

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

СПЕЦІАЛЬНІ РОЗДІЛИ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛАХ

**Рекомендації до виконання
розрахунково-графічної роботи**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Акустичні електронні системи та технології обробки акустичної
інформації»
спеціальності 171 Електроніка

Укладачі: М. Ю. Артеменко, Л. М. Батрак

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2026

УДК 621.372(075.8)
А86

Укладачі: *Артеменко Михайло Юхимович*, д-р техн. наук, проф.
Батрак Лариса Миколаївна, канд. техн. наук, доц.

Рецензент *Бондаренко В. М.*, канд. техн. наук, доц.
доц. кафедри конструювання електронно-обчислювальної
апаратури факультету електроніки КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний
редактор *Швайченко В. Б.*, канд. техн. наук, доц.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 8 від 04.06.2026 р.)
за поданням вченої ради факультету електроніки
(протокол № 05/2026 від 27.05.2026 р.)*

А86 **Спеціальні розділи теорії електричних кіл.** Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах. [Електронний ресурс]: рек. до виконання розрахунково-графічної роботи: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Акустичні електронні системи та технології обробки акустичної інформації» спец. 171 Електроніка/КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: М. Ю. Артеменко, Л. М. Батрак. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026. – 56 с..

У навчальному посібнику з освітнього компонента «Спеціальні розділи теорії електричних кіл» викладено методи аналізу перехідних процесів у лінійних електричних колах. Видання містить алгоритми розрахунків, завдання для самостійного виконання та інструкції з використання комп'ютерних технологій. Особливу увагу приділено класичному, операторному методам та методу змінних стану, а також перевірці результатів у середовищах Excel та Multisim. Наведено розгорнуті приклади розв'язання типових задач. Запропоновано комплексну методику поєднання аналітичних обчислень із віртуальним моделюванням.

Посібник призначений для здобувачів ступеня бакалавр, які навчаються за спеціальністю «171 Електроніка». Видання буде також корисним викладачам технічних дисциплін та інженерам, які займаються моделюванням динамічних систем.

УДК 621.372(075.8)

Реєстр. № НП 25/26-438. Обсяг 2,5 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026

ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1. ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ ТА ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ.....	5
1.1. Завдання на розрахунково-графічну роботу.....	5
1.2. Організаційні вказівки до виконання РГР.....	6
1.3. Структура пояснювальної записки до РГР.....	6
1.4. Рекомендації щодо оформлення пояснювальної записки.....	7
2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ.....	10
2.1. Приклад 1.....	10
2.2. Приклад 2.....	12
2.3. Приклад 3.....	14
2.4. Приклад 4.....	17
2.5. Приклад 5.....	20
2.6. Приклад 6.....	24
2.7. Приклад 7.....	25
2.8. Приклад 8.....	27
2.9. Приклад 9.....	29
2.10. Приклад 10.....	31
3. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ.....	42
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	46
ДОДАТКИ.....	47
Додаток Д.1 Варіанти завдання на розрахунково-графічну роботу.....	47
Додаток Д.2 Зразок оформлення титульного аркушу пояснювальної записки.....	49
Додаток Д.3 Зразок оформлення індивідуального завдання	50
Додаток Д.4 Побудова графіка функції, заданої аналітично, за допомогою програмного забезпечення Microsoft Excel.....	52

ВСТУП

Нестационарні явища мають велике значення під час функціонування електричних кіл, які є невід'ємною складовою частиною будь-якого сучасного електронного пристрою. Фахівці, що спеціалізуються в області електроніки, у своїй повсякденній практичній діяльності досить часто спостерігають перехідні процеси, що виникають в електричних колах при стрибкоподібних змінах їх структури чи параметрів елементів. В деяких випадках перехідні процеси є небажаними і навіть небезпечними, оскільки можуть призвести до виходу з ладу електричної та електронної апаратури. Це обумовлює необхідність передбачення на етапі проєктування відповідної апаратури максимальних значень струмів і напруг та врахування відповідних ризиків, пов'язаних з їх виникненням. В інших ситуаціях перехідні процеси є штатним режимом роботи електричного кола, що зумовлює заданий алгоритм його функціонування, а аналіз цих процесів надає можливість дослідити важливі аспекти, пов'язані зі зміною форми та/або амплітуди сигналів під час проходження через підсилювачі й фільтри, залежність часу перехідного процесу від параметрів елементів кола тощо.

Метою розрахунково-графічної роботи (РГР) зі спеціальних розділів теорії електричних кіл на тему «Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах» є закріплення знань, отриманих у процесі вивчення теоретичного та практичного матеріалу під час лекційних, практичних і лабораторних занять цього кредитного модуля.

Виконання розрахунково-графічної роботи сприяє вдосконаленню практичних навичок розрахунку перехідних процесів в лінійних електричних колах постійного та змінного струму різними методами – класичним, операторним та змінних стану, а також опанувати прикладні програмні пакети, необхідні для зображення схем, розрахунку перехідних процесів та побудови їх графіків.

1. ЗАГАЛЬНІ ВИМОГИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗРАХУНКОВО_ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ ТА ОФОРМЛЕННЯ ПОЯСНЮВАЛЬНОЇ ЗАПИСКИ

1.1. Завдання на розрахунково-графічну роботу

Для всіх варіантів параметри елементів кола: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $E = 10 \text{ В}$; $C = 10 \text{ мкФ}$; $L = 1 \text{ мГн}$.

1. В додатку Д.1 знайти схему електричного кола згідно номера варіанта та для непарних варіантів замінити котушку індуктивності, для парних варіантів замінити конденсатор резистором номіналом 3 Ом і розрахувати перехідний процес в колі першого порядку для змінної стану, що залишилась. Побудувати графік перехідного процесу;

2. Для електричного кола згідно номера варіанта методом змінних стану знайти спочатку аналітичний, а потім числовий вираз для характеристичного рівняння кола після комутації. Перевірити аналітичний вираз для характеристичного рівняння кола порівнянням його з виразом, отриманим операторним методом.

3. Для електричного кола згідно номера варіанта зафіксувати заданий параметр: для непарних варіантів – конденсатора; для парних варіантів – котушки індуктивності та обчислити діапазони значень іншого реактивного елемента, за яких в колі відбувається

- а) коливальний характер перехідного процесу;
- б) аперіодичний характер перехідного процесу.

Обравши значення параметрів реактивних елементів з визначених діапазонів, навести комп'ютерні моделі кіл згідно номера варіанта з осцилограмами коливального та аперіодичного перехідних процесів.

1.2. Організаційні вказівки до виконання розрахунково-графічної роботи

Номер варіанту на розрахунково-графічну роботу кожному студенту призначає викладач. Виконувати РГР роботу необхідно за графіком, наведеним в табл. 1.

Таблиця 1.

Календарний графік виконання розрахунково-графічної роботи

Тиждень семестру	Етап виконання та вимоги
2	Вибір та затвердження варіанту розрахунково-графічної роботи. Отримання вихідних даних.
2-3	Виконання завдання 1
4-5	Виконання завдання 2
6	Здача завдань 1-2 на перевірку
7-8	Виконання завдання 3
9-10	Оформлення пояснювальної записки розрахунково-графічної роботи та здача її на першу перевірку
11	Коригування пояснювальної записки за зауваженнями викладача та її повторна здача
12-13	Остаточна перевірка розрахунково-графічної роботи й виставлення її оцінки для врахування в 2 календарному контролі

Викладач оцінює розрахунково-графічну роботу згідно системи нарахування рейтингових балів, викладеної в силабусі освітнього компоненту. Якщо передбачений захист РГР, то він здійснюється шляхом надання письмових чи усних відповідей студентами на питання з переліку, наведеному в розділі 3, та їх оцінювання викладачем.

1.3. Структура пояснювальної записки до РГР

До складу пояснювальної записки входять такі структурні елементи, розміщені у заданій послідовності:

- титульний аркуш;
- зміст;
- індивідуальне завдання на розрахункову роботу;
- розрахункова частина:
 - завдання 1;
 - завдання 2;
 - завдання 3;
 - висновки;
- список літератури.

1.4. Рекомендації щодо оформлення пояснювальної записки

Пояснювальну записку до розрахунково-графічної роботи виконують у вигляді електронного текстового документа у форматі .pdf, розміру А4 без рамок і штампів з такими налаштуваннями: шрифт Times New Roman, 14 пт, міжрядковий інтервал 1.5, береги: верхній, лівий і нижній – не менше 20 мм, правий – не менше 10 мм. Рекомендований обсяг пояснювальної записки складає 20-25 аркушів.

Титульний аркуш оформлюють згідно до вимог, прийнятих в КПП ім. Ігоря Сікорського (див. додаток Д. 2).

В індивідуальному завданні на розрахунково-графічну роботу наводять креслення схеми досліджуваного електричного кола згідно номера варіанта, вихідні дані, перелік значень величин, які потрібно розрахувати та графіків, які необхідно побудувати. Його оформлюють згідно зразка (див. додаток Д. 3).

Кожне нове завдання необхідно починати з нового аркушу, наводячи формулювання завдання та схему досліджуваного в даному завданні кола.

У кінці кожного виконаного завдання необхідно навести повне формулювання отриманої відповіді (яким методом розрахунку перехідних процесів та в якому колі було отримано результат; характерні особливості кривої перехідного процесу; збіг розрахованих в даному завданні миттєвих значень з наявними на графіку; порівняння застосовуваного методу з іншими, відомими з літературних джерел), що становитиме основу для відповідного пункту висновків.

Креслення схем виконують у відповідних графічних редакторах відповідно до вимог ЄСКД з позначенням величин, що підлягають розрахунку, а також порядкових номерів рисунків з відповідними посиланнями в тексті. Допускається наводити схеми, отримані в програмних середовищах Electronics Workbench або Multisim, елементи яких мають бути позначені відповідно до завдання.

Графіки будують з використанням комп'ютерних програм, забезпечуючи їх максимальну інформативність щодо розмірів зображення, індикації початкових, усталених, екстремальних значень перехідних процесів та їх часових координат.

Розрахунки і формули слід супроводжувати коментарями (анонси наступних дій, посилання на літературні джерела, що рекомендують застосовувати методики, визначення, властивості тощо, посилання на рисунки зі схемами та графіками), а також наводити усі проміжні етапи. Отриманню будь-якого числового результату передують наведення формули, що пов'язує шукану величину з відомими або заданими. Далі замість буквених символів, які входять до неї, підставляють числові значення величин з розмірностями за системою СІ. В результаті зазначають розмірність отриманої величини [1, 2].

Сторінки пояснювальної записки нумерують, проставляючи номер сторінки на нижньому полі аркуша без крапки в кінці. Титульний аркуш включають до загальної нумерації сторінок, але номер сторінки на ньому не проставляють [1, 2].

На сторінці 2 розташовують зміст, адресуючи кожен розділ пояснювальної записки номером початкової сторінки. Подальші сторінки слід нумерувати арабськими цифрами, починаючи з цифри 3 для індивідуального завдання, та додержуючись наскрізної нумерації впродовж усього тексту пояснювальної записки. Наприкінці роботи слід навести висновки, що узагальнюють результати виконання кожного з завдань, та список використаної літератури. Включення в цей список кожного з джерел має супроводжуватися посиланнями на нього в тексті пояснювальної записки.

2. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ

Розрахунок перехідного процесу в колі постійного струму першого порядку здійснюють за узагальненою формулою:

$$x(t) = x_{\text{вм}}(t) + x_{\text{вл}}(t) = x(\infty) + [x(0) - x(\infty)]e^{-t/\tau},$$

де $x(t)$ – часова залежність змінної стану (напруги на конденсаторі чи струму в котушці індуктивності) в перехідному процесі; $x_{\text{вм}}(t) = x(\infty)$ – вимушена складова перехідного процесу (усталене значення змінної стану у колі після комутації при $t \rightarrow \infty$); $x_{\text{вл}}(t) = [x(0) - x(\infty)]e^{-t/\tau}$ – вільна складова перехідного процесу; $x(0)$ – значення змінної стану в момент часу до комутації (початкова умова); τ – стала часу кола першого порядку, що за наявності конденсатора дорівнює rC , а в колі з котушкою індуктивності дорівнює L/r , причому r – еквівалентний опір кола після комутації відносно затискачів реактивного елемента за відсутності джерел енергії.

Величини $x(0)$, $x(\infty)$ розраховують, відповідно, в колах до та після комутації за методикою визначення усталених значень з видаленими реактивними елементами (L – шляхом закоротки, C – шляхом розриву кола).

2.1. Приклад 1

Знайти усталені значення змінних стану в колі другого порядку на рис. 1 після комутації.

Параметри елементів кола: $R_1 = 1$ Ом; $R_2 = 2$ Ом; $R_3 = 3$ Ом; $E = 10$ В; $C = 10$ мкФ; $L = 1$ Гн.

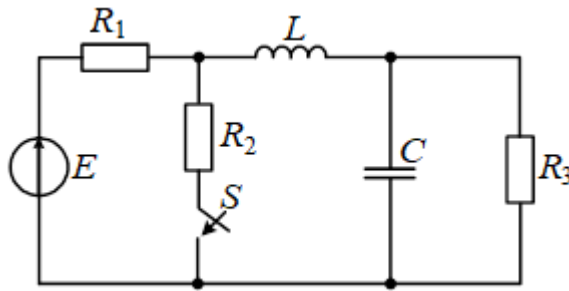


Рис. 1

Розв'язок

Шукані значення сили струму котушки та напруги конденсатора знаходимо за методикою визначення усталених значень змінних стану в електричному колі після комутації. Для цього фіксуємо ключ в положенні замкнено, видаляємо котушку індуктивності шляхом короткого замикання затискачів її приєднання та вилучаємо конденсатор шляхом розриву затискачів його приєднання, позначаємо шукані величини (рис. 2).

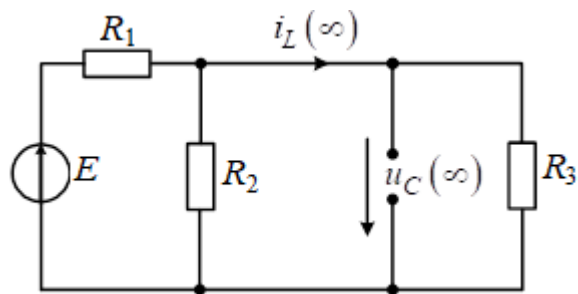


Рис. 2

З аналізу утвореного кола

$$\begin{aligned}
 i_L(\infty) &= I_{R3} = I_{R1} \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \frac{E}{R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}} \frac{R_2}{R_2 + R_3} = \\
 &= \frac{ER_2}{R_1(R_2 + R_3) + R_2 R_3} = \frac{10 \cdot 2}{1 \cdot (2 + 3) + 2 \cdot 3} = \frac{20}{11} = 1,82 \text{ A}; \\
 u_C(\infty) &= U_{R3} = I_{R3} R_3 = \frac{20 \cdot 3}{11} = 5,46 \text{ В}.
 \end{aligned}$$

Відповідь: $i_L(\infty) = 1,82 \text{ A}$; $u_C(\infty) = 5,46 \text{ В}$.

2.2. Приклад 2

Розрахувати перехідний процес для змінної стану в колі першого порядку, наведеному на рис. 3. Параметри елементів кола: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 3 \text{ Ом}$; $R_4 = 4 \text{ Ом}$; $E = 10 \text{ В}$; $C = 10 \text{ мкФ}$.

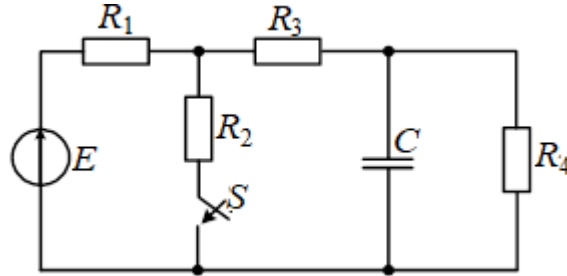


Рис. 3

Розв'язок

Формула для розрахунку перехідного процесу заданого кола має вигляд:

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau_C}.$$

Знаходимо напругу на конденсаторі в момент комутації $u_C(0)$. Для цього відповідно до методики визначення усталених значень складаємо схему кола до комутації з видаленням конденсатором та позначаємо шукану величину (рис. 4).

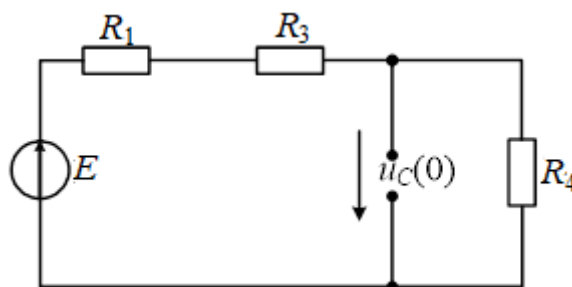


Рис. 4

З аналізу утвореного кола

$$u_C(0) = \frac{ER_4}{R_1 + R_3 + R_4} = \frac{10 \cdot 4}{1 + 3 + 4} = 5 \text{ В}.$$

Знаходимо напругу на конденсаторі в усталеному режимі $u_C(\infty)$. Для цього складаємо схему після комутації з видаленим конденсатором (рис. 5).

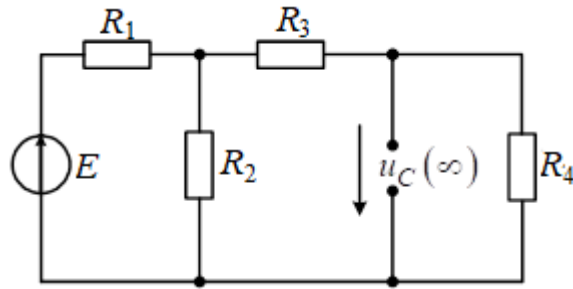


Рис. 5

Для розрахунку напруги на конденсаторі після комутації знаходимо еквівалентні опори ділянок кола та напругу:

$$R_{34} = R_3 + R_4 = 3 + 4 = 7 \text{ Ом};$$

$$R_{234} = \frac{R_2 R_{34}}{R_2 + R_{34}} = \frac{2 \cdot 7}{2 + 7} = 1,56 \text{ Ом};$$

$$U_{R_{234}} = \frac{E R_{234}}{R_1 + R_{234}} = \frac{10 \cdot 1,56}{1 + 1,56} = 6,09 \text{ В}.$$

Тоді шукана величина

$$u_C(\infty) = U_{R_4} = \frac{U_{R_{234}} R_4}{R_3 + R_4} = \frac{6,09 \cdot 4}{3 + 4} = 3,48 \text{ В}.$$

Для знаходження еквівалентного опору кола після комутації складаємо коло із замкнутим джерелом (рис. 6).

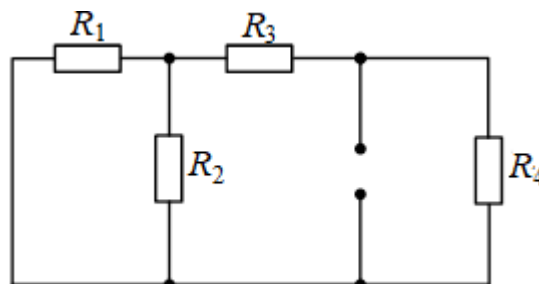


Рис. 6

З аналізу утвореного кола визначаємо величини:

$$R_{123} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} + 3 = 3,67 \text{ Ом};$$

$$r = \frac{R_{123} R_4}{R_{123} + R_4} = \frac{3,67 \cdot 4}{3,67 + 4} = \frac{14,68}{7,67} = 1,91 \text{ Ом}.$$

Знаходимо сталу часу

$$\tau_C = rC = 1,91 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 19,1 \text{ мкс}.$$

Підставивши всі параметри в узагальнене рівняння, отримаємо розв'язок:

$$u_C(t) = 3,48 + e^{\frac{-t}{19,1 \cdot 10^{-6}}} [5 - 3,48] = 3,48 + 1,52 e^{-52 \cdot 10^3 t} \text{ В}.$$

Відповідь: $u_C(t) = 3,48 + 1,52 e^{-52 \cdot 10^3 t} \text{ В}.$

2.3. Приклад 3

Розрахувати перехідний процес для змінної стану в колі першого порядку, схему якого наведено на рис. 7. Параметри елементів кола: $R_1 = 1 \text{ Ом}; R_2 = 2 \text{ Ом}; R_3 = 3 \text{ Ом}; R_4 = 4 \text{ Ом}; e(t) = E = 10 \text{ В}; L = 1 \text{ Гн}.$

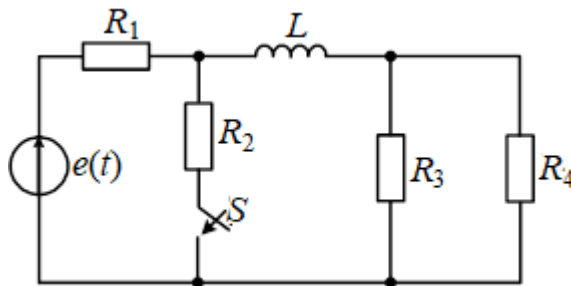


Рис. 7

Розв'язок

Знаходимо силу струму котушки індуктивності в момент комутації. Для цього складаємо коло до комутації з видаленою шляхом заморочки котушкою індуктивності (рис. 8).

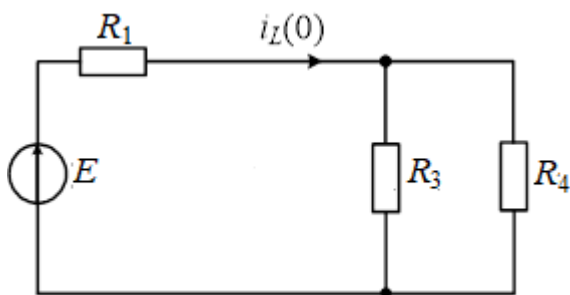


Рис. 8

З аналізу цього кола

$$i_L(0) = I_{R1} = \frac{E}{R_1 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \frac{10}{1 + \frac{3 \cdot 4}{3 + 4}} = \frac{10}{2,71} = 3,69 \text{ А.}$$

Для знаходження еквівалентного опору кола r відносно затискачів реактивного елемента складаємо коло після комутації із видаленою котушкою та замкненим джерелом (рис. 9).

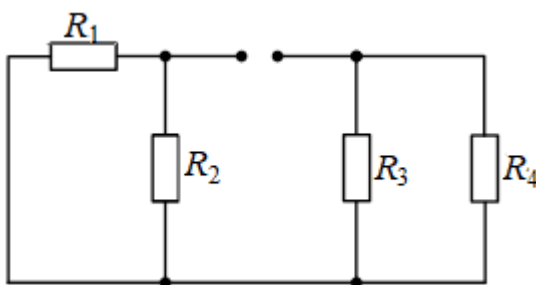


Рис. 9

З аналізу цього кола:

$$R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1 \cdot 2}{1 + 2} = \frac{2}{3} \text{ Ом;}$$

$$R_{34} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4} = \frac{12}{7} \text{ Ом;}$$

$$r = R_{12} + R_{34} = \frac{2}{3} + \frac{12}{7} = 2,36 \text{ Ом.}$$

Знаходимо сталу часу

$$\tau_L = \frac{L}{r} = \frac{1}{2,36} = 0,423 \text{ с.}$$

Знаходимо силу струму котушки індуктивності в усталеному режимі. Для цього складаємо коло після комутації з замкненою котушкою індуктивності (рис. 10).

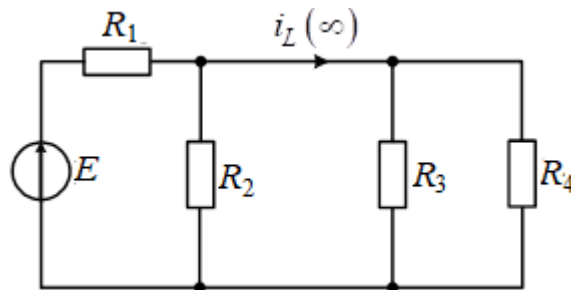


Рис. 10

Для розрахунку усталеного струму котушки індуктивності після комутації знаходимо еквівалентні опори ділянок кола:

$$\frac{1}{R_{234}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = 1,083 \text{ См};$$

$$R_{234} = 0,92 \text{ Ом};$$

$$U_{R243} = \frac{R_{234}E}{R_{234} + R_1} = \frac{0,92 \cdot 10}{0,92 + 1} = 4,8 \text{ В}.$$

Тоді

$$i_L(\infty) = \frac{U_{R234}}{R_3} + \frac{U_{R234}}{R_4} = \frac{4,8}{3} + \frac{4,8}{4} = 1,6 + 1,2 = 2,8 \text{ А}.$$

Підставивши всі параметри в розрахункову формулу, остаточно отримуємо:

$$i_L(t) = 2,8 + e^{-\frac{t}{0,423}} (3,68 - 2,8) = 2,8 + 0,88e^{-2,36t} \text{ А}.$$

Відповідь: $i_L(t) = 2,8 + 0,88e^{-2,36t} \text{ А}.$

У випадку дії в колі першого порядку джерела змінного струму формулу розрахунку перехідного процесу для узагальненої змінної $x(t)$ модифікують до вигляду:

$$x(t) = x_{\text{ВМ}}(t) + [x(0) - x_{\text{ВМ}}(0)]e^{-t/\tau}.$$

Вимушена складова перехідного процесу $x_{\text{ВМ}}(t)$ є синусоїдною функцією, параметри якої розраховують символьним методом в колі після комутації. Початкову умову $x(0)$ знаходять як усталене значення відповідної змінної в колі до комутації в момент часу $t=0$. Сталу часу кола першого порядку τ розраховують аналогічно як для кола постійного струму.

2.4. Приклад 4

Розрахувати перехідний процес для змінної стану в колі першого порядку з джерелом змінної напруги, схему якого наведено на рис. 7. Параметри елементів кола: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $R_3 = 3 \text{ Ом}$; $R_4 = 4 \text{ Ом}$; $e(t) = 10\cos(1000t) \text{ В}$; $L = 1 \text{ мГн}$.

Розв'язок

Знаходимо силу струму котушки індуктивності в момент комутації. Для цього визначаємо комплексний опір гілки з котушкою індуктивності

$$\bar{z}_1 = R_1 + \bar{z}_L = R_1 + j\omega L = 1 + j \cdot 1000 \cdot 10^{-3} = 1 + j$$

та складемо комплексну схему заміщення кола до комутації (рис. 11).

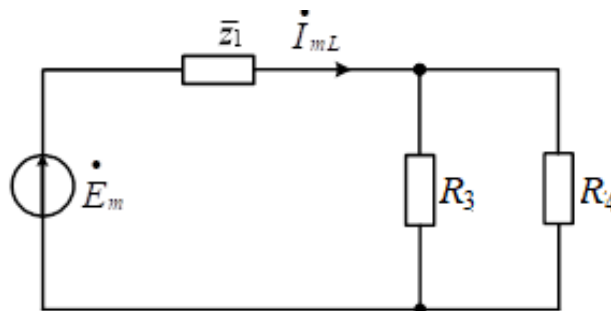


Рис. 11

З аналізу отриманого кола знаходимо комплексну амплітуду

$$\dot{I}_{mL} = \frac{\dot{E}_m}{\bar{z}_1 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \frac{10}{1 + j + \frac{3 \cdot 4}{3 + 4}} = \frac{10}{2,71 + j} = \frac{10(2,71 - j)}{2,71^2 + 1} = (6,88 - j2,53) \text{ А}.$$

Цій комплексній амплітуді відповідає миттєве значення сили струму котушки індуктивності $i_L(t) = 6,88\cos t + 2,53\sin t$.

Початкову умову $i_L(0)$ знаходимо, підставивши в останній вираз $t = 0$:

$$i_L(0) = 6,88\text{A}.$$

Отже, початкову умову можна безпосередньо знаходити як реальну частину комплексної амплітуди синусоїдно змінюваної величини:

$$i_L(0) = \text{Re}(\dot{I}_{mL}).$$

Знаходимо вимушену складову перехідного процесу як усталене миттєве значення струму котушки індуктивності в колі після комутації.

Для цього складаємо відповідну комплексну схему заміщення (рис. 12).

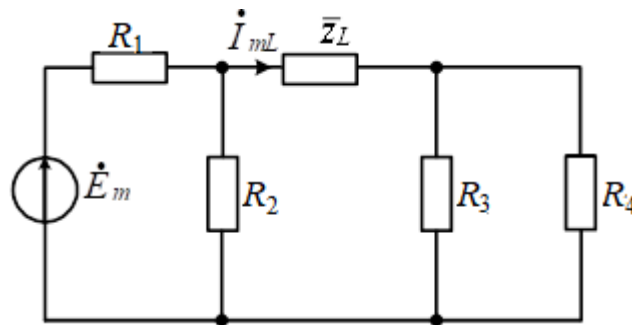


Рис. 12

Ділянку кола $\dot{E}_m, R_1, R_2$ шляхом еквівалентного перетворення джерел замінюємо на послідовне з'єднання джерела напруги з параметром

$$\dot{E}_{mR} = \frac{\dot{E}_m}{R_1} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\dot{E}_m R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{та еквівалентного опору} \quad R_{12} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}, \quad \text{тоді}$$

комплексна амплітуда усталеного струму котушки індуктивності

$$\dot{I}_{mL} = \frac{\frac{\dot{E}_m R_2}{R_1 + R_2}}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \bar{Z}_L + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}} = \frac{10 \frac{2}{1+2}}{\frac{1 \cdot 2}{1+2} + j + \frac{3 \cdot 4}{3+4}} = \frac{6,67}{2,38 + j} = (2,38 - j0,99)\text{A}.$$

Таким чином,

$$i_{LBM}(t) = 2,38 \cos t + 0,99 \sin t;$$

$$i_{LBM}(0) = \operatorname{Re}(\dot{I}_{mL}) = 2,38 \text{ А.}$$

Для знаходження еквівалентного опору кола після комутації складаємо схему кола після комутації з видаленим шляхом закоротки джерелом (рис. 13) та знаходимо еквівалентний опір відносно затискачів котушки індуктивності.

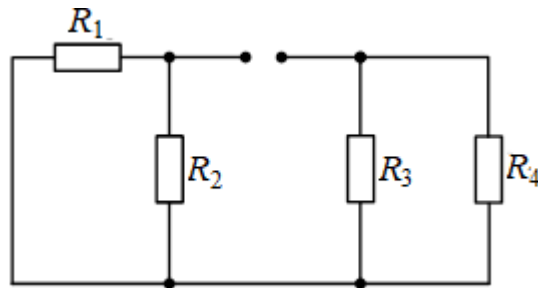


Рис. 13

$$r = R_{12} + R_{34} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{2}{3} + \frac{12}{7} = 2,36 \text{ Ом.}$$

Знаходимо сталу часу

$$\tau_L = \frac{L}{r} = \frac{1}{2,36} = 0,423 \text{ с.}$$

Підставивши всі параметри в розрахункову формулу, остаточно отримуємо:

$$\begin{aligned} i_L(t) &= 2,38 \cos t - 0,99 \sin t + e^{-\frac{t}{0,423}} (6,88 - 2,38) = \\ &= 2,38 \cos t - 0,99 \sin t + 4,5 e^{-2,36t} \text{ А.} \end{aligned}$$

Відповідь: $i_L(t) = 2,38 \cos t - 0,99 \sin t + 4,5 e^{-2,36t} \text{ А. А.}$

Для розрахунку перехідних процесів в колах другого та вищих порядків доцільно застосовувати метод змінних стану. Матрично-векторне рівняння стану для кола постійного струму з єдиним джерелом напруги E має вигляд:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}E; \quad \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0,$$

де $\mathbf{x}(t)$ – вектор змінних стану; $\mathbf{x}_0$ – вектор початкових умов змінних стану; $\mathbf{A}, \mathbf{b}$ – матриця та вектор відповідних розмірностей, елементи яких можуть бути визначено в результаті аналізу відповідного кола після комутації у разі певним чином видалених джерел та реактивних елементах.

2.5. Приклад 5

Сформуванати систему рівнянь змінних стану для дослідження перехідного процесу в колі, наведеному на рис. 1, та знайти його характеристичне рівняння.

Розв'язок

Формуємо трафарет алгебраїчної системи рівнянь для заданої схеми, що пов'язує між собою струми та напруги реактивних елементів, враховуючи, що вона містить два реактивні елементи L, C та одне джерело E :

$$\begin{bmatrix} u_L \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_{11} & a'_{12} \\ a'_{21} & a'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ u_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b'_1 \\ b'_2 \end{bmatrix} E.$$

Визначаємо аналітичний вираз для першого невідомого коефіцієнта:

$$a'_{11} = \frac{u_L}{i_L} \Big|_{u_C = 0; E = 0}.$$

Формуємо коло (рис. 14), що відповідає цьому виразу.

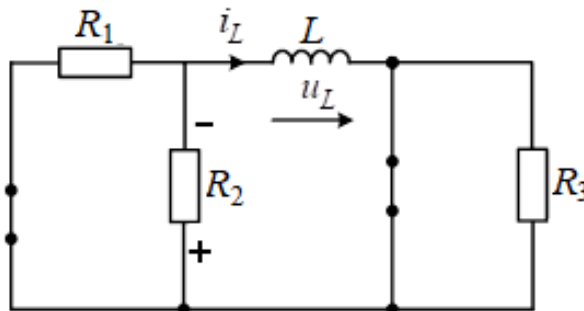


Рис. 14

З аналізу утвореного кола доходимо висновку, що

$$u_L = -i_L \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2};$$

$$a'_{11} = -\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = -\frac{1 \cdot 2}{1 + 2} = -\frac{2}{3}.$$

Аналогічно знаходимо вирази для інших коефіцієнтів.

$$a'_{12} = \frac{u_L}{u_C} \Big|_{i_L = 0; E = 0}.$$

Коло, що відповідає цьому виразу, наведено на рис. 15.

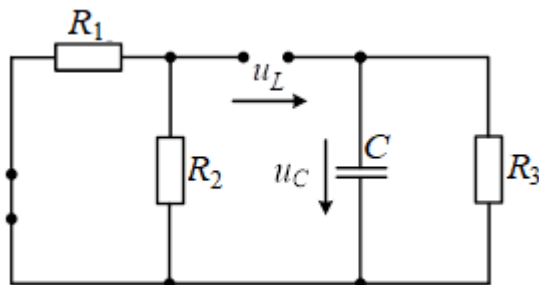


Рис. 15

З аналізу кола доходимо висновку, що $a'_{12} = -1$.

$$a'_{21} = \frac{i_C}{i_L} \Big|_{u_C = 0; E = 0}.$$

Коло, що відповідає цьому виразу, наведено на рис. 16.

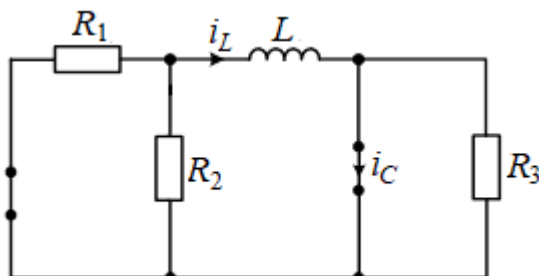


Рис. 16

З аналізу кола доходимо висновку, що $a'_{21} = 1$.

$$a'_{22} = \frac{i_C}{u_C} \Big|_{i_L = 0; E = 0}.$$

Коло, що відповідає цьому виразу, наведено на рис. 17.

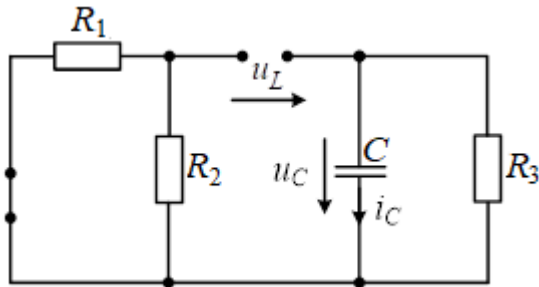


Рис. 17

З аналізу кола доходимо висновку, що

$$a'_{22} = -G_3 = -\frac{1}{R_3} = -\frac{1}{3};$$

$$b'_1 = \frac{u_L}{E} \Big|_{i_L = 0; u_C = 0} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

$$b'_2 = \frac{i_C}{E} \Big|_{i_L = 0; u_C = 0} = 0.$$

Коло для знаходження даних коефіцієнтів наведено на рис. 18.

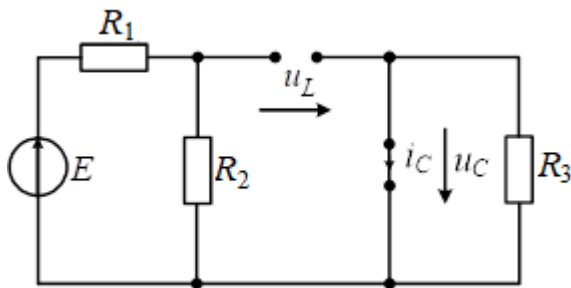


Рис. 18

З аналізу кола доходимо висновку, що

$$b'_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2}{1 + 2} = \frac{2}{3}.$$

$$b'_2 = 0.$$

Розділивши значення отриманих коефіцієнтів на параметри реактивних елементів, формуємо аналітичне рівняння стану:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} i_L \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{G_3}{C} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_L \\ u_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{R_2}{(R_1 + R_2)L} \\ 0 \end{Bmatrix} E.$$

Тобто

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} i_L \\ u_c \end{Bmatrix}; \mathbf{A} = \begin{Bmatrix} -\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{G_3}{C} \end{Bmatrix}; \mathbf{b} = \begin{Bmatrix} \frac{R_2}{(R_1 + R_2)L} \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Підставивши числові значення параметрів елементів, отримуємо числове рівняння стану:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} i_L \\ u_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{1 \cdot 2}{(1+2) \cdot 1} & -\frac{1}{1} \\ \frac{1}{10 \cdot 10^{-6}} & -\frac{1/3}{10 \cdot 10^{-6}} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_L \\ u_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{2}{(1+2) \cdot 1} \\ 0 \end{Bmatrix} 10 = \begin{Bmatrix} -\frac{2}{3} & -1 \\ 100000 & -\frac{100000}{3} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} i_L \\ u_c \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{2}{3} \\ 0 \end{Bmatrix} 10.$$

Характеристичне рівняння отримуємо, замінюючи оператор диференціювання комплексною змінною p , переносячи в праву частину рівняння стану добуток $\mathbf{Ax}$, розкриваючи визначник утвореної матриці, що перемножують на зображення вектора змінних стану, та прирівнюючи його до нуля:

$$\begin{aligned} \det(p\mathbf{E} - \mathbf{A}) &= \det \left(p \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{G_3}{C} \end{Bmatrix} \right) = \begin{vmatrix} p + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & p + \frac{G_3}{C} \end{vmatrix} = \\ &= p^2 + p \left[\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} + \frac{G_3}{C} \right] + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_1 R_2 G_3}{R_1 + R_2} \right) = 0. \end{aligned}$$

Це і є відповідь щодо характеристичного рівняння.

Характеристичне рівняння кола другого порядку з різнорідними реактивними елементами можна отримати коротшим шляхом, підставляючи в узагальнену форму цього рівняння

$$p^2 + \left(\frac{r}{L} + \frac{g}{C} \right) p + \frac{k^2 + rg}{LC} = 0,$$

де r – еквівалентний опір кола після комутації без джерел відносно затискачів котушки індуктивності при замкненому конденсаторі; g – еквівалентна провідність зазначеного кола відносно затискачів конденсатора при розімкненій котушці індуктивності; $k = \frac{i_C}{i_L} \Big|_{u_C=0} = -\frac{u_L}{u_C} \Big|_{i_L=0}$ – коефіцієнт передавання струму від котушки індуктивності до перемички, встановленій на місці конденсатора зазначеного кола, який дорівнює з протилежним знаком коефіцієнту передавання напруги від конденсатора до розімкнених затискачів котушки індуктивності.

2.6. Приклад 6

Знайти характеристичне рівняння кола після комутації, наведеного на рис. 1, за узагальненою формою.

Розв'язок

Еквівалентне електричне коло після комутації для визначення параметра k наведено на рис. 16. З аналізу цього кола встановлюємо, що

$$k = \frac{i_C}{i_L} \Big|_{u_C=0} = 1.$$

Еквівалентні електричні кола після комутації для визначення параметрів r, g наведено на рис. 19.

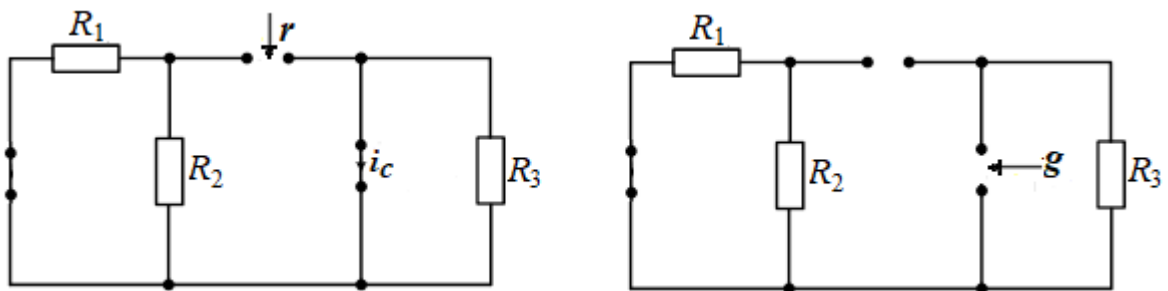


Рис. 19

З аналізу цих кіл встановлюємо, що

$$r = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}; g = G_3 = \frac{1}{R_3}.$$

Підстановка значень розрахованих параметрів в узагальнену форму дає аналогічний вигляд характеристичного рівняння

$$p^2 + p \left[\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} + \frac{G_3}{C} \right] + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_1 R_2 G_3}{R_1 + R_2} \right) = 0.$$

Характеристичне рівняння кола також може бути отримане в результаті знаходження у вигляді поліноміального дробу операторного опору відносно затискачів ключа кола після комутації з видаленими джерелами. Для видалення ідеального джерела напруги замикають затискачі, до яких воно було приєднане; ідеальне джерело струму видаляють шляхом розриву затискачів приєднання. Далі характеристичне рівняння досліджуваного кола отримують прирівнюванням до нуля чисельника отриманого поліноміального дробу, якщо ключ замикаючий, або прирівнюванням до нуля знаменника поліноміального дробу, якщо ключ розмикаючий.

2.7. Приклад 7

Знайти характеристичне рівняння кола після комутації, наведеного на рис. 1, операторним методом.

Розв'язок

Електричне коло після комутації для визначення операторного опору відносно затисків ключа за відсутності джерела напруги наведено на рис. 20.

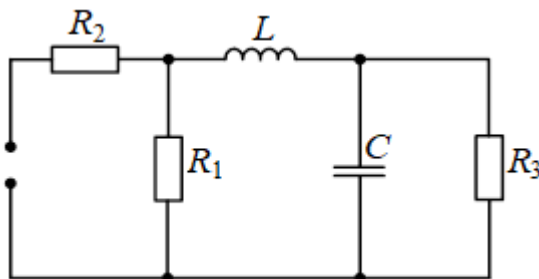


Рис. 20

Операторний опір кола знаходимо почерговим застосуванням формул для еквівалентного перетворення операторних опорів та провідностей ділянок кола з послідовним та паралельним з'єднанням елементів:

$$\begin{aligned}
 Z(p) &= R_2 + \frac{1}{G_1 + \frac{1}{pL + \frac{1}{pC + G_3}}} = R_2 + \frac{1}{G_1 + \frac{pC + G_3}{p^2LC + pLG_3 + 1}} = \\
 &= R_2 + \frac{p^2LC + pLG_3 + 1}{p^2LCG_1 + p(LG_1G_3 + C) + G_1 + G_3} = \\
 &= \frac{p^2LC(1 + R_2G_1) + p[LG_3(1 + R_2G_1) + CR_2] + 1 + R_2(G_1 + G_3)}{p^2LCG_1 + p(LG_1G_3 + C) + G_1 + G_3},
 \end{aligned}$$

де $G_1 = 1/R_1$; $G_3 = 1/R_3$.

Прирівнявши до нуля чисельник операторного опору, отримуємо

$$p^2LC(1 + R_2G_1) + p[LG_3(1 + R_2G_1) + CR_2] + 1 + R_2(G_1 + G_3) = 0.$$

Розділивши цей вираз на коефіцієнт $LC(1 + R_2G_1)$, остаточно отримуємо результат для характеристичного рівняння, який повністю збігається з отриманим в прикладах 5 та 6:

$$p^2 + p \left[\frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)L} + \frac{G_3}{C} \right] + \frac{1}{LC} \left(1 + \frac{R_1 R_2 G_3}{R_1 + R_2} \right) = 0.$$

Характеристичне рівняння кола другого порядку з різнорідними реактивними елементами має наступний узагальнений вигляд:

$$p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0,$$

де позначено $\frac{r}{L} + \frac{g}{C} = 2\delta$; $\frac{k^2 + rg}{LC} = \omega_0^2$, δ – коефіцієнт згасання; ω_0 – резонансна частота коливального контуру.

В залежності від співвідношення між коефіцієнтом згасання δ та резонансною кутовою частотою ω_0 можливі три види коренів характеристичного рівняння та, відповідно, три наступні режими зміни вільної складової перехідного процесу.

1. Коливальний режим, якщо $\delta < \omega_0$. Тоді корені характеристичного рівняння мають комплексно-спряжений характер $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega$, де $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ – кутова частота власних коливань.

2. Аперіодичний режим, якщо $\delta > \omega_0$. Тоді корені характеристичного рівняння є дійсними, різними $p_{1,2} = -\delta \pm \delta_\omega$, причому $\delta_\omega = \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$.

3. Граничний режим, якщо $\delta = \omega_0$. Тоді корені характеристичного рівняння є дійсними, однаковими $p_{1,2} = -\delta$.

2.8. Приклад 8

Знайти умову виникнення коливального характеру вільної складової перехідного процесу в електричному колі другого порядку.

Розв'язок

Необхідною умовою виникнення коливань є наявність у колі різнорідних реактивних елементів L та C . Підставивши значення параметрів в

умову $\delta < \omega_0$, отримаємо наступну нерівність

$$\frac{r}{L} + \frac{g}{C} < 2\sqrt{\frac{k^2 + rg}{LC}}.$$

Помноживши обидві частини цього виразу на $\sqrt{LC}$ та скориставшись поняттям хвильового опору $\rho = \sqrt{L/C}$, отримуємо нерівність

$$\frac{r}{\rho} + g\rho - 2\sqrt{k^2 + rg} < 0,$$

розв'язок якої за загальної умови $r \neq 0; g \neq 0$

$$\sqrt{k^2 + rg} - |k| < g\rho < \sqrt{k^2 + rg} + |k|;$$

за умови $r = 0; g \neq 0$, що має місце при паралельному з'єднанні елементів LC ($k = -1$),

$$\rho < 2/g;$$

за умови $r \neq 0; g = 0$, що має місце при послідовному з'єднанні елементів LC ($k = 1$),

$$\rho > 0,5r.$$

Матрично-векторне рівняння стану для кола постійного струму має розв'язок

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_{\text{BM}}(t) + \mathbf{x}_{\text{ВЛ}}(t) = \mathbf{x}(\infty) + e^{At}[\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}(\infty)],$$

де $\mathbf{x}(\infty)$ – вектор усталених значень вектора змінних стану, що може бути визначений аналітично з рівняння стану або зі схеми кола після комутації за розглянутою методикою; $e^{At} = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(At)^i}{i!}$ – перехідна матриця, або матрична експонента.

Загальний вираз для вільної складової перехідного процесу однієї змінної стану

$$x_{\text{ВЛ}}(t) = i_{\text{ЛВЛ}}(t) \vee u_{\text{СВЛ}}(t) = \mathbf{j}^T \mathbf{x}_{\text{ВЛ}}(t) = \mathbf{j}^T e^{At}[\mathbf{x}(0) - \mathbf{x}(\infty)] = \mathbf{j}^T e^{At} \mathbf{d},$$

де $\mathbf{j}^T$ – вектор-рядок, що відокремлює одну змінну стану з усього вектора.

Наприклад, для вектора $\mathbf{x}_{\text{ВЛ}}(t) = \|i_{\text{ЛВЛ}}(t) \ u_{\text{СВЛ}}(t)\|^T$ першу змінну стану $i_{\text{ЛВЛ}}(t) = \|1 \ 0\| \mathbf{x}_{\text{ВЛ}}(t)$ відокремлюють вектором $\mathbf{j}^T = \|1 \ 0\|$; другу змінну стану $u_{\text{СВЛ}}(t) = \|0 \ 1\| \mathbf{x}_{\text{ВЛ}}(t)$ відокремлюють вектором $\mathbf{j}^T = \|0 \ 1\|$.

Значення координат вектора

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}(\infty) = \begin{Bmatrix} i_L(0) - i_L(\infty) \\ u_C(0) - u_C(\infty) \end{Bmatrix}$$

знаходять за методикою визначення усталених значень в колі до та після комутації. Вирази для $x_{\text{ВЛ}}(t)$ для різних режимів узагальнені в останньому рядку табл. 2, що визначає режим зміни вільної складової.

Таблиця 2.

Режим	апериодичний	коливальний	граничний
Умова	$\delta > \omega_0$	$\delta < \omega_0$	$\delta = \omega$
Корені	Дійсні різні від'ємні $p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$	Різні комплексно спряжені $p_{1,2} = -\delta \pm j\omega, \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$	Дійсні однакові від'ємні $p_1 = p_2 = -\delta$
Матрична експонента	$e^{At} = \Pi_1 e^{p_1 t} + \Pi_2 e^{p_2 t};$ $\Pi_1 = \frac{(A - p_2 I)}{p_1 - p_2};$ $\Pi_2 = \frac{(A - p_1 I)}{p_2 - p_1}.$	$e^{At} = e^{-\delta t} (\mathbf{I} \cos \omega t + \mathbf{D} \sin \omega t);$ $\mathbf{D} = (A + \delta I) / \omega;$ $\mathbf{I} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}.$	$e^{At} = e^{-\delta t} (\mathbf{I} + \mathbf{E}t);$ $\mathbf{E} = A + \delta I;$ $\mathbf{I} = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix}.$
Вільна складова	$x_{\text{ВЛ}}(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t},$ $c_1 = \mathbf{j}^T \Pi_1 \mathbf{d}; c_2 = \mathbf{j}^T \Pi_2 \mathbf{d}$	$x_{\text{ВЛ}}(t) = e^{-\delta t} (c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t),$ $c_1 = \mathbf{j}^T \mathbf{d}; c_2 = \mathbf{j}^T \mathbf{D} \mathbf{d}$	$x_{\text{ВЛ}}(t) = e^{-\delta t} (c_1 + c_2 t),$ $c_1 = \mathbf{j}^T \mathbf{d}; c_2 = \mathbf{j}^T \mathbf{E} \mathbf{d}$

2.9. Приклад 9

Отримати аналітичні вирази, що описують коливальний перехідний процес кожної зі змінних стану електричного кола, в якому послідовний *RLC*-коло підключають до джерела постійної напруги E .

Розв'язок

Як впливає з прикладу п. 2.7, для цього кола значення коефіцієнтів узагальненого характеристичного рівняння $r = R; g = 0; k = 1$, отже, саме характеристичне рівняння набуває вигляду

$$p^2 + \left(\frac{r}{L} + \frac{g}{C} \right) p + \frac{k^2 + rg}{LC} = p^2 + (R/L)p + 1/LC = p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0.$$

Із порівняння коефіцієнтів при однакових степенях p встановлюємо, що $\delta = R/2L; \omega_0^2 = 1/LC$.

Знаходимо корені характеристичного рівняння

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\omega, \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Розраховуємо перехідний процес за формулою

$$x(t) = x_{\text{вл}}(t) + x_{\text{вм}}(t) = e^{-\delta t} (c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t) + x(\infty).$$

Вектор початкових значень змінних стану

$$\mathbf{x}(0) = \begin{Bmatrix} i_L(0) \\ u_C(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Вектор усталених значень змінних стану

$$\mathbf{x}(\infty) = \begin{Bmatrix} i_L(\infty) \\ u_C(\infty) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ E \end{Bmatrix}.$$

Знаходимо вектор

$$\mathbf{d} = \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}(\infty) = \begin{Bmatrix} i_L(0) - i_L(\infty) \\ u_C(0) - u_C(\infty) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -E \end{Bmatrix}$$

та матрицю

$$\begin{aligned} \mathbf{D} = (\mathbf{A} + \delta \mathbf{I}) / \omega &= \frac{1}{\omega} \begin{Bmatrix} -r/L & -k/L \\ k/C & -g/C \end{Bmatrix} + \frac{\delta}{\omega} \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} = \\ &= \frac{1}{\omega} \begin{Bmatrix} -R/L & -1/L \\ 1/C & 0 \end{Bmatrix} + \frac{R}{2\omega L} \begin{Bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{Bmatrix} = \frac{1}{\omega} \begin{Bmatrix} -\delta & -1/L \\ 1/C & \delta \end{Bmatrix}. \end{aligned}$$

Для відокремлення першої змінної стану $i_L(t)$ застосовуємо вектор-рядок $\mathbf{j}^T = \begin{Bmatrix} 1 & 0 \end{Bmatrix}$ для знаходження сталих інтегрування

$$c_1 = \mathbf{j}^T \mathbf{d} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -E \end{vmatrix} = 0; c_2 = \mathbf{j}^T \mathbf{D} \mathbf{d} = \frac{1}{\omega} \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1/C & \delta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -\delta & -1/L \\ 0 & -E \end{vmatrix} = \frac{E}{\omega L}.$$

Перехідний струм котушки

$$i_L(t) = i_{L\text{ВЛ}}(t) + i_{L\text{ВМ}}(t) = e^{-\delta t} (c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t) + i_L(\infty) = \frac{E}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t.$$

Другу змінну стану $u_C(t)$ відокремлюють вектором $\mathbf{j}^T = \begin{vmatrix} 0 & 1 \end{vmatrix}$, а сталі інтегрування визначають як

$$c_3 = \mathbf{j}^T \mathbf{d} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -E \end{vmatrix} = -E; c_4 = \mathbf{j}^T \mathbf{D} \mathbf{d} = \frac{1}{\omega} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1/C & \delta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -\delta & -1/L \\ 0 & -E \end{vmatrix} = -\frac{E\delta}{\omega}.$$

Перехідна напруга конденсатора

$$\begin{aligned} u_C(t) &= u_{C\text{ВЛ}}(t) + u_{C\text{ВМ}}(t) = -e^{-\delta t} \left(E \cos \omega t + \frac{E\delta}{\omega} \sin \omega t \right) + E = \\ &= E - Ee^{-\delta t} \left(\cos \omega t + \frac{\delta}{\omega} \sin \omega t \right). \end{aligned}$$

2.10. Приклад 10

Наведемо приклад виконання розрахункового завдання за варіантом 17 (Дод. 1) зі схемою (див. рис. 21) з параметрами елементів кола: $R_1 = 1 \text{ Ом}$; $R_2 = 2 \text{ Ом}$; $E = 10 \text{ В}$; $C = 10 \text{ мкФ}$; $L = 1 \text{ мГн}$.

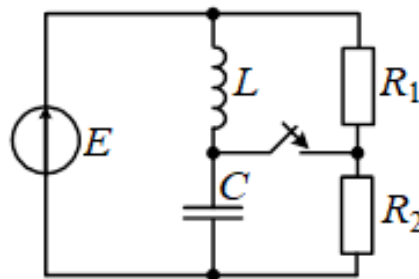


Рис. 21

Завдання 1. В заданій схемі замінити котушку індуктивності резистором номіналом 3 Ом та розрахувати перехідний процес для напруги конденсатора з побудовою його графіка.

Розв'язок

Формуємо досліджувану схему завдання (рис. 22), та діємо за пунктами методики розрахунку перехідних процесів в колі постійного струму першого порядку, попередньо обравши напрям змінної стану $u_C(t)$ в колі після комутації та дотримуючись цього ж напрямку в колі до комутації.

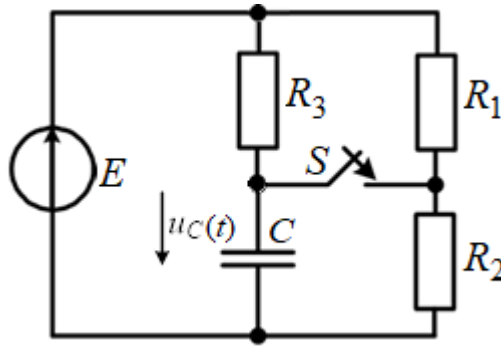


Рис. 22

Потрібно розрахувати величини $u_C(0)$, $u_C(\infty)$ та τ_C , для чого формуємо три еквівалентні схеми (див. табл. 3, рис. 23, 24, 25).

Таблиця 3

Визначення $u_C(0)$	Визначення $u_C(\infty)$	Визначення R_E
Рис. 23 $u_C(0) = E = 10V$, оскільки напруга на опорі R_3 нульова через відсутність струму.	Рис. 24 Шуканою напругою є напруга резистора R_2, тому $u_C(\infty) = I_E R_2 = \frac{E R_2}{R_2 + R_1 \parallel R_3} =$ $\frac{E}{1 + (R_1 \parallel R_3) / R_2} = \frac{10}{1 + \frac{1 \times 3}{(1 + 3) \times 2}} =$ $= 80 / 11 = 7,2(72)V.$	Рис.25 Відносно затискачів приєднання конденсатора маємо паралельне з'єднання трьох резисторів $R_E = R_1 \parallel R_2 \parallel R_3$. $G_E = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6} \text{ См};$ $\tau_C = R_E C = C / G_E =$ $= 6 \times 10^{-5} / 11 = 5, (45) \text{ мкс.}$

У загальній формулі розрахунку перехідного процесу в колі постійного струму першого порядку з конденсатором

$$u_C(t) = u_C(\infty) + [u_C(0) - u_C(\infty)]e^{-t/\tau_C}$$

розраховуємо амплітуду вільної складової

$$U_{BL} = u_C(0) - u_C(\infty) = 10 - 7,27 = 2,73\text{В}.$$

Підставивши числові дані, отримаємо вираз для перехідної напруги конденсатора

$$u_C(t) = 7,27 + 2,73e^{-t/5,45 \times 10^{-6}}.$$

Будуємо графік перехідного процесу (рис. 26а), прийнявши час його завершення $5\tau_C \approx 30$ мкс.

За графіком контролюємо, щоб протягом першої сталої часу τ_C (рис. 26,б) вільна складова перехідного процесу зменшилася в $e \approx 2,718$ разів, і становила приблизно $0,36U_{BL}$; наприкінці другої сталої часу $0,13U_{BL}$; по завершенні третьої сталої часу $0,05U_{BL}$.

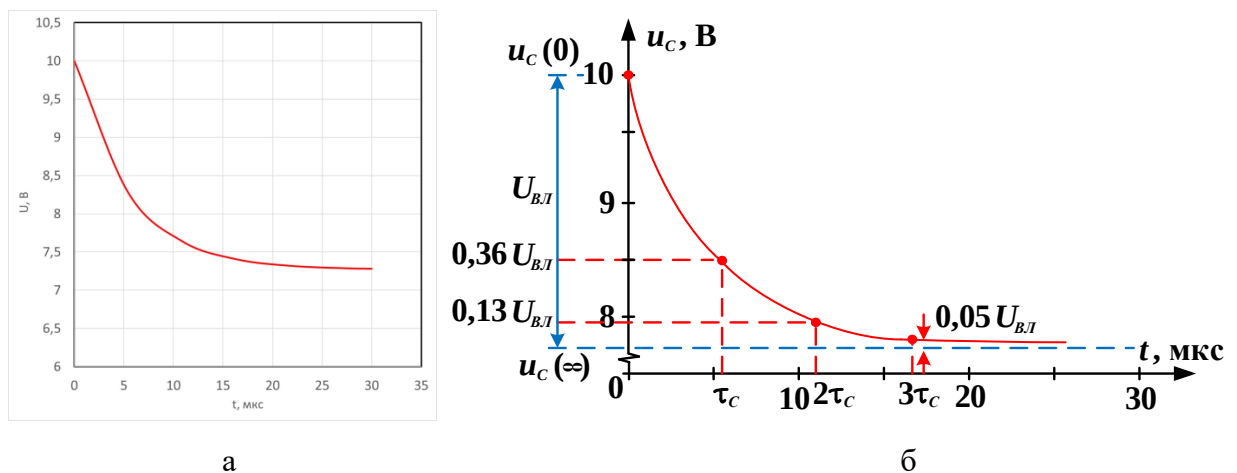


Рис. 26

Завдання 2. Для електричного кола згідно номера варіанта методом змінних стану знайти спочатку аналітичний, а потім числовий вираз для характеристичного рівняння кола після комутації. Перевірити аналітичний вираз для характеристичного рівняння кола порівнянням його з виразом, отриманим операторним методом.

Розв'язок

У досліджуваній схемі (рис. 27) проставляємо напрями обох змінних стану.

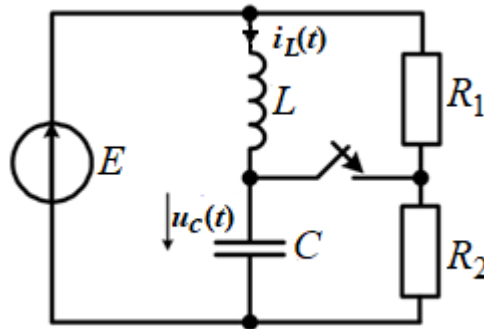
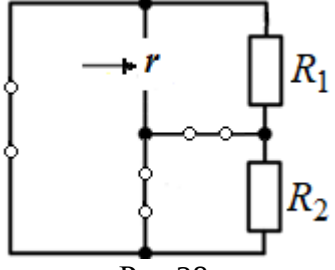
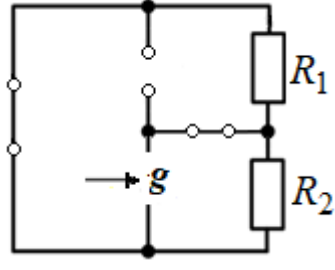
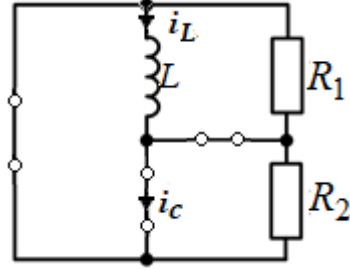


Рис. 27

Аналітичний вираз для характеристичного рівняння кола отримаємо методом r, g, k - параметрів, для знаходження яких формуємо еквівалентні схеми (див. табл.4, рис. 28, 29, 30).

Таблиця 4.

Визначення r	Визначення g	Визначення k
 Рис.28 Параметр $r=0$, оскільки в еквівалентній схемі кола після комутації існує короткозамкнений шлях між точками приєднання котушки індуктивності.	 Рис.29 Оскільки резистори R_1, R_2 з'єднані паралельно відносно затискачів приєднання конденсатора, параметр $g = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}.$	 Рис.30 Затискачі кожного з резисторів R_1, R_2 замкнені, їх напруга та струм є нульовими. Тому увесь струм котушки замикається через перемичку, встановлену замість конденсатора, і $k = \left. \frac{i_C}{i_L} \right _{u_C = 0} = 1.$

Характеристичне рівняння, знайдене методом r, g, k - параметрів, має такий аналітичний вираз

$$p^2 + \left(\frac{r}{L} + \frac{g}{C} \right) p + \frac{k^2 + rg}{LC} = p^2 + \left(\frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} \right) p + \frac{1}{LC} = 0.$$

Для формування характеристичного рівняння операторним методом складаємо еквівалентну операторну схему (рис. 31).

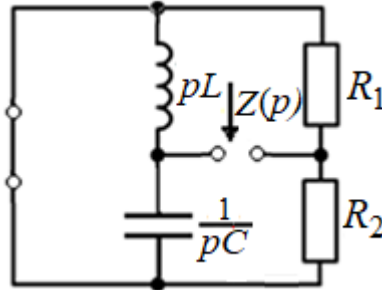


Рис. 31

Оскільки ключ є замикаючим, прирівнюватимемо до нуля чисельник еквівалентного операторного опору відносно затискачів ключа в схемі на рис. 31.

Аналізуючи топологію цієї схеми, помічаємо, що через перемичку, встановлену замість джерела, паралельно з'єднані як активні, так і реактивні елементи кола. Тому

$$\begin{aligned} Z(p) &= R_1 \parallel R_2 + pL \parallel \frac{1}{pC} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{pL}{pC} \Big/ \left(pL + \frac{1}{pC} \right) = \\ &= \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{L}{C(pL + \frac{1}{pC})} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{pL}{p^2 LC + 1} = \\ &= \frac{R_1 R_2 (p^2 LC + 1) + pL(R_1 + R_2)}{(R_1 + R_2)(p^2 LC + 1)} = \frac{p^2 LCR_1 R_2 + pL(R_1 + R_2) + R_1 R_2}{(R_1 + R_2)(p^2 LC + 1)}. \end{aligned}$$

Прирівнявши до нуля чисельник операторного опору, отримаємо

$$p^2 LCR_1 R_2 + pL(R_1 + R_2) + R_1 R_2 = 0.$$

Розділивши цей вираз на коефіцієнт $LCR_1 R_2$, остаточно маємо результат для характеристичного рівняння:

$$p^2 + p\left(\frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C}\right) + \frac{1}{LC} = 0,$$

що збігається з аналітичний виразом, виведеним методом змінних стану.

Завдання 3. Для електричного кола згідно номера варіанта зафіксувати заданий параметр: для непарних варіантів – конденсатора; для парних варіантів – котушки індуктивності та знайти діапазони значень іншого реактивного елемента, за яких в колі відбувається

- а) коливальний характер перехідного процесу;
- б) аперіодичний характер перехідного процесу.

Обравши значення параметрів реактивних елементів з визначених діапазонів, навести комп'ютерні моделі кіл згідно номера варіанта з осцилограмами коливального та аперіодичного перехідних процесів.

Розв'язок

Для заданого кола числові значення коефіцієнтів узагальненого характеристичного рівняння

$$r = 0; g = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{2} = 1,5 \text{ См}; k = 1,$$

отже, для заданого варіанту коливальний режим буде, якщо

$$0 < \rho = \sqrt{L/C} < 2/g,$$

та аперіодичний режим, якщо

$$\rho = \sqrt{L/C} > 2/g.$$

Для забезпечення коливального режиму має виконуватись еквівалентна нерівність

$$L/C < 4/1,5^2,$$

звідки

$$L < \frac{4C}{2,25} = \frac{4 \times 10^{-5}}{2,25} = 1,77 \times 10^{-5} = L_{\text{ГР}}.$$

Знаходимо

$$\frac{L_{ГР}}{3} = \frac{1,7 \times 10^{-5}}{3} = 5,92(592) \text{ мкГн}$$

та остаточно приймаємо $L_K = 5 \text{ мкГн}$.

Для забезпечення аперіодичного режиму знаходимо

$$3L_{ГР} = 3 \times 1,7 \times 10^{-5} = 53,3 \text{ мкГн}$$

та остаточно приймаємо $L_A = 55 \text{ мкГн}$.

Для запуску комп'ютерної програми побудови графіків перехідних процесів в схемі електричного кола постійного струму другого порядку заданої структури попередньо потрібно обчислити такі дані:

- 1) початкові значення змінних стану $i_L(0), u_C(0)$;
- 2) кінцеві значення змінних стану $i_L(\infty), u_C(\infty)$;
- 3) час завершення перехідного процесу $t_{3П}$.

За методикою визначення усталених значень змінних стану в колі постійного струму формуємо еквівалентні схеми для розрахунку початкових значень змінних стану (рис. 32) та кінцевих значень (рис. 33).

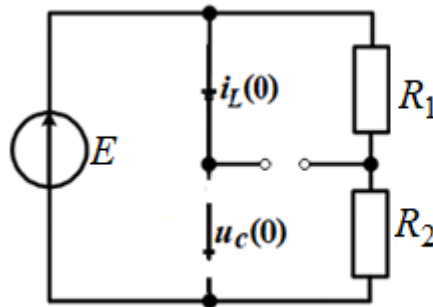


Рис. 32

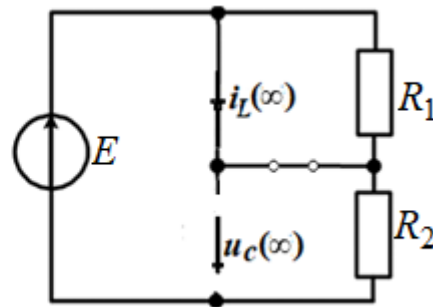


Рис. 33

З аналізу цих кіл

$i_L(0) = 0$, оскільки немає шляху проходження цього струму;

$u_C(0) = E = 10 \text{ В}$, бо через перемичку затискачі конденсатора приєднано до затискачів ідеального джерела напруги;

$i_L(\infty) = E / R_2 = 10 / 2 = 5 \text{ А}$, оскільки напруга резистора R_1 є нульовою, і

увесь струм джерела замкнено через перемичку;

$$u_C(\infty) = E = 10V \text{ з розглянутих причин.}$$

Час завершення перехідного процесу має в п'ять разів перевищувати найбільшу сталу часу згасаючих експоненційних функцій, що описують вільну складову перехідного процесу.

З характеристичного рівняння досліджуваного кола в символьному вигляді встановлюємо параметри коливального процесу для $L_K = 5 \text{ мкГн}$

$$\delta = \frac{1}{2C} \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{1}{2 \times 10^{-5}} \times \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} \right) = \frac{3}{4 \times 10^{-5}} = 0,75 \times 10^5;$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_K C}} = \frac{1}{\sqrt{5 \times 10^{-6} \times 10^{-5}}} = \frac{10^5}{\sqrt{0,5}} = 1,41421356 \times 10^5.$$

Оскільки $\delta < \omega_0$ підтверджено коливальний характер зміни вільних складових за виразом

$$x_{\text{ВЛ}}(t) = e^{-\delta t} (c_1 \cos \omega t + c_2 \sin \omega t).$$

Вираз у дужках обмежений, а єдина експоненційна функція має сталу часу $\tau = 1/\delta$.

Орієнтовний час завершення коливального перехідного процесу

$$5\tau_{\text{MAX}} = \frac{5}{\delta} = \frac{5}{0,75 \times 10^5} = \frac{20}{3 \times 10^5} = 66, (6) \text{ мкс.}$$

Остаточно приймаємо для моделювання $t_{\text{ЗКП}} = 70 \text{ мкс.}$

Встановлюємо параметри аперіодичного процесу для $L_A = 55 \text{ мкГн}$

$$\delta = \frac{1}{2C} \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{3}{4 \times 10^{-5}} = 0,75 \times 10^5;$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_A C}} = \frac{1}{\sqrt{55 \times 10^{-6} \times 10^{-5}}} = \frac{10^5}{\sqrt{5,5}} = 0,4264014327 \times 10^5.$$

Оскільки $\delta > \omega_0$ підтверджено аперіодичний характер зміни вільних складових за виразом

$$x_{\text{ВЛ}}(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t}.$$

де $p_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$. є корені характеристичного рівняння.

Найменший за модулем корінь

$$p_1 = (-0,75 + \sqrt{0,75^2 - 1/5,5}) \times 10^5 = -0,13300 \times 10^5$$

визначає найбільшу сталу часу затухаючих експоненційних функцій та час завершення коливального перехідного процесу

$$t_{3АП} = 5\tau_{MAX} = \frac{5}{-p_1} = \frac{5}{0,133 \times 10^5} = 375,939 \text{ мкс.}$$

Остаточно приймаємо $t_{3АП} = 375 \text{ мкс.}$

Для моделювання перехідного процесу в стані ключа після комутації використовувати підпрограму **Simulate/Analysis/Transient**, знайому за виконанням ЛР2 СРТЕК, в панелі налаштування якої встановлюють **End time** (час закінчення перехідного процесу) відповідно до розрахованих величин $t_{3КП}, t_{3АП}$. Початкові значення (**Initial values**) змінних стану встановлюють в налаштуваннях параметрів відповідних реактивних елементів. На рис. 34, 35 наведено результати моделювання коливального перехідного процесу.

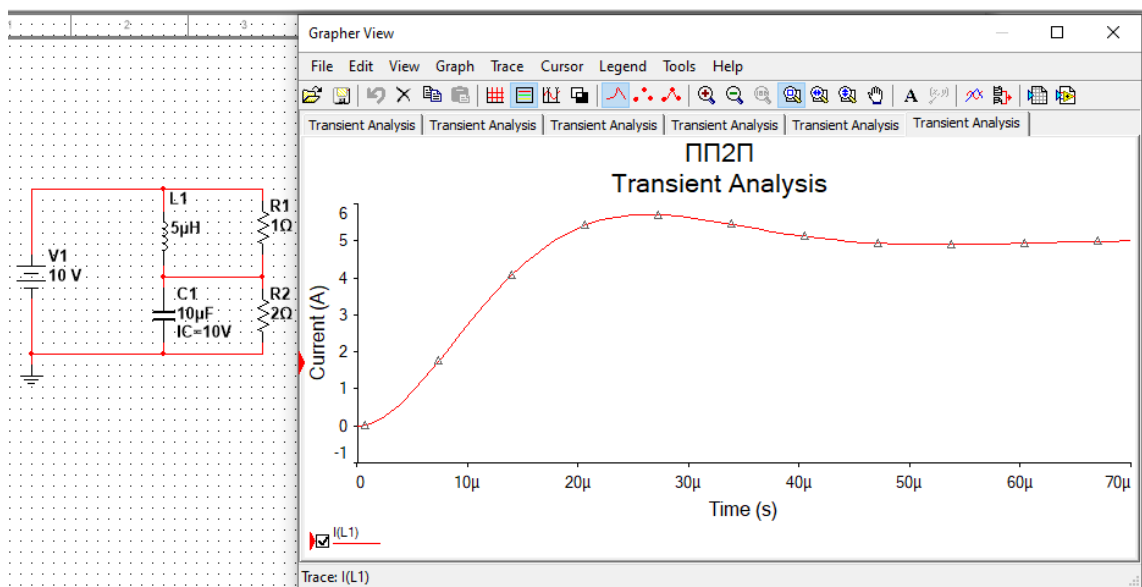


Рис. 34

Вихідні змінні краще встановлювати індивідуально по черзі через різні масштаби змінюваних величин по вертикалі. За необхідністю поле зміни

досліджуваних величин розмежуюють сіткою.

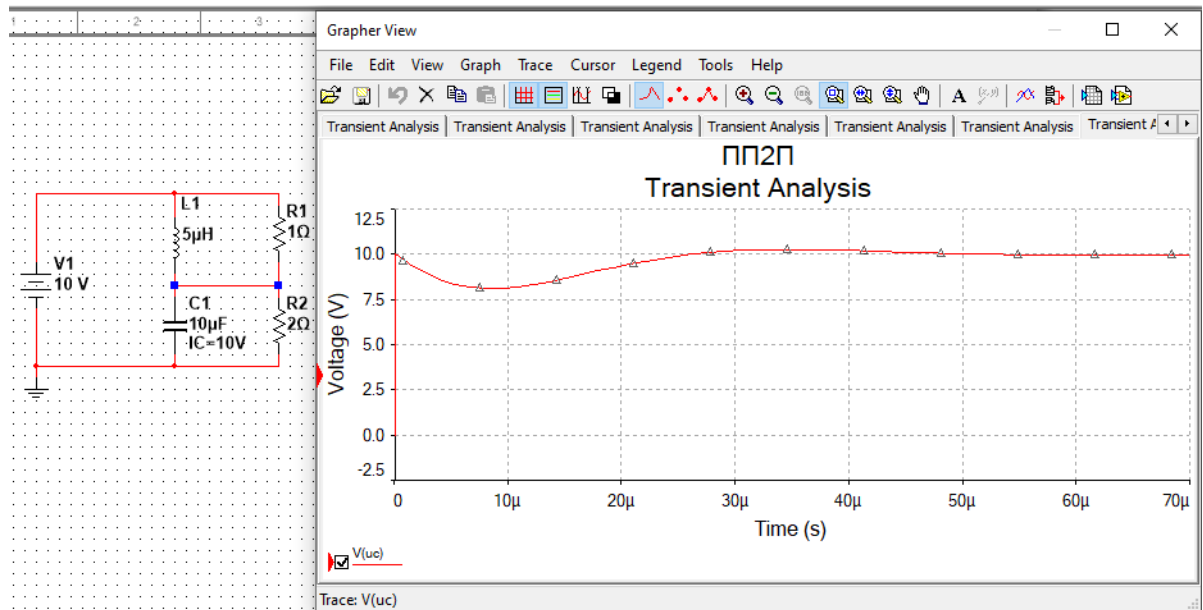


Рис. 35

З аналізу графіків випливає, що коливальний процес характеризується неодноразовим перетином перехідними струмом та напругою своїх кінцевих усталених значень, що відповідають розрахунковим $i_L(\infty) = 5\text{A}$, $u_C(\infty) = 10\text{V}$.

На рис. 36, 37 наведено результати моделювання аперіодичного перехідного процесу.

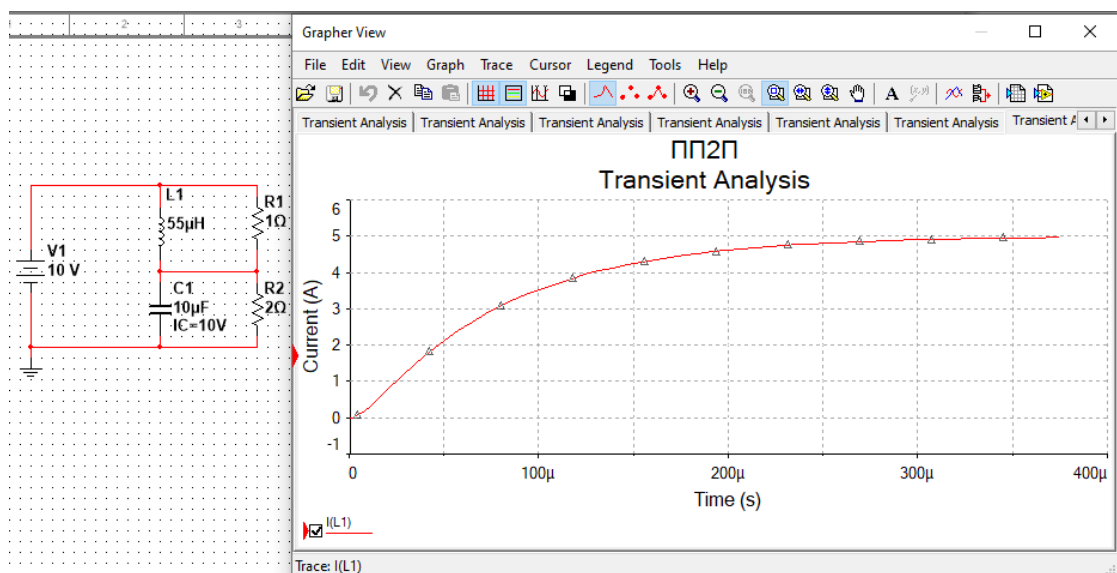


Рис. 36

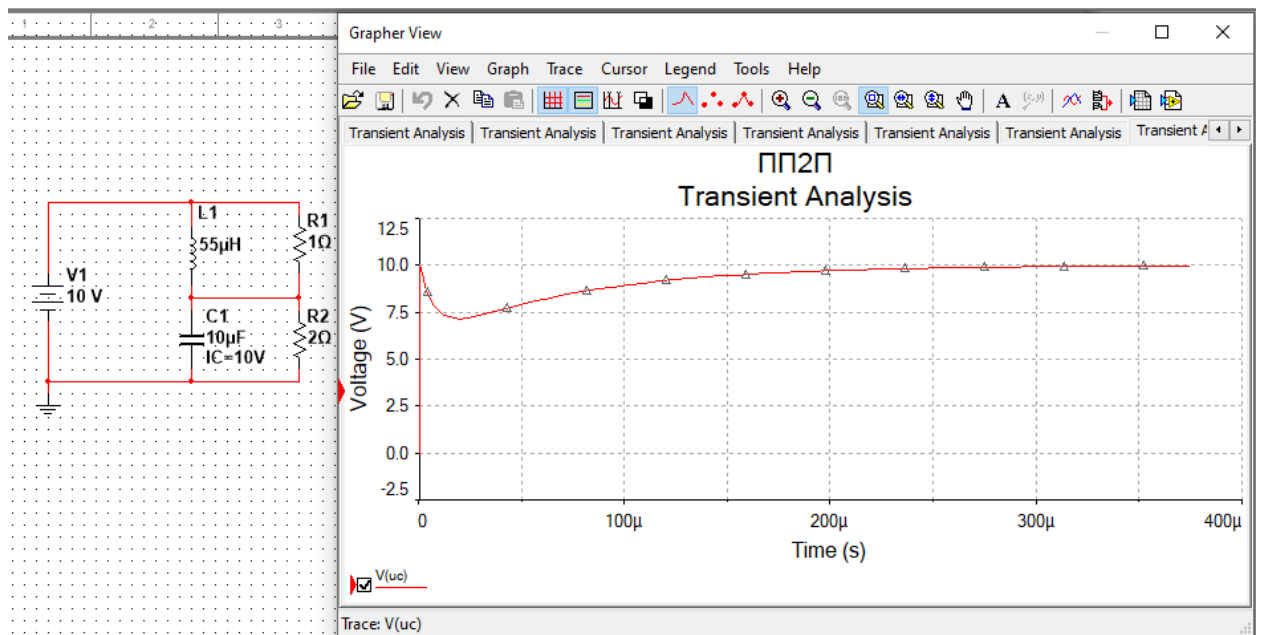


Рис. 37

З аналізу графіків випливає, що в аперіодичному процесі перехідні струм та напруга жодного разу не перетинають своїх кінцевих усталених значень. Час завершення перехідного процесу відповідає розрахованому $t_{3АП} = 375$ мкс.

У **Висновках** треба описати, які знання та навички були отримано в процесі виконання РГР.

Список літератури містить перелік джерел інформації, що були використано в процесі виконання РГР

3. КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ [3]

1. Дайте визначення перехідного процесу.
2. В яких електричних колах можуть виникати перехідні процеси?
3. Назвіть причини виникнення перехідних процесів в електричних колах.
4. В чому полягає класичний метод розрахунку перехідних процесів?
5. Запишіть диференційне рівняння для розрахунку перехідного процесу в RC -колі.
6. Запишіть диференційне рівняння для розрахунку перехідного процесу в RL -колі.
7. Запишіть диференційне рівняння для розрахунку перехідних процесів в RLC -колі.
8. Чому дорівнює стала часу в RC -колі?
9. Чому дорівнює стала часу в RL -колі?
10. Чому дорівнює стала часу в складному електричному колі, що містить один реактивний елемент?
11. Намалюйте графіки вимушеного, вільного і перехідного струмів при підключенні кола RL до джерела сталої ЕРС.
12. Намалюйте графіки вимушеного, вільного і перехідного струмів при відключенні кола RL від джерела сталої ЕРС.
13. Намалюйте графіки вимушеної, вільної і перехідної напруги при підключенні кола RC до джерела сталої ЕРС.
14. Намалюйте графіки вимушеної, вільної і перехідної напруги при відключенні кола RC від джерела сталої ЕРС.
15. Що називають незалежними початковими умовами?
16. Фізичний зміст сталої часу.
17. Дайте визначення поняття «комутація».

18. Запишіть вираз для знаходження вільної складової струму в колі, для випадку, коли характеристичне рівняння має 2 дійсних різних кореня.
19. Запишіть вираз для знаходження вільної складової струму в колі, для випадку, коли характеристичне рівняння має 2 однакових кореня.
20. Запишіть вираз для знаходження вільної складової струму в колі, для випадку, коли характеристичне рівняння має 2 комплексно-спряжених кореня.
21. Сформулюйте перший закон комутації.
22. Сформулюйте другий закон комутації.
23. Що називають вимушеним режимом кола?
24. Що називають вільним режимом кола?
25. Чому дорівнює час перехідного процесу?
26. Що розуміють під часом перехідного процесу?
27. Чому дорівнює степінь характеристичного рівняння для складного електричного кола?
28. Назвіть одиниці вимірювання сталої часу.
29. Для чого складають характеристичне рівняння при дослідженні перехідних процесів?
30. Як розрахувати вимушену складову перехідного процесу?
31. Чому вільна складова перехідного процесу завжди загасає з часом?
32. Для якого стану кола складають диференціальне рівняння при розрахунку перехідних процесів?
33. Дайте визначення аперіодичного режиму вільних процесів у RLC -контурі.
34. Дайте визначення коливального режиму вільних процесів у RLC -контурі.
35. Дайте визначення критичного режиму вільних процесів у RLC -контурі.
36. Що називають операторною схемою заміщення кола?

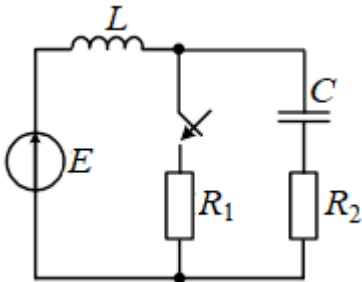
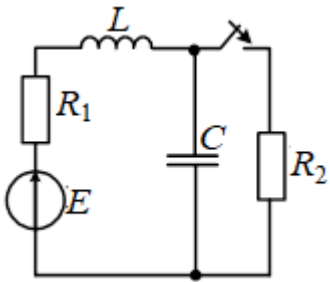
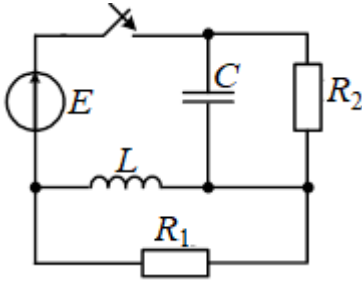
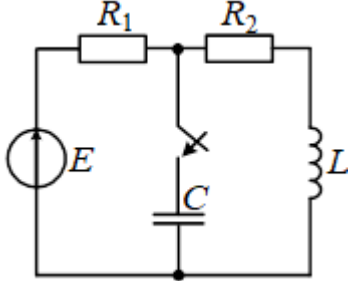
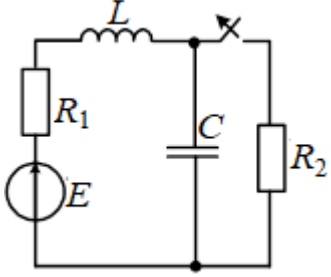
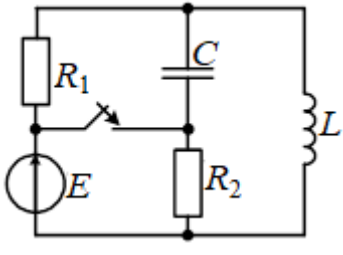
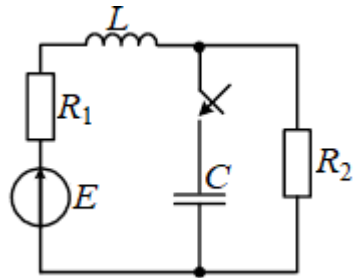
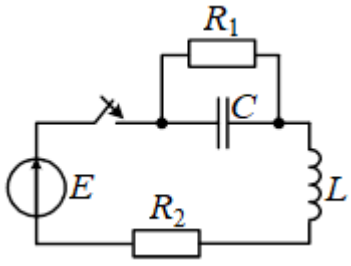
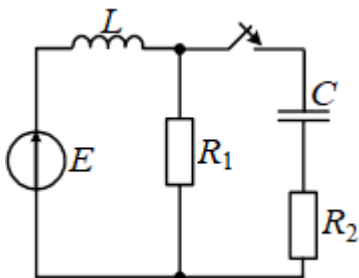
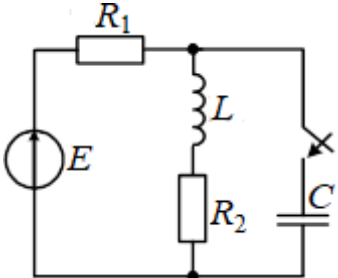
37. Для якого стану кола складають операторну схему заміщення при розрахунку перехідних процесів?
38. Що є математичною основою операторного методу розрахунку перехідних процесів?
39. Наведіть операторні схеми заміщення для активного опору, індуктивності та ємності.
40. Які величини відносяться до змінних стану в теорії електричних кіл?
41. Запишіть формулу для розрахунку перехідного процесу в колі постійного струму першого порядку з конденсатором.
42. Запишіть формулу для розрахунку перехідного процесу в колі постійного струму першого порядку з котушкою індуктивності.
43. Запишіть формулу для розрахунку вільної складової перехідного процесу в колі постійного струму першого порядку з конденсатором.
44. Сформулюйте методику визначення усталених значень змінних стану в колі постійного струму.
45. Запишіть формулу для розрахунку перехідного процесу в колі синусоїдного струму першого порядку з котушкою індуктивності.
46. Запишіть формулу для розрахунку вільної складової перехідного процесу в колі синусоїдного струму першого порядку з конденсатором.
47. Як визначається вимушена складова перехідного процесу в колі синусоїдного струму першого порядку?
48. Запишіть загальний вид матрично-векторного рівняння стану для кола постійного струму з єдиним джерелом напруги E .
49. Як отримати характеристичного рівняння кола методом змінних стану операторним методом?
50. Як отримати характеристичного рівняння кола операторним методом?

51. Як визначити характер перехідного процесу (аперіодичний, коливальний, граничний)?
52. Як отримати значення коефіцієнтів матрично-векторного рівняння стану для кола постійного струму?
53. Який вигляд має вільна складова перехідного процесу для аперіодичного режиму кола другого порядку?
54. Який вигляд має вільна складова перехідного процесу для коливального режиму кола другого порядку?
55. Який вигляд має вільна складова перехідного процесу для граничного режиму кола другого порядку?
56. Як розрахувати перехідну матрицю (матричну експоненту) для аперіодичного режиму кола другого порядку?
57. Як розрахувати перехідну матрицю (матричну експоненту) для коливального режиму кола другого порядку?
58. Як розрахувати перехідну матрицю (матричну експоненту) для граничного режиму кола другого порядку?
59. Як підбором параметрів реактивних елементів забезпечити в колі другого порядку аперіодичний режим?
60. Як підбором параметрів реактивних елементів забезпечити в колі другого порядку коливальний режим?

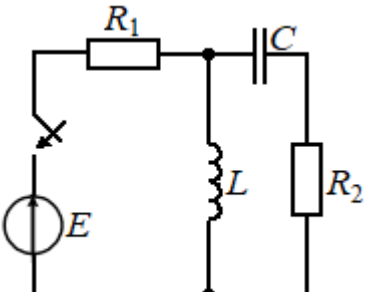
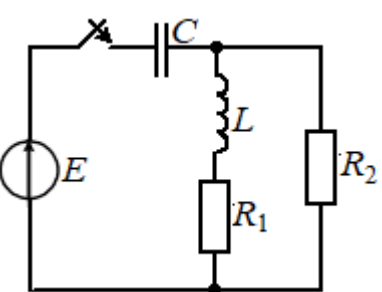
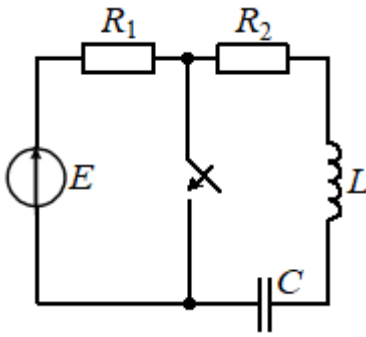
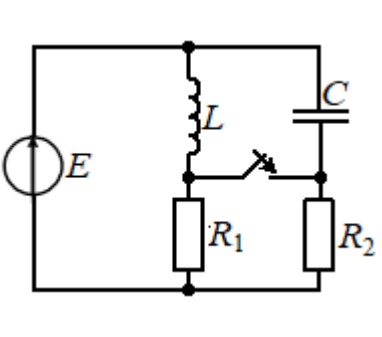
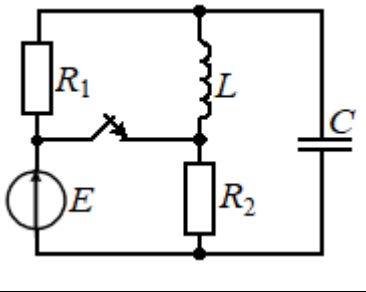
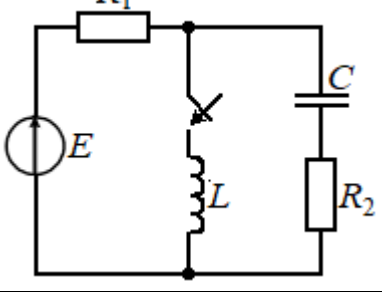
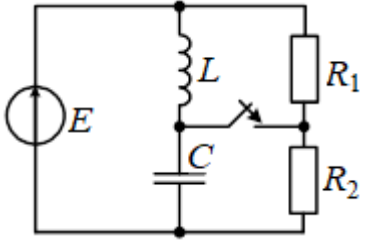
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання: ДСТУ 3008:2015. — [На заміну ДСТУ 3008-95 ; чинний від 2017-07-01]. — Київ: ДП «УкрНДНЦ», 2016. — 31 с. — (Національний стандарт України).
2. Рекомендації щодо підготовки і видання навчальної, навчально-методичної та наукової літератури / уклад.: Т. В. Омельчук, Г. Л. Рябцев, М. В. Прокопенко, С. І. Горбачов. — 2-ге вид., переробл. і допов. — Київ : ІВЦ «Політехніка», 2002. — 80 с.
3. Спеціальні розділи теорії електричних кіл. Курсова робота: навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Акустичні електронні системи та технології обробки акустичної інформації» спец. 171 «Електроніка»/уклад.: М. Ю. Артеменко, К. С. Дрозденко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. — Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. — 49 с. — URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/48008>.
4. Артеменко М. Ю. Спеціальні розділи теорії електричних кіл : підручник / М. Ю. Артеменко; НТУУ «КПІ». — Київ, 2016. — 141 с. — URL: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/18163>.
5. Коваль Ю. О. Основи теорії кіл: підручник для студ. вищ. навч. закл. Ч. 2 / Ю. О. Коваль, Л. В. Гринченко, І. О. Милютченко, О. І. Рибін. — Харків : Колегіум, 2006. — 668 с.
6. Воробкевич А. Ю. Збірник задач з теоретичних основ електротехніки / А. Ю. Воробкевич, О. І. Шегедин, В. С. Маляр, Р. Я. Совин. — Київ : Магнолія Плюс, 2004. — 224 с.

Варіанти завдання на розрахункову роботу [3]

Номер варіанта	Схема для розрахунку	Номер варіанта	Схема для розрахунку
1		6	
2		7	
3		8	
4		9	
5		10	

Варіанти завдання на розрахункову роботу (продовження)

Номер варіанта	Схема для розрахунку	Номер варіанта	Схема для розрахунку
11		14	
12		15	
13		16	
17			

Зразок оформлення титульного аркушу пояснювальної записки

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
„КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
Факультет електроніки
Кафедра АМЕС

РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНА РОБОТА

з теорії електричних кіл
за спеціальністю 171 - Електроніка

на тему:

Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах

Виконавець:

студент групи ДГ-___ _____
(прізвище, ім'я та по-батькові)

(підпис)

Керівник:

(посада, прізвище, ім'я та по-батькові)

(підпис)

Київ – 20__

Зразок оформлення індивідуального завдання

ЗАВДАННЯ НА РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНУ РОБОТУ

із спеціальних розділів теорії електричних кіл

Тема: «Розрахунок перехідних процесів у лінійних електричних колах»

студенту гр. ДГ– _____

(прізвище, ім'я та по-батькові)

ВАРІАНТ № _____

Дано:

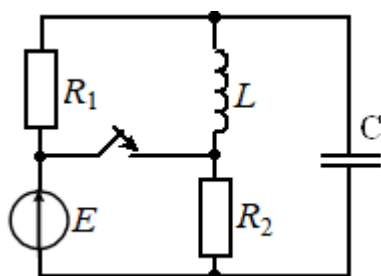
$R_1 = 1 \text{ Ом};$

$R_2 = 2 \text{ Ом};$

$E = 10 \text{ В};$

$C = 10 \text{ мкФ};$

$L = 1 \text{ мГн}.$



Для всіх варіантів параметри елементів кола: $R_1 = 1 \text{ Ом}; R_2 = 2 \text{ Ом}; E = 10 \text{ В}; C = 10 \text{ мкФ}; L = 1 \text{ мГн}.$

1. В додатку Д.1 знайти електричне коло згідно номера варіанта та для непарних варіантів замінити котушку індуктивності, для парних варіантів замінити конденсатор резистором номіналом 3 Ом і розрахувати перехідний процес в колі першого порядку для змінної стану, що залишилась. Побудувати графік перехідного процесу;

2. Для електричного кола згідно номера варіанта методом змінних стану знайти спочатку аналітичний, а потім числовий вираз для характеристичного рівняння кола після комутації. Перевірити аналітичний вираз для характеристичного рівняння кола порівнянням його з виразом, отриманим операторним методом.

3. Для електричного кола згідно номера варіанта зафіксувати заданий параметр: для непарних варіантів – конденсатора; для парних варіантів – котушки індуктивності та знайти діапазони значень іншого реактивного елемента, за яких в колі відбувається

- а) коливальний характер перехідного процесу;
- б) аперіодичний характер перехідного процесу.

Обравши значення параметрів реактивних елементів з визначених діапазонів, навести комп'ютерні моделі кіл згідно номера варіанта з осцилограмами коливального та аперіодичного перехідних процесів.

Побудова графіка функції, заданої аналітично, за допомогою програмного забезпечення Microsoft Excel

Завдання: побудувати графік перехідного процесу, заданого у вигляді аналітичної залежності від часу напруги конденсатора $u_C(t) = 7.27 + 2.73e^{-t/\tau}$; $\tau = 5.45 \times 10^{-6}$ с є сталою часу.

Введення математичної формули та формування таблиці

Спочатку в стовпчику t/τ на рис. 1 формуються відносні значення часового аргументу в діапазоні від 0 до 5 із кроком 0,5 відповідно до часу завершення перехідного процесу за 4,6τ.

На рис. Д 4.1. наведено введення формули для обчислення абсолютних значень часу t , а на рис. Д 4.2 введення розрахункової формули напруги u , застосування яких веде до заповнення відповідних стовпців.

RADIANS fx =5,45*A2			
A	B	C	D
1	t/tau	t, мкс	u, В
2	0	=5,45*A2	10
3	0,5	2,725	8,92583
4	1	5,45	8,27431
5	1,5	8,175	7,87915
6	2	10,9	7,63947
7	2,5	13,625	7,49409
8	3	16,35	7,40592
9	3,5	19,075	7,35244
10	4	21,8	7,32
11	4,5	24,525	7,30033
12	5	27,25	7,28839
13			

Рис. Д 4.1

RADIANS fx =7,27+2,73*EXP((-A2))				
A	B	C	D	E
1	t/tau	t, мкс	u, В	
2	0		=7,27+2,73*EXP((-A2))	
3	0,5	2,725	8,92583	
4	1	5,45	8,27431	
5	1,5	8,175	7,87915	
6	2	10,9	7,63947	
7	2,5	13,625	7,49409	
8	3	16,35	7,40592	
9	3,5	19,075	7,35244	
10	4	21,8	7,32	
11	4,5	24,525	7,30033	
12	5	27,25	7,28839	
13				

Рис. Д 4.2

Важливо: введення будь-якого виразу в комірку Excel обов'язково має починатися зі знака дорівнює (=), що є сигналом для програми про початок обчислень. При введенні математичної формули змінну необхідно замінити на адресу відповідної комірки, в якій міститься її поточне значення (наприклад, A2).

Вибір типу діаграми

Після заповнення таблиці необхідно виділити діапазони значень часу (**t**) та обчисленої напруги (**u**).

На вкладці «Вставлення» у групі «Діаграми» слід обрати конкретний тип: «Точкова діаграма з гладкими кривими та маркерами» (рис. Д 4.3).

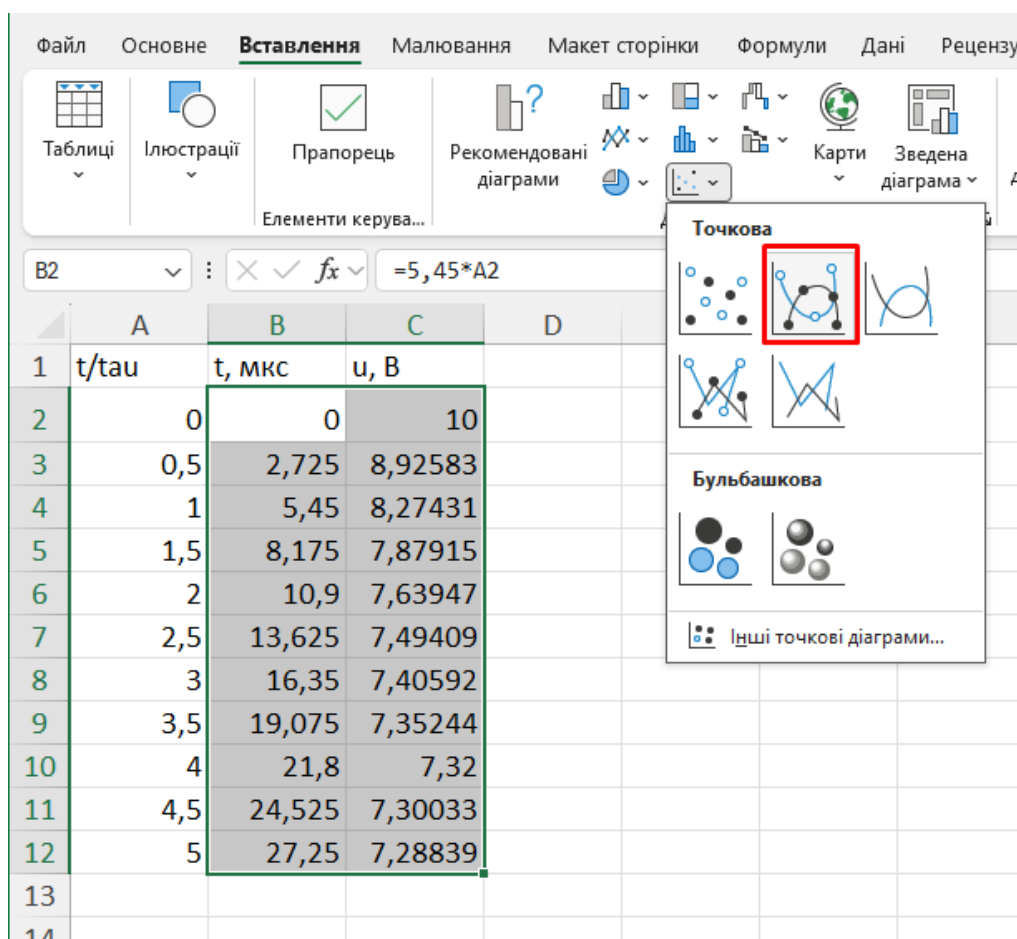


Рис. Д 4.3

Побудова графіку перехідного процесу

На цьому етапі відображається початковий вигляд графіка (рис. Д 4.4).

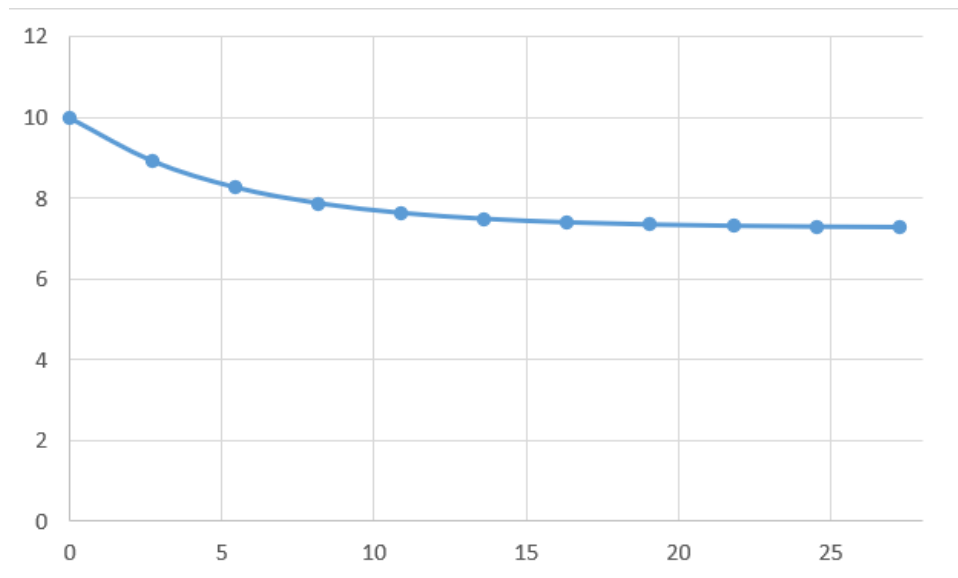


Рис. Д 4.4

Налаштування та стилізація графіка

Для того, щоб графік був інформативним, необхідно додати підписи (рис. Д 4.5). При виділенні графіка з'являється значок «+» (Елементи діаграми), де потрібно активувати пункт «**Назви осей**». На рис. Д 4.6 показано меню вибору цих елементів.

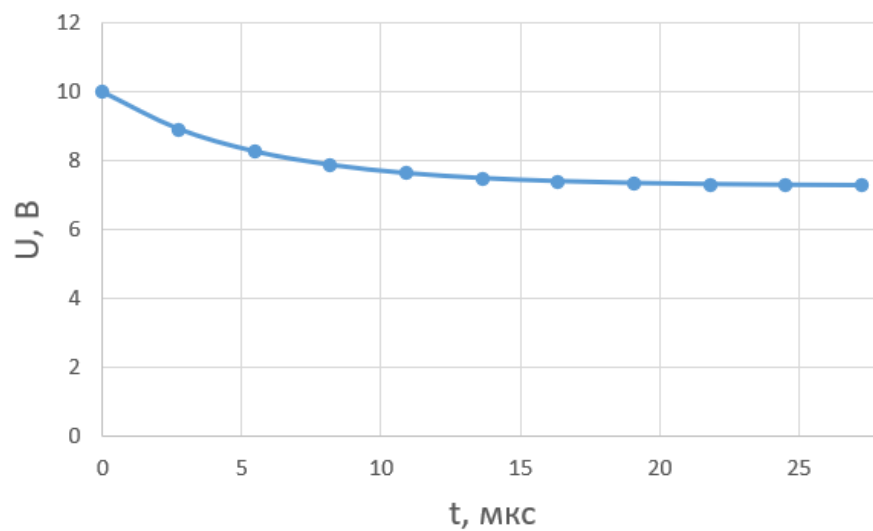


Рис. Д 4.5

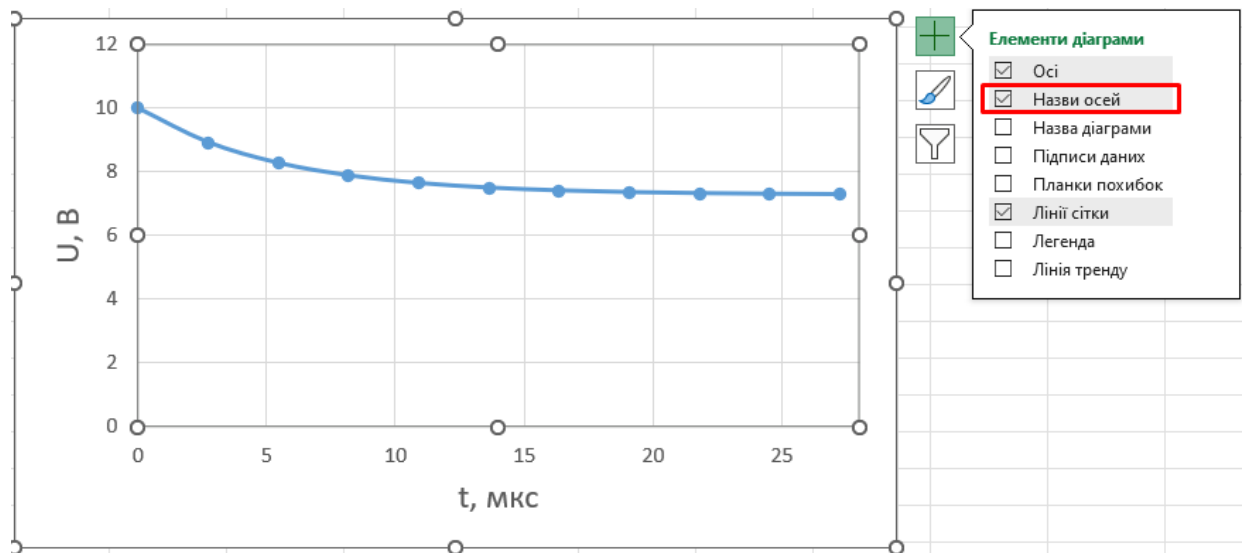


Рис. Д 4.6

Налаштування осей (Масштаб та Шрифт)

Для точного відображення даних необхідно натиснути правою кнопкою миші на вісь і обрати «**Формат осі**» (рис. Д 4.7).

Тут **вручну** задаються **мінімальні та максимальні значення** (зокрема, максимальне значення часу 30 мс). Також через меню «Шрифт» слід збільшити розмір тексту для кращої читабельності.

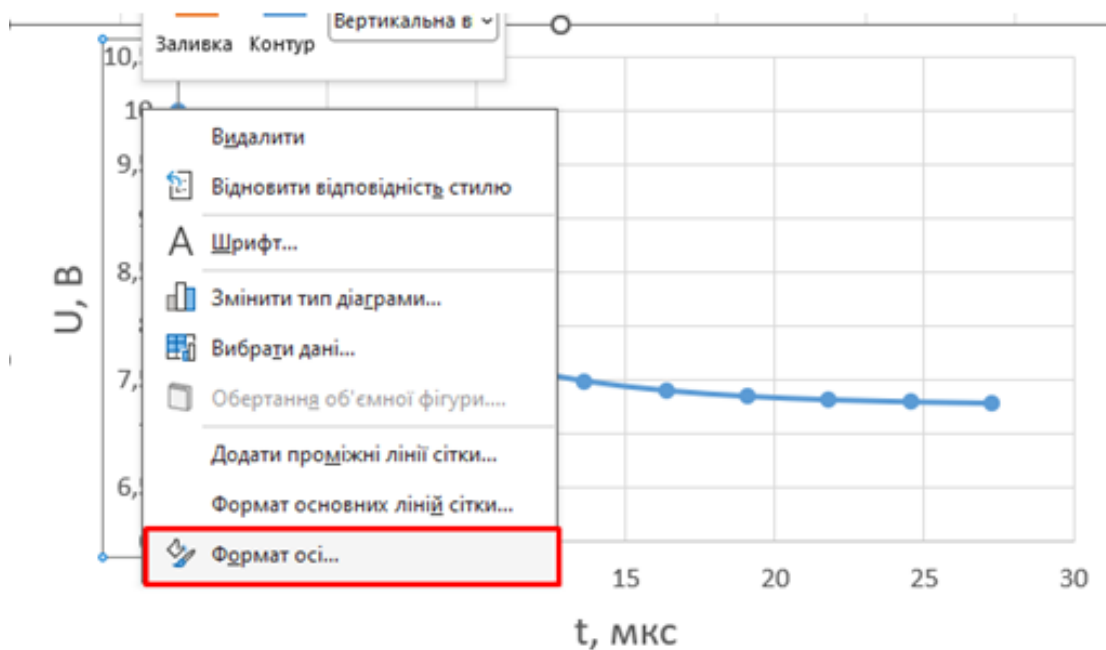


Рис Д 4.7

Стилізація лінії графіка

Щоб змінити візуальний вигляд кривої, потрібно натиснути правою кнопкою миші безпосередньо на точку графіка та обрати «Формат ряду даних» (рис. Д 4.8).

У цьому меню можна налаштувати колір лінії та її товщину відповідно до вимог оформлення.

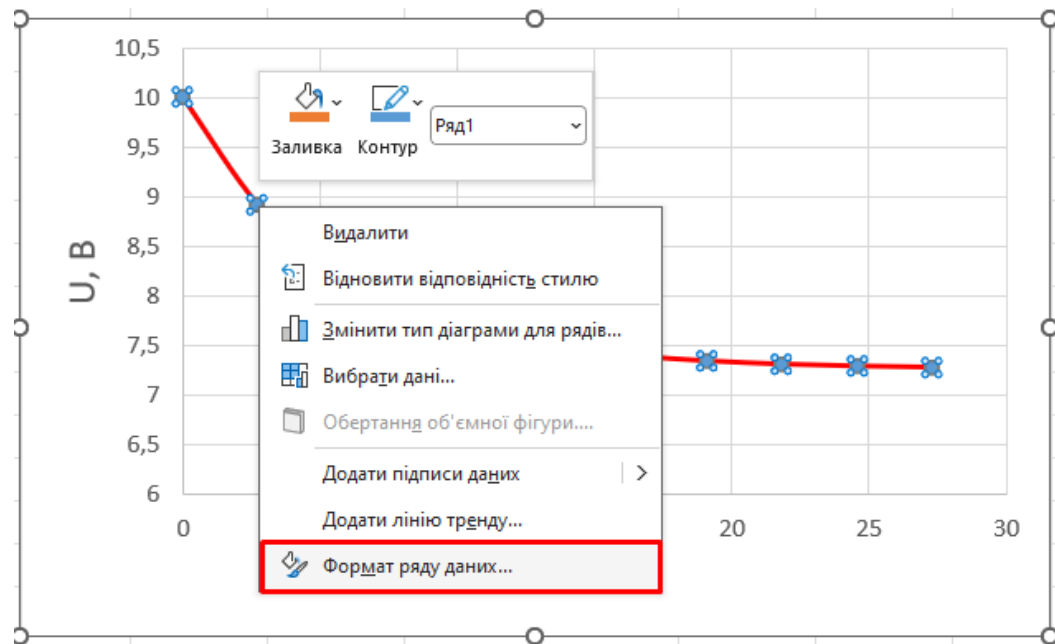


Рис. Д 4.8