

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
Приладобудівний факультет  
Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації**

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Надія БУРАУ

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

**Дипломна робота**

**на здобуття ступеня бакалавра**

**за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно - інтегровані технології та системи навігації і керування»**

**спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»**

**на тему: «Методичне та алгоритмічне забезпечення для виконання лабораторних робіт з дисципліни «Теорія автоматичного управління»»**

Виконав (-ла):

студент (-ка) III курсу, групи ПГ-п71

Майборода Микола Володимирович \_\_\_\_\_

Керівник: доцент каф. ПСОН, к.т.н., доцент

Півторак Діана Олександрівна \_\_\_\_\_

Рецензент: доцент КІТВТ КНУТД, к.т.н., доцент

Ківа Ігор Леонідович \_\_\_\_\_

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка) \_\_\_\_\_

Київ – 2020 року

**Національний технічний університет України**  
**«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**  
**Приладобудівний факультет**  
**Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма - Комп'ютерно - інтегровані технології та системи навігації і керування

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ Надія БУРАУ

«\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

### ЗАВДАННЯ

#### на дипломну роботу студенту

Майбороді Миколі Володимировичу

1. Тема роботи «Методичне та алгоритмічне забезпечення для виконання лабораторних робіт з дисципліни «Теорія автоматичного управління»», керівник роботи Півторак Діана Олександрівна, к.т.н., доцент, затверджені наказом по університету від «25» травня 2020 р. № 1180

2. Термін подання студентом роботи 8 червня 2020 р.

3. Вихідні дані до роботи Тематика лабораторних робіт: 1. Моделювання власного руху систем автоматичного керування. 2. Побудова вагових та перехідних характеристик динамічних ланок. 3. Побудова вагових та перехідних характеристик систем автоматичного керування. 4. Частотні характеристики динамічних ланок. 5. Логарифмічні частотні характеристики систем автоматичного керування. 6. Визначення усталених похибок систем автоматичного керування. 7. Дослідження стійкості системи.

4. Зміст роботи Кожна лабораторна робота повинна містити: 1. Мета роботи. 2. Теоретичні відомості. 3. Завдання до виконання лабораторної роботи. 4. Контрольні запитання. Література.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)  
 презентація \_\_\_\_\_

6. Консультанти розділів роботи\*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 2 квітня 2020 року

#### Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	Моделювання власного руху систем автоматичного керування	13.04.2020 р.	
2.	Побудова вагових та перехідних характеристик динамічних ланок	20.04.2020 р.	
3.	Побудова вагових та перехідних характеристик систем автоматичного керування	27.04.2020 р.	
4.	Частотні характеристики динамічних ланок	05.05.2020 р.	
5.	Логарифмічні частотні характеристики систем автоматичного керування	12.05.2020 р.	
6.	Визначення усталених похибок систем автоматичного керування	19.05.2020 р.	
7.	Дослідження стійкості системи	26.05.2020 р.	
8.	Оформлення пояснювальної записки. Підготовка до захисту	08.06.2020 р.	

Студент

Микола МАЙБОРОДА

Керівник

Діана ПІВТОРАК

\* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено керівника дипломної роботи.

## **Пояснювальна записка до дипломної роботи**

на тему: Методичне та алгоритмічне забезпечення для виконання лабораторних  
робіт з дисципліни «Теорія автоматичного управління»

Київ – 2020 року

## Анотація

Дипломна робота присвячена розробці методичного та алгоритмічного забезпечення для виконання лабораторних робіт для дисципліни «Теорія автоматичного управління» для студентів приладобудівного факультету, спеціальності: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології.

Лабораторний практикум складається з семи лабораторних робіт.

Тематика робіт присвячена питанням аналізу лінійних систем автоматичного керування: дослідженню часових та частотних характеристик елементарних динамічних ланок та систем автоматичного керування, визначенню усталених похибок в системах при дії типових збурень, дослідженню стійкості систем автоматичного керування.

Кожна лабораторна робота містить короткі теоретичні відомості, описанні алгоритми та засоби дослідження лінійних систем автоматичного керування у системі *MatLabR2019b*, варіанти індивідуальних завдань та контрольні питання.

Ключові слова: система автоматичного керування, передатна функція, вагова характеристика, перехідна характеристика, частотні характеристики, усталені похибки, стійкість.

### **Annotation**

Thesis devoted to the development of methodological and algorithmic support for laboratory work for the discipline "Theory of Automatic Control" for students of the Faculty of Instrumentation, specialty: 151 - Automation and computer-integrated technologies.

The laboratory workshop consists of seven laboratory works.

The subject of the works is devoted to the analysis of linear automatic control systems: study of time and frequency characteristics of elementary dynamic links and automatic control systems, determination of steady errors in systems under typical disturbances, study of stability of automatic control systems.

Each laboratory work contains brief theoretical information, descriptions of algorithms and tools for the study of linear automatic control systems in the system MatLabR2019b, options for individual tasks and control questions.

Keywords: automatic control system, transfer function, weight characteristic, transient characteristic, frequency characteristics, steady-state errors, stability.

## ЗМІСТ

Анотація.....	5
Annotation .....	6
Перелік умовних позначень та скорочень .....	8
Вступ.....	9
Лабораторна робота №1 Моделювання власного руху систем автоматичного керування.....	10
Лабораторна робота №2 Побудова вагових та перехідних характеристик динамічних ланок .....	16
Лабораторна робота №3 Побудова вагових та перехідних характеристик систем автоматичного керування .....	26
Лабораторна робота №4 Частотні характеристики динамічних ланок.....	39
Лабораторна робота №5 Логарифмічні частотні характеристики систем автоматичного керування .....	48
Лабораторна робота №6 Визначення усталених похибок систем автоматичного керування.....	55
Лабораторна робота №7 Дослідження стійкості систем автоматичного керування	64
Висновки .....	69
Список використаної літератури .....	70

### Перелік умовних позначень та скорочень

ДР - диференціальне рівняння;

САК – система автоматичного керування;

ПКМ – права клавіша миші;

ЛКМ – ліва клавіша миші;

КПФ - комплексна передатна функція;

АЧХ - амплітудна-частотна характеристика;

ФЧХ - фазочастотна характеристика;

АФЧХ - амплітудна-фазова частотна характеристика;

ЛАЧХ - логарифмічна амплітудно-частотна характеристика;

ЛФЧХ - логарифмічна фазочастотна характеристика;

$w(t)$  – імпульсна (вагова) функція;

$h(t)$  - перехідною функція;

$W(p)$  - передатна функція;

$W_{роз}(p)$  – передатна функція розімкненої системи;

$\Phi(p)$  – передатна функція замкненої системи за вхідним діянням;

$\Phi_{\delta}(p)$  - передатна функція замкненої системи за похибкою;

$W(j\omega)$  - комплексна передатна функція;

$P(\omega)$  - дійсна частина КПФ;

$Q(\omega)$  - уявна частина КПФ;

$N(\omega)$  - модуль КПФ;

$\varphi(\omega)$  - аргумент КПФ;

$L(\omega)$  - ЛАЧХ розімкненої системи;

$\delta_{уст}$  - усталена похибка САК.



## Вступ

Лабораторний практикум складений відповідно до робочої навчальної програми кредитного модуля «Теорія автоматичного управління-1» для студентів приладобудівного факультету, спеціальності: 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології.

Тематика робіт присвячена питанням аналізу лінійних систем автоматичного керування: дослідженню часових та частотних характеристик елементарних динамічних ланок та систем автоматичного керування, визначенню усталених похибок в системах при дії типових збурень, дослідженню стійкості систем автоматичного керування.

Для кожної лабораторної роботи були написанні короткі теоретичні відомості, описанні алгоритми та засоби дослідження лінійних систем автоматичного керування у системі *MatLabR2019b*. А також приведені варіанти індивідуальних завдань та питання для перевірки розуміння описаного матеріалу.

## Лабораторна робота №1

### Моделювання власного руху систем автоматичного керування

**Мета роботи:** Здобуття практичних навичок комп'ютерного моделювання режимів власного руху в системах автоматичного керування.

### Теоретичні відомості

**Рівняння динаміки** називають диференціальне рівняння (ДР), яке визначає залежність вихідної величини  $y(t)$  від вхідної величини  $x(t)$  і  $L(t)$  від часу. В загальному випадку рівняння має наступний вигляд [1,2,3]:

$$\begin{aligned} & a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = \\ & = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t) + \\ & + c_k \frac{d^k L(t)}{dt^k} + c_{k-1} \frac{d^{k-1} L(t)}{dt^{k-1}} + \dots + c_1 \frac{dL(t)}{dt} + c_0 L(t) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Процес керування в системі можна охарактеризувати розв'язком рівняння динаміки, запишемо його наступним чином [1,2,3]:

$$y(t) = y_{\text{власний}}(t) + y_{\text{вимушений}}(t) \quad (1.2)$$

де  $y_{\text{власний}}(t)$  - складова, яка є розв'язком однорідного ДР, що характеризує перехідний режим в системі (власний рух);  $y_{\text{вимушений}}(t)$  - складова, яка є розв'язком неоднорідного ДР, що характеризує усталений режим в системі (вимушений рух) [1,2,3,4].

Для аналізу власного руху САК необхідно визначити  $y_{\text{власний}}(t)$ :

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = 0 \quad (1.3)$$

В більшості випадках розглядають іншу форму рівняння динаміки, а саме рівняння в **просторі станів** [1,2,3].

Розглянемо перехід у простір станів на простому прикладі записаному у формі (1.1):

$$a_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 x(t) \quad (1.4)$$

Зробимо заміну:

$$u(t) = x(t); \quad x_1 = y(t); \quad x_2 = \frac{dy(t)}{dt}. \quad (1.5)$$

Тепер перепишемо рівняння (1.4) враховуючи заміну (1.5):

$$a_2 \frac{dx_2}{dt} + a_1 x_2 + a_0 x_1 = b_0 u(t) \quad (1.6)$$

Тепер ми можемо записати рівняння динаміки у формі просторі стані у вигляді системи двох ДР першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = -\frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{a_0}{a_2} x_1 + \frac{b_0}{a_2} u(t) \end{cases} \quad (1.7)$$

Систему рівнянь (1.7) можна записати у матричному вигляді [1,2,11]:

$$\frac{dX}{dt} = A \cdot X + B \cdot U \quad (1.8)$$

де  $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$  - вектор стану;

$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{a_0}{a_2} & -\frac{a_1}{a_2} \end{bmatrix}$  - матриця коефіцієнтів;

$U = [u(t)]$  - вектор керування;

$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{b_0}{a_2} \end{bmatrix}$  - матриця коефіцієнтів при векторі керування.

### Розв'язок рівняння динаміки за допомогою *MatLab*

Отже для отримання розв'язку рівняння динаміки у середовищі *MatLab*, можна використовувати функції *ode23* або *ode45* [5,6,7].

Для того щоб скористатися цими функціями необхідно записати рівняння у вигляді (1.7). Розглянемо випадок власного руху:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{a_1}{a_2} x_2 - \frac{a_0}{a_2} x_1 \end{cases} \quad (1.9)$$

Використаємо функцію *ode45*. Синтаксис звертання до неї такий [5,6,7]:

**[t,y] = ode45(odefun,tspan,y0),**

де t,y – вихідні значення часу та змінних стану,  
odefun – назва файлу (функція правих частин),  
tspan – проміжок модельного часу інтегрування рівнянь,  
y0 – вектор початкових умов.

Для початку необхідно створити підпрограму в якій напишемо функцію правих частин (рівняння 1.9). До цієї підпрограми буди звертатися функція *ode45*.

```
function x = Pr_Ch( t , y )
global a2 a1 a0
x(1) = y(2);
x(2) = (-a1 / a2) * y(2) - (a0 / a2) * y(1);
x = x';
end
```

Після чого необхідно створити керуючу програму, де будуть описанні початкові умови (визначимо:  $x_1(0) = 0.5$ ,  $x_2(0) = 0$ ), функцію інтегрування рівняння динаміки (*ode45*) та результуючі графіки (рис 1.1) залежності змінних стану від часу.

Через команду *global* оголошуються змінні, які будуть передаватися іншим підпрограма [5,6,7].

Код керуючої програми:

```
global a2 a1 a0
y0=[0.1 0];
a2=50; a1=1; a0=1;
[t,y]=ode45('Pr_Ch',[0 100],y0);
plot(t,y), grid, xlabel('t'),
title ('Графік вільного руху'), legend('x1','x2')
```

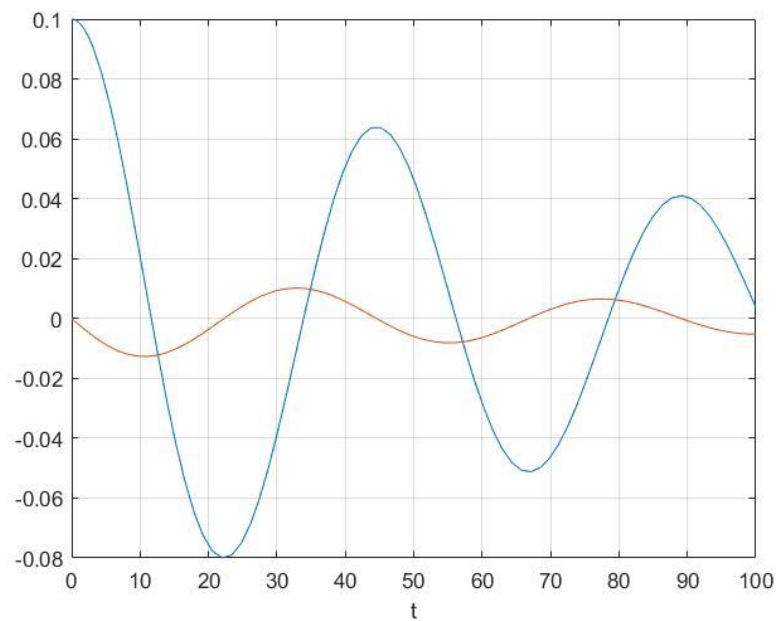


Рис. 1.1. Графік вільного руху

### Завдання до виконання лабораторної роботи

1. Записати рівняння динаміки в формі простору станів згідно власного варіанту (див. табл. 1.1).
2. Промодельовати рівняння в середовищі *MatLab*.
3. При заданих параметрах та початкових отримати графіки для кожної змінної стану.
4. Проаналізувати вплив змінюваного параметру (3 різних значення) та зробити висновки.

Таблиця 1.1

## Варіанти індивідуальних завдань

№	Рівняння динаміки	Параметри	Початкові умови	Змін. параметр
1	$m\ddot{x} + f\dot{x} + cx = 0$	$m = 0.01 \text{ кг}$ $f = 0.5 \text{ Нс / м}$ $c = 1 \text{ Н / м}$	$x(0) = 0.1$	$c$
7			$\dot{x}(0) = 0$	$f$
13			$x(0) = 0.01$	$c$
19			$\dot{x}(0) = 0$	$f$
2	$\begin{cases} H\dot{\beta} + H\omega\alpha + k\beta = 0 \\ -H\dot{\alpha} + H\omega\beta = 0 \end{cases}$	$H = 0.1 \text{ Нмс}$ $\omega = 10^{-5} \text{ 1 / с}$ $k = 10^{-6} \text{ Нм}$	$\alpha(0) = 0.001$	$k$
8			$\beta(0) = 0.002$	$H$
14			$\alpha(0) = 0.005$	$k$
20			$\beta(0) = 0.003$	$H$
3	$J\ddot{\phi} + \mu\dot{\phi} + mgl\phi = 0$	$J = 10^{-6} \text{ кг м}^2$ $\mu = 10^{-5} \text{ Нмс}$ $m = 0.01 \text{ кг}$ $l = 0.01 \text{ м}$	$\phi(0) = 0.01$	$l$
9			$\dot{\phi}(0) = 0$	$\mu$
15			$\phi(0) = 0.03$	$l$
21			$\dot{\phi}(0) = 0.001$	$\mu$
4	$\begin{cases} H\dot{\beta} + f_1\dot{\alpha} + H\omega\alpha = 0 \\ -H\dot{\alpha} + f_2\dot{\beta} + H\omega\beta + mgl\beta = 0 \end{cases}$	$H = 0.5 \text{ Нмс}$ $\omega = 10^{-5} \text{ 1 / с}$ $f_1 = f_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ Нмс}$ $m = 1 \text{ кг } l = 0.1 \text{ м}$	$\alpha(0) = 0.002$	$l$
10			$\beta(0) = 0.002$	$m$
16			$\alpha(0) = 0.003$	$l$
22			$\beta(0) = 0.001$	$m$
5	$J\ddot{\beta} + \mu\dot{\beta} + c\beta = 0$	$J = 10^{-5} \text{ кг м}^2$ $\mu = 10^{-4} \text{ Нмс}$ $c = 1 \text{ Нм}$	$\beta(0) = 0.02$	$\mu$
11			$\dot{\beta}(0) = 0$	$c$
17			$\beta(0) = 0.04$	$\mu$
23			$\dot{\beta}(0) = 0.03$	$c$
6	$\begin{cases} H\dot{\beta} - f_1\dot{\alpha} - H\omega\alpha + c_1\beta = 0 \\ H\dot{\alpha} + f_2\dot{\beta} + H\omega\beta + c_2\alpha = 0 \end{cases}$	$H = 0.1 \text{ Нмс}$ $\omega = 10^{-5} \text{ 1 / с}$ $f_1 = f_2 = 10^{-3} \text{ Нмс}$ $c_1 = c_2 = 10^{-5} \text{ Нм}$	$\alpha(0) = 0.003$	$H$
12			$\beta(0) = 0.004$	$c_1$
18			$\alpha(0) = 0.001$	$H$
24			$\beta(0) = 0.001$	$c_2$

### Контрольні запитання

1. Що таке рівняння динаміки?
2. Яка форма загального випадка рівняння динаміки?
3. Чим характеризується процес керування?
4. Які складові розв'язок рівняння динаміки?
5. Чим визначається власний рух?
6. Який алгоритм реалізації чисельного інтегрування ДР у середовищі *MatLab*?

## Лабораторна робота №2

### Побудова вагових та перехідних характеристик динамічних ланок

**Мета роботи:** вивчити динамічні характеристики елементарних ланок систем автоматичного керування, набути вміння моделювання вагових та перехідних характеристик.

#### Теоретичні відомості

Реакцією системи на миттєвий імпульс (рис. 2.1) нескінченної великої амплітуди і одиничної площі  $\delta(t)$  називають – **імпульсною (ваговою) функцією**  $w(t)$  [3,5,6,8,11].

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \delta = 0 \\ 0, & \delta \neq 0 \end{cases}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 \quad (2.1)$$

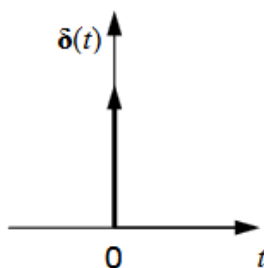


Рис. 2.1 Миттєвий одиничний імпульс

Для того щоб отримати вагову функцію  $w(t)$ , необхідно визначити обернене перетворення Лапласа від передатної функції системи [3,5,6,8,11]:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} \quad (2.2)$$

**Перехідною функцією** елемента (системи)  $h(t)$  називається реакція елемента (системи) на одиничний ступінчастий вплив (рис. 2.1), тобто миттєва зміна вхідного сигналу з 0 до 1 в момент  $t=0$ . Формально цей сигнал має наступний вигляд [3,5,6,8,11]:

$$(2.3)$$



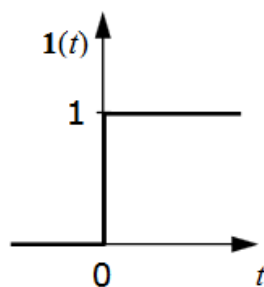


Рис. 2.2. Одиничний ступінчастий вплив

Для отримання перехідної функції  $h(t)$ , необхідно визначити обернене перетворення Лапласа від зображення  $W(p)/p$ , тобто [3,8,9]:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}. \quad (2.4)$$

Відношення зображень вихідної  $X_{\text{вих}}(p)$  і вхідної  $X_{\text{вх}}(p)$  величин за Лапласом при нульових початкових умовах називається **передатною функцією** ланки (системи)  $W(p)$  [3,5,6,8]:

$$W(p) = \frac{X_{\text{вих}}(p)}{X_{\text{вх}}(p)} \quad (2.5)$$

Після знаходження передатної функції динамічної ланки, використовуючи перетворення Лапласа. Можна знайти перехідну та вагову характеристику системи.

### Побудова перехідних та вагових характеристик засобами *MatLab*

Найзручніший спосіб для побудови вагових та перехідних характеристик для динамічних ланок та систем автоматичного керування (САК), є використання середовища *Simulink* в системі *MatLab*.

Розглянемо наступне рівняння динаміки:

$$T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = k \cdot x(t) \quad (2.6)$$

де  $x(t)$  – вхідна величина;  $y(t)$  – вихідна величина;  $T$ ,  $k$  – постійна часу та коефіцієнт передачі ланки ( $T = 25$  с,  $k = 5$ ).

Така ланка має наступну передатну функцію:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{p(Tp + 1)} \quad (2.7)$$

Скориставшись формулами (2.4 та 2.5) знайдемо вагову та перехідну функцію аналітичним шляхом:

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \frac{k}{T} L^{-1}\left\{\frac{1}{p(p + \frac{1}{T})}\right\} = k \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{W(p)}{p}\right\} = L^{-1}\left\{\frac{k}{p^2(p+1)}\right\}$$

Розкладемо зображення на прості дроби та зведемо до табличних значень:

$$\frac{k}{p^2(Tp+1)} = \frac{A}{p} + \frac{B}{p^2} + \frac{C}{Tp+1} = \frac{(AT+C)p^2 + (A+TB)p + B}{p^2(Tp+1)}$$

$$(AT+C)p^2 + (A+TB)p + B = k$$

$$p^2 | AT + C = 0 \quad C = T^2k$$

$$p | A + TB = 0 \quad A = -Tk$$

$$p^0 | B = k$$

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{-Tk}{p} + \frac{k}{p^2} + \frac{T^2k}{Tp+1}\right\} = -Tk + k \cdot t + Tk \cdot \left(e^{-\frac{t}{T}}\right)$$

За допомогою *MatLab* побудуємо отримані характеристики (рис. 2.3. та рис.

2.4):

```
T=0.25; k=5;
t=0:0.01:2;
wt=k*(1-exp(-t/T));
figure(1)
plot(t,wt), grid, xlabel("Час, с"), ylabel("Амплітуда"),
title("Вагова характеристика");
figure(2)
t1=0:0.01:120;
ht=-T*k+k*t1+T*k*exp(-t1/T);
figure
plot(t1,ht), grid, xlabel("Час, с"), ylabel("Амплітуда"),
title("Перехідна характеристика");
```

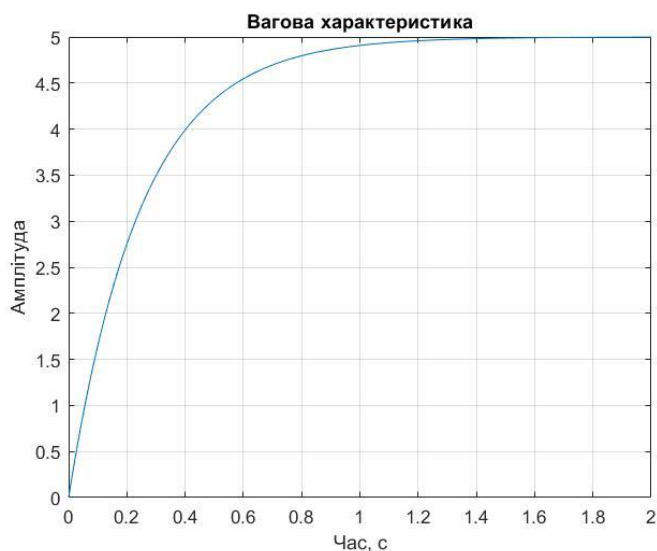


Рис. 2.3. Графік вагової функції отриманої аналітичним шляхом

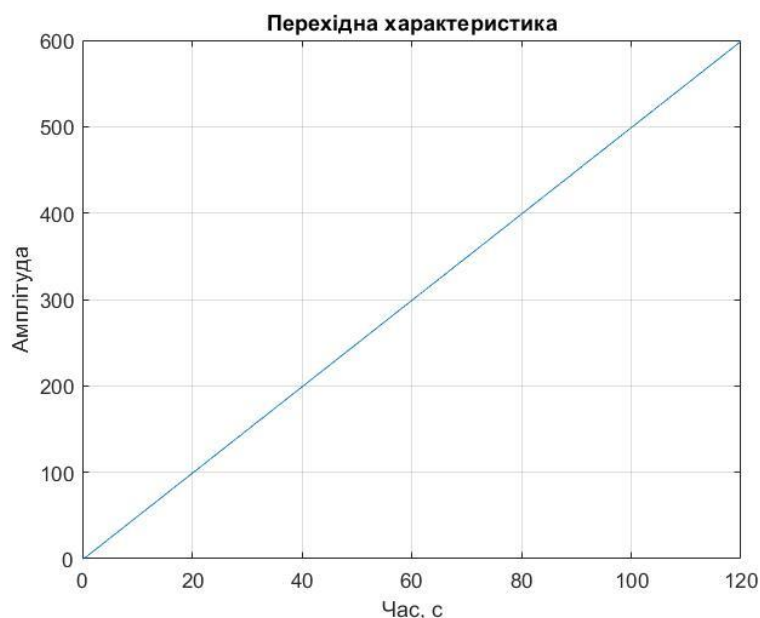


Рис. 2.4. Графік перехідної функції отриманої аналітичним шляхом

Для аналізу динамічних характеристик ланки або САК використовується S-модель *Simulink*. У головному вікні *MatLab* на панелі інструментів *Home* необхідно викликати *Simulink*. У вікні *Simulink Start Page* потрібно обрати *Blank Model\Create Model* так створюється нове вікно (рис. 2.5), в якому у подальшому складається блок-схема нової моделі. Для додавання елементів у це вікно необхідно викликати *Simulink Library Browser* (*Ctrl+Shift+L*) – бібліотека середовища *Simulink* [1,5,6].

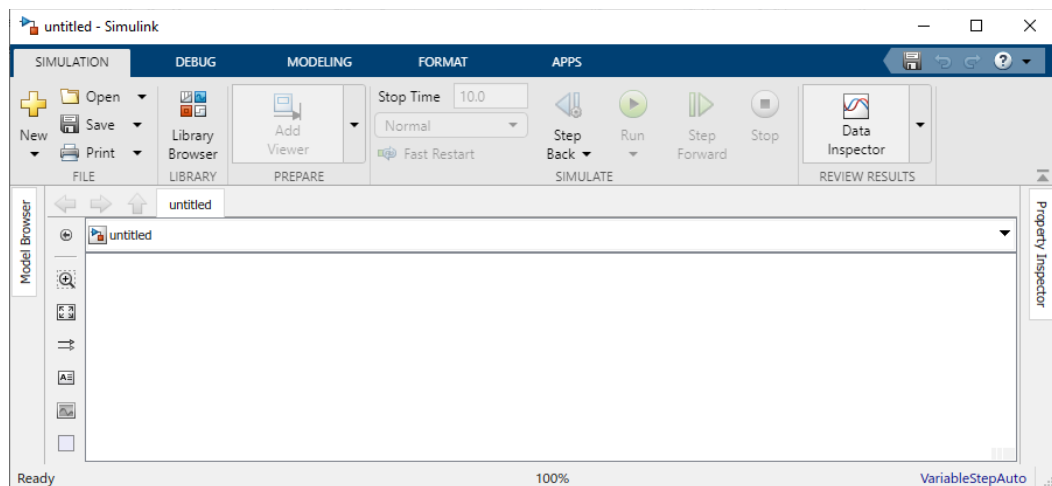


Рис. 2.5. Вікно блок-схеми нової S-моделі

Для моделювання заздалегідь відомих передатних функцій  $W(p)$ , використовують блок *Transfer Fcn* (Передатна функція), який необхідно знайти у бібліотеці *Simulink\Continuous* та перетягнути до вікна з новою моделлю. Після чого необхідно додати порти вхідного сигналу *Simulink\Sources\In1* та вихідного сигналу *Simulink\Sinks\Out1*. Для нашого випадку S-модель буде мати вигляд зображений на рис. 2.6 [1,5,6].

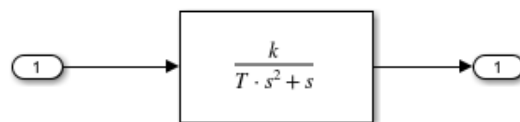


Рис. 2.6. S-модель для нашого прикладу

Поліноми чисельника та знаменника передатної функції задаються за допомогою вікна *Block Parameters* (рис. 2.7). Це вікно викликається подвійним натисканнями ЛКМ на зображенні блоку *Transfer Fcn* [1,4,5].

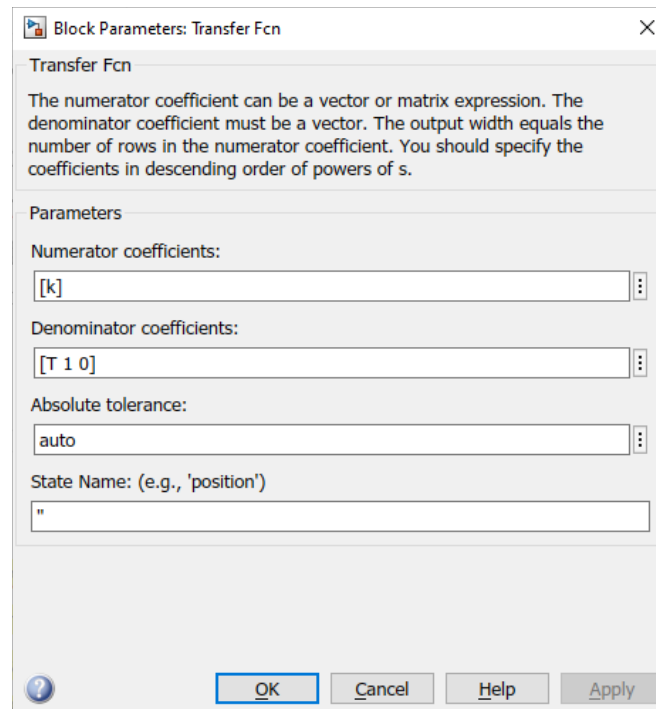


Рис. 2.7. Параметри блоку *Transfer Fcn*

В поле *Numerator coefficients* записується поліном чисельника даної передатної функції, коефіцієнти поліному слід записувати в квадратні дужки починаючи з старшого через пропуск. У даному випадку коефіцієнти були записані як зміні (також можна одразу записати число), які потім необхідно буде оголосити у *m*-файлі [1,13,14].

Відповідно до поля *Denominator* записується коефіцієнти полінома знаменника передатної функції.

Для того щоб отримати вагову та перехідну характеристик можна використовувати декілька способів.

**Спосіб 1. Використання вбудованих функцій *MatLab*.** Зо допомогою команди *linmod* розраховується модель простору станів (*state-space model*) для створеної *S*-моделі. Після чого скориставшись командами *impulse()* та *step()* можна побудувати вагову (рис. 2.8) та перехідну (рис. 2.9) характеристику [4,5,6].

```
T=0.25; k=5;
[A,B,C,D]=linmod('ім'я файлу S-моделі')
sys=ss(A,B,C,D)
impulse(sys), grid;
figure
step(sys), grid;
```

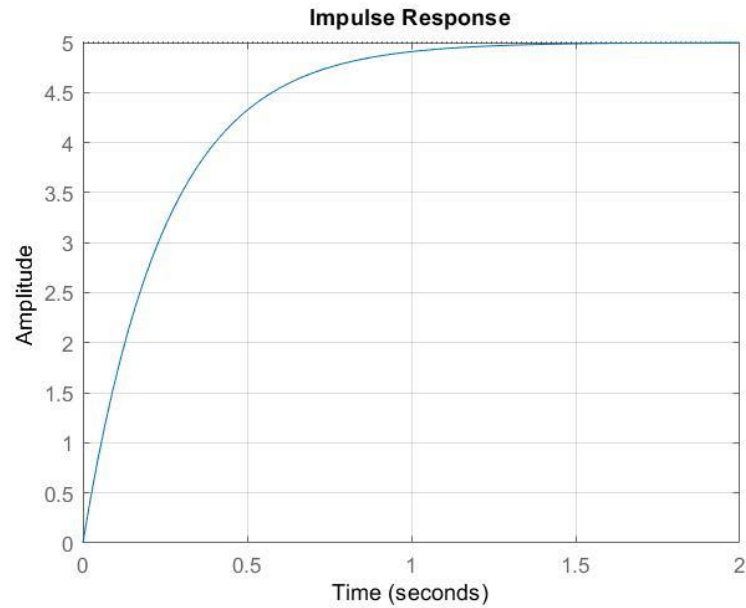


Рис 2.8. Графік вагової характеристики отриманий за допомогою команди *impulse*

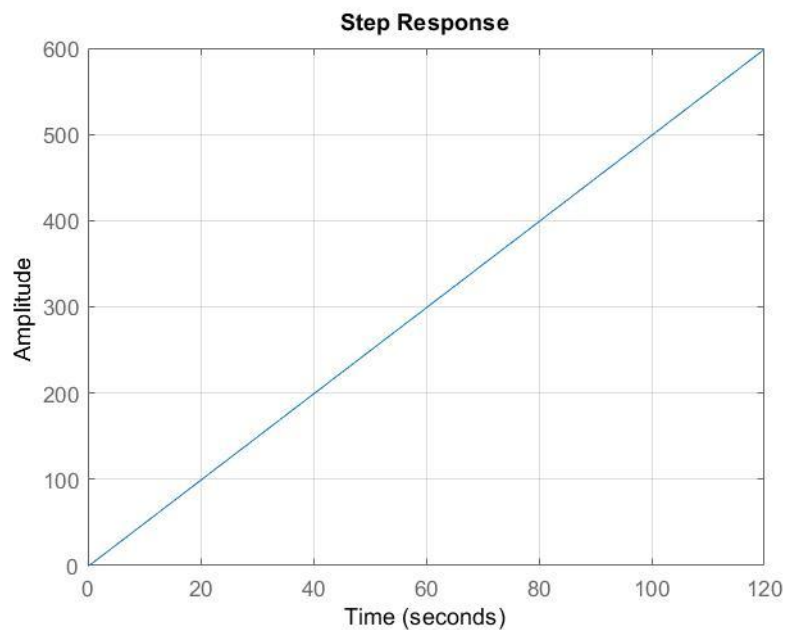


Рис. 2.9. Графік перехідної характеристики отриманий за допомогою команди *step*

**Спосіб 2.** За допомогою графічного інтерфейсу *Linear System Analyzer*. У головному вікні *MatLab* необхідно обрати *Apps\Linear System Analyzer*. Після чого з'являється графічне вікно (рис. 2.10) [4,5]:

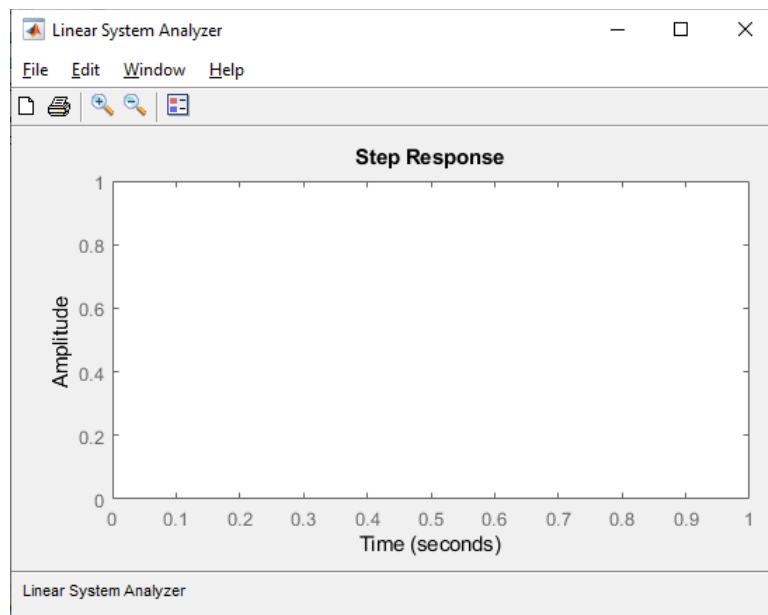


Рис. 2.10. Вікно графічного інтерфейсу *Linear System Analyzer*

Для побудови перехідної та вагової характеристики в меню графічного вікна *Linear System Analyzer* (рис. 2.10) обираємо пункт меню *File\Import*. В вікні яке з'явилося обираємо раніше створену модель простору станів (рис. 2.11).

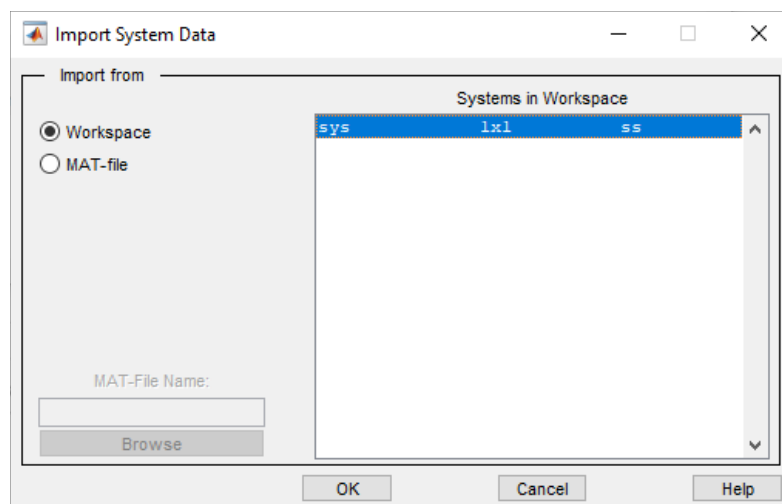


Рис. 2.11. Вікно імпорту даних

Після чого як результат отримаємо перехідну характеристику ланки (рис. 2.12), побудова якої встановлена за замовчуванням. Для побудови вагової характеристики (рис. 2.13) необхідно викликати контекстне меню натиснувши ПКМ на графіку та обрати *Plot types\impulse*.

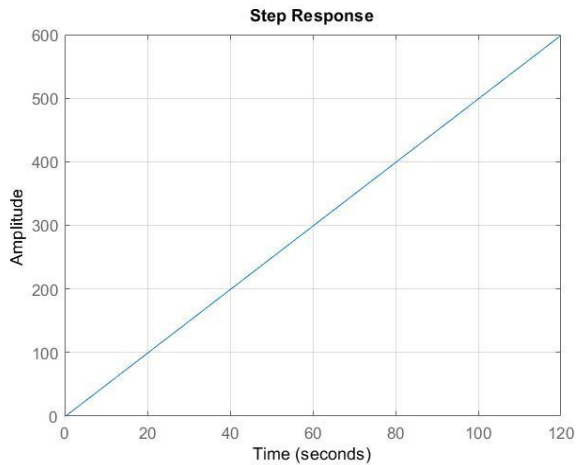


Рис. 2.12. Перехідна характеристика отримана за допомогою *Linear System Analyzer*.

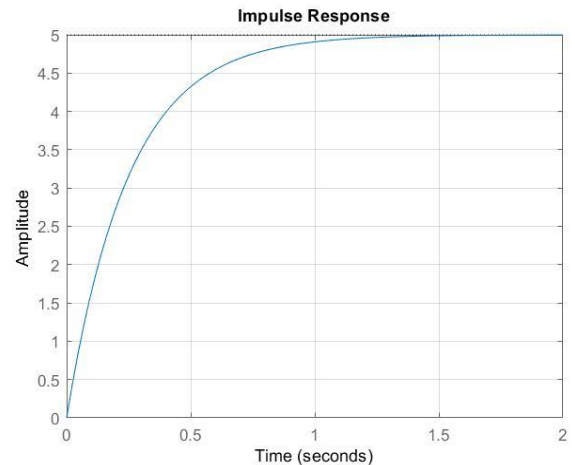


Рис. 2.13. Вагова характеристика отримана за допомогою *Linear System Analyzer*.

*Linear System Analyzer* також можна викликати за допомогою функції: *ltiview(tf(поліноми передатної функції))*, у *m*-файлі або командному вікні.

### Завдання до виконання лабораторної роботи

1. За заданим рівнянням (відповідно до варіанту з табл. 2.1) ланки визначити передатну функцію  $W(p)$ , вагову  $w(t)$  та перехідну  $h(t)$  характеристики.
2. Створити S-модель яка відповідає визначеній передатній функції.
3. Скориставшись графічним інтерфейсом *Linear System Analyzer* отримати графіки перехідної та вагової характеристики.
4. Скориставшись командами *impulse* та *step* отримати графіки перехідної та вагової характеристики.
5. За отриманими функціями  $w(t)$  та  $h(t)$  побудувати графіки перехідної та вагової характеристики у *MatLab*.
6. Побудовані графіки в пунктах 3-5 порівняти між собою та зробити висновки.



Таблиця 2.1

## Варіанти індивідуальних завдання

Номер варіанту	Параметри ланки		Рівняння динаміки
	T	k	
1	T1= 0,1 с; T2= 10 с.		$T_2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T_1 \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$
9	T1 = 10 с; T2 = 1 с.		
17	T1= 1 с; T2=0,01 с.		
2	T= 5 с.		$T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$
10	T= 2 с.		
18	T= 10 с.		
3	T = 0,01 с.		$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$
11	T = 1 с.		
19	T = 0,25 с.		
4	T = 0,1 с.	k=10	$T \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{dy(t)}{dt} = k \cdot x(t)$
12	T = 10 с.	k=5	
20	T = 2,5 с.	k=3	
5	T1= 1 с; T2= 5 с.		$T_2 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T_1 \frac{dx(t)}{dt}$
13	T1= 4 с; T2= 1 с.		
21	T1= 2,5 с; T2=10 с.		
6	T1= 5 с; T2= 2 с.		$T_2^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = T_1 \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$
14	T1= 0,1 с; T2=1 с.		
22	T1= 0,25 с; T2=3 с.		
7	T1= 10 с; T2= 5 с.	k=2	$T_2^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t)$
15	T1= 2 с; T2= 0,1 с.	k=5	
23	T1= 0,25 с; T2=1 с.	k=1	
8	T = 10 с.		$\frac{d^2 y(t)}{dt} = T \frac{dx(t)}{dt} + x(t)$
16	T = 1 с.		
24	T = 0,2 с.		

## Контрольні запитання

1. Що таке перехідна характеристика?
2. Як називається реакція ланки на миттєвий одиничний імпульс?
3. Яким чином отримати передатну функцію ланки?
4. За допомогою передатної функції ланки, які можна визначити характеристики? Та яким чином?

## Лабораторна робота №3

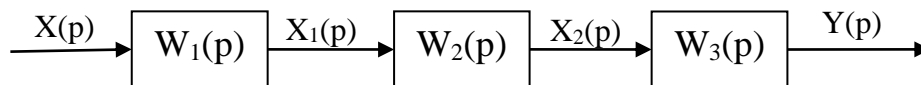
### Побудова вагових та перехідних характеристик систем автоматичного керування

**Мета роботи:** Вивчення динамічних характеристик САК, використання комп'ютерних засобів для побудови і аналізу вагових та перехідних характеристик САК.

### Теоретичні відомості

При побудові та аналізі САК зазвичай схеми послідовно, паралельно або охоплені зворотнім зв'язком ланки перетворюють в одну ланку, яка має еквіваленту передатну функцію. Тому для цього існують певні правила перетворення структурних схем [2,8,9,10].

#### Послідовне з'єднання ланок:



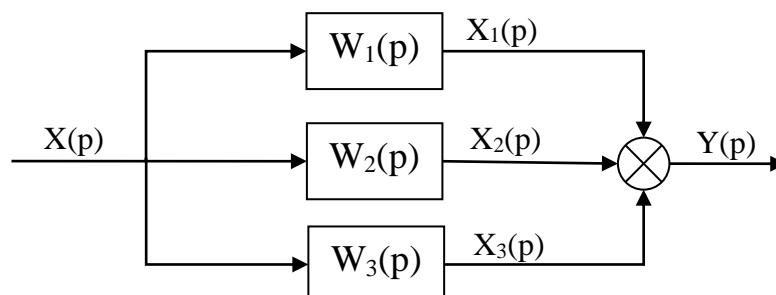
$$X_1(p) = W_1(p) \cdot X(p); \quad X_2(p) = W_2(p) \cdot X_1(p);$$

$$Y(p) = W_3(p) \cdot X_2(p);$$

Запишемо загальну формулу для послідовного з'єднання:

$$W_{\text{посл}}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) \quad (3.1)$$

#### Паралельне з'єднання ланок:



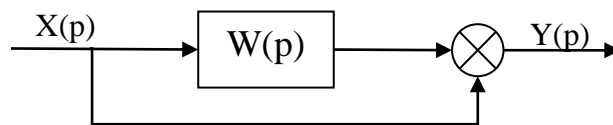
$$X_1(p) = W_1(p) + X(p); \quad X_2(p) = W_2(p) + X(p); \quad X_3(p) = W_3(p) + X(p);$$

$$Y(p) = X_1(p) + X_2(p) + X_3(p) = X(p) \cdot [W_1(p) + W_2(p) + W_3(p)];$$

Тепер запишемо загальну формула для паралельного з'єднання:

$$W_{\text{пар}}(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p) \quad (3.2)$$

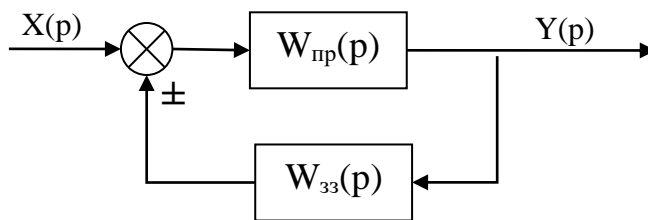
Також бувають випадки коли у паралельному з'єднанні відсутня ланка, тоді передатна функція цієї ланки =1:



$$W(p) = Tp$$

$$Y(p) = X(p) \cdot (Tp + 1) \Rightarrow W_{\text{пар}}(p) = Tp + 1$$

**Ланка охоплена зворотнім зв'язком:**



В залежності від знаку зворотного зв'язку використовують наступні формули:

$$W_{\text{лзз}}^+(p) = \frac{W_{\text{нп}}(p)}{1 - W_{\text{нп}}(p) \cdot W_{\text{зз}}(p)} \quad (3.3)$$

$$W_{\text{лзз}}^-(p) = \frac{W_{\text{нп}}(p)}{1 + W_{\text{нп}}(p) \cdot W_{\text{зз}}(p)}$$

Для визначення передатної функції розімкненої системи  $W_{\text{роз}}(p)$ , необхідно звести структурну схему до послідовно з'єднаних елементів. Після чого вираховується добуток усіх передатних функцій [2,8,9,10]:

$$W_{\text{роз}}(p) = W_{\text{нп}}(p) \cdot W_{\text{зз}}(p) \quad (3.4)$$

З допомогою наступної формули можна визначити передатну функцію замкненої системи за вхідним діянням  $\Phi(p)$  [2,10,11]:

$$\Phi(p) = \frac{W_{np}(p)}{1 + W_{poz}(p)} \quad (3.5)$$

Або для  $W_{зз}(p)=1$ :

$$\Phi(p) = \frac{W_{poz}(p)}{1 + W_{poz}(p)} \quad (3.6)$$

Передатна функція замкненої системи за похибкою  $\Phi_{\delta}(p)$  має наступний вигляд [2,10,11]:

$$\Phi_{\delta}(p) = \frac{1}{1 + W_{poz}(p)} \quad (3.7)$$

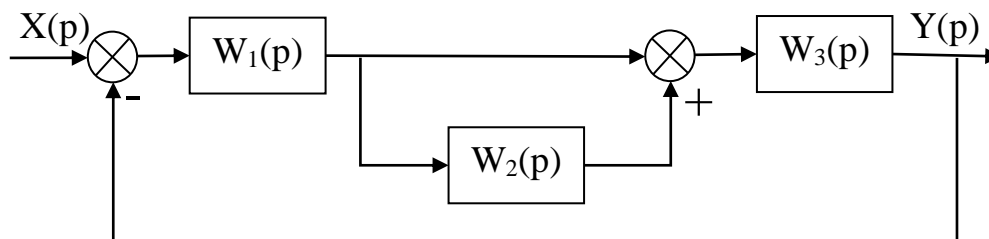
Так як передатна функція замкненої системи за вхідним діянням за визначенням є відношенням зображень вихідної величини системи та вхідного діяння. З цього виходить, що за нею можна визначити вагову та перехідну характеристики замкненої системи [2]:

$$w(t) = L^{-1}\{\Phi(p)\} \quad (3.8)$$

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{\Phi(p)}{p}\right\} \quad (3.9)$$

### Побудова динамічних характеристик САК засобами *MatLab*

Для прикладу розглянемо наступну структурну схему:



$$W_1(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{1}{T_3 p}; \quad W_3(p) = \frac{k}{T_4 p + 1};$$

Для того щоб знайти передатну функцію  $W_{роз}(p)$ , необхідно щоб передатні функції всіх ланок були послідовні з'єднанні. Так як  $W_2(p)$  знаходиться у паралельному з'єднанні, необхідно зробити наступну заміну:

$$W_{нар}(p) = 1 + W_2(p) = 1 + \frac{1}{T_3 p} = \frac{T_3 p + 1}{T_3 p}$$

Тепер за допомогою формули (3.4) знайдемо  $W_{роз}(p)$ :

$$\begin{aligned} W_{роз}(p) &= W_1(p) \cdot W_{нар}(p) \cdot W_3(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1} \cdot \frac{T_3 p + 1}{T_3 p} \cdot \frac{k}{T_4 p + 1} = \\ &= \frac{k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)}, \quad k_{роз} = \frac{k}{T_3} \end{aligned}$$

де  $T_1 = 0.05$ ;  $T_2 = 0.5$ ;  $T_3 = 1$ ;  $T_4 = 0.01$ ;  $k = 1$ .

Так як дана структурна схема має одиничний зворотній зв'язок для того, щоб знайти передатну функцію замкненої системи за вхідним діянням використаємо формулу (3.6):

$$\begin{aligned} \Phi(p) &= \frac{W_{роз}(p)}{1 + W_{роз}(p)} = \frac{\frac{k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)}}{1 + \frac{k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)}} = \\ &= \frac{k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1) + k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)} \\ \Phi_{\delta}(p) &= \frac{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1) + k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)} \end{aligned}$$

Для того щоб знайти перехідну та вагову характеристику аналітичним шляхом, відкриємо дужки та напишемо чисельник та знаменник у вигляді многочлену:

$$\begin{aligned} \Phi(p) &= \frac{k_{роз} [T_1 \cdot T_3 \cdot p^2 + (T_1 + T_3) \cdot p + 1]}{T_2 \cdot T_4 \cdot p^3 + (T_2 + T_4 + T_1 \cdot T_3 \cdot k_{роз}) \cdot p^2 + k_{роз} \cdot (T_1 + T_3 + 1) \cdot p + k_{роз}} \\ w(t) &= L^{-1}\{\Phi(p)\} \end{aligned}$$

Для того щоб знайти оберне перетворення Лапласа для цього зображення скористаємося теоремою про розкладання [2,9].

Тому візьмемо поліном знаменника та прирівняємо його до 0, після чого за допомогою команди **roots()** у *MatLab* знайдемо корені цього рівняння [3,7]:

$$B(p) = k_{\text{роз}} [T_1 \cdot T_3 \cdot p^2 + (T_1 + T_3) \cdot p + 1]$$

$$D(p) = T_2 \cdot T_4 \cdot p^3 + (T_2 + T_4 + T_1 \cdot T_3 \cdot k_{\text{роз}}) \cdot p^2 + k_{\text{роз}} \cdot (T_1 + T_3 + 1) \cdot p + k_{\text{роз}} = 0$$

$$p_1 = -108.2288; \quad p_2 = -3.1923; \quad p_3 = -0.5789;$$

Так як корені, які ми знайшли не нульові та дійсні. Тоді оригінал для нашої вагової функції буде розраховуватися за наступною формулою [2,9]:

$$w(t) = \sum_{i=1}^n \frac{B(p_i)}{D'(p_i)} \cdot e^{p_i t} \quad (3.10)$$

Знайдемо похідну від полінома знаменника  $D'(p)$ :

$$D'(p) = 3 \cdot T_2 \cdot T_4 \cdot p^2 + 2 \cdot (T_2 + T_4 + T_1 \cdot T_3 \cdot k_{\text{роз}}) \cdot p + k_{\text{роз}} \cdot (T_1 + T_3 + 1)$$

Тепер підставимо наші корені до формули (3.9):

$$\frac{B(-108.2288)}{D'(-108.2288)} = 8.3670;$$

$$\frac{B(-3.1923)}{D'(-3.1923)} = 1.3423;$$

$$\frac{B(-0.5789)}{D'(-0.5789)} = 0.2907;$$

$$w(t) = 8.3670 \cdot e^{-108.2288t} + 1.3423 \cdot e^{-3.1923t} + 0.2907 \cdot e^{-0.5789t}$$

Наступний крок знайти функції перехідної характеристики САК за допомогою формули (3.9):

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{\Phi(p)}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{B(p)}{D(p)} \right\}$$

$$B(p) = k_{\text{роз}} [T_1 \cdot T_3 \cdot p^2 + (T_1 + T_3) \cdot p + 1];$$

$$D(p) = p [T_2 \cdot T_4 \cdot p^3 + (T_2 + T_4 + T_1 \cdot T_3 \cdot k_{\text{роз}}) \cdot p^2 + k_{\text{роз}} \cdot (T_1 + T_3 + 1) \cdot p + k_{\text{роз}}]$$

Так само прирівнюємо  $D(p)=0$  та знайдемо корені рівняння:

$$p_1=0; \quad p_2=-108.2288; \quad p_3=-3.1923; \quad p_4=-0.5789;$$

Так як один із коренів нульовий, тобто  $D(p) = p \cdot D_1(p)$ , то формула (3.10) буде мати наступний вигляд [2,9]:

$$h(t) = \frac{B(0)}{D_1(0)} \sum_{i=1}^n \frac{B(p_i)}{p_i \cdot D_1'(p_i)} \cdot e^{p_i t} \quad (3.11)$$

Підставимо наші корені до формули (3.11):

$$\frac{B(0)}{D_1(0)} = 1;$$

$$\frac{B(-108.2288)}{-108.2288 \cdot D_1'(-108.2288)} = -0.0773;$$

$$\frac{B(-3.1923)}{-3.1923 \cdot D_1'(-3.1923)} = -0.4205;$$

$$\frac{B(-0.5789)}{-0.5789 \cdot D_1'(-0.5789)} = -0.5021;$$

$$h(t) = 1 - 0.0773 \cdot e^{-108.2288t} - 0.4205 \cdot e^{-3.1923t} - 0.5022 \cdot e^{-0.5789t}$$

Тепер після того як ми знайшли вагову та перехідну функції для нашої САК, можна побудувати графіки цих функцій у *MatLab* (рис. 3.1 та 3.2). Для цього скористаємося наступним кодом:

```
t=0:0.01:3;
wt=8.3670*exp(-108.2288*t)+1.3423*exp(-3.1923*t)+0.2907.*exp(-
0.5789*t);
figure
plot(t,wt), grid, xlabel("Час, с"), ylabel("Амплітуда"),
title("Вагова характеристика");
t1=0:0.01:8;
ht=1-0.0773*exp(-108.2288*t1)-0.4205*exp(-3.1923*t1)-
0.5022.*exp(-0.5789*t1);
figure
plot(t1,ht), grid, xlabel("Час, с"), ylabel("Амплітуда"),
title("Перехідна характеристика");
```

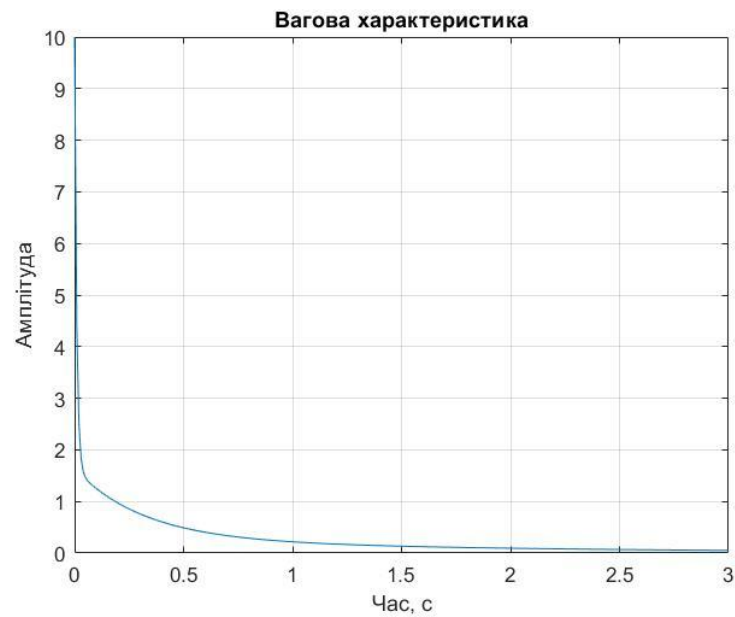


Рис. 3.1. Графік вагової характеристики отриманий аналітичним шляхом

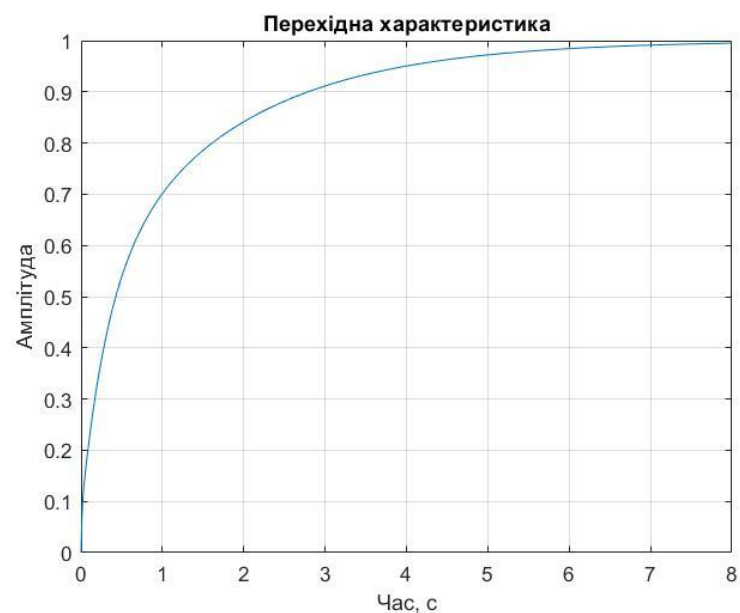


Рис. 3.2. Графік перехідний характеристики отриманий аналітичним шляхом

Для перевірки результат який було знайдено аналітично, знайдемо ці характеристики за допомогою засобів *MatLab*.

Для цього створюємо нову S-модель, блок-схема якої буде відповідати нашій структурній схемі (рис. 3.3.). Для цієї блок-схеми були використанні блоки: ***Transfer Fcn*** та *Simulink\Math Operations\Sum* [4,5,6]:.



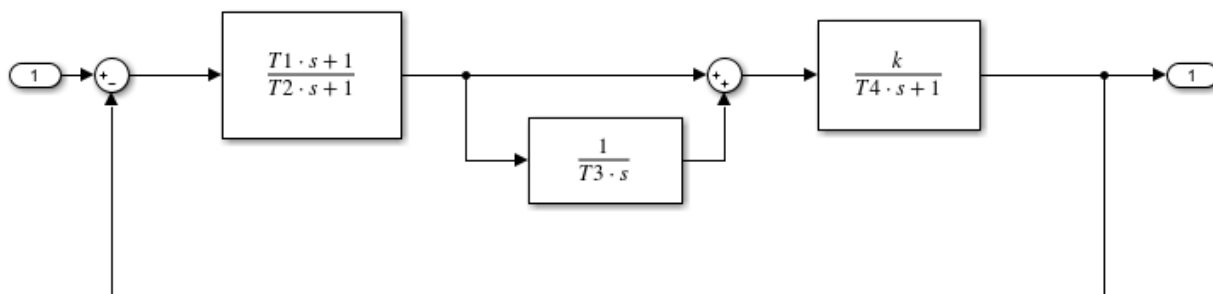


Рис. 3.3. Модель САК в середовищі *Simulink*.

Якщо необхідно відобразити диференційну ланку ( $W(p) = \tau p$ ) в *Simulink*. Для цього використовують наступну пару блоків *Simulink\Continuous\Derivative* та *Simulink\Math Operations\Gain* результат зображено на рис. 3.4. Також у параметрах *Derivative* слід записати дуже малий коефіцієнт (рис 3.5) [3,4,5]:.

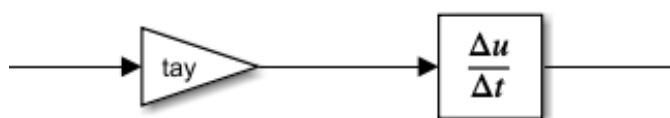


Рис. 3.4. Блок-схема диференційної ланки

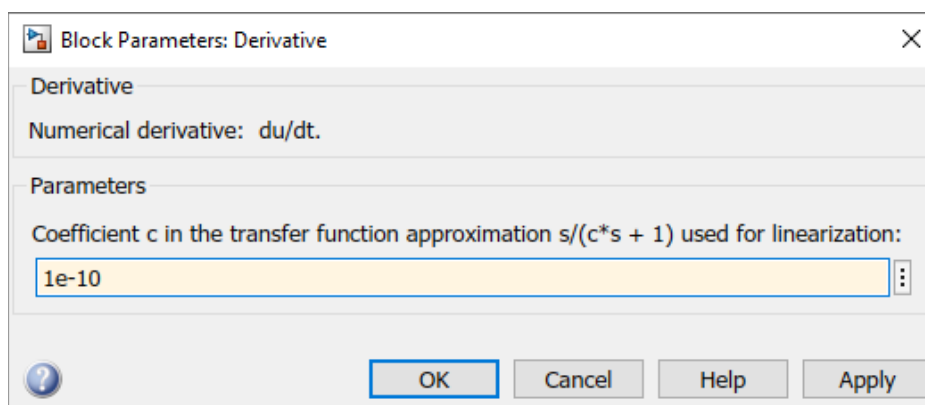


Рис. 3.5. Параметри блоку *Derivative*

Далі необхідно створити новий m-файл та записати наступний код для отримання динамічних характеристик та відображення відповідних графіків на рис. 3.6 та 3.7.

Для цього запишемо наступний код:

```
k=1; T1=0.05; T2=0.5; T3=1; T4=0.01;
```

```
[A, B, C, D]=linmod('slab3');  
sys=ss(A,B,C,D);  
figure  
impz(sys), grid;  
figure  
step(sys), grid;
```

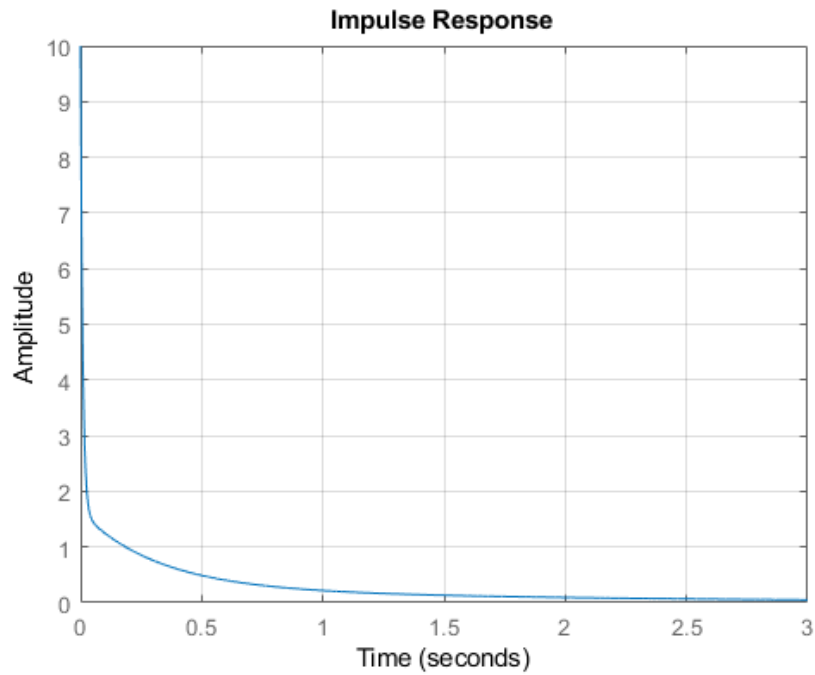


Рис. 3.6. Графік вагової характеристики САК

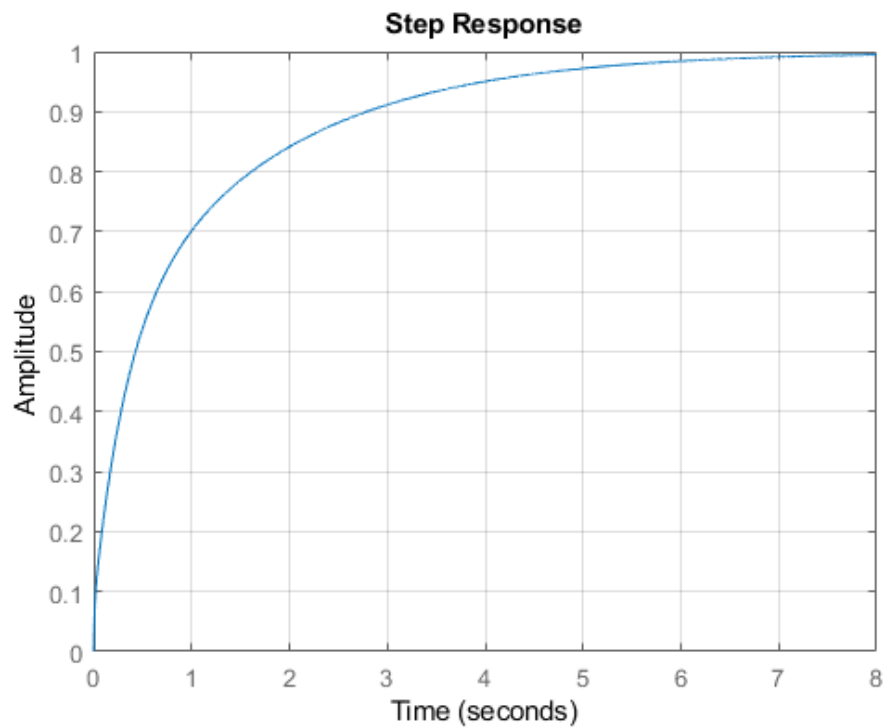


Рис. 3.7. Графік перехідної характеристики САК

### Завдання до виконання лабораторної роботи

1. Згідно до власного варіанту обрати структурну схему у таблиці 3.1 та отримати передатну функцію: розімкненої системи  $W_{роз}(p)$ , замкненої системи за вхідним діянням  $\Phi(p)$  та замкненої системи за похибкою  $\Phi_{\delta}(p)$ .
2. Відповідно для обраної структурної схеми створити S-модель.
3. За допомогою внутрішніх функцій середовища *MatLab* отримати перехідна та вагову характеристику створеної S-модель.
4. За допомогою  $\Phi(p)$  отримати перехідну характеристику  $h(t)$  аналітичним шляхом, побудувати графік та порівняти з побудованим в п. 3.
5. Зробити висновки.

Таблиця 3.1

#### Варіанти індивідуальних завдань

№	Елементи схеми	Номер схеми
1	2	3
1	$W_1(p) = \frac{k_1}{p(T_1p+1)}; \quad W_2(p) = \frac{1}{T_2p}; \quad W_3(p) = \frac{k_2}{T_3p+1};$ $T1=0.2; T2=0.5; T3=0.01; k1=2; k2=5;$	1
2	$W_1(p) = \frac{T_2p+1}{T_1^2p^2+2\zeta T_1p+1}; \quad W_2(p) = \frac{k}{p}; \quad W_3(p) = \tau p;$ $T1=0.01; T2=0.15; \tau=0.01; k=2.5; \zeta=0.7;$	2
3	$W_1(p) = \frac{1}{T_1p+1}; \quad W_2(p) = k_1; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \frac{k_2}{T_2p+1};$ $T1=1; T2=0.05; k1=2.5; k2=2;$	3
4	$W_1(p) = \frac{k}{T_1^2p^2+2\zeta T_1p+1}; \quad W_2(p) = T_2p; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \tau p;$ $T1=0.2; T2=0.01; \tau=0.05; k=3; \zeta=0.7;$	4
5	$W_1(p) = \frac{k_1}{(T_1p+1)^2}; \quad W_2(p) = k_2; \quad W_3(p) = \tau p; \quad W_4(p) = \frac{p}{T_2p+1};$ $T1=1.5; T2=0.15; k1=5; k2=10; ; \tau=0.25;$	5
6	$W_1(p) = \frac{k_1}{p(T_1p+1)}; \quad W_2(p) = \tau p; \quad W_3(p) = \frac{T_2p+1}{T_3p+1};$ $T1=0.5; T2=0.2; T3=0.04; \tau=2.5;$	1

1	2	3
7	$W_1(p) = \frac{k}{T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = \tau p; \quad W_3(p) = \frac{T_2 p + 1}{T_3 p + 1};$ $T1=0.25; T2=0.01; T3=0.05; \tau=0.5;$	2
8	$W_1(p) = \frac{k}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = 1; \quad W_3(p) = T_2 p; \quad W_4(p) = \frac{1}{p};$ $T1=0.015; T2=0.025; k=10; \zeta=0.7;$	3
9	$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{1}{p}; \quad W_3(p) = \frac{k_2}{T_2 p + 1}; \quad W_4(p) = \tau p;$ $T1=0.25; T2=0.01; \tau=0.5;$	4
10	$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = k_2; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \tau p;$ $T1=0.25; k1=0.5; k2=5; \tau=0.15; \zeta=0.7;$	5
11	$W_1(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)^2}; \quad W_2(p) = \frac{1}{T_2 p}; \quad W_3(p) = \tau p;$ $T1=0.02; T2=0.5; k=5; \tau=0.02;$	1
12	$W_1(p) = \frac{k}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = \tau p; \quad W_3(p) = \frac{1}{T_2 p + 1};$ $T1=0.15; T2=0.25; k=10; \zeta=0.7;$	2
13	$W_1(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}; \quad W_2(p) = T_3 p; \quad W_3(p) = 1; \quad W_4(p) = \frac{k}{p(T_4 p + 1)};$ $T1=0.01; T2=1.5; T3=0.2; T3=0.05; k=5;$	3
14	$W_1(p) = \frac{k}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = T_2 p; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \tau p;$ $T1=0.15; T2=1; \tau=0.1; k=2; \zeta=0.7;$	4
15	$W_1(p) = \frac{k_1}{(T_1 p + 1)^2}; \quad W_2(p) = k_2; \quad W_3(p) = \tau p; \quad W_4(p) = \frac{p}{T_2 p + 1};$ $T1=1; T2=2; k1=2; k2=10; \tau=0.02;$	5
16	$W_1(p) = \frac{k_1}{p(T_1 p + 1)}; \quad W_2(p) = \frac{1}{T_2 p}; \quad W_3(p) = \frac{k_2}{T_3 p + 1};$ $T1=0.15; T2=0.05; T3=0.1; k1=4; k2=2;$	1
17	$W_1(p) = \frac{T_2 p + 1}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{k}{p}; \quad W_3(p) = \tau p;$ $T1=0.2; T2=0.1; \tau=0.2; k=5; \zeta=0.7;$	2
18	$W_1(p) = \frac{1}{T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = k_1; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \frac{k_2}{T_2 p + 1};$ $T1=5; T2=0.25; k1=10; k2=0.5;$	3

1	2	3
19	$W_1(p) = \frac{k}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = T_2 p; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \tau p;$ $T_1=0.2; T_2=0.01; \tau=0.01; k=3; \zeta=0.7;$	4
20	$W_1(p) = \frac{k_1}{T_1^2 p^2 + 2\zeta T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = k_2; \quad W_3(p) = \frac{1}{p}; \quad W_4(p) = \tau p;$ $T_1=0.15; T_2=0.2; k_1=0.5; k_2=2; \tau=0.1;$	5
21	$W_1(p) = \frac{k_1}{p(T_1 p + 1)}; \quad W_2(p) = \tau p; \quad W_3(p) = \frac{T_2 p + 1}{T_3 p + 1};$ $T_1=0.15; T_2=2; T_3=0.5; \tau=0.7;$	1
22	$W_1(p) = \frac{k}{T_1 p + 1}; \quad W_2(p) = \tau p; \quad W_3(p) = \frac{T_2 p + 1}{T_3 p + 1};$ $T_1=0.5; T_2=0.2; T_3=0.04; \tau=2.5;$	2

Схема 1:

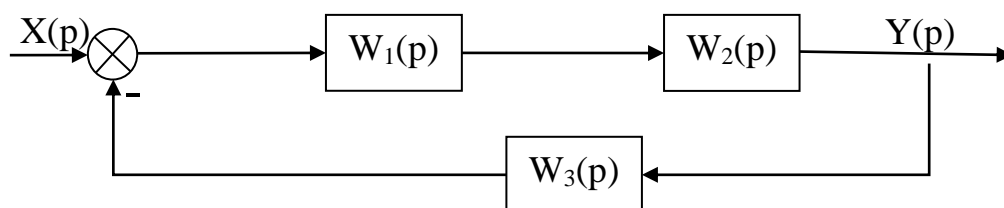


Схема 2:

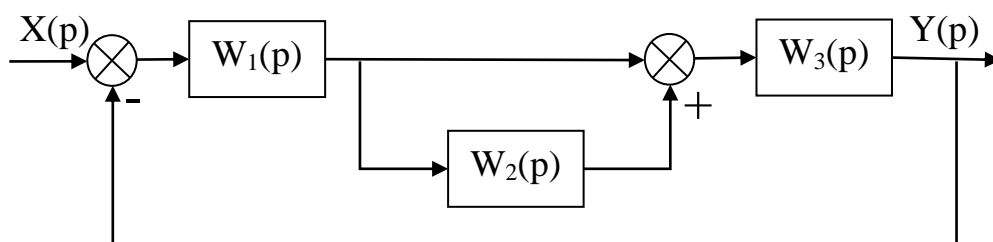


Схема 3:

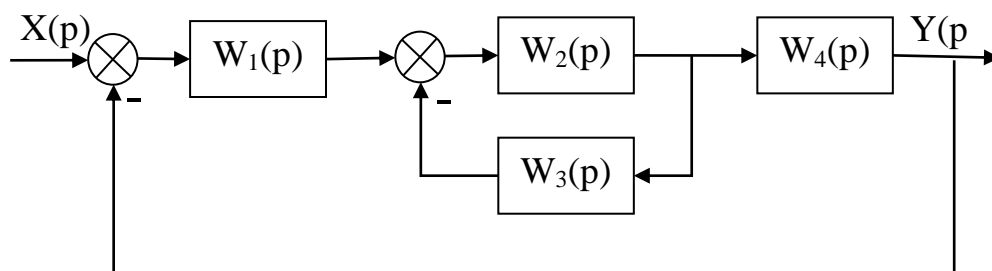


Схема 4:

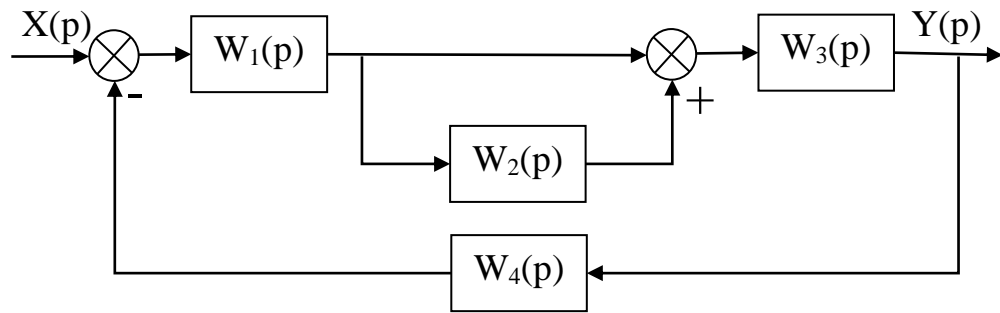
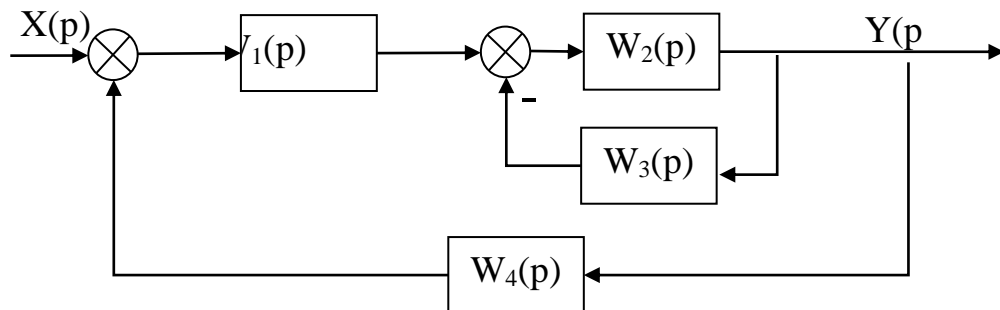


Схема 5



### Контрольні запитання

1. Основні типи з'єднань ланок?
2. Як звести до одної передатної функції ланки охопленні зворотнім зв'язком?
3. Як визначається  $W_{роз}(p)$ ?
4. Як отримати передатні функції  $\Phi(p)$  та  $\Phi_{\delta}(p)$ ?
5. За допомогою чого так як визначити динамічні характеристики САК?

## Лабораторна робота №4

### Частотні характеристики динамічних ланок

**Мета роботи:** Вивчення частотних характеристик елементарних динамічних ланок систем автоматичного керування, набуття вмінь комп'ютерними засобами досліджувати частотні характеристики ланок.

### Теоретичні відомості

Відношенням комплексних зображень  $X_{вих}(j\omega)$  до  $X_{вх}(j\omega)$  ланки у режимі усталених гармонічних коливань називається **комплексна передатна функція (КПФ)** [1,2,10,12]:.

$$W(j\omega) = \frac{X_{вих}(j\omega)}{X_{вх}(j\omega)} \quad (4.1)$$

КПФ має 2 види представлення:

- Алгебраїчна форма (дійсна та уявна частина КПФ):

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (4.2)$$

- Показникова форма (модуль та аргумент КПФ):

$$W(j\omega) = N(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.3)$$

$$|W(j\omega)| = N(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (4.4)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{Q(\omega)}{P(\omega)}\right)$$

Залежність модулю КПФ ( $N(\omega)$ ) від частоти  $\omega$ , яка змінюється в діапазоні від 0 до  $\infty$ , цю криву називають **Амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ)** ланки [1,2,10,12].

Залежність аргументу КПФ ( $\varphi(\omega)$ ) від частоти  $\omega$ , яка змінюється в діапазоні від 0 до  $\infty$ , цю криву називають **Фазочастотною характеристикою (ФЧХ)** ланки [1,2,10,12].

Крива що описує кінець вектору  $W(j\omega)$  ланки(системи) при зміні частоти –  $\infty$  до  $+\infty$ , називається **Амплітудно-фазовою частотною характеристикою (АФЧХ)** [1,2,10,12].

Криву АФЧХ можна відобразити у декартових та полярних координатах [1,2,10,12].

Розглянемо для прикладу наступну передатну функцію:

$$W(p) = \frac{k}{p(Tp + 1)}$$

Знайдемо для неї частотні характеристики (АЧХ, ФЧХ та АФЧХ):

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{k}{j\omega(1 + j\omega T)} = -j \frac{k}{\omega} \cdot \frac{1}{1 + j\omega T} \cdot \frac{1 - j\omega T}{1 - j\omega T} = -j \frac{k}{\omega} \cdot \frac{1 - j\omega T}{1 + \omega^2 T^2} = \\ &= \left[ -j \frac{k}{\omega} \right] \cdot \left[ \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} \right] \\ W(j\omega) &= W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) = \left[ -j \frac{k}{\omega} \right] \cdot \left[ \frac{1}{1 + \omega^2 T^2} - j \frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} \right] \end{aligned}$$

Виділимо окремо дійсну та уявну частину КПФ:

$$\begin{aligned} P_1(\omega) &= 0; \quad Q_1(\omega) = -\frac{k}{\omega}; \\ P_2(\omega) &= \frac{1}{1 + \omega^2 T^2}; \quad Q_2(\omega) = -\frac{\omega T}{1 + \omega^2 T^2} \end{aligned}$$

Тепер визначимо модуль та аргумент КПФ, як добуток модулів та суму аргументів КПФ інтегруючої та аперіодичної ланки:

$$N_1(\omega) = \frac{k}{\omega}; \quad N_2(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}; \quad N(\omega) = N_1(\omega) \cdot N_2(\omega) = \frac{k}{\omega \sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

$$\varphi_1(\omega) = -90^\circ; \quad \varphi_2(\omega) = -\arctg(\omega T); \quad \varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = -90^\circ - \arctg(\omega T)$$

Побудуємо графіки АЧХ та ФЧХ для нашої КПФ у середовищі *MatLab*.

Результуючі графіки зображені на рис. 4.1:

```
T=2.5; k=0.5;
om=0:0.01:2*pi;
nw=k./sqrt(T^2*om.^4+om.^2);
fiw=-90*pi/180-atan(T*om);
subplot(2,1,1)
plot(om,nw), grid, title('АЧХ'), xlabel('\omega'),
ylabel('N(\omega)');
subplot(2,1,2)
plot(om,fiw*180/pi), grid, title('ФЧХ'), xlabel('\omega'),
ylabel('\phi(\omega)');
```



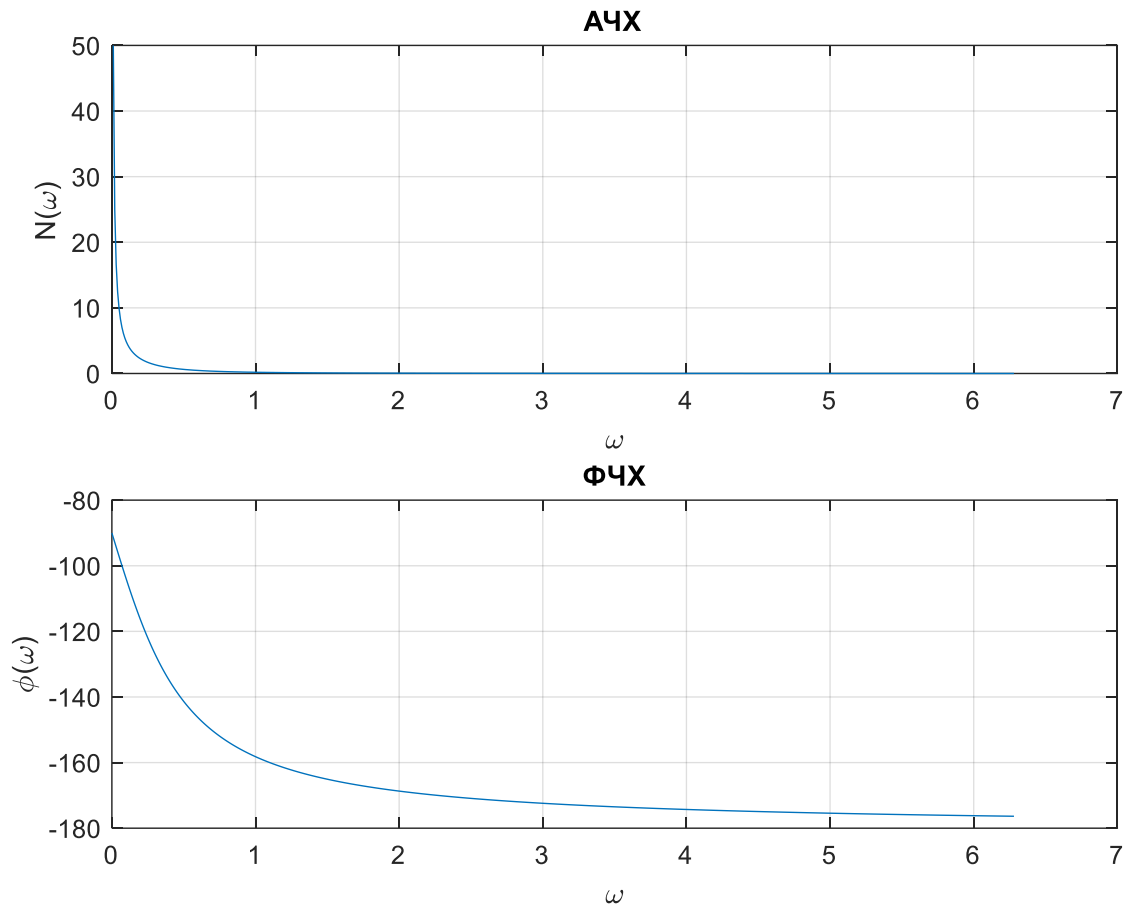


Рис. 4.1. Графік АЧХ та ФЧХ отриманих аналітичним шляхом

Також побудуємо АФЧХ в декартових координатах за допомогою функцій  $P(\omega)$  та  $Q(\omega)$ . Отриманні графіки відображенні на рис. 4.2. Скористаємося наступним кодом:

```
T=2.5; k=0.5;
om=-100:0.01:100;
pw=(-k*T*om.^2)./(T^2*om.^4+om.^2);
qw=(-k*om)./(T^2*om.^4+om.^2);
plot(pw,qw), grid, title('АФЧХ'),
xlabel('Дійсна частина'), ylabel('Уявна частина');
```

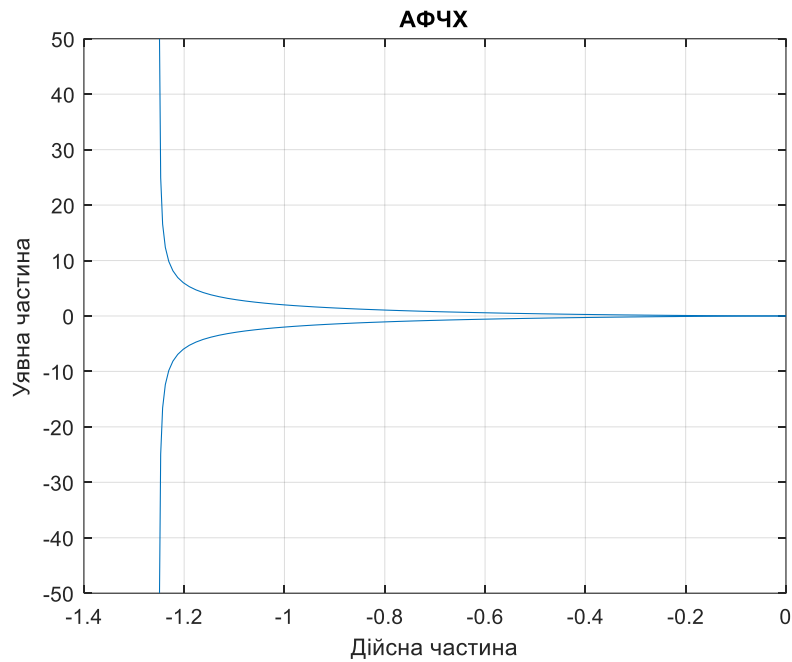


Рис. 4.2. Графік АФЧХ в декартових координатах

Для побудови АФЧХ в полярних координатах (рис. 4.3.), необхідно КПФ записати у показниковій формі та скористатися функцією *polar()*, для відображення графіку необхідно записати наступний код [4,7]:

```
T=2.5; k=0.5;
om=-2*pi:0.05:2*pi;
nw=k./sqrt(T^2*om.^4+om.^2);
fiw=-pi/2-atan(T*om);
polar(fiw,nw), grid;
```

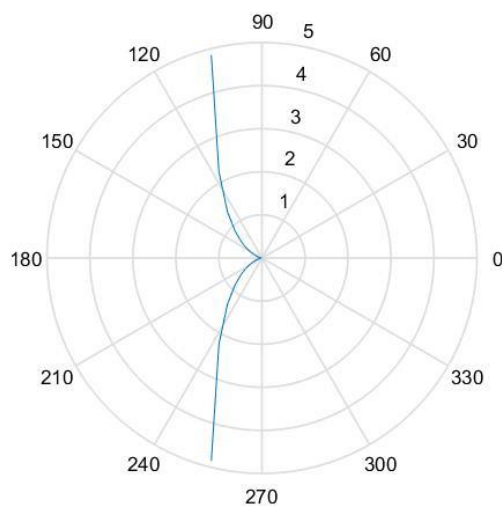


Рис. 4.3. Графік АФЧХ в полярних координатах

## Побудова частотних характеристик засобами *MatLab*

В *MatLab* існує декілька способів для отримання частотних характеристик ланки.

**Перший спосіб** застосуємо функцію *nyquist()* для S-моделі, яка відповідає нашій передатній функції (рис. 4.4.). Ця функція будує діаграму Найквіста (рис. 4.5.), яка в свою чергу є АФЧХ ланки(системи) [4,5,7].

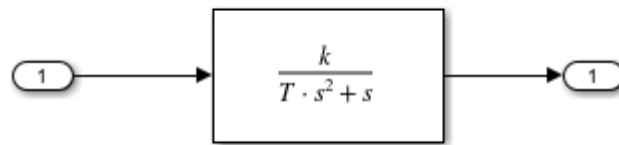


Рис. 4.4. S-модель для нашого прикладу

Далі створюємо m-файл з наступним кодом:

```
T=2.5; k=0.5;
[A, B, C, D]=linmod('S-модель');
sys=ss(A,B,C,D);
nyquist(sys), grid;
```

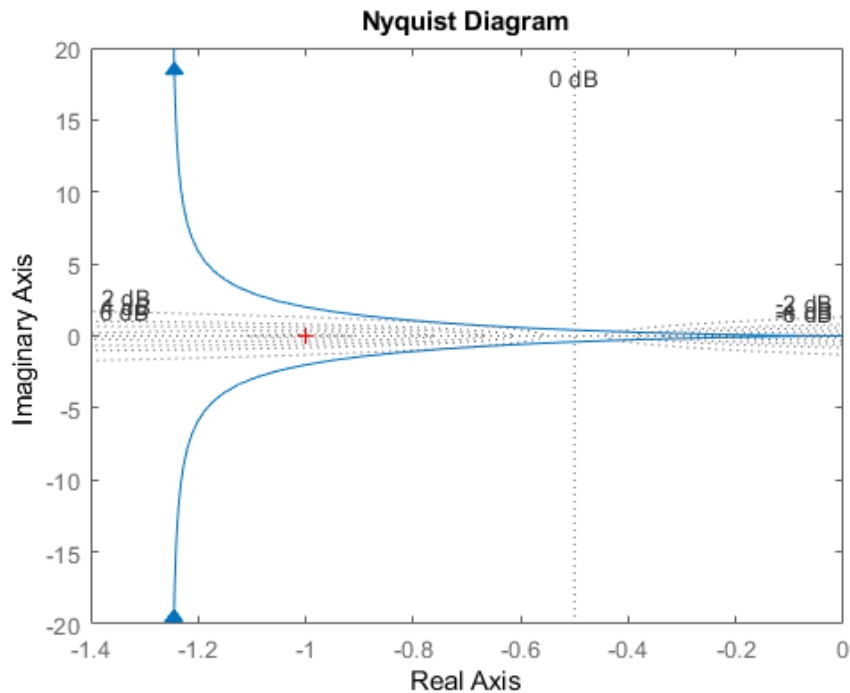


Рис. 4.5. Діаграма Найквіста(АФЧХ) побудована на основі S-моделі

**Другий спосіб** застосування *Linear System Analyzer* для тої ж самої моделі у *Simulink* або КПФ можна задати за допомогою функції *tf*.

Для того щоб отримати АФЧХ за допомогою *Linear System Analyzer* використовуючи S-модель. Необхідно для неї створити модель простору станів після чого викликати графічний інтерфейс за допомогою функції *ltiview()*.

```
T=2.5; k=0.5;
[A, B, C, D]=linmod('S-модель');
sys=ss(A,B,C,D);
ltiview(sys);
```

Після чого відкриться вікно *Linear System Analyzer*, далі необхідно натиснути ПКМ по графіку що відображений та в контекстному меню обрати наступні пункти *Plot Types\Nyquist*. Як результат отримаємо графік (рис. 4.6).

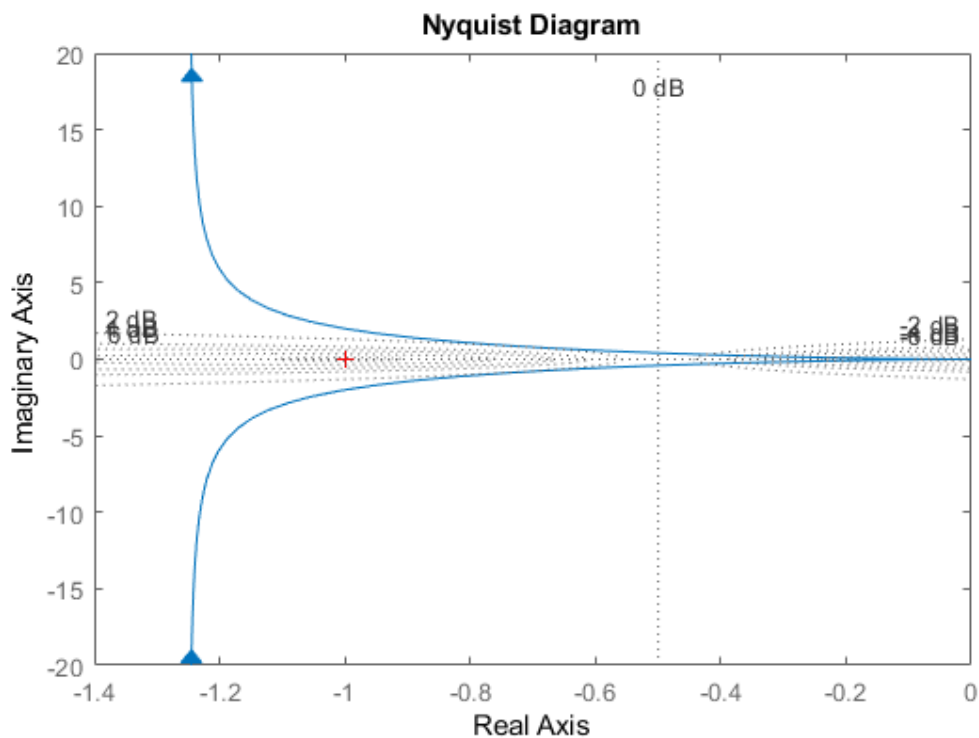


Рис. 4.6. Діаграма Найквіста отримана використовуючи S-модель

Інший спосіб виклику *Linear System Analyzer* це запис КПФ через функцію *tf()*.

```
T=2.5; k=0.5;
Wp=tf([k],[T 1 0])
ltiview(Wp)
```

**Третій спосіб** полягає в тому щоб записати КПФ, як рівняння після чого виділити дійсну та уявну частину за допомогою функцій *MatLab*.

Наступний код буде АФЧХ в декартових координатах (рис. 4.7).

```
T=2.5; k=0.5;
om=-100:0.01:100;
p=j*om;
Wp=k./(T*p.^2+p);
Pw=real(Wp);
Qw=imag(Wp);
plot(Pw,Qw), grid, title('АФЧХ'),
xlabel('Дійсна частина'), ylabel('Уявна частина');
```

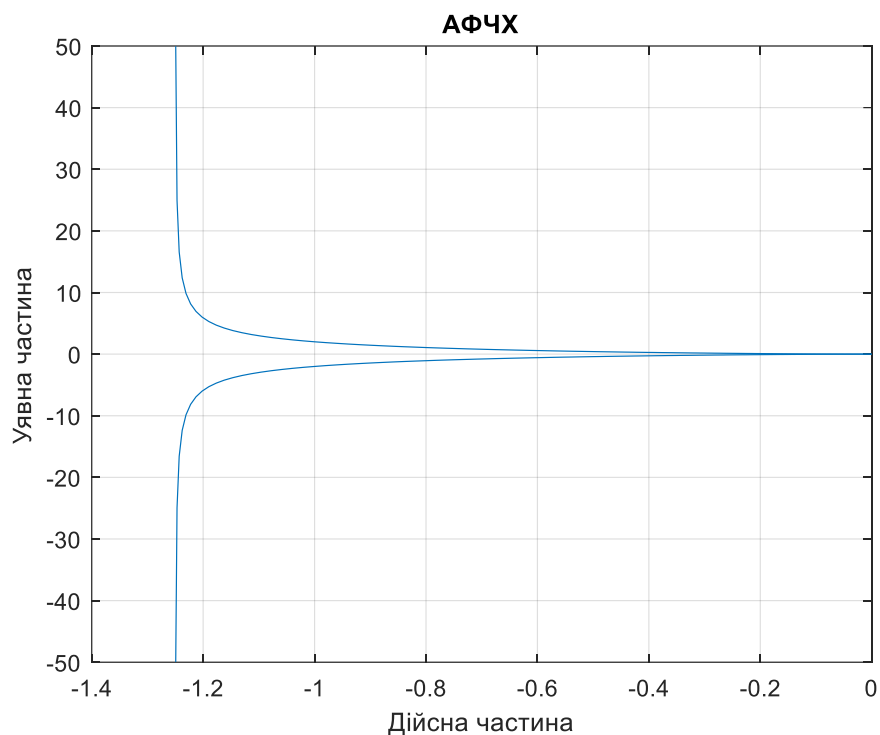


Рис. 4.7. Графік АФЧХ в декартових координатах

Зручність цього способу полягає в тому що при необхідності можна побудувати АФЧХ в полярних координатах (рис. 4.8).

Код для отримання АФЧХ у полярних координатах:

```
T=2.5; k=0.5;
om=-100:0.1:100;
p=j*om;
Wp=k./(T*p.^2+p);
Nw=abs(Wp);
Phiw=angle(Wp);
polar(Phiw,Nw), grid
```

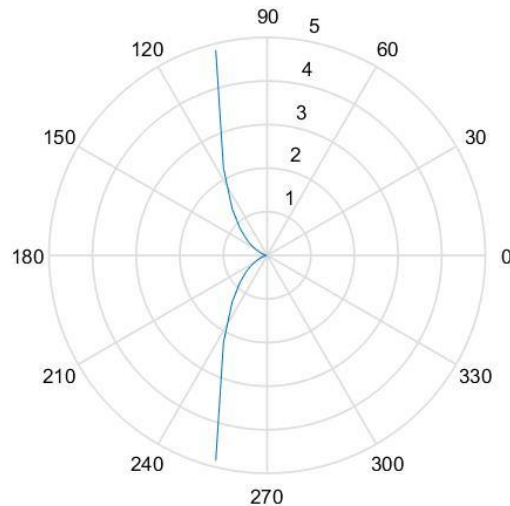


Рис. 4.8. Графік АФЧХ в полярних координатах

### Завдання до виконання лабораторної роботи

1. За рівнянням динаміки (див. табл. 2.1) визначити:

- КПФ  $W(j\omega)$ ;
- Функції дійсної ( $P(\omega)$ ) та уявної ( $Q(\omega)$ ) частини комплексної передатної функції;
- Функції модулю ( $N(\omega)$ ) та аргументу ( $\varphi(\omega)$ ) КПФ.

2. Отримати АФЧХ за допомогою функції *nyquist*, використовуючи модель *Simulink*, яка відповідає передатній функції згідно власного варіанту.

3. Використовуючи функції  $P(\omega)$  та  $Q(\omega)$  отримати графік АФЧХ в полярних та декартових координатах.

4. Використовуючи функції  $N(\omega)$  та  $\varphi(\omega)$  отримати графіки АЧХ та ФЧХ.

5. Змінюючи параметри системи визначити їх вплив на частотні характеристики та зробити висновки.

### Контрольні запитання

1. Яким чином визначається КПФ?
2. Скільки існує форм запису комплексної передатної функції та які?

3. Що таке діаграма Найквіста?
4. В якій системі координат будується АФЧХ?
5. Що таке АЧХ та ФЧХ? Як вони визначаються з КПФ?

## Лабораторна робота №5

### Логарифмічні частотні характеристики систем автоматичного керування

**Мета роботи:** Отримати практичних навичок про побудові та моделюванні логарифмічних частотних характеристик САК

### Теоретичні відомості

**Логарифмічна амплітудно-частотна характеристика (ЛАЧХ)** розімкненої системи визначається як залежність  $L(\omega)$  від  $\omega[\text{с}^{-1}]$  в логарифмічному масштабі (відкладається по осі абсцис) [2,10,13,15]:

$$L(\omega) = 20 \cdot \lg N(\omega) = \sum L_i(\omega) \quad (5.1)$$

$L(\omega)$  вимірюється в децибелах (відкладається по осі ординат).

Вираз для логарифмічної фазочастотної характеристики (ЛФЧХ) [2,10,13,15]:

$$\varphi(\omega) = \sum \varphi_i(\omega) \quad (5.2)$$

Графіки ЛАЧХ та ЛФЧХ будується один під одним.

### Отримання графіків ЛАЧХ та ЛФЧХ за допомогою середовища *MatLab*

Розглянемо наступну передатну функцію розімкненої системи:

$$W_{\text{роз}}(p) = \frac{k_{\text{роз}}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)}$$

Для більш зручного знаходження  $N(\omega)$  та  $\varphi(\omega)$ , можна розбити цю передатну функцію на добуток стандартних ланок. Рівняння АЧХ та ФЧХ для яких відомі, тому:

$$N_{\text{интез}}(\omega) = \frac{k_{\text{роз}}}{\omega}; \quad N_{\text{анеп}}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T_2^2 \omega^2 + 1}}; \quad N_{\text{форс}}(\omega) = \sqrt{T_1^2 \omega^2 + 1};$$



$$N_{анер}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{T_4^2 \omega^2 + 1}}; \quad N_{форс}(\omega) = \sqrt{T_3^2 \omega^2 + 1};$$

$$\begin{aligned} N(\omega) &= N_{интез}(\omega) \cdot N_{анер}(\omega) \cdot N_{анер}(\omega) \cdot N_{форс}(\omega) \cdot N_{форс}(\omega) = \\ &= \frac{k_{роз} \sqrt{T_1^2 \omega^2 + 1} \cdot \sqrt{T_3^2 \omega^2 + 1}}{\omega \sqrt{(T_2^2 \omega^2 + 1) \cdot (T_4^2 \omega^2 + 1)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{интез}(\omega) &= -90^\circ; \quad \varphi_{анер}(\omega) = -\arctg(\omega T_2); \quad \varphi_{форс}(\omega) = \arctg(\omega T_1); \\ \varphi_{анер}(\omega) &= -\arctg(\omega T_4); \quad \varphi_{форс}(\omega) = \arctg(\omega T_3); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \varphi_{интез} + \varphi_{анер} + \varphi_{анер} + \varphi_{форс} + \varphi_{форс} = \\ &= -90^\circ + \arctg(\omega T_1) - \arctg(\omega T_2) + \arctg(\omega T_3) - \arctg(\omega T_4) \end{aligned}$$

Визначивши аргумент розімкненої передатної функції можна записати рівняння ЛАЧХ за допомогою формули (5.1). Також прийемо до уваги те, що добуток усіх ланок у  $N(\omega)$  можна розписати, як алгебраїчну суму окремих ланок:

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20 \cdot \lg(k) - 20 \cdot \lg(\omega) + 20 \cdot \lg(\sqrt{T_1^2 \omega^2 + 1}) - 20 \cdot \lg(\sqrt{T_2^2 \omega^2 + 1}) + \\ &+ 20 \cdot \lg(\sqrt{T_3^2 \omega^2 + 1}) - 20 \cdot \lg(\sqrt{T_4^2 \omega^2 + 1}) \end{aligned}$$

Рівняння ЛФЧХ вже було знайдено та дорівнює аргументу КПФ. Тепер побудуємо відповідні графіки у середовищі *MatLab*.

По перше необхідно створити вектор зміни  $\omega$  в логарифмічному масштабі. Для цього існує функція *logspace* [4,5,6]:

$$\text{logspace}(n, m, 150);$$

Ця функція створює вектор чисел в діапазоні від  $10^n$  до  $10^m$  з кількістю точок 150. Діапазон вибирається відповідно до частот спряження.

Так як для цього вісь абсцис повинна бути в логарифмічному масштабі скористаємося функції *semilogx* для побудови графіку (рис. 5.1.) [4,5,6].

Напишемо наступний код:

```
T1=0.05;T2=0.1;T3=1;T4=0.01;k=0.1;
om=logspace(-2,4,250);
Lw=20*log10(k)-20*log10(om)+20*log10(sqrt(T1^2*om.^2+1))+
+20*log10(sqrt(T3^2*om.^2+1))-20*log10(sqrt(T2^2*om.^2+1))-
-20*log10(sqrt(T4^2*om.^2+1));
Fiw=(-90*pi/180)+atan(om*T1)+atan(om*T3)-
-atan(om*T2)-atan(om*T4);
subplot(2,1,1)
semilogx(om,Lw), grid
subplot(2,1,2)
semilogx(om,Fiw*180/pi), grid
```

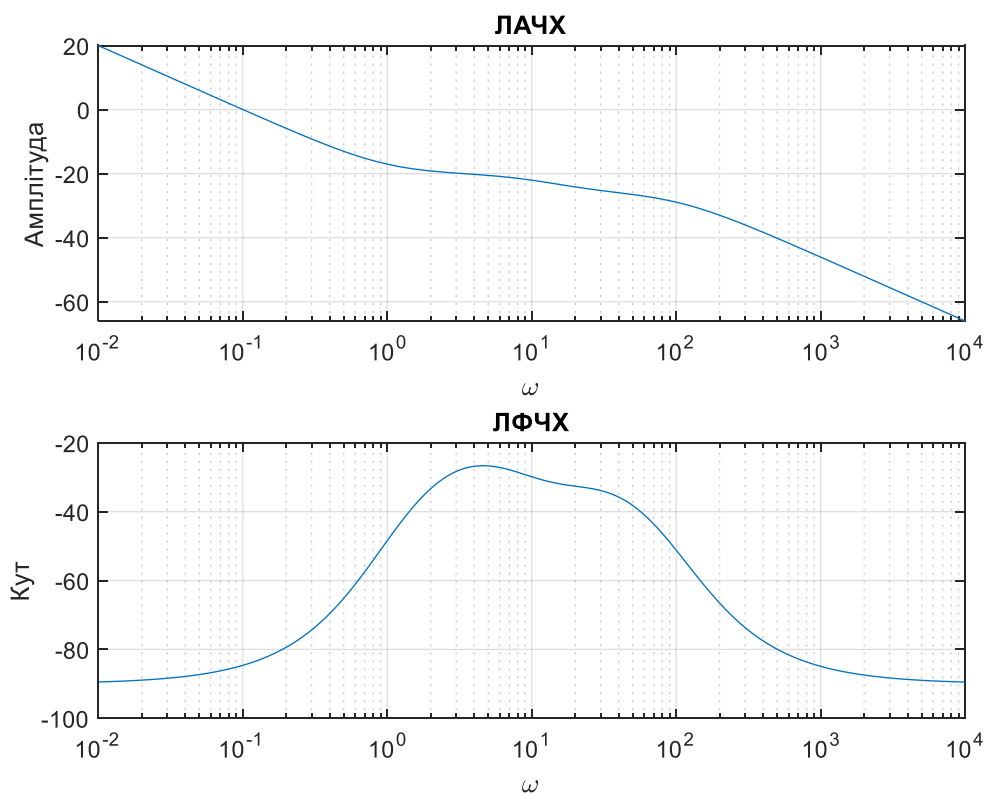


Рис. 5.1. Графік ЛАЧХ та ЛФЧХ отриманні аналітичним шляхом

Також слід мати на увазі якщо передатна функція містить коливальну ланку, для зіставлення функції  $\varphi(\omega)$  в середовищі *MatLab* необхідно використовувати *atan2*, яка визначає значення функції *arctg* в діапазоні від  $-\pi$  до  $\pi$  [1].

Існує декілька способів знаходження точних графіків  $L(\omega)$  та  $\varphi(\omega)$ , без безпосереднього знаходження функцію ЛАЧХ та ЛФЧХ аналітичним шляхом.

**Перший спосіб** використання моделі створеної за допомогою середовища *Simulink* (рис. 5.2.) та функції *bode*, яка будує діаграму Бодє (рис. 5.3.) [4,5,6].

```
T1=0.05;T2=0.1;T3=1;T4=0.01;k=0.1;
[A, B, C, D]=linmod('S-модель')
sys=ss(A, B, C, D);
bode(sys), grid
```

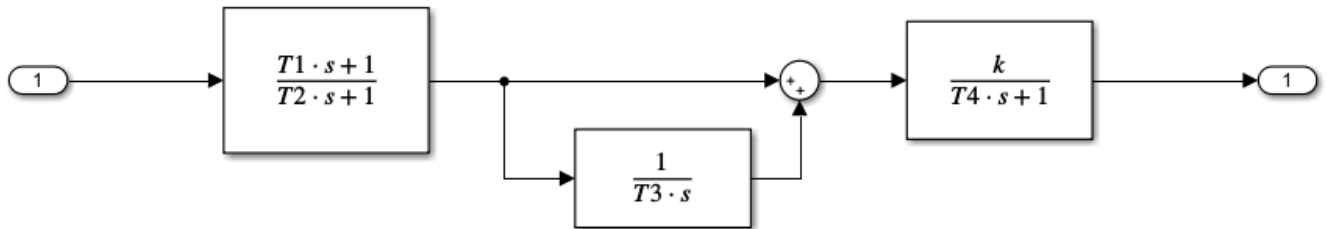


Рис. 5.2. S-модель для нашої передатної функції

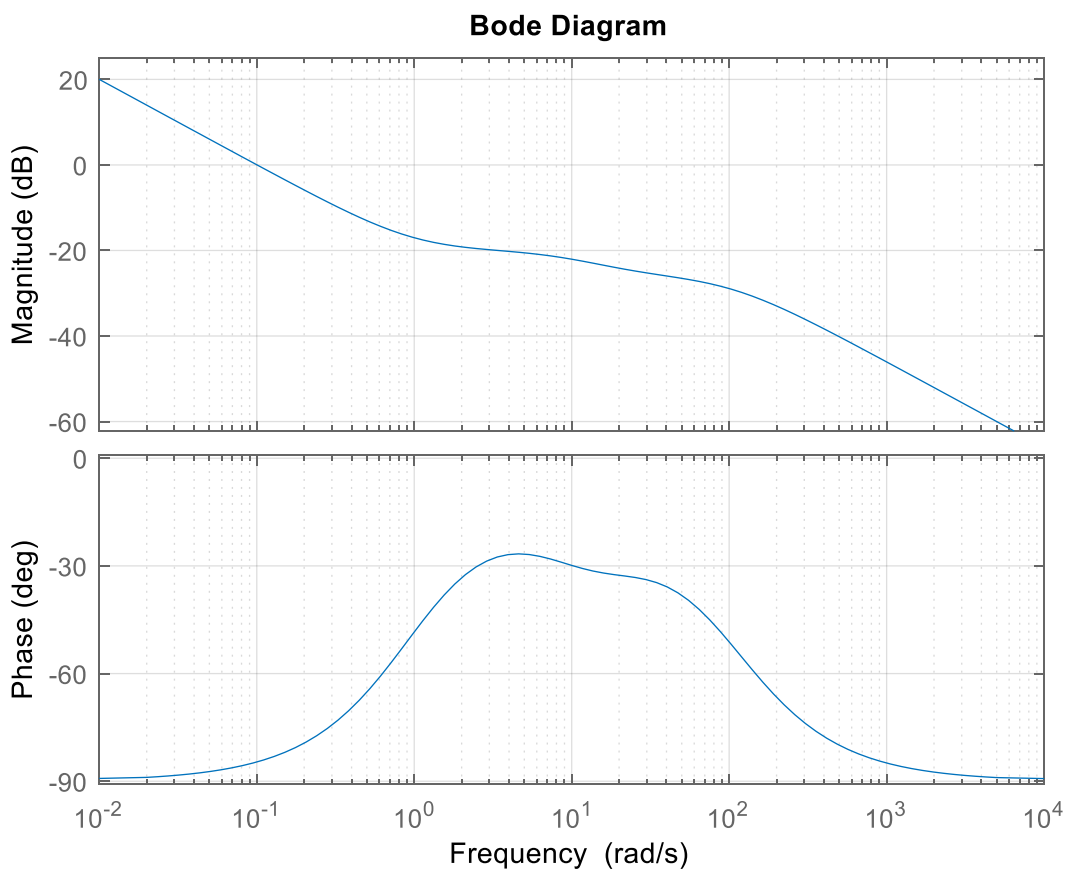


Рис. 5.3. Діаграма Бодє

**Другий спосіб** виділення модулю та аргументу КПФ через функції *abs* та *angle*. Результат зображено на рис. 5.4 [4,7].

```

T1=0.05;T2=0.1;T3=1;T4=0.01;k=0.1;
om=logspace(-2,4,250);
p=j*om;
W=k.*(T1.*p+1).(T3.*p+1)./(p.*(T2.*p+1).(T4.*p+1));
Nw=abs(W);
Lw1=20*log10(Nw);
Fiw1=angle(W);
subplot(2,1,1)
semilogx(om,Lw1), grid, title('ЛАЧХ'),
xlabel('\omega'), ylabel('Амплітуда')
subplot(2,1,2)
semilogx(om,Fiw1*180/pi), grid, title('ЛФЧХ'),
xlabel('\omega'), ylabel('Кут')

```

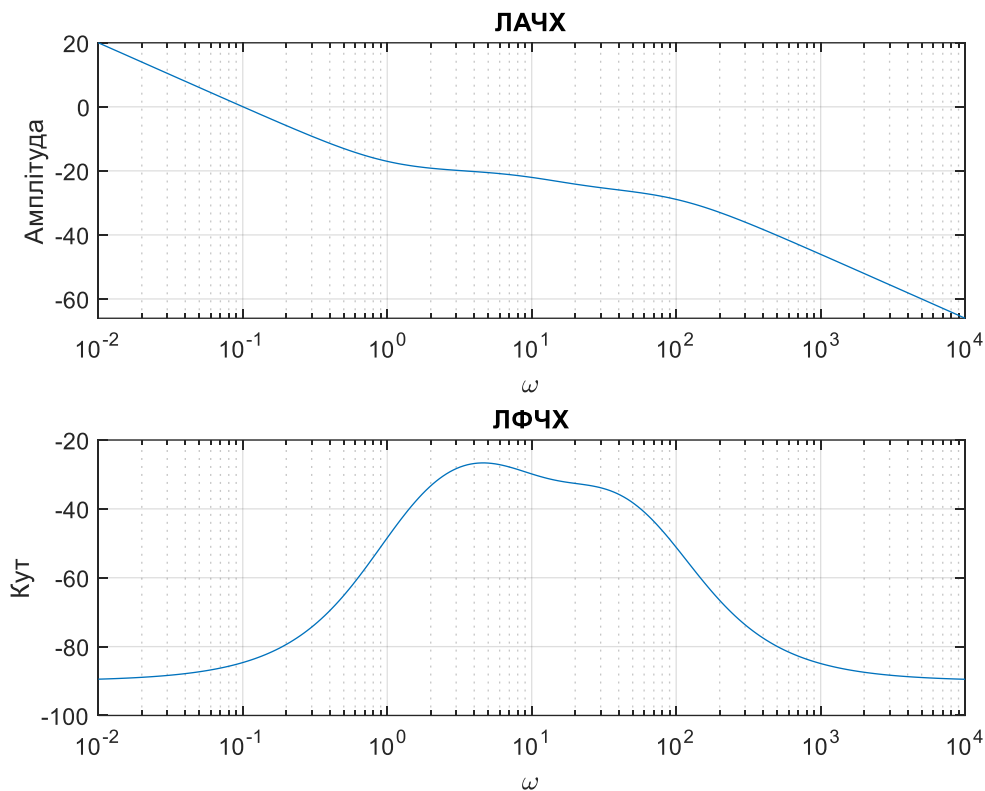


Рис. 5.4. Графік ЛАЧХ та ЛФЧХ отриманні за допомогою КПФ

Якщо кінцеве значення ФЧХ більше  $-180^\circ$  необхідно використовувати додаткову функцію *unwrap* [1,4,7]:

**$\mathbf{Fiw1=unwrap(Fiw)}$** ;

**Третій спосіб** використання графічного інтерфейсу *Linear System Analyzer*. Викликати який можна одним із відомим нам способом (записати передатну функцію за допомогою функції *tf* або S-моделі):

```
T1=0.05;T2=0.1;T3=1;T4=0.01;k=0.1;
[A, B, C, D]=linmod('S-модель')
sys=ss(A, B, C, D);
ltiview(sys)
```

Для того щоб отримати графік ЛАЧХ та ЛФЧХ необхідно у відкритому вікні натиснути ПКМ по графіку та обрати *Plot Types\Bode* (рис. 5.5.). Також є можливість побудувати тільки ЛАЧХ для цього необхідно обрати наступне *Plot Types\Bode Magnitude*.

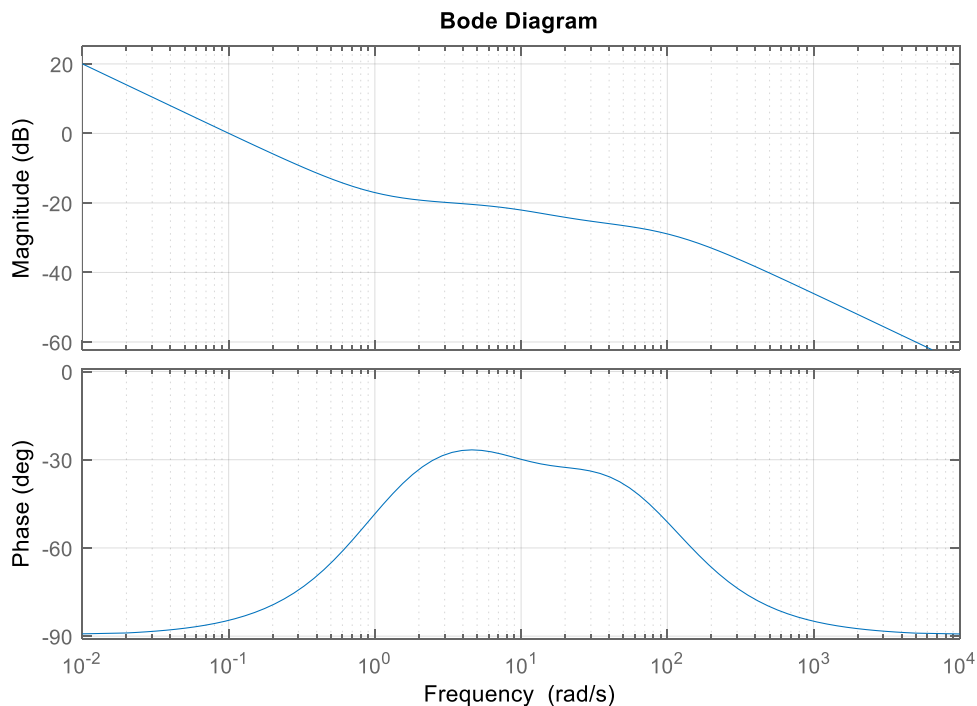


Рис. 5.5. Діаграма Бодє отримана за допомогою *Linear System Analyzer*

### Завдання до виконання лабораторної роботи

- Згідно індивідуального завдання (див. табл. 3.1.) визначити:
  - передатну функцію  $W_{роз}(p)$ ;
  - логарифмічну амплітудно-частотну  $L(\omega)$  характеристику;
  - логарифмічну фазочастотну  $\varphi(\omega)$  характеристику;
  - побудувати асимптотичну ЛАЧХ та ЛФЧХ.
- Побудувати графіки за рівняннями  $L(\omega)$  та  $\varphi(\omega)$ .
- Отримати точні графіки ЛАЧХ та ЛФЧХ кожним із зазначених способів.

4. Проаналізувати та порівняти отримані графіки, після чого зробити висновки.

### Контрольні запитання

1. Як отримати рівняння  $L(\omega)$ ?
2. Які одиниці виміру по осях на графіку ЛАЧХ?
3. Від чого залежить кількість частот зрізу?
4. Від чого залежить початковий нахил системи при побудові асимптотичної ЛАЧХ?
5. Який має вид ЛАЧХ та ЛФЧХ коливальної ланки?
6. Яке значення кінцевого нахилу для цієї ланки:  $\frac{k(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}{p(T_2^2 p^2 + 2\zeta T_3 p + 1)(T_4 p + 1)}$ ?

## Лабораторна робота №6

### Визначення усталених похибок систем автоматичного керування

**Мета роботи:** Визначення усталених похибок систем автоматичного керування.

### Теоретичні відомості

Похибку що виникає після закінчення перехідного процесу називають усталеною похибкою. Цю похибку використовують для оцінки точності САК в теорії автоматичного керування.

Для визначення усталеної похибки САК використовують теорему про кінцеве значення функції [2,10,15]:

$$\delta_{уст} = \lim_{t \rightarrow \infty} \delta(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Phi_{\delta}(p) \cdot X(p) \quad (6.1)$$

Для випадків коли на вході САК гармонічний вхідний вплив, наступного вигляду:

$$x(t) = A_m \sin(\omega_x t) \quad (6.2)$$

Усталена похибка теж бути синусоїдою[2,10,15]:

$$\delta(t) = \delta_m \sin(\omega_x t + \varphi_{\delta}) \quad (6.3)$$

$\delta_m$  та  $\varphi_{\delta}$  визначаються наступним чином:

$$\begin{aligned} \delta_m &= A_m \cdot |\Phi_{\delta}(j\omega_x)| \\ \varphi_{\delta} &= \operatorname{arctg}\left(\frac{Q(\omega_x)}{P(\omega_x)}\right) \end{aligned} \quad (6.4)$$

де  $P(\omega_x)$  та  $Q(\omega_x)$  - дійсна та уявна частина КПФ замкненої системи за похибкою.

Для випадків коли частота вхідного впливу  $\omega_x$  знаходиться діапазоні низьких та середніх частот, тобто підсилення розімкненої системи більше одиниці:

$$|W_{роз}(j\omega_x)| > 1 \quad (6.5)$$

Визначають тільки амплітуду  $\delta_m$  за наближеним виразом, приймемо наступне спрощення:

$$\Phi_{\delta}(j\omega_x) = \frac{1}{1 + W_{\text{роз}}(j\omega_x)} \approx \frac{1}{W_{\text{роз}}(j\omega_x)} \quad (6.6)$$

Тоді  $\delta_m$  визначається наступним чином:

$$\delta_m \approx \frac{A_m}{|W_{\text{роз}}(j\omega_x)|} \quad (6.7)$$

### Визначення усталеної похибки за допомогою *MatLab*

Для прикладу розглянемо наступну передатну функцію розімкненої системи та визначимо  $\Phi_{\delta}(p)$  (див. приклад на стор. 29):

$$W_{\text{роз}}(p) = \frac{k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_4p + 1)}$$

$$\Phi_{\delta}(p) = \frac{p(T_2p + 1)(T_4p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_4p + 1) + k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)}$$

Тепер для прикладу розглянемо декілька типових вхідних діянь:

- Стале вхідне діяння;
- Постійна швидкість;
- Постійне прискорення.

$$x_1(t) = 0.3;$$

$$x_2(t) = 0.5t;$$

$$x_3(t) = 0.7t^2;$$

Тепер для кожного знайдемо зображення по черзі підставимо в формулу 6.1.

$$x_1(t) = 0.3 \Rightarrow X(p) = \frac{0.3}{p}$$

$$\delta_{\text{уст}} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{p(T_2p + 1)(T_4p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_4p + 1) + k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)} \cdot \frac{0.3}{p} = \frac{0}{k_{\text{роз}}} = 0$$

При сталому вхідному діянні цю помилку називають статичною  $\delta_{\text{ст}}$ .

$$x_2(t) = 0.5t \Rightarrow X(p) = \frac{0.5}{p^2}$$

$$\delta_{\text{уст}} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{p(T_2p + 1)(T_4p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_4p + 1) + k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)} \cdot \frac{0.5}{p^2} = \frac{0.5}{k_{\text{роз}}}$$



Ця похибка називається швидкісною похибкою  $\delta_{шв}$ .

$$x_3(t) = 0.7t^2 \Rightarrow X(p) = \frac{0.7 \cdot 2}{p^3} = \frac{1.4}{p^3}$$

$$\delta_{шв} = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \frac{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1)}{p(T_2 p + 1)(T_4 p + 1) + k_{роз}(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)} \cdot \frac{1.4}{p^3} = \frac{1.4 \cdot k_{роз}}{0} = \infty$$

Ця похибка називається динамічною похибкою  $\delta_{дин}$ .

Також для прикладу розглянемо гармонічний вхідний вплив вигляду формули (6.2).

$$x(t) = 1.5 \cdot \sin(0.4 \cdot t)$$

Спочатку перевіримо чи виконується умова (6.5), скористаємося середовищем

*MatLab:*

```
T1=0.05;T2=0.1;T3=1;T4=0.01;k=0.1;
p=j*0.4;
W=(k.*(T1.*p+1).(T3.*p+1))./(p.*(T2.*p+1).(T4.*p+1));
Nw=abs(W)
```

$$|W_{роз}(j\omega_x)| = 0.2691 < 1$$

Так як умова не виконується скористаємося стандартною формулою (6.3).

Також побудуємо графік усталеної похибки за визначеною формулою (рис. 6.1.).

$$\delta(t) = 1.336 \cdot \sin(0.4 \cdot t + 0.2266)$$

Для побудови цього графіку напишемо наступний код:

```
T1=0.05;T2=0.1;T3=1;T4=0.01;k=0.1;
p=j*0.4;
Fb=p*(T2.*p+1).(T4.*p+1)./(p.*(T2.*p+1).(T4.*p+1)+
+k.*(T1.*p+1).(T3.*p+1));
bm=abs(Fb)*1.5;
fib=angle(Fb);
t=0:0.5:100;
bt=bm*sin(0.4*t+fib);
plot(t,bt), grid
```

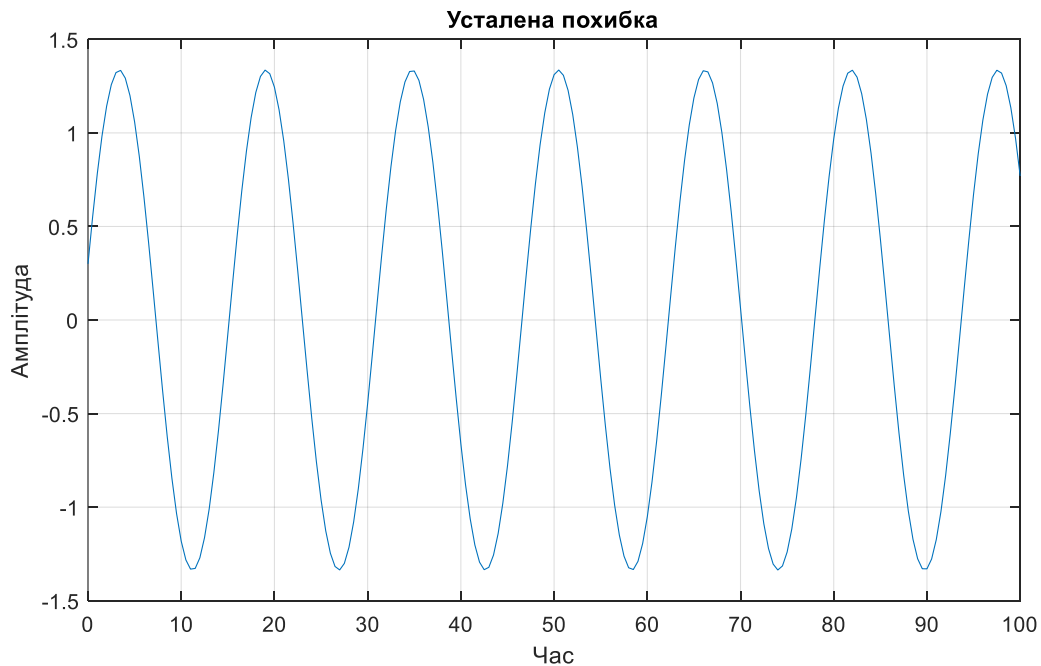
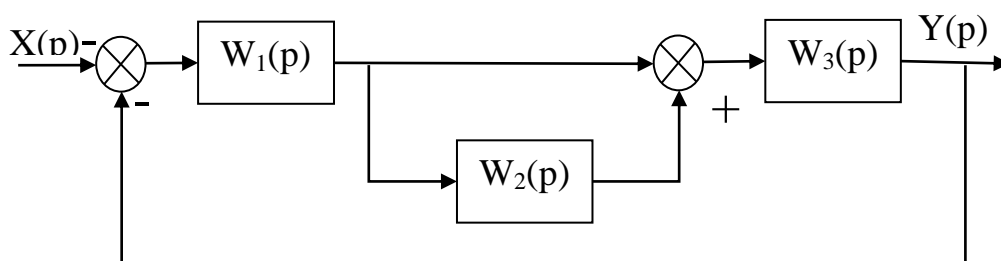


Рис. 6.1. Графік  $\delta_{уст}$  при гармонічному вхідному діянні

Графіки усталених похибок можна отримати за допомогою середовища *Simulink*. Для цього необхідно створити S-модель, яка відповідає нашій САК. На вхід якої необхідно поставити сигнал, який буде генерувати вхідне діяння (використавши елемент *Simulink\Sources\Clock*).

На виході необхідно додати суматор який буде показувати різницю між вхідним діянням та виходом САК. Після суматора слід додати *Simulink\Sinks\Scope* [4,5,6].

Розглянемо наступну схему САК, яка відповідає  $W_{poz}(p)$ , що ми розглядали раніше.



$$W_1(p) = \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}; \quad W_2(p) = \frac{1}{T_3 p}; \quad W_3(p) = \frac{k}{T_4 p + 1};$$

Створимо для кожного із розглянутих вхідних діянь окрему S-модель та графік  $\delta_{уст}$ :

- Стале вхідне діяння (рис. 6.2. та рис. 6.3.);
- Постійна швидкість (рис. 6.4. та рис. 6.5.);
- Постійне прискорення (рис. 6.6. та рис. 6.7.).

$k=1$ ;  $T1=0.05$ ;  $T2=0.5$ ;  $T3=1$ ;  $T4=0.01$ ;

- 

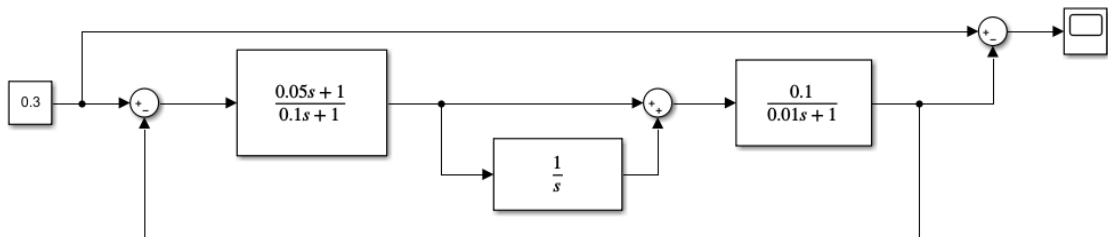


Рис. 6.2. S-модель зі сталим вхідним діянням

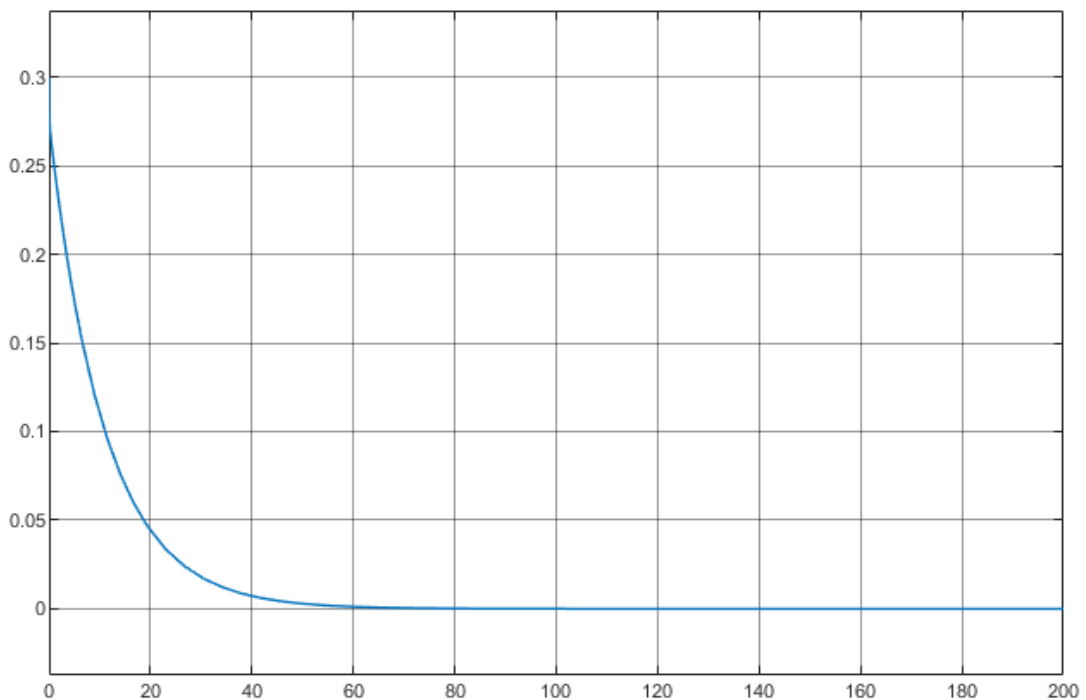


Рис. 6.3. Графік  $\delta_{уст}$  при сталому вхідному діянні

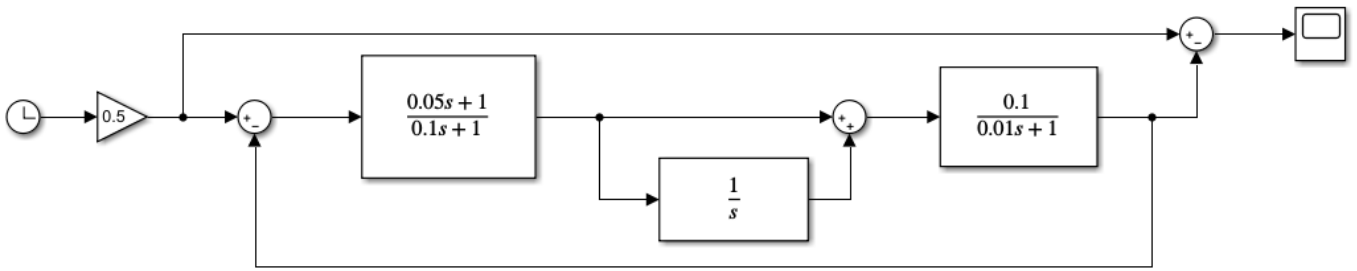


Рис. 6.4. S-модель для постійного швидкісного впливу

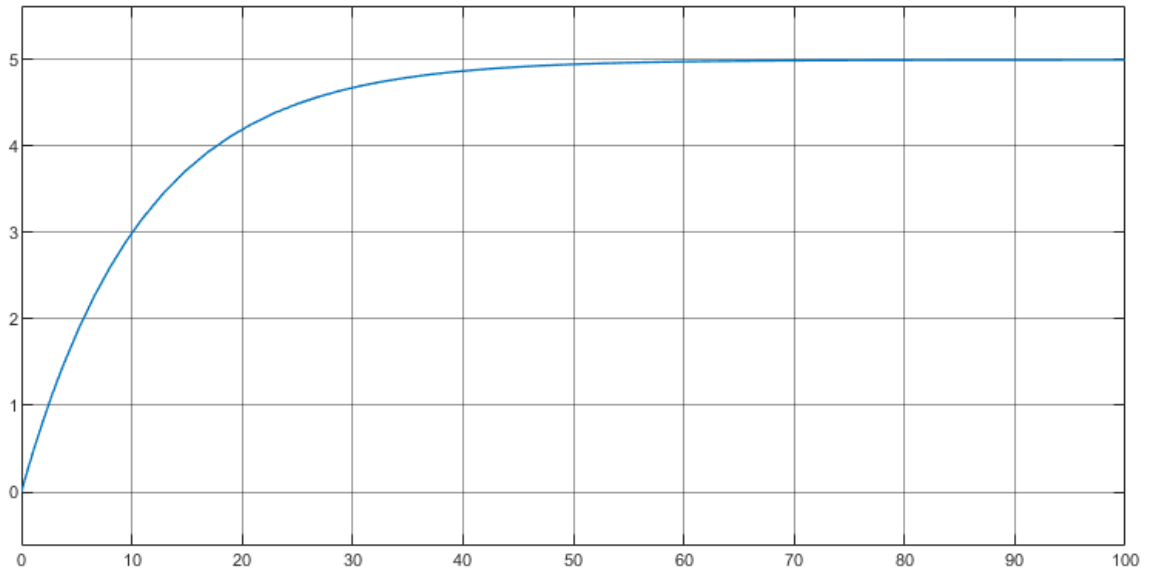
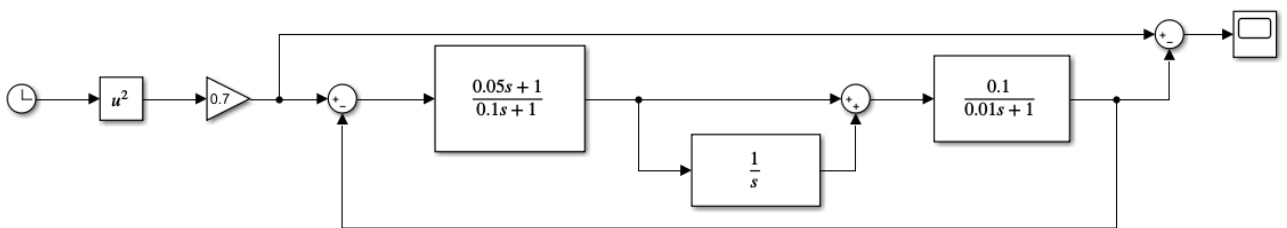
Рис. 6.5. Графік  $\delta_{уст}$  при постійному швидкісному впливу

Рис. 6.6. S-модель для впливу постійного прискорення

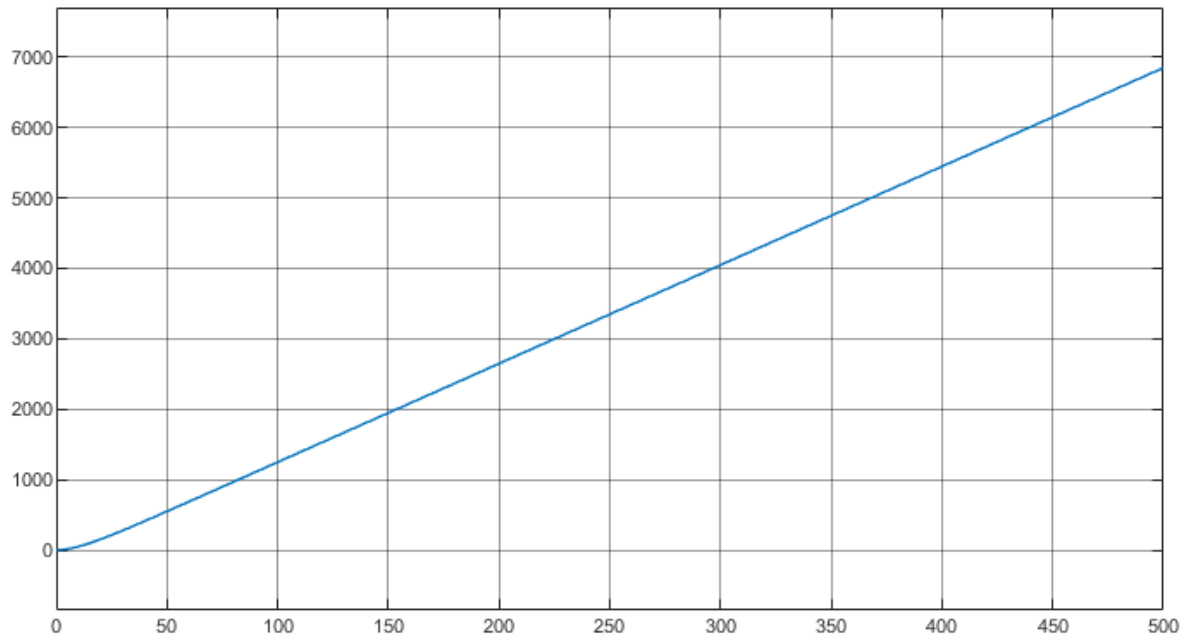


Рис. 6.7. Графік  $\delta_{уст}$  при постійному прискоренні

Для випадку коли на вході гармонічний вплив, необхідно додати генератор синусоїди *Simulink\Sources\Sine Wave* та поставити необхідну амплітуду та частоту у вікні налаштування (рис. 6.10.) [4,5,6].

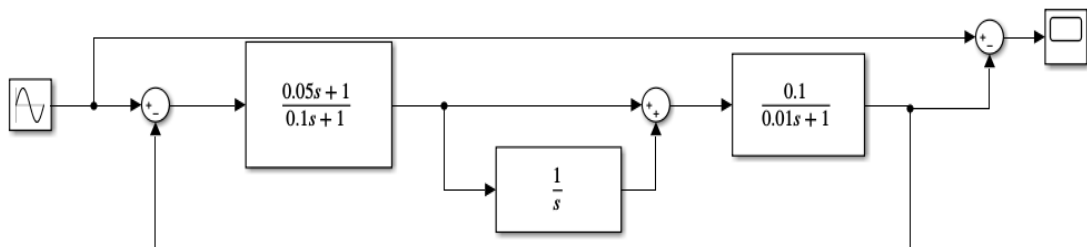


Рис. 6.8. S-модель для вхідного гармонічного впливу

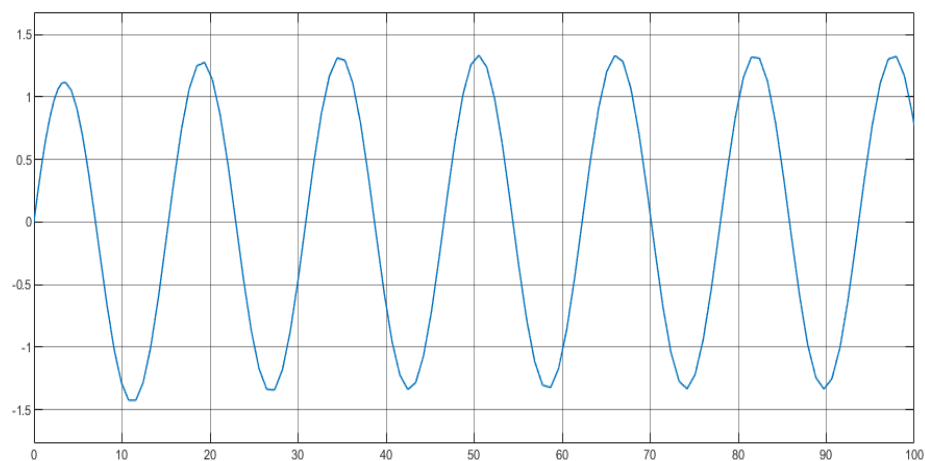


Рис. 6.9. Графік  $\delta_{уст}$  при гармонічному вхідному впливі

Кожен графік отриманий за допомогою середовища *Simulink* відповідає знайденим аналітично значенням  $\delta_{ycm}$  для кожного типу вхідного діяння.

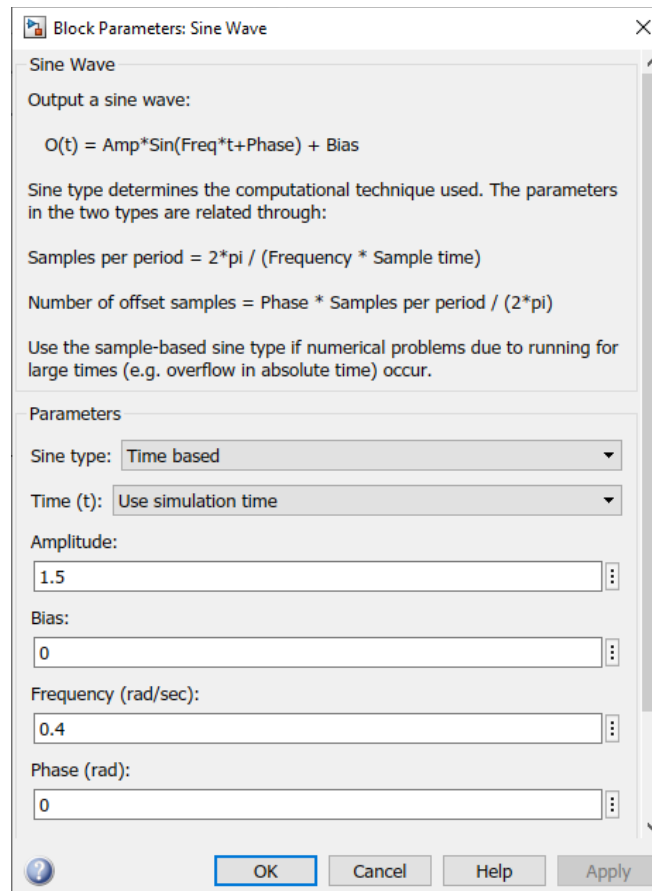


Рис. 6.10. Вікно налаштування *Sine Wave*

### Завдання до виконання лабораторної роботи

1. За заданою структурною схемою (див. табл. 3.1) визначити передатну функцію:  $W_{poz}(p)$  та  $\Phi_{\delta}(p)$ .
2. Отримати  $\delta_{ycm}(t)$  для вхідних діянь (див. таблиця 6.1).
3. Відповідно до структурної схеми системи створити S-модель.
4. Побудувати графіки похибок  $\delta(t)$  для заданих вхідних діянь.
5. Порівняти результати моделювання (п. 4) з аналітичними розрахунками (п. 2).

Таблиця 6.1

## Варіанти індивідуальних завдання

Варіант	Вхідне діяння $x(t)$			
	1	2	3	4
1	3	$2t$	$1,5 t^2$	$0,2\sin(2t)$
2	0,5	$1t$	$3,5 t^2$	$1,2\sin(0,25t)$
3	1,2	$0,6t$	$0,7 t^2$	$5\sin(0,15t)$
4	4	$8t$	$0,5 t^2$	$2,2\sin(1,1t)$
5	6	$3t$	$12 t^2$	$0,5\sin(0,7t)$
6	2,2	$4,4t$	$0,6 t^2$	$0,5\sin(3t)$
7	3,4	$1,7t$	$2 t^2$	$2,1\sin(0,5t)$
8	7	$14t$	$1,5 t^2$	$0,35\sin(7t)$
9	5	$2,5t$	$4,5 t^2$	$0,25\sin(2,7t)$
10	0,1	$0,2t$	$0,3 t^2$	$3,5\sin(5t)$
11	0,9	$0,4t$	$1,3 t^2$	$3\sin(0,2t)$
12	12	$7t$	$5 t^2$	$0,35\sin(0,5t)$
13	0,6	$1,2t$	$1,5 t^2$	$12\sin(0,1t)$
14	2,7	$5,4t$	$1,1 t^2$	$1,8\sin(2t)$
15	3,8	$1,1t$	$0,9 t^2$	$1,5\sin(0,2t)$
16	4	$0,3t$	$0,2 t^2$	$0,4\sin(0,5t)$
17	8	$4t$	$4,2 t^2$	$0,1\sin(1,5t)$
18	0,6	$1,2t$	$1,8 t^2$	$0,2\sin(t)$
19	1,2	$0,6t$	$3 t^2$	$0,1\sin(0,1t)$
20	3,8	$7,8t$	$0,1 t^2$	$0,5\sin(0,2t)$
21	2	$1,2t$	$2,9 t^2$	$7\sin(0,1t)$
22	1	$2,1t$	$3,2 t^2$	$3,2\sin(1,2t)$
23	1,5	$3t$	$4,5 t^2$	$4\sin(2,4t)$
24	0,2	$0,5t$	$2,7t^2$	$5,4\sin(2t)$

## Контрольні питання

1. Як визначати  $W_{роз}(p)$ ?
2. Як визначати  $\Phi_{\delta}(p)$ ?
3. Як визначити усталену похибку?
4. Які види по вхідним діянням існують?
5. В якому випадку визначають тільки  $\delta_m$ ?

## Лабораторна робота №7

### Дослідження стійкості систем автоматичного керування

**Мета роботи:** Вивчення аналізу стійкості та критеріїв стійкості системи.

### Теоретичні відомості

Властивість САК повернутися в стан рівноваги після виходу з нього та закінчення дії вхідного впливу називають **стійкістю**.

Процес керування в системі можна охарактеризувати розв'язком рівняння динаміки, запишемо його наступним чином [2,10,13,14]:

$$y(t) = y_{\text{власний}}(t) + y_{\text{вимушений}}(t) \quad (7.1)$$

де  $y_{\text{власний}}(t)$  - складова, яка є розв'язком однорідного ДР, що характеризує перехідний режим в системі (власний рух);

$y_{\text{вимушений}}(t)$  - складова, яка є розв'язком неоднорідного ДР, що характеризує усталений режим в системі (вимушений рух).

Виконання наступної умови гарантує забезпечення стійкості системи [2,10,13,14]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y_{\text{власний}}(t) = 0 \quad (7.3)$$

Таким чином для аналізу стійкості САК необхідно отримати розв'язок  $y_{\text{власний}}(t)$ , це в свою чергу розв'язок однорідного ДР:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = 0 \quad (7.3)$$

Пошук коренів характеристичного рівняння є першим кроком для розв'язку рівняння (7.3):

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (7.3)$$

Розв'язок рівняння (7.3) має вигляд:

$$y_{\text{власний}}(t) = \sum_i^n A_i e^{p_i t} \quad (7.4)$$



де  $A_i$  – сталі інтегрування;

$p_i$  – дійсні корені характеристичного полінома.

Якщо всі дійсні корені характеристичного полінома є від'ємними, а також дійсна частина комплексно-спряжених коренів також є від'ємними виконується умова стійкості (7.3) [10,12,13,14].

Також для аналізу стійкості існують критерії стійкості: алгебраїчні та частотні.

Для прикладу розглянемо наступну передатну функцію:

$$W_{\text{роз}}(p) = \frac{k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_4p + 1)}$$

Щоб провести оцінку стійкості по Гурвіцу, необхідно визначити поліном знаменника  $\Phi(p)$ :

$$\Phi(p) = \frac{k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)}{p(T_2p + 1)(T_4p + 1) + k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1)}$$

$$\begin{aligned} D(p) &= p(T_2p + 1)(T_4p + 1) + k_{\text{роз}}(T_1p + 1)(T_3p + 1) = \\ &= T_2 \cdot T_4 \cdot p^3 + (T_2 + T_4 + T_1 \cdot T_3 \cdot k_{\text{роз}}) \cdot p^2 + k_{\text{роз}} \cdot (T_1 + T_3 + 1) \cdot p + k_{\text{роз}} = 0 \end{aligned}$$

Для початку визначимо коефіцієнти характеристичного полінома за допомогою *MatLab*:

```
k=1; T1=0.05; T2=0.5; T3=1;
T4=0.01; kr=k/T3;
a3=T2*T4;
a2=(T2+T4+kr*T1*T3);
a1=kr*(T1+T3+1);
a0=kr;
```

Отриманні коефіцієнти:

$$a_3=0.005; a_2=0.56; a_1=2.05; a_0=1;$$

Так як всі коефіцієнти характеристичного полінома додатні це означає, що виконується необхідна умова стійкості за критерієм Гурвіца.

Наступний крок це зіставлення матриці та визначення діагональних визначників Гурвіца. Достатньою умовою стійкості всі коефіцієнти характеристичного полінома додатні та всі визначники більше нуля. Якщо визначники дорівнюють нулю це границя стійкості [10,13,12,14].

Для початку визначимо визначник 3-го порядку, за допомогою функції *dev* [3,12]:

```
X=[a2 a0 0
    a3 a1 0
    0 a2 a0];
delt=det(X);
delt=1.143
```

Визначник більше нуля, переходимо до наступного визначника:

```
delt2=det([a1 0
           a2 a0])
delt2=2.05
```

Так як і другий визначник більше нуля – це означає що досліджувана система стійка.

Критерій Найквіста дозволяє визначити стійкість замкнутої системи, побудувавши частотну характеристику розімкненої системи. Нехай  $W(p)$  – передатна функція розімкненої системи, а  $W(j\omega)$  – її частотна характеристика.

Для простоти спочатку будемо вважати, що розімкнена система є стійкою і не містить інтегруючих ланок, тобто  $W(0) = k \neq \infty$  де  $k$  – деяке число.

При зміні частоти від 0 до  $\infty$  з цих точок складається годограф Найквіста – деяка крива, яка починається в точці  $(k; 0)$  на речовій осі і закінчується в початку координат (якщо  $W(p)$  – строго правильна функція, тобто ступінь її чисельника менше ступеня знаменника). Можна довести, що система стійка тоді і тільки тоді, коли годограф  $W(j\omega)$  не охоплює точку  $(-1; 0)$ . На рис.7.1 зліва годограф не охоплює точку (і замкнута система стійка), а на рис.7.1. праворуч – охоплює (система нестійка).

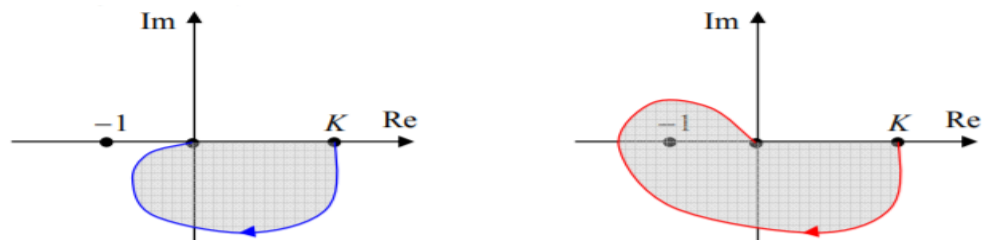


Рис. 7.1. Годограф Найквіста

Частота  $\omega_c$ , для якої  $N(\omega_c)=1$ , називається частотою зрізу. Для стійкої системи значення фази на частоті зрізу повинна бути більше, ніж  $-180^\circ$ ; в цьому випадку годограф не охоплює точку  $(-1; 0)$  [3].

Якщо передатна функція  $W(p)$  має полюса в точці  $p = 0$  (тобто звертається в нескінченність в цій точці), ситуація ускладнюється. Тепер годограф починається не на речовій осі, а приходить з нескінченності. Тоді в контур необхідно включити не тільки отриману криву, але і частина окружності нескінченного радіуса від речовинної осі до годографа в порядку обходу за годинниковою стрілкою. Якщо функція  $W(p)$  має  $n$  полюсів в точці  $p = 0$ , потрібно додати  $n$  секторів за  $90^\circ$ .

Якщо  $W(p)$  має полюса з позитивною речовій частиною (розімкнена система нестійка), потрібно рахувати, скільки разів годограф перетинає вісь абсцис лівіше точки  $(-1; 0)$ . Причому переходи «зверху вниз» вважаються позитивними, а переходи «знизу вгору» - негативними [3].

Для того, щоб замкнута система була стійкою, необхідно і достатньо, щоб різниця між числом позитивних і негативних переходів була дорівнює  $l/2$ , де  $l$  – число нестійких полюсів функції  $W(p)$ . Початкова точка на осі абсцис лівіше точки  $(-1; 0)$  вважається за половину переходу. На рис.7.2 показані годограф стійких систем для випадку  $l = 1$  [3].

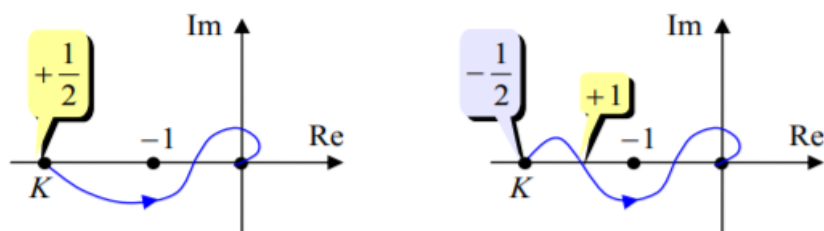


Рис.7.2. Годограф стійких систем для випадку  $l = 1$

Критерій Найквіста часто використовується для логарифмічних частотних характеристик. Спочатку припустимо, що передатна функція розімкненої системи не має нестійких полюсів. Для аналізу стійкості найбільш важливо поведінка частотної характеристики в районі частоти зрізу  $\omega_c$ , де  $N(\omega_c) = 1$  і  $L(\omega_c) = 20 \lg N(\omega_c) = 0$ . Для стійкої системи значення фази на частоті зрізу повинна бути більше, ніж  $-180^\circ$ . На

графіку представлені три фазових характеристики стійких систем. Крива 1 відповідає випадку, коли в розімкнутій системі немає інтеграторів (ї фазова характеристика починається з нуля), крива 2 – системі з одним інтегратором, а крива 3 – з двома. Якщо розімкнена система має нестійкі ланки, потрібно вважати переходи фазової характеристики через лінію  $\varphi(\omega)=-180^\circ$  лівіше частоти зрізу. Тут позитивним вважається перехід знизу вгору, а негативним – зверху вниз. Якщо фазова характеристика починається на лінії  $\varphi(\omega)=-180^\circ$  (на нульовій частоті), це вважається за половину переходу. Для стійкої системи різниця між числом позитивних і негативних переходів повинна бути дорівнює  $l/2$ , де  $l$  – число нестійких полюсів передаточної функції  $W(p)$  [3].

### **Завдання до виконання лабораторної роботи**

1. Відповідно для власного варіанту (див. табл. 3.1) визначити  $W_{роз}(p)$  та характеристичне рівняння замкненої системи.
2. Оцінити стійкість САК за критерієм Гурвіца.
3. Оцінити стійкість за критерієм Найквіста використовуючи побудовану АФЧХ.
4. Оцінити стійкість та визначити запаси стійкості використовуючи ЛАЧХ та ЛФЧХ.
5. Зробити висновки.

### **Контрольні запитання**

1. Яка умова стійкості системи?
2. Що використовують для оцінки стійкості?
3. Які критерії стійкості ви знаєте?
4. Необхідна умова критерія Гурвіца?
5. Що використовують для оцінки стійкості за критерієм Найквіста?

## Висновки

Результатом дипломної роботи став лабораторний практикум для дисципліни «Теорія автоматичного управління». Практикум складається з семи лабораторних.

Для першої лабораторної роботи описаний методи отримання розв'язку рівняння динаміки у середовищі *MatLab*. Також було розроблено 24 варіанти індивідуальних завдань.

В другій лабораторній роботі було описано методи отримання динамічних характеристик ланок аналітичним шляхом та за допомогою середовища *MatLab*. Також було розроблено 24 варіанти індивідуальних завдань.

В третій лабораторній роботі були наведенні прикладу знаходження динамічних характеристик на основі структурних схем аналітичним шляхом та за допомогою середовища *MatLab*. Були зіставленні 22 варіанти структурних схем для індивідуальних завдань.

В четвертій лабораторній роботі описанні методи отримання КПФ аналітично та за допомогою *MatLab*. Також були представлені приклади побудови АЧХ, ФЧХ та АФЧХ.

В п'ятій лабораторній роботі описані методи отримання графіків ЛАЧХ та ЛФЧХ за допомогою *MatLab*.

В шостій лабораторній роботі були описанні методи визначення усталеної похибки САК для стандартних вхідних діянь аналітичним шляхом. Також були представленні приклади отримання похибки за допомогою графічного редактора *Simulink*. Були розроблені 24 варіанти індивідуальних завдань.

В сьомій лабораторній роботі описаний метод аналізу стійкості САК за критерієм стійкості Гурвіца.

Для кожної лабораторної роботи були написанні короткі теоретичні відомості, розробленні завдання відповідно до тем самих робіт, а також контрольні запитання для перевірки опрацьованого матеріалу.

### Список використаної літератури

1. Мураховський С.А. Теорія автоматичного керування [електронний ресурс]: лабораторний практикум. – К.: НТУУ "КПІ", 2012. – 30 с.
2. Теорія автоматичного керування: Метод. вказівки до виконання розрахункових робіт для студентів напрямку підготовки 6.051003 – Приладобудування; спеціальностей 151 – Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 152 – Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка, денної та заочної форми навчання, електронне видання [Текст] / Уклад.: Н.І. Бурау, С.А. Мураховський, Д.О. Півторак. – К.: НТУУ «КПІ», 2016. – 34 с.
3. Поляков К. Ю. Теория автоматического управления для «Чайников». – Санкт-Петербург: 2008. – 80 с.
4. Смирнов Г.Б., Томашевич В.Г. Основы управления в среде Matlab. – Екатеринбург: УрФу, 2017. – 61 с.
5. Аналогові системи: Метод. вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни „Теорія автоматичного керування” для студентів спеціальності „Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технологічні комплекси” / Уклад.: О.В. Ситніков”– К.: НТУУ «КПІ», 2016. –42с.
6. Харабет О. М. Вивчення класичної теорії автоматичного управління за допомогою сучасного персонального комп'ютера – Одеса: Бахва, 2014. – 187 с.
7. Дьяконов В. П. МАТЛАВ. Полный самоучитель. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.
8. Попов Е.П. Теория линейных систем автоматического регулирования и управления. – М.: Наука, 1978. – 256 с.
9. Абраменко І.Г., Абраменко Д.І. Конспект лекцій з курсу “Теорія автоматичного керування”. - Харків: ХНАМГ, 2008. – 178 с.
10. Зайцев Г. Ф. Теория автоматического управления и регулирования.— 2-е изд., перераб. и доп.— К.: Выща шк. Головное изд-во, 1989.— 431 с.

11. Лукин А.Н. Теория автоматического управления. Конспект лекций. - Магнитогорск: МГТУ, 2004. - 198с.,
12. В.П. Казанцев Теория автоматического управления. Учебное пособие. – Пермь: ПГТУ, 2004. – 124 с.,
13. Квакернак Х., Сиван Р. Линейные оптимальные системы управления / Пер с англ. – М.: Мир, 1977. — 656 с.
14. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю. Ф. Основы теории автоматического управления: Учебное пособие. 2-е изд., перераб. и доп. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. 352 с.
15. Коновалов Б. И., Лебедев Ю. М. Теория автоматического управления: Учебное пособие. – 4-е изд., стер. СПб.: Лань, 2016. – 224 с.