В., Купріненко О. М., Бісик С. П. Дослідження впливу уражаючих факторів підризу мінно-вибухових пристроїв на організм людини . *Системи озброєння і військова техніка.* 2014. № 2. С. 39-44.

439. Иваницкий А.Г., Петрик Е.А. Оценки последствий воздействия избыточного давления взрыва топливовоздушных смесей на человека. *Вестник Командно-инженерного института МЧС Республики Беларусь*. 2014. № 1 (19). С. 67-72.

440. Влияние поражения воздушной ударной волной легкой и средней степени на физическую работоспособность и поведенческие реакции животных / А. С. Крючкова и др. *Вестник Российской военно-медицинской академии*. 2015. №1(49). С. 169-172.

441. Лучко І. А., Ремез Н.С., Лучко А.І. Хвильові процеси в ґрунтових масивах під час вибухів нових сумішевих вибухових речовин. *Вісник наукових праць НТУ України "Київський політехнічний інститут". Серія "Гірництво"*. Збірник наукових праць. Київ, 2010. Вип. 19. С. 24- 30.

442. Лучко І. А., Ремез Н.С., Лучко А.І. Математичне моделювання дії вибуху в ґрунтах і гірських породах: монографія. Київ : НТУУ "КПІ" . 2011. 264 с.

443. Ремез Н.С., Лучко А.И., Лучко И.А. Эффективность применения новых бестротильных взрывчатых веществ при уплотнении грунтовых оснований . *Будівельні конструкції. Міжвід. наук-техн. зб. наук. праць. – К.: НДІ будів. констр.* 2006. Вип. 64. С. 296–301.

444. Воробьев В.Д., Твердая О. Я. Обоснование критерия выбора безопасного и эффективного типа ВВ при массовых взрывах на карьерах *Проблеми охорони праці в Україні: Зб. наук. праць*. 2012. Вип. 22. – С. 56-64.

445. Гусельщикова Ю.О., Вилохин С. А., Поникаров С. И. Исследование эффективных параметров воздушной ударной волны. *Вестник Казанского технологического университета*. 2014. №9. – с.81-83.