

УДК 681.3+ 615.89

О.М. Мелашенко, Л.М. Рижков

ОЦІНЮВАННЯ КУТОВОЇ ОРІЄНТАЦІЇ МІКРОСУПУТНИКА ЕЛІПСОЇДАЛЬНИМ ФІЛЬТРОМ

Вступ

Використання датчиків кутових швидкостей у системі керування мікросупутників (МС) є одним із перспективних засобів створення ефективних систем орієнтації і стабілізації (СОС) МС. Реалізація цього варіанта побудови СОС значною мірою пов'язана з розробкою коріолісових вібраційних гіроскопів, які завдяки своїй значній надійності та потенційно високій точності є перспективними приладами для даного типу космічних апаратів [1].

У той же час, неповнота апріорних даних про умови функціонування МС і обмеженість у виборі датчиків первинної інформації на його борту стимулюють розвиток алгоритмів оцінювання кутової орієнтації з гарантованим результатом. Ці алгоритми на відміну від алгоритму фільтра Калмана забезпечують стійкість процесу оцінювання за наявності інформації лише про інтервал зміни збурюючої дії [2].

Постановка задачі

У даній статті пропонується схема побудови еліпсоїдального фільтра для оцінювання кутової орієнтації МС на основі сигналів датчика кутової швидкості і сигналів магнітометра і датчика координат Сонця (ДКС). Розв'язання задачі гарантованого оцінювання стану нелінійної системи тут досягається за рахунок оцінювання похибки визначення орієнтації МС.

Модель похибок "фільтра"

Розглянемо таку динамічну систему, якою описується кутовий рух МС:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\boldsymbol{\omega}^T \\ \boldsymbol{\omega} & -[\boldsymbol{\omega} \times] \end{bmatrix} \mathbf{q}, \quad (1)$$

де $\mathbf{q}^T = (q_0, \mathbf{q}^T)$ – кватерніон, яким визначається орієнтація зв'язаної з МС системи координат відносно орбітальної системи координат; $\boldsymbol{\omega}$ – вектор кутової швидкості МС відносно

орбітальної системи координат; $[\boldsymbol{\omega} \times]$ – косо-симетрична матриця.

Доповнимо систему (1) рівняннями вимірювань

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{\text{mes}} &= R_O^B \mathbf{B}^{\text{orb}} + \boldsymbol{\xi}_{\text{mag}}, \\ \mathbf{S}^{\text{mes}} &= R_O^B \mathbf{S}^{\text{orb}} + \boldsymbol{\xi}_{\text{sun}}, \end{aligned} \quad (2)$$

де \mathbf{B}^{mes} і \mathbf{S}^{mes} – вектори, компонентами яких є сигнали відповідно магнітометра та ДКС; \mathbf{B}^{orb} і \mathbf{S}^{orb} – вектори відповідно напруженості магнітного поля Землі (МПЗ) та напрямку на Сонце в орбітальній системі координат; $\boldsymbol{\xi}_{\text{mag}}$ та $\boldsymbol{\xi}_{\text{sun}}$ – похибки вимірювань (магнітометра та ДКС); R_O^B – матриця напрямних косинусів переходу від орбітальної системи координат до зв'язаної, яка є нелінійною функцією кватерніона орієнтації.

Модель вимірювань гіроскопа запишемо так:

$$\boldsymbol{\omega}_{\text{mes}} = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{b} + \boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}}, \quad (3)$$

де $\boldsymbol{\omega}_{\text{mes}}$ – вихідний сигнал; \mathbf{b} – дрейф; $\boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}}$ – шум вимірювання гіроскопа.

Задачу сформулюємо таким чином: за наявності сигналів з датчика кутової швидкості, магнітометра і ДКС знайти оцінку кватерніона орієнтації $\hat{\mathbf{q}}[n]$ МС, якщо відомі лише інтервали змінювання похибок вимірювання датчиків.

Розв'язок поставленої задачі шукатимемо на основі еліпсоїдальних оцінювачів стану динамічних систем.

З метою уможливлення застосування еліпсоїдального фільтра для оцінювання фазового вектора нелінійної системи [1, 2] отримаємо рівняння динаміки похибки цієї системи. Для цього скористаємося підходом мультиплікативного подання істинного кватерніона орієнтації через його оцінку і кватерніон похибки орієнтації [3]:

$$\mathbf{q} = \hat{\mathbf{q}} \circ \delta \mathbf{q}, \quad (4)$$

де $\hat{\mathbf{q}}$ – оцінка істинного кватерніона орієнтації \mathbf{q} ; $\delta \mathbf{q}$ – кватерніон похибки орієнтації.

Виконаємо диференціювання виразу (3) за часом та здійснимо підстановки $\dot{\hat{\mathbf{q}}} = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{q}} \circ$

$\circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix}$, $\frac{d}{dt} \hat{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{q}} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix}$, де $\hat{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega}_{\text{mes}} - \hat{\mathbf{b}}$ – оцін-

ка кутової швидкості МС; $\hat{\mathbf{b}}$ – оцінка дрейфу гіроскопа. Отримаємо

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{q}} &= \frac{d}{dt} \hat{\mathbf{q}} \circ \delta \mathbf{q} + \hat{\mathbf{q}} \circ \frac{d}{dt} \delta \mathbf{q} \Rightarrow \frac{1}{2} \mathbf{q} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \hat{\mathbf{q}} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} \circ \delta \mathbf{q} + \hat{\mathbf{q}} \circ \frac{d}{dt} \delta \mathbf{q} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \hat{\mathbf{q}} \circ \frac{d}{dt} \delta \mathbf{q} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{q} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} - \hat{\mathbf{q}} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} \circ \delta \mathbf{q} \right) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{d}{dt} \delta \mathbf{q} = \frac{1}{2} \left(\delta \mathbf{q} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} \circ \delta \mathbf{q} \right). \quad (5)\end{aligned}$$

Беручи до уваги (5) і враховуючи, що $\boldsymbol{\omega} = \hat{\boldsymbol{\omega}} - \delta \mathbf{b} - \boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}}$, де $\delta \mathbf{b} = \mathbf{b} - \hat{\mathbf{b}}$ – похибка оцінювання дрейфу гіроскопа, можемо записати таку послідовність перетворень для рівняння динаміки похибки орієнтації:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt} \delta \mathbf{q} &= \frac{1}{2} \left(\delta \mathbf{q} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} \end{pmatrix} \circ \delta \mathbf{q} \right) - \\ &- \frac{1}{2} \delta \mathbf{q} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \mathbf{b} + \boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 0 & -\hat{\boldsymbol{\omega}}^T \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} & -[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \end{bmatrix} \delta \mathbf{q} - \right. \\ &- \left. \begin{bmatrix} 0 & -\hat{\boldsymbol{\omega}}^T \\ \hat{\boldsymbol{\omega}} & +[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \end{bmatrix} \delta \mathbf{q} \right) - \frac{1}{2} \delta \mathbf{q} \circ \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \mathbf{b} + \boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}} \end{pmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & -[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] \end{bmatrix} \delta \mathbf{q} - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ \delta \mathbf{b} + \boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}} \end{pmatrix} - \\ &- O(|\delta \mathbf{b}| |\delta \mathbf{q}|, |\boldsymbol{\xi}_{\text{gyro}}| |\delta \mathbf{q}|). \quad (6)\end{aligned}$$

Знехтувавши в (6) членами вищого порядку малості, врахувавши, що $\delta \dot{q}_0 = 0$ ($\delta q_0 = 1$) і взявши як модель дрейфу гіроскопа модель випадкового блукання, отримаємо рівняння динаміки похибки орієнтації в просторі станів у вигляді

$$\dot{\mathbf{x}} = A\mathbf{x} + G\xi, \quad (7)$$

де $\mathbf{x} = (\delta \mathbf{q}^T, \delta \mathbf{b}^T)^T$; $\xi = (\xi_{\text{gyro}}^T, \xi_w^T)^T$;

$A = \begin{bmatrix} -[\hat{\boldsymbol{\omega}} \times] & -0,5\mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$; $G = \begin{bmatrix} -0,5\mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix}$; ξ_w – породжуючий процес моделі дрейфу гіроскопа.

Для отримання рівнянь вимірювань системи (7) перепишемо вирази в (2) у вигляді

$$\begin{aligned}\mathbf{B}^{\text{mes}} &= (\mathbf{I}_{3 \times 3} - 2[\delta \mathbf{q} \times]) \hat{R}_O^B \mathbf{B}^{\text{orb}} + \boldsymbol{\xi}_{\text{mag}}, \\ \mathbf{S}^{\text{mes}} &= (\mathbf{I}_{3 \times 3} - 2[\delta \mathbf{q} \times]) \hat{R}_O^B \mathbf{S}^{\text{orb}} + \boldsymbol{\xi}_{\text{sun}}.\end{aligned} \quad (8)$$

Ввівши до розгляду вектори вимірювань $\delta \hat{\mathbf{B}} = \mathbf{B}^{\text{mes}} - \hat{R}_O^B \mathbf{B}^{\text{orb}}$ і $\delta \hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^{\text{mes}} - \hat{R}_O^B \mathbf{S}^{\text{orb}}$ і визначивши вектори $\hat{\mathbf{B}} = \hat{R}_O^B \mathbf{B}^{\text{orb}}$ і $\hat{\mathbf{S}} = \hat{R}_O^B \mathbf{S}^{\text{orb}}$, вираз (8) перепишемо у вигляді

$$\begin{aligned}\delta \hat{\mathbf{B}} &= 2[\hat{\mathbf{B}} \times] \delta \mathbf{q} + \boldsymbol{\xi}_{\text{mag}}, \\ \delta \hat{\mathbf{S}} &= 2[\hat{\mathbf{S}} \times] \delta \mathbf{q} + \boldsymbol{\xi}_{\text{sun}}.\end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, із введенням вектора вимірювань $\mathbf{Z} = (\delta \hat{\mathbf{B}}^T, \delta \hat{\mathbf{S}}^T)^T$ матриця вимірювань системи (7) запишеться у вигляді

$$C = \begin{bmatrix} 2[\hat{\mathbf{B}} \times] & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ 2[\hat{\mathbf{S}} \times] & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Еліпсоїдальний фільтр

Апріорні припущення про характер поведінки похибок вимірювання датчиків первинної інформації можна формалізувати у вигляді нерівностей $|\xi_{\text{mag}}^i[n]| \leq \tilde{\xi}$, $|\xi_{\text{sun}}^i[n]| \leq \tilde{\xi}$, де $i = x, y, z$, а $\tilde{\xi}$ – відома величина. Тепер, використовуючи вирази (2), (3), (7) і (9) і беручи за основу алгоритм еліпсоїдального оцінювання, запропонований у [4], алгоритм оцінювання кутової орієнтації МС з гарантованим результатом запишемо у вигляді

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_{n+1} &= \beta_n K_n^i Z_n, \\ K_n &= \tilde{H}_n^i C_n^T \sigma_n^{-2}, \\ \sigma_n^{-2} &= {}^i C_n \tilde{H}_n^i C_n^T, \\ \rho_n &= 1 + \beta_n \sigma_n^{-2} Z_n, \\ \beta_n &= \begin{cases} 1 - {}^i \tilde{\xi} / |{}^i Z_n|, & |{}^i Z_n| > {}^i \tilde{\xi}, \\ 0, & |{}^i Z_n| \leq {}^i \tilde{\xi}, \end{cases} \\ \tilde{H}_{n+1} &= \rho_n (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \beta_n K_n^i C_n) \tilde{H}_{n+1|n},\end{aligned} \quad (11)$$

де ${}^i Z_n$ – i -а компонента вектора вимірювань \mathbf{Z} на n -му такті дискретизації; ${}^i C_n$ – i -й рядок матриці вимірювань на n -му такті дискретизації.

Обчислення згідно з алгоритмом (11) на кожному кроці дискретизації повторюються шість раз для кожної компоненти вектора вимірювань \mathbf{Z} , причому матриця $\tilde{H}_{n+1|n}$ на

початку цієї процедури визначається за формулою

$$\tilde{H}_{n+1|n} = \Phi_n \tilde{H}_n \Phi_n^T,$$

де $\Phi_n = e^{A[nT_s]T_s}$; T_s – період дискретизації. Тут формування матриці $A[nT_s]$ здійснюється на основі оцінки вектора кутової швидкості МС вигляду

$$\hat{\omega}[n] = \omega_{mes}[n] - \hat{b}[n].$$

Після розрахунку за виразом (11) вектора похибок \hat{x}_{n+1} його перші три компоненти використовуються для оновлення оцінки кватерніона орієнтації згідно з формулою

$$\hat{q}_{n+1} = \hat{q}_{n+1/n} \circ \begin{pmatrix} 1 \\ \delta q_{n+1} \end{pmatrix},$$

де

$$\hat{q}_{n+1/n} = \exp\left(\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\hat{\omega}^T \\ \hat{\omega} & -[\hat{\omega} \times] \end{bmatrix} T_s\right) \hat{q}_n,$$

а наступні три – для оновлення оцінки дрейфу гіроскопа:

$$\hat{b}_{n+1} = \hat{b}_n + \delta b_{n+1}.$$

Числове моделювання еліпсоїдального фільтра

Виконаємо числовий аналіз ефективності використання еліпсоїдального фільтра для оцінювання кутової орієнтації МС та порівняємо результати з результатами, отриманими при використанні фільтра Калмана [5]. Як об'єкт дослідження візьмемо модель МС, розглянуту в [6], де детально описано постановку числового експерименту з дослідження системи орієнтації і стабілізації МС.

Наведемо значення параметрів фільтрів, для яких виконувалося числове моделювання алгоритмів. Для еліпсоїдального фільтра: $|\xi_{mag}^i| \leq 0,04$, $|\xi_{sun}^i| \leq 0,005$, $T_s = 1$ [с], для фільтра Калмана: $Q_{\xi_{gyro}} = 10^{-3}$, $Q_{\xi_w} = 10^{-3}$, $R_{mag} = 10^{-3}$, $R_{sun} = 10^{-8}$.

На рис. 1 побудовано графіки оцінювання кутів Ейлера МС фільтром Калмана і еліпсоїдальним фільтром за відсутності похибок вимірювання і точної моделі МПЗ. На цьому рисунку і далі суцільна крива відповідає оцінці, отрима-

ній еліпсоїдальним фільтром, пунктирна – фільтром Калмана.

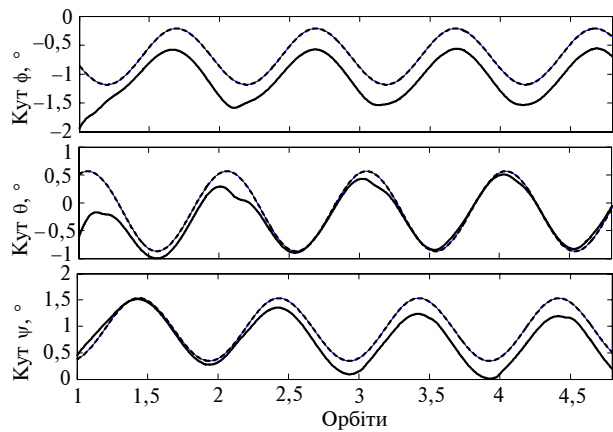


Рис. 1. Графіки зміни оцінок кутів Ейлера МС за ідеальних умов вимірювання

Як видно з графіків на рис. 1, за вказаних ідеальних умов функціонування найвища точність оцінювання досягається на основі калманівської фільтрації – пунктирна крива на графіках збіглася з кривою, якою описується істинний рух супутника.

На рис. 2 побудовано графіки оцінювання дрейфу гіроскопа еліпсоїдальним фільтром і фільтром Калмана. Дрейф гіроскопа задавався стрибкоподібно в момент часу 10^4 с.

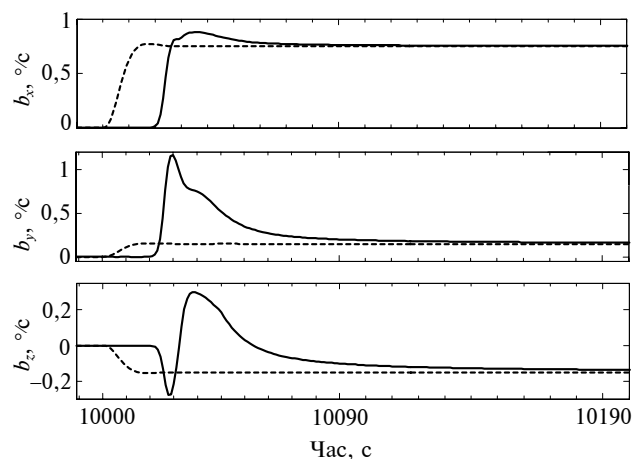


Рис. 2. Графіки оцінювання дрейфів гіроскопа

Як видно з графіків на рис. 2, фільтр Калмана значно переважає еліпсоїдальний фільтр за швидкістю збіжності при оцінюванні дрейфу гіроскопа.

Наступний числовий експеримент поставлено з перевірки чутливості обох досліджуваних фільтрів до неточності задання моделі МПЗ. Для постановки цього експерименту ви-

хідні сигнали магнітометра формувалися за моделлю МПЗ 4-го порядку, тоді як за істинну бралася модель МПЗ 8-го порядку. На рис. 3 наведено графіки кривих, що відповідають оцінкам кутів Ейлера МС за вказаних умов, причому тонкою суцільною кривою на цих графіках позначаються істинні кути орієнтації МС.

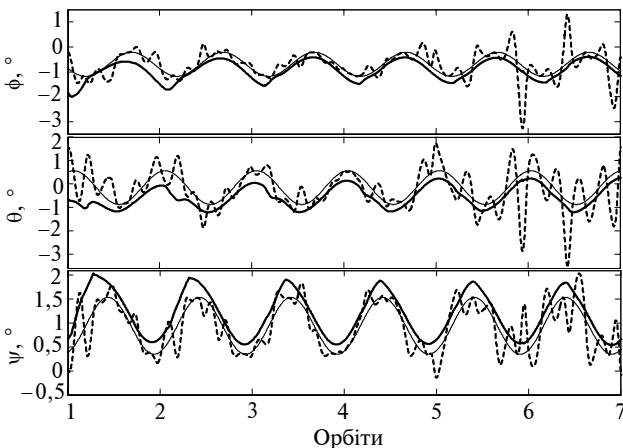


Рис. 3. Графіки зміни оцінок кутів Ейлера МС при неточності моделі МПЗ

Як видно з кривих на рис. 3, неточність задання моделі МПЗ критично позначилася на якості оцінювання кутової орієнтації МС фільтром Калмана – в певні моменти часу похибка оцінювання орієнтації супутника цим фільтром зростає до 3° , тоді як неточність оцінювання орієнтації еліпсоїдальним фільтром залишається стабільною і не перевищує 1° для всіх трьох кутів, причому оцінка, отримана цим фільтром, значно більш згладжена, ніж оцінка, отримана фільтром Калмана.

Особливістю функціонування СОС МС із ДКС є його періодична непрацездатність внаслідок потрапляння супутника в тінь Землі. Тому важливо дослідити поведінку алгоритмів оцінювання орієнтації МС при зникненні сигналу з цього датчика. З цією метою на рис. 4 наведено графіки зміни оцінок кутів орієнтації МС при зашумленні сигналу магнітометра змішаним білим шумом і імітації потрапляння МС в тінь Землі.

Як видно з графіків на рис. 4, за наявності шумів вимірювання магнітометра точність оцінювання кутової орієнтації фільтром Калмана значно погіршується, тоді як на основі запро-

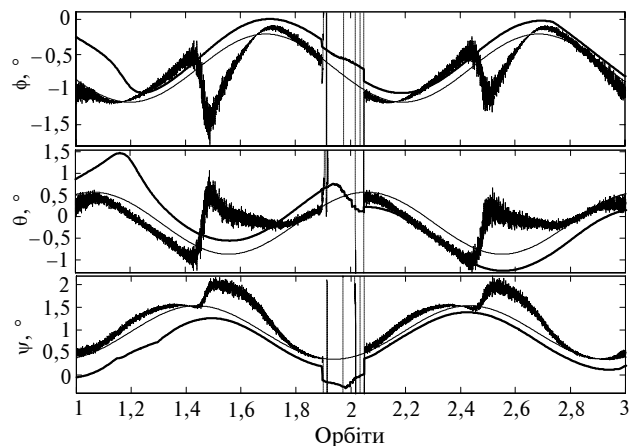


Рис. 4. Графіки зміни оцінок кутів Ейлера МС при неточності моделі МПЗ при зашумленні сигналу магнітометра

понованого еліпсоїдального фільтра вдається досягнути максимальної похибки оцінювання не гірше ніж $0,6^\circ$. Але ще більш важливим є той факт, що при зникненні сигналу з ДКС фільтр Калмана взагалі втрачає працездатність, про що свідчить ділянка на графіках між 1,9 і 2,1 орбіти, в той же час еліпсоїдальний фільтр продовжує видавати оцінку орієнтації МС прийнятної точності.

Висновки

Оцінювання кутової орієнтації МС з гарантованим результатом показало меншу швидкість збіжності своїх оцінок порівняно з фільтром Калмана. Натомість, еліпсоїдальний фільтр на відміну від фільтра Калмана дав можливість істотно підвищити точність оцінювання кватерніона орієнтації супутника у випадку неточного задання моделі магнітного поля Землі і зашумленості сигналу магнітометра. Більше того, еліпсоїдальний фільтр не втрачає працездатності і продовжує видавати оцінку кутової орієнтації МС при зникненні сигналу з датчика координат Сонця, тоді як дана обставина призводить до розбіжності фільтра Калмана.

Предметом подальшої праці може бути розробка алгоритмів еліпсоїдального оцінювання для інших параметризацій кутової орієнтації МС.

О.Н. Мелашенко, Л.М. Рыжков

ОЦЕНИВАНИЕ УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ МИКРОСПУТНИКА ЭЛЛИпсоИДАЛЬНЫМ ФИЛЬТРОМ

Рассматривается динамика микроspутника при использовании в алгоритме определения угловой ориентации эллипсоидального фильтра. Сравнивается точность определения ориентации при использовании в системе управления эллипсоидального фильтра и фильтра Калмана.

O.M. Melaschenko, L.M. Ryzhkov

ON EVALUATION OF MICROSATELLITE SPATIAL ANGULAR ORIENTATION BY ELLIPSOID FILTER

This study aims to examine the dynamics of microsatellite at the ellipsoid filter use in the algorithm of its angular orientation determination. Moreover, we compare the accuracy of orientation determination at the use in the control system of ellipsoid filter to Kalman filter.

1. Мелашенко О.М., Рыжков Л.М. Аналіз точності коріолисового вібраційного гіроскопа з вдосконаленою системою керування хвилею // Матер. VII Міжнар. наук.-техн. конф. "Гіротехнології, навігація, керування рухом і конструювання авіаційно-космічної техніки", НТУУ "КПІ" 23–24 квітня, 2009. – К.: НАУ, 2009. – С. 53–57.
2. Азарсков В.Н., Блохин Л.Н., Житецкий Л.С., Кускуль Н.Н. Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления. – К.: НАУ, 2004. – 500 с.
3. Demoz Gebre-Egziabher, Gabriel H. Elkaim, J.D. Powell and Bradford W. Parkinson. A Gyro-Free Quaternion-Based Attitude Determination System Suitable for Implementation Using Low Cost Sensors // IEEE PLANS, Position Location and Navigation Symposium. – 2000. – N 3. – P. 185–192.
4. Ефименко Н.В., Новиков А.К. Регуляризованные эллипсоидальные наблюдатели и их применение в задаче определения ориентации космического аппарата // Пробл. управления и информатики. – 1998. – № 6. – С. 145–155.
5. Gao Zhong-yu, Niu Xiao-ji, Guo Mei-fend. Quaternion-based Kalman Filter for Micro-machined Strapdown Attitude Heading Reference System // Chinese Journal of Aeronautics. – August 2002. – 15, N 3. – P. 1–5.
6. Мелашенко О.М., Рыжков Л.М. Дослідження гравітаційно-магнітної системи стабілізації мікросупутника з оцінюванням фазового вектора фільтром Калмана // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 2. – С. 61–67.

Рекомендована Радою факультету авіаційних і космічних систем НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції 29 вересня 2009 року