

compared to the field of the primary wave, then the method of small perturbations can be used. According to the first approximate method of perturbation theory, the analysis of fields is the content of the theory of single scattering. If the media for applying the theory of single scattering are violated (fluctuations in the medium are not weak enough, and the scattered field is not weak), it is necessary to use the theory of multiple scattering of waves.

Multiple scattered waves on weak, but large-scale (relative to the wavelength) inhomogeneities will only slightly deviate from the direction of propagation of the primary wave. Under such media, multiple scattering is effectively described by the short-wavelength asymptotic method of diffraction theory - the method of soft perturbations.

#### REFERENCES

1. Takidze I. The size of the density and concentration of electrons. *XXV Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики» АРАМС – 2019*. Збірник наукових праць. 24–27 вересня, 2019. Львів, Україна. P. 178–179.

#### ДО ПИТАННЯ РОЗРАХУНКУ ГНУЧКИХ СХЕМ ПРОМИСЛОВОГО ВОДОСПОЖИВАННЯ

Поплєвські Г.<sup>1</sup>, Шахновський А. М.<sup>2</sup>

#### TOWARDS CALCULATION OF FLEXIBLE INDUSTRIAL WATER USAGE NETWORKS

Poplewski G.<sup>1</sup>, Shakhnovsky A.<sup>2</sup>

#### К ВОПРОСУ РАСЧЕТА ГИБКИХ СХЕМ ПРОМЫШЛЕННОГО ВОДОПОТРЕБЛЕНИЯ

Поплевски Г.<sup>1</sup>, Шахновский А. М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Rzeszów University of Technology  
Rzeszów, Polska  
[ichgp@prz.edu.pl](mailto:ichgp@prz.edu.pl)

<sup>2</sup>Igor Sikorski Kyiv Politechnical Institute  
Kyiv, Ukraine  
[amshakhn@xtf.kpi.ua](mailto:amshakhn@xtf.kpi.ua)

У статті представлено методологію оптимального проектування гнучких схем водоспоживання. Пропонований підхід базується на теоремі про кутові рішення. Методологія є багатоетапною, причому кожний з кроків процедури розрахунку реалізуються із використанням математичних методів оптимізації. Пропонована методологія проілюстрована промисловим прикладом: розглянутій системі водоспоживання притаманні систематичні та випадкові коливання

масової витрати води та концентрацій забруднюючих домішок. Доведено, що структура водоспоживання, отримана у результаті реалізації запропонованої процедури розрахунку, забезпечує надійність процесу водоспоживання.

**Ключові слова:** нестационарний режим, гнучкі схеми водоспоживання, узагальнена схема, оптимізація

*В статье представлена методология оптимального проектирования гибких схем водопотребления. Предлагаемый подход базируется на теореме об угловых точках. Методология является многоэтапной, причем каждый из шагов процедуры расчета реализуются с использованием математических методов оптимизации. Предлагаемая методология проиллюстрирована промышленным примером: рассматриваемой системе водопотребления присущи систематические и случайные колебания массового расхода воды и концентраций загрязняющих примесей. Доказано, что структура водопотребления, полученная в результате реализации предлагаемой процедуры расчета, обеспечивает надежность процесса водопотребления.*

**Ключевые слова:** нестационарный режим, гибкие схемы водопотребления, обобщенная схема, оптимизация

*The paper presents the methodology of optimal design of flexible water usage networks. The proposed approach is based on the theorem on corner points solution. The methodology is multi-stage, and each of the steps of the calculation procedure is implemented using mathematical methods of optimization. The proposed methodology is illustrated by an industrial case study. The considered system of water consumption is characterized by systematic and random fluctuations of water flowrates and concentrations of pollutants. It is proved that the structure of water usage network, obtained as a result of the implementation of the proposed calculation procedure, ensures the reliability of the water consumption process.*

**Keywords:** non-stationary mode, flexible water usage networks, superstructure, optimization

### ВСТУП

Потреба в “гнучкості” хіміко-технологічної системи пов'язана з необхідністю забезпечення стійкого функціонування підприємства в умовах мінливої відповідно до вимог споживача середовища. Під “гнучкістю” розуміємо здатність системи та її складових частин-підсистем адекватно “реагувати” в разі зміни режиму, технології, номенклатури продукції, тощо (незалежно від того, чи були вони передбачені або непередбачувані) [1].

Системи водоспоживання (СВС) у складі промислових схем водного господарства мають складну структуру, внаслідок чого не виявляють стійкості до змін у технологічному процесі. Неоптимальна робота СВС, так само і як вихід за межі вимог технологічного регламенту призводить до непланової позачергової зупинки технології (для переналаштування обладнання, поточного ремонту, тощо). Отже, важливою є задача проектування гнучкої системи водоспоживання у сенсі передбачення і врахування у структурі СВС можливої зміни номінальних значень технологічних параметрів (масової витрати потоків, номінальних значень концентрацій, тощо).

У даній роботі представлено підхід до проектування, покликаний забезпечувати гнучкість проектних рішень щодо розробки систем промислового водоспоживання. Метою дослідження є проектування систем водного господарства:

- що мають властивість «гнучкості» (тобто є стійкими до змін параметрів потоків та технологічних вимог процесу),
- що є оптимальними з точки зору витрати чистої води та експлуатаційних витрат.

## МЕТОДОЛОГІЯ ДОСЛІДЖЕННЯ

Реалізований у представленому дослідженні підхід базується на практиці проектування гнучких хіміко-технологічних систем теплообміну [2, 3]. В основу методологічного апарату розрахунку було покладено підхід, заснований на складенні та оптимізації узагальненої схеми водоспоживання [4, 5]. У вказану узагальнену схему включають усі можливі з технічних та економічних міркувань зв'язки між водоспоживачами.

У даному дослідженні використано узагальнену схему типу “джерело – регенератор – споживач” (*source–regenerator–sink superstructure*), яка представляє систему водоспоживання як організований граф – множину джерел і споживачів води різної якості та процесів часткового очищення води (“регенераторів”) – [6]. В ході організації повторно-багаторазового водоспоживання потоки “регенерованої” води можуть бути спрямовані на вхід “споживачів”, утворюючи (у суміші з потоками чистої води) потоки номінального для кожного із «споживачів» компонентного складу з належною масовою витратою. З метою додаткового очищення “регенерована” вода з виходу процесу часткового очищення може бути подана у інший “регенератор”.

На основі узагальненої схеми будується оптимізаційна математична модель – задача оптимізації (у даному дослідженні – задача лінійного програмування). Оптимізація математичної моделі узагальненої схеми спрямована на визначення оптимальної структури СВС, тобто на визначення множини масових витрат потоків у схемі.

Автори представленої дослідження застосували підхід, що базується на так званій теоремі про кутові (граничні) рішення. У практиці структурної оптимізації технологічних схем даний підхід був вперше використаний під час проектування підсистем теплообміну [2].

Відповідно до теореми про кутові рішення, СВС, яка оптимально працює для всіх комбінацій екстремальних значень параметрів (усіх “кутових точок”), зможе працювати оптимально також для різних комбінацій значень параметрів із діапазону, визначеного цими екстремальними значеннями. Для проектування гнучкої СВС слід виконати наступні кроки алгоритму [5]:

1. Для кожної кутової точки розрахувати якомога більше варіантів оптимальної структури. Альтернативні оптимальні структури СВС отримують шляхом багаторазового вирішення задачі оптимізації на основі узагальненої схеми. Щоб генерувати такі альтернативні СВС (з точки зору структури), перед кожним запуском оптимізуючої процедури до задачі оптимізації додають спеціальне лінійне відтинаюче обмеження (за аналогією з методами Гоморі для вирішення цілочисельних задач лінійного програмування).

2. Для кожної кутової точки побудувати одне рішення, поєднавши альтернативні оптимальні структури з п. 1. Якісно критерій об'єднання формулюються наступним чином: остаточною структурою СВС у кожній кутовій точці повинна мати якомога простішу структуру з найменшою кількістю сполучень між водоспоживачами (що мінімізує інвестиційні витрати на створення СВС мережі та полегшує контроль і керування системою). В кількісному, розрахунковому сенсі задача поєднання альтернативних оптимальних структур у кутовій точці являє собою складну комбінаторну задачу цілочисельного (бінарного) програмування.

## КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРИРОДООХОРОННИХ ПРОЦЕСІВ

Математичне формулювання вказаної задачі та підходи до її вирішення докладно представлено у [5].

3. Визначити інтервали варіювання значень витрат потоків для всіх трубопроводів в складі СВС. Ця інформація потрібна для правильного вибору діаметрів трубопроводів, продуктивності насосів та іншого додаткового трубопроводного обладнання, також ці дані використовуються у якості початкової інформації для створення системи автоматизованого керування СВС [5].

Розрахунки здійснювалися у оптимізаційному пакеті GAMS.

### РЕАЛІЗАЦІЯ ПРОЦЕДУРИ ПРОЕКТУВАННЯ ГНУЧКИХ СХЕМ ПРОМИСЛОВОГО ВОДОСПОЖИВАННЯ

У наведеному нижче прикладі (таблиця 1) схема водоспоживання розглядається (у відповідності до описаного вище підходу) як сполучення джерел і споживачів води різної якості та процесів часткового очищення води (“регенераторів”).

Таблиця 1. Схема водоспоживання, представлена за принципом “джерело – регенератор – споживач”

<i>Джерела</i> (i)	Чиста вода	Джерело 1	Джерело 2	Джерело 3	Джерело 4	Джерело 5	“Регенератор”	
$C_j$ , мг/дм <sup>3</sup>	0	100	140	180	230	250	<30,45>	
$F_j 10^3$ , кг/год	(немає обмежень)	{0, 50}	60	70	80	195	Рівна вхідній	
<i>Споживачі</i> (j)	Очищення	Споживач 1	Споживач 2	Споживач 3	Споживач 4	Споживач 5	Споживач 6	“Регенератор”
$C_i^{max}$ , мг/дм <sup>3</sup>	(немає обмежень)	0	50	50	140	170	240	(немає обмежень)
$F_i 10^3$ , кг/год	(немає обмежень)	{0, 50}	60	80	70	80	195	(немає обмежень)

Примітка:  $C_j$  – концентрація забруднювача у воді;  $F_i$  – масова витрата води.

Як видно з таблиці 1, у випадку “джерел” вихідними даними для розрахунку є концентрація забруднень та масова витрата потоку. В той же час, для “споживачів” задаються гранично допустимими значеннями концентрації забруднюючої домішки. Математична модель узагальненої схеми для такої задачі була представлена в [5]. Слід зазначити, що модель також діє для випадку кількох забрудників.

Більшість параметрів води в таблиці 1 є фіксованими. Однак передбачається, що процес, який складається з першого споживача та першого джерела, періодично підживлюються. Тому в таблиці 1 масова витрата для першого споживача та першого джерела має два значення 0 і 50 т/год. Іншим процесом, який відображає зміни параметрів, є процес часткового очищення води. У цьому випадку змінюється концентрація забруднювача у вихідному потоці в межах, наведених у таблиці 1.

СВС для заданого набору параметрів є оптимальною тоді, коли вона відповідає мінімуму цільової функції (1):

$$OF = \text{Min} \left( \alpha \sum_j F_{FW,j} + \beta \sum_i F_{i,FT} + \gamma \sum_i \sum_R F_{i,R} + \delta \sum_R F_{R,FT} \right) \quad (1)$$

де:

- $i, j$  – номери відповідно “джерел” і “споживачів” води;
- $FW$  – джерело чистої води (*fresh water*);
- $R$  – вхідний потік процесу часткового очищення води (“regenerator”);
- $FT$  – потік, спрямований назовні схеми (на inlet to the “final treatment”);
- $\alpha$  – питома вартість чистої води;
- $\beta$  – питома вартість очищеної води;
- $\gamma$  – питома вартість часткового очищення води;
- $\delta$  – питома вартість повторного очищення води.

Економічні значення коефіцієнтів для рівняння (1) наведені в таблиці 2.

Таблиця 2. Питома вартість потоків технологічної води (у.о/т) [5]

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$
1,00	0,65	0,15	0,35

Як вже зазначалося вище, першим етапом методології, заснованої на теоремі кутових точок, визначення усіх можливих комбінацій граничних значень параметрів. Ці комбінації і є кутовими точками рішеннями. Таблиця 3 містить значення для споживача 1, джерела 1 та параметрів регенератора для всіх кутових точок.

Таблиця 3. Кутові точки

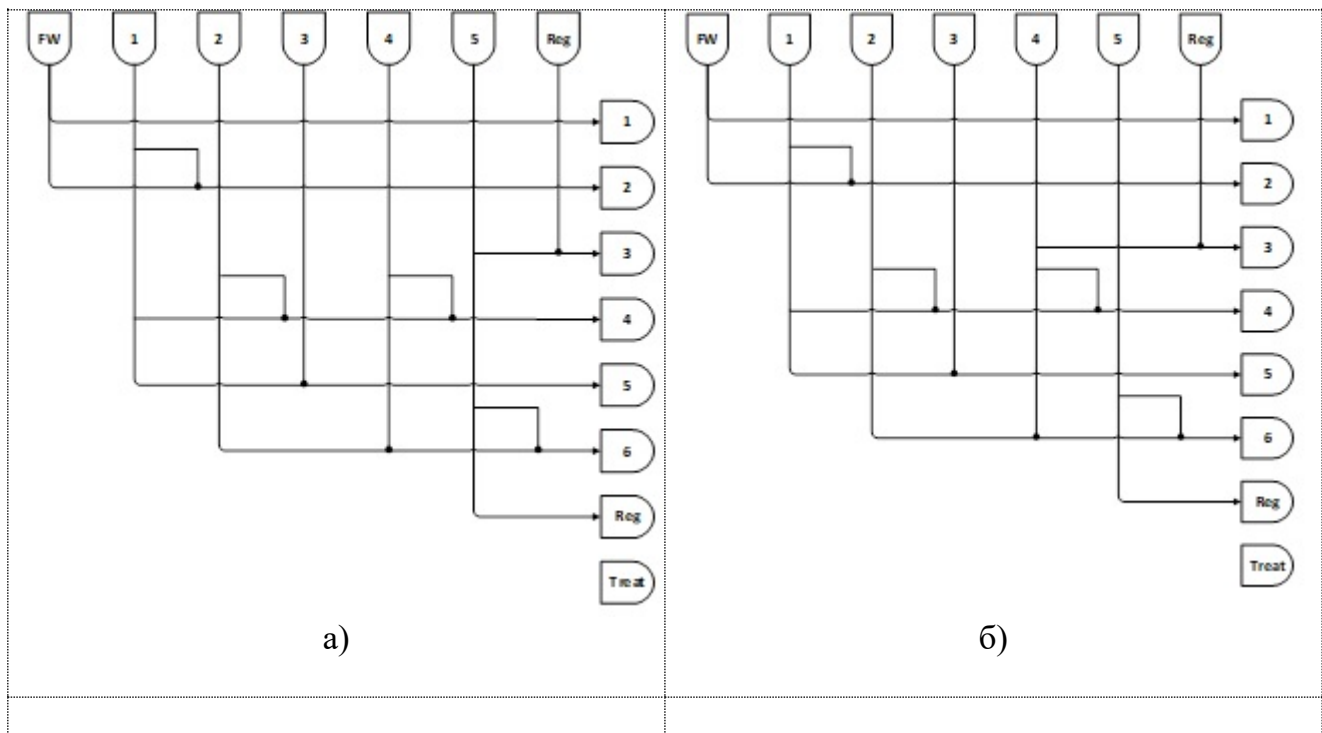
		Кутова точка 1	Кутова точка 2	Кутова точка 3	Кутова точка 4
Джерело 1	$F_1 10^3$ , кг/год	50	50	0	0
Споживач 1	$F_1 10^3$ , кг/год	50	50	0	0
“Регенератор”	$C$ , мг/дм <sup>3</sup>	30	45	30	45

Другий крок полягає у формуванні у кожній кутовій точці всіх варіантів СВС, які мають мінімальне значення цільової функції (1) для даного набору даних та найменшу кількість внутрішніх поєднань у схемі. Множину таких рішень було отримано за допомогою методу правильних відтинань [5]. Результати даного кроку у стислому вигляді наведені в таблиці 4.

Таблиця 4. Альтернативні структури схем водоспоживання у кутових точках

	Кутова точка 1	Кутова точка 2	Кутова точка 3	Кутова точка 4
Значення цільової функції	91,0	91,7	87,5	88,1
Кількість внутрішніх поєднань	14	14	14	13
Кількість альтернативних СВС	4	7	7	1

На етапі визначення спільної СВС для альтернативних структур у кожній із кутових точок ставиться задача забезпечити мінімальну кількість внутрішніх поєднань у остаточній СВС. Слід зауважити, що навіть для невеликої кількості кутових точок кількість комбінацій дуже велика і швидко зростає зі збільшенням масштабу задачі. Тому був розроблений математичний метод для оптимізації процесу вибору рішень (детально описаний в [5]). Внаслідок реалізації згаданого методу для побудови *FWN* були відібрані СВС, показані на рисунку 1.



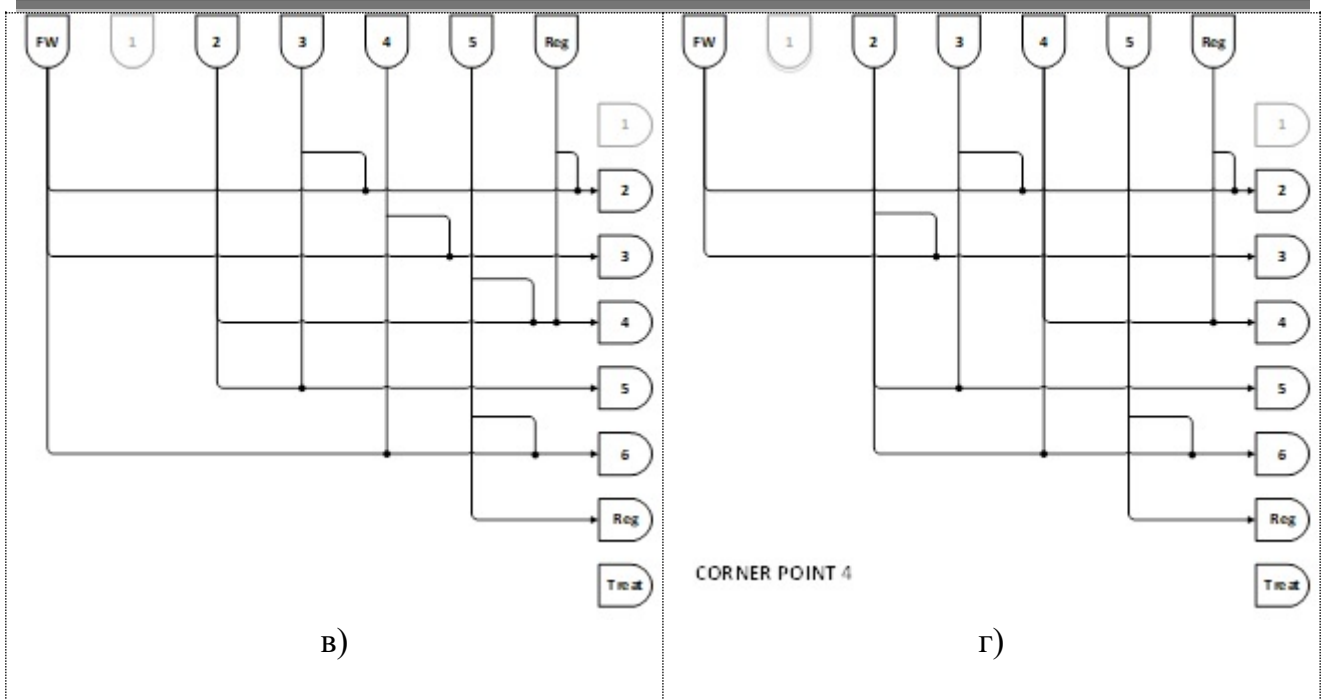


Рис. 1. Об'єднані структури СВС для всіх кутових точок:

*FW* – джерело чистої води; *Reg* – “регенератор”; *Treat* – потік “назовні” досліджуваної схеми (на очищення “в кінці труби”);

а) – г) – структури у кутових точках 1 – 4, відповідно

В результаті поєднання структур, представлених на рис. 1, була отримана остаточна структура СВС з 23 внутрішніми поєднаннями повторного водоспоживання (рис. 2).

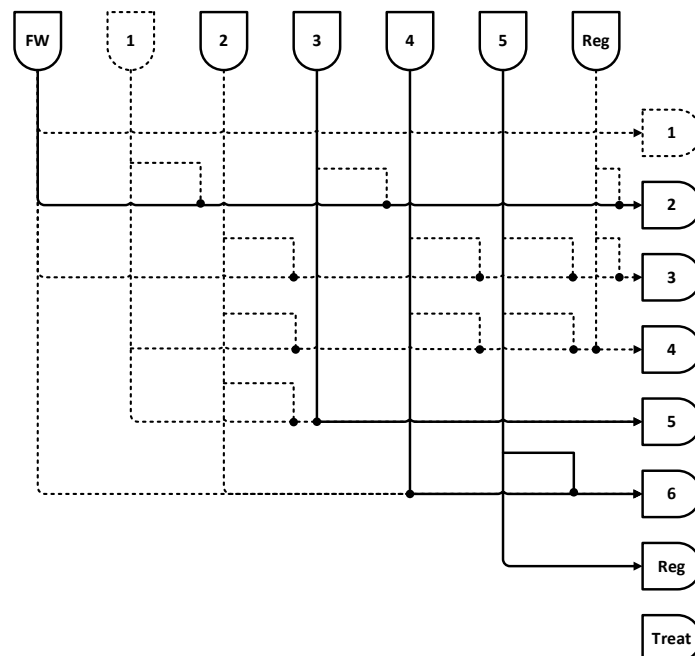


Рис. 2. Остаточний вигляд схеми водоспоживання:

*FW* – джерело чистої води; *Reg* – “регенератор”;

*Treat* – потік “назовні” досліджуваної схеми (на очищення “в кінці труби”)

Пунктирними лініями на рис. 2 позначено ті трубопроводи та процеси, які використовуються лише для певних наборів параметрів. Як видно з рис. 2, результуючій структурі наявно лише 5 трубопроводів (внутрішніх поєднань), які використовуються постійно (позначені суцільною лінією). Це не означає, що для кожного набору значень параметрів витрати в окремих трубопроводах є постійними. У разі коливань чистоти регенерованої води вказані витрати змінюються безперервно, тоді як у випадку зупинки першого процесу ці зміни мають ступінчастий характер. Наприклад, витрата чистої води, що подається до третього споживача, коливається від 51,4 т / год до 62,6 т / год. Цей трубопровід відключається (як непотрібний), коли перший процес працює у штатному режимі.

### ВИСНОВКИ

У статті представлено методологію оптимального проектування гнучких схем водоспоживання. Пропонований підхід базується на теоремі про кутові рішення. Методологія є багатоетапною, причому кожний з кроків процедури розрахунку реалізуються із використанням математичних методів оптимізації. Пропонована методологія проілюстрована промисловим прикладом; розглянутій системі водоспоживання притаманні систематичні та випадкові коливання масової витрати води та концентрацій забруднюючих домішок. Доведено, що структура водоспоживання, отримана у результаті реалізації пропонованої процедури розрахунку, забезпечує надійність процесу водоспоживання. Перспективою подальших досліджень є дослідження специфіки застосування розробленої процедури у різних галузях промисловості.

### ПОДЯКИ

Дане дослідження присвячене світлій пам'яті професора Я. Єжовського (Жешувський технологічний університет), та професора Г. О. Статюхи (КПІ імені Ігоря Сікорського).

### ЛІТЕРАТУРА

1. Туровец О. Г., Родионова В. Н. Организационные факторы обеспечения гибкости производственной системы. *Вестник Брянского государственного технического университета*. № 3 (64). 2018. С. 88–96. DOI: 10.30987/article\_5b0532912a0c02.20682093
2. Saboo A. K., Morari M. Design of resilient processing plants. - IV. Some new results on heat exchanger network synthesis. *Chem. Eng. Sci.* 1984. 39 (3). P. 579–592.
3. Товажнянский Л. Л., Капустенко П. А., Ульянов Л. М., Болдырев С. А. Создание оптимальной теплообменной системы в процессе дистилляции каменноугольной смолы. *Интегрированные технологии и энергосбережение*. 2004. №2. С. 85–90.
4. Statyukha G., Shakhnovsky A., Jezowski J., Jezowska A., Kvitka A. A methodology for designing industrial water networks. *Chemical Engineering Transactions*, 2009. 18. P. 189–194. DOI: 10.3303/CET0918029
5. Poplewski G., Foo D. An extended corner point method for the synthesis of flexible water network. *Process Safety and Environmental Protection*. 2021. 148. P. 210–224. DOI: 10.1016/j.psep.2020.09.050
6. Faria D. C., Bagajewicz M. J. On the appropriate modeling of process plant water systems. *AIChE Journal*. 2010. 56 (3). P. 668–689. DOI: 10.1002/aic.11983.