

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

С.М. Лапач

ТЕОРІЯ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО- ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 131 «Прикладна механіка»,
спеціалізацією «Технологія машинобудування»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2020

Рецензенти: Радченко С. Г., док. техн. наук, проф.
Кореньков В. М., канд. техн. наук, доц.

Відповідальний
редактор *Лашина Ю.В.*, канд. техн. наук, доц.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 4 від 10.12.2020 р.)
за поданням Вченої ради Механіко-машинобудівного інституту (протокол № 4 від
23.11.2020 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

Лапач Сергій Миколайович

ТЕОРІЯ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТІВ ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

Теорія планування експериментів: Виконання розрахунково-графічної роботи [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 131 «Прикладна механіка», спеціалізації «Технологія машинобудування» / С.М. Лапач ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,31 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 86 с.

Виконання розрахунково-графічної роботи за курсом «Теорія планування експериментів» покликане отримання навиків виконання науково-дослідної роботи від постановки задачі до обчислювального експерименту з отриманою математичною моделлю. Індивідуальне завдання є або частиною магістерської роботи студента, або ж видається з варіантів, які містяться в науковому посібнику. В останньому випадку експерименти виконуються шляхом емуляції за допомогою спеціальної програми. В роботу входить формалізація задачі, планування експериментів, проведення експериментів, отримання регресійної моделі, обчислювальний експеримент (графіки часткових рівнянь регресії і поверхні відгуку, оптимізація і прогноз за моделлю).

© С.М. Лапач, 2020
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020

Зміст

Вступ	4
1. Структура та склад роботи	5
2. Формалізація задачі	8
2.1. Загальні положення.	8
2.1. Визначення прикладної мети дослідження	9
2.2. Визначення формалізованої мети дослідження	10
2.3. Аналіз і структурування об'єкту дослідження	10
3.Планування експериментів	14
3.1. Обґрунтування вибору плану	14
3.2. Рівні варіювання	18
3.3. Кількість експериментів	20
3.4. Результат формалізації	21
3.5. Конструювання плану експерименту	23
3.6. Побудова робочої матриці	23
3.7.Виконання експериментальних досліджень	24
4.Попередній статистичний аналіз	29
4.1. Аналіз однорідності дисперсій	29
4.2. Визначення рівня впливу «шуму»	30
4.3. Визначення нерозривності факторного простору	31
4.4. Результати роботи	31
5. Перетворення даних і ідентифікація моделі	33
5.1. Перетворення даних	33
5.2. Ідентифікація моделі	35
6. Аналіз якості моделі	37
6.1. Загальні поняття	37
6.2. Інформативність	39
6.3. Адекватність	40
6.4. Стійкість	41
6.5. Описуючі та прогностичні властивості	42
6.6. Аналіз структури зв'язків	44
6.7.Аналіз залишків	46
6.8. Перевірка виконання припущень регресійного аналізу	48
6.9. Результати етапу	49

7. Обчислювальний експеримент	51
Додаток А. Фрагмент протоколу побудови регресії	54
Додаток Б. Виконання обчислень	56

Вступ

Курс «Теорія планування експериментів» забезпечує майбутньому фахівцеві знання в галузі проведення досліджень експериментально-статистичними методами і прийняття рішень на основі проведених досліджень. Ці методи складають основу наукового світосприйняття в неklasичній науці і основу побудови методів постнеklasичної науки.

В даному посібнику розглядається побудова науково обґрунтованих емпіричних моделей. Застосування таких моделей є масовим явищем в сучасному світі, як у виробництві, так і в побутовій техніці. В зв'язку з цим правильність їх побудови та обґрунтованість застосування грає велику роль не тільки з погляду ефективності, але з погляду безпеки.

Курс опирається на знання, які отримали студенти при вивченні як математичних, так і спеціальних дисциплін, показуючи їх наукове підґрунтя і зв'язки між ними. Використовується безпосередньо при виконанні магістерської роботи.

Посібник призначений для підтримки процесу виконання студентом розрахунково-графічної роботи з курсу «Теорія планування експериментів».

Завдання розрахунково-графічної роботи (РГР) – отримати уявлення про курс як єдине ціле і набути навиків у розв'язання прикладних задач по побудові емпіричних математичних моделей.

Кожен студент отримує індивідуальне завдання. Вся РГР є проведенням наукового дослідження по отриманню математичної моделі, зв'язаних з технологічним процесом від постановки задачі до обчислювального експерименту. Бажано виконувати це завдання в рамках виконання магістерської роботи. При відсутності на момент виконання РГР у студента матеріалів за магістерською роботою, він отримує завдання, варіанти яких містяться в даному посібнику.

Результат роботи повинен бути оформлений у вигляді відповідного звіту.

Розрахунково-графічна робота виконується з використанням програмних засобів ПРІАМ (або ПРІАМ_Ех) і Stat_Ех .

1. Структура та склад роботи

В розділі описується структура РГР, яка відповідає як порядку її виконання, так і послідовності побудови емпіричних математичних моделей, опираючись на планування експериментів і регресійний аналіз.

Мета розділу: загальне розуміння процесу побудови науково обґрунтованих і придатних для прикладного застосування регресійних моделей.

Побудова емпіричної моделі проходить наступні етапи (див. табл.1.1).

Таблиця 1.1. Етапи побудови регресійної моделі

Предпланування експерименту	Постановка задачі в предметній галузі			
	Формалізація задачі			
Формування вибірки	<i>Пасивний експеримент</i>	Збирання даних	Планування експерименту	<i>Активний експеримент</i>
		Виділення навчальної підвибірки	Проведення експерименту	
Попередній статистичний аналіз вибірки	Перевірка гетероскедастичності			
	Перевірка відношення сигнал/шум			
	Перевірка нерозривності факторного простору			
	Робота з «викидами»			
Побудова моделі	Загальна специфікація моделі			
	Перетворення змінних спеціальні			
	Перетворення змінних стандартні			
	Перетворення простору			
	Конкретна специфікація моделі			
	Вибір способу оцінки коефіцієнтів моделі			
	Ідентифікація моделі			
Аналіз якості моделі	Аналіз статистичних характеристик моделі			
	Перевірка на контрольній послідовності			
	Дослідження наявності порушень передумов РА			
	Аналіз адекватності			
	Корегування моделі			
Використання моделі	Графічний аналіз			
	Прогнозування			

(обчислювальний експеримент)	Оптимізація
-------------------------------------	-------------

Деякі з етапів, в залежності від особливостей задачі, можуть бути відсутні. Формування вибірки, в залежності від того, з яким із видів експериментів ми маємо справу (пасивним або активним) йде по ОДНІЙ із гілок послідовності. Практично на кожному етапі побудови моделі може виникнути необхідність повернення на якість з попередніх етапів. Така необхідність виникає в тому випадку, якщо на якомусь із етапів не вдається отримати результати, необхідні для досягнення кінцевої мети побудови моделі.

РГР (і відповідно звіт з РГР) складається з наступних частин:

1. Формалізація задачі

- Визначення прикладної мети дослідження.
 - Мета побудови математичної моделі.
 - Засоби і методи побудови моделі.
 - Вимоги до моделі.
- Визначення формалізованої мети дослідження.
- Аналіз і структурування об'єкту дослідження.
 - Входи (незалежні фактори);
 - Виходи (відгуки);
 - Контрольовані некеровані фактори;
 - Зафіксовані незалежні змінні.

2. Планування експерименту

- Обґрунтування виду плану.
- Вибір рівнів варіювання.
- Розрахунок потрібної кількості дослідів.
- Побудова плану експерименту.
- Побудова робочої матриці.

3. Проведення експериментів.

4. Попередній статистичний аналіз

- Аналіз гетероскедастичності
- Аналіз рівня «шуму»
- Аналіз нерозривності факторного простору

5. Аналіз моделей

- Інформативність
- Адекватність
- Стійкість
- Прогностичні властивості

б. Обчислювальний експеримент

- Часткові рівняння регресії
- Часткові поверхні відгуку
- Оптимізація за моделлю.
- Багатокритеріальна оптимізація за моделями.

Увага! Комп'ютерні роздруківки, графіки, тощо є тільки ілюстративним матеріалом. Основою РГР повинен бути текст створений особисто магістром в результаті проведеного ним дослідження. Вказані вище матеріали є або частиною звіту, або додатком при великому їх обсязі.

Детально про форму та склад окремих частин в звіті подано далі. Обсяг як розділів, так і звіту в цілому, залежить від конкретної задачі і не нормується.

Список рекомендованої літератури

1. С.Н. ЛАПАЧ РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ. ПРОЦЕССНЫЙ ПОДХОД / Математичні машини і системи, 2016, № 1. С.129–138.

2. Формалізація задачі

На одном из конгрессов переводчиков многократный перевод превратил рекламный слоган «С пепси к новой жизни» в довольно жуткое заклинание «Шипучая вода поднимет ваших предков из могил»

Из предисловия к

С. Лем «Сумма технологий»

*Как печально, что мы не можем рисовать непосредственно глазом!
Как много пропадает на длинном пути – из глаза–через руку и кисть!*

Готхольд Эфраим Лессинг

2.1. Загальні положення.

Що відбувається. Переведення вимог предметної галузі до формалізованих, які дозволяють подальше використання в математичних методах.

Важливість. Цей етап дуже важливий. Помилки, які допущені на ньому, практично не піддаються виправленню на наступних етапах, або вимагають величезних затрат для їх виправлення. Фактично, помилки на цьому етапі змушують виконувати роботу з самого початку.

Небезпеки. При будь якій формалізації відбувається спрощення задачі. При цьому науковця очікують наступні небезпеки:

- підміна цілі методом, коли замість досягнення мети і розв'язання задачі використовують якийсь метод;
- «перевантажена» задача, тобто задача, яка після формалізації залишається занадто складною для розв'язку, оскільки виділення суттєвої частини не відбулося;
- «вихолощена» задача.
"А.Н. Крылов вспоминал, что Вольтерра дал строгое математическое доказательство устойчивости железнодорожного моста, по которому идет поезд массы M со скоростью v при условии, что M не очень велико. Но он указывает, что масса M (в практически интересных примерах) получалась 10 грамм: теорема правильна и доказательство тоже, но к делу не отношения не имеет».
- Деформована задача. Задача, в якій відбулася підміна цілі в процесі формалізації.

Верифікація

В спрощеному вигляді достатньо провести мислений експеримент: припустити, що ви отримали результат, який відповідає формалізації і задати питання, чи є ЦЕЙ результат ТИМ, який

потрібно було отримати, виходячи з постановки в предметній галузі. Тобто, чи буде досягнута ваша мета, якщо скористатись результатами формалізації.

Етапи формалізації.

Можливо виділити наступні етапи формалізації.

1. Визначення прикладної мети дослідження.
2. Визначення формалізованої мети дослідження.
3. Аналіз і структурування об'єкту дослідження.

2.1. Визначення прикладної мети дослідження

В практике стратегических ролевых игр существует формула: приказы, начинающиеся со слов «усилить», «углубить», «обеспечить максимальную поддержку», «оказать всяческое содействие» и т.п., – виртуальными войсками не выполняются, в реестр не записываются, и претензии Посредником не принимаются.

Из примечаний С. Переслегина к кн. К. Макси
«Вторжение, которого не было»

Мета побудови математичної моделі.

Якщо модель дійсно потрібна, то необхідно визначити мету її використання, Оскільки тільки з мети можна визначити вимоги до неї. Виходячи з цих вимог можливо визначити адекватність моделі. Не претендуючи на повноту, вкажемо найбільш поширені цілі застосування моделі:

1. опису процесу для автоматичного керування чи використання в САП;
2. навчання (як частина навчальної системи);
3. прогнозування поведінки системи за межами можливих спостережень чи експериментів;
4. дослідження деякого явища чи процесу.

З мети впливають

Засоби і методи побудови моделі.

Визначається клас математичних моделей, в якому можлива побудова моделі досліджуваного процесу чи явища.

Крім відомих зі стандартних ВУЗівських курсів алгебраїчних, диференційних і інтегральних рівнянь широко використовуються графові, табличні, імітаційні, об'єктно-орієнтовані та інші моделі.

Вказуються математичні чи статистичні засоби, які планується використати для дослідження і обґрунтовується вибір.

Вимоги до моделі.

Перелік вимог, яким повинна задовольняти модель, щоб відповідати поставленій меті. Ці вимоги формулюють в термінах предметної галузі. Деякі можливі вимоги приводяться в табл..2.1.

Таблиця 2.1. Можливі не статистичні вимоги до моделі

Прикладна мета дослідження	Можливі нестатистичні вимоги до моделі
Прогнозування (інтерполяція)	Задана точність опису: в точках, між точками Відсутність осциляції Плавний характер зміни залежностей: відсутність різких змін, перегинів тощо
Прогнозування (екстраполяція)	Прогностична точність (характер поведінки, точність)
Навчання	Відповідність поведінки заданій множині ситуацій Характер залежності у відповідності до факторів Відносна простота
Дослідження	Наявність/відсутність впливу певних факторів Наявність/відсутність певних взаємодій Прогностична точність Поведінка (особливі точки, похідна, загальний характер зміни)

2.2. Визначення формалізованої мети дослідження.

Можливі наступні формалізовані цілі:

1. Встановлення наявності нелінійного багатофакторного зв'язку;
2. Апроксимація;
3. Екстраполяція;
4. Визначення структури зв'язків між факторами і відгуком.

2.3. Аналіз і структурування об'єкту дослідження.

Никогда не строй планов, не выведав о противнике все, что можно. Не бойся менять планы, если получил новые сведения. Никогда не думай, что тебе известно все. И никогда не жди, пока узнаешь все.

Роберт Джордан «Властелин Хаоса»

На цьому етапі використовується запозичене з кібернетики поняття чорного ящика (див. рис.2.1).



Рис. 2.1. Кібернетичний чорний ящик

Входи – це ті фактори зовнішнього середовища, як і ми можемо змінювати за своїм розсудом. До них часто застосовують термін незалежні змінні.

Виходи – (залежні змінні, відгуки) фактори дії системи на зовнішнє середовище.

Контрольовані некеровані фактори – фактори, які ми змінювати не можемо, але значення яких доступні для контролю (вимірювання).

Неконтрольовані некеровані фактори – фактори, які ми не можемо ні змінювати, ні контролювати.

Вважається, що ми не знаємо, як зв'язані вхід і вихід і наше завдання побудувати функцію, яка цей зв'язок відтворює. В концепції чорного ящика постулюється, що всі моделі, які з однаковою точністю описують зв'язок входи-виходи ізоморфні.

Зауважимо, що для складних ситуацій вимагається приймати концепцію сірого, а для імітаційного і об'єктно-орієнтованого моделювання – білого ящика. В них вважається відомо. Деяка або вся інформація про зв'язки входи-виходи.

Залежні змінні (відгуки).

Повинні задовольняти наступним вимогам

1. Мати фізичну сутність і достатньо повно з точки зору поставленої прикладної мети характеризувати процес.
2. Бути відтворюваними, тобто при повторенні експериментів в номінально однакових умовах результати повинні співпадати з точністю до випадкової помилки.
3. Кожному набору вхідних змінних повинно відповідати одне (з точністю до випадкової помилки) значення відгуку.
4. Повинна вимірюватися не в номінальній шкалі (бажано).

Незалежні змінні (фактори) повинні відповідати наступним вимогам:

1. Бути керованими, тобто ми повинні мати можливість встановлювати необхідні їх значення;
2. не повинні залежати від інших змінних;
3. повинні бути детермінованими величинами;
4. повинні бути однозначні: одному значенню змінної (при інших однакових умовах) повинно відповідати одне (з точністю до випадкової помилки) значення відгуку;

- множина незалежних змінних повинна бути повна з точки зору прикладної мети дослідження. Тобто, вибраних факторів (можливо з урахуванням контрольованих некерованих) повинно бути достатньо для опису поведінки системи.

При наявності кількох відгуків множини незалежних змінних можуть співпадати не повністю. Це повинно бути відображено у відповідних описах.

Контрольовані некеровані змінні.

Враховуються в тому випадку, коли вони суттєво впливають на відгук. Якщо ми збираємося їх враховувати, то необхідна така ж інформація, як і для незалежних змінних.

Зафіксовані незалежні змінні.

До них відносяться ті змінні, які суттєво впливають на відгук, але в даному дослідженні змінюватись не будуть. Обов'язково потрібен їх перелік, опис і обґрунтування фіксації, виходячи з прикладної мети дослідження.

Результати етапу.

- Формулювання мети в термінах прикладної галузі.
- Перелік вимог до моделі, виходячи з прикладної мети дослідження.
- Формалізована мета побудови моделі.
- Список незалежних змінних. Для кожної залежної змінної повинні бути: найменування; умовне позначення; одиниці виміру; шкала вимірювання (з точки зору математичної статистики); якщо вимірюється опосередковано, то методика виміру/розрахунку; інформація про форму і особливостях області існування.
- Список залежних змінних (відгуків). Для кожної незалежної змінної необхідна наступна інформація: найменування; умовне позначення; одиниці виміру; шкала вимірювання (з точки зору математичної статистики); точність встановлення; очікуваний характер впливу на відгук.
- Якщо область існування незалежних факторів не є гіперкубом, тобто, якщо кожен з них не може в межах своєї окремої області визначення приймати будь яке значення незалежно від всіх інших, то необхідно детально описати сумісну область існування.
- Перелік зафіксованих незалежних змінних. Тобто, перелік тих незалежних змінних, які суттєво впливають на процес, але в даному дослідженні не будуть змінюватись. Необхідно обґрунтування такого рішення і зафіксовані значення цих змінних.
- Перелік контрольованих змінних. Це список тих змінних, які можливо суттєво впливають на процес, але якими неможливо керувати в експерименті. Їх можливо тільки виміряти. Для цих змінних має бути така ж інформація, як і для незалежних контрольованих (п. 5 даного переліку).

Контрольні питання.

1. Можлива мета побудови математичної моделі.
2. Вимоги до моделі, які не співпадають зі статистичними.
3. Види входів до кібернетичного «чорного ящика».
4. Вимоги до залежних змінних.
5. Вимоги до незалежних змінних.
6. Що таке зафіксовані незалежні змінні?
7. Що таке контрольовані незалежні змінні?

Список рекомендованої літератури

1. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистические методы в медико-биологических исследованиях с использованием Excel. –2 изд. перераб. и доп. – К.: 2001, Морион. – 408 с.
2. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. – К.: Морион, 2002. – 640 с.

3. Планування експериментів

Так как плохо спланированный опыт мало информативен, что нельзя исправить самой лучшей статистической техникой, то планирование эксперимента становится особо важным составным элементом статистики.

Л. Закс «Статистическое оценивание»

3.1. Обґрунтування вибору плану.

Планування експерименту – розділ математичної статистики, який займається формуванням оптимальних матриць експерименту. Планування експериментів забезпечує отримання максимуму надійної інформації при обмежених ресурсах. Це означає забезпечення:

- правильного визначення часткової структури рівняння регресії;
- стійкості коефіцієнтів регресії;
- оцінки коефіцієнтів регресії з максимальною точністю.

В теорії планування експеримент, який проводиться за спеціальною матрицею експерименту, яка відповідає певним критеріям оптимальності, називається **активним**, а у всіх інших випадках – **пасивним**, незалежно від того, що дослідник планував експеримент, користуючись якимись своїми міркуваннями. Єдиним виключенням є випадок **повного факторного експерименту** (ПФЕ), який є окремим видом багатofакторного регулярного плану і утворюється при повному переборі всіх варіантів комбінацій рівнів варіювання факторів.

Необхідність планування експерименту або формування вибірки признається для всіх статистичних методів. Це основний спосіб домогтися виконання передумов та допущень, що висуваються при розробці статистичних методів, без чого використання їх некоректно. Для більшості методів у наш час існує тільки набір певних рекомендацій та перевірок, наприклад, рандомізація. Найбільш розвинена теорія планування регресійних та дисперсійних експериментів, тому іноді вона подається як частина відповідно регресійного та дисперсійного аналізу.

В регресійному аналізі планування експериментів, як правило, використовується для моделей, лінійних відносно параметрів: модель \hat{y} має вигляд алгебраїчної суми довільних функцій (загальний вираз лінійний відносно невідомих параметрів b_i).

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^{k'} b_i f_i(x_1, x_2, \dots, x_{k'}),$$

де k' – загальна кількість ефектів (головних і взаємодій), введених в математичну модель.

Найбільш часто такими функціями виступають поліноми та тригонометричні функції (ряд Фур'є) для періодичних процесів, але, в загальному випадку, це можуть бути довільні (і різні в одному і тому ж виразі) функції. Є класи функцій, які можливо привести до лінійних, наприклад, логарифмуючи їх. Як правило, в наукових та інженерних дослідженнях використовуються моделі, лінійні відносно параметрів. Використання степеневих моделей не обґрунтовано з математичної точки зору. Це зв'язано з наступними причинами:

1. матриці для нелінійної регресії, як правило, погано обумовлені, що порушує ряд передумов регресійного аналізу та робить його використання некоректним;
2. складність інтерпретації для нелінійних відносно параметрів багатофакторних моделей;
3. за Швирковим В.В. у репрезентативній представительній представницькій вибірці зв'язок між змінними лінійний (змінні можуть бути довільними функціями), а будь-яка нелінійність викликана впливом неврахованих причин, тому використання нелінійного відносно параметрів регресійного аналізу теоретично не обґрунтовано.

Оптимальність плану розуміється з точки зору досягнення деякого критерію. Існує багато різновидів оптимальності і відповідно видів оптимальних планів. Найбільш широко використовуються D -оптимальні плани, що забезпечують мінімізацію розсіювання оцінок коефіцієнтів регресії. Класичні плани мали однакову кількість рівнів варіювання для всіх факторів і відповідно називалися планами 1-го, 2-го та іноді більш високих порядків (наприклад, 3^k , 4^k). Вершиною класичного планування експерименту стали багатофакторні регулярні плани, розроблені Бродським В.З. В цих планах кожен фактор може мати кількість рівнів варіювання, відмінну від інших. Таким чином, ці плани дозволяють будувати D -оптимальний план під конкретну задачу. Основним недоліком класичних планів експерименту є те, що вони є оптимальними тільки для певної структури рівняння регресії, яку необхідно знати ще до проведення експерименту та побудови плану. Якщо фактична структура буде відрізнятися від тієї, яку визначив дослідник до побудови плану, то план не буде оптимальним. У зв'язку з цим були створені робастні плани експерименту, які залишаються оптимальними чи близькими до оптимальних незалежно від того, яка буде структура рівняння регресії. Для робастних планів характерним є те, що точки плану розміщені рівномірно в багатофакторному просторі, а також мінімальна корельованість між собою будь-яких ефектів (як головних, так і взаємодій). В робастних планах головним є забезпечення найкращих умов для визначення структури рівняння регресії. Наслідком виконання цієї умови є забезпечення стійкості коефіцієнтів регресії та виконання ряду передумов регресійного аналізу. Місце робастних планів у загальній класифікації показано в табл. 3.1. Зараз існує три види робастних планів:

1. робастні плани експерименту на базі БФРП (рис. 3.1);
2. плани на основі псевдовипадкових чисел (ЛП_τ рівномірно розподілені послідовності, числа Холтона) (рис. 3.2);
3. плани узагальненої свастики (рис. 3.3).

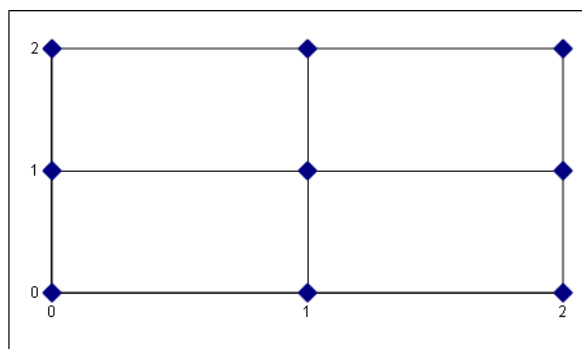


Рис. 3.1. Діаграма розсіяння для БФРП 3//9

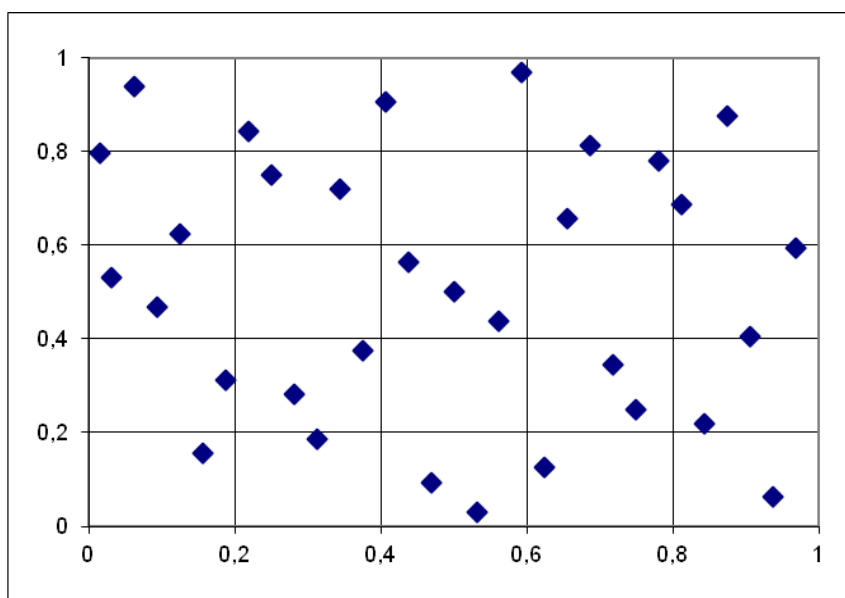


Рис. 3.2. Діаграма розсіяння для плану на основі ЛП_τ рівномірно розподілених послідовностей для 32 дослідів

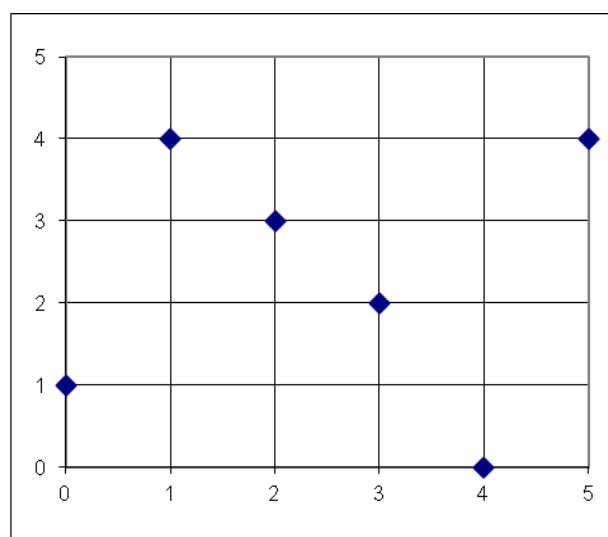


Рис 3.3. Діаграма розсіяння для плану “узагальненої свастики” –
2 фактори, 6 дослідів

Багатофакторні регулярні плани мають форму багатовимірної регулярної сітки (рис. 3.1), а плани на базі ЛП_т рівномірно розподілених послідовностей та плани “узагальненої свастики” – більш складну форму, що видно з рис. 3.2 та 3.3 відповідно.

Більш складна форма забезпечує:

- можливість більшої кількості рівнів при тій же кількості дослідів, що забезпечує побудову більш складної моделі;
- більшу стійкість до окремих порушень плану (не ті значення фактору чи відкидання деяких дослідів);
- більші можливості по дослідженню факторного простору;
- одночасно є планами по пошуку оптимальних умов;
- такий план забезпечує кращі умови для визначення структури рівняння.

Відгук – змінна, залежність якої від інших змінних досліджується. **Фактори**, або незалежні змінні, це ті змінні, вплив яких на відгук вивчається. Відгук є функцією факторів. Фактори – це аргументи відгуку. **Кількість рівнів варіювання** – це кількість різних значень, які приймає фактор в експерименті.

Повинно бути обґрунтування вибору виду плану. Зауважимо, що статистичні характеристики плану є вторинними для прийняття рішення, основним є умови проведення експерименту і наявність апіорної інформації про процес.

Таблиця 3.1. Місце робастних планів у загальній класифікації

Ідентифікація	Для оцінки коефіцієнтів регресії	<i>D</i> -оптимальність	Робастні (на основі багатofакторних регулярних планів) Робастні (на основі псевдовипадкових чисел)
		<i>A</i> -оптимальність	
		<i>E</i> -оптимальність	
		Мінімакс дисперсії оцінки коефіцієнтів	
		Мінімум суми відносних помилок оцінок	
		Ортогональність	
	Для оцінки поверхні відгуку	<i>G</i> -оптимальність	
		<i>Q</i> -оптимальність	
		<i>R</i> отабельність	
		Уніформність	
Специфікація		Дискримінуючі	
		Відсіюючі	
Оптимізація		Динамічні	
		Статичні	

3.2. Рівні варіювання

Потрібно розв'язати два взаємозалежних питання: кількість рівнів і значення цих рівнів.

Розв'язання цих питань залежить від очікуваного характеру впливу фактора на відгук, точності и складності підтримки рівнів.

Кількість рівнів вибирається з урахуванням апріорної інформації про характер залежності відгуку від даної змінної: при лінійній залежності достатньо двох, параболічній – трьох і т.д. При відсутності інформації число рівнів беруть з запасом (4–8).

З точки зору точності апроксимації при застосування ортогональних контрастів рівні краще розміщувати рівномірно. Разом з тим, якщо того вимагають умови проведення експерименту чи отримання інформації, вони можуть бути розміщені нерівномірно. При цьому тільки бажано не допускати ситуації, коли значення сусідніх рівнів відрізняються занадто сильно – в 8–10 разів. Це може привести до неприпустимих помилок при побудові ортогональних контрастів високих степенів.

Точність установки значень факторів повинна бути суттєво менше, ніж мінімальна різниця між значеннями сусідніх рівнів. Крім того, матриця незалежних змінних повинна бути детермінованою. У випадку, якщо значення незалежних змінних випадкові, то використовується

не регресійний, а конфлюентний аналіз.

Для швидкозмінних функцій мала кількість рівнів варіювання забезпечить адекватну апроксимацію тільки в точках апроксимації, але не між ними. Але, з другого боку, збільшення кількості факторів фізично обмежено можливою не тільки точністю установки, але й тим фактом, що збільшення кількості рівнів ускладнює експеримент і збільшує ймовірність помилок при його проведенні.

Все це означає, що вибір числа і значень рівнів варіювання вимагає деяких знань про природу процесу. При відсутності таких знань краще використовувати плани на основі псевдовипадкових чисел, які стійкі відносно до порушень деяких вихідних припущень і передумов регресійного аналізу.

Розглянемо послідовність вибору числа рівнів варіювання для різних видів робастних планів.

Робастні плани на базі псевдовипадкових чисел

В цьому плані кількість рівнів варіювання теоретично дорівнює числу експериментів, що на практиці, як правило, неможливо реалізувати.

Для кожної змінної виконуємо наступні дії:

1. Встановити максимально можливу кількість рівнів.
 - 1.1. З можливої точності встановлення значення факторів.
 - 1.2. Виходячи з складності і можливості проведення експерименту.
 - 1.3. Виходячи зі статистично значимої різниці між відгуками від сусідніх рівнів варіювання.
2. Вибрати мінімальне значення з отриманих на попередньому кроці.

Робастні плани на базі багатфакторних регулярних.

Для кожної змінної виконуємо наступні дії.

1. Якщо є надійна інформація про характер залежності відгуку від даного фактору, то встановлюємо число рівнів на одиницю більше степені поліному, достатнього для опису цієї залежності.
2. Якщо інформація відсутня, то число рівнів вибираємо з запасом до 5-6, якщо це дозволяють фізичні умови проведення експерименту.

Повторні дослід.

Відсутність повторних дослідів (при $n_1 = 1$) не дозволяє, по-перше, провести, відбракування викидів, по-друге, провести аналіз гетероскедастичності, по-третє, вирахувати дисперсію відтворюваності, і, нарешті, на відміну від середнього значення окремі результати є випадковими значеннями. Все це приводить до помилок як при формування структури моделі,

так і при оцінці коефіцієнтів.

3.3. Кількість експериментів

Проблема. *Економічні і технічні умови проведення досліджень вимагають мінімізації числа експериментів. Статистичні і обчислювальні – їх максимізації.*

Верхня межа числа експериментів визначається максимально можливими доступними ресурсами. Нижня залежить від очікуваної складності моделі, тобто максимально можливої кількості членів моделі.

Крім того, мала кількість експериментів при відносно великій кількості членів моделі збільшує закорельованість факторів і погіршує умови визначення структури і точність оцінки коефіцієнтів. З точки зору надійності визначення структури бажано збільшення числа експериментів.

Мета. *Визначити мінімальну кількість експериментів достатню для надійного визначення структури моделі.*

Часто використовувані в класичній теорії планування експерименту насичені плани (кількість головних ефектів дорівнює числу експериментів) в загальному випадку непридатні, за винятком планів повного експерименту.

Чим більше факторів – тим більше можливих регресорів. Теоретичне ідеальна кількість експериментів, яка рівна кількості всіх можливих регресорів (повний факторний експеримент) в більшості реальних випадків неможлива, так як кількість регресорів вимірюється п'яти і шестизначними числами.

Але, як відмічено Саттерзвайтом і Парето, кількість регресорів, достатня для опису реальної емпіричної залежності складає незначну частку від загальної кількості. Число дослідів $N_{\text{розр}}$ для плану експерименту для побудови моделі розраховується за наступною формулою:

$$N_{\text{розр}} = (1,5 \dots 2) \left(1 + \sum_{i=1}^k s_i \right),$$

де k – число незалежних змінних (факторів), s_i – степінь поліному, достатня для апроксимації залежності відгуку від даної окремої незалежної змінної.

Для малої кількості ефектів бажано верхнє значення, для великого можливе нижнє.

При використанні планів на базі псевдовипадкових чисел небезпеки вибору недостатньої кількості дослідів не існує, так як можлива добудова плану до потрібної кількості дослідів.

Послідовність дій при визначенні кількості експериментів.

1. Визначається очікувана складність моделі (число факторів, степені поліному).
2. Обчислюється кількість експериментів.

3. Визначаються необхідні ресурси.
4. Визначається можливість отримання цих ресурсів.
5. Якщо це неможливо, то перехід до формалізації.

Максимально необхідна кількість дослідів для проведення експериментальних досліджень визначається за формулою:

$$N_{\max} = N_{\text{розр}} n_1 + N_{\text{контр}} n_2 + P N_{\text{розр}}, \quad (2)$$

де $N_{\text{розр}}$ – необхідна кількість експериментів, розрахована за формулою (1); $N_{\text{контр}}$ – число контрольних експериментів; n_1, n_2 – кратність дублювання експериментів в навчальній (за якою будується модель) і контрольній (за якою модель перевіряється) вибірках відповідно; P – очікувана частка бракованих експериментів, які потрібно буде переробити.

Звичайно $n_1 = 2; 3, n_2 = 2, N_{\text{контр}} = 0,25N_{\text{розр}}, P = 0,1$. Ви можете прийняти $N_{\max} = N_{\text{розр}}$, але при цьому і взяти відповідальність за негативні наслідки такого кроку. Відсутність контрольних дослідів не дозволяє перевірити прогностичні властивості моделі. Про повторні досліди вже писалося раніше.

3.4. Результат формалізації.

Результати формалізації розділені на групи в залежності від того, на якому наступному етапі вони будуть використовуватись. Курсивом відмічені пункти, які можуть бути відсутніми.

Загальні результати формалізації.

- Опис незалежних змінних.
- Опис залежних змінних.
- *При обмеженнях на можливі комбінації незалежних змінних необхідно описати простір допустимих значень.*

Завдання для планування експерименту.

- Завдання для конструювання плану (вид плану і його опис).
- *Опис обмежень на факторний простір.*
- Таблиці для побудови робочої матриці.

Вимоги до умов проведення експерименту

- Фіксовані незалежні змінні.
- Контрольовані змінні.
- *Методики розрахунку і встановлення (якщо фактори не прямого вимірювання).*
- *Методики вимірювання чи визначення відгуку.*

Вимоги до моделі.

- Призначення моделі.

- Вимоги до моделі, виходячи з мети її побудови.

Розглянемо ці пункти детальніше.

Опис незалежних змінних.

Необхідна інформація: назва змінної, умовне позначення, одиниці виміру, шкала вимірювання, точність підтримки/встановлення, область зміни в експерименті.

Опис залежних змінних.

Для кожного виходу: найменування, умовне позначення, шкала вимірювання, точність вимірювання.

Завдання для планування

Вказується вид плану. Наприклад: робастний на базі псевдовипадкових чисел, число факторів і кількість експериментів.

Якщо вибрано класичний план, або робастний на базі багатфакторних регулярних планів, то завдання записується в наступному вигляді: $L_1^{k_1} L_2^{k_2} \dots L_j^{k_j} // N$. Тут L – число рівнів варіювання, k_j – кількість факторів (j) з відповідним числом рівнів варіювання (k), N – число експериментів.

Таблиці для побудови робочої матриці

Для плану на основі псевдовипадкових чисел можуть бути наступні варіанти.

Неперервна: інтервал зміни (мінімальне і максимальне значення).

Змінювана з кроком: інтервал зміни (мінімальне і максимальне значення) і крок зміни.

Приймає окремі значення: число рівнів, перелік значень рівнів.

Номинальна (нечислова): число рівнів, перелік назв рівнів.

Зафіксовані незалежні змінні.

Вся та інформація, що і для просто незалежної змінної, плюс значення, яке вона приймає в експерименті і обґрунтування.

Контрольовані змінні.

Вся та інформація, яка приводиться для незалежної змінної.

3.5. Конструювання плану експерименту.

Виконується формування плану експерименту відповідно до завдання, сформульованому в попередньому пункті.

Засоби.

Робастні плани на основі багатofакторних регулярних планів.

1. Можливо конструювати вручну, що рекомендується для реконструкторів, любителів ретро або глибокого пізнання, скориставшись відповідними книгами (Бродский В.З. Многофакторные регулярные планы.— М.: Изд-во МГУ, 1972.— 218 с.; Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. – К.: Морион, 2002. – 640 с.).
2. Скористатись програмним засобом DESFACT, робота з яким описана далі.

Робастні плани на основі псевдовипадкових ЛП- τ чисел.

4. Скористатись таблицею в книгах, що рекомендується для любителів ручної праці (Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. – К.: Морион, 2002. – 640 с.; Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистические методы в медико-биологических исследованиях с использованием Excel. –2 изд. перераб. и доп. – К.: 2001, Морион. – 408 с.).
1. Використовуючи програмний засіб ПРИАМ: Планування, Регресія І Аналіз Моделей (Лапач С.Н., Радченко С.Г., Бабич П.Н. Планирование, регрессия и анализ моделей ПРИАМ (ПРИАМ) / Каталог программные продукты Украины. – К.: 1993. – С. 24–27.).
2. Програмний засіб ПРИАМ-Ех (надбудова до Excel з можливостям близькими до ПРИАМ).

3.6. Побудова робочої матриці.

При побудові робочої матриці умовні (в плані) значення факторів замінюють на реальні, з якими буде виконуватися експеримент. Для планів, побудованих на основі багатofакторних регулярних, кожне умовне значення рівнів (0; 1; 2 тощо) замінюється на реальне їх значення. Для планів, створених на базі псевдовипадкових чисел, кожне значення розраховується за формулою

$$X_{iu} = X_{i \min} + \xi_{iu} (X_{i \max} - X_{i \min})$$

де X_{iu} – розраховане натуральне значення i -го фактору для u -го експерименту; $X_{i \min}$ – мінімальне значення i -го фактору; $X_{i \max}$ – максимальне значення i -го фактору; ξ_{iu} – кодоване (в інтервалі від 0 до 1) значення i -го фактору для u -го експерименту.

Якщо фактор дискретний або якісний, вибір кожного рівня для фактора зображується точками, які попали до наступних підінтервалів:

$$\left(\underbrace{0, 1/s_i}_{1}; \underbrace{1/s_i, 2/s_i}_{2}; \dots; \underbrace{s_i-1/s_i, 1}_{s_i} \right),$$

де s_i – кількість рівнів для i -го дискретного або якісного фактора.

Виконується заміна кодованих значень в плані експерименту на фактичні значення, за якими відбудеться експеримент.

Може бути виконана: вручну; використовуючи програмний засіб ПРІАМ; використовуючи програмний засіб ПРІАМ-Ех.

3.8. Виконання експериментальних досліджень

Среди всего другого ничто так не содействует победе как точное выполнение подаваемых сигналов.

Вегеций «Краткое изложение основ военного дела»

Наши выводы настолько достоверны, настолько хороши наши данные.

В.В. Швырков «Тайна традиционной статистики Запада»

Якість результатів та висновків при використанні статистичних методів, у тому числі і при плануванні експерименту, в великій мірі залежить від якості первинної інформації. Тому при проведенні експерименту необхідно виконувати всі вимоги теорії планування експериментів. Основні з них:

- Виключення систематичних помилок.
- Проведення експериментів у відповідності з планом і методикою.
- Проведення повторних дослідів в номінально однакових умовах. Вони необхідні для забезпечення якості математичної моделі. 1) Якщо немає повторних дослідів, результати можуть бути випадковою помилкою, виявити яку неможливо. Середнє кількох повторних дослідів вже не є випадковим. Зауважимо, що збільшення кількості повторних дослідів більше 3 не дає значного ефекту. 2) Повторні досліді дозволяють виявити аномальні спостереження, які можуть суттєво змінити математичну модель. 3) За допомогою повторних дослідів визначається дисперсія відтворюваності, яка використовується при формуванні структури рівняння регресії і оцінці якості моделі.
- Не можна використовувати в експерименті результати повторних вимірювань, а не повторних дослідів. Справа в тому, що при використанні повторних вимірів враховується тільки помилка вимірювання, котра є тільки частиною (звичайно незначною) помилки відтворюваності. Неправильне значення дисперсії відтворюваності може привести до помилок у визначенні структури моделі.
- При проведенні експериментів необхідно використовувати рандомізацію. Це означає, що досліді повинні виконуватися у випадковому порядку, що дозволяє зменшити систематичні помилки. Якщо порядок виконання дослідів не випадковий, в результаті

може бути порушення однієї з передумов регресійного аналізу – незалежність експериментів. Це зв'язано з тим, що при проведенні експериментів зручно зафіксувати всі незалежні змінні і змінювати при переході від досліду до досліду тільки одну, а не багато, як вимагає теорія планування експерименту. Така організація дослідів приводить до автокореляції (залежності між дослідями), заниженої дисперсії дослідів та появи систематичних помилок. В тих випадках, коли рандомізація неможлива в силу економічних, технічних, організаційних чи інших причин, необхідно прикласти всі зусилля для забезпечення незалежності спостережень. Як один із підходів можна рекомендувати “розладнання” обладнання чи процесу після кожного експерименту і встановлення необхідних значень незалежних змінних заново.

- В експерименті необхідно використовувати матеріали, обладнання, персонал тощо, які мають однорідні властивості. Повинні фіксуватися всі можливі причини внесення неоднорідності. Бажано розбивати план експерименту на ортогональні блоки.
- Якщо використання моделі носить відповідальний характер, а також при використанні даних пасивного експерименту і роботі з насиченими та наднасиченими планами (в яких кількість факторів дорівнює чи більше кількості експериментів) необхідно мати контрольну вибірку. Експерименти в контрольній вибірці не повинні співпадати (а область планування повинна співпадати) з експериментами в навчальній вибірці, за якою побудована модель.

Пасивний експеримент

...мало-помалу Мордона начал побирать черт, ибо стало ему проясняться, что вся эта вполне правдивая и во всех отношениях осмысленная информация ему совершенно не нужна, ведь она превращалась в ужасную смесь, от которой разламывалась голова и подгибались ноги.

С. Лем «Путешествие шестое, или как Трурль и Клапауций демона второго рода создали, дабы разбойника Мордона одолеть».

В теорії пізнання (як і в більшості природничих наук) розрізняють спостереження та експеримент. При цьому під експериментом розуміють таке пізнання, при якому дослідник може активно впливати на досліджуване явище чи процес. У теорії планування експерименту (ТПЕ) під експериментом розуміють будь-які дані, що необхідно обробляти з метою отримання математичної моделі. При цьому розрізняють пасивний та активний експеримент. **Активний експеримент** – це такий експеримент, матриця умов проведення якого сформована у відповідності з вимогами теорії планування експерименту. **Пасивний експеримент** – це

експеримент, матриця якого з точки зору ТПЕ не оптимальна. При цьому не має об'єктивного значення, що з точки зору дослідника план експерименту відповідає його уявленням про оптимальність. Єдиним виключенням з цього правила є план повного факторного експерименту, тобто план, в якому наявні всі варіанти поєднання рівнів факторів. До пасивного експерименту відносяться також і спостереження.

Пасивний експеримент за якістю початкового матеріалу суттєво гірше активного. Результати його складно обробляти, а якість отриманої моделі практично завжди невисока, особливо для показників інформативності, стійкості та прогностичних властивостей.

Особливо небезпечною є форма пасивного експерименту, яка, на жаль, досить поширена, коли результати експерименту і значення незалежних змінних знімаються безпосередньо з діючого в усталеному режимі функціонування технологічного процесу.

Спроба отримання моделі за такими даними буде невдалою, за виключенням ситуації, коли технологічний процес сильно розлагоджений.

Основною причиною невдачі буде той факт, що будь-який процес функціонує в деякій квазістаціонарній області, при цьому параметри керування процесом вибрані таким чином, щоб їх зміни в межах цієї області суттєво не впливали на результат. Тому при звичайному функціонуванні на відгук в основному впливають (з точки зору відхилення його від номінальних значень) випадкові фактори.

Крім того, оскільки значення незалежних змінних у такому випадку фактично є випадковими величинами, то для отримання моделі необхідно використовувати не регресійний, а конфлюентний аналіз, який складний і вимагає більше інформації.

Не робіть таких “досліджень”. Ви даремно втратите час і гроші!

Виключенням є такі дослідження, в яких активний експеримент неможливий в силу природи процесу, який досліджується. Це стосується в основному економічних, соціальних, екологічних, біологічних та інших подібних систем. При їх вивченні необхідно приділяти особливу увагу на формування вибірки. Виходити необхідно з мети дослідження.

При пасивному експерименті необхідно виконати наступні процедури:

1. Розділити всю вибірку на однорідні підвибірки.
2. Кожну однорідну підвибірку необхідно розділити на навчальну та контрольну.
3. В кожній однорідній підвибірці по навчальній підвибірці побудувати свою модель і перевірити її по контрольній.

Необхідність розподілу на однорідні вибірки викликано тим, що при розривній області експерименту (неоднорідній) адекватну і інформативну модель побудувати неможливо.

Бажано також намагатися відібрати дані так, щоб головні ефекти і взаємодії були як

можна менше корельовані один з одним. Це означає, що експериментальні точки повинні бути рівномірно розподілені по факторному простору. При невеликій кількості факторів це можна визначити візуально по діаграмам розсіювання.

Контрольні питання

1. Для чого необхідно планувати експеримент?
2. Чим відрізняється активний експеримент від пасивного?
3. Як визначається кількість рівнів варіювання для багатфакторних регулярних планів?
4. Як визначається кількість рівнів варіювання для планів на основі псевдовипадкових чисел?
5. Як визначається необхідна кількість експериментів?
6. Умовний опис багатфакторного регулярного плану.
7. Що таке робастний план експерименту?
8. Види робастних планів експерименту.
9. Які переваги мають робастні плани на основі псевдовипадкових чисел?
10. Недоліки робастних планів на основі псевдовипадкових чисел?
11. Що таке робоча матриця?
12. Що таке моделі, лінійні відносно параметрів?
13. Що є основним недоліком при використанні як експериментальних даних результатів спостережень за звичайним ходом технологічного процесу?
14. Чим відрізняється експеримент від спостереження?
15. Що таке активний і пасивний експеримент у теорії планування експерименту?
16. Чому не можна використовувати для моделювання результати спостережень за діючим технологічним процесом?
17. Що таке рандомізація і навіщо вона потрібна?
18. Вимоги ТПЕ до проведення експерименту?
19. Що необхідно робити при використанні даних пасивного експерименту?

Список рекомендованої літератури

1. Бродский В.З. Многофакторные регулярные планы.— М.: Изд-во МГУ, 1972.— 218 с.
2. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория планирования эксперимента —М.: Наука, 1987. — 320 с.
3. Лапач С.Н., Радченко С.Г., Бабич П.Н. Планирование, регрессия и анализ моделей PRIAM (ПРИАМ) / Каталог программные продукты Украины. — К.: 1993. — С. 24–27.
4. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистические методы в медико-биологических исследованиях с использованием Excel. —2 изд. перераб. и доп. — К.: 2001, Морион. — 408 с.

5. Лапач С.Н., Чубенко А.В., Бабич П.Н. Статистика в науке и бизнесе. – К.: Морион, 2002. – 640 с.
6. Лапач С.Н., Пасечник М.Ф., Чубенко А.В. Статистические методы в фармакологии и маркетинге фармацевтического рынка. – К.: 1999, ЗАТ “Укрспецмонтажпроект”. – 312 с.
7. Налимов В.В., Голикова Т.И. Логические основания планирования эксперимента. – М.: Металлургия, 1981. – 152 с.
8. Соболев И.М. Точки, равномерно заполняющие многомерный куб. – М.: Знание, 1985. – 32 с.
9. Соболев И.М., Статников Р.Б. Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. – М.: Наука, 1981. – 111 с.
10. Соболев И.М. Метод Монте-Карло – М.: Наука, 1978. – 64 с.

4. Попередній статистичний аналіз

4.1. Аналіз однорідності дисперсій

На цьому етапі розраховуються середні значення відгуку та дисперсії в кожному досліді. Потім, використовуючи критерій Кохрена, перевіряють однорідність дисперсій та розраховують дисперсію відтворюваності. Розрахунок критерію виконується за формулою

$$G^{\text{експ}} = \frac{s_{\max}^2}{\sum_{u=1}^N s_u^2}, \text{ де } s_{\max}^2 \text{ — максимальна із дисперсій; } s_u^2 \text{ — дисперсії, розраховані в кожному}$$

досліді по повторним (дублюючим) дослідом за формулою $s_u^2 = \frac{\sum_{l=1}^n (y_{ul} - \bar{y}_u)^2}{n-1}$, де n — кількість повторювань дослідів у номінально однакових умовах; $n_u = n = \text{const}$; \bar{y}_u — середнє значення відгуку в u -му досліді; y_{ul} — значення відгуку в u -му досліді при l -му повторенні.

Експериментальний результат порівнюється з критичним значенням, і якщо $G^{\text{експ}} < G_{\alpha; n-1; N}^{\text{крит}}$, то гіпотеза про однорідність приймається і дисперсія відтворюваності розраховується за формулою

$$s_{\text{відт}}^2 = \sum_{u=1}^N s_u^2 / N.$$

Число степенів вільності $\nu_{\text{відт}} = N(n-1)$.

Особливо цікавою є ситуація, коли перевірка по G -критерію показує, що дисперсії дослідів неоднорідні. Що в такому разі потрібно робити? Причиною неоднорідності дисперсій можуть бути або грубі помилки в результатах експерименту, так звані “викиди”, або закон розподілу помилки, який відрізняється від нормального. Для того щоб визначити, яка причина викликала в конкретному випадку неоднорідність дисперсій, необхідно проаналізувати значення відгуку в тому експерименті, в котрому дисперсія найбільша. Спеціаліст має прийняти рішення, чи є це “викидом”. Якщо це “викид”, то цей експеримент необхідно провести ще раз для отримання правильного результату.

Якщо це не “викид”, то закон розподілу помилки не є нормальним, або він є нормальним законом з так званими «важкими хвостами». Дуже часто така ситуація спостерігається при проведенні випробувань на міцність до зруйнування.

В цій ситуації ви можете продовжувати обробку як звичайно, але при цьому необхідно пам'ятати, що користуватися інтервальними оцінками (для коефіцієнтів, відгуків тощо)

некоректно¹⁾. Теоретично вважається необхідним корегування коефіцієнтів моделі, наприклад, використовуючи метод найменших модулів, але на практиці така необхідність виникає дуже рідко. Якщо отримана модель, що задовольняє поставленим задачам (наприклад, за описуючими та прогностичними властивостями), то необхідності в корегуванні немає.

4.2. Визначення рівня впливу «шуму»

Перед тим як почати роботу по побудові моделі, бажано визначити, чи можливо взагалі з цих даних виділити якусь закономірність. Це можливо формально визначити перевіряючи, чи належать до однієї генеральної сукупності дисперсія відносно загального середнього s^2 і дисперсія відтворюваності $s_{\text{відт}}^2$.

$$F^{\text{експ}} = \frac{s^2}{s_{\text{відт}}^2} > F_{\alpha; N-1; N(n-1)}^{\text{крит}}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \bar{y})^2}{N-1},$$

де \bar{y} — загальне середнє, тобто середнє всіх середніх по стовпцю початкових даних.

Якщо (3.4) не виконується, то із заданим рівнем значущості у ваших даних немає ніякої закономірності. Причини такої ситуації можуть бути наступні:

- рівень впливу некерованих та неконтрольованих факторів дуже високий і на фоні їх дії вплив керованих факторів (корисна інформація) не проявляється;
- неправильно вибрані керовані фактори (незалежні змінні);
- неправильно вибрані інтервали чи рівні варіювання незалежних змінних і вони внаслідок цього не впливають значимо на відгук, тобто в експеримент не включена частина факторів, які значимо впливають на відгук, або інтервал їх зміни занадто вузький (чи занадто широкий при двох рівнях варіювання).

В такій ситуації через об'єктивні причини отримати якісну модель скоріш за все неможливо. Тому необхідно старанно проаналізувати умови проведення експерименту та формалізацію, а потім провести нові дослідження в нових умовах, або прийняти отриманий результат для врахування факту відсутності статистично значимого зв'язку між незалежними змінними і відгуком для використання в наступних практичних дослідженнях.

¹⁾ В літературі можна зустріти рекомендації про логарифмування відгуку в таких ситуаціях. Дійсно, після цієї операції, дисперсії, як правило, стають однорідними. Але всі отримані оцінки будуть відноситись до логарифмованого відгуку, тоді як для початкового нічого не зміниться.

4.3. Визначення нерозривності факторного простору

Визначається за допомогою кластерного аналізу. Необхідно намагатись розбити факторний простір на кластери, використовуючи різні параметри кластерного аналізу. Якщо це вдається, то факторний простір розривний і якісну модель на цих даних побудувати не вдається. В такому випадку модель потрібно будувати в кожному окремому кластері. Це спрощується, якщо ви використовували план на основі псевдовипадкових чисел, багатфакторний регулярний, розбитий на частини, втрачає свої властивості ефективності.

4.4. Результати роботи

Протокол ПС ПРІАМ з виконання вищевказаних робіт має нижче приведений вигляд.

```

ПРОВЕРКА ОДНОРОДНОСТИ
Дисперсия воспроизводимости          4.03542
Среднеквадратическое отклонение       2.00883
Расчетное значение G-критерия           0.093237
Табличное значение G-критерия           0.188146
Для значимости      0.05000
При степенях свободы V1 =      32  ,V2 =      2
Данные однородны
ПРОВЕРКА УРОВНЯ ВЛИЯНИЯ НЕКОНТРОЛИРУЕМЫХ ФАКТОРОВ
Дисперсия относительно общего среднего  71.8399
Расчетное значение F-критерия           17.802349
Табличное значение F-критерия           1.630387
Для значимости      0.05000
При степенях свободы V1 =      31  ,V2 =      64
    
```

Результати роботи зведені в табл.4.1.

Таблиця 4.1. Попередній статистичний аналіз

Аналіз гетероскедастичності	Характеристика	Умовне позначення	Значення	
			Б _в	Е
	Дисперсія відтворюваності	$S_{відтвор}^2$	4,0354	2,0486
	Степені свободи	v_1	32	32
		v_2	2	1
	Розрахункове значення критерію Кохрена	$G_{ад}$	0,0932	0,1892
	Критичне значення для критерію Кохрена	G_{α, v_1, v_2}	0,1881	0,1881
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
	<i>Гіпотеза про гетероскедастичність</i>	висновок	відхиляється	приймається
Аналіз рівня «шуму»	Дисперсія відтворюваності	$S_{відтвор}^2$	4,0354	2,0486
	Дисперсія відносно загального середнього	S_{cp}^2	71,8399	39,403
	Степені свободи	v_1	31	31
		v_2	64	64
Розрахункове значення критерію Фішера	F	17,8023	19,2357	

	Критичне значення для критерію Фішера	F_{α, v_1, v_2}	1,6304	1,6304
	Рівень значущості	α	0,05	0,05
	<i>Гіпотеза про рівень шуму</i>	висновок	несуттєвий	несуттєвий
Аналіз нерозривності простору	Перевірка на розбиття на кластери	Гіпотетична кількість кластерів	2, 3, 4	2, 3, 4
	<i>Гіпотеза про нерозривність факторного простору</i>	висновок	приймається	приймається

Контрольні запитання

1. Що таке гетероскедастичність?
2. Чим загрожує високий рівень неконтрольованих факторів?
3. Як визначається наявність розривності факторного простору?
4. Як будуються регресійні моделі при розривному факторному просторі?
5. В яких випадках для перевірки наявності гетероскедастичності використовується критерій Кохрена?
6. Які можуть бути причини відкидання гіпотези про однорідність дисперсії при перевірці критерію Кохрена?

Список літератури

1. Радченко С.Г., Лапач С.М. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАРУШЕНИИ СПЛОШНОСТИ // Технічні науки та технології, 2017, №3(9), С.53–62.
2. С.Н. ЛАПАЧ, С.Г. РАДЧЕНКО РЕГРЕССИОННЫЙ АНАЛИЗ В УСЛОВИЯХ НЕОДНОРОДНОСТИ ФАКТОРНОГО ПРОСТРАНСТВА Математичні машини і системи, 2016, № 3. –С.55–63
3. С.М. Лапач Визначення оптимальної кількості кластерів / Математичні машини і системи, 2015, №3, С.53-56.
4. С.Н. Лапач, А.В. Чубенко, П.Н. Бабиц Статистические методы в медико-биологических исследованиях с использованием Excel –2 изд. перераб. и доп. –К.: 2001, Морион. – 408с.
5. С.Н. Лапач, А.В. Чубенко, П.Н. Бабиц Статистика в науке и бизнесе –К.: 2002, Морион. – 640с.

5. Перетворення даних і ідентифікація моделі

5.1. Перетворення даних

Побудові моделі передус є етап перетворення початкової матриці незалежних змінних.

Перетворення необхідні для:

- формування моделі, достатньо складної для адекватного опису досліджуваного процесу або явища (ортогональні контрасти і взаємодії);
- забезпечення стійкості структури і коефіцієнтів рівняння регресії (ортогональні контрасти та нормування);
- перетворення області експерименту складної форми до стандартного виду, врахування особливостей залежності відгуку від факторів (наприклад, логарифмування та інші спеціальні перетворення).

До стандартних перетворень відносять побудову ортогональних контрастів, нормування та побудову взаємодій.

Ортогональні контрасти є поліномами Чебишева першого, другого та вищих степенів від початкового стовпця змінної X_i . Степінь не може бути вище, ніж кількість рівнів варіювання змінної мінус одиниця. Всі новостворені стовпці фактора будуть ортогональні один до одного для цього фактора. Якщо ж не виконати перетворення до ортогональних контрастів, а будувати матрицю, де стовпцями будуть X_i, X_i^2, X_i^3 тощо, то вони будуть сильно корельовані. Більш того, це так звана матриця Гільберта, яка з ростом степеня швидко стає погано обумовленою, а потім і практично виродженою (зі степеня 6), незалежно від того, як вибрано початковий стовпець.

Ортогональність може бути порушена, якщо рівні варіювання змінної розміщені на числовій осі дуже нерівномірно — розрізняються на порядок і більше. В такому випадку між змінною X_i і відгуком існує логарифмічна залежність і необхідно виконати заміну $X'_i = \ln(X_i)$.

Поліноми Чебишева в загальному вигляді є поліноміальними функціями від рівнів варіювання початкових факторів:

$$f_{iu}^{(1)} = x_{iu} = a_{11i} (X_{iu} + a_{10i});$$

$$f_{iu}^{(2)} = z_{iu} = a_{22i} ((f_{iu}^{(1)})^2 + a_{21i} f_{iu}^{(1)} + a_{20i});$$

$$f_{iu}^{(3)} = g_{iu} = a_{33i} ((f_{iu}^{(1)})^3 + a_{32i} (f_{iu}^{(1)})^2 + a_{31i} f_{iu}^{(1)} + a_{30i})$$

і т. д.,

де i — номер фактору, $1 \leq i \leq k$; u — номер досліду, $1 \leq u \leq N$; X_{iu} — початкові значення рівнів варіювання.

Значення коефіцієнтів $a_{(i)}$ знаходяться з наступних умов

$$\sum_{u=1}^N f_{iu}^{(p)} = 0, \quad \sum_{u=1}^N f_{iu}^{(p)} f_{iu}^{(p')} = 0,$$

де $f_{iu}^{(p)}$ і $f_{iu}^{(p')}$ — ортогональні контрасти степенів p і p' для фактора X_i ; $1 \leq p < p' \leq s_i - 1$; s_i — кількість рівнів варіювання фактора X_i .

Підставляючи вирази для ортогональних контрастів у відповідні формули, ми отримуємо системи лінійних рівнянь, корені яких і будуть коефіцієнтами ортогональних поліномів Чебишева.

Для поліномів першого та другого порядку ці корені розраховуються за наступними формулами:

$$a_{10i} = -\frac{\sum_{u=1}^N X_{iu}}{N}, \quad a_{20i} = -\frac{\sum_{u=1}^N (f_{iu}^{(1)})^2}{N}, \quad a_{21i} = -\frac{\sum_{u=1}^N (f_{iu}^{(1)})^3}{\sum_{u=1}^N (f_{iu}^{(1)})^2}, \quad (3.10)$$

де a_{11i} , a_{22i} , a_{33i} встановлюються таким чином, щоб розраховані значення поліномів Чебишева змінювалися в інтервалі $(-1, 1)$.

Але для того, щоб забезпечити добру обумовленість, однієї ортогональності недостатньо. Якщо значення змінних сильно відрізняються одне від одного, то це може приводити до помилок у зв'язку з погіршенням обумовленості матриці та накопиченню похибки при обчислювальних процедурах. Нормування пропонується виконувати так, щоб суми квадратів по стовпцям були однакові

$$\sum_{u=1}^N (f_{iu}^{(p)})^2 = N, \quad \forall p \text{ и } \forall i \in (1, k).$$

Коефіцієнт нормування буде такий: $k_i^{(p)} = \sqrt{N / \sum_{u=1}^N [f_{iu}^{(p)}]^2}$.

Третьою стандартною операцією є побудова взаємодій. Не треба плутати взаємодії зі взаємовпливом. Взаємовплив — це вплив одного фактора на інший, а взаємодія — сумісний (мультиплікативний) вплив кількох факторів на відгук. Результатом взаємодії є така поведінка відгуку, яка не може бути пояснена простим складанням дії факторів (адитивний вплив).

Взаємодії будують почленим перемноженням відповідних стовпців ефектів. ПРИАМ дозволяє автоматично будувати будь-які типи взаємодій. Звичайно достатньо подвійних взаємодій, оскільки вважається, що чим складніша взаємодія, тим менше ймовірність її впливу на відгук. Але можуть бути процеси, де складні взаємодії фізично присутні і їх необхідно будувати і аналізувати. Для повного факторного експерименту необхідно будувати всі можливі види взаємодій, тобто в матриці повинні бути взаємодії від подвійних до таких, що отримані перемноженням k' стовпців ортогональних контрастів головних ефектів різних факторів. Для матриці ПФЕ при невиконанні цієї умови можлива невдача при побудові інформативної і адекватної моделі.

Крім вказаних вище загальних перетворень досить часто зустрічаються перетворення, які пов'язані з особливостями конкретної задачі. Такі перетворення необхідно виконати до описаних вище стандартних перетворень. Найбільш часто зустрічаються наступні перетворення.

1. Перетворення для приведення довільної області планування експерименту до стандартного виду²⁾.
2. Логарифмування окремої змінної X_i . Таке перетворення виконується в тому випадку, коли інтервал варіювання змінної дуже великий (найбільше значення більш ніж у 10 разів більше найменшого). Такий інтервал, як правило, свідчить про логарифмічну залежність відгуку від X_i .
3. Перетворення для забезпечення асимптотичної залежності відгуку від незалежної змінної $X'_i = 1/X_i$.

5.2. Ідентифікація моделі

Розрахунок коефіцієнтів математичної моделі базується на використанні методу найменших квадратів (МНК). Коефіцієнти знаходять, мінімізуючи функціонал Q . Для отриманої таким чином математичної моделі сума квадратів відхилень розрахованих за моделлю значень відгуку від експериментальних буде мінімальна, тобто

$$Q = \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2 \rightarrow \min$$

Якщо задати в явному вигляді вид моделі, то взявши часткові похідні від приведенного функціоналу по невідомим параметрам і прирівнявши їх до нуля, отримаємо систему лінійних

²⁾ Більш детально див. у книзі “Радченко С.Г. Устойчивые методы оценивания статистических моделей. Монография. – К.: ПП «Санспарель», 2005. – 504 с.”

рівнянь, коренями якої i є коефіцієнти моделі.

Із сукупності рівнянь виду $\frac{\partial Q}{\partial b_i} = 0$, підставивши замість y_u значення виразу для y ,

отримаємо систему рівнянь наступного виду (в матричній формі запису):

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{B} = \mathbf{X}^T \mathbf{Y},$$

де \mathbf{B} — вектор невідомих коефіцієнтів регресії; \mathbf{Y} — вектор результатів експериментів (значень відгуку); \mathbf{X} — умови експерименту (значення незалежних змінних); T — знак транспонування матриці. Для знаходження коренів звичайно використовують метод Гауса з ведучим елементом.

До недоліків МНК відноситься нестійкість його до викидів — при наявності їх модель занадто “перетягується” до цих спостережень i , таким чином, спотворюється. Відмітимо, що оцінки по МНК співпадають з оцінками по максимуму правдоподібності тільки у випадку нормального розподілу похибок. У всіх інших випадках необхідне корегування або використання інших методів. Тому в тих випадках, коли передбачається можливість викидів, використовується метод найменших модулів (МНМ), в якому мінімізується функціонал

$$Q = \sum_{u=1}^N | \bar{y}_u - \hat{y}_u | \rightarrow \min.$$

У випадку ортогональної матриці система розпадається на окремі рівняння, незалежні одне від одного, і коефіцієнти регресії знаходяться за формулою

$$b_i = \frac{\sum_{u=1}^N (X_{iu} - \bar{X}_i)(y_u - \bar{y})}{\sum_{u=1}^N (X_{iu} - \bar{X}_i)^2}.$$

Індивідуальні довірчі інтервали для коефіцієнтів регресії визначається за формулою

$$b_i \pm t_{\alpha, v_{\text{вдт}}} s_{\text{вдт}} \sqrt{c_{ii}} / \sqrt{n},$$

де $s_{\text{вдт}}$ — середнє квадратичне відхилення (корінь квадратний з дисперсії відтворюваності), c_{ii} — діагональний елемент матриці дисперсій-коваріацій, тобто матриці $(\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1}$, яка утворюється в процесі розв’язання системи рівнянь, $t_{\alpha, v_{\text{вдт}}}$ — критичне значення критерію Стюдента з рівнем значущості α і $v_{\text{вдт}}$ степенями свободи. При цьому $v_{\text{вдт}} = N(n-1)$ для випадку, коли в кожному експерименті n повторів, і $v_{\text{вдт}} = n_{\text{о.д}} - 1$, коли дисперсія відтворюваності обчислюється за $n_{\text{о.д}}$ окремими дослідями.

Для більш точного визначення положення вектора істинних значень коефіцієнтів регресії

використовують спільну довірчу область або інтервали Бонфероні. Довірчі інтервали можна розраховувати тільки в тому випадку, коли похибка розподілена за нормальним законом. В практичній діяльності аналіз довірчих інтервалів майже ніколи не виконують (крім однофакторної регресії!). Це зв'язано з тим, що коли модель має задовільні характеристики по опису досліджуваного процесу, то інші її характеристики вважають менш значимими.

Слід пам'ятати, що величина коефіцієнта регресії може слугувати характеристикою його значущості відносно інших коефіцієнтів тільки у випадку ортонормованої матриці. При наявності мультиколінеарності необхідно правильно визначити структуру рівняння регресії, оскільки в такому випадку величина коефіцієнта буде залежати від послідовності включення регресорів у модель. Знак коефіцієнту регресії однозначно вказує на напрямок впливу ефекту натуральної змінної тільки для лінійних ефектів. У всіх інших випадках необхідно аналізувати цю залежність, наприклад, за допомогою графіків часткових рівнянь регресії.

Звичайно для перевірки значущості коефіцієнта регресії використовують значення t -критерію, частку участі, значення F -критерію для включення ефектів та деякі інші показники.

При використанні критерію Стьюдента розраховується

$$t = \frac{b_i \sqrt{n}}{s_{\text{відт}} \sqrt{c_{ii}}}$$

Якщо $t > t_{\alpha, \nu_{\text{відт}}}$, то коефіцієнт значимий, інакше – ні. Строго кажучи, обґрунтоване використання цього критерію можливе у випадку повного факторного експерименту, коли всі стовпці матриці ортогональні. У випадках, коли стовпці ефектів корельовані, t не дає правильного уявлення про значущість коефіцієнта.

Частка участі – показник, який розраховується як відношення суми квадратів, що пояснюється даним регресором, до загальної суми квадратів.

Іноді обчислюють β -коефіцієнт: $\beta_i = b_i (s_{x_i} / s_y)$. Він показує наскільки змінюється значення відгуку при змінюванні значення даного регресора на величину його середньоквадратичної похибки.

Потрібно мати на увазі, що вказані показники (коефіцієнт кореляції, частка участі, значення t , значення F для включення тощо) узгоджуються між собою тільки у випадку повної ортогональності матриці, за якою обчислюють коефіцієнти регресії. У всіх інших випадках вони можуть суперечити один одному. Така ситуація може слугувати непрямом ознакою неправильного визначення структури рівняння регресії.

Вказані показники можуть також входити в протиріччя з іншими — адекватності та інформативності. Причому таке протиріччя може мати місце навіть у повному факторному

експерименті. Наприклад, включення нових, формально значимих членів у модель, веде до зниження її інформативності. Або модель вже адекватна, але є ще формально значимі регресори, які в неї не ввійшли.

6. Аналіз якості моделі

*Satius est bene ignorare, quam male didicisse*³⁾

Вы же знаете этих непосвященных, которые с трудом различают крупную дипломатическую победу и тяжкое дипломатическое поражение.

Кейт Лаумер «Мирный посредник»

6.1. Загальні поняття

Для прийняття рішення про межі використання побудованої моделі необхідно провести аналіз її властивостей. Із вищевказаного випливає, що оцінка якості моделі по одній чи двох характеристиках недостатня. Необхідна комплексна оцінка, яка дозволяє оцінити статистичні та споживацькі властивості моделі в повному обсязі. Основними показниками якості моделі є:

1. Інформативність.
2. Адекватність.
3. Стійкість (коефіцієнтів регресії та структури моделі).
4. Описуючі властивості моделі.
5. Прогностичні властивості моделі.
6. Відображення структури зв'язків між факторами та відгуком.

Обов'язково необхідно перевіряти інформативність, адекватність та стійкість. Бажано також аналізувати прогностичні властивості моделі.

В табл. 5.1 наведено розрахункові формули та назви дисперсій, які в подальшому використовуються при аналізі якості моделі.

Таблиця 5.1. Дисперсії, що використовуються в регресійному аналізі

Назва дисперсії	Формула для розрахунку
Дисперсія відтворюваності $s^2_{\text{відт}}$ ⁴⁾	$\frac{\sum_{u=1}^N \sum_{l=1}^n (y_{ul} - \bar{y}_u)^2}{N(n-1)}$

³⁾ Краще зовсім нічого не знати, ніж знати погано.

⁴⁾ Вперше зустрічається в підрозділі “Аналіз однорідності дисперсій”.

Залишкова дисперсія $s^2_{\text{зал}}$	$n \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2 / (N - k')$
Загальна дисперсія (дисперсія відносно загального середнього) s^2	$\sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \bar{y})^2 / (N - 1)$
Дисперсія, що пояснюється моделлю, s^2_R	$\sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - \bar{y})^2 / (k' - 1)$

де N – кількість експериментів; k' – кількість коефіцієнтів моделі; n – кількість дублюючих дослідів у кожному експерименті; $n_u = n = \text{const}$; y_{ul} – значення відгуку в u -му експерименті при l -му дублі; \bar{y}_u – середнє значення по дублюючим дослідом в u -му експерименті; \hat{y}_u – значення відгуку, розраховане для u -го експерименту за моделлю; \bar{y} — загальне середнє.

6.2. Інформативність

Найбільш часто оцінкою інформативності слугує величина множинного коефіцієнта кореляції R (коефіцієнт кореляції між експериментальним значенням відгуку та значенням відгуку, розрахованим по моделі). Чим ближче він до одиниці, тим інформативність моделі вище. Величина R^2 показує частку загальної суми квадратів, що пояснюється моделлю

$$R^2 = Q_R / Q_{\text{заг}}, \quad (3.18)$$

$$\text{де } Q_R = \sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - \bar{y})^2; \quad Q_{\text{заг}} = \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \bar{y})^2.$$

Значення R повинно бути якнайближче до одиниці. Це тільки необхідна, але не достатня умова. Необхідно перевірити значущість коефіцієнта множинної кореляції за критерієм Фішера

$$F_{v_{k'}; v_{\text{зал}}}^{\text{експ}} = (SS_{k'} / v_{k'}) / (SS_{\text{зал}} / v_{\text{зал}}) = s_{k'}^2 / s_{\text{зал}}^2, \quad (3.19)$$

де $SS_{k'}$, $SS_{\text{зал}}$ — суми квадратів відхилень: пов'язані з k' коефіцієнтами моделі та залишкова; $v_{k'}$, $v_{\text{зал}}$ — числа степенів вільності для $SS_{k'}$ и $SS_{\text{зал}}$;

$$SS_{k'} = \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \bar{y})^2 - \sum_{u=1}^N (\bar{y}_u - \hat{y}_u)^2,$$

$$SS_{\text{зал}} = \sum_{u=1}^N \sum_{l=1}^n (y_{ul} - \hat{y}_u)^2,$$

$$v_{k'} = k' - 1,$$

$$v_{\text{зал}} = Nn - k'.$$

Якщо $F_{v_{k'}; v_{\text{зал}}}^{\text{експ}} > F_{\alpha; v_{k'}; v_{\text{зал}}}^{\text{крит}}$ з заданим рівнем значущості, то модель інформативна, інакше – ні.

Така перевірка є якісною (типу “так” або “ні”). Для того щоб оцінити рівень інформативності кількісно, необхідно скористатися критерієм Бокса-Веца. Для якісної моделі необхідно, щоб значення параметра γ критерію Бокса-Веца було не нижче ніж 2...3. Величина γ визначається як мінімальне ціле число, яке відповідає наступній нерівності:

$$F_{v_{k'}; v_{\text{зал}}}^{\text{експ}} > (1 + \gamma^2) F_{\alpha; v_0; v_{\text{зал}}}^{\text{крит}}, \quad (3.20)$$

де $v_0 = v_R(1 + \gamma)^2 / (1 + 2\gamma^2)$; $v_R = k' - 1$, $v_{\text{зал}} = N - k'$.

При неможливості точно визначити γ по цій формулі, пам'ятайте, що значенню $\gamma = 3$ відповідає ситуація, коли $F^{\text{експ}} \geq 10F^{\text{крит}}$.

6.3. Адекватність

В математичному моделюванні під адекватністю розуміється відповідність моделі об'єкту, який вона описує, по сукупності певних умов. В регресійному аналізі у вузькому значенні перевірка адекватності зводиться до перевірки за критерієм Фішера належності дисперсії відтворюваності та залишкової дисперсії до однієї генеральної сукупності. При позитивній відповіді ($F^{\text{експ}} < F^{\text{крит}}$) різниця дисперсій статистично незначима і модель вважається адекватною.

Ця перевірка є формальною, тому кінцеве рішення об адекватності моделі необхідно приймати, виходячи з придатності моделі для практичного використання по всій сукупності показників. Можлива така ситуація, що модель формально неадекватна, але практично вона задовольняє дослідника (адекватно описує процес): структура зв'язків, точність опису та прогнозування тощо.

При наявності дублюючих дослідів адекватність перевіряється за критерієм Фішера. Якщо

$$F^{\text{експ}} = s_{\text{зал}}^2 / s_{\text{відт}}^2 < F_{\alpha; N-k'; N(n-1)}^{\text{крит}},$$

то модель вважається адекватною, в протилежному випадку – ні.

В тому випадку, коли повторні досліді відсутні, модель вважається адекватною, якщо виконується умова⁵⁾:

⁵⁾ Иванов Г.А. Турбин А.Ф. Статистические методы восстановления истинной зависимости по экспериментальным данным.— К.: Знание.— 1986.— 22 с.

$$s^2 / s_{\text{зал}}^2 > (N-k') / (N-1) (1+(k'-1)(N-k')) F_{\alpha; k'-1; N-k'}^{\text{крит}}$$

Потрібно мати на увазі, що ця формула не може дати інформацію для прийняття рішення про припинення включення регресорів у модель і її адекватності. Бажано провести смисловий аналіз і, можливо, виконати наступні дії.

1. Проаналізувати діаграму впливу регресорів.
2. Проаналізувати характер зміни значень $s_{\text{зал}}^2$ від включення нових членів у модель. Якщо залишкова дисперсія починає збільшуватися, то введення нових членів необхідно припинити.
3. Проаналізувати динаміку зміни $F_R (F_{v_{k'}; v_{\text{зал}}}^{\text{експ}})$ при включенні нових членів і зупинитися на моделі з його максимальним значенням.

Після того як модель стала адекватною за F -критерієм, не слід у неї включати додаткові коефіцієнти, оскільки вони не мають ніякого смислового значення і це приводить до зниження або навіть втрати інформативності (зменшується F_R). Результати експерименту і розраховані за адекватною моделлю значення розрізнити статистично неможливо.

Експериментальне значення F -критерію $F_{v_1; v_2}^{\text{експ}}$ завжди повинно бути більше одиниці, тобто це відношення більшої дисперсії до меншої. В тому випадку, якщо воно виявилось менше одиниці, його необхідно перерахувати, взявши більшу дисперсію в чисельник, а меншу в знаменник. При цьому потрібно не забувати, що для критичного значення F -критерію числа степенів вільності v_1 і v_2 поміняються місцями і само значення буде іншим.

6.4. Стійкість

Чим більше рахуєш, тим більше заплутуєшся.

Тамільська приказка

Краще ніякої поради, ніж погана.

Норвезька приказка

В регресійному аналізі стійкість має два значення:

- 1) стійкість структури рівняння регресії;
- 2) стійкість оцінок коефіцієнтів регресії.

Як перша, так і друга стійкість залежать від властивостей матриці експерименту та алгоритмів, за якими отримується структура та коефіцієнти моделі. Безпосередньо стійкість структури моделі в ПЗ ПРИАМ не перевіряється, оскільки це вимагає проведення обчислювального експерименту, який вимагає ресурсів на порядок більше, ніж сама побудова

моделі. Разом з тим виконується розрахунок ряду параметрів, які дозволяють з певністю робити висновки про стійкість структури та коефіцієнтів.

При аналізі стійкості розглядаються таблиці мультиколінеарності і число обумовленості cond . Таблиця мультиколінеарності складається з наступних стовпців: імена регресорів, що увійшли в модель; максимальний по абсолютній величині коефіцієнт парної кореляції, який даний регресор (його стовпець) має з іншими регресорами, що складають модель; ім'я цього регресора; коефіцієнт кореляції з відгуком. Ця таблиця дозволяє проаналізувати стійкість структури рівняння регресії.

Багато, щоб виконувалися наступні умови:

- максимальний коефіцієнт парної кореляції між регресорами не повинен перевищувати за абсолютним значенням $0,3 \dots 0,4$;
- коефіцієнт парної кореляції регресора з відгуком по абсолютній величині повинен бути суттєво більший, ніж максимальний коефіцієнт кореляції з іншим регресором.

При виконанні цих умов можна бути впевненим у стійкості структури рівняння регресії. Якщо друга умова не виконується тільки для окремих регресорів, то виникає сумнів про правильність входження їх в модель.

Розглянемо як приклад табл. 5.2. З неї добре видно, що регресор x_8 має коефіцієнт кореляції з регресором x_2 за абсолютною величиною більший, ніж його коефіцієнт кореляції з відгуком (0,41 проти 0,23). В цій ситуації необхідність введення його в модель сумнівна.

Таблиця 6.2. Форма таблиці аналізу мультиколінеарності

Ім'я регресора	Максимальний коефіцієнт кореляції з іншим регресором	Ім'я регресора, з яким досягнутий максимальний коефіцієнт кореляції	Коефіцієнт кореляції з відгуком
x_3	0	з усіма	0,79
x_2	0,41	x_8	0,65
x_1	0,12	x_3	0,38
x_8	0,41	x_2	0,23

Стійкість оцінок коефіцієнтів регресії визначається за числом обумовленості cond . Ідеальне значення cond дорівнює 1. Це число показує в скільки разів може збільшитись відносна похибка в значеннях обчислених коефіцієнтів регресії в залежності від вхідної відносно похибки результатів експериментів.

6.5. Описуючі та прогностичні властивості

Статистичною перевіркою описуючих та прогностичних властивостей є перевірка адекватності моделі на навчальній та контрольній вибірках відповідно.

Звичайно адекватність моделі оцінюється по навчальній вибірці. Багато все-таки розраховувати залишкову дисперсію по контрольній вибірці, тобто набору дослідів, жоден з

яких не співпадає з навчаючою, але значення всіх змінних в якій знаходяться всередині інтервалів, визначених навчаючою вибіркою. Таку дисперсію називають незміщеною оцінкою залишкової дисперсії. Далі перевірка аналогічно описаному вище (якщо контрольна вибірка має дублювання дослідів, то і дисперсію відтворюваності оцінюють по контрольній)⁶⁾. Якщо перевірка підтверджує адекватність моделі, то це означає, що вона має хороші як описуючі, так і прогностичні властивості⁷⁾.

В практичній діяльності ці властивості часто оцінюють за середнім або максимальним процентом відхилення розрахованих за моделлю і експериментальних значень (не статистичні критерії). Для цього аналізують таблицю залишків. Необхідно пам'ятати, що для хорошої моделі всі показники якості за навчаючою та контрольною вибірками (описуючі та прогнозуючі властивості відповідно) близькі. Якщо ж прогностичні властивості значно гірші, ніж описуючі, то це свідчить про помилкову структуру моделі. Найбільш часто це включення в модель зайвих членів, особливо високих порядків. Ці “баластні” ефекти можливо визначити по діаграмі сили впливу ефектів. Для того, щоб вони не входили в модель, необхідно підвищити поріг для включення регресорів у модель: для ПФЕ змінити рівень значущості, а для інших алгоритмів – збільшити критичну частку участі.

Необхідно мати на увазі, що описуючі і прогнозуючі властивості знаходяться між собою в складному взаємозв'язку. При правильному підборі членів моделі, тобто якщо модель відповідає “дійсній” структурі, спочатку відбувається покращення як описуючих, так і прогнозуючих властивостей. Починаючи з деякого моменту подальше покращання описуючих властивостей за рахунок введення в модель нових членів приводить до погіршення прогнозуючих, що свідчить або про необхідність припинити ускладнення моделі, або є сигналом про неправильні критерії відбору регресорів. Бувають ситуації, коли ці властивості узгоджуються між собою тільки для найпростішої моделі, яка не відповідає потребам практичного використання, тобто вона не “однаково добре”, а “однаково погано” описує і прогнозує. Будь-яке ускладнення цієї моделі приводять до погіршення прогнозуючих властивостей. Причиною цього може бути:

- неправильний вибір загальної структури моделі (тобто виду апроксимуючих функцій – поліноми, тригонометричні, логарифмічні, експоненціальні тощо);
- простір експерименту не є неперервним (зміна значень якогось фактору приводить не до кількісних, а до якісних змін);
- при формалізації задачі до складу факторів не введені фактори, які значимо впливають на процес;

⁶⁾ Не забудьте, що кількість степенів вільності повинна відповідати контрольній вибірці.

⁷⁾ Необхідно мати на увазі, що прогнозування за моделлю зі вказаними обмеженнями є, власне кажучи, інтерполяцією, а не екстраполяцією.

- вибрані фактори не є справжніми, вони – відображення (проекція) невідомих нам факторів (наприклад, замість справжніх факторів вивчають залежність від часу).

6.6. Аналіз структури зв'язків

Аналіз структури зв'язків дозволяє отримати графічну ілюстрацію розподілу сили впливу регресора на відгук. Сила впливу визначається як частка участі регресора, яка розраховується як відношення суми квадратів, яку пояснює даний регресор, до загальної суми квадратів. Крім ілюстрації, по діаграмі можливий аналіз структури та її уточнення. Для цього зручно вибрати спосіб відображення як стовпчикову діаграму. При нормальних обставинах сила впливу ефектів зменшується за експоненціальною залежністю (рис. 6.1). Якщо в діаграмі є явні відхилення від монотонного зменшення – це свідчить про помилки в структурі моделі.

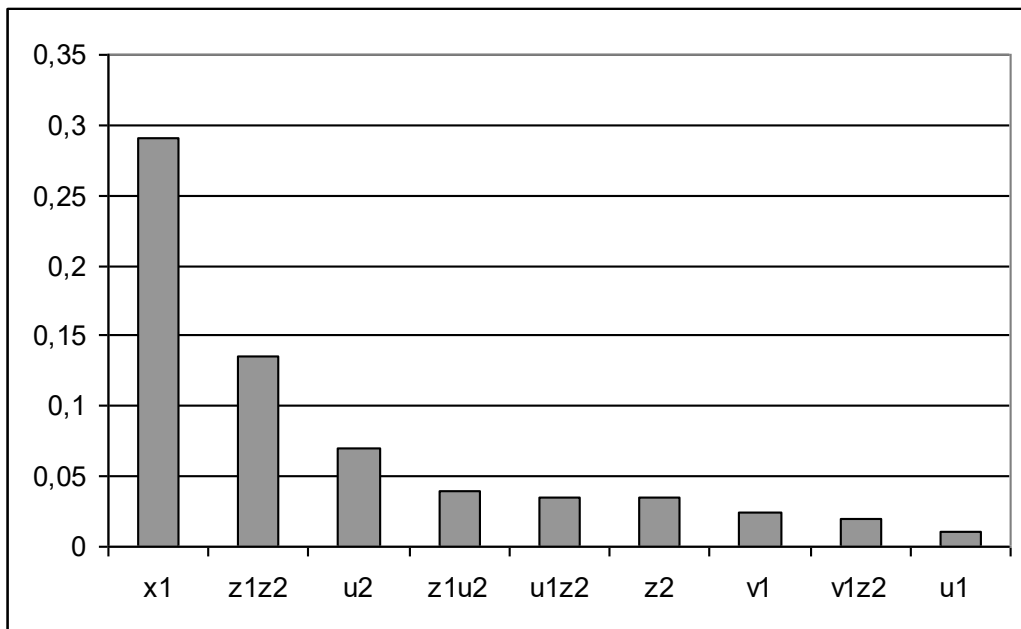


Рис. 6.1 Вигляд діаграми аналізу сили впливу ефектів

Наявність стрибка – “уступу” – в діаграмі скоріше всього свідчить про те, що регресори, які знаходяться за “уступом”, статистично незначущі і включати їх в модель не слід (якщо “уступ” у хвості діаграми) (рис. 6.2). Таке рішення приймають тільки в тому випадку, якщо у вас немає достовірної оцінки дисперсії відтворюваності, отриманої за експериментальними даними. В такому випадку ефекти, починаючи з u1z2 (рис. 6.2), відносяться до випадкової складової і не включаються в модель.

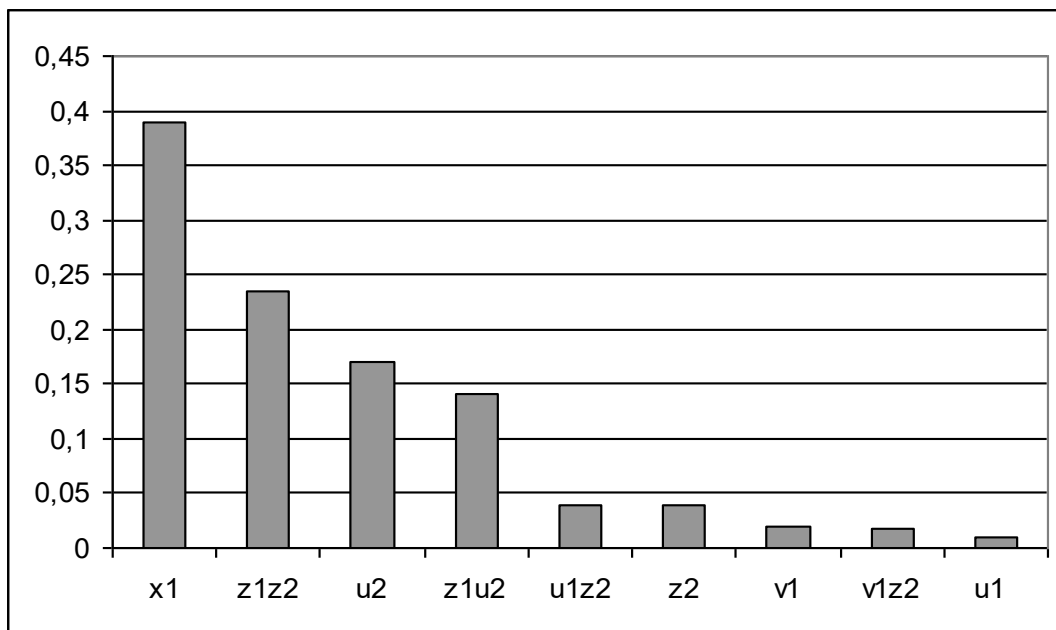


Рис. 6.2. Діаграма сили впливу ефектів з “уступом”

Ситуація, яка відтворена на рис. 6.3 (відсутність монотонного спадання), свідчить про наявність помилок у сформованій структурі моделі. Звичайно це зв'язано з корельованістю регресорів. У такій ситуації різні критерії відбору ефектів суперечать одне одному і ефект, що сильно впливає з точки зору одного критерію, може бути незначущим за іншим. Крім того, при корельорованій матриці значення коефіцієнтів регресії і всіх їх характеристик залежать від порядку введення регресорів у модель. Якщо структура моделі визначена правильно, ситуації, зображеної на рис. 3.3, не повинно бути.

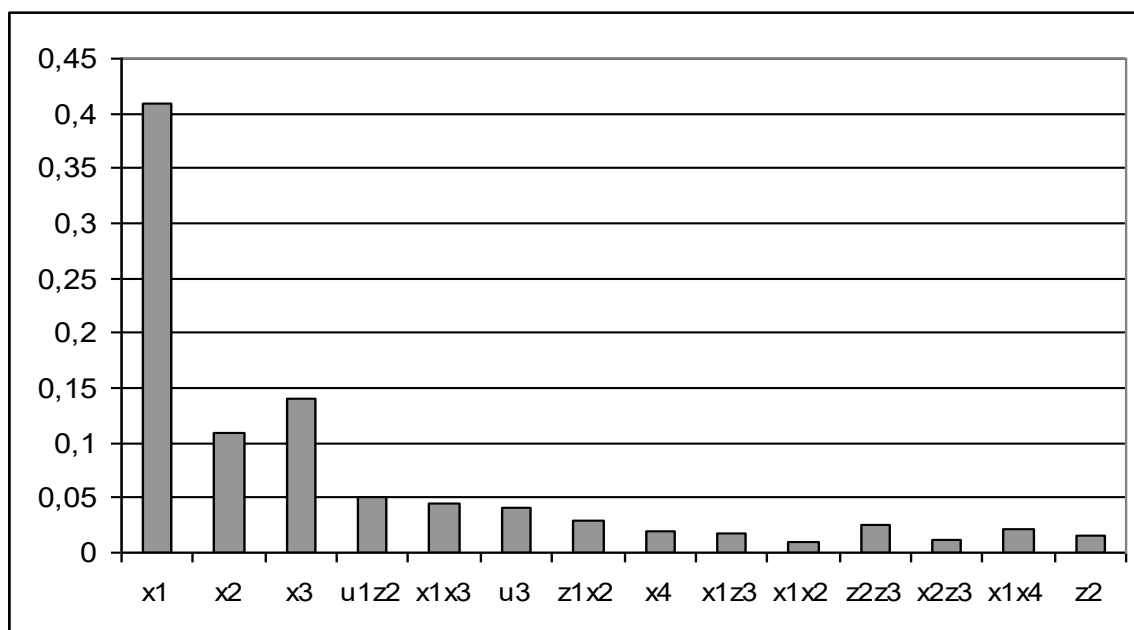


Рис. 6.3. Діаграма сили впливу ефектів з порушенням порядку ранжування

6.7. Аналіз залишків

Залишки визначаються як N значень $e_u = \bar{y}_u - \hat{y}_u$, $u = 1, 2, \dots, N$, де \bar{y}_u – експериментальне значення (чи середнє при наявності дублюючих експериментів); \hat{y}_u – величина, яка отримана за допомогою побудованого рівняння регресії. Залишки фактично є величинами, які неможливо пояснити за допомогою регресійного рівняння.

При проведенні регресійного аналізу робляться деякі припущення відносно похибок - похибки незалежні, мають нульові середні значення та постійну дисперсію, розподілені за нормальним законом.

Якщо створена модель правильна, то залишки будуть мати тенденції, що мають підтверджувати висунуті припущення або хоча б не суперечити їм.

Після аналізу залишків ми маємо зробити один із висновків:

- припущення підтверджуються;
- припущення не відповідають дійсності.

Залишки досліджуються за допомогою графіків залишків, основними видами з яких є:

- загальний;
- залежності від часу, якщо відома послідовність реалізації експериментів;
- залежності від розрахованих за моделлю значень \hat{y}_u .

Якщо графіки залишків не відповідають висунутим припущенням, то це може означати або невиконання допущень регресійного аналізу, або те, що структура рівняння регресії вибрана неправильно.

Наприклад, типовий загальний графік залишків має наступний вигляд (рис. 6.4):



Рис. 6.4. Типовий вигляд діаграми залишків

Така форма свідчить про виконання припущення про нормальність розподілу похибки.

Графік залежності від часу дозволяє визначити вплив ефекту часу на дані (якщо час не входить самостійним фактором в модель).

Якщо залишки на цьому графіку “вкладаються” в горизонтальну смугу, як це показано на рис. 6.5, то залежності від часу немає.

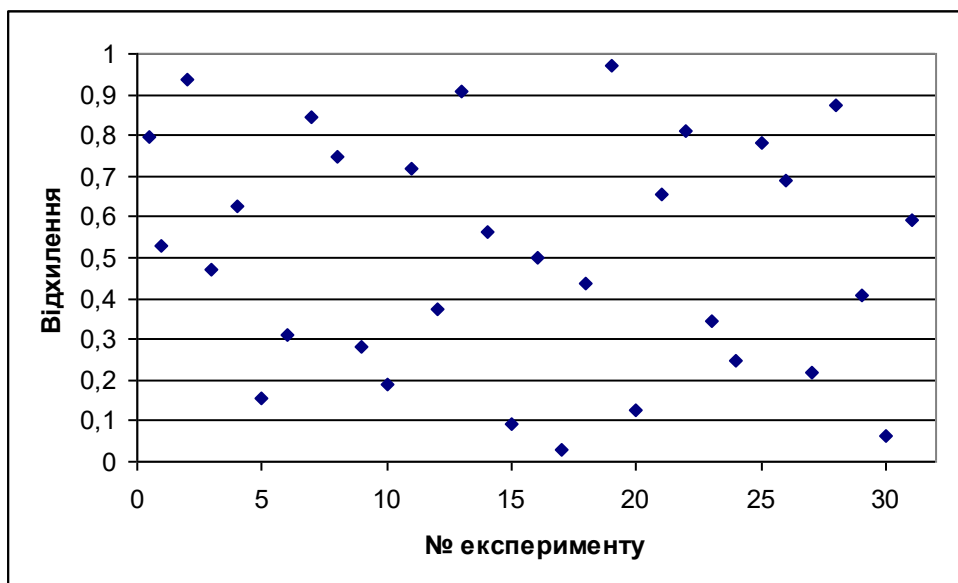


Рис. 6.5 Графік залишків без порушень передумов залежності від часу

Наявність залежності від часу означає автокореляцію залишків і невиконання припущення про незалежність залишків. Модель при цьому буде спотвореною. Якщо отримана область має вид, зображений на рис. 6.6, то необхідно використати зважений метод найменших квадратів, тому що дисперсія похибки в даному разі не є константою.

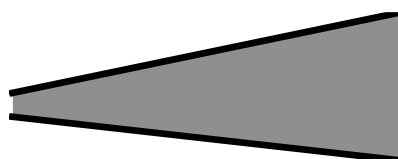


Рис. 6.6. Форма області залишків при дисперсії, що не є константою

Графіки виду, приведенного на рис. 6.7, означають, що модель має неправильну структуру, або не виконується припущення про незалежність похибки від незалежних змінних (лінійна та параболічна залежність відповідно).

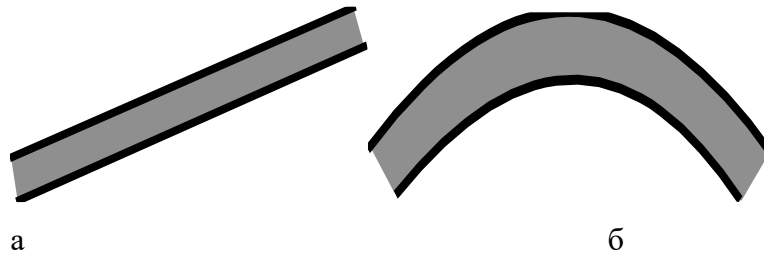


Рис. 6.7. Форма графіків залишків при помилці в структурі моделі

а – відсутній головний ефект першого порядку;

б – відсутній головний ефект другого порядку

Наявність функціонального зв'язку між залишком та величиною відгуку може означати або невиконання припущення про незалежність похибки від відгуку, або неправильну структуру моделі.

Графіки залишків можуть мати і більш складну форму. Але це не має великого значення, оскільки основне, що на них потрібно перевірити – наявність чи відсутність функціонального зв'язку.

6.8. Перевірка виконання припущень регресійного аналізу

Не следует доверять предположению, если нет никаких оснований считать его верным.

Бертран Рассел «Скептические эссе»

Для строгої перевірки наявності відхилень від припущень та їх серйозності вимагаються обчислювальні ресурси, що перевищують ресурси на отримання моделі. При цьому в багатьох випадках результати перевірки можуть бути ненадійні. В зв'язку з цим в підрозділах “Аналіз залишків”, “Попередній статистичний аналіз”, “Стійкість” приводяться процедури, які досить прості і ефективні, та дії по виправленню відповідних ситуацій. Розглянемо, до чого можуть привести невиконання різних припущень.

Похибки розподілені не по нормальному закону

В цьому випадку можна робити все, крім отримання інтервальних оцінок (для коефіцієнтів регресії та відгуку). Крім того, перевірка адекватності при відсутності повторних дослідів (і дисперсії відтворюваності) з використанням загальної та залишкової дисперсії нестійка та ненадійна. Формальні перевірки практично неможливі в зв'язку з необхідністю проведення великої кількості (20...100) додаткових дослідів. Неформальна перевірка – в підрозділі “Аналіз залишків”. При явних та сильних відхиленнях від нормальності використовують метод

найменших модулів, зважений метод найменших квадратів, непараметричну регресію, оцінки Хубера, Андрюса та ін.

Наявність мультиколінеарності.

Проблеми зводяться до неможливості правильного визначення структури рівняння регресії, неефективності використання t і F -критеріїв, нестійкості оцінок коефіцієнтів регресії. Ефективних засобів роботи при сильній мультиколінеарності не існує. Використання “рідж”-регресії приводить до стійких, але зміщених оцінок. Перевірка – в підрозділі “Стійкість”.

Значення незалежних змінних є випадковими величинами

Використовується конфлюентний аналіз, для застосування якого необхідно знати хоча б дисперсії похибок експерименту.

Залежність між похибками.

Найбільш часто зустрічається такий різновид як автокореляція (кожне наступне в часі спостереження залежить від попередніх), яка викликається або поганою організацією експерименту, або самою природою процесу. При наявності автокореляції необхідне корегування моделі шляхом введення в неї спеціального члена, що враховує автокореляцію.

Дисперсія похибки змінна величина

Для такої ситуації використовується окремий вид узагальненого методу найменших квадратів, який називається зваженим методом найменших квадратів. В цьому методі коефіцієнти знаходяться не з системи рівнянь $\mathbf{X}^T\mathbf{X}\mathbf{B} = \mathbf{X}^T\mathbf{Y}$, а із системи $\mathbf{X}^T\mathbf{W}^{-1}\mathbf{X}\mathbf{B} = \mathbf{X}^T\mathbf{W}^{-1}\mathbf{Y}$, де \mathbf{W} – діагональна вагова матриця з елементами, що дорівнюють оцінкам дисперсій в точках експерименту.

6.9. Результати етапу

Таблиця 6.3. Аналіз інформативності моделі

Характеристика	Умовне позначення	Значення	
		Б _в	Е
Множинний коефіцієнт кореляції	R	0,9676	0,9690
Скорегований множинний коефіцієнт кореляції	R _{кор}	0,9597	0,9597
Розрахункове значення критерію Фішера для R	F _R	50,414	44,159
Критичне значення критерію Фішера	F _{α,ν₁,ν₂}	2,1155	2,0467
Рівень значущості	α	0,05	0,05
Степені свободи	ν ₁	7	8
	ν ₂	88	87
Частка розсіяння, яку пояснює модель	R ²	93,53	93,89
Критерій Бокса и Веца	γ	4	3
Гіпотеза про значимість множинного	висновок	приймається	приймається

коефіцієнта кореляції			
<i>Інформативність моделі</i>	висновок	Висока	добра

Таблиця 6.4. Аналіз адекватності моделі

Характеристика	Умовне позначення	Значення	
		Б _в	Е
Дисперсія відтворюваності	$S_{\text{відтвор}}^2$	4,0354	2,0486
Дисперсія залишкова	$S_{\text{зал}}^2$	5,9089	3,19995
Степені свободи	ν_1	7	8
	ν_2	24	23
Розрахункове значення критерію Фішера	$F_{\text{ад}}$	1,4643	1,5621
Критичне значення критерію Фішера	F_{α, ν_1, ν_2}	1,6886	1,6993
Рівень значущості	α	0,05	0,05
<i>Гіпотеза про адекватність</i>	висновок	приймається	приймається
Середня відносна похибка апроксимації (%)	ϵ	4,66	14,10
Середня абсолютна похибка апроксимації	Δ	1,68	1,21

Таблиця 6.5. Аналіз мультиколінеарності (фрагмент протоколу ПРІАМ)

імя/номер коефіцієнта	коефіцієнт регресії	станд.ошиб. коэф.регр.	вчислен. t знач.	доля участя
x2z4	4.88177	0.31851	1.04433	0.624324
x2x4u6	-3.44494	0.31851	-0.409422	0.0959562
x1x3u6	2.31869	0.31851	0.369716	0.0782469
x4u6	-2.36786	0.31851	-0.281414	0.0453339
x3z4u5	-1.67381	0.31851	-0.26689	0.0407752
x1x3u4u5	-1.64355	0.31851	-0.195331	0.0218412
z4z5u6	1.10169	0.31851	0.175664	0.0176644
x2z4z6	-0.749896	0.31851	-0.160422	0.0147318

Таблиця 6.7. Аналіз стійкості

Характеристика	Умовне позначення	Значення	
		Б _в	Е
Число обумовленості	cond	1,2476	1
<i>Стійкість обчислювальна</i>	висновок	висока	Ідеальна
Частка сумнівних членів моделі	$R_{\text{сумн}}$	12,5	0
Частка впливу сумнівних членів моделі	$R_{\text{впл.сумн.}}$	5,6	0
<i>Стійкість структурна</i>	висновок	задовільна	ідеальна

Контрольні питання

1. З якою метою виконується кожне зі стандартних перетворень початкових даних?
2. Яка різниця між взаємодією та взаємовпливом?
3. Яка різниця між функціональними, статистичними та стохастичними зв'язками?
4. Що може бути причиною неоднорідності дисперсій?
5. Про що свідчить неоднорідність (відсутність зв'язності) факторного простору?
6. Що характеризують таблиця мультиколінеарності та число обумовленості?

7. Яка інформація може бути отримана при аналізі залишків?
8. Які характеристики дозволяють оцінити якість отриманої моделі?
9. На що вказує число обумовленості?
10. В чому суть методу найменших квадратів?
11. Що таке ідентифікація і специфікація моделі?
12. Чи можна використовувати неінформативну модель?
13. Чи можна використовувати модель, формально неадекватну за критерієм Фішера?
14. Що таке стійкість регресійної моделі?
15. За якими характеристиками оцінюється інформативність моделі?
16. Що означає «лінійна за параметрами» регресійна модель?
17. Які дії виконуються при виявленні неоднорідності даних?

Список літератури

18. Вучков И., Бояджиева Л., Солаков Е. Прикладной линейный регрессионный анализ.— М.: Финансы и статистика, 1987.— 239 с.
19. Грін Г. В. Економетричний аналіз / Г. В. Грін –К.: Основи, 2005. –1198с.
20. Доугерти К. Введение в эконометрику –М.: ИНФРА-М, 2001. –402с.
21. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит –Изд. 3-е. –М.: Диалектика, 2007. –912с.
22. Карлберг К. Регрессионный анализ в Microsoft Excel –Спб. ООО»Альфа-книга», 2017. – 400с.
23. С.Н. Лапач, С.Г. Радченко С.Г. Основные проблемы построения регрессионных моделей // Математичні машини і системи, 2012, № 4, С. 125–133.
24. С.М. Лапач Проблеми побудови регресійних моделей процесів різання металів / Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Машинобудування» . 2014, №3(72). С.40–47.
25. С. Лапач, С. Радченко Математичне моделювання обробки високоміцних сталей // Mechanics and Advanced Technologies, 2019, т.85, №1, С.101–110.
26. Петрович М.Л. Регрессионный анализ и его математическое обеспечение на ЕС ЭВМ. – М.: Финансы и статистика, 1982. – 199 с.
27. Радченко С.Г. Математическое моделирование технологических процессов в машиностроении. — К.: ЗАО “Укрспецмонтажпроект”, 1998. – 274 с.
28. Райс Дж. Матричные вычисления и математическое обеспечение / Пер. с англ. О.Б. Арушаняна. Под ред. В.В. Воеводина. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
29. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений / Пер. с англ. Х.Д. Икрамова. – М.: Мир, 1980. – 280 с.

30. Трофимов В.П. Логическая структура статистических моделей. – М.: Финансы и статистика, 1985. – 191 с.
31. Швырков В.В. Тайна традиционной статистики Запада. — М.: Финансы и статистика, 1998. — 144 с.

7. Обчислювальний експеримент

Теоретичні відомості

Когда конкретный вопрос сводится к математическому, то всегда приходится делать ряд допущений, ибо математика вместе с механикой оперирует над источниками идеальными... Ясно, что сколько бы ни было точным решение, оно не может быть точнее тех приближенных предпосылок, на которых оно основано. Об этом часто забывают, делают вначале какое-нибудь грубое приближенное предположение или допущение, часто даже не оговорив таковое, а затем придают полученной формуле гораздо больше доверия, чем она заслуживает, и это потому, что ее вывод сложный.

А.М.Крылов «Мои воспоминания»

Причина ошибки – незнание лучшего

Демокрит

Для дослідника обчислювальний експеримент є таким же експериментом, єдиною відміною якого є використання математичної моделі замість самого фізичного об'єкту. Власне кажучи, математичне моделювання складається з двох великих частин:

- побудови математичних моделей;
- обчислювального експерименту з математичними моделями.

Між цими двома етапами повинна бути перевірка відповідності моделі об'єкту, який вона описує.

До обчислювального експерименту в ПЗ ПРІАМ відносяться наступні функції:

- пошук оптимальних умов за моделлю;
- багатокритеріальна компромісна оптимізація за декількома моделями;
- розрахунок значень функції за моделлю, або прогнозування;
- графічне дослідження часткових рівнянь регресії;
- ізолінії;
- аналіз прогнозуючих властивостей моделі за контрольними досліддами.

Перед обчислювальним експериментом слід звернути увагу на наступні обмеження.

1. Модель, що використовується для обчислювального експерименту, повинна мати добрі

показники якості, і при цьому **ВСІ** без винятку (бажано при цьому, щоб критерій Бокса і Веца $\gamma = 2...3$).

2. Використовувати модель для обчислювального експерименту обґрунтовано можливо тільки в тій області сумісного існування незалежних змінних, в якій ця модель отримана. Звісно, ніхто не забороняє експериментувати і за її межами, але надійні та обґрунтовані висновки можливі тільки у вказаній області.

3. При аналізі моделі в обчислювальному експерименті слід пам'ятати, що для якісних факторів існують тільки ті дискретні значення незалежної змінної, які були використані при побудові моделі.

4. Завжди пам'ятати, що модель має певну точність, тому не можна робити висновки, що виходять за її межі.

5. При роботі з регресійними моделями потрібно пам'ятати, що це статистичні моделі, а не алгебраїчні математичні формули. В зв'язку з цим ряд дій, які з точки зору математики є допустимими при роботі з формулами, будуть некоректними при застосуванні до регресійних моделей. Найбільш часті помилки – символічне диференціювання та обернення функції (отримання формули $X_i = f(Y, X_1, \dots, X_{k-1})$). Модель апроксимує функцію, а не її похідну. Для того, щоб вона апроксимувала і похідну, необхідні спеціальні дії при побудові моделі, інакше результат буде далекий від дійсності. Ми можемо лише обчислювати значення шуканого X_i , розглядаючи модель як рівняння.

6. Звертаємо вашу увагу також на маловідомий факт, зв'язаний з перетворенням моделі в кодованих змінних до моделі в натуральних змінних. З точки зору теоретичної математики це тривіальна підстановка, що не обіцяє ніякої неприємності. Насправді при перетвореннях необхідно зберігати **ВСІ** розряди обчислених оцінок коефіцієнтів регресії та формул переводу від натуральних змінних до кодованих. Невиконання цієї умови може привести до того, що різниця між значеннями, розрахованими за кодовою та натуральною моделями, буде досягати десятків процентів і навіть більше. При зростанні складності моделі (кількості членів моделі і їх степенів) розходження між моделями практично неможливо уникнути. Тут треба сказати, що немає ніякої необхідності в натуральній моделі. Статистичний та семантичний аналіз виконується за кодовою моделлю (робити це за натуральною безглуздо – вона лише розрахункова формула), а для обчислень на комп'ютері не має значення, що спочатку обчислюються ортогональні контрасти від натуральних змінних, а потім ці значення підставляються в модель.

Додаток Б. Фрагмент протоколу побудови регресії

Количество главных эффектов - 9
 Количество генерируемых взаимодействий - 96
 Количество определяемых взаимодействий - 0
 Всего взаимодействий и эффектов - 105
 Типы генерируемых взаимодействий: 2; 3;

Получена модель:

$$Y = 36.2573 + 7.24562z_{4 \times 6} + 9.0296x_{1 \times 4 \times 5} - 2.32313x_6 - 1.74929x_{3 \times 4} - 2.15313x_{1 \times 5} - 2.11688x_{1 \times 3 \times 4} + 1.46148x_4 + 1.95788x_{3 \times 4 \times 6}$$

где:

$$\begin{aligned} x_1 &= 2 \cdot (X_1 - 0.5); \\ x_3 &= 0.0222222 \cdot (X_3 - 45); \\ x_4 &= 0.666667 \cdot (X_4 - 2.5); \quad z_4 = 2.25 \cdot ((x_4^2) - 0.555556); \\ x_5 &= 0.666667 \cdot (X_5 - 1.5); \quad z_5 = 2.25 \cdot ((x_5^2) - 0.555556); \\ x_6 &= 0.666667 \cdot (X_6 - 2.5); \quad z_6 = 2.25 \cdot ((x_6^2) - 0.555556); \end{aligned}$$

АНАЛИЗ АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ

Остаточная дисперсия 6.79093
 Дисперсия воспроизводимости 4.03539
 Расчетное значение F-критерия 1.68284
 Уровень значимости F-критерия для адекватности 0.05
 для степеней свободы $v_1 = 8$ $v_2 = 23$
 Табличное значение F-критерия для адекватности 1.69932
 Стандартная ошибка оценки 2.60594
 (скоррект. с учетом степеней свободы) 2.96169
 Модель адекватна

АНАЛИЗ ИНФОРМАТИВНОСТИ МОДЕЛИ

Доля рассеивания объясняемая моделью 0.929866
 Введено регрессоров (эффектов) 9
 Коэффициент множественной корреляции 0.964295
 (скоррект. с учетом степеней свободы) 0.95363
 F отношение для R 38.1178
 Уровень значимости F-критерия для информативности 0.05
 для степеней свободы $v_1 = 8$ $v_2 = 87$
 Табличное значение F-критерия для информативности 2.04667
 Модель ИНФОРМАТИВНА
 Критерий Бокса и Веца для информативности 3
 Информативность модели ХОРОШАЯ

ТАБЛИЦА СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

имя/номер коэффициента	коэффициент регрессии	станд.ошиб. коэф.регр.	вычислен. t знач.	доля участия
z _{4×6}	7.24562	0.46067	0.823156	0.419085
x _{1×4×5}	9.0296	0.545946	0.906147	0.318281
x ₆	-2.32313	0.46067	-0.263924	0.043082
x _{3×4}	-1.74929	0.50981	-0.295068	0.0451862
x _{1×5}	-2.15313	0.46067	-0.244611	0.0370074
x _{1×3×4}	-2.11688	0.46067	-0.240493	0.0357718
x ₄	1.46148	0.500368	0.180343	0.0144523
x _{3×4×6}	1.95788	0.46067	0.165789	0.017

свободный член 36.2573

Таблица мультиколлинеарности

имя/номер регрессора	МАХ коэф-ент корреляции	с каким регрессором	коэф. корреляции с откликом

	z4x6	0	со всеми	0.647368
	x1x4x5	0.4	x3z4	0.564164
	x6	0	со всеми	0.207562
*	x3z4	0.4	x1x4x5	0.0308416
	x1x5	0	со всеми	0.192373
	x1x3x4	0	со всеми	0.189134
*	x4	0.357771	x1x4x5	0.345713
	x3x4x6	0	со всеми	0.130384

*Наличие этих регрессоров в уравнении регрессии вызывает сомнение
Число обусловленности COND = 1.94729

Таблица остатков (по обучающей матрице)

номер	Отклик по эксперименту	Отклик по модели	Остаток	Процент отклонения
1	20.1	20.5989	-0.498872	-2.48195
2	35.5333	35.9775	-0.444182	-1.25004
3	34.1333	35.1017	-0.968317	-2.83687
4	44.3333	47.6095	-3.27613	-7.38977
5	31.0667	30.0257	1.04099	3.35083
6	38.1	38.0237	0.0763477	0.200388
7	36	35.9263	0.0736501	0.204584
8	48.4333	46.7952	1.63817	3.38233
9	31.3333	33.669	-2.33568	-7.4543
10	55.8333	52.1982	3.63517	6.51076
11	28.7333	24.6227	4.11066	14.3062
12	39.8	40.281	-0.480985	-1.20851
13	29.9333	30.5688	-0.635485	-2.123
14	50.4333	47.2563	3.17704	6.29948
15	18.0333	20.952	-2.91871	-16.1851
16	41.9333	40.5103	1.42299	3.39345
17	28	30.0334	-2.03343	-7.26225
18	37.7	34.3596	3.34038	8.86042
19	36.5	33.8487	2.65129	7.2638
20	40.4667	41.0457	-0.579069	-1.43098
21	32.3667	32.0944	0.272267	0.841195
22	34.5333	36.8399	-2.30659	-6.67932
23	35.7	39.9809	-4.28091	-11.9913
24	39.4333	41.8556	-2.42226	-6.14268
25	31.6	31.7554	-0.155409	-0.4918
26	39.8667	35.6454	4.22124	10.5884
27	38.6667	38.3046	0.3621	0.936464
28	42.1667	45.0654	-2.89876	-6.87452
29	40.8333	42.6694	-1.83605	-4.49644
30	48.9	48.4011	0.498932	1.02031
31	23.5333	22.6781	0.855235	3.63414
32	26.2333	25.539	0.694379	2.64693

Средняя абсолютная погрешность аппроксимации - 1.75443
Средняя погрешность аппроксимации в процентах - 4.99183

*1. ФОРМАЛІЗАЦІЯ І КОНСТРУЮВАННЯ ПЛАНУ
БАГАТОФАКТОРНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ МЕХАНІЧНОГО
ОБРОБЛЕННЯ МЕТАЛІВ
ЛЕЗОВИМ ІНСТРУМЕНТОМ*

- Завдання:**
1. Відповідно до варіанта завдання (табл. 1.6) вибрати технологічні умови оброблення металевої заготовки лезовим інструментом.
 2. Використовуючи початкові технологічні умови оброблення заготовки вибрати критерії якості оброблення, фактори, кількість їх рівнів для вибору плану експерименту.
 3. Зконструювати робастний план експерименту відповідно до вибраних технологічних умов оброблення заготовки.
 4. Відповідно до вибраного плану експерименту розробити робочу матрицю плану експерименту.
 5. Провести дослідження статистичних характеристик різних видів планів.
 - 5.1. Відповідно з варіантом завдання генерувати робастні плани експерименту на базі багатофакторного регулярного плану (БФРП) та на основі ЛП_т рівномірно розподілених послідовностей.
 - 5.2. Розрахувати їх статистичні характеристики (діаграма розподілу коефіцієнтів кореляції, середнє значення коефіцієнта кореляції та середнє квадратичне відхилення розподілу коефіцієнтів кореляції, число обумовленості для матриці головних ефектів).
 - 5.3. Побудувати діаграми розсіяння рівнів варіювання планів.
 - 5.4. Для визначення стійкості планів відносно порушень для кожного виду плану побудувати діаграму розподілу коефіцієнтів кореляції додатково для двох випадків: а) видалення з матриці плану одного з дослідів; б) заміни значення одного з факторів в одному з експериментів на інше в межах 15 %.
 - 5.5. Провести порівняння планів.

Оброблювальними матеріалами можуть бути: конструкційна сталь, сірий чавун, ковкий чавун. Матеріали характеризуються параметрами: σ_b – міцність тимчасова, МПа Н/м² та НВ – твердість по Брінелю, кгс/мм². Для кожного матеріалу бажано отримати окрему математичну модель.

Оброблення заготовки буде характеризуватися критеріями якості:

1. Стійкість інструменту (СІ).

2. Параметри шорсткості обробленої поверхні (ПШП).
3. Собівартість оброблення одиниці площі заготовки (СО).
4. Продуктивність оброблення (ПО).

У разі необхідності показниками процесу обробки можуть бути також сили різання P_x , P_y , P_z та крутний момент M .

Умови експлуатації різального інструмента визначаються наступними факторами:

1. Швидкість різання v , м/хв.
2. Подача в залежності від виду обробки s , мм/об; s , мм/хв.; s_z , мм/зуб.
3. Глибина різання h , мм.
4. Мастильно-охолоджувальна рідина (МОР). У деяких випадках МОР може не використовуватись.

Геометрія різальної частини інструмента характеризується наступними параметрами:

1. Передній кут різання γ .
2. Задній кут різання α .
3. Головний кут в плані φ .
4. Кут нахилу головної різальної кромки λ .
5. Радіус при вершині різця r_v .

Матеріалами робочої частини інструменту можуть бути:

1. Твердий сплав групи ТК, ВК, ТТК.
2. Швидкорізальна сталь Р9, Р6М5, Р9К5.

Використовуються наступні види оброблення заготовки:

1. Чорнове оброблення (Чор.).
2. Напівчистове оброблення (Н. Чис.).
3. Чистове оброблення (Чис.).

Вибір умов оброблення виконується в наступному порядку:

- матеріал заготовки;
- вид оброблення заготовки;
- інструментальний матеріал ріжучої частини інструменту;
- критерії якості оброблення заготовки;
- умови експлуатації різального інструменту;
- параметри різального інструменту.

Враховуючи обмеження, які обумовлені реальними можливостями навчального процесу, бажано вибирати три критерії якості оброблення заготовки. Характеристики умов експлуатації інструмента обумовлюють: швидкість різання v , подача s , глибина різання h . Різальний інструмент характеризувати двома-чотирма факторами.

Сталими умовами будуть матеріал заготовки, вид оброблення заготовки, матеріал робочої частини інструменту.

Варіанти завдань

Вибрані змінні умови обробки заготовки повинні бути узгодженні зі сталими умовами обробки.

Таблиця Б.1. Варіанти завдань для проведення розрахунків багатофакторних математичних моделей

Но- мер ва- рі- ан- та	Нав- чаль- на гру- па	Умови обробки заготовки						
		Сталі умови				Змінні умови		
		Матеріал заготовки		Вид оброблення заготовки	Матеріал робочої частини інструм.	Критерії якості оброблення заготовки	Умови експлуатації різ. інструм.	Пара_метри різ. інструм.
Назва	Характеристика							
1		КС		Чор.	ТК	СІ, СО	v, s, h	γ, α, φ
2		СЧ		Н.Чис.	ВК	СІ, ПО		α, φ, λ
3		КЧ		Чис.	ВК	СІ, ПШП		φ, λ, r_B
4		КС		Н.Чис.	ТТК	СІ, ПО		γ, α, r_B
5		СЧ		Чис.	ВК	СІ, СО		γ, α, φ
6		КЧ		Чор.	ВК	СІ, ПШП		α, φ, λ
7		КС		Чис.	P9K5	СІ, СО		φ, λ, r_B
8		СЧ		Чор.	ВК	СІ, ПО		γ, α, r_B
9		КЧ		Н.Чис.	ВК	СІ, ПШП		γ, α, φ
10		КС		Чор.	P9	СІ, ПШП		α, φ, λ
11		СЧ		Н.Чис.	ВК	СІ, СО		φ, λ, r_B
12		КЧ		Чис.	ВК	СІ, ПО		γ, α, r_B
13		КС		Н.Чис.	P6M5	СІ, ПШП		γ, α, φ
14		СЧ		Чис.	ВК	СІ, ПО		α, φ, λ
15		КЧ		Чор.	ВК	СІ, ПШП		φ, λ, r_B
16		КС		Н.Чис.	ТТК	СІ, СО		γ, α, r_B

Використані скорочення: КС – конструкційна сталь; СЧ – сірий чавун; КЧ –ковкий чавун; Чор. – чорнове оброблення; Н.Чис. – напівчистове оброблення; Чис. – чистове оброблення; СІ – стійкість інструменту; СО – собівартість оброблення; ПО – продуктивність оброблення; ПШП – параметри шорсткості поверхні.

Форма таблиці для багатофакторного плану експерименту наведена в табл. Б.2; робоча матриця, рівні варіювання, результати дослідів – у табл. Б.3.

Таблиця Б.2. План експерименту в значеннях F_i

№п/п	Теоретичні значення рівнів варіювання	Фактори					Функції	
		Натуральне позначення факторів					Натуральне позначення функцій	

	факторів	Кодоване позначення та кодовані значення факторів						Формалізоване позначення функцій				
1	$F_1 \dots F_6$	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6	y_1	y_2			
2	0							Результати повторних дослідів				
3					
4	$s_i - 1$							y_{11}	y_{12}	y_{21}	y_{22}	
5	Дослід 1											
6	2											
7	3											
...	

Таблиця Б.3. Робоча матриця, рівні варіювання, результати дослідів

№ п/п	Теоретичні значення рівнів варіювання факторів	Фактори						Функції				
		Натуральне позначення факторів						Натуральне позначення функцій				
		Формалізоване позначення факторів та натуральні значення їх рівнів						Формалізоване позначення функцій				
1	$F_1 \dots F_6$	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	y_1	y_2			
2	0							Результати повторних дослідів				
3					
4	$s_i - 1$							y_{11}	y_{12}	y_{21}	y_{22}	
5	Дослід 1											
6	2											
7	3											
...	

Генерація планів за допомогою ПЗ DESFACT

ПЗ DESFACT⁸⁾ призначено для генерації багатофакторних регулярних планів виду $2^k 3^l 4^m \dots // N$. Завдання N необхідної величини дає можливість побудови серед множини планів і робастних. На рис. Б.1 показано загальний вид ПЗ DESFACT після запуску.

Для подальшої роботи необхідно задати умови генерації плану, до яких відносяться кількість факторів для кожної кількості рівнів і бажана кількість дослідів. Для цього необхідно натиснути клавішу F2. Результатом цього буде перехід у режим вводу даних

⁸⁾ Розроблено під керівництвом Бродського В.З., м. Москва. Пакет був придбаний у розробника.

(рис. Б.2).

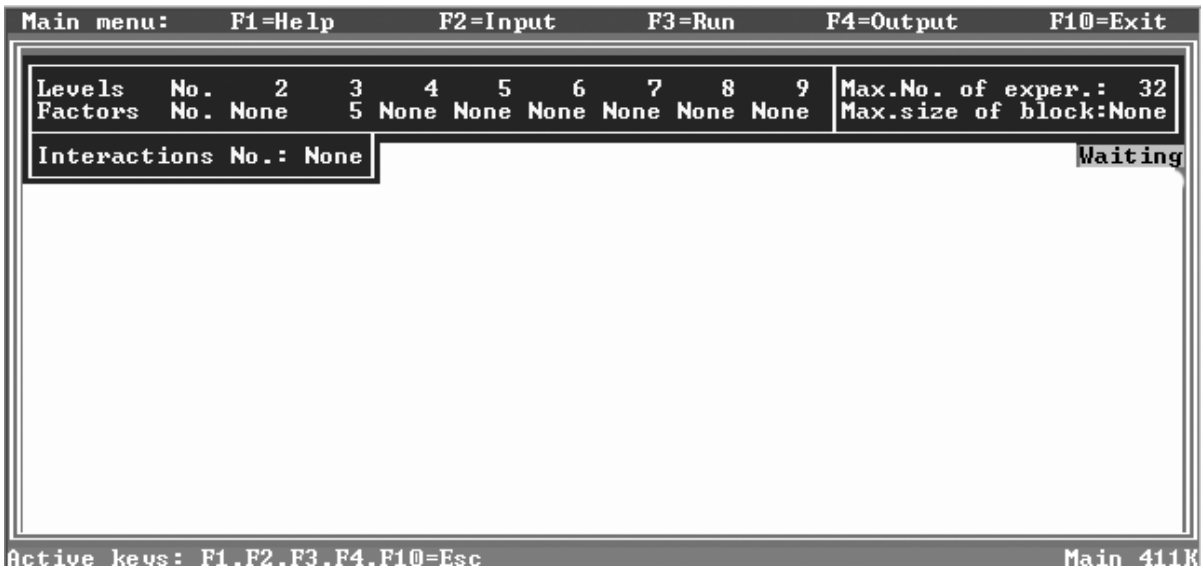


Рис. Б.1. Загальний вигляд ПЗ DESFACT

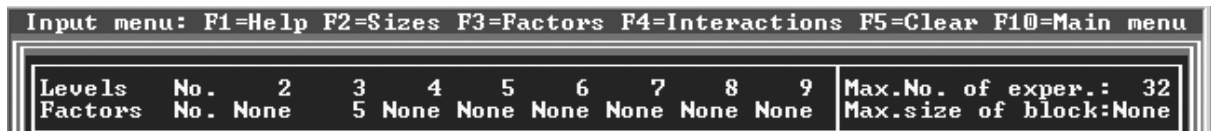


Рис. Б.2. Меню введення даних

Для введення максимальної кількості дослідів необхідно натиснути клавішу F2, а після зміни головного меню натиснути її (F2) ще раз. Відкриється вікно введення кількості експериментів (рис. Б.3), в якому вводиться максимальна кількість дослідів.

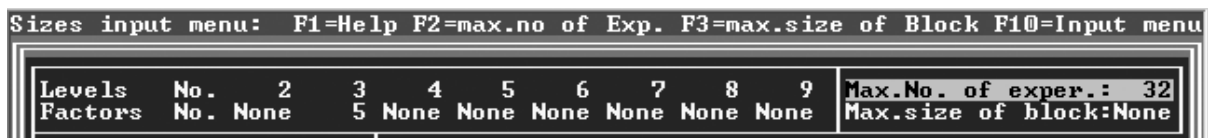


Рис. Б.3. Введення максимальної кількості дослідів

Для подальшої роботи необхідно повернутися в головне меню (F10), а потім перейти в режим введення інформації про фактори (F3) (рис. Б.4).

Вам необхідно ввести кількість факторів для кожної кількості рівнів. Для цього необхідно спочатку натиснути функціональну клавішу з номером, який відповідає кількості рівнів, а потім ввести кількість факторів, які мають цю кількість рівнів варіювання. Наприклад, якщо ви маєте 5 факторів, які змінюються на трьох рівнях, то натискаєте F3, а потім у висвітленому полі набираєте 5 і натискаєте клавішу Enter (рис. 1.7). Інформація про взаємодії

(Interactions) для робастних планів експерименту не вводиться, вона потрібна для класичних багатofакторних регулярних *D*-оптимальних планів.

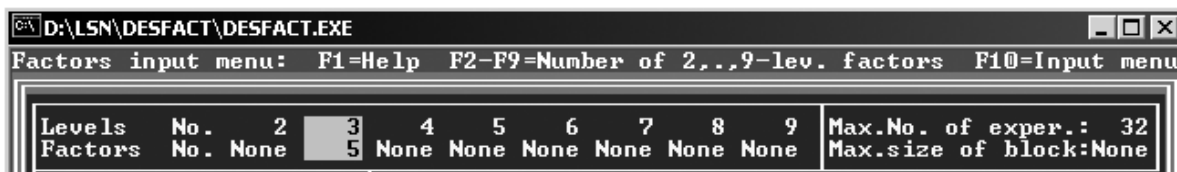


Рис. Б.4. Введення інформації про фактори

У більшості випадків цієї інформації достатньо для генерації плану. Повертайтеся в головне меню, натискаючи F10 доти, поки не отримаєте екран, який відображено на рис. 1.4. Після цього, натиснувши F3, запускаєте виконання вашого завдання. Після завершення роботи на екрані ви отримаєте список згенерованих планів (рис. Б.5.).

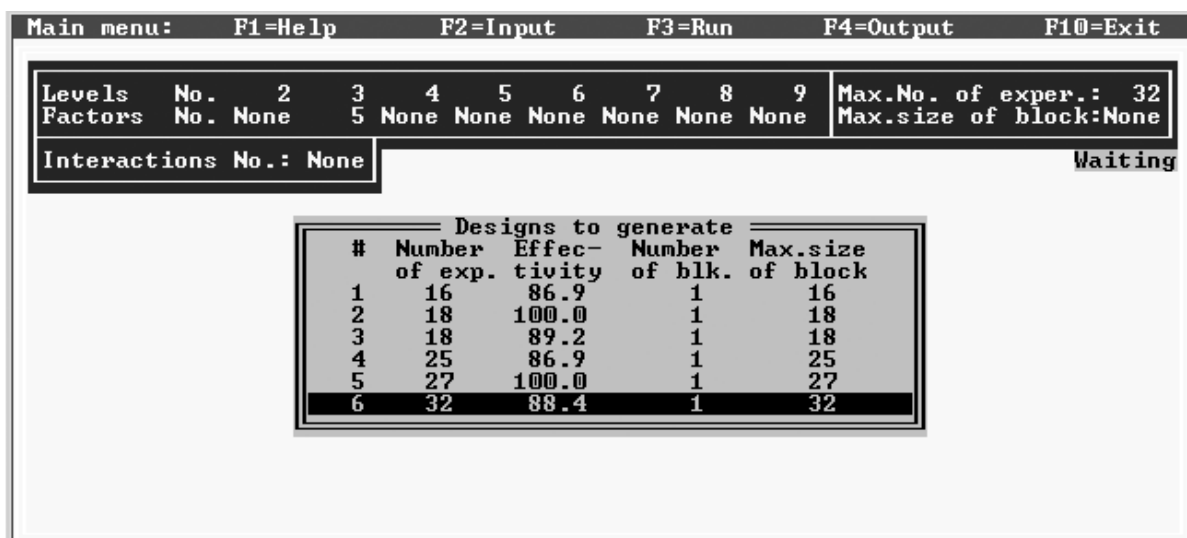


Рис. Б.5. Перелік згенерованих планів експерименту

При виборі планів спочатку треба вибрати такий, що має необхідну кількість дослідів. Якщо є кілька планів з потрібною нам кількістю дослідів, то з них вибирається план з більшою ефективністю (цей параметр є в повній інформації про план).

Для подальшої роботи необхідно натиснути клавішу F4. З'являється меню, що дозволяє вибрати план з списку. Для цього необхідно натиснути F2, а потім переміщувати клавішами управління курсором відмітку на вибраний план. Отримати повну інформацію про план можна натиснувши клавішу F4 (рис. Б.6). Для того, щоб подивитися сам план, необхідно натиснути F3 (рис. Б.7). Для збереження плану в заданому файлі текстового формату натискаєте F5 (рис. Б.8) і вводите повне ім'я файлу. Всі вказані операції виконуються для вибраного плану.

В результаті у вказаному вами файлі ви маєте план, що відповідає вашим вимогам.

Output menu: F1=Help F2=Select F3=View F4=Full F5=Keep F10=Main menu

Levels	No.	2	3	4	5	6	7	8	9	Max.No. of exper.:	32
Factors	No.	None	5	None	None	None	None	None	None	Max.size of block:	None

Interactions No.: None Waiting

Design <5>3//18
 received from 2*(7)3//18
 No.degree of freedom = 11
 Determinant = 1.0000
 Trace = 11.0000
 Effectivity = 100.0000
 Max.correlation coeff. = 0.0000
 Max.eigenvalue = 1.000
 Min.eigenvalue = 1.000

Рис. Б.6. Інформація про характеристики плану

Output menu: F1=Help F2=Select F3=View F4=Full F5=Keep F10=Main menu

Levels	No.	2	3	4	5	6	7	8	9	Max.No. of exper.:	32
Factors	No.	None	5	None	None	None	None	None	None	Max.size of block:	None

Interactions No.: None Waiting

#	Number of exp	Factors	12345	Max.size of block
1	16	1	3 22222	16
2	18	1	4 00121	18
3	18	1	5 11202	18
4	25	1	6 22010	25
5	27	1	7 01022	27
6	32	1	8 12100	32
		1	9 20211	
		1	10 02201	
		1	11 10012	
		1	12 21120	

Design matrix

Active keys: F1-F5,F10=Esc,Up,PgUp,Down,PgDn,Home,End View 408K

Рис. Б.7. Вибраний план

Output menu: F1=Help F2=Select F3=View F4=Full F5=Keep F10=Main menu

Levels	No.	2	3	4	5	6	7	8	9	Max.No. of exper.:	32
Factors	No.	None	5	None	None	None	None	None	None	Max.size of block:	None

Interactions No.: None Working

File name

	of exp.	tivity	of blk.	of block
1	16	86.9	1	16
2	18	100.0	1	18
3	18	89.2	1	18
4	25	86.9	1	25
5	27	100.0	1	27
6	32	88.4	1	32

Рис. Б.8. Збереження плану експерименту

Генерація планів за допомогою ПЗ ПРИАМ

Після запуску ПЗ ПРИАМ і встановлення конфігурації (ім'я логічного пристрою, на якому знаходиться каталог PRIAM_TP) натискаєте клавішу F6 і отримуєте меню, зображене на рис. Б.9.

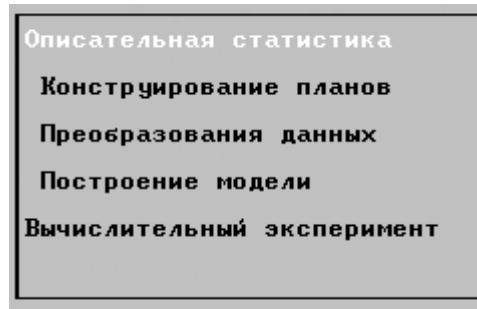


Рис. Б.9. Меню вибору групи функцій

В цьому меню необхідно вибрати пункт “Конструирование планов”. Після цього з’являється нове меню (рис.Б.10), в якому необхідно вибрати пункт “Конструирование плана”.

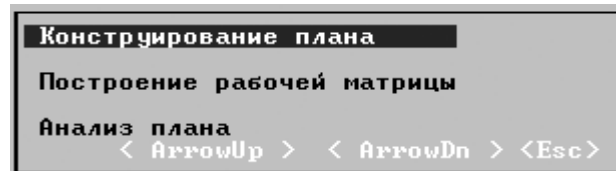


Рис.Б.10. Меню групи конструювання планів експерименту

Після цього ви попадете у відповідну функцію (рис. Б.11). Активним є вікно червоного кольору. Натискування будь-якої клавіші приводить до зміни вмісту вікна. Натискання табулятора (Tab) приводить до вибору значення, яке є в даний момент у вікні і переходу до іншого вікна. При цьому автоматично змінюється зміст підказки, що висвітлюється у великому вікні.



Рис Б.11. Головне вікно функції генерації планів.

У вікнах вибирається:

- вибірка, для якої генерується план (навчаюча або контрольна);
- вид плану (плани на основі ЛП_т рівномірно розподілених послідовностей, повний факторний експеримент, багатофакторні регулярні плани ⁹⁾);
- форма факторного простору (вибираємо гіперпаралелепіед);
- кількість факторів;
- кількість дослідів.

У ряді випадків з'являються вікна, в яких запрошується додаткова інформація. Для виконання лабораторної роботи генерується план на основі ЛП_т рівномірно розподілених послідовностей для стандартного простору виду гіперпаралелепіеду. Тому, натиснувши кілька разів Tab, переходьте до вікна кількості факторів. Після введення кількості факторів натискаєте Enter, потім Tab для переходу в вікно вводу кількості дослідів. Після введення кількості дослідів натискаєте Enter. Потім ви натискаєте F2 для запуску функції. Після цього ви отримуєте запит, чи план генерується з початку (рис. Б.12). Для виконання лабораторної роботи необхідно вибрати "Да". У реальних ситуаціях можлива добудова плану, і в таких випадках відповідають "Нет", а потім вводять номер дослідів, з якого почнеться новий план.

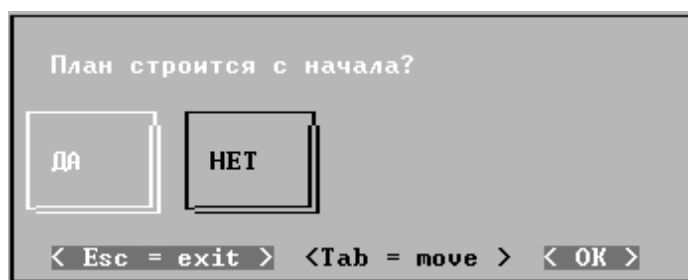


Рис. Б.12. Запит про початкову точку плану

У деяких випадках може з'явитись меню (рис. Б.13). Необхідно вибрати "Удалить".

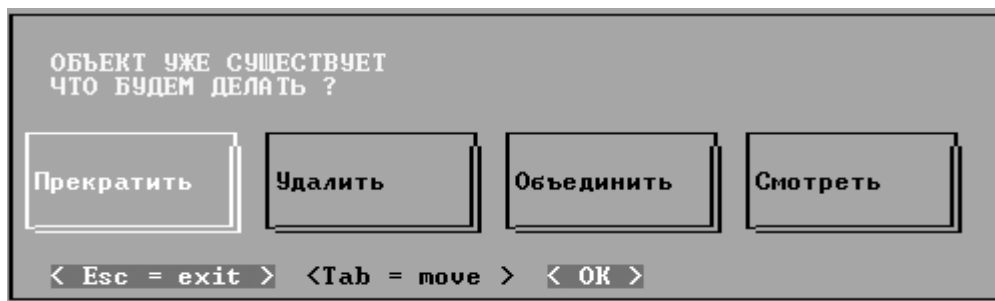


Рис. Б.13. Меню запиту про існуючий об'єкт

⁹⁾ В цьому випадку викликається DESFACT.

Розрахунок статистичних характеристик планів за допомогою ПЗ ПРІАМ

Після генерації планів необхідно розрахувати їх статистичні характеристики, що виконується за допомогою ПЗ ПРІАМ. Для побудови характеристик плану необхідно план ввести вручну як *робочу матрицю навчальної виборки* і виконати для неї перетворення (*ортогоналізацію, нормування та побудову взаємодій*). Як це зробити, описано в лабораторній роботі №2. План, згенерований ПЗ DESFACT, потрібно буде ввести вручну. При виконанні перетворень плану, згенерованого ПЗ ПРІАМ, програмним засобом буде видано запит (рис. Б.14). В ньому необхідно вибрати “Матрица плана”.

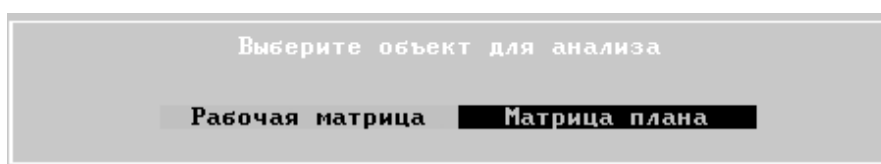


Рис. Б.14. Меню вибору об’єкту для перетворення

При виконанні ортогоналізації для плану на основі LPP_t рівномірно розподілених послідовностей для кожного фактору потрібно виправити максимальний степінь ортогонального контрасту так, щоб їх сума для всіх факторів була хоча б на 1 менша кількості дослідів. При перетворенні багатофакторного регулярного плану степені поліномів корегувати непотрібно.

Після перетворення вибираєте пункт меню “Конструирование плана”, а в меню, яке після цього з’явиться – пункт “Анализ плана”. Результатом буде меню, приведене на рис Б.15.

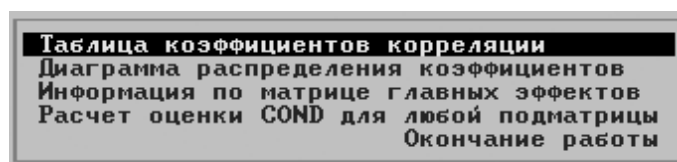


Рис. Б.15. Меню вибору результатів аналізу плану

Після цього ви можете отримати таблицю коефіцієнтів кореляції (рис. Б.16) і діаграму розподілу коефіцієнтів кореляції (рис. Б.17). Ці дані мають бути використані для порівняння планів. Крім того, необхідно з пункту меню “Информация по матрице главных эффектов” отримати значення числа обумовленості.



Рис. Б.16. Таблица коэффициентов корреляции для эффектов плана

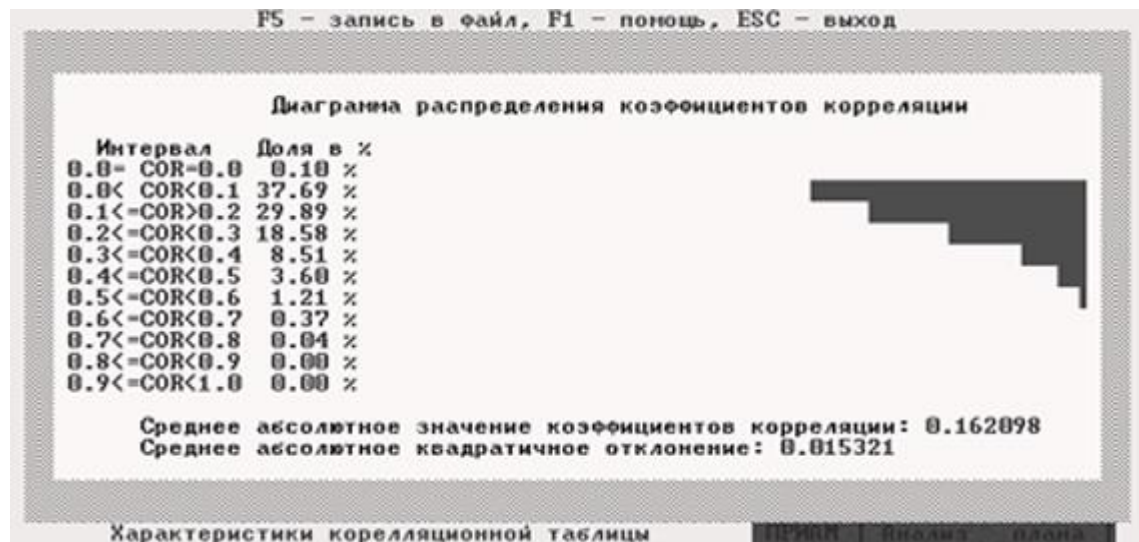


Рис. Б.17. Диаграмма розподілу коефіцієнтів кореляції ефектів плану

Вказаний розрахунок статистичних характеристик необхідно виконати для кожного виду згенерованих вами планів і виконати порівняння цих планів. При порівнянні необхідно звернути увагу на наступні умови:

- 1.1. ресурси, необхідні для реалізації плану;
- 1.2. складність реалізації;
- 1.3. чи можлива реалізація плану без його зміни;
- 1.4. характеристики корельованості ефектів плану (як головних, так і подвійних взаємодій);
- 1.5. стійкість характеристик плану при його зміні (невідповідність кількості рівнів чи кількості експериментів та ін.).

Побудова робочої матриці

Для побудови робочої матриці за допомогою ПРІАМ необхідно в пункті меню “Конструирование плана эксперимента” вибрати “Построение рабочей матрицы”. В наступному вікні вибирається матриця плану, з якої буде побудована робоча матриця.

Обмін даними з електронною таблицею Excel

Для забезпечення обміну даними необхідно встановити надбудову за допомогою файлу «PRIAM_EXP.xla». Після цього в меню Excel з’явиться пункт «ПРИАМ». За його допомогою можливо як читати файли ПРІАМу в Excel, так і зберігати таблиці з Excel в форматі, придатному для читання ПРІАМом.

Отримання результатів експерименту за допомогою програми-симулятора

Програма являє собою діалогову систему для імітаційного експерименту токарної обробки. При запуску програми з’являється меню (рис. Б.18).

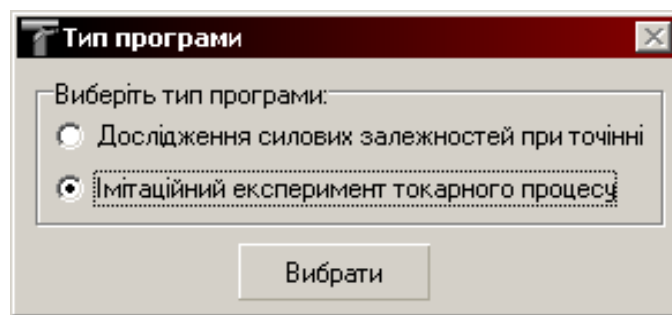


Рис. Б.18. Меню вибору виду роботи

В ньому необхідно вибрати “Імітаційний експеримент токарного процесу”. Виконання експерименту має наступну послідовність:

- 1) завантаження вхідних даних у вигляді робочої матриці, яка створена в попередній роботі;
- 2) визначення назв (змінних) кожного стовпця матриці;
- 3) призначення (вибір) значень тим змінним, які не ввійшли в список факторів, але впливають на процес;
- 4) вибір результуючих показників;
- 5) завдання величини похибки результуючих показників;
- 6) розрахунок результуючих показників за заданою матрицею.

Завантаження вхідних даних можна виконати натиснувши кнопку “Імпортувати матрицю...” на нижній правій панелі (“Файл\Імпортувати матрицю...” або <Ctrl-N>). У

діалоговому вікні “Імпортувати матрицю” (рис. Б.19) вказати ваш файл із згенерованою робочою матрицею (звичайно ці файли мають розширення “x”).

В нижній частині вікна програми буде відображена матриця. Для роботи з нею потрібно кожному стовпцю вказати її *фактор* (один із параметрів вхідних даних, рис. Б.20) – натиснути на заголовок відповідного стовпця лівою кнопкою миші.

При цьому відкриється вікно, в якому треба вибрати потрібний вам фактор (рис. Б.21).

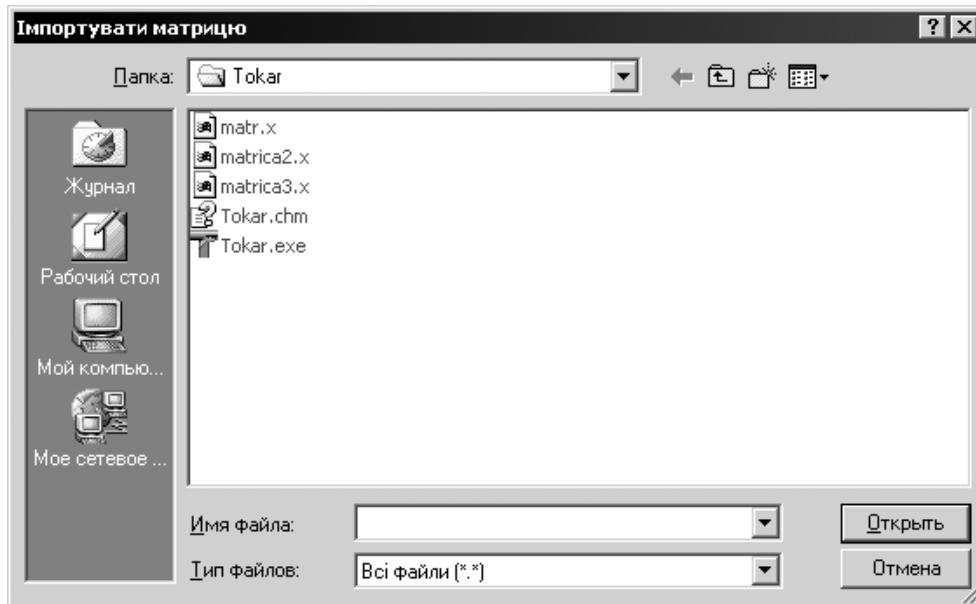


Рис. Б.19. Імпорт матриці початкових даних

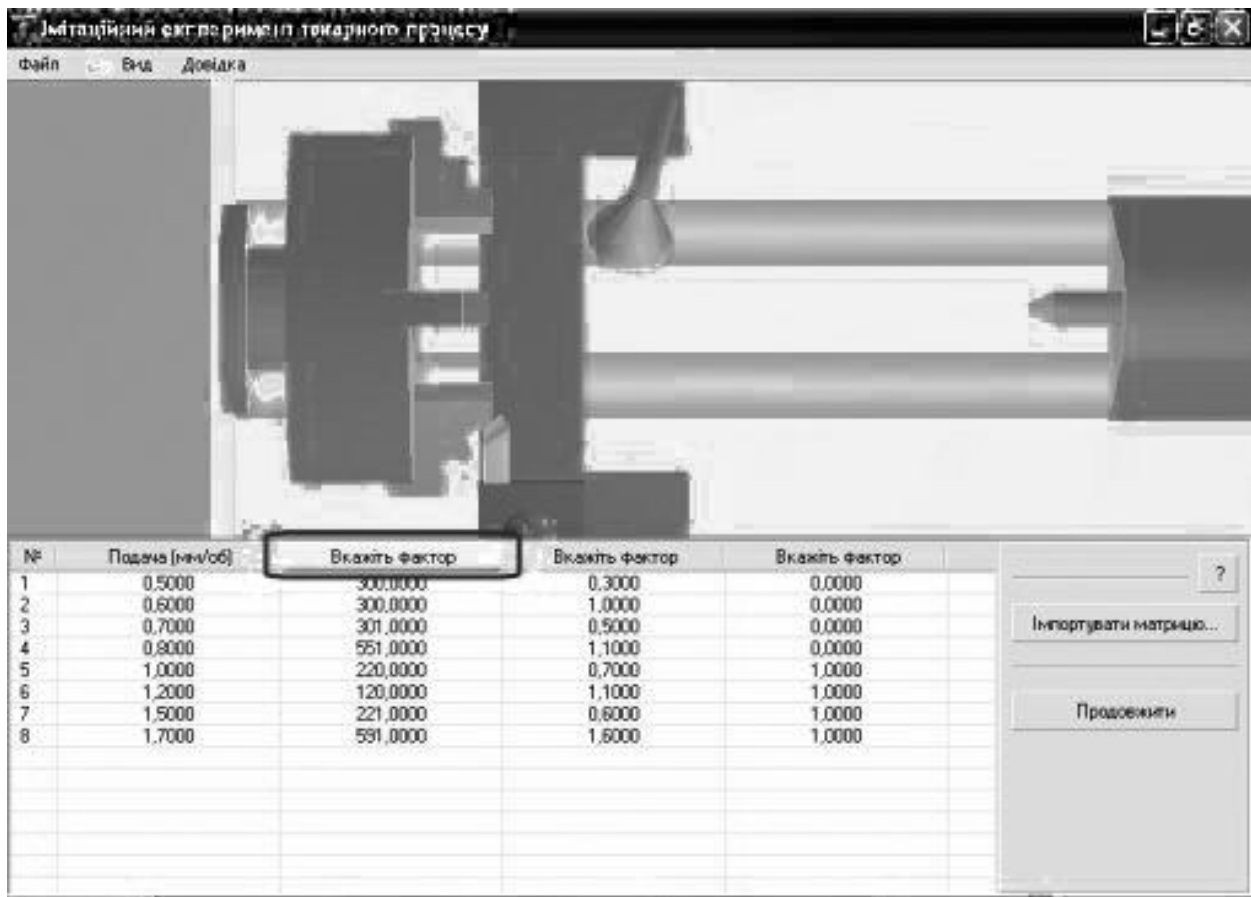


Рис. Б.20. Імпортована матриця початкових даних



Рис. Б.21. Вибір фактора

Фактор потрібно вказати для кожного стовпця імпортованої матриці, інакше ви не зможете продовжити роботу далі. Також якщо ви вибрали невірний фактор (кожен фактор має свій діапазон значень), то програма повідомить про помилку і покаже діапазон значень, які підтримує фактор. Якщо все виконано вірно, то натиснувши кнопку “Продовжити”, ви перейдете до наступного – уточнення всіх інших вхідних даних, які не вказані в матриці.

На даному етапі програми (рис. Б.22) необхідно вказати точні значення тих факторів, яких немає у вашій імпортованій матриці. Ті фактори, які вибрані для матриці, є недоступними для редагування. В області “Оброблюваний матеріал” вибирається матеріал для заготовки. Залежним фактором від нього є “Матеріал робочої частини різця”, де ви вказуєте матеріал різця. Також можете вказати наявність додаткового леза на різці за допомогою “галочки” – “Різець з додатковим лезом”. Параметр “Довжина ходу інструмента” використовується для визначення часу точіння заготовки. В області “Сігма або НВ” вводиться міцність або твердість

матеріалу заготовки, в залежності від вибраного матеріалу заготовки (наприклад, якщо матеріал заготовки “Конструкційна сталь і сталеві відливки”, то вказується σ (Сігма) – міцність заготовки, а якщо вибраний “Чавун” – НВ, твердість заготовки). Серед “Параметрів точіння” задаєте режими різання: глибину, подачу і швидкість різання. “Геометричні параметри різальної частини різця” являють собою Після уточнення параметрів можна додати похибку деяким початковим даним – діалогове вікно “Параметри моделювання” (рис. Б.23).

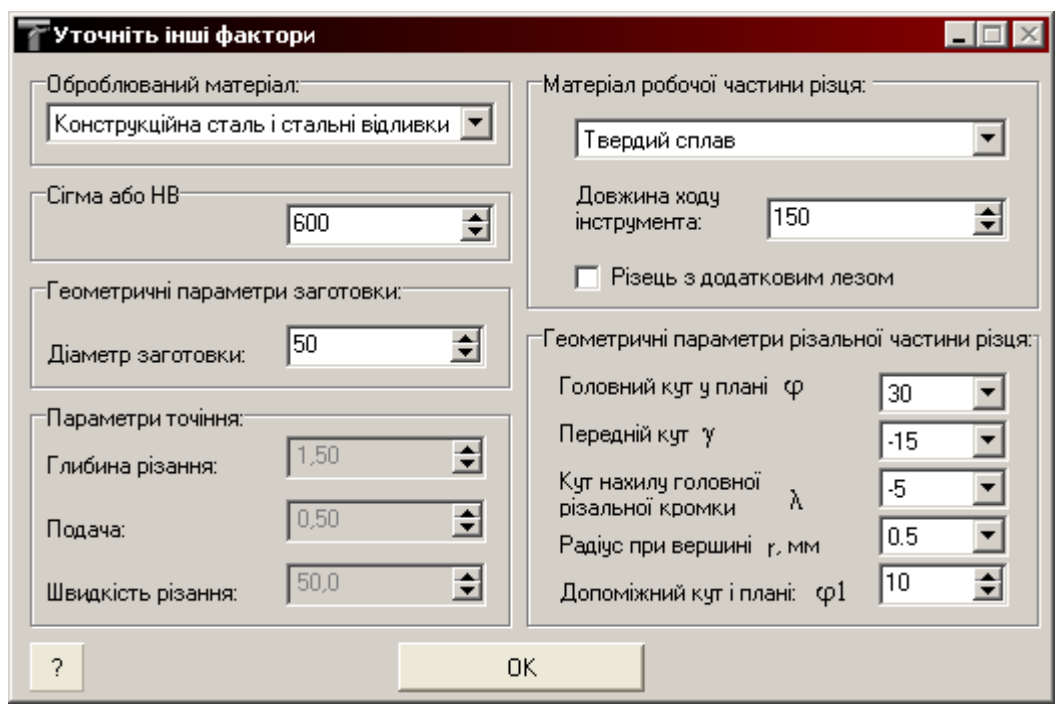


Рис. Б.22. Уточнення факторів

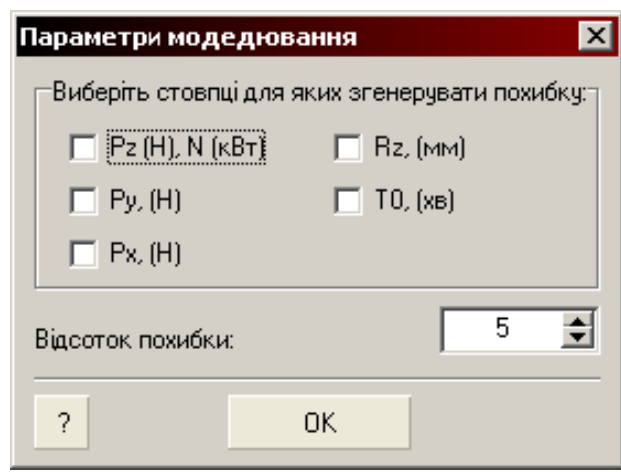


Рис. Б.23. Вибір факторів, для яких моделюється випадкова похибка

Воно призначено для додання випадкової похибки при перерахунку імпортованої матриці, що потрібно для отримання невеликих відхилень від точно розрахованих даних (по конкретним формулам). Це зв'язано з тим, що при реальній токарній обробці отримані дані

завжди мають відхилення від основного результату. Отже на даному етапі ви маєте змогу додати випадкову похибку (відхилення) при розрахунку таких результатів:

P_z – головна складова сили різання;

P_x – сила подачі або осьова складова сили різання;

P_y – нормальна або радіальна складова сили різання;

N – потужність;

R_z – шорсткість поверхні;

T_0 – час обробки різцем.

В цьому вікні також вказується відсоток похибки.

Після встановлення похибки перед вами буде виведена таблиця з основними результатами та результатами із вказаною похибкою. Результати із похибкою представлені в двох стовпцях.

Зберегти результати перерахунку матриці можете двома способами:

- пункт меню “Файл\Зберегти результати...”;
- натиснувши кнопку “Зберегти результати” на правій нижній панелі.

Також ви можете переглянути роботу окремого дослідження, виділивши його у таблиці і натиснувши на клавішу “Перегляд” (рис. Б.24).

№	P_z (Н)	$P_z(-)$ (Н)	$P_z(+)$ (Н)	P_y (Н)	P_x (Н)	N (кВт)
1	295,131	284,835	308,214	188,438	133,878	1,476
2	873,686	806,802	908,733	457,255	293,311	4,368
3	605,777	580,071	631,488	346,225	241,647	3,039
4	1142,179	1075,860	1195,322	522,672	321,626	10,489
5	1416,470	1367,161	1485,937	872,895	366,348	5,194
6	2745,503	2605,039	2894,801	1676,875	618,856	5,491
7	1774,769	1632,505	1851,779	982,740	542,765	6,537
8	4143,396	3928,604	4369,826	1728,501	508,163	40,812

Рис. Б.24. Результат роботи програми

Програма відтворить процес обробки на екрані. Матриця результатів буде використана в наступній роботі.

Отримання коефіцієнтів математичної моделі та їх статистичних характеристик

Виконання роботи за допомогою ПЗ ПРИАМ

При виконанні роботи необхідна наступна послідовність дій:

- введення вхідних даних (опис змінних, робочу матрицю, матрицю результатів експерименту);
- перетворення початкової матриці (ортогоналізація, нормування, побудова взаємодій);
- побудова регресійної моделі;
- аналіз якості моделі (аналіз залишків, аналіз структури, інформативність, адекватність, стійкість, описові та прогностичні властивості).

Введення даних

При введенні даних спочатку вводять опис змінних. Для цього викликається функція роботи з описом змінних: послідовно вибираються: “Данные”, “Рабочая область” (рис. Б.25).

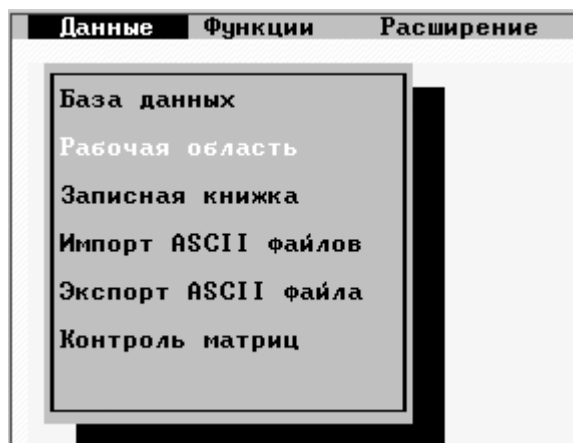


Рис. Б.25. Меню роботи з даними

В наступному меню – “Создание объектов” (при подальшій роботі з введеними об’єктами “Редактирование”) (рис. Б.26).



Рис. Б.26. Меню работы з об'єктами

В меню (рис. Б.27) переліку об'єктів слід вибрати "Описание переменных".

Спочатку вводять кількість змінних, а потім всі необхідні дані для їх опису. В лабораторних роботах вважається, що змінні є тільки двох типів: неперервні (рис. Б.28) та нечислові (рис. Б.29). Для неперервних вводяться інтервал існування (нижню та верхню його границі), а для нечислових – кількість рівнів варіювання та значення кожного рівня.

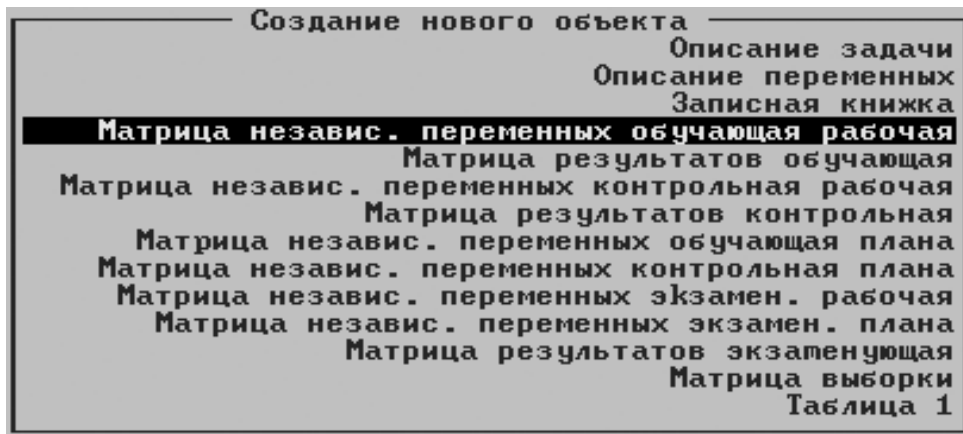


Рис. Б.27. Меню вибору об'єктів

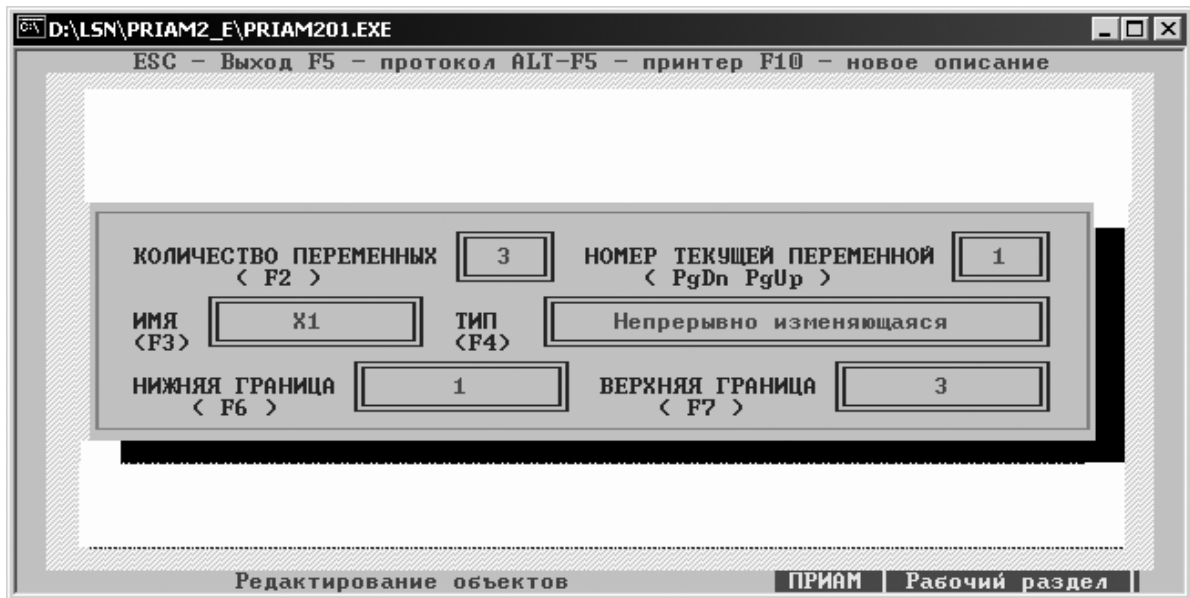


Рис. Б.28. Вікно вводу інформації про неперервні змінні



Рис. Б.29. Вікно вводу інформації про нечислові змінні

Після цього ви вводите матриці: робочу матрицю з натуральними значеннями факторів (“Данные”, “Рабочая область”, “Создание объектов” (при наступній роботі “Редактирование”), “Матрица независимых переменных обучающая рабочая”) та матрицю результатів експерименту (“Данные”, “Рабочая область”, “Создание объектов” (при наступній роботі “Редактирование”), “Матрица результатов обучающая”). Табличний редактор має наступний вигляд (рис. Б.30). Якщо ви натиснете F1, то отримаєте список усіх команд, що можна в ньому виконувати. Розміри матриці встановлюються клавішами F2 та F3.

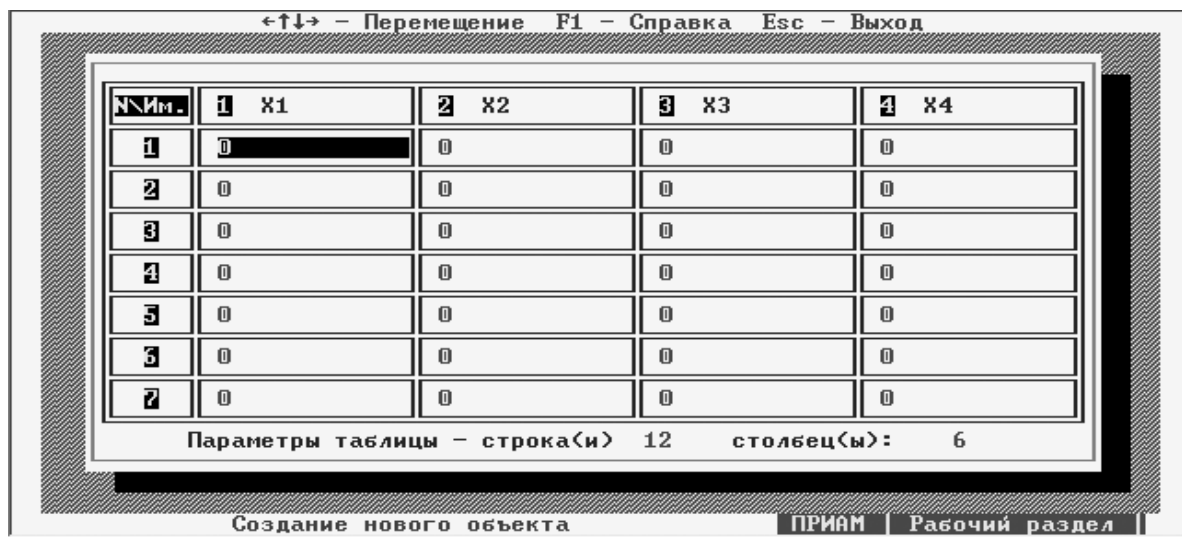


Рис. Б.30. Редактор таблиц

Перетворення даних

Після введення даних необхідно виконати перетворення матриці незалежних змінних (“Функции”, “Функции”, “Преобразование данных”, “Ортогонализация, нормировка, взаимодействия”). Після цього потрібно в діалоговому режимі вибирати послідовно необхідні пункти меню, що забезпечують виконання перетворень.

Для багатofакторного регулярного плану можна вибрати автоматичний режим перетворень. Для інших видів планів – діалоговий.

Для робастних планів на основі рівномірно розподілених послідовностей необхідно задавати максимальні степені ортогонального поліному, рівні 3, якщо немає відомостей про залежність більш високого порядку (рис. Б.31).

В тому випадку, коли у вас матриця повного факторного експерименту, то необхідно, крім подвійних взаємодій, які будуються в кожній задачі, побудувати всі можливі види взаємодій, тобто потрійні, почетверені і т. д. до кількості ефектів, що дорівнюють кількості факторів у задачі (рис. Б.32). Якщо це не виконати, ви можете не отримати модель задовільної якості.

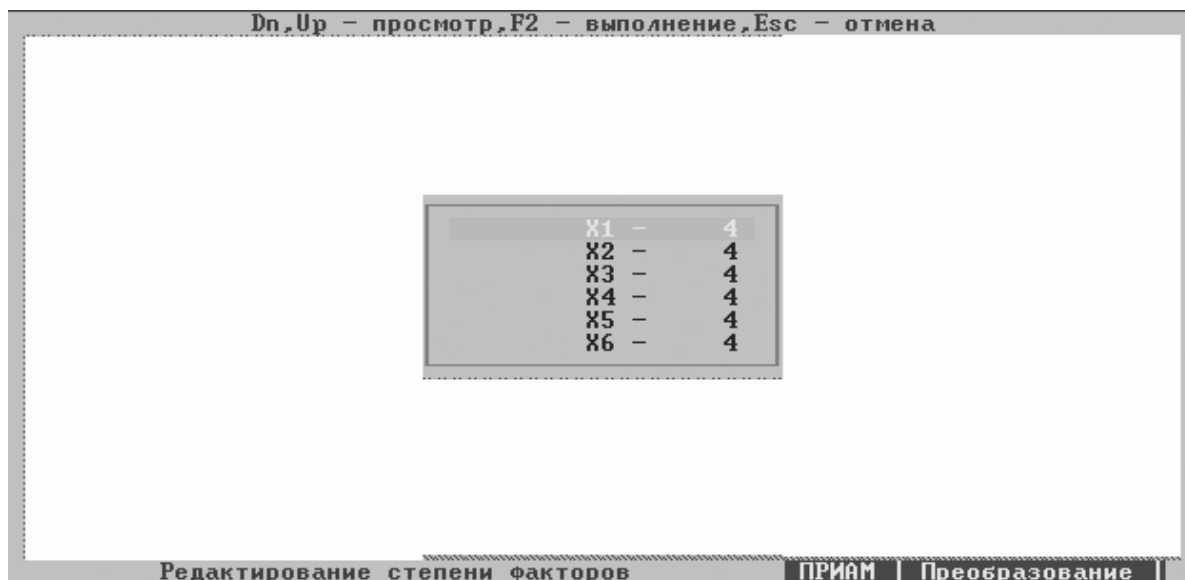


Рис. Б.31. Редактор степени ортогонального полиному

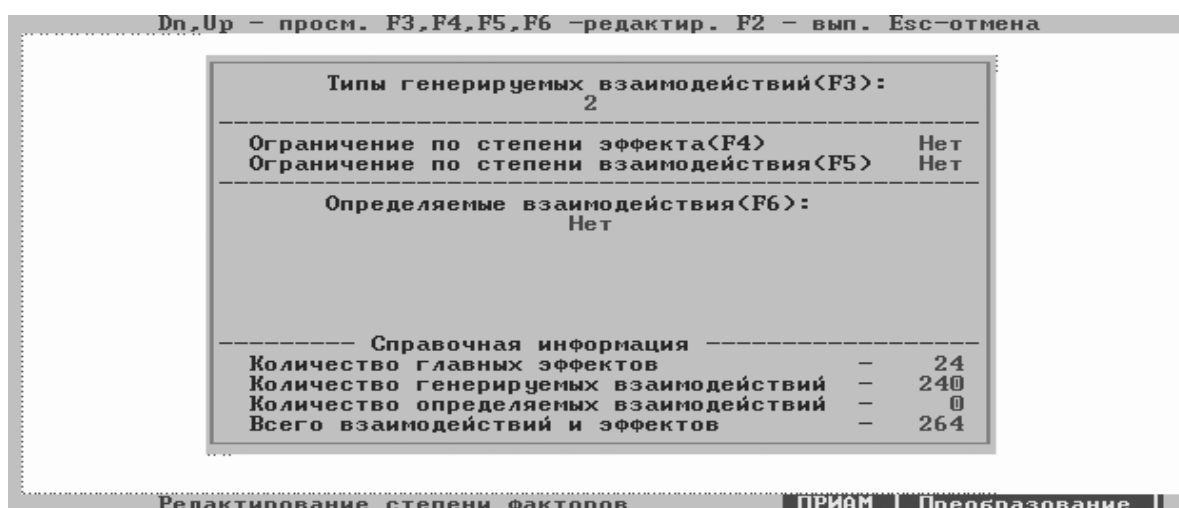


Рис. Б.32. Вікно управління побудовою взаємодій

Попередній статистичний аналіз

Перед власне побудовою моделей необхідно виконати попередній статистичний аналіз (“Функции”, “Функции”, ”Описательная статистика”, “Проверка однородности и степени разброса”). Після виклику функції екран буде мати вигляд, зображений на рис. Б.33. Вам не потрібно задавати ніяких параметрів, а натиснути F2 і отримати результат роботи на екрані та в протоколі.

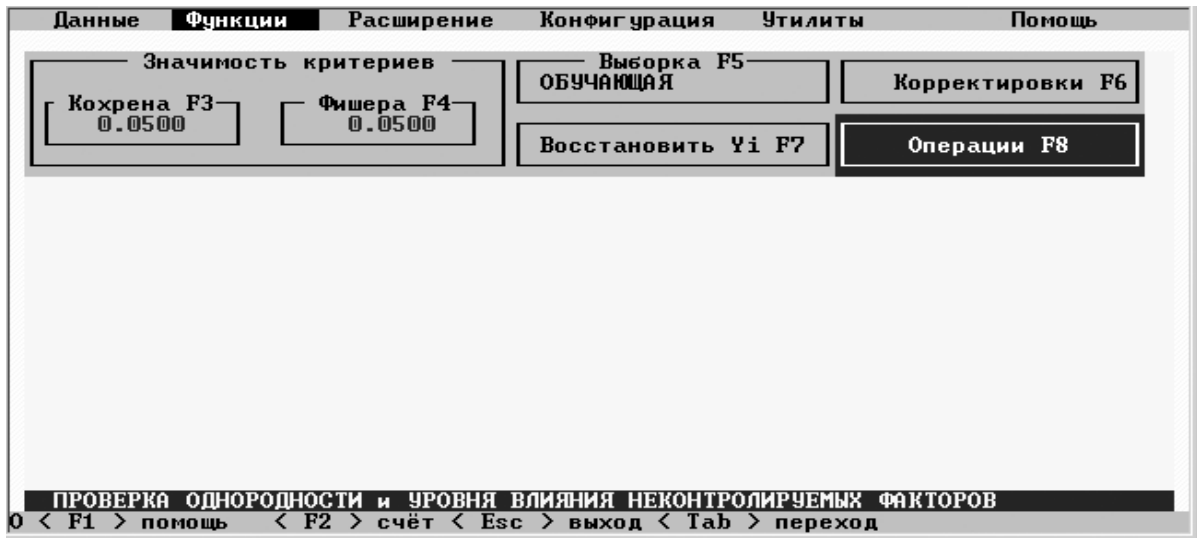


Рис. Б.33. Вікно управління попереднім статистичним аналізом

При виконанні роботи тут і далі програма буде запитувати про необхідність ведення протоколу, на що слід відповідати ствердно. Якщо функція не перша, то протокол слід продовжувати, а не створювати новий.

Побудова моделей

Викликавши функцію побудови моделей (“Функции”, “Функции”, ”Построение моделей”, “Получение коэффициентов и стат. характеристик”), ви отримаєте екран виду, зображеного на рис. Б.34. В момент запуску діють стандартні установки режимів. Перехід з вікна у вікно виконується за допомогою клавіші табуляції або “мишки”.

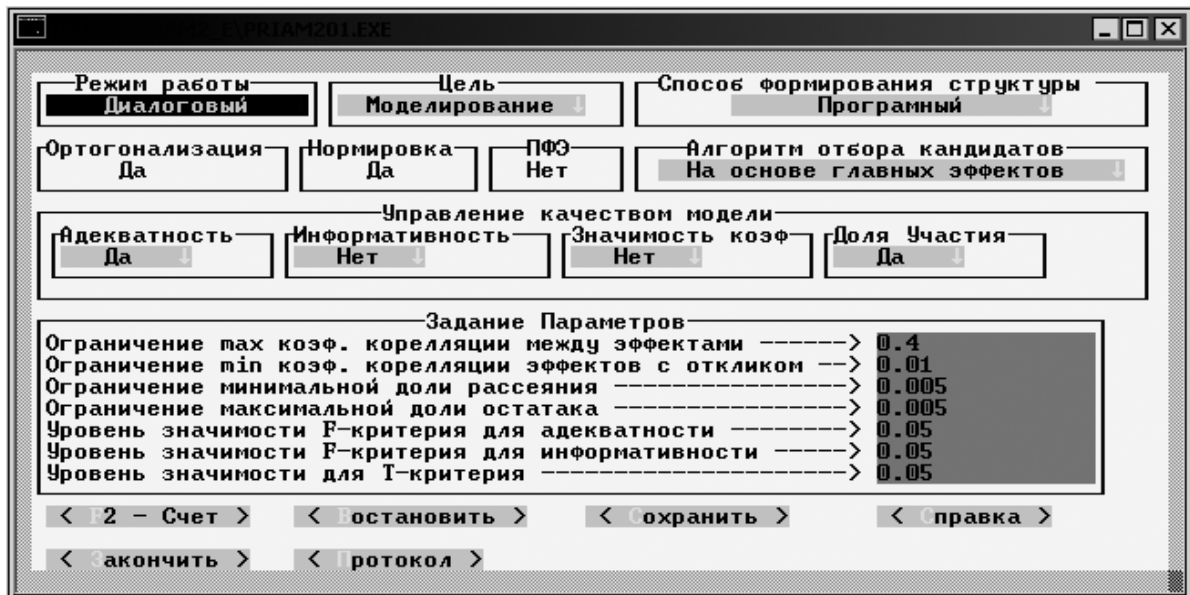


Рис. Б.34. Вікно встановлення режимів побудови моделі

Запуск на виконання виконується натисканням клавіші F2. Після виконання обробки ви отримаєте меню (рис. Б.35), яке дозволяє вам отримати інформацію про модель.

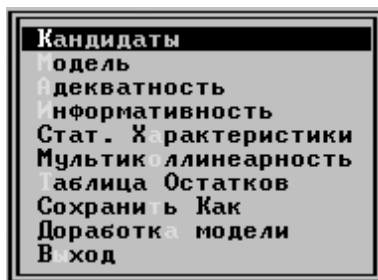


Рис. Б.35. Меню виводу на екран характеристик моделі

Ви можете продивитись характеристики моделі. В тому випадку, коли вони незадовільні, необхідно повернутися в вікно управління побудовою моделі і, змінивши параметри, виконати нову спробу. Якщо це не допомагає, то необхідно повернутися на етап перетворення моделі для збільшення кількості ефектів: підвищення степенів поліномів і взаємодій, якщо це можливе.

Результати роботи програми зберігаються в протоколі в файлі NU.PRO. Не забудьте після кінця роботи перенести всі файли з робочої області (каталог PRIAM_TP) у вибране вами місце.

Виконання обчислювального експерименту з використанням ПЗ ПРИАМ

Часткові рівняння регресії

Часткові рівняння регресії – це набір одновимірних (функцій від однієї незалежної змінної) рівнянь, які отримані з початкового рівняння регресії присвоєнням всім змінним, крім двох, фіксованих значень. З цих двох одна залишається змінною, а друга приймає ряд значень, що створює сімейство функцій, і відповідно графіків, що побудовані за цими функціями

Для виконання роботи необхідно увійти в розділ обчислювального експерименту (“Функция”, “Функция”, “Вычислительный эксперимент”), а після цього вибрати відповідні функції. Для часткових рівнянь регресії вибирається пункт меню “Частные уравнения регрессии”. На рис. Б.36 представлено вид меню для функції побудови часткових рівнянь регресії (меню функції тривимірних зображень має такий само вигляд). У всіх інших функцій користувачу послідовно задаються питання, поки вся інформація буде виявленою. Якщо ви не знаєте, що відповідати, то вибираєте відповідь за замовчуванням.

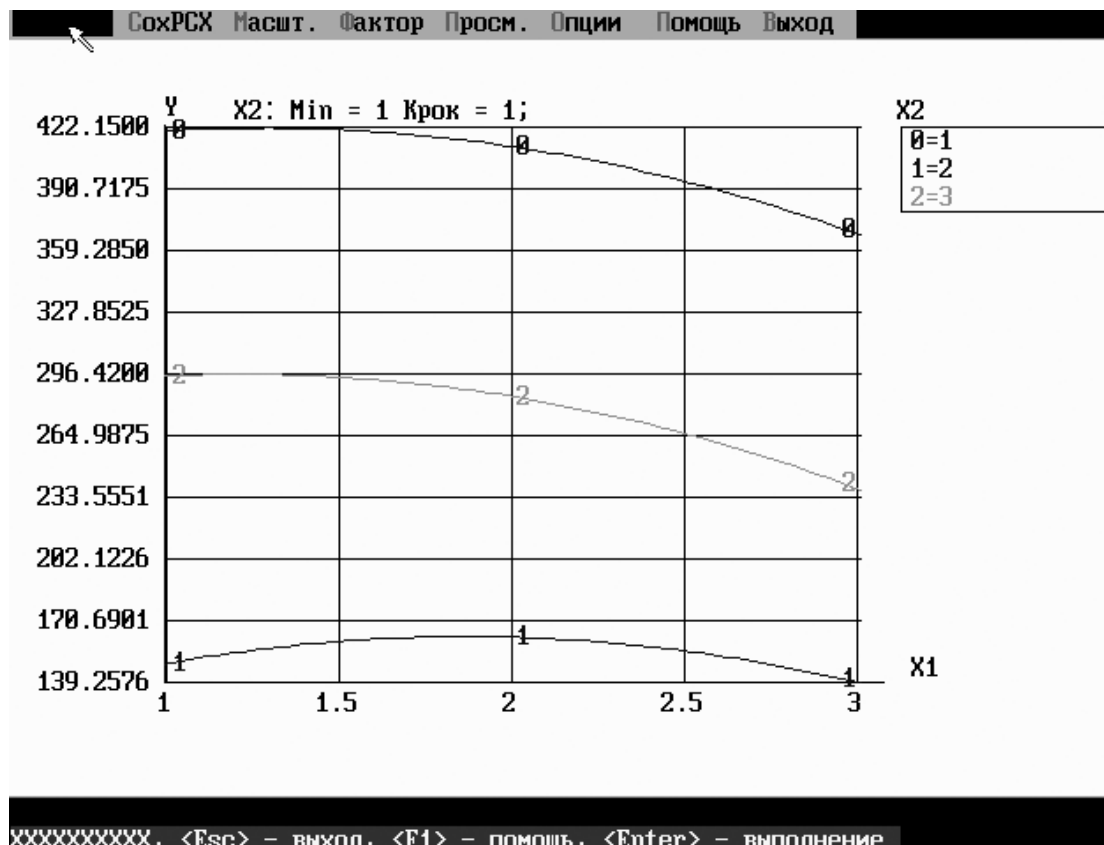


Рис. Б.36. Загальний вид функції побудови часткових рівнянь регресії

Пункт меню “Фактор” дозволяє вибрати фактор, від якого буде будуватися часткове рівняння регресії, а також початкове значення, крок зміни та кількість графіків (але не більше 8) другого фактора. Крім того, можна зафіксувати інші фактори на тих рівнях, які потрібні досліднику (за замовчуванням – середнє значення фактора).

Ви вибираєте два фактора: фактор, який буде змінюватися по горизонтальній вісі (“ГоризФакт”) і опорну змінну “ОпорнФакт”. Кожному значенню опорної змінної відповідає один графік. За замовчуванням будується три графіки. Якщо необхідно, ви можете змінити кількість графіків (до 8 включно). Це виконується в п. меню “Масштаб” в п. “КолГраф.”. При цьому вам необхідно самим потурбуватися про правильне завдання кроку зміни опорного фактора (“ШагОпорн”), щоб не вийти за межі його визначення. В “Фиксация” можна зафіксувати значення факторів, які не змінюються, на вибраних рівнях. Якщо ви не задасте певні рівні, то вибором пункту “ФиксСред” ви фіксуєте всі фактори, що не змінюються, на середніх рівнях.

В “Масш” можливо змінити і інтервали варіювання окремих факторів, що дає можливість детального вивчення окремих частин факторного простору.

“Просм” забезпечує появу курсору і вікна, в якому виводяться значення X та y в натуральних показниках для точки, на яку показує курсор. В “Опции” можливо задати відображення на екрані експериментальних точок (якщо регресія не одновимірна, то це не дає ніякої корисної інформації) – “ЭксТочки”. Вибір пункту “Печать” забезпечує друк на принтер (не забудьте спочатку вставити папір!), а “Сохранение” – збереження малюнку в графічному форматі РСХ.

Побудова ізоліній (ліній рівного виходу)

Ізолінія – це крива, яка з’єднує точки з однаковими значеннями функції. Найбільш відомі ізолінії – висоти та глибини на географічних картах. Для виконання роботи необхідно увійти в розділ обчислювального експерименту (“Функция”, “Функция”, “Вычислительный эксперимент”), а після цього вибирається пункт меню “Исследование поверхности отклика”. Після цього ви відповідаєте на ряд запитань, щоразу вибираючи варіант за замовчуванням, поки не отримаєте вид меню, зображений на рис. Б.37.

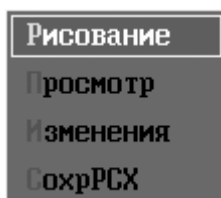


Рис. Б.37. Меню вибору дій

Вибравши п. “Рисование”, ви отримаєте нове меню, в якому знову вибираєте п. “Рисование”. Після цього отримаєте запит на перерахування точок, на який слід відповісти ствердно. Результатом будуть зображення ліній рівного виходу (рис. Б.38).

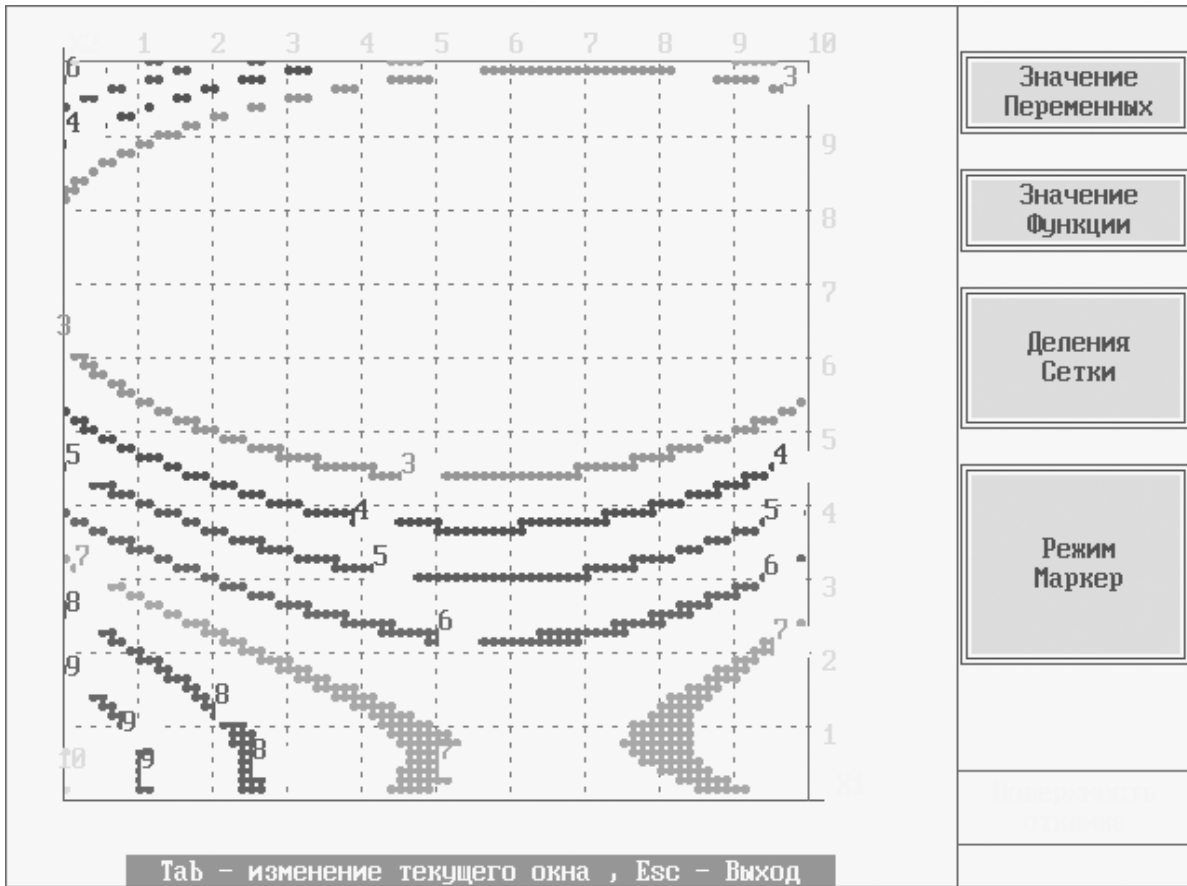


Рис. Б.3

8. Загальний вид функції побудови ліній рівного виходу

Якщо ви виберете п. "Сохранить", то зображення буде збережено. Для побудови малюнків зі зміною факторів чи інтервалів їх варіювання вибирається п. "Изменения".

Побудова тривимірних зображень поверхні відгуку

Тривимірні зображення поверхні відгуку використовуються для отримання загального уявлення та ілюстрування. Загальний вигляд меню функції побудови цих зображень приведено на рис. Б.39. Вона повністю відповідає меню функції побудови часткових рівнянь регресії.

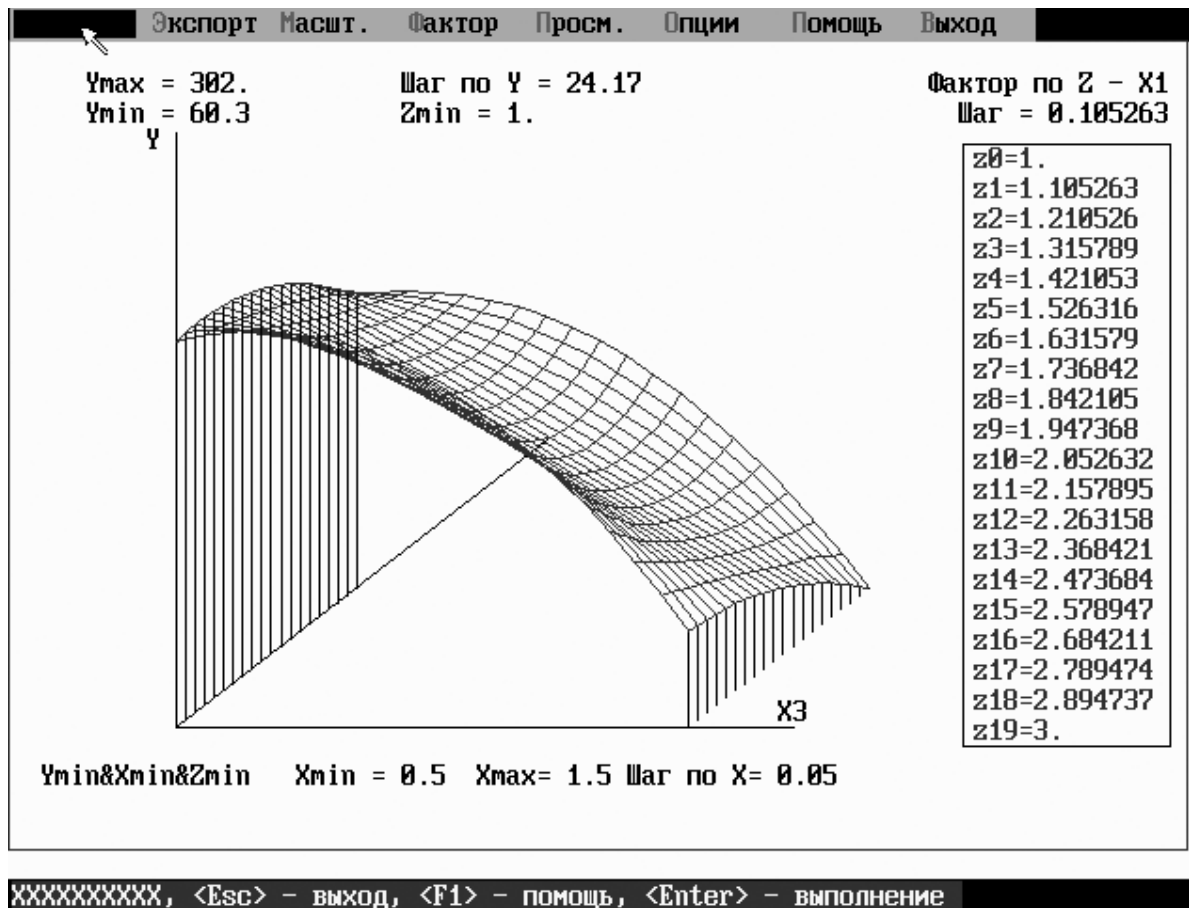


Рис. Б.39. Вид вікна функції побудови тривимірних зображень

Результати роботи (картинку) можливо зберегти в РСХ-форматі, як і в інших графічних функціях ПЗ ПРІАМ. Крім того, вибране зображення можна зберегти в форматі, сумісному з програмним засобом Surfer. Цей програмний засіб призначено для ілюстрування наукових видань і він має для цього широкі можливості. Зберігання рисунків виконується в п. меню “Экспорт”.

Прогнозування

Для прогнозування потрібно підготувати матрицю, що містить значення точок, для яких необхідно розрахувати відгук за моделлю, і ввести її як “Контрольная матрица независимых переменных”, а також якщо для цих точок відомі значення відгуку, то вони вводяться як “Матрица результатов эксперимента контрольная”, а потім вибрати “Функция”, “Функция”, “Вычислительный эксперимент”, “Расчет по модели”. Після запуску функції потрібно вибрати в запропонованому вам меню розрахунок для “Контрольной выборки”.

Після того, як програма виконає всі розрахунки, з’явиться горизонтальне меню. В ньому вас цікавлять пункти “Графіки” та “Таблица”. Вибір п. “Графіки” відкриває доступ до

виконання аналізу графіків залишків (описано в попередній лабораторній роботі). Вибір п. “Таблиця” дозволяє отримати результати прогнозу за контрольною матрицею (рис. Б.40).

Таблиця остатков (по контрольной матрице) N=14					
ном. оп.	Отклик по эксперим.	Отклик по модели	Остаток	Процент отклон.	Стандарт. остаток
1	159.352	162.742	-3.39013	-2.127	-0.0213263
2	169.061	175.762	-6.70049	-3.963	-0.0421508
3	168.282	161.883	6.39917	3.803	0.0402553
4	156.125	144.271	11.8541	7.593	0.0745705
5	144.338	137.326	7.01148	4.858	0.0441072
6	202.311	207.466	-5.15439	-2.548	-0.0324248
7	114.586	119.539	-4.95286	-4.322	-0.031157
8	336.065	342.658	-6.59288	-1.962	-0.0414739
9	289.979	295.679	-5.70048	-1.966	-0.0358601
10	194.931	199.653	-4.72167	-2.422	-0.0297026
11	124.867	129.935	-5.0683	-4.059	-0.0318832
12	424.106	412.792	11.314	2.668	0.0711732
13	237.028	238.022	-0.993674	-0.419	-0.00625091
14	125.367	118.674	6.69353	5.339	0.042107

Средняя абсолютная ошибка аппроксимации - 6.18194
Средняя ошибка аппроксимации в процентах - 3.43206

<PgUp> <PgDn> <Dn> <Up>

XXXXXXXXXX, <Esc> - выход, <F1> - помощь, <Enter> - выполнение

Рис. Б.40. Прогноз і залишки за контрольною матрицею

ОПТИМІЗАЦІЯ ЗА МОДЕЛЛЮ

Для всіх функцій оптимізації використовується метод випадкового пошуку накидного типу з використанням $ЛП_{\tau}$ рівномірно розподілених послідовностей. Причинами такого вибору є:

- метод випадкового пошуку дозволяє знайти глобальний екстремум, а не локальний, на відміну від регулярних методів пошуку екстремуму;
- з ростом кількості ітерацій він сходиться, що не гарантовано в інших методах;
- результат оптимізації не залежить від форми поверхні відгуку;
- на функцію не накладається ніяких обмежень, крім можливості її обчислити.

Крім того, при використанні $ЛП_{\tau}$ рівномірно розподілених послідовностей пробні точки розміщені найкращим чином у багатовимірному просторі з точки зору зондування цього простору – жодна з координат жодної точки не співпадає з іншою). Крім $ЛП_{\tau}$ послідовностей існують також точки Холтона.

Кількість пробних точок визначає точність отриманого розв'язку. Звичайно 512...1024 точки достатньо, щоб отримати практично задовільний результат.

Якщо при першому проході не вдалося отримати задовільне рішення, то можна використати одну з наступних стратегій.

1. Провести пошук оптимуму в тій же області, але взяти суттєво більшу кількість точок. Кількість пробних точок бажано вибирати рівним 2^k , де k – ціле число, оскільки в такому випадку розміщення точок в просторі для ЛП_т послідовностей буде оптимальним.
2. Взяти найкращу точку, отриману на першому етапі, задати навколо неї певну область, меншу, ніж початкова, і провести в ній пошук оптимуму. При цьому методі може бути невдача для функцій зі складною формою поверхні відгуку, тому що у вибраній області може не міститися глобального екстремуму.

Оптимізація за допомогою ПЗ ПРИАМ

Викликавши функцію (“Функция”, ”Функция”, ”Вычислительный эксперимент”, “Оптимизация”) і відповівши на два запитання, приймаючи обидва рази значення за замовчуванням (“Кодированная”, ”Построенная программой”), ви отримаєте меню, показане на рис. Б.41.

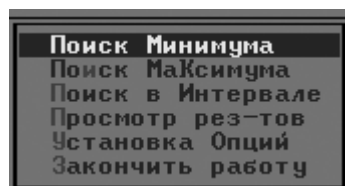


Рис. Б.41. Вибір мети оптимізації

Вам необхідно вибрати один з варіантів оптимізації (мінімум, максимум, інтервал). Після цього функція буде запитувати про додаткові обмеження. Наприклад, для мінімуму вона буде запитувати “Хотите ли вы установить минимальную границу?”. Якщо ви відповісте “Да”, то після цього необхідно ввести значення обмеження. Таке завдання означає, що ви шукаєте мінімум, але він не повинен бути менше, ніж задане число. В стандартних лабораторних роботах таке не потрібно.

Після цього виконується пошук оптимуму і результати розрахунку виводяться на екран. Крім того, для порівняння там же виводиться значення мінімуму (максимуму), отримане в експерименті. Вигляд вікна результату приведено на рис. Б.42.

РЕЗУЛЬТАТЫ ОДНОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ		
ЦЕЛЬ: МИНИМУМ		
ПО МАТЕМАТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ	ПО РЕЗУЛЬТАТАХ ЭКСПЕРИМЕНТА	
Y =	79.8204	114.586
X1	1.35938	3
X2	1.60938	2
X3	1.47656	1.5

Рис. Б.42. Вікно результату оптимізації

Для тих ситуацій, коли необхідно змінювати стандартні установлення, ви вибираєте пункт “Установка опцій”. Після цього на екран буде виведено меню з можливими варіантами (рис. Б.42).

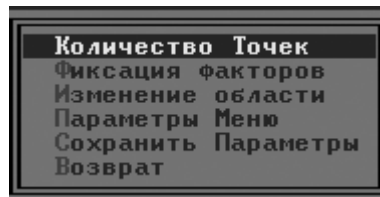


Рис. Б.43. Установлення параметрів оптимізації

“Количество точек” – дозволяє змінити кількість пробних точок і таким чином змінювати точність пошуку.

“Фиксация факторов” – забезпечує можливість зафіксувати частину факторів на певних рівнях.

“Изменение области” – дає змогу змінити межі існування незалежних факторів.