

8. Ткаченко А. А., Губарені Є. В., Безносик Ю. О. Комп'ютерне моделювання процесу каталітичного три-риформінгу метану в інтегральному проточному реакторі. *Комп'ютерне моделювання в хімії та технологіях і сталий розвиток – КМХТ2010: Тези доповідей другої науково-практичної конференції*, Київ. 12-15 травня 2010. Київ, 2010. С. 85–87.

9. Ткаченко А. А., Безносик Ю. О., Ткач В. В. Комп'ютерне моделювання та експериментальні дослідження автотермічного процесу три-риформінгу. *Комп'ютерне моделювання в хімії, технологіях і системах сталого розвитку – КМХТ2010: Збірник наукових статей третьої міжнародної науково-практичної конференції*. Київ – Рубіжне, 10-12 травня 2012 року. Київ, 2012. С. 76–82.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГАЗОЖИДКОСТНОГО СЛОЯ НА КРУПНОПЕРФОРИРОВАННОЙ ПРОТИВОТОЧНОЙ ТАРЕЛКЕ

Балабекова М. О.

MATHEMATICAL MODEL OF A GAS-LIQUID LAYER ON A LARGE PERFORATED COUNTER-CURRENT PLATE

Balabekova M. O.

Южно-Казахстанский университет им. М. Ауэзова
г. Шымкент, Республика Казахстан
dadyiba@mail.ru

Разработана математическая модель колебаний газожидкостного слоя в установившемся режиме. Показано, что в установившемся режиме вынужденные колебания газожидкостного слоя происходят с частотой вихреобразования и являются гармоническими. Предложено уравнение, которое адекватно устанавливает взаимосвязь частоты пульсаций слоя от закономерностей вихреобразования в отверстиях крупноперфорированной противоточной тарелки.

Ключевые слова: Математическая модель, частотная характеристика, крупноперфорированная противоточная тарелка, пульсирующий газожидкостный слой

Mathematical model of oscillations of gas-liquid layer in steady-state mode has been developed. It is shown that in steady-state mode forced oscillations of gas-liquid layer occur with frequency of vortex formation and are harmonic. The invention proposes an equation that adequately establishes the relationship between the frequency of pulsations of the layer and the patterns of vortex formation in the holes of a large perforated countercurrent plate.

Key words: Mathematical model, frequency response, large perforated counter-current plate, pulsating gas-liquid layer

В массообменных и пылеулавливающих процессах частотные характеристики пульсирующего потока играют большую роль, по сравнению с амплитудными. Это связано, по-видимому, не только с изменением поверхности контакта фаз, но и с ее частым обновлением.

Рассмотрим модель пульсирующего газожидкостного слоя на крупноперфорированной противоточной тарелке (рис. 1), в которой точка O , соответствует равновесному положению верхней границы газа газожидкостного слоя. Изменение верхней границы слоя от равновесного положения определяется координатой y , которое является следствием неоднородности среды и пульсирующего давления за счет вихреобразования в газовой каверне [1]. Локальными флуктуациями поверхностного слоя пренебрегаем.

Тогда мгновенное значение полной динамической высоты газожидкостного слоя равно (рис. 1):

$$H_{\text{сл.п.}} = H_{\text{сл}} + y - y_1, \quad (1)$$

где $H_{\text{сл}}$ – статическая высота газожидкостного слоя, равная среднему значению высоты пульсирующего газожидкостного слоя; y – часть пульсирующей слагаемой, зависящая от неоднородности газожидкостного слоя, т.е. от динамического состояния; y_1 – часть пульсирующей слагаемой, зависящая от частоты вихреобразования в газовой каверне.

Колебание поверхности газовой каверны, непосредственно связано с частотой вихреобразования. Упрощая задачу, придадим этому колебанию синусоидальный закон:

$$y_1 = A_k \sin \omega_b t, \quad (2)$$

где A_k – максимальное значение амплитуды колебаний поверхности газовой каверны; ω_b – частота вихреобразования; t – время.

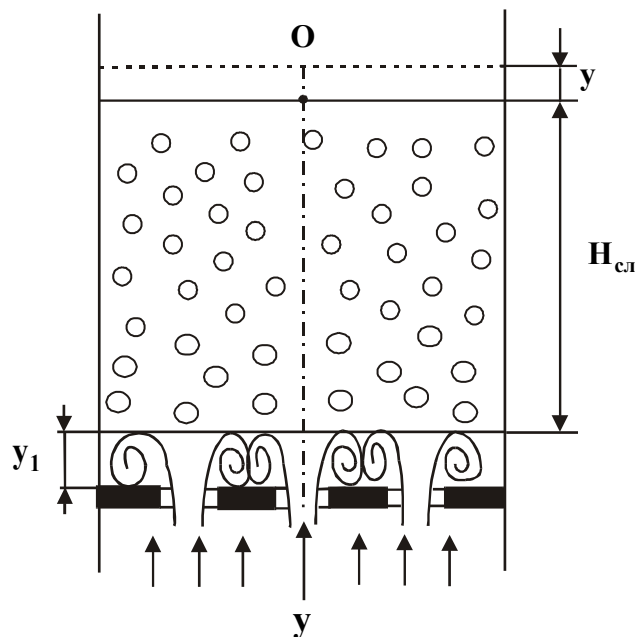


Рис. 1 Схема пульсирующего газожидкостного слоя на крупноперфорированной противоточной тарелке

На пульсуючий газожидкостний слой действуют следующие силы: сила тяжести \vec{P}_g , сила упругости газожидкостной среды \vec{P}_y , противодействующая неоднородности среды и ее деформации, и сила сопротивления \vec{R} , стремящаяся гасить любые изменения пульсации слоя.

Составим дифференциальное уравнение движения верхней границы газожидкостного слоя под действием сил \vec{P}_y , \vec{R} и \vec{P}_g :

$$\Delta m \frac{d^2 \vec{y}}{dt^2} = \vec{P}_y + \vec{P}_g + \vec{R}, \quad (3)$$

где Δm – масса пульсующего слоя.

Определим проекции сил \vec{P}_y , \vec{R} и \vec{P}_g на ось y . Проекция силы \vec{P}_y на ось y , равна:

$$P_y = -\varepsilon_0 (H_{сл} + y - y_1), \quad (4)$$

где ε_0 – коэффициент пропорциональности, который находится из условия разрешимости полученного дифференциального уравнения.

Проекция силы сопротивления \vec{R} на ось y , пропорциональна скорости пульсации поверхности слоя в сечении аппарата:

$$R = -\alpha \cdot S_A \frac{dy}{dt}, \quad (5)$$

где α – коэффициент сопротивления среды, зависящий от внутренних и внешних факторов, его размерность $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$; S_A – площадь поперечного сечения аппарата.

Проекция силы тяжести \vec{P}_g на ось y равна

$$P_g = mg, \quad (6)$$

где m – масса газожидкостного слоя.

Масса газожидкостного слоя:

$$m = \rho_{ж} h_{ж} S_A. \quad (7)$$

Массу пульсующего слоя считаем пропорциональной общей массе газожидкостного, и поэтому

$$\Delta m = k \cdot m, \quad (8)$$

где k – коэффициент пропорциональности, показывающий долю пульсующей части всей массы жидкости.

Среднее значение высоты газожидкостного слоя [2]:

$$H_{сл} = \frac{h_{ж}}{1 - \varphi}, \quad (9)$$

где φ – газосодержание.

С учетом (2), (4) – (9) уравнение движение верхней границы газожидкостного слоя (3) в направлении y имеет вид:

$$k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}S_{\text{А}} \frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{\varepsilon_0 h_{\text{ж}}}{1-\varphi} - \varepsilon_0 y + \varepsilon_0 A_{\text{к}} \sin \omega_{\text{в}} t - \alpha S_{\text{А}} \frac{dy}{dt} + \rho_{\text{ж}} h_{\text{ж}} S_{\text{А}} g. \quad (10)$$

Сокращая обе части уравнения (10) на величину $k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}S_{\text{А}}$ и после некоторых преобразований, получим:

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\alpha}{k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{\varepsilon_0}{k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}S_{\text{А}}} y + \frac{\varepsilon_0}{k(1-\varphi)\rho_{\text{ж}}S_{\text{А}}} - \frac{g}{k} = \\ = \frac{\varepsilon_0 A_{\text{к}}}{k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}S_{\text{А}}} \sin \omega_{\text{в}} t \end{aligned} \quad (11)$$

Для решения дифференциального уравнения (11) должно соблюдаться следующее условие:

$$\frac{\varepsilon_0}{k(1-\varphi)\rho_{\text{ж}}S_{\text{А}}} - \frac{g}{k} = 0. \quad (12)$$

Откуда

$$\varepsilon_0 = k(1-\varphi)\rho_{\text{ж}}gS_{\text{А}}. \quad (13)$$

Подставляя значение ε_0 из равенства (13) в уравнение (11), получим:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{\alpha}{k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{(1-\varphi)g}{kh_{\text{ж}}} \cdot y = \frac{(1-\varphi)gA_{\text{к}}}{kh_{\text{ж}}} \sin \omega_{\text{в}} t \quad (14)$$

Принимая общеизвестные обозначения:

$$2\beta = \frac{\alpha}{k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}}; \quad (15)$$

$$\omega_0^2 = \frac{(1-\varphi)g}{kh_{\text{ж}}}; \quad (16)$$

$$q = \frac{(1-\varphi)gA_{\text{к}}}{kh_{\text{ж}}}, \quad (17)$$

приведем уравнение (14) к относительному виду:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\beta \frac{dy}{dt} + \omega_0^2 y = q \sin \omega_{\text{в}} t. \quad (18)$$

Полученное выражение представляет собой дифференциальное уравнение вынужденных колебаний при наличии сопротивления среды, пропорциональной скорости пульсации.

Как известно, решение уравнения (17) равно сумме общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. В аппарате

практический интерес представляет установившейся процесс, т.е. частное решение неоднородного уравнения (17), которое имеет вид:

$$y = \frac{q}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_b^2)^2 + 4\beta^2\omega_b^2}} \cdot \sin(\omega_b t + \varepsilon), \quad (19)$$

где ε – сдвиг фазы колебаний относительно фазы возмущающей силы, который определяется по формуле:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{2\beta\omega_b}{\omega_0^2 - \omega_b^2}. \quad (20)$$

В установившемся режиме вынужденные колебания газожидкостного слоя происходят с частотой вихреобразования и являются гармоническими; амплитуда и фаза колебаний также зависят от ω_b .

Амплитуда вынужденных колебаний газожидкостного слоя для установившегося движения равна

$$A = \frac{q}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_b^2)^2 + 4\beta^2\omega_b^2}}. \quad (21)$$

Решая уравнение (21) относительно частоты ω_b вихреобразования, получим:

$$\omega_b = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2 \pm \sqrt{(\omega_0^2 - 2\beta^2)^2 + \frac{q}{A^2} - \omega_0^4}}. \quad (22)$$

Уравнение (22) имеет вещественное решение при соблюдении следующего условия:

$$(\omega_0^2 - 2\beta^2)^2 + \frac{q}{A^2} - \omega_0^4 \geq 0. \quad (23)$$

Из равенства (23) получим минимальное значение собственной частоты газожидкостного слоя:

$$\omega_{0.\text{мин}} = \sqrt{\beta^2 + \left(\frac{q}{2\beta A}\right)^2}. \quad (24)$$

С учетом (15) и (17) уравнение (24) примет вид:

$$\omega_{0.\text{мин}} = \sqrt{\left(\frac{\alpha}{k\rho_{ж}h_{ж}}\right)^2 + \left(\frac{(1-\varphi)\rho_{ж}g}{\alpha}\right)^2} \cdot \psi_b^2, \quad (25)$$

где $\psi_b \approx \frac{A_k}{A}$ – функция, зависящая от параметров вихреобразования.

Учитывая, что $\omega_{o, \text{мин}} = 2\pi f_{\text{сл}}$, получим:

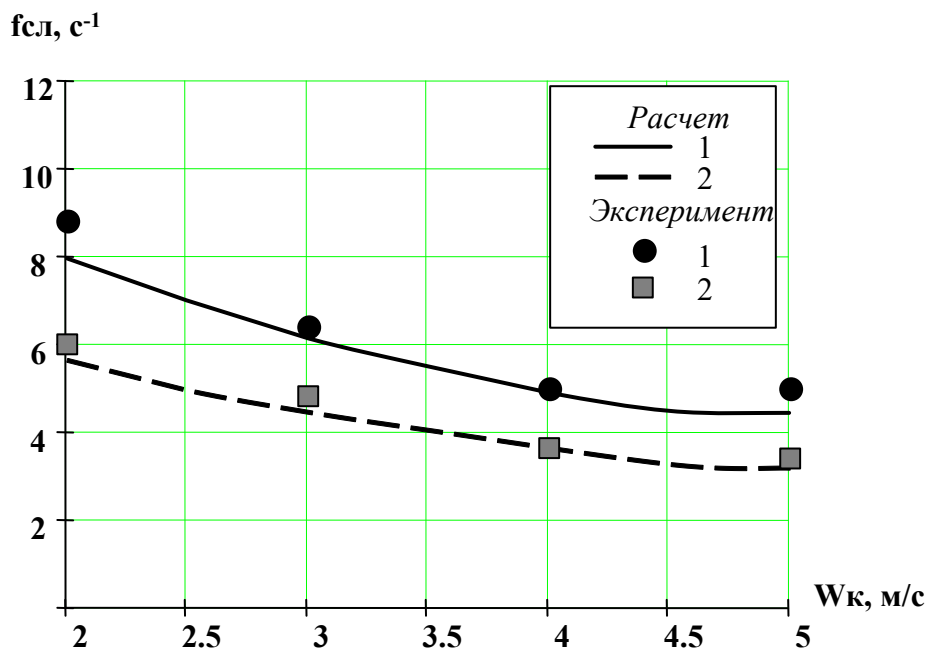
$$f_{\text{сл}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\alpha}{k\rho_{\text{ж}}h_{\text{ж}}}\right)^2 + \left(\frac{(1-\varphi)\rho_{\text{ж}}g\psi_{\text{в}}}{\alpha}\right)^2}. \quad (26)$$

Исследование функции $f_{\text{сл}} = f(\alpha)$ показывает, что частота слоя имеет минимальное значение, если α равен:

$$\alpha = \rho_{\text{ж}} \sqrt{k(1-\varphi)h_{\text{ж}}g\psi_{\text{в}}}. \quad (27)$$

С учетом (27) значение минимальной частоты пульсаций слоя примет, следующий вид:

$$f_{\text{сл}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2(1-\varphi)g\psi_{\text{в}}}{kh_{\text{ж}}}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2g\psi_{\text{в}}}{kH_{\text{сл}}}}. \quad (28)$$



Обозначения экспериментальных точек и кривых, построенных по уравнению (29):

$$1 - U = 4.78 \cdot 10^{-3} \text{ М/с}; 2 - U = 6.94 \cdot 10^{-3} \text{ М/с}.$$

$$S_{\text{ап}} = 0.225 \text{ м}^2; S_0 = 0.19782 \text{ м}^2 / \text{м}^2; d_0 = 0.06 \text{ м}.$$

Рис. 2. Зависимость частоты пульсаций газожидкостного слоя от скорости газа в колонне

Сопоставление экспериментальных и расчетных значений (28) при $\Psi_B = \frac{\sqrt{\tau} W_k}{2\pi\mu U} \sqrt{\frac{\rho_r}{\rho_{ж}} \frac{d_o^2}{(t - d_o) \cdot d_{o.кр}}}$ [9] и $N_{сл}$ по уравнению (9), показывает, что

коэффициент пропорциональности k равен 0,12.

На рисунке 2 представлен график зависимости $f_{сл} = f(W_k)$ при различных плотностях орошения. Как видно, полученное уравнение (28) адекватно описывает характер снижения частоты пульсаций слоя с повышением скорости газа в колонне. При повышении плотностей орошения характер снижения не изменяется. Погрешность составляет не более 11 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Васильева Е. И. Приближённый расчёт турбулентных газовых струй. - Молодой ученый. 2009. № 7 (7). С. 15–19.
2. Айтбаев Е. А., Балабекова М. О., Тапалов Т. Т. О средней высоте газожидкостного слоя в аппаратах с крупноперфорированными противоточными тарелками. *Труды научной конференции "История и современность"*, посвящ. 55-летию Победы в Великой Отечественной войне. Шымкент, 2000. С. 90–93.

ЗВ'ЯЗОК МІЖ НАД РІВНОВАГОЮ І ФЕНОМЕНОМ СРЕ (ЦИКЛІЧНИЙ І НЕ ЦИКЛІЧНИЙ МЕХАНІЗМИ)

Трищ В. Р.¹, Безносик Ю. О.¹, Яблонський Г. С.^{1,2}, Консталес Д.³

RELATIONSHIP BETWEEN OVER EQUILIBRIUM AND CPE PHENOMENON (CYCLIC AND ACYCLIC MECHANISMS)

Trishch V.¹, Beznosyk Y.¹, Yablonsky G.^{1,2}, Constales D.³

СВЯЗЬ МЕЖДУ СВЕРХРАВНОВЕСИЕМ И ФЕНОМЕНОМ СРЕ (ЦИКЛИЧЕСКИЙ И АЦИКЛИЧЕСКИЙ МЕХАНИЗМЫ)

Трищ В. Р.¹, Безносик Ю. А.¹, Яблонский Г. С.^{1,2}, Консталес Д.³

¹Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
trishch1212@gmail.com

²McKelvey School of Engineering, Department of Energy,
Environmental and Chemical Engineering,
Washington University in St. Louis, St. Louis, MO 63130, USA
gregoryvablonsky@gmail.com

³Department of Electronics and Information Systems ELIS,
Ghent University, B-9000 Ghent, Belgium
denis.constales@ugent.be