МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Вступ до техніки вимірювань.
Конспект лекцій

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 153 «Мікро- та наносистемна техніка»,

освітньою програмою «Електронні мікро- і наносистеми та технології»

та за спеціальністю 171 «Електроніка»,

освітньою програмою «Електроніка та телекомунікації»

Київ

КПІ ім. Ігоря Сікорського

2020

Вступ до техніки вимірювань. Конспект лекцій [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 153 «Мікро- та наносистемна техніка», освітньої програми «Електронні мікро- і наносистеми та технології» та спеціальності 171 «Електроніка», освітньої програми «Електроніка та телекомунікації»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: І.Д. Шовкун, О.В. Семеновська, Т.А. Саурова – Електронні текстові данні (1 файл: 3317 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 147 с.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № від. 2020 р.)
за поданням Вченої ради факультету електроніки (протокол № від .2020 р.)

Електронне мережне навчальне видання

Вступ до техніки вимірювань. Конспект лекцій.

Укладачі: *Шовкун Ірина Денисівна*
Семеновська Олена Володимирівна, к.т.н., ст. викладач
Саурова Тетяна Асадівна, к.т.н., доц.

Відповідальний редактор *Тимофєєв Володимир Іванович*, д-р техн. наук, проф.

Рецензент: *Татрчук Дмитро Дмитрович*, к.т.н., доц.

Конспект лекцій сформовано з 5 розділів. В першому розділі розглядаються якісні і кількісні характеристики вимірюваних величин, системи одиниць, Міжнародна система СІ. Наведена загальна класифікація та способи вимірювань. Особлива увага приділяється описанню основних операцій вимірювання на прикладі метрологічних схем електронно-променевого осцилографа та найбільш поширеного магнітоелектричного вимірювального механізму. Другий розділ присвячений похибкам вимірювань. Розглянуто природу появи похибок та способи їх виявлення і усунення, а також визначення класів точності приладів. При опрацюванні результатів вимірювань у третьому розділі розглядаються питання нехтування похибками, заокруглення результатів вимірювання, додавання похибок, усереднення результатів. Наводиться приклад інформаційної концепції вимірювань. У четвертому розділі розглядаються процеси квантування сигналів за інтенсивністю і в часі та визначення похибок квантування. У п'ятому розділі описані структурні схеми та принципи дії засобів вимірювання електричних величин (амперметрів, вольтметрів, омметрів). Наведені приклади електромеханічних та електронних аналогових вимірювальних приладів. Описано принцип дії цифрового вольтметра.

The tutorial consist from 5 sections. The first section considers the qualitative and quantitative characteristics of measured quantities, systems of units, the International SI system. The general classification and methods of measurements are given. Particular attention is paid to the description of the main measurement operations on the example of metrological schemes of the electron-beam oscilloscope and the most common magnetoelectric measuring mechanism. The second section is devoted to measurement errors. The nature of errors and methods of their detection and elimination, as well as determining the accuracy classes of devices are considered. When processing the results of measurements in the third section, the issues of neglect of errors, rounding of measurement results, addition of errors, averaging of results are considered. An example of the information concept of measurements is given. The fourth section considers the processes of quantization of signals by intensity and time and the determination of quantization errors. The fifth section describes the structural diagrams and principles of operation of measuring instruments of electrical quantities (ammeters, voltmeters, ohmmeters). Examples of electromechanical and electronic analog measuring devices are given. The principle of operation of a digital voltmeter is described.

З М І С Т

ВСТУП

У середині XIX ст. були створені деякі міри електричних величин різними вченими в різних країнах, і були вони неоднаковими. У 1875р. за взаємною домовленістю на спеціальній міжнародній конференції була підписана метрична конвенція, за якою країни зобов'язались утримувати «Міжнародне бюро мір і ваг» як центр, що забезпечує єдність вимірювань у міжнародному масштабі. На міжнародних конференціях з електрики (1881р. – Париж, 1893р. – Чикаго) була прийнята практична система електричних і магнітних величин, яка базується на міжнародних одиницях Ампера і Ома. Ця система використовується і зараз.

Велику увагу техніці радіотехнічних вимірювань приділяв винахідник радіо О.С. Попов. Засновником вітчизняної радіовимірювальної техніки вважають академіка М.В. Шулейкіна, який у 1913р. організував першу заводську лабораторію з виробництва радіовимірювальних приладів. Також на початку XX ст. академік Л.І. Мандельштам створив прототип сучасного електронного осцилографа. Суттєво розвинули теорію і техніку радіовимірювань М.А. Бонч-Бруєвич, В.В. Ширков, Н.Н. Пономарьов та інші.

Готуючись до самостійної роботи за вибраною спеціальністю, студенти повинні розуміти, що вимірювання пронизують усі сфери інженерної діяльності (дослідників, конструкторів, технологів тощо). Інженер безумовно повинен знати можливості вимірювальної техніки, щоб забезпечити взаємозамінність виробів, пристроїв, вузлів електронної техніки. Знання сучасних стандартів, правил, норм і вимог в області вимірювань обов'язкові для спеціалістів, які займаються управлінням і організацією виробництва.

Наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності – це метрологія (від грецьких слів «metron» - міра і «logos» - вчення).

Основною метою метрології є пізнання навколишнього світу. В цьому полягає її зв'язок з філософією. Метрологія відноситься до числа точних наук – у цьому її зв'язок з математикою як наукою природничою. Вимірювання проводяться не тільки в техніці, вимірюваннями займаються і психологи, і соціологи, і представники багатьох інших напрямів, що не відносяться до «точних» наук. У цьому зв'язок метрології з соціальними науками.

Метрологія включає загальну теорію вимірювань фізичних величин; встановлює і регламентує одиниці фізичних величин і їх системи, порядок передачі розмірів одиниць від еталонів зразковим і робочим засобам вимірювань; методи і засоби вимірювань; загальні методи обробки результатів вимірювань і оцінки їх точності.

Сучасна метрологія розвивається за кількома напрямами. Найбільш сформовані і розвиваються наукова і законодавча метрологія.

Наукова метрологія займається вивченням проблем вимірювання в цілому, а також елементів, що створюють вимірювання: засобів і приладів вимірювання, фізичних величин і їх одиниць, методів і методик вимірювань, результатів і похибок вимірювань та інш.

Законодавча метрологія розглядає комплекси взаємообумовлених загальних правил, норм, а також питання регламентації і державного контролю, направлених на забезпечення єдності вимірювань і однаковості засобів вимірювання. В метрології, як і в будь-якій іншій науці, недопустимо довільне тлумачення термінів, що застосовуються.

Слід звернути увагу, що в електрорадіовимірювальній техніці відбуваються значні якісні зміни. Вимірювання практично повністю переходять на цифрові методи (прилади з цифровим відліком і реєстрацією); у вимірювальних системах широко використовується аналогова та цифрова мікроелектроніка. Створюються комплексні напівавтоматичні та автоматичні вимірювальні системи, які мають високу точність, надійність і швидкодію.

1 ОСНОВИ ТЕОРІЇ ВИМІРЮВАНЬ

1.1 Загальні відомості

Головні задачі радіоелектроніки безпосередньо пов’язані з передаванням, прийманням, обробкою, перетворенням і збереженням інформації. Тому для електроніки характерне дослідження коливань досить широкого діапазону частот, при цьому важливо не тільки визначити значення вимірюваних величин, але й одержати дані про форму і спектр сигналів.

Діапазон вимірюваних величин надзвичайно широкий, наприклад, за потужністю – від долей мікроват до сотень кіловат, за напругою – від долей мікровольт до сотень тисяч вольт, за частотою – від 10^{-2} Гц до 3×10^{12} Гц і більше, за величиною опору – від 10^{-6} Ом до 10^{17} Ом і т.д. З ростом діапазону вимірюваних величин зростає і складність вимірювань. З причини широкого частотного діапазону вимірюваних величин виникають серйозні ускладнення при усуненні впливу підключених вимірювальних приладів на роботу досліджуваного пристрою. При цьому дуже важливо одержати достовірну інформацію про вимірювану величину.

1.2 Історія розвитку метрології

Метрологія як наука й область практичної діяльності виникла в древні часи. Основою системи мір у слов'ян були давньоєгипетські одиниці вимірювань, а вони у свою чергу були запозичені в Древній Греції і Римі. Природно, що кожна система мір відрізнялася своїми особливостями, зв'язаними не тільки з епохою, але і з національним менталітетом.

Історія розвитку метрології висвітлювалась у багатьох дослідженнях, зібрані численні відомості про становлення цієї науки. Вагомий внесок у розвиток метрології своїми працями здійснили такі вчені, як Г.І. Вільд, Б.С. Якобі, А.Я. Купфер, В.С. Глухов, Д.І. Менделєєв, Н.Г. Єгоров, Л.В. Запуцький, В.В. Бойцов та ін.

Здавна людям досить часто доводилось мати справу з різними вимірюваннями: при будівництві споруд, при визначенні напрямку руху по морю з використанням астрономії, у торгівлі, при визначенні пропорцій людського тіла. У стародавні часи частини людського тіла використовувались як міра довжини: ширина великого пальця — дюйм, ширина долоні — пальма, довжина стопи — фут.

На Київській Русі основними одиницями довжини були п'ядь і лікоть. П'ядь означала відстань між кінцями великого і вказівного пальця дорослої людини. Пізніше, коли з'явилася інша одиниця - аршин, п'ядь (1 /4 аршина) поступово вийшла з уживання.

Міра лікоть означала відстань від згину ліктя до кінця середнього пальця руки (іноді – стиснутого кулака або великого пальця).

Особливою мірою був сажень, що дорівнював трьом ліктям (близько 152 см) і косий сажень (близько 248 см). Ця міра згадується, ще в "Слові про зачав Києво-Печерського монастиря" літописця Нестора, у якому за 1017 рік повідомляється, що чернець Іларіон "іскопав себе печерку малу дву сажень". Сажень походить від дієслова досягати й означає можливість розмірів частин людського тіла. Сажень зокрема відповідає відстані розмаху рук дорослої людини..

В Англії ще в XVII ст. була прийнята одиниця міри довжини – фут (нога, стопа), яка дорівнювала 30,5 см. Болільники футболу знають, що розміри футбольних воріт становлять 7,2 × 2,44 м або ж 24 × 8 футів, оскільки Англія є батьківщиною футболу.

Різні народи нашої планети перебували на неоднакових стадіях розвитку, то й міри були різноманітні. Досить пригадати, що у XVII ст. в Європі було понад 100 різних футів, понад 120 фунтів, 46 миль та інших одиниць виміру.

У Київській Русі найпоширенішими мірами довжини були: верста, сажень, лікоть, аршин, ступня, долоня, вершок, палець (табл. 1.1); мірами ваги – пуд, гривня, гривенка, золотник, почка, пиріг тощо.

Таблиця 1.1

Давньоруські міри довжини

Міра довжини	Величина
Верста	1066,8 м
Сажень	12,154 м
Аршин	10,7112 м
Лікоть	0,5385 м
Ступня	0,359 м
Долоня	89,9 мм
Вершок	44,9 мм
Палець	22,4 мм

У Московській державі з 1550 року запроваджені "печатні мідні міри"(осьмини) для сипучих речовин, а з 1558 року, за часів Івана Грозного, були введені "государеві" (казенні) ваги.

Указом Петра І російські міри довжини були погоджені з англійськими, і це, власне кажучи, є перша ступінь гармонізації російської метрології з європейською.

Одиницями виміру часу на Русі були рік, місяць, тиждень, доба, година. Причому відлік нового року починався і з березня, і з вересня. Указом Петра І введено початок нового року з першого січня.

Заснування у 1725 році Російської Академії сприяло розвитку наукової думки, вдосконаленню мір та упорядкуванню їх точності. Розширювалися межі впровадження одноманітних російських мір. У 1736 році за рішенням сенату була створена Комісія мір і ваг, яку очолив головний директор монетного двору граф М.Г. Головін.

Для організації повірочної роботи було утворено спеціальний комітет, який у 1747 році розробив еталонний російський фунт (400 г) і визначив за норму довжини аршин (0,7112 м). Фунт і аршин у нашій державі використовувалися до впровадження метричної системи.

Указом від 1835 року "Про систему російських мір і ваги" було закладено основу російської системи вимірювання, а в Санкт-Петербурзькій фортеці в одному з особливих приміщень зберігалося нове зібрання еталонних мір довжини, місткості рідких і крихких тіл та вагових одиниць. За цими еталонами було виготовлено і розіслано в губернії Росії вивірені копії аршина, відра, четверика, фунта. Практичним застосуванням російських мір і ваги займалося засноване у 1842 р. Депо еталонних мір та ваги. Організація Депо і встановлення правил повірки робочих мір стали тією основою, яка забезпечувала єдність вимірювання у Росії і одноманітність мір.

Першим хранителем Депо еталонних мір і ваги був призначений академік *А.Я.* Купфер, відомий учений і метролог, який очолював Депо з 1842 до 1865р.

Метрологічна система мір

Зміцнення культурних і економічних зв'язків вимагало подальшого упорядкування системи мір з розробленням єдиної прийнятної для держав міжнародної одноманітної системи мір і ваги.

В кінці XVIII ст. у Франції національні збори ухвалили декрет про реформу системи мір і доручили Паризькій академії наук провести підготовчу роботу. Комісія під керівництвом Лагранжа запропонувала десятичну систему з кратними і дольними частинами, а комісія під керівництвом Лапласа запропонувала одиницю довжини 1/40 000 000 частину довжини паризького меридіана. Цю одиницю назвали метр.

За одиницю маси було запропоновано масу 1 кубічного дециметра чистої води при температурі 4°С, яку назвали кілограмом. Таким чином, перша метрична система мір, у якій одиниці довжини, площі, об'єму і маси були чітко пов'язані між собою, була законодавчо прийнята 7 квітня 1795 року Національними зборами Франції.

22 червня 1799 року роботи над метричною системою були завершені, виготовлені із платини прототипи одиниці довжини у вигляді лінійки довжиною 1 метр, товщиною 4 мм і шириною 25 мм, а також одиниці маси — 1 кілограм у вигляді платинового циліндра висотою і діаметром 39 мм. Платинові прототипи метра і кілограма згодом передали на збереження до Національного Архіву у Франції.

У 1870 році за пропозицією Петербурзької академії наук було проведено міжнародну нараду щодо розробки прототипів мір. На ній було утворено комісію з прототипів метричних мір, яка у 1872 році прийняла рішення про виготовлення платино-іридієвих прототипів метричних мір: метра та кілограма. Відповідно до рішення комісії було виготовлено 31 прототип метра у вигляді штрихової міри на бруску довжиною 102 см і поперечним перерізом форми X. Із них прототип № 6 при 0°С був найточнішим прототипом метра Архіву, і в 1889 році на І Генеральній конференції з мір і ваги його прийняли за міжнародний еталон метра.

20 травня 1875 року 17 держав-учасниць підписали міжнародну Метричну конвенцію, що мала важливе значення для міжнародної уніфікації одиниць вимірювання в міжнародному масштабі. Метрична конвенція — це перше свідчення міжнародного наукового співробітництва вчених Європи, Азії й Америки.

У 1889 році російська делегація одержала на Першій генеральній конференції з мір та ваги по дві копії нових прототипів метра № 11 і № 28 та кілограма № 12 і № 26, виготовлених із платино-іридієвого сплаву.

З 1865 по 1892 рр. керуючий Депо еталонних мір і ваги В.С. Глухов поповнив обладнання Депо удосконаленою вимірювальною апаратурою і розробив проекти відновлення російських еталонів мір довжини і ваги та запровадження метричної системи мір у Росії у факультативному порядку.

Для збереження одноманітності, точності і взаємовідповідності мір і ваги на базі Депо у 1893 році було створено Головну палату мір і ваги, президентом якої став Д.І. Менделєєв. При палаті було організовано ряд лабораторій, обладнаних першокласною вимірювальною технікою. Вона перетворилася на справжню метрологічну установу, яка забезпечувала єдність вимірювань у Росії.

Д.І. Менделєєв як президент Головної палати здійснив низку організаційних та наукових робіт з метою забезпечення максимальної точності результатів вимірювань температури, маси тощо.

Подальша історія розвитку метрології у колишньому СРСР починається з декрету від 14 вересня 1918 р. про введення метричної системи мір і ваги. Він сприяв подальшому розвитку науково-дослідних робіт щодо забезпечення єдності вимірювань і розвитку приладобудування.

У розвитку вітчизняної метрології можна виділити декілька етапів:

Перший етап (до 1892 р.) охоплює період від стихійного зародження метрологічної діяльності до створення єдиних еталонів. Для цього періоду характерна централізація метрологічної діяльності, участь вчених у роботі міжнародних метрологічних організацій.

Другий етап – Менделєєвський. Він охоплює проміжок часу 1892 – 1917 рр. У цей період у Росії, а також в Україні впроваджується метрична система мір. З 1892 р. Депо зразкових мір і ваг очолює Д.І. Менделєєв, який приклав немало зусиль для впровадження метричної системи мір. У 1903 р. Депо перетворено у Головну палату мір і ваг, яка стала однією із перших у світі науково-дослідних установ метрологічного профилю.

Третій етап розвитку метрології охоплює період 1918 – 1945 рр. і називається нормативним етапом. У цей період створюється нормативно-технічна документація різного рівня з метрології; вся інформація зосереджується у Головній палаті мір і ваг; здійснюється комплекс заходів щодо створення державної метрологічної служби. Починається впровадження Міжнародної метричної системи мір. Впровадження метричної системи мір було пов'язано з проведенням метричної реформи, яка здійснювалася протягом 9 років.

Четвертий етап розвитку метрології охоплює період з 1945 р. по 1980 р. Цей післявоєнний етап характеризується інтенсивним розвитком метрологічної діяльності. З 1963 р. Міжнародна система одиниць фізичних величин почала впроваджуватися як обов'язкова в усіх галузях науки, техніки та в народному господарстві. У 1967 р. відбувається зародження кваліметрії. Відмінною особливістю четвертого етапу є повсюдне впровадження стандартизації як головної організаційно-правової форми забезпечення єдності вимірювання в країні.

На п'ятому етапі розвитку метрології, який охоплює 1980 – 1991 рр. приділяється значна увага проблемам вимірювання якості продукції. У цей період розвивається кваліметрія як розділ метрології. Кваліметрія вивчає питання, пов'язані з вимірюванням якості продукції. Метрологічні методи починають впроваджувати і використовувати при управлінні якістю продукції, вимірюванні нефізичних величин.

Шостим етапом розвитку метрології в незалежній Україні є розвиток метрології з 1992 р. Він пов'язаний зі створенням національної метрологічної системи, еталонної та вимірювальної бази. Здійснюється удосконалення кваліметрії, зароджується і впроваджується система відповідності продукції (сертифікації). Метрологічна наука спрямована на удосконалення стандартизації й управління якістю продукції в Україні.

Разом з розвитком фундаментальної і практичної метрології відбувалося становлення законодавчої метрології.

Законодавча метрологія – це розділ метрології, що включає комплекси взаємозалежних і взаємообумовлених загальних правил, а також інші питання, що потребують регламентації і контролю з боку держави, які спрямовані на забезпечення єдності вимірювання і однаковості засобів вимірювання.

Законодавча метрологія є засобом державного регулювання метрологічної діяльності за допомогою законів і законодавчих положень, що вводяться в практику через Державну метрологічну службу, метрологічні служби державних органів управління і юридичних осіб.

Метрологічні правила і норми законодавчої метрології гармонізовані з рекомендаціями і документами відповідних міжнародних організацій. Тим самим законодавча метрологія сприяє розвиткові міжнародних економічних і торговельних зв'язків і допомагає взаєморозумінню в міжнародному метрологічному співробітництві.

Без метрології сьогодні неможливе проведення наукових досліджень, які в свою чергу, формують основу розвитку самої метрології. Лише кращі сучасні вимірювальні технології та прилади дають можливість нових відкриттів, і лише дійсно розвинені галузі метрології можуть сприяти удосконаленню науки, промисловості та торгівлі.

24.12.1971 р. – організація Українського республіканського управління Держстандарту СРСР.

24.05.1991 р. – створення Державного комітету УРСР зі стандартизації, метрології та якості продукції.

Всесвітній день метрології відзначається щорічно 20 травня. Свято засноване Міжнародним Комітетом мір і ваг (МКМВ) у жовтні 1999 року, на 88 засіданні МКМВ.

Розвиток метрології в усі часи був неподільно пов'язаний із загальним розвитком науки, оскільки без уміння швидко, точно та правильно виконувати вимірювання найрізноманітніших фізичних величин неможливі ніякі наукові дослідження.

1.3 Основні поняття вимірювань

Вимірювання – це один з найважливіших шляхів пізнання природи людиною. Вони дають кількісну характеристику навколишнього світу, розкриваючи закономірності в природі.

Згідно із Законом України «Про метрологію та метрологічну діяльність» та ДСТУ 2681-94:

Вимірювання – відображення фізичних величин їх значеннями за допомогою експерименту та обчислень із застосуванням спеціальних технічних засобів.

У цьому визначенні закладені такі **головні ознаки поняття «вимірювання»**:

- Вимірювати можна властивості реально існуючих об’єктів пізнання – фізичні величини;
- Вимірювання вимагає проведення дослідів, тобто теоретичні міркування чи розрахунки не замінять експеримент;
- Результатом вимірювання є фізична величина, що відображає значення вимірюваної величини.

Наука про вимірювання, методи і засоби забезпечення їх єдності і способи досягнення необхідної точності – це метрологія.

Предметом метрології є одержання кількісної інформації про властивості об’єктів і процесів із заданою точністю і достовірністю.

Метрологія має:

Філософський аспект – вимірювання є важливим універсальним методом пізнання фізичних явищ і процесів.

Науковий аспект – за допомогою вимірювання в науці відбувається зв’язок теорії з експериментом.

Технічний аспект – вимірювання забезпечують одержання кількісної і якісної інформації про об’єкт керування чи контролю, достовірність медичної та екологічної діагностики та інше.

Єдність вимірювань – стан вимірювань, який характеризується тим, що їх результат виражається в узаконених одиницях, розміри яких у встановлених межах дорівнюють розмірам одиниць, відтворених первинними еталонами, а похибки результатів вимірювань відомі та з заданою вірогідністю не виходять за встановлені межі.

Єдність вимірювань необхідна для того, щоб можна було зіставити результати вимірювань, проведених в різних місцях, в різний час, з використанням різних методів і засобів вимірювань.

До основних проблем метрології відносяться:

- Створення загальної теорії вимірювань;
- Утворення одиниць фізичних величин і систем одиниць;
- Розробка і стандартизація методів і засобів вимірювань, методів визначення точності вимірювань, основ забезпечення єдності вимірювань і одноманітності засобів вимірювань (так звана «законодавча метрологія»);
- Створення еталонів і зразкових засобів вимірювань, перевірка заходів і засобів вимірювань. Основною задачею даного напряму є вироблення системи еталонів на основі фізичних констант.

1.4 Фізичні властивості і величини

Всі об'єкти навколишнього світу характеризуються своїми властивостями.

Властивість – це філософська категорія, яка виражає таку сторону об'єкта (явища, процесу), яка обумовлює його відмінність чи однаковість з іншими об'єктами (явищами, процесами).

Властивість – це категорія **якісна**. А для **кількісного** описання різних властивостей процесів і фізичних тіл вводиться поняття **величини**. **Величина** не існує сама по собі. Вона має місце тоді, коли існує об'єкт з властивостями, які виражені даною величиною.

Величини поділяють на **реальні** і **ідеальні**. Ідеальні головним чином відносяться до математики і є моделлю конкретних реальних понять. **Реальні** величини поділяють на фізичні і нефізичні.

Фізична величина (ФВ) властива матеріальним об'єктам. **Нефізичні величини** властиві суспільним (нефізичним) наукам – філософії, соціології.

Фізична величина – це одна із властивостей фізичного об'єкта, в якісному відношенні суспільна для багатьох фізичних об'єктів, а в кількісному – індивідуальна для кожного з них.

Кожна фізична величина відображує яку-небудь одну властивість, притаманну певній множині об'єктів матеріального всесвіту. Наприклад, маса як фізична величина характеризує інертні та гравітаційні властивості всіх тіл матеріального світу, що оточує нас; механічна сила є характеристикою взаємодії між тілами або їх частинами; прискорення відображує зміну швидкості тіл і т.д.

ФВ розрізняють за **родом**, **розміром**, **розмірністю**, їм присвоюються **найменування**, **матеріальні позначення**. Залежно від області фізичних явищ ФВ об’єднають у **системи**. Деякі з ФВ приймають а **основні**, інші називають **похідними**. Все це регламентується державними стандартами та іншими нормативними документами державної системи забезпечення єдності вимірювань.

Розміром ФВ називається кількісний вміст в даному матеріальному об’єкті властивості, що відповідає поняттю «фізична величина».

Системою ФВ називається сукупність величин, пов’язаних між собою певними залежностями. В такій системі кілька величин приймаються як незалежні (вони називаються основними), а решта визначаються як залежні від них (похідні).

Розмірністю ФВ називають вираз, який в умовних позначеннях відображує її зв'язок з основними величинами системи.

За міжнародним стандартом ISO 31/0-74 розмірність похідної величини X в системі, розмірності основних величин якої A_1, A_2, …, A_n, виражається так:

$$\dim X = A_1^{\alpha_1} \cdot A_2^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot A_n^{\alpha_n},$$

де dim – знак розмірності (скорочення слова dimension – розмірність);

α_1, α_2, …, α_n – показники розмірності величини X відносно розмірностей основних величин (цілі додатні та від’ємні числа).

1.5 Системи фізичних величин і їх одиниць

Для того щоб можна було встановити для кожного об’єкта відмінність в кількісному складі властивості, що відображається фізичною величиною, **в метрології введені поняття розміру ФВ і значення ФВ**.

Розмір ФВ – це кількісних вміст в даному об’єкті якоїсь властивості.

Значення ФВ (x_n) – це оцінка її розміру в вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць:

$$x_n = N_x \cdot q_x,$$

де q_x – міра (одиниця ФВ); N_x – число, яке дорівнює відношенню значення величини до відповідної одиниці.

Істинне значення ФВ (X) – значення ФВ, яке ідеальним чином виражало би якісні та кількісні характеристики властивостей об’єкта. Експериментально визначити його *неможливо*.

<u>Дійсне значення</u> ФВ ($x_д$) – значення, виміряне експериментально, яке настільки наближається до істинного, що для даної задачі може бути прийняте замість нього. Визначають його по зразкових мірах і приладах, похибка яких порівняно з похибкою приладів, якими проводиться вимірювання, нехтовно мала.

В залежності від розміру одиниці буде змінюватись числове значення ФВ, в той час як розмір її буде тим самим.

<u>Одиниця ФВ</u> – це фізична величина фіксованого розміру, якій умовно присвоєно числове значення, що дорівнює одиниці.

<u>Сукупність ФВ</u>, коли одні величини приймаються за незалежні, а інші є їх функціями, називається **<u>системою ФВ</u>**. В назві системи ФВ використовують символи величин, прийнятих за основні. Наприклад, система величин механіки, в якій в якості основних використовується маса (M), довжина (L) і час (T), називається системою MLT.

Міжнародна система одиниць (СІ) (System International – SI) прийнята XI Генеральною конференцією мір і ваг у 1960 році є універсальною системою, уніфікованою по відношенню до всіх галузей вимірювань і використовує зручні для практики розміри основних і більшості похідних величин. Система *СІ* позначається символами $LMTIQNJ$, в ній обрано 7 основних ФВ: довжина (L), маса (M), час (T), сила електричного струму (I), температура (Q), кількість речовини (N) і сила світла (J); 2 додаткові і 111 похідних величин, з яких для вимірювання простру і часу – 11, механічних вимірювань – 19, електричних і магнітних – 31, теплових – 15, світлових – 15, акустичних – 10, вимірювань іонізуючого випромінювання – 10. Основні, додаткові та похідні, що мають спеціальні назви, величини системи СІ приведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Основні, похідні та додаткові одиниці системи СІ

Величина		Одиниця	
Назва	Розмірність	Назва	Вираз через одиниці СІ
Основні одиниці ФВ в системі СІ			
Довжина	L	метр	м
Маса	M	кілограм	кг
Час	T	секунда	с

Сила електронного струму	I	ампер	А
Температура	Q	кельвін	К
Кількість речовини	N	моль	моль
Сила світла	J	кандела	кд
Похідні одиниці ФВ в системі СІ			
Частота	T^{-1}	Гц (герц)	с$^{-1}$
Сила, вага	LMT^{-2}	Н (ньютон)	м·кг·с$^{-2}$
Тиск, механічна напруга	$L^{-1}MT^{-2}$	Па (паскаль)	
Енергія, робота, кількість теплоти	$L^{2}MT^{-2}$	Дж (джоуль)	
Потужність	$L^{2}MT^{-3}$	Вт (ват)	
Кількість електрики	TI	Кл (кулон)	
Електрична напруга, ЕРС	$L^{2}MT^{-3}I^{-1}$	В (вольт)	
Електрична ємність	$L^{-2}M^{-1}T^{4}I^{2}$	Ф (фарад)	
Електричний опір	$L^{2}MT^{-3}I^{-2}$	Ом (ом)	
Електрична провідність	$L^{-2}M^{-1}T^{3}I^{2}$	См (сименс)	
Потік магнітної індукції	$L^{2}MT^{-2}I^{-1}$	Вб (вебер)	
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^{-1}$	Тл (тесла)	
Індуктивність	$L^{2}MT^{-2}I^{-2}$	Гн (генрі)	
Світловий потік	J	лм (люмен)	
Освітленість	$L^{-2}J$	лк (люкс)	
Додаткові одиниці ФВ в системі СІ			
Плоский кут	радіан (рад)		
Тілесний кут	стерадіан (ср)		

Одиниці ФВ поділяють на системні і позасистемні. Системна одиниця входить в одну з прийнятих систем. Всі основні, похідні, кратні і дольні одиниці є системними. Позасистемні одиниці не входять ні в одну з прийнятих систем одиниць. Приклади позасистемних одиниць наведені в табл. 1.3.

Таблиця 1.3

Позасистемні одиниці

Величина		Одиниця	
Назва		Розмірність	Вираз через одиниці СІ
Час	Хвилина	Хв.	60 с

	Година	Год	3600 с
	Доба	Д	86400 с
Вага	Тонна	Т	10^3кг
Об'єм	Літр	Л	10^{-3}м^3
Кут на площині	Плоский кут	градус (°)	$\frac{\pi}{180}$ рад
Оптична сила	Діоптрія	Дптр	1м$^{-1}$
Площа	Гектар	Га	10^4м^2
Енергія	Електрон-вольт	еВ	$1{,}6\times10^{-19}$Дж
Відстань	Миля		1609,3 м
	Морська миля		1852 м
Температура Цельсія	Градус Цельсія	°С	t°C = T – 273,15 K

Розміри метричних одиниць для багатьох випадків практики є незручними: вони дуже великі або дуже малі. Тому користуються кратними і дольними одиницями, які утворюються від початкової величини за принципом десяткової кратності і дольності – помноженням початкової величини на 10, яке піднесене в додатну або від'ємну степінь. **Кратні** – це одиниці, що в ціле число разів перевищують системну одиницю. Наприклад, кілометр дорівнює 10^3м, тобто **кратно метру**. **Дольна** – це одиниця, значення якої в ціле число разів менше системної і позасистемної одиниці. Наприклад, міліметр дорівнює 10^{-3}м, тобто **дольно метру**.

Для утворення назв таких десяткових кратних і дольних використовують приставки, див. табл. 1.4.

Таблиця 1.4

Множники і приставки для утворення кратних і дольних одиниць і їх назви

Множник	Приставка		
	Назва	Позначення	
		Міжнародне	Українське
1 000 000 000 000 000 000 = 10^{18}	Екса	E	Е
1 000 000 000 000 000 = 10^{15}	Пета	P	П

1 000 000 000 000 = 10^{12}	Тера	T	Т
1 000 000 000 = 10^{9}	Гіга	G	Г
1 000 000 = 10^{6}	Мега	M	М
1 000 = 10^{3}	Кіло	k	к
100 = 10^{2}	Гекто	h	г
10 =10^{1}	Декта	da	да
0,1 = 10^{-1}	Деци	d	д
0,01 =10^{-2}	Санти	c	с
0, 001 =10^{-3}	Мілі	m	м
0, 000 001 =10^{-6}	Мікро	μ	мк
0, 000 000 001 =10^{-9}	Нано	n	н
0, 000 000 000 001 =10^{-12}	Піко	p	п
0, 000 000 000 000 001 =10^{-15}	Фемто	f	ф
0, 000 000 000 000 000 001 =10^{-18}	Атто	a	а

Наведемо у скороченому вигляді сучасне визначення основних і додаткових одиниць фізичних величин:

Метр – це довжина шляху, який проходить світло у вакуумі за проміжок часу, що дорівнює $\frac{1}{299\ 792\ 458}$ секунди.

Секунда дорівнює 9 192 631 770 періодам випромінювання, що відповідає переходові між двома надтонкими рівнями основного стану цезію-133.

Кілограм дорівнює масі міжнародного прототипу кілограму – циліндр зі сплаву платини і іридія.

Ампер – дорівнює силі незмінного струму, який під час проходження двома паралельними прямолінійними проводами нескінченної довжини і нехтовно малої площі поперечного перерізу, розміщених у вакуумі на відстані 1м один від одного, викликав би на кожній ділянці провідника завдовжки 1м силу взаємодії у 2×10^{-7} Н.

Кельвін дорівнює 1/273,16 частині термодинамічної температури потрійної точки води.

Моль дорівнює кількості речовини, яка вміщує стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглеці – 12 масою 0,012 кг.

Кандела дорівнює силі світла у заданому напрямі джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою 540×10^{12} Гц, енергетична сила світла якого у цьому напрямі становить $1/638$ Вт/ср.

Радіан дорівнює куту між двома радіусами кола, дуга між якими дорівнює радіусу.

Стерадіан дорівнює тілесному куту з вершиною у центрі сфери, який вирізає на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, яка дорівнює радіусу сфери.

У практиці електрорадіовимірювань існують і відносні вимірювання – вимірювання відношень певної величини до одноіменної, яка відіграє роль одиниці або приймається за вихідну. Наприклад: вимірювання відношень напруг або потужностей, дослідження різних частотних характеристик електронних кіл тощо.

При вимірюваннях відношень широко використовується несистемна безрозмірна одиниця – **Децибел (**$\partial Б$**)**. При порівнянні напруг $1\,\partial Б$ визначається за формулою

$$1\partial Б = 20 lq \frac{U_2}{U_1}, \text{ при } \frac{U_2}{U_1} = 10^{1/20} = 1{,}122,$$

а при порівнянні потужностей

$$1\partial Б = 10 lq \frac{P_2}{P_1}, \text{ при } \frac{P_2}{P_1} = 10^{1/10} = 1{,}259.$$

Для переводу відношень потужностей і напруг (струмів) у децибели і навпаки користуються спеціальними таблицями (табл.1.5), наведеними в довідниках.

Таблиця 1.5

Децибел	Відношення напруг(струмів) ($\frac{U_2}{U_1}$)	Відношення потужностей ($\frac{P_2}{P_1}$)
0	1,000	1,000
1	1,122	1,259
3	1,413	1,995
10	3,162	10,0
20	10,0	100,0
40	100,0	10^4

50	316,20	10^5
100	10^5	10^{10}
120	10^6	10^{12}
150	$3,162*10^7$	10^{15}

Розмірність завжди позначається великими літерами прямим шрифтом, а фізичні величини – курсивом (нахиленим). У системі СІ розмірність усіх похідних фізичних величин складається із розмірностей основних і записується у формі математичного виразу. З розмінностями, як і з величинами, можна виконувати математичні дії множення, ділення, піднесення до степеня і добування кореня.

Розмірність записується в один рядок із розміщенням літер в такому порядку, як їх наведено в стандарті СІ щодо основних фізичних величин: *L, M, T, I, Q, N, J*.

Для позначення одиниць необхідно використовувати дужки або від'ємні показники степенів для запобігання невизначеності запису. Крім того, скісна риска не повинна використовуватись у виразі більше одного разу. Наприклад, правильним записом буде кг/(м*с^2) або кг*м$^{-1}$*с$^{-2}$(= Па), а не кг/м/с/с.

Забороняється використовувати скорочені назви одиниць СІ, наприклад, сек. замість с, або кв.м, замість м^2.

Використання правильних позначень одиниць СІ є обов'язковим, тільки в такому випадку можна уникнути невизначеностей і непорозумінь.

1.6 Шкали вимірювань

У практичній діяльності необхідно проводити вимірювання різних величин, які характеризують властивості тіл, речовин, явищ і процесів. Деякі властивості проявляються тільки якісно, інші – кількісно. Різноманітні прояви будь-якої властивості створюють множини. Відображення елементів цих множин на впорядковану множину чисел або умовних знаків створюють **шкали вимірювань**.

Шкала вимірювань – це послідовний ряд значень однорідної фізичної величини, які присвоєні цій величині відповідно до узгоджених правил. Наприклад, шкала міцності матеріалів, температурна шкала тощо.

У метрології застосовують такі види шкал вимірювань:

- шкали назв (шкали класифікації);
- рангові шкали (шкали порядку);
- шкали інтервалів;
- шкали відношень;

– абсолютні шкали.

1. Шкала назв. Така шкала заснована на приписуванні об’єкту цифр (знаків), що відіграють роль простих імен. Найчастіше такі шкали використовуються для класифікації емпіричних об’єктів. Цей тип шкал найпростіший і нумерація здійснюється за принципом «не приписуй одну й ту саму цифру різним об’єктам». У таких шкал відсутнє поняття нуля, «більше» чи «менше» і одиниці вимірювань. Наприклад, атлас кольорів, призначений для ідентифікації кольору; перелік систем вимірювальних механізмів: магнітоелектрична, електромагнітна, випрямна, термоелектрична, електродинамічна, електростатична та ін.

2. Шкала порядку (рангів). Якщо властивість даного об’єкта проявляє себе кількісно за зростанням чи спаданням, то для неї можна побудувати шкалу порядку. Впорядкований ряд називають ранжируваним рядом. Деякі точки ранжируваного ряду фіксовані в якості відправних (реперних). Цим точкам можуть бути поставлені у відповідність цифри (бали). Наприклад, сила землетрусу; 12-бальна шкала Бофорта для сили морського вітру: штиль – 0 балів, ураган – 12 балів, шкала Мооса для визначення твердості мінералів, яка має 10 опорних (реперних) мінералів з різними числами твердості: тальк – 1, кальцій – 3, кварц – 7, алмаз – 10.

3. Шкала інтервалів. Ця шкала утворена з чітко визначених інтервалів. Має одиницю вимірювання і довільно вибраний початок – нульову точку. Наприклад, час вимірюють за шкалою, розділеною на інтервали, які дорівнюють періоду обертання Землі навколо Сонця – *роки.* Ці інтервали в свою чергу розділяють на менші – *доби*, які дорівнюють періоду обертання Землі навколо своєї осі; доби розділяють на *години*; години – на *хвилини*; хвилини – на *секунди*.

Шкали інтервалів у деяких випадках одержують пропорційним поділом інтервалів між двома реперними точками. Наприклад, у температурній шкалі Цельсія один градус ($^\circ C$) дорівнює 1/100 інтервалу між температурою плавлення льоду, прийнятою за початок відліку ($0^\circ C$), і температурою кипіння води ($100^\circ C$). На шкалі температур Фаренгейта той самий інтервал між точками замерзання й кипіння води розбитий на 180 градусів, а початок відліку зміщений відносно 0˚С на 32˚F у бік низьких температур. Отже, 180˚F = 100˚С, тобто $1^\circ F < 1^\circ C$ і дорівнює $\frac{t^\circ(C)+32}{100}=\frac{t^\circ(F)}{180}$, звідки $t^\circ(F)=32+\frac{9}{2}t^\circ(C)$ або $t^\circ(C)=\frac{5}{9}\left(t^\circ(F)-32\right)$. Наприклад, +20°C = 68°F.

За шкалою інтервалів можна визначити наскільки один розмір більший чи менший від іншого. Однак визначити у скільки разів – неможливо, оскільки початок відліку вибраний довільно. Тому визначити за шкалою інтервалів абсолютне значення неможливо.

4. Шкали відношень. Шкала, в якій за початок відліку прийнята реперна точка з дійсно нульовим розміром величини, називається *шкалою відношень*. Прикладом шкали відношень є температурна шкала Кельвіна. В ній за початок відліку прийнятий абсолютний нуль температури, за якої, вважається, припиняється тепловий рух молекул. Нижчої температури, ніж абсолютний нуль, в принципі не може бути. Другою реперною точкою прийнята температура плавлення льоду. За шкалою Цельсія інтервал між цими реперними точками дорівнює 273,16˚С. Тому на шкалі Кельвіна його ділять на рівні частини, одна з яких дорівнює 1/273,16 інтервалу між реперними точками і називається *кельвіном*.

Шкали відношень є найдосконалішими з усіх вимірювальних шкал. На них можна виконувати всі арифметичні дії (додавання, віднімання, множення та ділення). Ці шкали найширше застосовують у метрології, зокрема для вимірювання електричних величин: сили електричного струму, електричного опору тощо.

5. Абсолютні шкали. Це шкали, які мають всі ознаки шкал відношень, але додатково мають однозначне визначення одиниці вимірювань і не залежать від прийнятої системи одиниць: коефіцієнт підсилення, ослаблення тощо.

1.7 Класифікація вимірювань

Загальна класифікація вимірювань

Як було зазначено раніше, суть вимірювання полягає у порівнянні вимірюваної величини з деяким її значенням, прийнятим за одиницю. Будь-яке вимірювання здійснюється за допомогою обов’язкового виконання фізичного експерименту, в якому взаємодіють об’єкт вимірювання і засоби вимірювальної техніки, а також, якщо необхідно, виконанням певних обчислювальних процедур над отриманими результатами.

Вимірювання можна характеризувати з різниих сторін, враховуючи їх різні ознаки. Основні класифікаційні ознаки вимірювань відображено на рис. 1.1.

За фізичним принципом, покладеним в основу вимірювання, а також залежно від галузі науки і технології розрізняють електричні, магнітні, механічні, акустичні, оптичні, квантові, хімічні та інші вимірювання.

За способом порівняння з мірою розрізняють такі методи вимірювань: безпосереднього оцінювання, порівняння з мірою та комбіновані.

За способом отримання результату розрізняють прямі та непрямі вимірювання, а останні розділяють на опосередковані, сумісні та сукупні вимірювання.

За кількістю опрацьовуваних первинних результатів розрізняють разові (однократні) та багаторазові (багатократні) вимірювання.

За характером взаємодії ЗВ з об’єктом дослідження розрізняють контактні та безконтактні вимірювання.

За характером зміни величин та показів вимірювальних засобів розрізняють статичні та динамічні вимірювання.

За оцінюванням точності результатів вимірювань розрізняють технічні, лабораторні, науково-дослідні та метрологічні (еталонні) вимірювання.

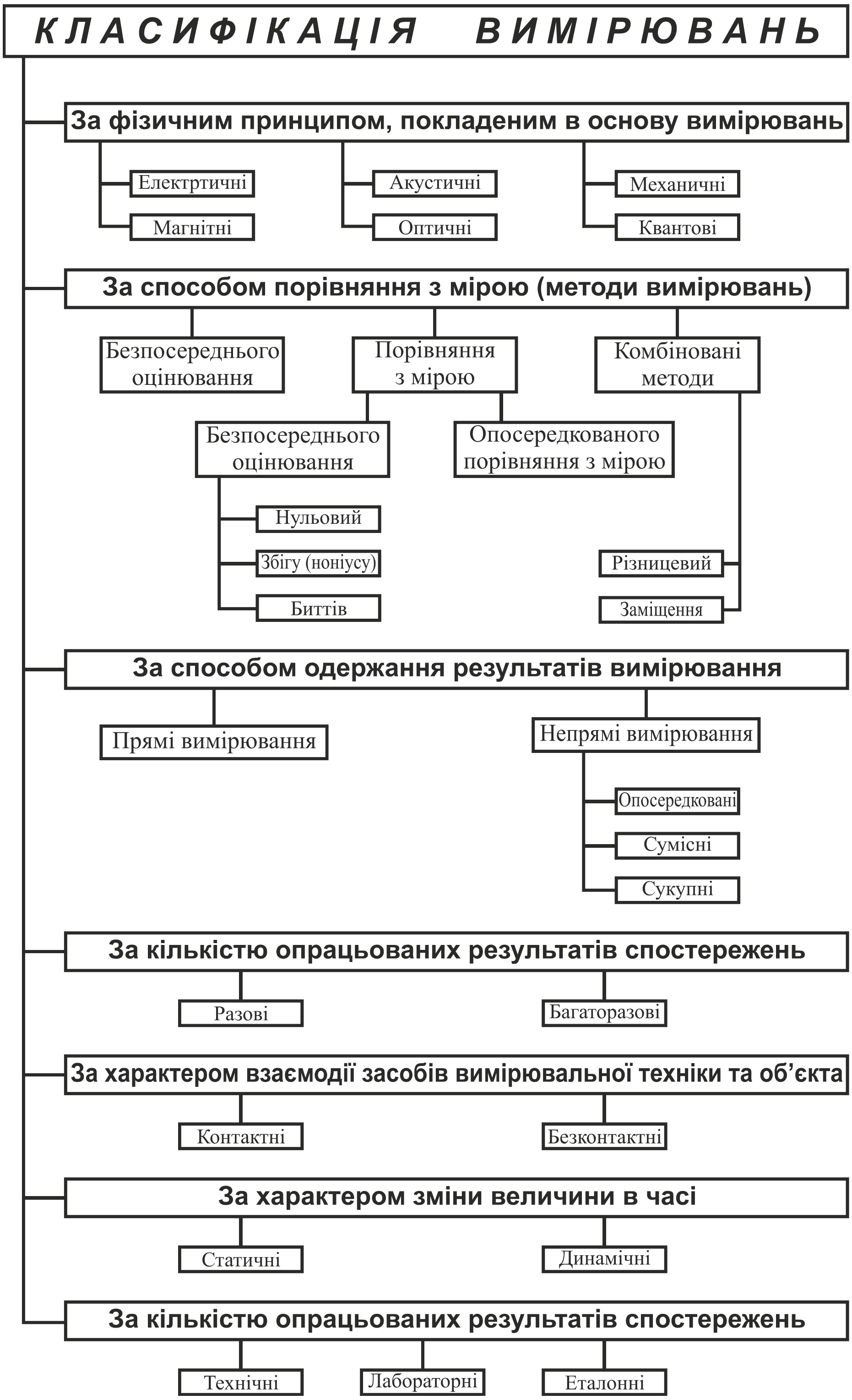


Рисунок 1.1. Класифікація методів вимірювань.

1.8 Способи отримання результатів вимірювань

За способом отримання результату розрізняють прямі та непрямі вимірювання, а останні поділяють на опосередковані, сумісні та сукупні вимірювання.

Прямі вимірювання – при яких фізичні величини знаходяться безпосередньо з дослідних даних. Наприклад, напруга вимірюється вольтметром, струм – амперметром, опір – омметром, розмір – лінійкою і т.д. Математично прямі вимірювання можна охарактеризувати елементарною формулою А = x, де x – значення виміряної величини.

Непрямі опосередковані вимірювання – при яких фізичні величини знаходяться за відомими формулами, в які входять величини, що вимірюються безпосередньо і називаються аргументами. Опосередковані вимірювання можна охарактеризувати такою формулою:

$A = f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, де $x_1, x_2, \ldots, x_n$ – результати прямих вимірювань величин, пов'язаних відомою функціональною залежністю f.

Наприклад, при визначенні густини струму j прямими вимірюваннями визначають струм I і розмір, який визначає площу поперечного перетину S, і далі розраховують $j = I / S$. Аналогічно для визначення питомого опору матеріалу ρ необхідно виміряти опір матеріалу R, його довжину l і площу поперечного перетину: $\rho = \frac{R \cdot S}{I}$. Густину речовини визначають за вагою і об'ємом, які є аргументами, що підлягають прямим вимірюванням. Опір можна визначити омметром прямим вимірюванням, але якщо вимірюється напруга на опорі U і струм через нього I, то опір визначається опосередкованим методом за формулою закона Ома $R = U / I$.

Сумісні (спільні) вимірювання характеризуються тим, що одночасно вимірюється декілька різнойменних фізичних величин для знаходження залежності між ними. Числові значення шуканих величин визначаються із системи рівнянь, які зв'язують їх значення з виміряними прямим або опосередкованим способом. Наприклад, для визначення аналітичної залежності опору резистора від температури, яка апроксимується поліномом другого порядку, необхідно зробити два спільні вимірювання опору і температури (R_1 при температурі t_1 і R_2 при температурі t_2). Тоді

$$R_1 = R_0\left[1 + \alpha(t_1 - t_0) + \beta(t_1 - t_0)^2\right],$$

$$R_2 = R_0\left[1 + \alpha(t_2 - t_0) + \beta(t_2 - t_0)^2\right],$$

де R_0 – задана величина опору при відомій температурі t_0.

З розв'язку системи двох рівнянь з двома невідомими (α і β) знаходимо величини α і β, за допомогою яких встановлюють аналітичну залежність $R(t)$.

Сукупні вимірювання – значення декількох однойменних фізичних величин знаходять із розв'язку системи рівнянь, які отримані при прямих вимірюваннях різних комбінацій цих фізичних величин. Кількість рівнянь вимірювання не може бути меншою кількості фізичних величин, які потрібно виміряти.

Наприклад, для резистивного подільника напруги (див. рис. 1.2) можна розрахувати спад напруги на кожному опорі вимірюючи різницю потенціалів між будь-якими вузлами.

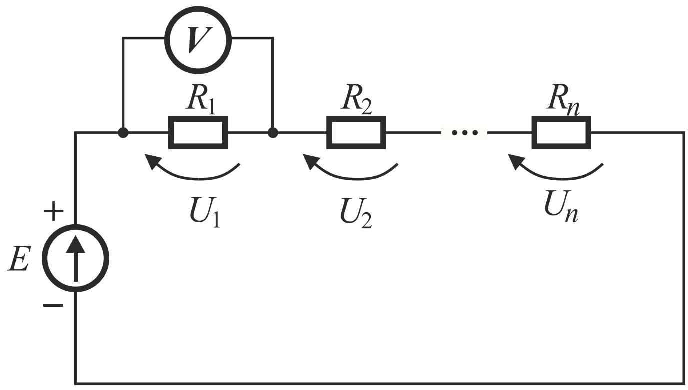


Рисунок 1.2. Резистивний подільник напруги.

Напруга на опорах розраховується за наступними виразами:

$$U_1 = \frac{E}{R_1 + R_2 + \ldots + R_n} \cdot R_1 = \frac{E}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot R_1;$$

$$U_2 = \frac{E}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot R_2;$$

…

$$U_n = \frac{E}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot R_n.$$

$$U_1 + U_2 = \frac{E}{\sum_{i=1}^{n} R_i} \cdot \left(R_1 + R_2\right), \text{ і т. інш.}$$

1.9 Основні операції процесу вимірювання

Будь-яке вимірювання здійснюється за допомогою обов'язкового виконання фізичного експерименту, в якому взаємодіють об`єкт вимірювання і засоби вимірювальної техніки, що мають нормовані метрологічні характеристики.

Основними компонентами вимірювального процесу є: об`єкт вимірювання з конкретною вимірюваною величиною, метод і методика вимірювання, засоби вимірювальної техніки, умови вимірювань, обчислювальні засоби і методи, результати вимірювань, методика їх опрацювання та способи подання кінцевих результатів вимірювання (рис. 1.3).

Рисунок 1.3. Елементи вимірювального процесу.

В процесі вимірювання виконуються такі метрологічні операції:

– відтворення фізичної величини заданого розміру (створення міри);
– порівняння (порівнюються дві однорідні фізичні величини: одна з них – вимірювана, а друга – вихідне квантоване значення міри);
– вимірювальне перетворення (якщо для фізичної величини не існує міри і пристрою порівняння, тоді фізичну величину однієї природи перетворюють у пропорційне значення фізичної величини іншої природи);
– масштабне перетворення – зміна розміру фізичної величини в задане число разів без зміни природи цієї величини.

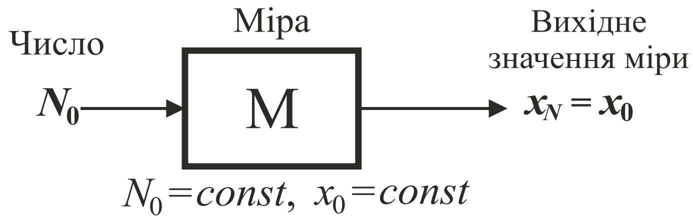
Для реалізації вимірювання в найпростішому випадку необхідно провести операцію *відтворення ряду величин* з відомими розмірами (відтворення міри) і операцію *порівняння* фізичної величини з мірою. Видача результатів вимірювання відбувається тоді, коли різниця між невідомою фізичною величиною x і відтвореною мірою x_N не стане меншою кроку квантування міри q_x (мінімальне значення міри, яке приймається за одиницю даної величини) або її долі. Для розширення діапазону вимірювання та підвищення точності вимірювання використовують операцію *масштабування*.

Операцію по відтворення міри $N[Q]$ формально можна представити як перетворення коду (числа) N в задану фізичну величину Q_M, основану на одиниці даної фізичної величини $[Q]$:

$$Q_M = N[Q] \text{ або } x_N = N_{qx}.$$

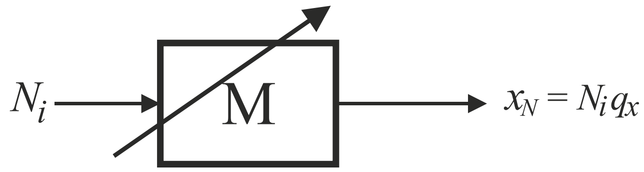
За кількістю відтворюваних розмірів міри поділяються на однозначні та багатозначні. У вимірювальних приладах використовуються:

1. Одноканальні нерегульовані міри, в яких відтворюються величини одного незмінного розміру $\left(x_N = N \cdot q_x, N = const, Q_x = const\right)$;

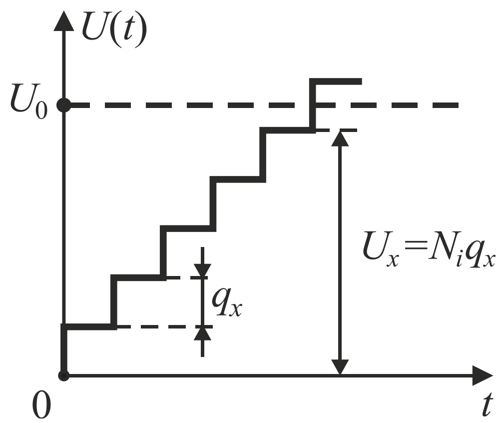


Приклади однозначних мір: вимірювальна котушка електричного опору, нормальний елемент, конденсатор сталої ємності, гиря 1 кг та інш.

2. Одноканальні регульовані міри, в яких відбувається розділення в часі вихідних величин міри $\left(x_N = N \cdot q_x, N = var, Q_x = const\right)$



Наприклад, в аналого-цифрових перетворювачах (АЦП), які використовуються для перетворення аналогових електричних сигналів у цифровий код.

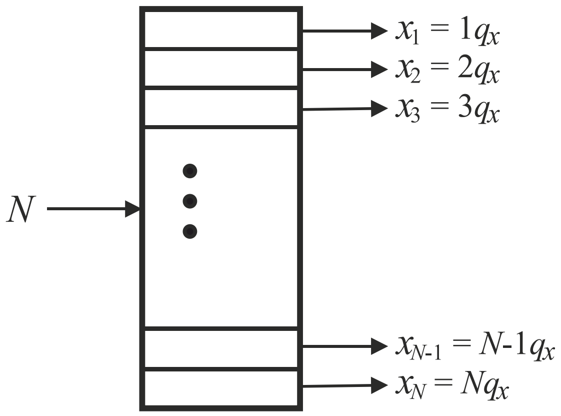


Чим більша багатозначність міри (N_i – число рівнів квантування), тим точніше можна виміряти фізичну величину.

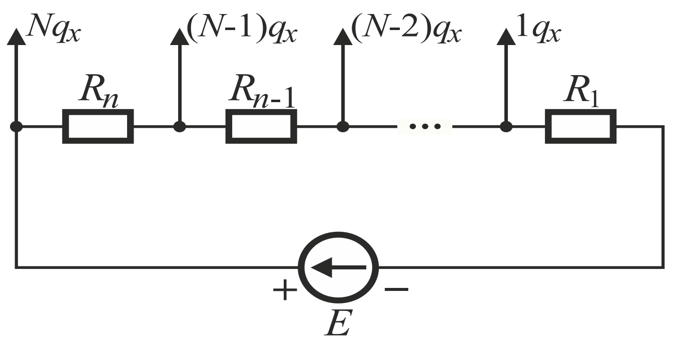
3. Вимірювання величин, які змінюються в широкому діапазоні значень, вимагає відтворення багатозначних мір, які змінюються з часом або одночасно мають різні величини.

Багатоканальні нерегульовані міри, в яких відбувається просторове розділення вихідних величин міри ($x_{N_1} = N_1 \cdot q_x = const,$ $x_{N_2} = N_2 \cdot q_x = const \ldots$ $x_{N_n} = N_n \cdot q_x = const$)

Прикладом багатоканальної нерегульованої міри є лінійка, шкала стрілочного вимірювального приладу або подільник напруги з нерухомими відпайками.



На рис. 1.4 показано подільник напруги зі сталим кроком квантування $q_x = \dfrac{E}{N \cdot R_0} R_0$.



при $R_1 = R_2 = \ldots R_N = R_0$

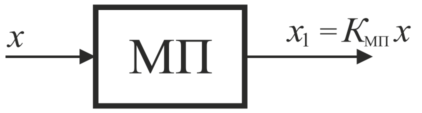
Рисунок 1.4. Подільник напруги.

4. Багатоканальні регульовані міри, які мають просторове і часове розділення вихідних величин міри ($x_{N_1} = N_1 \cdot q_x = var,$ $x_{N_2} = N_2 \cdot q_x = var, \ldots,$ $x_{N_n} = N_n \cdot q_x = var,$ $N_i = var, q_x = const$).

Масштабування – це утворення вихідного сигналу, однотипного з вхідним, величина якого пропорційна в $К_{МП}$ разів по відношенню до вхідного сигналу. Математично операцію масштабування записують як співвідношення між вихідним x_1 і вхідним x сигналами: $x_1 = К_{МП} \cdot x$, де $К_{МП}$ – коефіцієнт перетворення (кратність). Масштабування призводить до збільшення ($К_{МП} > 1$) або зменшення ($К_{МП} < 1$) вхідного сигналу і апаратурно реалізується в *масштабних перетворювачах,* які є підсилювачами або атенюаторами (подільниками) по відношенню до вхідного сигналу. Часто масштабні перетворювачі використовуються як нормувальні вузли, які вхідну величину, що змінюється в широкому діапазоні значень, нормують на виході до необхідної величини східчастою або плавною зміною $К_{МП}$ (вручну або автоматично).

Масштабні перетворювачі (МП), як і міри, бувають чотирьох типів:

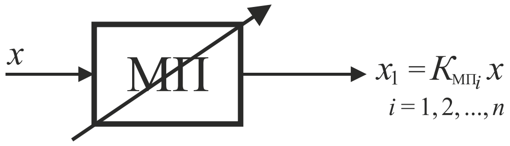
– одноканальний нерегульований МП, в якому



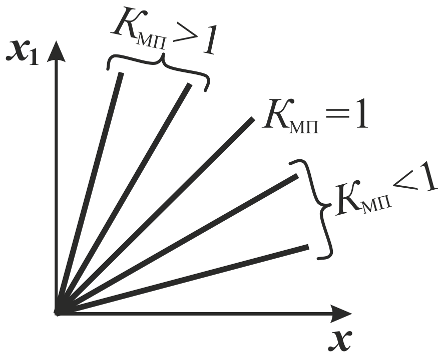
$x_1 = К_{МП} \cdot x$,
$К_{МП} = const$

Якщо $К_{МП} > 1$, відбувається підсилення вхідного сигналу;
$К_{МП} > 1$ – ослаблення;
$К_{МП} = 1$ – повторення;

– одноканальний регульований МП, в якому

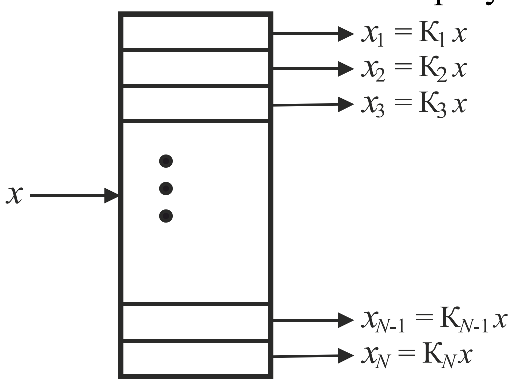


$x_1 = К_{МП} \cdot x$,
$К_{МП} = var$



Форма сигналу повинна залишатись незмінною. Залежність між вхідним та вихідним сигналами лінійна;

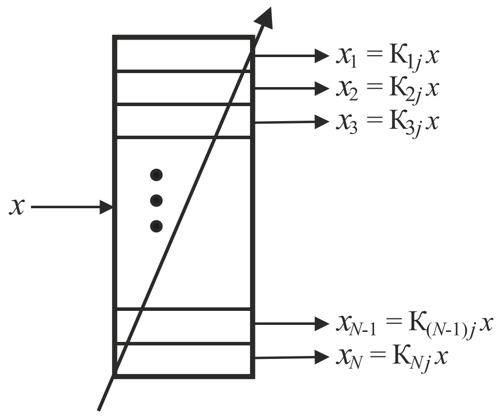
– багатоканальний нерегульований МП, для якого



$x_1 = К_{1\,МП} \cdot x$,
$x_2 = К_{2\,МП} \cdot x$,
…
$x_n = К_{n\,МП} \cdot x$,
$К_{i\,МП} = const$,
$i = 1, 2, \ldots, n$.

По кожному каналу свій коефіцієнт $К_i = const$. Використовується для швидких вимірювань;

– багатоканальний регульований МП, для якого



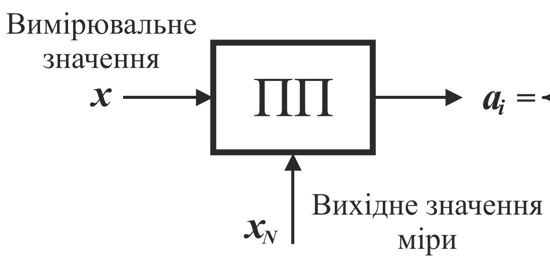
$x_1 = K_{1j\,МП} \cdot x,$
$x_2 = K_{2j\,МП} \cdot x,$
…
$x_n = K_{nj\,МП} \cdot x,$
$K_{ij\,МП} = var,$
$i = 1, 2, \ldots, n;$
$j = 1, 2, \ldots, m.$

В кожному каналі можна змінювати $K_{ij\,МП}$.

Прикладом одноканального регульованого МП є вхідний вузол (атенюатор) каналу вертикального відхилення (канал *Y*) осцилографа, який східчасто змінює чутливість по вертикалі від одиниць мілівольт на сантиметр [мВ/см] до десятків вольт на сантиметр [В/см]. Приєднання зовнішнього подільника (1:10) дає можливість додатково розширити (на один порядок в сторону більших значень вхідного сигналу) діапазон вимірювання. В каналі горизонтального відхилення (канал *X*) більшість осцилографів мають також масштабний перетворювач, який при його перемиканні змінює в 2; 5 або в 10 разів масштаб по часу (режим «Розтягування»).

Порівняння – сукупність прийомів для визначення співвідношення двох однорідних величин, одна з яких вимірювана, а друга – вихідне значення міри.

Для виконання цієї операції використовують *пристрій порівняння* (в схемотехніці називається компаратор).

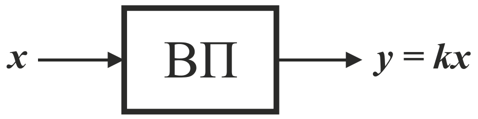


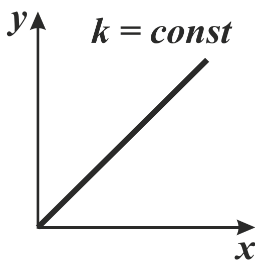
$$a_i = \begin{cases} 1, \text{ при } x > x_N \\ 0, \text{ при } x < x_N \end{cases}$$

$$a_i = 0{,}5 + 0{,}5\, sign\,(x - x_N)$$

Пристрій порівняння може бути виконаний на основі віднімання або ділення.

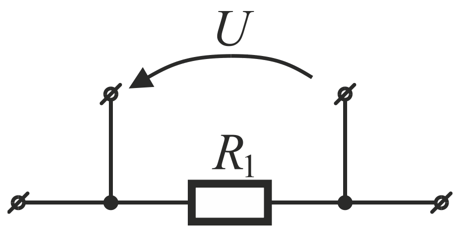
Вимірювальне перетворення – це є перетворення фізичної величини однієї природи в фізичну величину іншої природи (для якої є міра і пристрій порівняння). Ця операція виконується, якщо для вимірюваної величини не створено міри і пристрою порівняння.





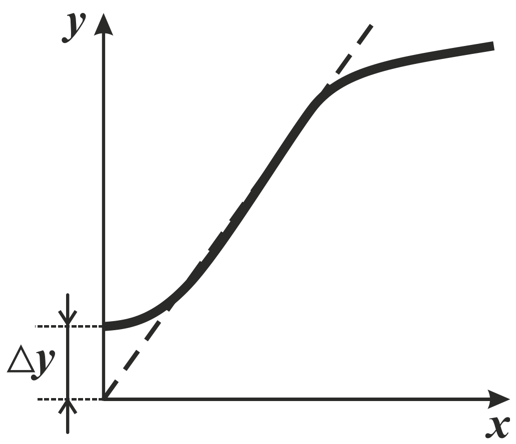
k – коефіцієнт перетворення
$k = const$ – ідеальний перетворення

Наприклад:



$U = R{\cdot}I$ – перетворення струму в напругу

В загальному випадку вимірювальне перетворення може мати складний характер:



$$y = k(1+\gamma)x + \Delta y + \Delta f(x),$$

де k – коефіцієнт перетворення;

γ – коефіцієнт, що враховує нахил характеристики;

Δy – початкове зміщення нуля характеристики;

$\Delta f(x)$ – нелінійна складова характеристики.

1.10 Методи вимірювань

Метод вимірювання – це визначена послідовність виконання метрологічних операцій для знаходження значення вимірюваної величини. Всі без винятку методи вимірювань є різновидами одного єдиного методу – *методу порівняння з мірою*, коли вимірювану величину порівнюють з величиною, відтвореною мірою. Розрізняють такі різновиди цього методу: *метод безпосередньої оцінки* (значення вимірюваної величини визначають безпосередньо на відліковому пристрої багатозначної міри, на яку діє сигнал вимірюваної інформації, наприклад, вимірювання електричної напруги вольтметром); *метод протиставлення* (вимірювана величина і величина, відтворена мірою, одночасно діють на прилад порівняння – компаратор, за допомогою якого встановлюється співвідношення між ними. Наприклад, рівноплечеві ваги, коли вага міри М зрівноважує масу m, тобто $М = m$); *метод заміщення* – вимірювану величину m_1 заміняють на вимірювачі відомою, відтвореною мірою М, до співпадання показань цих вимірювань $m_в = М = m_1$ (зважування з почерговим розміщенням вимірюваної маси і гир на одну чашу вагів); *метод збігів* – виміряють різницю між вимірюваною величиною і мірою, використовуючи збіг міток шкал, або періодичних сигналів (вимірювання довжини за допомогою штангенциркуля з ноніусом, в осцилографах частота генерації розгортки повинна збігатися або бути кратною частоті вимірюваного сигналу); *нульовий метод* – коли результуючий ефект дії вимірюваної величини і міри на прилад порівняння доводять до нуля. Нульовий метод забезпечує найбільшу точність вимірювань фізичної величини. Його різновидами є:

- компенсаційний метод, коли дія вимірюваної величини компенсується (зрівноважується) зразковою;
- мостовий метод, коли досягають нульового значення струму у вимірюваній діагоналі моста, в яку включено чутливий індикаторний прилад (нуль-індикатор).

Існують також *комбіновані методи.* Суть комбінованого методу полягає в тому, що у вимірюванні беруть безпосередню участь як вимірювальний прилад, так і міра, а результат вимірюваної величини визначають за показами міри і приладу (рис. 1.5). Такі методи ще називають методами неповного зрівноважування та *різницевими (диференціальними) методами.* Результат вимірювання величини знаходять як алгебраїчну суму показів міри $x_М$ та приладу x_n:

$$x = x_М + x_n$$

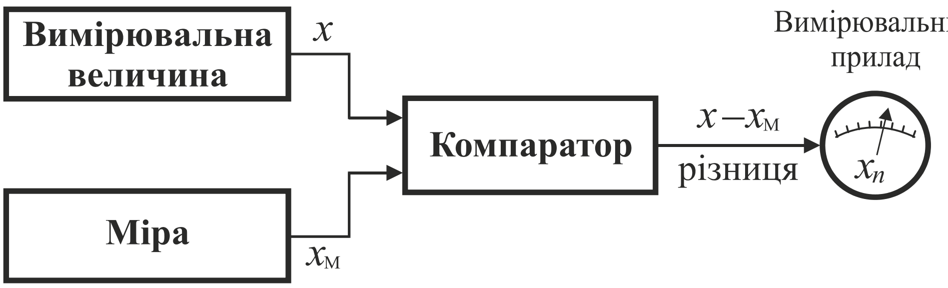
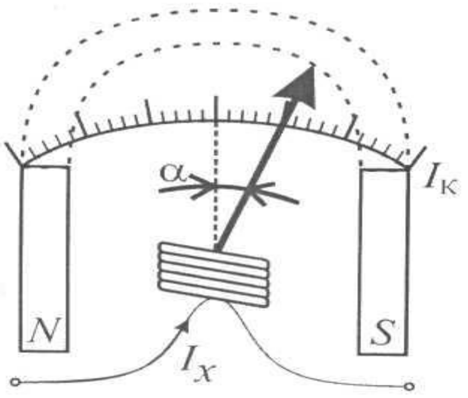


Рисунок 1.5. Комбінований метод вимірювання.

1.11 Метрологічна схема магнітоелектричного вимірювального механізму

Розглянемо основні операції процесу вимірювання на прикладі метрологічної схеми магнітоелектричного вимірювального механізму.

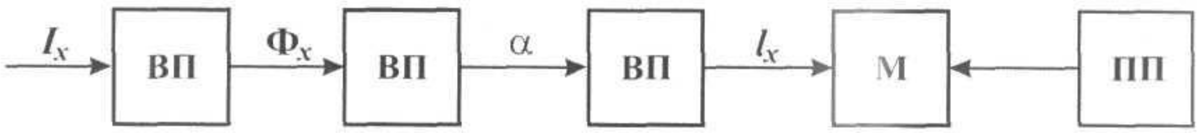
Магнітоелектричний вимірювальний механізм призначено для вимірювання постійного електричного струму. Конструктивно він являє собою підковоподібний магніт, між полюсами якого розташовано рухому котушку (рамка з дроту), по якій тече вимірювальний струм I_x (рис. 1.6 (а)) Котушку закріплено в підшипниках. До осі котушки прикріплена стрілка. Котушка характеризується площею поперечного перерізу S, кількістю витків N і опором $R_м$. При протіканні струму через котушку вона повертається в магнітному полі постійного магніта з індукцією B. Кут повороту рухомої рамки визначається значенням струму I_x, що вимірюється, а також величинами S, N, B.



$$\alpha = \frac{I_x \cdot N \cdot B \cdot S}{k}$$

, де k – коефіцієнт, що залежить від конструктивних особливостей механізму.

а)



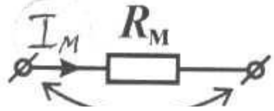
б)

Рис. 1.6 Метрологічна схема магнітоелектричного вимірювального механізму

На рис. 1.6 (б) схематично зображено процес перетворення вимірюваного струму I_x в покази його величини на шкалі приладу. Вимірювальним перетворювачем ВП тут виступає рухома рамка, яка повертається на кут α, а прикріплена до неї стрілка створює лінійне переміщення l_x по шкалі. Попередньо на шкалу були нанесені поділки з використанням прецизійної багатозначної міри струму, і ця шкала виконує роль багатозначної міри М. Компаратором (пристрій порівняння) виступає оператор ПП, що порівнює кут відхилення стрілки α з позначками на шкалі l_x.

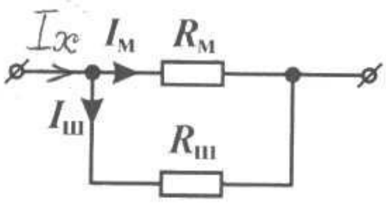
Вимірювальний механізм характеризується опором рухомої рамки R_M і максимальним струмом I_M. Максимальний спад напруги на цьому опорі $U_M=I_M*R_M$.

Якщо значення струму I_x перевищує допустиме I_M, необхідно включати



масштабний перетворювач МП:

Тут $k_{МП}$ – коефіцієнт перетворення масштабного перетворювача. Масштабним перетворювачем може бути **шунт** – резистор, який виконано з тонкого дроту з високим питомим опором (манганін, константан) з дуже низьким температурним коефіцієнтом, тому при протіканні струму через шунт його опір не змінюється.



U_M=const – напруга на вимірювальному механізмі;

1) Сума струмів у вузлі дорівнює нулю: $I_x+I_M+I_Ш=0$, звідки $I_Ш= I_x-I_M$,

2) При паралельному з’єднанні опорів напруга на них однакова $I_M*R_M= I_Ш*R_Ш$, звідки $R_Ш=R_M*(I_M/(I_x-I_M)$.

Наприклад: R_M=5 Ом; I_M=0,1 А; $I_{x\ max}$=1 А.

Тоді $R_Ш$=5 Ом*(0,1 А/(1 А-0,1 А)=0,5 Ом.

1.12 Метрологічна схема електронного осцилографа

Метрологічна схема осцилографа наведена на рис. 1.7.

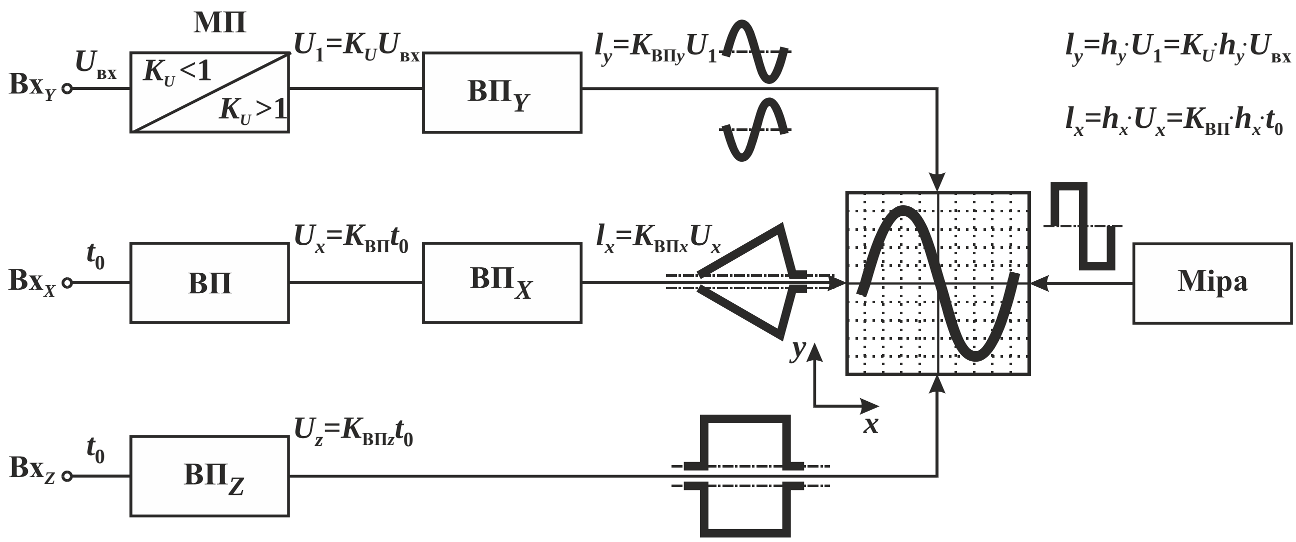


Рис. 1.7. Метрологічна схема осцилографа

МП – масштабний перетворювач;

ВП – вимірювальний перетворювач;

Міра – калібровочний імпульсний сигнал типу «меандр»;

l_x, l_y – відхилення променя по горизонталі та вертикалі.

В осцилографах вхідний сигнал $U_{вх}(t)$ подається на канал вертикального відхилення *Y*. Цей канал містить *масштабний перетворювач* амплітуди сигналу МП$_y$. Його роль виконує атенюатор А ($К_U \prec 1$) для великих сигналів, або підсилювача П ($К_U \succ 1$) слабких сигналів (рис. 1.8).

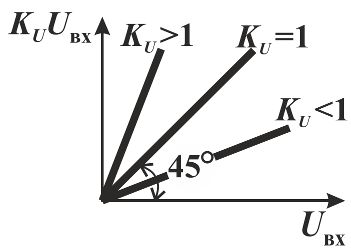


Рис. 1.8. Вихідна характеристика масштабного перетворювача.

Відхиляючі пластини Y реалізують функцію вимірювального перетворювача ВП$_y$, який перетворює напругу $K_U U_{BX}$ у вертикальне відхилення електронного променя:

$$l_y = \varepsilon_y K_U U_{вх},$$

де ε_y – чутливість пластин вертикального відхилення, що показує на яку відстань переміщується промінь на екрані при зміні відхиляючої напруги на 1 В; зазвичай $\varepsilon_y \sim (1...5) мм/В$.

Таким чином, величина U_{BX} пропорційна відхиленню l_y:

$$U_{вх} = \frac{l_y}{\varepsilon_y K_U} = K_y l_y,\ [\frac{B}{поділ(см)} \cdot поділ(см)]=[B],$$

де K_y – коефіцієнт вертикального відхилення променя при вимірюванні амплітуди.

В каналі горизонтального відхилення променя X формується лінійно наростаюча напруга

$$U_x(t) = K_{ВП_x} \cdot t,\ [\frac{B}{мкс} \cdot мкс]=[B],$$

Функцію вимірювального перетворювача $ВП_x$ виконують пластини X, які викликають горизонтальне відхилення (розгортку) променя l_x:

$$l_x = \varepsilon_x \cdot U_x = \varepsilon_x K_{ВП_x} \cdot t \Rightarrow t = \frac{l_x}{\varepsilon_x K_{ВП_x}} = K_x \cdot l_x,$$

де $\varepsilon_x \sim (0,5...1) мм/В$ - чутливість горизонтальних відхиляючих пластин X;

K_x [час/поділ(см)] – коефіцієнт масштабування інтервалів часу (розгортки), який визначає час, за який промінь зміщується в горизонтальному напрямку на 1 поділку (см).

Одночасний вплив двох напруг U_x, U_y на електронний промінь викликає появу на екрані осцилограми вимірюваної напруги $U_{вх}$.

На канал Z подається сигнал керування яскравістю зображення. Вимірювальний перетворювач $ВП_Z$ керує струмом променя $I_п$ електронно променевої трубки (рис. 1.9).

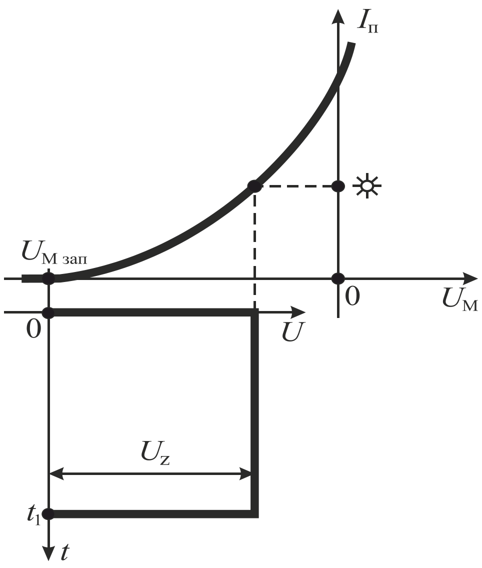


Рисунок 1.9. – Залежність струму променя від напруги на модуляторі.

$$I_п = I_0\left(1 - \frac{U_М}{U_{М\,зап}}\right)^{5/2},$$

де $U_{М\ зап}$ – напруга запирання променя.

Промінь запирається на час t_1 робочого ходу розгортки при подачі на модулятор імпульсної напруги $U_z > 0$.

Калібровка, тобто перевірка та установка коефіцієнтів відхилення K_y і розгортки K_x осцилографа здійснюється за допомогою *нерегульованої міри напруги і часу (калібратора)*. Сигнал калібратора має строго прямокутну форму з частотою 1…2 кГц і шпаруватістю Q = T/τ =2 (меандр) (рис. 1. 10).

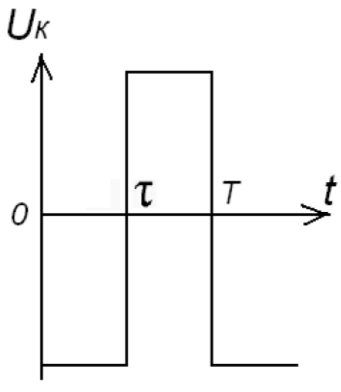


Рис. 1. 10. Сигнал калібратора

1.13 Засоби вимірювання

Засобом вимірювання називають технічний засіб, який використовується при вимірюваннях і який має нормовані метрологічні характеристики.

За призначенням засоби вимірювання в метрології поділяють на міри, вимірювальні прилади, вимірювальні перетворювачі, вимірювальні установки і системи.

Міра – засіб вимірювання, призначений для відтворення фізичної величини заданого розміру (значення). В якості міри, наприклад, використовуються: кварцевий автогенератор (частота його коливань) – міра частоти електричних коливань; вимірювальний резистор – міра електричного опору; вимірювальний конденсатор – міра електричної ємності тощо.

У розділі 1.8 описаний принцип створення одноканальних і багатоканальних (регульованих і нерегульованих) мір.

Вимірювальний прилад – засіб вимірювання, призначений для вироблення певного виду сигналу вимірювальної інформації у формі, доступній для безпосереднього сприйняття оператором.

Вимірювальний перетворювач – засіб вимірювання, призначений для вироблення сигналу вимірювальної інформації у формі, зручній для передачі, перетворення, обробки і збереження, але без безпосереднього сприйняття оператором. Вимірювальні перетворювачі можуть входити в склад вимірювальних приладів, а також використовуватись самостійно.

Масштабний перетворювач – вимірювальний перетворювач, призначений для зміни величини в задане число разів. Наприклад: вимірювальний трансформатор струму, подільник напруги, вимірювальний підсилювач.

Вимірювальними пристроями називають засоби вимірювання, що включають вимірювальні прилади і перетворювачі.

Вимірювальна установка – сукупність функціонально об’єднаних засобів вимірювання і допоміжних пристроїв, призначена для вироблення сигналів вимірювальної інформації у формі, зручній для безпосереднього сприйняття спостерігачем, і розташованих в одному місці.

Вимірювальна система – сукупність засобів вимірювання і допоміжних пристроїв, зв’язаних між собою каналами зв’язку, призначена для вироблення сигналів вимірювальної інформації у формі, зручні для автоматичної обробки, передачі і використання в різноманітних системах управління.

Вимірювальні прилади за принципом дії можна розділити на *електромеханічні і електронні*. До складу електронних приладів в якості відлікового вузла можуть входити електромеханічні пристрої. За **структурною схемою** електронні прилади поділяються на *аналогові і цифрові*.

Аналоговий вимірювальний прилад – засіб вимірювання, покази якого є неперервною функцією вимірюваної величини.

Цифровий вимірювальний прилад – засіб вимірювання, який автоматично виробляє дискретні сигнали вимірювальної інформації, а його покази представлені в цифровій формі.

Всі радіотехнічні вимірювальні прилади і відповідні їм міри електричних величин за характером вимірювань і видом вимірюваних величин розділені на підгрупи, які позначені прописними буквами українського алфавіту. Всі вимірювальні прилади поділені на 20 підгруп:

А – для вимірювання сили струму;

Б – джерела живлення;

В – вимірювання напруги;

Г – генератори вимірювальні;

С – для спостереження, вимірювання і дослідження форми сигналів і їх спектрів;

Ч – для вимірювання частоти та інш.

Вимірювальні прилади, що входять у підгрупу, поділяються на види у відповідності до їх основної функції. Видам присвоєно буквенно-цифрове позначення, що складається з букви підгрупи і номера виду. Наприклад, вид «Вольтметри змінного струму» позначається В3, вид «Вольтметри імпульсного струму» - В4 та інш.

Вимірювальні прилади характеризуються наступними основними показниками:

Діапазон вимірювань – область значень вимірюваної величини, для якої похибки вимірювального приладу нормовані.

Границі вимірювань – найбільше і найменше значення діапазону вимірювань.

Область робочих частот (діапазон частот) – смуга частот, в межах якої похибка приладу, що виникла при зміні частоти, не перевищує допустимої границі.

Ціна поділки шкали – різниця значень вимірюваної величини між двома сусідніми позначками шкали.

Чутливість за вимірюваним параметром – відношення зміни сигналу на виході вимірювального приладу Δy до зміни вимірюваної величини Δx:

абсолютна чутливість $S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$, відносна чутливість $S = \frac{\Delta y}{\Delta x / x}$.

Роздільна здатність (абсолютна) – мінімальна різниця двох значень вимірюваних однорідних величин, яку можна розрізнити за допомогою приладу.

Вхідний опір (повний) $Z_{вх}$ – опір вимірювального приладу зі сторони його вхідних зажимів. Щоб не впливати на вимірювальне коло, вимірювальні прилади повинні мати великий, наскільки це можливо, активний опір $R_{вх}$ і малу вхідну ємність $C_{вх}$.

Власна потужність споживання $P_{вх}$ від вимірюваного кола.

Похибки вимірювального приладу (інструментальні похибки).

1.14 Еталони одиниць фізичних величин

Будь-який процес вимірювання – це порівняння величини з деякою мірою, яка призначена для відтворення даної фізичної величини. При цьому міра може бути як фізичним тілом визначеної форми, так і сукупністю багатьох деталей з визначеним взаємозв’язком (наприклад, радіотехнічний пристрій). Для кожної з одиниць основних фізичних величин існує ієрархічна система мір, в основі якої знаходяться міри для робочих (технічних) вимірювань, а на вершині – еталони.

Еталон одиниці фізичної величини – засіб вимірювання (або комплекс засобів вимірювання), призначений для зберігання і відтворення одиниці даної величини. Призначення еталона – передача розміру одиниці фізичної величини мірам, що в ієрархії знаходяться нижче.

Еталон виготовляється за особливою технологією і офіційно затверджується Генеральною конференцією мір і ваг. Систему передачі одиниць фізичних величин можна представити у вигляді ієрархічної схеми (рис. 1. 11.)

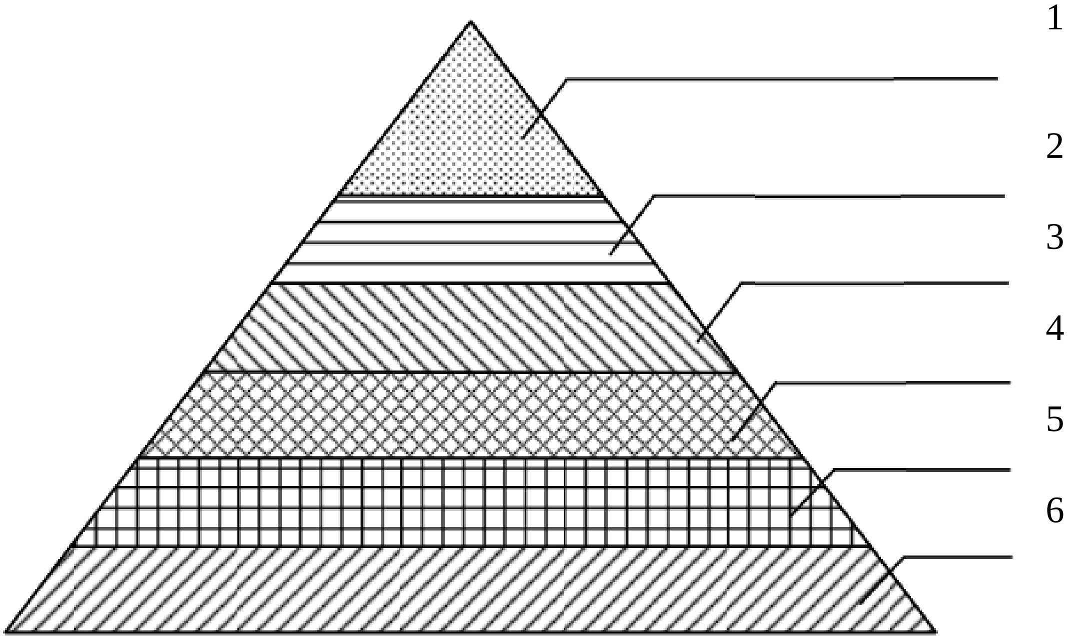


Рис. 1.11. Схема передачі одиниць фізичних величин від еталонів до робочих засобів вимірювань.

1 – міжнародний еталон величини (первинний);
2 – державний еталон величини;
3 – робочі еталони першого розряду;
4 – робочі еталони другого розряду;
5 – робочі еталони третього розряду;
6 – робочі (технічні) засоби вимірювань.

За визначенням Генеральної конференції мір і ваг похибка первинного еталону визначається тільки сучасним станом розвитку науки і техніки, тобто первинний еталон прирівнюється до фундаментальних фізичних сталих (швидкість світла, заряд електрона тощо) І він повинен бути тільки один. Величина первинного еталону передається еталону-копії, а далі формується **піраміда зразкових мір** - робочих еталонів різних послідовно знижуваних класів точності. В основі цієї піраміди знаходиться величезна кількість технічних засобів вимірювання, заснованих на різноманітних фізичних принципах. З точки зору метрології їх об’єднує те, що їх похибки визначаються класом точності, встановленим за зразковою мірою більш високого класу точності.

2 ПОХИБКИ ВИМІРЮВАНЬ

2.1 Класифікація похибок

Якими б точними і досконалими не були б засоби і методи вимірювання і як б ретельно не виконувались самі вимірювання, їх результат завжди відрізняється від істинного значення вимірюваної фізичної величини, тобто знаходиться з деякою похибкою.

Джерелом похибок можуть бути: недосконалість використовуваних методів і засобів вимірювань, мінливість впливаючих на результат вимірювань фізичних величин, а також індивідуальні особливості експериментатора. Крім того, на точність вимірювань впливають зовнішні і внутрішні перешкоди, кліматичні умови і поріг чутливості вимірювального приладу.

Вимірювання можна вважати закінченим, якщо повністю визначене не тільки значення вимірюваної фізичної величини, а і можливий рівень його відхилення від істинного значення.

Для введення поняття «похибка» потрібно визначити і чітко розмежувати три поняття: істинне і дійсне значення вимірюваної фізичної величини і результат вимірювання.

Істинне значення – це значення, що ідеально відображає властивість даного об’єкта, як кількісно так і якісно. Воно є тою абсолютною істиною, до якої ми прямуємо, щоб виразити її у вигляді числових значень. На практиці це абстрактне поняття приходиться замінити поняттям «дійсне значення».

Дійсне значення фізичної величини – це значення, яке знайдене експериментально і настільки наближене до істинного, що може бути використане замість нього.

Результат вимірювання являє собою наближену оцінку істинного значення величини, що знайдена шляхом вимірювання.

В метрології використовують поняття «похибка результату вимірювання» і «похибка засобу вимірювання». Похибка результату вимірювання це різниця між результатом вимірювання x та істинним (або дійсним) значенням X вимірюваної величини:

$$\Delta = x - X.$$

Вона вказує на границі невизначеності значення вимірюваної величини.

<u>Похибка засобу вимірювання</u> – це різниця між показанням засобу вимірювання і істинним (дійсним) значенням вимірюваної величини. Вона характеризує точність результатів вимірювань, які проведені даним засобом. Ці два поняття близькі між собою і їх класифікують за однаковими ознаками. Усю структуру такої систематизації наведено на рис. 2.1.

Рисунок 2.1. Систематизація похибок вимірювань за класифікаційними ознаками.

<u>За характером прояву</u> похибки поділяють на систематичні, випадкові, прогресуючі та грубі (промахи).

<u>Систематичні похибки</u> – це складові похибки вимірювань, які залишаються постійними або закономірно змінюються при повторних вимірюваннях тієї ж фізичної величини за одних і тих же умов (рис 2.2).

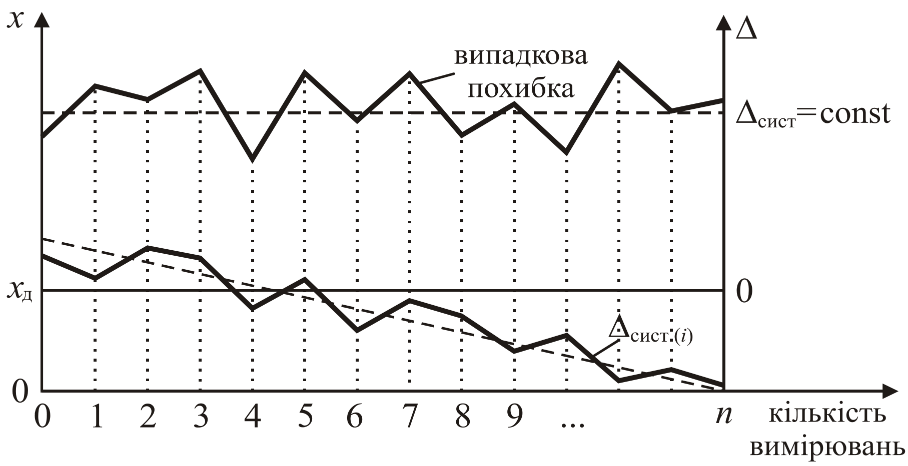


Рисунок 2.2. Похибки засобів вимірювання.

Систематичні похибки можна завбачити, виявити і завдяки цьому майже повністю *усунути*, якщо ввести відповідну *поправку*.

Випадкова похибка – складова похибки вимірювань, яка змінюється випадковим чином (за знаком і значенням) в серії повторних вимірювань одного і того ж розміру фізичної величини, якщо ці вимірювання проведені в однакових умовах. В появі таких похибок (рис. 2.2) не спостерігається ніяких закономірностей. Вони виявляються при повторних вимірюваннях однієї і тієї ж величини у вигляді деякого розсіювання результатів вимірювання. Випадкові похибки неминучі, вони завжди присутні в результаті вимірювання. На відміну від систематичних їх не можна виключити з результату вимірювання введенням поправки, але можна суттєво зменшити шляхом проведення багатократних вимірювань і наступною статистичною обробкою одержаних результатів.

Прогресуюча (дрейфова) похибка – це непередбачувана похибка, що повільно змінюється в часі. Ця похибка специфічна для нестаціонарних випадкових процесів.

Груба похибка (промах) – це випадкова похибка результату окремого спостереження, що входить в ряд вимірювань, яка для даних умов різко відрізняється від інших результатів цього ряду.

Такі похибки виникають через помилки або неправильні дії оператора (невірний відлік, помилки в записах або обрахунках, неправильне включення приладів чи збої в роботі).

За способом вираження розрізняють абсолютну, відносну і приведену (зведену) похибки.

Абсолютною похибкою Δ називається відхилення результату вимірювання x від істинного значення X. Абсолютна похибка виражається в одиницях вимірюваної величини: $\Delta = x - X$.

Однак в повній мірі абсолютна похибка не може бути показником точності вимірювань, оскільки одне і те ж значення, наприклад, Δ = 0,05 мА при x = 100 мА відповідає достатньо високій точності вимірювань, а при x = 1 мА – низькій. Тому вводиться поняття *відносної похибки* – відношення абсолютної похибки до істинного значення вимірюваної величини. Оскільки за звичай $\Delta \prec\prec x$, тоді відносну похибку можна визначити як

$$\delta = \Delta / X\,,\ \delta(\%) = (\Delta / X) \cdot 100\%\,.$$

Відносна похибка дозволяє порівнювати точність вимірювань та відносити її результати до категорій якості засобів вимірювань. Зокрема, в табл. 2.1 дано розподіл категорій якості засобів вимірювань за критерієм точності.

Таблиця 2.1.

Категорії засобів вимірювань за критерієм точності.

Критерії точності	Відносна похибка, %
Надвисока (прецизійна)	$\leq 0{,}01$
Висока	0,1...0,01
Середня	1
Низька	10...20

З досвіду відомо, що більшість (до 90%) вимірювань відноситься до категорії середньо точних, що практично задовольняє вимоги переважної більшості споживачів, які працюють у галузях експлуатації технічних засобів. Сучасна тенденція – підвищення вимог до точності вимірювань. Разом з тим слід підкреслити, що необґрунтоване застосування високоточних засобів вимірювань там, де можуть бути використані менш точні, призводить до невиправданих витрат матеріальних та фінансових ресурсів.

Зведена похибка. Використовується для характеристики точності засобів вимірювань. За структурою виразу зведена похибка схожа на відносну

$$\gamma = (\Delta / X_N) \cdot 100\%,$$

де X_N – нормуюче значення.

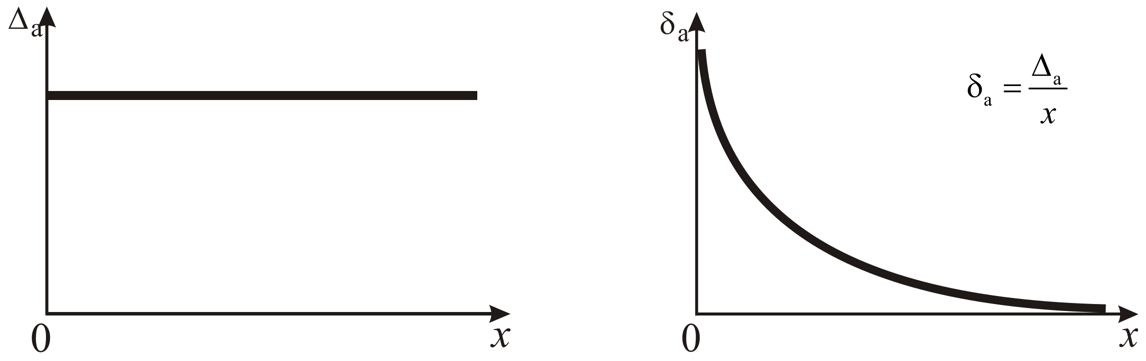
Найчастіше за нього приймають границю шкали засобу вимірювань, $X_N = x_к$.

Порівнюючи зведену і відносну похибки, відзначаємо, що відносна завжди більша за зведену.

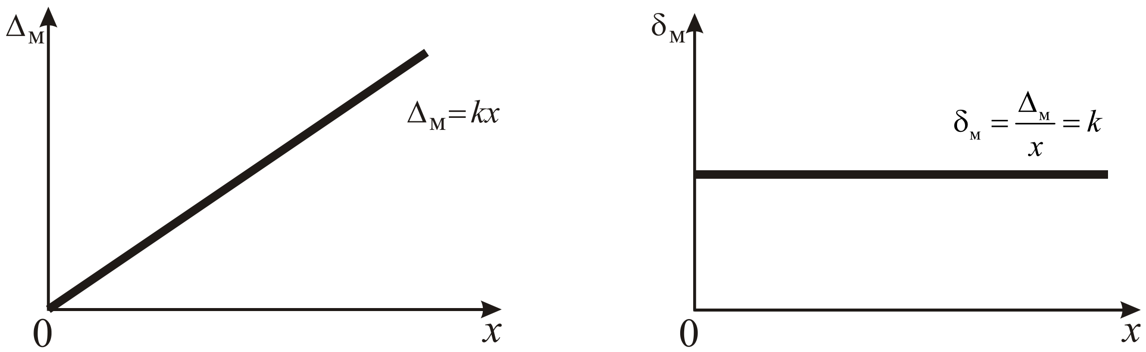
<u>Зв'язок похибки з вимірюваною фізичною величиною</u>

За залежністю абсолютної похибки Δ від значення вимірюваної величини розрізняють похибки:

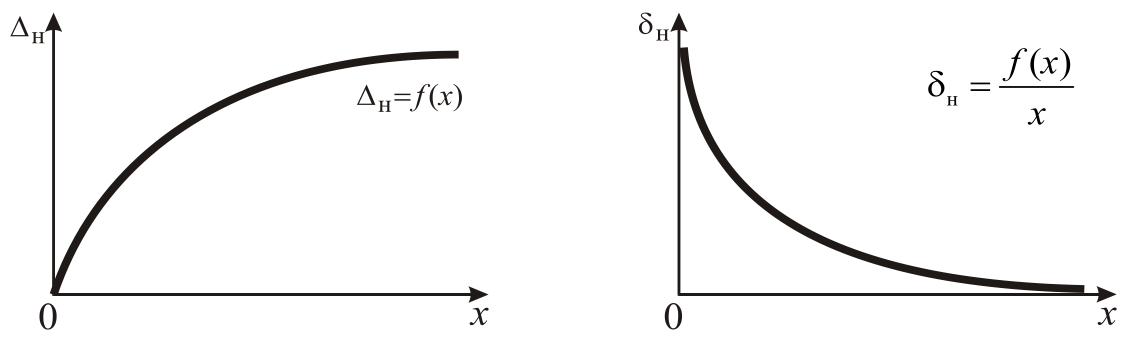
– *адитивні* $\Delta_а$, що не залежить від вимірюваної величини;



–*мультиплікативні* $\Delta_м$, які прямо пропорційні вимірюваній величині;



– *нелінійні* $\Delta_н$, які мають нелінійну залежність від вимірюваної величини;



Причини виникнення адитивних похибок:

адитивні похибки пов'язані з неточністю установки на нуль стрілки приладу перед вимірюванням та неточність відліку, термо ЕРС в ланцюгах постійного струму, тертя в опорах, шуми, наведення, вібрації.

Причини виникнення мультиплікативних похибок:

нестабільність коефіцієнта підсилення підсилювача, старіння елементів і вузлів приладів (зміна жорсткості мембрани датчика манометра або пружини приладу, зміна опорної (еталонної) напруги в цифровому вольтметрі та інше), вплив зовнішніх факторів.

Причини виникнення нелінійних похибок:

нелінійна похибка виникає через нелінійні зміни частотних характеристик підсилювачів тощо.

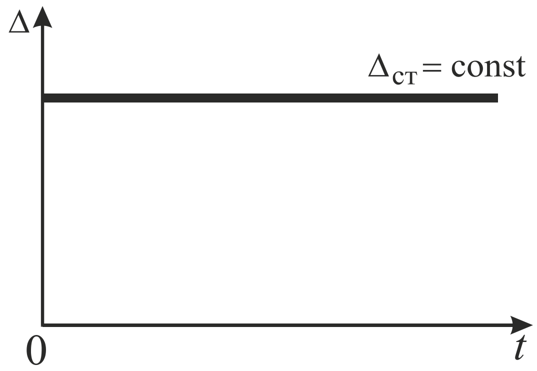
<u>За впливом зовнішніх умов</u> похибки ЗВ поділяють на *основні* і *додаткові*.

Основна похибка визначається в нормальних умовах використання ЗВ. Для кожного ЗВ в нормативно-технічних документах вказується умови експлуатації (температура навколишнього середовища, вологість, тиск, напруга і частота мережі, тощо).

Додатковою називають похибку ЗВ, що виникає внаслідок відхилення умов експлуатації приладу від умов, прийнятих за нормальні.

<u>За характером поведінки зміни вимірюваних величин протягом часу вимірювання</u> похибки ЗВ ділять на *статичні* і *динамічні*.

Статична похибка ЗВ – це така, що залишається незмінною за весь час проведення вимірювання.



Якщо при проведенні вимірювань величина, що вимірюється, змінюється за значенням, то похибка, що виникає, буде *динамічною*. Вона обумовлена невідповідністю реакції ЗВ на швидкість (частоту) зміни вимірюваного сигналу.

<u>В залежності від причин виникнення</u> *похибки* діляться на *інструментальні*, *методичні* і *суб'єктивні*

Інструментальні похибки обумовленні похибками самого засобу вимірювання, їх ще називають апаратними. Причиною інструментальних похибок можуть бути, наприклад, неточне градуювання приладу, зсув нуля, зміна показань в процесі експлуатації тощо. Інструментальні похибки зменшують використовуючи більш точні прилади.

Методичні похибки обумовленні:

– відмінністю прийнятої моделі об'єкта вимірювання від моделі, яка адекватно описує його властивості, визначені шляхом вимірювання;

– впливом способів використання засобів вимірювань. Наприклад, вольтметр з кінцевим значенням внутрішнього опору шунтує ділянку кола, на якій вимірюється напруга;

– впливом алгоритмів (формул), за якими проводиться обчислення результатів вимірювань.

Іноді методична похибка є вимушеною, оскільки безпомилкова процедура вимірювань неможлива. Наприклад, методична похибка аналого-цифрового перетворення є вимушеною, оскільки принципово неможливо перетворити аналогову величину, що має нескінчену кількість значень, у цифрову, яка виражається кінцевим числом.

Відмінною особливістю методичних похибок є те, що їх неможливо вказати в нормативно–технічній документації даного засобу вимірювання. В зв'язку з цим оператор повинен чітко розрізняти фактично виміряну ним величину і ту, яку треба було виміряти.

Суб'єктивна (*особиста*) *похибка* обумовлена похибкою відліку оператором показів на шкалах засобу вимірювання, діаграмах реєструючих приладів. Вони викликані станом оператора, недосконалістю органів відчуття, ергономічними якостями засобів вимірювань. Таку похибку визначають на основі нормованої номінальної ціни поділки вимірювального приладу з врахуванням здібностей «середнього оператора» до інтерполяції в границях поділки шкали.

Способи виявлення і усунення систематичних похибок

Результати спостережень, одержуваних при наявності систематичних похибок, називають *невиправленими*. При проведенні вимірювань намагаються виключити або врахувати вплив систематичних похибок.

Цього можна досягнути таким чином:

– виключенням джерел похибок до початку вимірювань;
– визначенням поправок і внесенням їх в результат вимірювання;
– оцінкою границь невиключених систематичних похибок.

Зменшити постійну складову систематичної похибки можна такими методами:

– <u>метод заміщення</u>, коли заміняють вимірювану величину відомою величиною, причому так, щоб покази вимірювального приладу збереглися незмінними. Для реалізації цього методу потрібна регульована міра, величина якої однорідна з вимірюваною. Наприклад, вимірювання опору за допомогою моста постійного струму і мір опорів.

– метод протиставлення, коли вимірювання виконується два рази і проводиться так, щоб в обох випадках причина постійної похибки чинила різні, але відомі по закономірності, впливи на результати спостережень.

– метод компенсації похибки за знаком, коли проводиться вимірювання з двома спостереженнями, проведеними таким чином, щоб постійна систематична похибка входила в результат кожного з них з різними знаками.

Наприклад, треба виміряти ЕРС потенціометром постійного струму, який має паразитну термо ЕРС. При проведенні одного вимірювання одержимо ЕРС E_1. Змінимо полярність вимірюваної ЕРС і напрям струму в потенціометрі. Знову проведемо його зрівноваження – одержимо значення E_2. Якщо термо ЕРС дає похибку ΔE і $E_1 = E_x + \Delta E$, то $E_2 = E_x - \Delta E$. Звідси $E_x = \dfrac{E_1 + E_2}{2}$. Значить систематична похибка, обумовлена дією термо ЕРС, усунена.

– метод рандомізації (від англ. random – випадковий хаотичний; в перекладі означає перемішування, створення безпорядку, хаосу) – заснований на принципі переводу систематичних похибок у випадкові. Він є найбільш універсальним методом виключення невідомих постійних систематичних похибок. Одна і та сама величина вимірюється різними методами (приладами). Систематичні похибки кожного разу є різними випадковими величинами. Внаслідок цього при збільшенні числа використаних методів (приладів) систематичні похибки взаємокомпенсуються. Однак при реальних вимірюваннях завжди залишаються не виключенні залишки систематичних похибок.

2.2 Нормування похибок та класи точності засобів вимірювальної техніки

Нормування похибок (засобів вимірювання «ЗВ») полягає у встановленні границь допустимих похибок, за які значення похибок не повинні виходити ні під час встановлення ЗВ, ні під час його експлуатації. Допустимі границі основної і додаткових похибок ЗВ згідно з ГОСТом 8.401-80 встановлюють у формі абсолютних, відносних та зведених похибок в залежності від характеру зміни похибок у межах діапазону вимірювання, а також від умов застосування і призначення ЗВ.

Максимальна основна похибка вимірювального приладу, за якою він допускається до використання називається границею допустимої основної похибки.

Вся процедура нормування похибок ЗВ заснована на системі стандартів, які забезпечують єдність вимірювань. Це ГОСТ 8.401-80, ГОСТ 22261-94, ГОСТ 8.009-84 та стандарти на конкретні види ЗВ (амперметри, вольтметри, омметри, міри ЕРС, подільники напруги тощо).

Клас точності засобу вимірювання

Клас точності ЗВ – це узагальнена характеристика ЗВ, яка визначається границями його допустимих основної та додаткової похибок. Клас точності ЗВ характеризує його властивості щодо точності, але не є безпосереднім показником точності вимірювань. Тобто клас точності – це не похибка ЗВ, а характеристика, за допомогою якої можна оцінити похибку ЗВ. Можна застосувати вимірювальний прилад високого класу точності, але неправильно виконати вимірювальний експеримент, наприклад, здійснити відлік на початку діапазону вимірювання, і, в результаті, отримати велику похибку показу приладу.

Клас точності ЗВ зазвичай позначають одним числом (наприклад, клас точності 0,2), або двома числами, розділеними дробовою рискою (наприклад, клас точності 0,1/0,02). Числове значення класу точності ЗВ вказують або безпосередньо на ньому (наприклад на циферблаті аналогового вимірювального приладу), або в паспорті приладу (наприклад для цифрових вимірювальних приладів).

Оцінювання основної похибки засобу вимірювання

Методика визначення граничного значення основної похибки ЗВ залежить від способу її нормування та форми вираження класу точності ЗВ. Розглянемо основні випадки оцінювання основної похибки ЗВ.

1. Клас точності ЗВ, виражений у формі допустимої зведеної основної похибки $\gamma_{гр}$, яка є сталою в діапазоні вимірювання ЗВ (нормується адитивна похибка ЗВ, див. рис. 2.3).

$$\gamma_{гр} = \pm \frac{\Delta_{гр}}{x_N} 100\% = \pm p, \% = \text{const};$$

$$\Delta_{гр} = \pm \frac{\gamma_{гр} x_N}{100} = \pm a = \text{const};$$

$$\delta_{гр} = \pm \frac{\Delta_{гр}}{x} 100\% = \pm \gamma_{гр} \frac{x_N}{x} \%. \quad (*)$$

де $\Delta_{гр}$ – границі допустимої абсолютної основної похибки;

x_N – нормувальне значення.

Для характеристики класів точності аналогових (стрілкових) ЗВ використовують ряд чисел: (1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 4,0; 5,0; 6,0) × 10^n, де n = 1, 0, –1…

Ці значення затверджені Держстандартом.

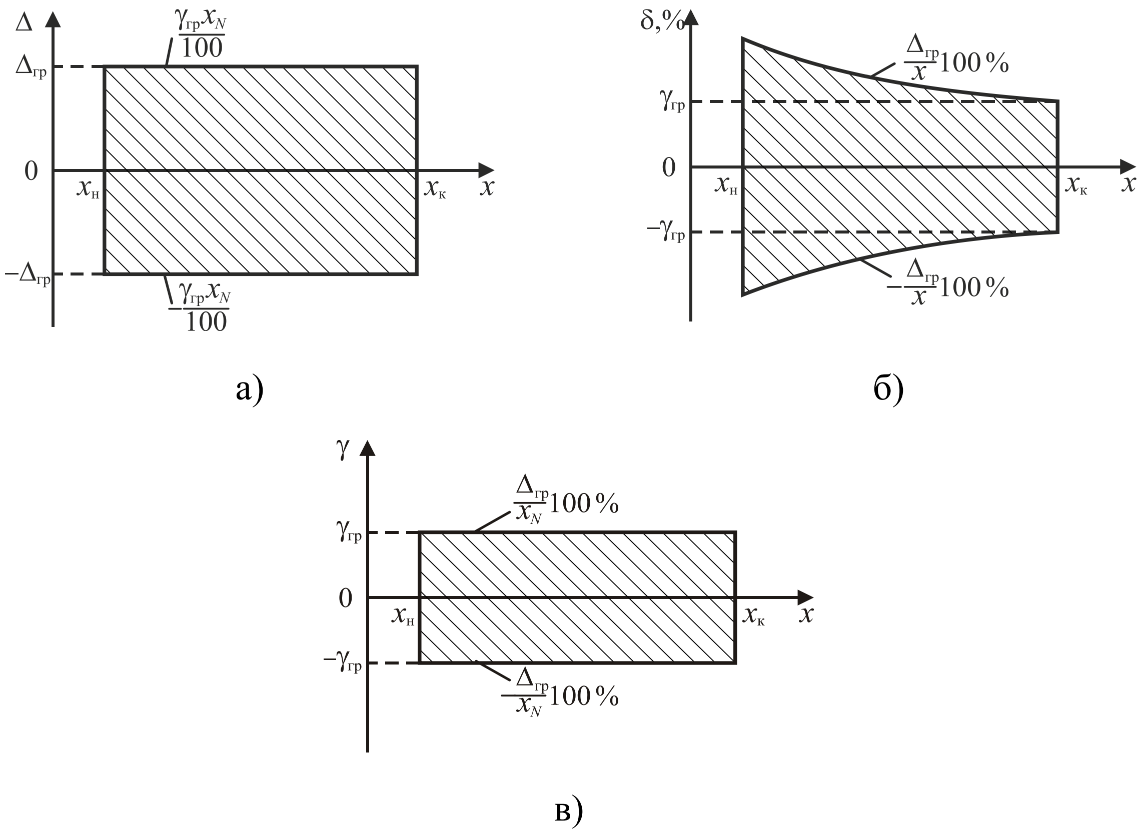


Рис. 2.3. Графічна інтерпретація похибок ЗВ для класу точності, вираженого у формі допустимої зведеної похибки.

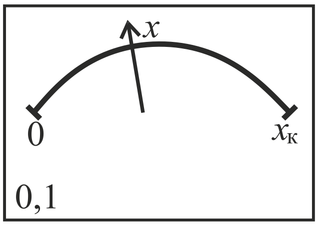
$x_Н$ та $x_К$ – нижня та верхня границі вимірювань відповідно.

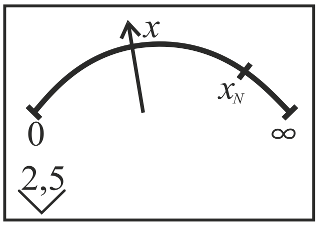
Як видно з рис. 2.3 границі допустимої абсолютної основної похибки $\Delta_{гр}$ не залежать від значення вимірюваної величини, а границі допустимої відносної похибки $\delta_{гр}$ спадають за гіперболічним законом при зменшенні x і зрівнюються з класом точності тільки в кінці діапазону вимірювання при $x = x_k$: $\delta_{гр} = \gamma_{гр}$. Якщо показ, наприклад, всередині шкали $(x = x_к/2)$, граничне значення відносної похибки зростає удвічі $(|\delta_{гр}| = 2|\gamma_{гр}|)$, а при показі в одну десяту границі вимірювання $(x = 0{,}1x_к)$ – у десять разів $(|\delta_{гр}| = 10|\gamma_{гр}|)$.

Отже, для забезпечення невеликих відносних похибок показів приладу, границю вимірювання $x_к$ необхідно вибрати так, щоб покази x були в другій половині, або в останній третині шкали.

На рис. 2.4 а, б показані умовні зображення вимірювальних приладів з лінійною а) та нелінійною б) шкалами границі вимірювань, покази x та позначення класів точності

$К_1 = \gamma_{гр} = \pm 0{,}1\%$ $\qquad$ $К_2 = \gamma_{гр} = \pm 2{,}5\%$





$x_N = x_к$ $\qquad$ $x_N < x_к$

Нормувальне значення xN виражене в одиницях величини на виході 3 В

Нормувальне значення xN виражене довжиною шкали 3 В

а) $\qquad$ б)

Рис. 2.4. Позначення класів точності.

Приклад 1. За допомогою аналогового амперметра класу точності 0,5 з границею вимірювання $I_к = 10$ А виконали два вимірювання струму і отримали покази: $I_1 = 8{,}1$ А та $I_2 = 2{,}5$ А. Визначити граничні значення основних абсолютної та відносної похибок для цих двох випадків і зробити висновок щодо точності виконаних вимірювань.

Розв'язання. 1) Оскільки клас точності амперметра виражений у формі допустимої зведеної основної похибки $\gamma_{гр}$, яка дорівнює $\pm 0{,}5$ %, то *граничне значення абсолютної похибки* $\Delta_{гр}$ є однаковим в обох вимірюваннях:

$$\Delta_{1гр} = \Delta_{2гр} = \pm\frac{\gamma_{гр} I_к}{100\%} = \pm\frac{0{,}5\% \cdot 10\,\text{А}}{100\%} = \pm 0{,}05(\text{А}).$$

2) Граничне значення відносної основної похибки $\delta_{гр}$ залежить від показу амперметра:

$$\delta_{1гр} = \pm\gamma_{гр}\frac{I_к}{I_1} = \pm 0{,}5\% \cdot \frac{10\,\text{А}}{8{,}1\,\text{А}} = \pm 0{,}62\%.$$

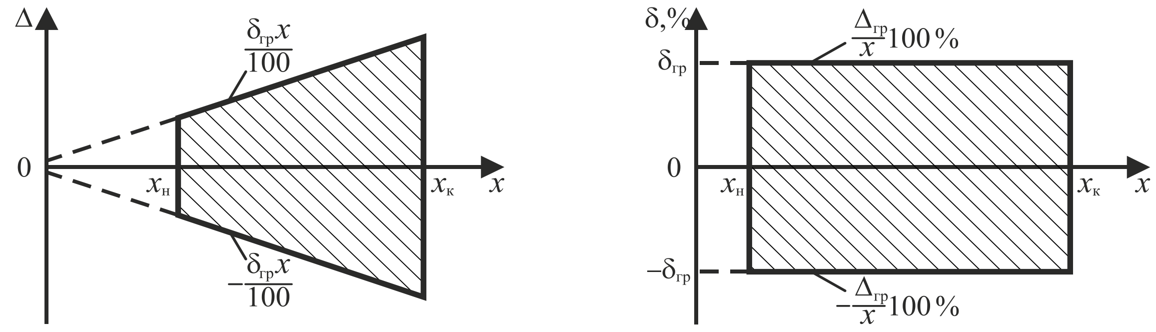
$$\delta_{2гр} = \pm\gamma_{гр}\frac{I_к}{I_2} = \pm 0{,}5\% \cdot \frac{10\,\text{А}}{2{,}5\,\text{А}} = \pm 2{,}0\%.$$

Отже, точність вимірювання одним і тим самим приладом на цій самій границі залежить від того, наскільки отриманий показ близько чи далеко від границі вимірювання, і є вищою у першому випадку, коли I_1 = 8,1 А.

2. Клас точності ЗВ виражений у формі допустимої одночленної відносної похибки $\delta_{гр}$ (нормується мультиплікативна похибка ЗВ, див. рис. 2.5)

$$\delta_{гр} = \pm\frac{\Delta_{гр}}{x}100\% = \pm b\cdot 100\% = \pm q,\% = \text{const};\ \Delta_{гр} = \pm\frac{\delta_{гр}x}{100} = \pm bx. \qquad (**)$$

З формули видно, що при вираженні класу точності ЗВ у формі відносної похибки границі допустимої абсолютної похибки $\Delta_{гр}$ є лінійною функцією вимірюваної величини x. Клас точності $\delta_{гр}$ позначають числом в кружечку, наприклад $\delta_{гр} = \pm 0{,}1\% = К$ 0,1 – позначення



а) б)

Рис. 2.5. Графічна інтерпретація похибок ЗВ для класу точності, вираженого у формі відносної похибки.

Приклад 2. Визначити інтервал, в якому може знаходитися істинне значення опору однозначної міри електричного опору класу точності 0,02 з номінальним значенням опору $R_н$ = 10 Ом.

Розв'язання. 1) Оскільки клас точності однозначної міри електричного опору виражений у формі допустимої відносної основної похибки $\delta_{гр}$, яка дорівнює ± 0,02 %, то *граничне значення абсолютної основної похибки* $\Delta R_{гр}$ відповідно до формули (**) дорівнює:

$$\Delta R_{гр} = \pm\frac{\delta_{гр}R_н}{100} = \pm\frac{0{,}02\,\%\cdot 10\,\text{Ом}}{100\,\%} = \pm 0{,}002\,\text{Ом}.$$

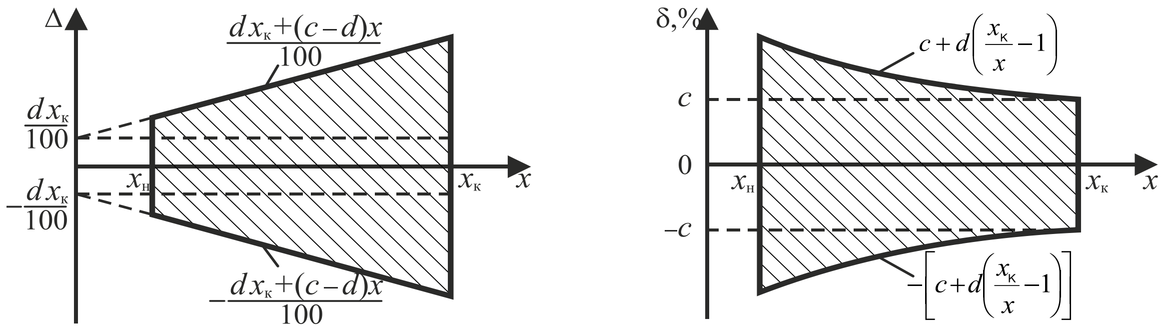
2) Істинне значення опору міри R може знаходитись в інтервалі $R = (10{,}000 \pm 0{,}002)$ Ом або від 9,998 Ом до 10,002 Ом.

3. Клас точності ЗВ виражений у формі допустимої двочленної відносної похибки $\delta_{гр}$ і відображений двома числами *c*/*d* (нормується адитивна та мультиплікативна складові похибки ЗВ, див. рис. 2.6)

$$\delta_{гр} = \pm\left[c + d\left(\frac{x_К}{x} - 1\right)\right], \%; \;\; \Delta_{гр} = \pm\frac{dx_К + (c-d)x}{100} = \pm(a + bx)$$

де $c = \dfrac{\Delta_{грк}}{x_к}100\% = \gamma_{грк}$ – границя основної зведеної похибки в кінці діапазону вимірювання, коли $x = x_к$, а $d = \dfrac{\Delta_{грн}}{x_к}100\% = \gamma_{грн}$ – границя основної зведеної похибки на початку діапазону вимірювання, коли $x = 0$.

Наприклад, якщо цифровий амперметр на границі вимірювання $I_к = 5$ А має клас точності 0,5/0,2, то це означає, що граничне значення основної зведеної похибки $\gamma_{грк} = \pm 0{,}5\%$ в кінці діапазону вимірювання при $x = x_К$ та $\gamma_{грн} = \pm 0{,}2\%$ на початку діапазону вимірювання при $x = 0$.



а) б)

Рис. 2.6. Графічна інтерпретація похибок ЗВ для класу точності, вираженого у формі двочленної відносної похибки.

При відображенні класу точності ЗВ двома числами *c*/*d* границі допустимої абсолютної основної похибки $\Delta_{гр}$ лінійно зростають зі збільшенням вимірюваної величини x від якогось початкового значення $\Delta_{грн} = dx_к/100$, а границі допустимої відносної основної похибки $\delta_{гр}$ відповідно зменшуються за гіперболічним законом до значення $\delta_{гр} = \pm c$ в кінці діапазону вимірювання.

Отже, внаслідок нормування границь похибок ЗВ з урахуванням адитивних і мультиплікативних складових при однакових похибках цифрового і аналогового приладів у кінці діапазону вимірювання (при $x = x_к$) зі зменшенням показу x границі відносної похибки $\delta_{гр}$ цифрового приладу відповідно зростають не так швидко, як у аналогового приладу. Коефіцієнти c і d вибирають з ряду класів точності.

Приклад 3. За допомогою цифрового амперметра класу точності 0,5/0,2 з границею вимірювання $I_к = 10$ А виконали два вимірювання струму і отримали такі самі покази, як і для аналогового амперметра $I_1 = 8{,}1$ А та $I_2 = 2{,}5$ А.

Визначити граничні значення основних абсолютної та відносної похибок для цих двох випадків і зробити висновок щодо точності вимірювань струму аналоговим та цифровим амперметрами при однакових показах I, однакових границях вимірювання $I_К$ та однакових граничних значеннях зведених похибок $\gamma_{гр}$ у кінці діапазону вимірювання (якщо $I = I_к$ як у аналогового, так і у цифрового амперметрів $\gamma_{гр} = \pm\, 0{,}5$ %).

Розв'язання. За формулами для відносної та абсолютної похибок знайдемо:

$$\delta_{гр1} = \pm\left[0{,}5 + 0{,}2\left(\frac{10}{8{,}1} - 1\right)\right]\% = \pm 0{,}55\%\,;\ \Delta_{гр1} = \pm\frac{0{,}2\cdot 10 + (0{,}5 - 0{,}2)\cdot 8{,}1}{100} = \pm 0{,}044\,\text{А}.$$

$$\delta_{гр2} = \pm\left[0{,}5 + 0{,}2\cdot\left(\frac{10}{2{,}5} - 1\right)\right]\% = \pm 1\%\,;\ \Delta_{гр2} = \pm\frac{0{,}2\cdot 10 + (0{,}5 - 0{,}2)\cdot 2{,}5}{100} = \pm 0{,}028\,\text{А}.$$

Спеціальні способи нормування похибок ЗВ.

Крім трьох розглянутих нижче основних способів нормування похибок і вираження класів точності ЗВ у формі зведеної $\gamma_{гр}$, відносно, $\delta_{гр}$ та відношення зведених похибок $c/d = \gamma_{грк}/\gamma_{грн}$ в кінці і на початку діапазону вимірювання, чинними стандартами передбачені спеціальні способи і формули для нормування похибок ЗВ. Їх використовують для тих ЗВ, діапазон похибок яких має складний характер і до них не можна застосувати описані вище способи нормування похибок.

Це, зокрема, *цифрові частотоміри*, похибка яких залежить не тільки від вимірюваної величини – частоти f_x, але й від часу $t_{вим}$, відведеного для вимірювання цієї частоти; мости для вимірювання електричного опору, яким властивий нижній поріг чутливості, тобто настільки малий вимірювальний опір, коли він стає співмірним з опором монтажних проводів та контактів вимірювальної схеми моста і похибка досягає 100%, а також і верхній поріг чутливості, коли похибка знову досягає 100% при вимірюванні великих опорів, співмірних з опором ізоляції моста.

Тому допустимим є встановлення *границь допустимої відносної основної похибки* за тричленною формулою або у формі графіка чи таблиці. Клас точності такого ЗВ позначають латинською буквою *C* (див. табл. 2.2).

Для окремих ЗВ нормують їх абсолютну похибку. Клас точності такого ЗВ позначають латинською буквою *M* (див. табл. 2.2).

Нормування додаткових похибок ЗВ.

Границі допустимих додаткових похибок ЗВ можна виражати у формі, відмінній від форми вираження границь допустимої основної похибки, а саме у вигляді:

– сталого значення для всієї робочої області значень впливової величини або сталих значень для інтервалів робочої області;
– відношення границі допустимої додаткової похибки, яка відповідає інтервалу значень впливової величини, до ширини цього інтервалу;
– граничної функції впливу як залежності границі допустимої додаткової похибки від впливової величини;
– функціональної залежності границь допустимих відхилень від номінальної функції впливу.

Переважно границі допустимої додаткової похибки встановлюють у вигляді дольного або кратного значення границі допустимої основної похибки ЗВ.

Границі допустимої варіації вихідного сигналу ЗВ (показів вимірювального приладу) встановлюють у вигляді дольного або кратного значення границі допустимої основної похибки.

Границі допустимих похибок виражають не більше ніж двома значущими цифрами, причому похибка заокруглення при обчисленні границь не повинна перевищувати 5%.

Класи точності ЗВ у нормативно-технічній документації і на самих засобах позначаються згідно з табл. 2.2.

Додаткові похибки при фіксованих впливаючих величинах є систематичними.

Таблиця 2.2

Форми вираження та умовні позначення класів точності засобів вимірювальної техніки

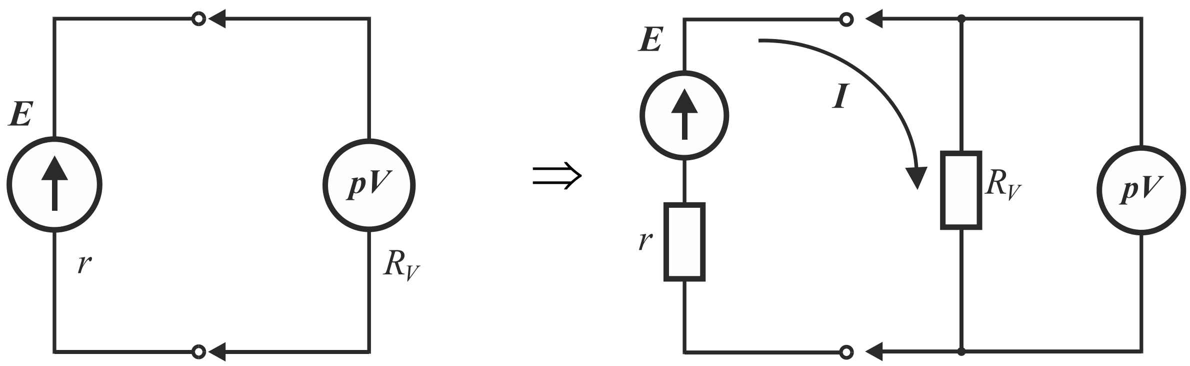
Границі допустимої основної похибки	Умовне позначення

Форма вираження основ-ної допустимої похибки	Приклади	в НТД клас точності	на ЗВ
Абсолютна $\Delta_{\text{гр}} = \pm \mathrm{a}$ $\Delta_{\text{гр}} = \pm(\mathrm{a} + bx)$	–	***M***	***M***
Зведена $\gamma_{\text{гр}} = \pm \frac{\Delta_{\text{гр}}}{x_N} 100\% = \pm p, \%$	$\gamma_{\text{гр}}$ = ± 0,5 %, якщо x_N виражене в одиницях величини на виході ЗВ	**0,5**	**0,5**
	$\gamma_{\text{гр}}$ = ± 0,5 %, якщо x_N виражене довжиною шкали ЗВ	**1,5**	1,5
Відносна за одночленною формулою $\delta_{\text{гр}} = \pm \frac{\Delta_{\text{гр}}}{x} 100\% = \pm q, \%$	$\delta_{\text{гр}}$ = ± 0,1 %	**0,1**	0,1
Відносна за двочленною формулою $\delta_{\text{гр}} = \pm \left[c + d\left(\frac{x_{\text{к}}}{x} - 1 \right) \right], \%$	$\delta_{\text{гр}} = \pm \left[0{,}2 + 0{,}02\left(\frac{x_{\text{к}}}{x} - 1 \right) \right] \%$	**0,2/0,02**	**0,2/0,02**
Відносна за складною формулою або у формі графіка чи таблиці	–	***C***	***C***
x_N – нормувальне (нормоване) значення; x – значення вимірювальної величини на виході ЗВ (показ); $x_{\text{к}}$ – більша (за модулем) із границь вимірювань.			

2.3 Приклади розрахунку методичних похибок при вимірюванні постійної напруги та струму

Задача 1.

Виміряти ЕРС джерела E з внутрішнім опором r вольтметром, вхідний опір якого R_v, покази U_v



Визначимо абсолютну методичну похибку як різницю між виміряним $U_{вим}$ та істинним $U_{іст}$ значенням напруги джерела E:

$$\Delta_М = U_{вим} - U_{іст}\,.$$

Відносна методична похибка – це відношення абсолютної похибки $\Delta_М$ до істинного значення напруги $U_{іст}$

$$\delta_М = \frac{\Delta_М}{U_{іст}} = \frac{U_{вим}}{U_{іст}} - 1.$$

Істинним значенням напруги джерела є величина $U_{іст} = E$, коли вольтметр не підключено до схеми і він своїм вхідним опором не шунтує джерело E.

Виміряне значення $U_{вим}$ знаходимо використовуючи схему на рис 2.7 (б)).

$$U_{вим} = U_{12} = I \cdot R_V = \frac{E}{r + R_V} R_V\,.$$

Підставимо вирази для $U_{вим}$ і $U_{іст}$ в формулу для $\delta_М$, одержимо:

$$\delta_М = \frac{\dfrac{E}{r + R_V} R_V}{E} - 1 = -\frac{r}{r + R_V}\,.$$

Абсолютна методична похибка:

$$\Delta_М = \delta_М \cdot E \approx \delta_М \cdot U_V\,,$$

де U_V – покази вольтметра.

Для компенсації методичної похибки вводиться поправка

$$П = -\Delta_М = -\delta_М \cdot E = -\delta_М \cdot U_V\,.$$

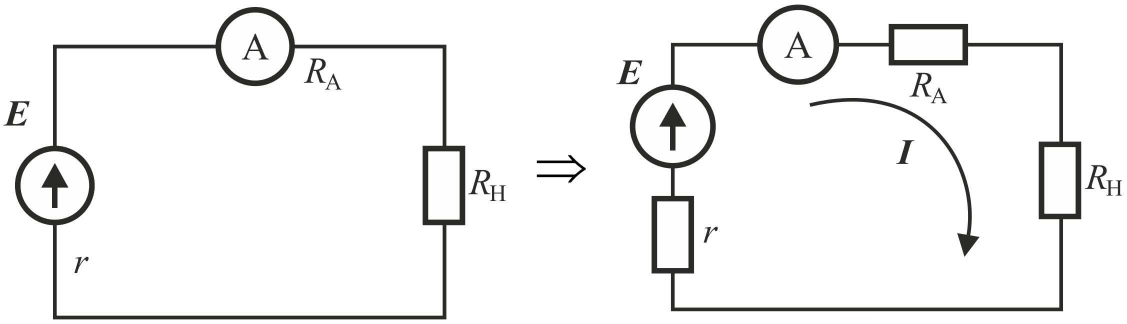
Результат вимірювання можна записати як

1) $E = U_V + \Pi = U_V - \delta_{\text{М}} \cdot U_V = U_V \left(1 - \delta_{\text{М}}\right)$або

2) $E = U_V - \delta_{\text{М}} \cdot E$, $E = \dfrac{U_V}{1 + \delta_{\text{М}}}$.

Задача 2.

Виміряти струм у колі. Внутрішній опір джерела напруги r, внутрішній опір амперметра $R_{\text{А}}$, опір навантаження $R_{\text{Н}}$, покази амперметра $I_{\text{А}}$.



Абсолютна методична похибка вимірювання струму

$$\Delta_{\text{М}} = I_{\text{вим}} - I_{\text{іст}} .$$

де $I_{\text{вим}}$ і $I_{\text{іст}}$ – виміряне та істинне значення стуму відповідною.

Відносна методична похибка

$$\delta_{\text{М}} = \frac{\Delta_{\text{М}}}{I_{\text{іст}}} = \frac{I_{\text{вим}}}{I_{\text{іст}}} - 1 .$$

Істинне значення струму в колі буде при відсутності в ньому амперметра:

$$I_{\text{іст}} = \frac{E}{r + R_{\text{Н}}} .$$

Виміряне значення знайдемо при наявності в колі амперметра:

$$I_{\text{іст}} = \frac{E}{r + R_{\text{А}} + R_{\text{Н}}} .$$

Визначимо відносну методичну похибку:

$$\delta_{\text{М}} = \frac{\dfrac{E}{r + R_{\text{А}} + R_{\text{Н}}}}{\dfrac{E}{r + R_{\text{Н}}}} - 1 = \frac{r + R_{\text{Н}}}{r + R_{\text{А}} + R_{\text{Н}}} - 1 = -\frac{R_{\text{А}}}{r + R_{\text{А}} + R_{\text{Н}}}.$$

Абсолютна методична похибка:

$$\Delta_{\text{М}} = \delta_{\text{М}} \cdot I_{\text{іст}} \approx \delta_{\text{М}} \cdot I_{\text{А}},$$

де $I_{\text{А}}$ – покази амперметра.

Для компенсації методичної похибки вводиться поправка

$$\Pi = -\Delta_{\text{М}} = -\delta_{\text{М}} \cdot I_{\text{іст}} \approx -\delta_{\text{М}} \cdot I_{\text{А}}.$$

З урахуванням поправки результат вимірювання можна записати у вигляді:

1) $I = I_{\text{А}} + \Pi = I_{\text{А}} - \delta_{\text{М}} \cdot I_{\text{А}} = I_{\text{А}}(1 - \delta_{\text{М}})$ або

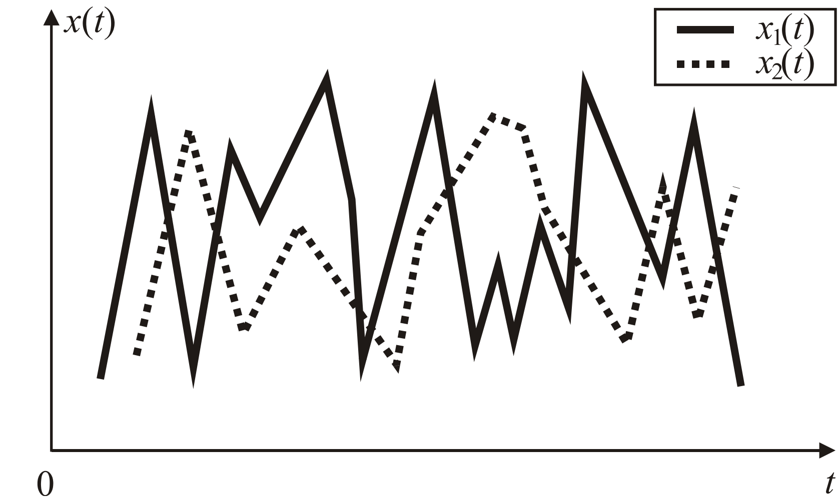
2) $I = I_{\text{А}} - \delta_{\text{М}} \cdot I$, $I = \dfrac{I_{\text{А}}}{1 + \delta_{\text{М}}}$.

2.4 Випадкові похибки

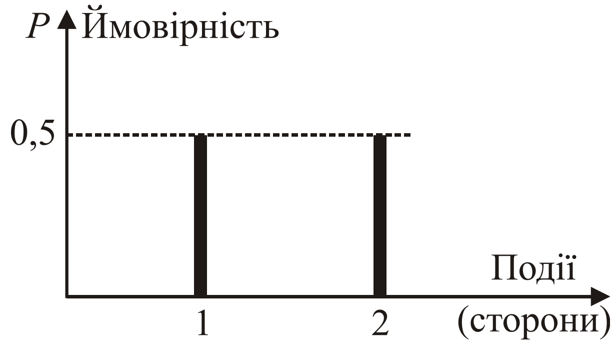
Ймовірнісні характеристики випадкових похибок

Випадкові похибки виникають через одночасний вплив на вимірювану фізичну величину багатьох незалежних факторів, які самі спонтанно змінюються, включаючи випадкові похибки засобів вимірювання. Присутність випадкових похибок у результаті вимірювань легко виявити через їх розсіювання відносно деякого значення. В загальному випадку результати і похибки вимірювань повинні розглядатись як випадкові функції, або, як прийнято в математиці, випадкові процеси. А для їх математичного описання залучають методи теорії ймовірності.

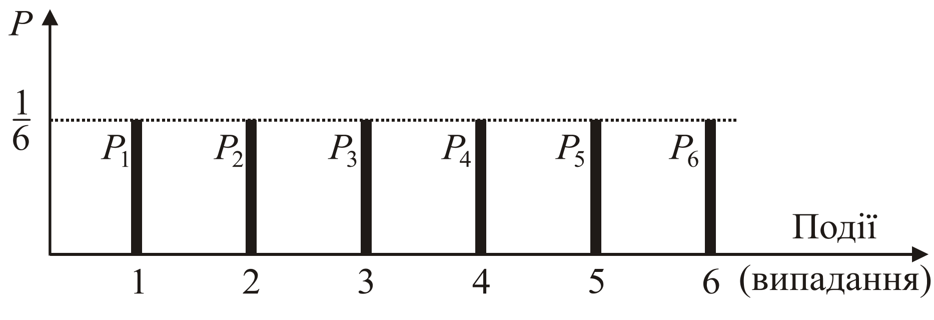
Види випадкових подій



Ймовірність характеризує випадкову подію, яка може відбутися. Неможливій (неймовірній) події привласнюють значення ймовірності Рн = 0, а достовірній події Рд = 1. Таким чином, ймовірність випадкової події знаходиться в інтервалі 0 … 1. Наприклад, ймовірність випадання однієї зі сторін тонкої монети дорівнює 0,5.



Ймовірність випадання однієї з граней грального кубика становить.



$$P_1 = P_2 = \ldots = P_6 = \frac{1}{6}$$

Вочевидь, ймовірність випадання результату не більше 6 очків дорівнює $P_{\text{д}}(< 6) = 1$, а більше 6 очків $P_{\text{н}}(> 6) = 0$.

Якщо всі результати досліду рівноможливі і несумісні, то ймовірність будь-якої події *A* визначається як відношення числа сприятливих результатів *m* до загального числа n результатів досліду: $P(A)=\frac{m}{n}$. Тоді ймовірність випадання парного числа очків при киданні грального кубика $P(A=2K)=\frac{3}{6}=0,5.$

Ймовірність появи всієї вибірки з n відліків дорівнює добутку ймовірностей окремих відліків $P\left(\prod_{i=1}^{n} p_i\right)=p_1\cdot p_2\cdot p_3\cdot\ldots\cdot p_n.$

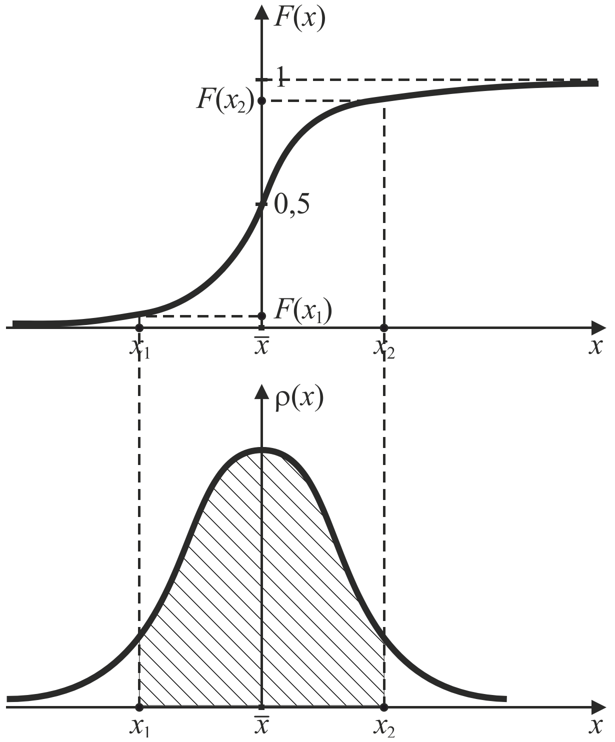
Отже, ймовірність появи герба при одному киданні монети дорівнює 0,5, при двох 0,5 · 0,5 = 0,25 і т.д.

Присутність випадкових похибок (на відміну від систематичних) легко виявляється при повторних вимірюваннях як деякий розкид результатів. Якщо значення, які може набувати випадкова величина, утворюють дискретний ряд чисел, то така випадкова величина називається **дискретною**. Якщо ж значення випадкової величини заповнюють цілий проміжок (скінчений або нескінчений), то випадкову величину називають **неперервною**. Кожному значенню випадкової величини x_n дискретного типу відповідає певна ймовірність P_n її появи. Кожному проміжку (a, b) з області значень випадкової величини неперервного типу відповідає певна ймовірність $P\ (a < x < b)$ того, що значення випадкової величини буде в цьому проміжку.

Співвідношення, які встановлюють зв`язок між можливими значеннями випадкових величин і їх ймовірностями, називають законом розподілу випадкової величини. Випадкові похибки описуються функціями розподілу: ***інтегральною*** і ***диференціальною***.

Функції розподілу випадкових похибок

Інтегральною функцією розподілу $F(x)$ називають функцію, відповідні значення якої для кожного x є ймовірністю того, що випадкова величина x_i в i-му вимірюванні приймає значення, яке менше x: $F(x)=P\{x_i\le x\}=P\{-\infty<x_i\le x\}$ (див. рис. 2.7).



Інтегральна функція

розподілу $F(x)$

Диференціальна функція

розподілу $\rho(x)$

Рисунок 2.7. Інтегральна (а) та диференціальна (б) функції розподілу ймовірності.

Інтегральна функція має такі властивості: вона невід'ємна $F(x) \geq 0$; не зменшувана (не спадна) $F(x) \geq F(x_1)$, якщо $x_2 > x_1$; діапазон її зміни від 0 до 1, тобто $F(-\infty) = 0, F(+\infty) = 1$; ймовірність знаходження випадкової величини x в діапазоні від x_1 до x_2, $F\{x_1 < x < x_2\} = F(x_2) - F(x_1)$.

Диференціальна функція розподілу є похідною за аргументом від інтегральної.

$$\rho(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

Диференціальну функцію ще називають густиною розподілу ймовірностей, а її графічну форму – кривою розподілу. Вона завжди невід'ємна і для неї справедлива умова нормування у вигляді

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x)dx = 1.$$

Це значить, що площа під кривою розподілу в межах $-\infty ... +\infty$ дорівнює одиниці, або інакше кажучи – ймовірність появи результату спостереження у вказаному інтервалі є вірогідною подією. Густина розподілу не є ймовірністю, але за її допомогою можна встановити ймовірність того, що випадкова величина потрапить у певний інтервал $x_1 \le x \le x_2$ (подібно до того, як питома густина матеріалу якогось об'єкта не є масою, але дає можливість визначити масу конкретної частини об'єму цього об'єкта). Для цього потрібно проінтегрувати густину розподілу в межах заданого інтервалу. $P\{x_1 < x < x_2\} = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x)dx$ і ця ймовірність дорівнює площі між кривою ρ(x) і абсцисами x_1 і x_2. (рис. 2.7).

За кривою розподілу можна довідатись, які інтервали значень випадкових похибок більш ймовірні, а які менш ймовірні.

Числові параметри законів розподілу

В більшості випадків буває достатньо охарактеризувати випадкові величини за допомогою обмеженого числа спеціальних параметрів. Основні з них такі: математичне очікування, дисперсія, середньоквадратичне відхилення тощо.

Математичне очікування (сподівання) $M[x]$ є характеристикою положення випадкової величини на числовій осі. При великій кількості вимірювань однієї і тієї ж величини його можна розрахувати як середнє арифметичне випадкової величини $(\bar{x})$, або постійну складову випадкового сигналу, для похибки вимірювання математичне сподівання є систематичною похибкою. Якщо задана густина розподілу ймовірності, то

$$\bar{x} = \mathrm{M}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot \rho(x)dx.$$

Різниці між результатами вимірювання величини і їх середнім значенням (математичним сподіванням) мають різні знаки і взаємно компенсуються (повністю або частково), тому середнє арифметичне різниць не може характеризувати точність вимірювання і для характеристики випадкової складової похибки вводять поняття дисперсії та середньоквадратичного відхилення.

Дисперсією випадкової величини називають математичне сподівання квадрата відхилення випадкової величини від її математичного сподівання.

$$D(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mathrm{M})^2 \rho(x)dx.$$

Дисперсія характеризує розсіювання випадкової величини або розкид її значень навколо математичного сподівання і може бути розрахована за результатами великої кількості вимірювань як середнє арифметичне квадрата *різниць* між вимірюваними величинами та їх середнім значенням. Оскільки ці *різниці* додаються в квадраті, то взаємної компенсації не буде, і дисперсія має розмірність квадрата випадкової величини. На практиці зручніше користуватись величиною, розмірність якої співпадає з розмірністю випадкової величини. Цю величину називають середнім квадратичним відхиленням випадкової величини *x:*

$$\sigma = \sqrt{D(x)}.$$

Середньоквадратичне відхилення випадкової величини дорівнює додатному кореню з її дисперсії. В зарубіжній літературі середньоквадратичне відхилення іноді називають стандартним відхиленням.

2.5 Основні закони розподілу випадкових похибок. Нормальний закон.

Використання на практиці ймовірнісного підходу до оцінки похибок результатів вимірювань перш за все передбачає знання аналітичної моделі закону розподілу випадкової похибки. В метрології використовують різні види законів розподілу випадкових похибок: нормальний, рівномірний, трикутний (Сімпсона), трапецієвидний тощо, але найбільш поширений нормальний закон розподілу (закон Гауса). Цей закон використовується якщо:

- похибка Δ може приймати неперервний ряд значень в інтервалі $\pm\infty$;
- при виконанні значного числа вимірювань великі похибки Δ з'являються рідше ніж малі, а частота появи похибок, ідентичних за абсолютною величиною і протилежних за знаком, однакова.

Для нормального закону розподілу густина ймовірності описується формулою:

$$\rho(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta - M)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Графічно ця функція показана на рис. 2.8 для різних значень математичного сподівання M_1 та M_2 і середньоквадратичного відхилення σ_1 і σ_2.

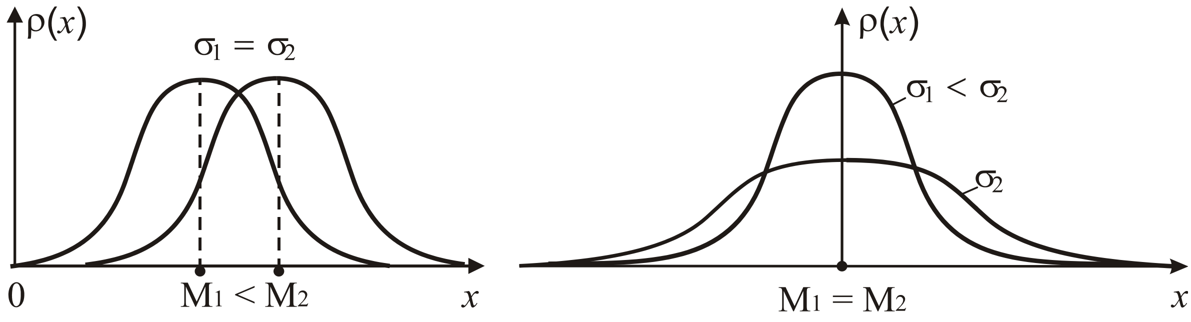


Рисунок 2.8. Диференціальна функція розподілу ймовірності нормального закону при різник значення математичного очікування і дисперсії.

Широке використання нормального розподілу на практиці пояснюється центральною граничною теоремою теорії ймовірності, яка стверджує, що розподіл випадкових похибок буде близьким до нормального всякого разу, коли результати спостережень формуються під впливом великої кількості незалежних факторів впливу, кожний з яких створює лише незначну дію порівняно з сумарною дією всієї решти.

Випадкова похибка з нормальним розподілом густини ймовірності теоретично може прийняти будь яке значення від $-\infty$ до $+\infty$. Однак більша частина похибок групується поблизу центральних значень, тобто має невеликі інтервали змін (див. рис. 2.9). Якщо систематична похибка виключена і математичне очікування M = 0, тоді нормальний закон розподілу буде симетричний відносно нульового значення похибки

$$\rho(\Delta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\Delta - M)^2}{2\sigma^2}\right].$$

Максимальне значення ординат становить $\rho_м = 1/(\sigma \cdot \sqrt{2\pi})$, воно тим більше, чим менше середньоквадратичне відхилення σ.

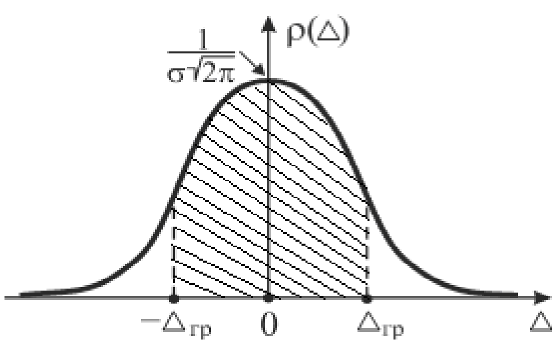


Рисунок 2.9. Нормальний закон розподілу ймовірності.

Ймовірність того, що похибка знаходиться в інтервалі від $-\Delta_{гр}$ до $\Delta_{гр}$ визначається співвідношенням

$$P\left(-\Delta_{гр.1} \prec \Delta \prec \Delta_{гр.1}\right) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{-\Delta_{гр.1}}^{\Delta_{гр.1}} \exp\left[-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right] d\Delta = \frac{2}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\Delta} \exp\left[-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}\right] d\Delta$$

і визначається за графіком як площа під кривою $\rho(\Delta)$ між абсцисами $\pm\Delta_{гр}$ (заштрихована частина). Для обчислення ймовірності $P(\Delta)$ зручно в інтегралі замінити змінну Δ на відносну $t=\Delta/\sigma$. При цьому його верхня границя зміниться на $z=\Delta_{гр1}/\ \sigma$, а права частина виразу перетвориться в табульований *інтеграл ймовірностей Ф(z)*.

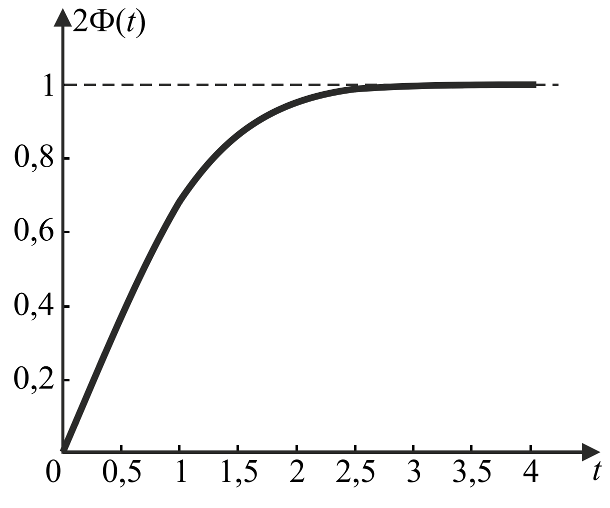
$$P\left(-\Delta_{гр} < \Delta < \Delta_{гр}\right) = \int_{-\Delta_{гр}}^{\Delta_{гр}} \rho(\Delta) d\Delta = 2\int_{0}^{\Delta_{гр}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}} d\Delta = \left| z = \frac{\Delta}{\sigma};\ \Delta = z\sigma \right| =$$

$$= \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{\frac{\Delta_{гр}}{\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} d(z\sigma) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{z_{гр}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz = 2\Phi\left(z_{гр}\right) = 2\Phi\left(\frac{\Delta_{гр}}{\sigma}\right).$$

На рис. 2.10 наведено графік цього інтегралу і таблицю його значень.

Користуючись таблицею чи графіком функції $\Phi(z)$, знайдемо, наприклад, що ймовірність перебування похибки в межах $\pm\sigma$ становить $P(\pm\sigma) = 0{,}6826$; $P(\pm 3\sigma) = 0{,}9973$.

Останню похибку $\pm 3\sigma$ прийнято вважати максимальною: $\Delta_m = \pm 3\sigma$.



z	$2\Phi(z)$
0,2	0,1580
0,5	0,3830
0,7	0,5160
1,0	0,6826
1,3	0,8060
1,5	0,8664
1,7	0,9100
2,0	0,9545

2,2	0,9340
2,5	0,9876
2,8	0,9940
3,0	0,9973
4,0	0,99994
∞	1

Рисунок 2.10. Інтеграл ймовірності (функція Лапласа).

Ймовірність появи похибки, більшої за Δ_m, становить:

$$1-\Phi(3\sigma)=1-0{,}9973=0{,}0027=\frac{1}{370}.$$

Нормальний закон досягається при порівняно великій кількості вимірювань ≥ 20 однієї фізичної величини. Однак на краях кривої розподілу варто збільшувати число вимірів, щоб уникнути промахів.

Довірча ймовірність і довірчий інтервал.

Розглянута вище функція розподілу описує поведінку неперервних випадкових величин, тобто величин, можливі значення яких невіддільні одна від одної і неперервно заповнюють деякий інтервал. На практиці всі результати вимірювань і випадкової похибки є величинами дискретними. При використанні дискретних випадкових величин виникає задача знаходження точкових оцінок параметрів їх функцій розподілу на основі вибірки – ряду значень x_i в n незалежних дослідах. Чим менший об’єм вибірки, тим легше допустити помилку при знаходженні параметра. А в практиці вимірювань важливо визначити інтервал, який називають **довірчим**, між границями якого з заданого **довірчою ймовірністю** знаходиться істинне значення оцінюваного параметра. Довірчий інтервал і довірча ймовірність характеризують невизначеність результату вимірювання. Аналітично це можна записати таким чином

$$P_{\text{дов}}\left(\bar{x}-\Delta<A_x<\bar{x}+\Delta\right)=\alpha.$$

Цей вираз читається так: істинне значення виміряної величини A_x знаходиться в границях довірчого інтервалу від $\bar{x}-\Delta$ до $\bar{x}+\Delta$ з довірчою ймовірністю α. Тут $\bar{x}$ – середнє арифметичне значення величини A (математичне очікування)

$$\bar{x}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i,$$

де n – число вимірювань; x_i – виміряні значення.

Аналогічно для випадкової похибки $P_{дов}\left(\Delta_1 < \Delta < \Delta_2\right) = \alpha$.випадкова похибка вимірювання Δ знаходиться в границях довірчого інтервалу від Δ_1 до Δ_2 з довірчою ймовірністю α.

В залежності від цілей вимірювань довірчу ймовірність встановлюють рівною $P_{дов}$ = 0,9; 0,95; 0,99 і 0,997. При технічних і промислових вимірюваннях довірчу ймовірність приймають рівною $P_{дов}(\pm 2\sigma) = 0{,}95$. Ймовірність $P_{дов}(\pm 3\sigma) = 0{,}9973$ приймають у високоточних приладах і при біомедичних дослідженнях. Прийнято границі довірчого інтервалу вказувати симетричними відносно результату вимірювання. Але довірчий інтервал буває несиметричний і має вид $\left(\bar{x} - \Delta_1, \bar{x} + \Delta_2\right)$. Наприклад, допуск, % на ємність конденсаторів може бути: (0, +50); (–10, +30); (–10, +50); (–10, +100); (–20, +50); (–20, +80).

Квантильні оцінки випадкових похибок

В метрологічній практиці використовують квантильні оцінки довірчого інтервалу. **Квантиль** – це значення випадкової величини (похибки) з заданою довірчою ймовірністю $P_{дов}$.

Площа на рис. 2.11, яка міститься під кривою $\rho(x)$, відповідно до правила нормування, дорівнює одиниці, тобто показує ймовірність всіх можливих подій. Цю площу можна розділити на деякі частини вертикальними лініями, абсциси яких називаються *квантилями*.

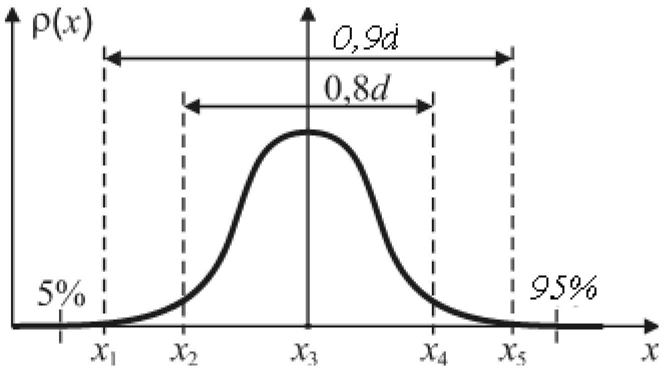


Рисунок 2.11. Квантильні оцінки довірчого інтервалу.

Значення $x = x_1$ на рис. 2.11 є 5 % квантиль, тому що площа під кривою $\rho(x)$ ліворуч від нього становить 5 % всієї площі. Відповідно значення x_2, x_3, x_4, x_5 – це 10 %, 50 %, 90 %, і 95 % квантилі. Їх можна позначити як $x_1 = x_{0,05}$, $x_2 = x_{0,10}$; $x_3 = x_{0,50}$; $x_4 = x_{0,90}$; $x_5 = x_{0,95}$.

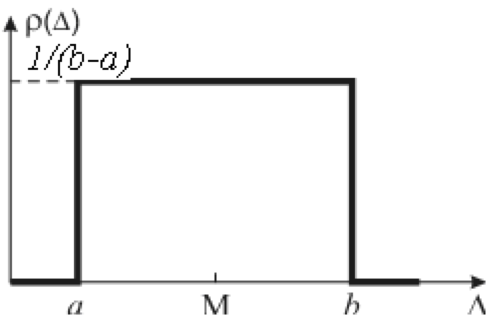
Інтервал значень x між x_1 і x_5 охоплює 90 % всіх можливих значень і називається інтерквантильним проміжком з 90 % довірчою ймовірністю $P_{дов}$. Інтерквантильний проміжок $d_{0,8} = x_{0,90} - x_{0,10}$ містить 80 % всіх можливих значень випадкової величини.

На підставі такого підходу вводиться поняття квантильних оцінок похибки. Значення $P_{дов}$ найчастіше вибирають рівними 0,5; 0,8; 0,9 або 0,95. Похибка при $P_{дов} = 0{,}5$ загальноприйнята в артилерії і називається серединною помилкою; довірча ймовірність $P_{дов} = 0{,}8$ загальноприйнята у всіх стандартах і розрахунках надійності засобів електроніки, автоматики і вимірювальної техніки; значення $P_{дов} = 0{,}9$ і 0,95 є кращими при нормуванні відповідно випадкової й результуючої похибок засобів вимірювання.

2.6 Рівномірний закон

Якщо випадкова похибка вимірювання приймає будь-які значення в обмеженому інтервалі з однаковою густиною ймовірності, то такий закон розподілу густини ймовірності називається **рівномірним**. Цей Закон характерний для випадкових похибок дискретності, квантування в цифрових приладах відліку показань зі шкал стрілкових приладів, при вимірюванні частоти і періоду методом дискретної лічби тощо.

Нехай похибка вимірювання в інтервалі від a до b ($a < b$) має рівномірний закон розподілу (рис. 2.12) і треба одержати аналітичний вираз закону.



Відповідно до умови нормування будь-якого закону розподілу

$$\int_a^b \rho(\Delta)\,d\Delta = 1$$

Рис. 2.12. Рівномірний закон розподілу

Геометрично визначений інтеграл від a до b являє собою площу, заключену між кривою ρ(Δ) і абсцисами a і b. Ця площа прямокутника з основою (b - a) і висотою ρ(Δ) чисельно дорівнює одиниці:

$$S = \rho(\Delta)\cdot(b-a) = 1,$$

звідси одержимо:

$$\begin{cases} \rho(\Delta) = \dfrac{1}{b\text{-}a}, a \le \Delta \le b \\ \rho(\Delta) = 0, \quad a > \Delta > b \end{cases}$$

Знайдемо параметри закону.

Математичне очікування:

$$M = \int_a^b \Delta\cdot\rho(\Delta)d\Delta = \int_a^b \frac{\Delta}{b-a}d\Delta = \frac{1}{b-a}\int_a^b \Delta d\Delta = \frac{1}{b-a}\cdot\frac{\Delta^2}{2}\Bigg|_a^b =$$

$$= \frac{1}{2(b-a)}\left(b^2-a^2\right) = \frac{b+a}{2}.$$

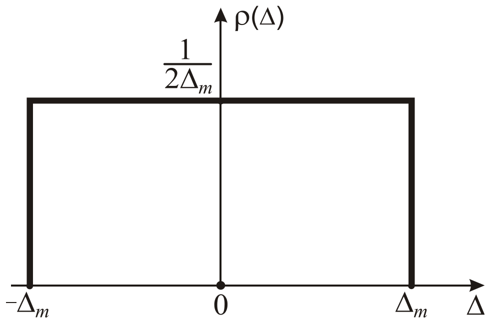
Дисперсія:

$$D = \sigma^2 = \int_a^b (\Delta - M)^2\rho(\Delta)d\Delta = \int_a^b \left(\Delta - \frac{1}{\frac{b+a}{2}}\right)^2 \frac{1}{b-a}d\Delta = \frac{1}{b-a}\cdot\int_a^b\left(\Delta - \frac{2}{b+a}\right)^2 d\Delta =$$

$$= \frac{1}{b-a}\left[\frac{\Delta^3}{3} - \frac{4}{b+a}\cdot\frac{\Delta^2}{2} + \frac{4\Delta}{(b+a)^2}\right]\Bigg|_a^b = \frac{(b-a)^2}{12}.$$

Середньоквадратичне відхилення: $\sigma = \sqrt{D} = \dfrac{b-a}{2\sqrt{3}}$.

Математичне очікування характеризує середнє значення похибок вимірювання (центр симетрії закону розподілу). Водночас це є систематична похибка. Якщо її виключити, одержимо симетричний щодо осі ординат закон розподілу **ρ(**Δ**)** (рис. 2.13):



Між максимальним значенням похибки Δ_m та її середньоквадратичним відхиленням σ для симетричного відносно центра Δ_c=0 закону розподілу існує такий зв'язок:

$$\sigma = \frac{\Delta_m}{\sqrt{3}}$$

Рис. 2.13 Симетричний рівномірний закон розподілу

Ймовірність того, що похибка буде знаходитись в інтервалі $\pm\sigma$ для симетричного рівномірного закону становить:

$$P_{дов.}(\pm\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \rho(\Delta) d\Delta = \int_{-\sigma}^{+\sigma} \frac{1}{2\Delta_m} d\Delta = \frac{1}{2\Delta m} \cdot 2\sigma = \frac{\Delta_m}{\sqrt{3}\Delta_m} = \frac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}6$$

2.7 Трикутний закон розподілу (Сімпсона)

Цей закон характерний для випадкових похибок цифрових приладів, в яких вимірювана величина перетворюється в пропорційний інтервал часу $T_л$ (час лічби), а вимірювання цього інтервалу виконується за допомогою лічильних імпульсів стабільного генератора з періодом повторення T_0.

Трикутний закон можна представити як композицію (об'єднання) двох рівномірних законів з однаковими по величині максимальними похибками Δ_m.

На рис. 2.14. наведено приклад додавання рівномірних законів

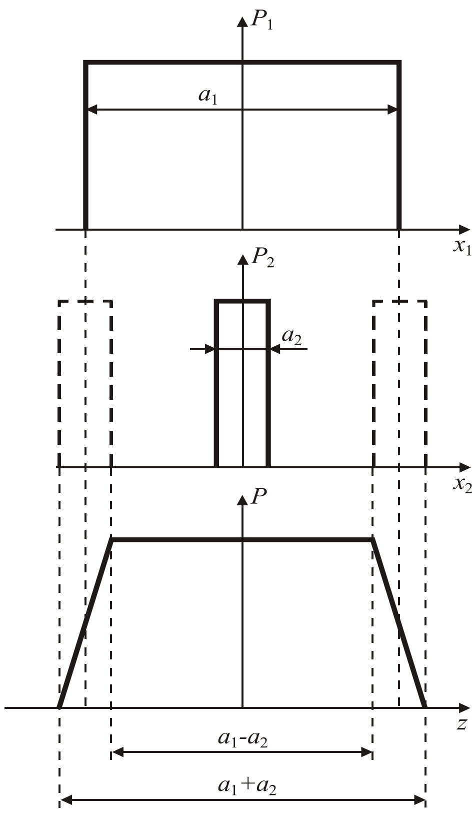
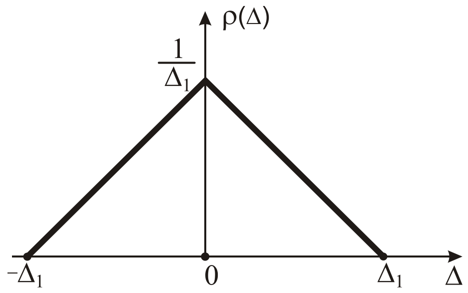


Рис. 2.14. Додавання рівномірних законів випадкової похибки

Функція розподілу густини ймовірності випадкових похибок для трикутного закону (рис. 2.15) описується таким співвідношенням:



$$\rho(\Delta) = \frac{1}{\Delta_1}\left(1 - \left|\frac{\Delta}{\Delta_1}\right|\right)$$

$$D = \frac{\Delta_1^2}{6}; \quad \sigma = \frac{\Delta_1}{\sqrt{6}}$$

$\sigma = \Delta m/\sqrt{6}$Рис. 2.15. Трикутний закон розподілу

Середньоквадратичне відхилення .

В практиці радіовимірювань використовуються й інші закони розподілу, наприклад, трапецієвидний, арксинуса та інші. Трапецієвидний – є композицією двох рівномірних з різними значеннями максимальних похибок Δ_m (рис. 2.15).

2.8 Розподіл Стьюдента

Закон розподілу Стьюдента використовується при обробці результатів невеликого числа багатократних спостережень фізичної величини ($2 \leq n < 20$) і справедливий, якщо випадкові похибки спостережень розподілені за нормальним законом. Особливістю цього розподілу є те, що довірчий інтервал при зменшенні числа спостережень розширюється порівняно з нормальним законом при тій же довірчій ймовірності. Для оцінки довірчих границь випадкової похибки вводять коефіцієнт Стьюдента $t_q = \Delta_{гр}/\sigma$. Цей коефіцієнт залежить від числа спостережень і вибраної довірчої ймовірності. Його знаходять за таблицями, приклад яких наведено нижче.

Коефіцієнти Стьюдента $t(P_д, n)$

n	$P_д$							
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95	0,98	0,99
2	1,00	1,38	1,96	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66
3	0,82	1,06	1,34	1,89	2,92	4,30	6,97	9,93
4	0,77	0,98	1,25	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84
5	0,74	0,94	1,19	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60
6	0,73	0,92	1,16	1,48	2,02	2,62	3,37	4,03
7	0,72	0,91	1,13	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71
8	0,71	0,90	1,12	1,42	1,90	2,37	3,00	3,50
9	0,71	0,89	1,11	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36
10	0,70	0,88	1,10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25
16	0,69	0,87	1,07	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95
25	0,69	0,86	1,06	1,32	1,71	2,06	2,49	2,80

2.9 Похибки опосередкованих вимірювань

При опосередкованих вимірюваннях значення величини Y знаходять за результатами безпосередніх вимірювань величин $x_1, x_2, \ldots, x_n$, які пов'язані з нею функціональною залежністю

$$Y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

Якщо похибки прямих вимірювань x_i відомі, то ***похибка результату*** опосередкованого вимірювання визначається співвідношенням

$$\Delta y = f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2, \ldots, x_n+\Delta x_n) - f(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

де Δx_i – похибки вимірювань аргументів x_i.

Ця формула не придатна для практичного використання. Тому, застосовуючи правило малого параметра, згідно якого $\Delta y \ll y$, $\Delta x_i \ll x_i$, розкладемо функцію $f(x_1+\Delta x_1, x_2+\Delta x_2, \ldots, x_n+\Delta x_n)$ в ряд Тейлора. Ряд Тейлора, наприклад, для функції $y = f(x_1+\Delta x_1)$ має вид:

$$f(x_1+\Delta x_1) = f(x_1) \pm \frac{1}{1!}\frac{\partial f(x_1)}{\partial x_1}\Delta x_1 \pm \frac{1}{2!}\frac{\partial^2 f(x_1)}{\partial x_1^2}\Delta^2 x_1 \pm \ldots \pm \frac{1}{n!}\frac{\partial^n f(x_1)}{\partial x_1^n}\Delta^n x_1.$$

Обмежимось двома першими членами ряду і тоді матимемо

$$\Delta y = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f(x_1, x_2, \ldots, x_n)}{\partial x_i}\Delta x_i = \sum_{i=1}^{n} C_i \Delta x_i,$$

де $C_i = \left.\dfrac{\partial f}{\partial x_i}\right|_{x_1, x_2, \ldots, x_n}$ – частинна похідна функції по *i*-му аргументу;

Δx_i – абсолютна похибка прямого вимірювання і-го аргумента.

Похідну C_i називають коефіцієнтом впливу похибки *i*-го аргумента Δx_i на похибку вимірювання Δy.

Величину $\dfrac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i$ називають **<u>частковою похибкою</u>** результату опосередкованого вимірювання.

Спосіб обчислення надійних меж загальної похибки результату опосередкованого вимірювання залежить від характеру формули зв'язку між величинами *x* і *y*.

В реальних умовах, у разі додавання похибок можлива їх часткова взаємна компенсація, тому формула для Δy дає дещо завищені результати. Щоб цього уникнути, користуються середньоквадратичним підсумовуванням похибок:

$$\Delta y \approx \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\Delta x_i\right)^2}.$$

Для функції однієї змінної $y = f(x)$ абсолютна похибка результату становитиме:

$$\Delta y \approx \left|\frac{\partial f}{\partial x_1}\right|\Delta x_1.$$

Відносну похибку опосередкованих вимірювань знаходять за формулою:

$$\delta y = \frac{\Delta y}{y} \cong \frac{\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)}{\partial x_i}\Delta x_i}{f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)}, \text{ або}$$

$$\delta y = \frac{\Delta y}{y} = \pm\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\cdot\frac{\Delta x_i}{y}\right)^2}.$$

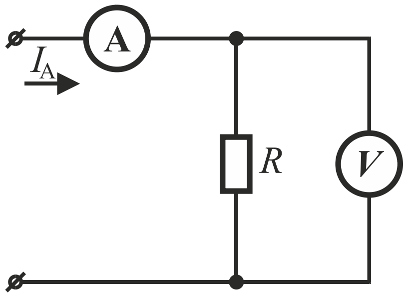
Формули обчислень похибок опосередкованих вимірювань функцій, які часто використовуються в електроніці, наведені в табл. 2.3:

Таблиця 2.3.

Похибки опосередкованих вимірювань

Функція	Похибка	
	абсолютна	*відносна*
$x + y + z$	$\pm\left[\Delta_x^2+\Delta_y^2+\Delta_z^2\right]^{\frac{1}{2}}$	$\pm\frac{\left[\Delta_x^2+\Delta_y^2+\Delta_z^2\right]^{\frac{1}{2}}}{x+y+z}$
$x - y$	$\pm\left[\Delta_x^2+\Delta_y^2\right]^{\frac{1}{2}}$	$\pm\frac{\left[\Delta_x^2+\Delta_y^2\right]^{\frac{1}{2}}}{x-y}$
$x \cdot y$	$\pm\left[x^2\Delta_y^2+y^2\Delta_x^2\right]^{\frac{1}{2}}$	$\pm\left[\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$
x^n	$\pm n x^{n-1}\Delta_x$	$\pm n\frac{\Delta_x}{x}$
$\sqrt[n]{x}$	$\pm\frac{1}{n}x^{\frac{1}{n}-1}\Delta_x$	$\pm\frac{1}{n}\frac{\Delta_x}{x}$
$\frac{x}{y}$	$\pm\left[\frac{x^2\Delta_y^2+y^2\Delta_x^2}{y^4}\right]^{\frac{1}{2}}$	$\pm\left[\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$
$\ln\frac{x}{y}$	$\pm\left[\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$	$\pm\frac{1}{\ln(x/y)}\left[\left(\frac{\Delta_x}{x}\right)^2+\left(\frac{\Delta_y}{y}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$
$\sin x$	$\pm\cos x\,\Delta_x$	$\pm\operatorname{ctg} x\,\Delta_x$
$\cos x$	$\pm\sin x\,\Delta_x$	$\pm\operatorname{tg} x\,\Delta_x$
$\operatorname{tg} x$	$\pm\frac{\Delta_x}{\cos^2 x}$	$\pm\frac{2\Delta_x}{\sin 2x}$
$\operatorname{arctg} x$	$\pm\frac{\Delta_x}{1+x^2}$	$\pm\frac{\Delta_x}{(1+x^2)\operatorname{arctg} x}$

Задача 1. Виміряти потужність P методом амперметра і вольтметра (методичними похибками знехтуємо).



Покази амперметра $I_A = 2$ A на шкалі $I_K = 5$ A, клас точності амперметра $K_A = 1{,}0$.

Покази вольтметра $U_A = 10$ В з відносною похибкою $\delta_V = \pm 1\,\%$.

Розв'язання:

Запишемо формулу розрахунку потужності: $P = U \cdot I$; $U = U_V \pm \Delta_U$; $I = I_А \pm \Delta_I$.

Абсолютна похибка потужності дорівнює: $\Delta_P = \pm\sqrt{\left(\frac{\partial(UI)}{\partial U}\Delta_V\right)^2 + \left(\frac{\partial(UI)}{\partial I}\Delta_А\right)^2}$.

Знайдемо частинні похідні $\left.\frac{\partial(UI)}{\partial U}\right|_{I=\mathrm{const}} = I\frac{\partial U}{\partial U} = I$; $\left.\frac{\partial(UI)}{\partial I}\right|_{U=\mathrm{const}} = U\frac{\partial I}{\partial I} = U$ і підставимо їх у формулу ΔP: $\Delta_P = \pm\sqrt{(I \cdot \Delta_V)^2 + (U \cdot \Delta_А)^2}$.

Знайдемо величини похибок $\Delta_А$ та Δ_V: $\Delta_А = \pm\frac{К_А \cdot I_К}{100\%} = \pm\frac{1{,}0\% \cdot 5\,А}{100\%} = \pm 0{,}05\,А$;

$\Delta_V = \pm\frac{\delta_V \cdot U_V}{100\%} = \pm\frac{1\% \cdot 10\,В}{100\%} = \pm 0{,}1\,В$.

Розрахуємо похибку потужності і запишемо результат вимірювання: $\Delta_P = \pm\sqrt{(2\,А \cdot 0{,}1\,В)^2 + (10\,В \cdot 0{,}05\,А)^2} = \pm\sqrt{(0{,}2)^2 + (0{,}5)^2}\,Вт = \pm 0{,}54\,Вт$.

$P = U_V \cdot I_А \pm \Delta_P = 10\ В \cdot 2\ А \pm 0{,}54\ Вт = 20 \pm 0{,}54\ (Вт)$.

Відносна похибка вимірювання потужності становить $\delta_P = \frac{\Delta_P}{P} \cdot 100\% = \pm\frac{0{,}54\,Вт}{20\,Вт} \cdot 100\% = \pm 2{,}7\%$.

3 ОСНОВНІ ОПЕРАЦІЇ ОПРАЦЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ВИМІРЮВАНЬ

3.1 Загальні відомості

Після вимірювальних експериментів опрацьовують результати спостережень для визначення результату вимірювань.

Результат вимірювання є повноцінним за умови, що він супроводжується оцінкою його точності. Обсяг опрацювання результатів залежить від різновиду вимірювань, кількості експериментальних даних, апріорної інформації про систематичні та випадкові похибки тощо. Лише при прямих разових вимірюваннях отримуваний результат спостереження може бути результатом вимірювання. В інших вимірюваннях опрацювання може здійснюватись за стандартизованими методиками.

Основні операції опрацювання первинних результатів вимірювань такі:

- попередній аналіз результатів спостережень, їх систематизація, відкидання явно недостовірних;
- виявлення та коригування систематичних похибок (вивчення умов вимірювань, розрахунок і внесення поправок);
- виконання розрахунків згідно з вибраним алгоритмом;
- аналіз випадкових ефектів, перевірка гіпотез про їх розподіл, вибір найефективніших оцінок шуканих величин;
- оцінювання характеристик похибок числового алгоритму;
- підсумування складових похибок результатів;
- аналіз отриманих результатів;
- подання результатів вимірювань та характеристик їх точності за відповідною формою.

Кожен вид вимірювань має свої особливості і тому конкретний зміст перерахованих операцій опрацювання результатів вимірювань відрізняється.

3.2 Нехтування похибками

Під час оцінювання окремих складових похибок серед них можуть траплятися як більші, так і менші, і навіть дуже малі, які практично не змінюють оцінки сумарної похибки. У такому разі такими похибками необхідно знехтувати.

Щоб прийняти рішення, якою похибкою можна знехтувати, необхідно встановити критерій *дуже малої похибки*. Цей критерій також необхідний при виборі класу точності зразкового засобу вимірювання в залежності від класу точності приладу, який *повіряють.*

В метрологічній практиці прийнято такі правила нехтування малими похибками.

Систематичною похибкою можна знехтувати, якщо вона не перевищує:

- $p \approx \frac{1}{20}$ іншої під час високочастотних метрологічних вимірювань;

- $p = \frac{1}{(7...10)}$ іншої під час лабораторних вимірювань;

- $p = \frac{1}{5}$ іншої під час технічних вимірювань, де $p = \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \le p_H$.

Такі самі вимоги ставлять, нехтуючи декількома систематичними похибками. Для перевірки умов нехтування знаходять суму похибок, якими нехтують, а також відповідні значення тих похибок, що залишаються.

Нехтування випадковими похибками. Оцінюючи сумарний вплив випадкових похибок додають (з урахуванням їх взаємної кореляції) їх дисперсії $D_1 = \sigma_1^2$, $D_1 = \sigma_2^2$. Тому при нехтуванні випадковою похибкою: порівнюють середньоквадратичні відхилення цих похибок і умову нехтування записують у вигляді такого співвідношення:

$$\sqrt{1 + 2K_{12}p + p^2} - 1 \le p_H ,$$

де $p = \sigma_2 / \sigma_1$; K_{12} - коефіцієнт кореляції (взаємного впливу) між цими похибками.

Некорельованою ($K_{12} = 0$) похибкою можна знехтувати за умови, що її середньоквадратичне відхилення не перевищує $p = \frac{1}{3,5} - 4$ іншого – під час високоточних метрологічних вимірювань; $p = \frac{1}{2,5}$ іншого – під час лабораторних вимірювань; $p = \frac{1}{2}$ іншого – під час технічних вимірювань.

За відсутності докладної інформації про коефіцієнт кореляції як типове можна взяти його середньоквадратичне значення $K_{12} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cong 0,58$. Тоді умови нехтування частково корельованими випадковими похибками стають жорсткішими:

$p = \frac{1}{12}$ – під час високоточних вимірювань;

$p = \frac{1}{5...7}$ – під час лабораторних вимірювань;

$p = \frac{1}{3,3}$ – пі час технічних вимірювань.

<u>Приклад.</u> Нехай під час метрологічних досліджень двокаскадного вимірювального підсилювача встановлено, що його випадкова похибка має дві складові з $\sigma_1 = 5мкВ$ і $\sigma_2 = 2мкВ$ відповідно. Перевірити, чи можна знехтувати другою складовою випадкової похибки і, оцінюючи точність, далі її не враховувати.

<u>Розв'язання.</u>

1. З фізичних міркувань обидві випадкові похибки є статично незалежними (некорельованими). Відношення стандартних відхилень цих похибок становить: $\text{p} = \frac{\sigma_2}{\sigma_1} = \frac{2мкВ}{5мкВ} = \frac{1}{2,5}$.

2. Враховуючи умови нехтування некорельованою випадковою похибкою при високоточних метрологічних дослідженнях, встановлюємо, що другу складову необхідно врахувати, поскільки її стандартне відхилення лише у 2,5 рази менше за стандартне відхилення першої $p_i = 1/(3,5...4)$.

3. Сумарне стандартне відхилення обох складових становить $\sqrt{5^2 + 2^2} = 5,4мкВ$.

3.3 Заокруглення похибок

Результат вимірювання складається з оцінки вимірюваної величини (її дійсного значення) і похибки вимірювання, яка характеризує точність вимірювання. Недоцільно утримувати у виразі для виміряного значення фізичної величини велике число цифр, оскільки цифри молодших розрядів можуть виявитись недостовірними. Поширеною помилкою при оцінюванні результатів і похибок вимірювань є обчислення їх і запис з великим числом значущих цифр. Цьому сприяє використання для розрахунків комп'ютерів (калькуляторів), які дозволяють одержувати результати з чотирма і більше значущими цифрами. Похибки вимірювань не завжди треба знати з дуже високою точністю. Так, для технічних вимірювань допустимою вважається похибка в 15…20%. Відповідним стандартом встановлено, що в числових показниках точності вимірювань (в тому числі і похибок) повинно бути не більше двох значущих цифр.

В практичній метрології вироблені наступні *правила округлення* результатів і похибок вимірювань:

1. У виразі похибки результату вимірювання утримується не більше двох значущих цифр, при чому остання цифра як правило заокруглюється до 0 або 5. Похибка результату вимірювання вказується двома значущими цифрами, якщо перша з них дорівнює 1 або 2, і однією – якщо перша цифра 3 або більше.

2. Числове значення результату вимірювання повинне закінчуватись цифрою того ж розряду, що і значення похибки. Наприклад: 235,744±0,15 заокруглюється до 235,74±0,15. Результат 4,0800, похибка 0,001; результат заокруглюють до 4,080.

3. Якщо перша з відкинутих цифр ≥ 5, а за нею є значущі цифри, тоді останню з цифр, що зберігається, збільшують на одиницю. Наприклад, заокруглюючи число 36,754 до трьох значущих цифр, запишемо 36,8.

4. Якщо відкидається цифра 5, а за нею немає значущих цифр, тоді останню цифру, що зберігається, залишають незмінною, якщо вона парна, і збільшують на одиницю, якщо вона непарна. Наприклад, заокруглюючи число 36,75 до трьох значущих цифр, запишемо 36,8. Для числа 36,65 заокруглене значення – 36,6.

5. Якщо перша з цифр, що відкидаються, менша 5, тоді останню цифру, що зберігається, не змінюють. Наприклад, заокруглюючи число 318,74 до чотирьох значущих цифр, запишемо 318,7

6. Заокруглення проводиться лише в кінцевій відповіді, а всі попередні обчислення проводять з одним-двома зайвими знаками.

Неточність заокруглення становить:

$$\delta_{заокр.} = \frac{1}{2 \cdot \mathrm{d}} \cdot 10^{(1-q)},$$

де d - старша після коми цифра, $d \neq 0$ (1…9), після заокруглення;

q - кількість значущих цифр заокруглення.

Наприклад, результат вимірювання випрямленої мережевої напруги склав: $U_{сер.випр.} = \frac{2U_m}{\pi} = 197{,}35795 B$, а обчислене значення похибки $\Delta = \pm 0{,}63293\, B$. Заокруглені оцінки повинні скласти: $U_{сер.випр.} = (197{,}36 \pm 0{,}63) B$ або $(197{,}4 \pm 0{,}6)\, B$.

Неточність заокруглення:

$$
\delta_{заокр.} = \begin{cases} \dfrac{1}{2\cdot 6}\cdot 10^{(1-1)}\cdot 100\% = \pm 8{,}3\% \\ \dfrac{1}{2\cdot 6}\cdot 10^{(1-2)}\cdot 100\% = \pm 0{,}83\% \end{cases}
$$

Важливість належного заокруглення кінцевих оцінок похибок і результатів вимірювань полягає в тому, що при надлишкових розрядах похибки і результатів, особливо це стосується результатів, отриманих при розрахунках на калькуляторі чи комп'ютері, на яких заздалегідь задана розрядність (від 5 до9 десяткових знаків) може створитись *хибна думка про вищу точність вимірювань.*

Приклади. Заокруглити похибки і результати вимірювання при лабораторних дослідженнях.

1) Для значення струму I = 1,527 мА з оцінкою граничної похибки Δ=± 0,087мА.

Розв'язання. Оскільки перша значуща цифра похибки 8, то для лабораторних вимірювань похибку необхідно заокруглити до однієї значущої цифри, тобто Δ = ± 0,09 мА. Результат вимірювання також необхідно заокруглити так, щоб він закінчувався тим же розрядом, що і похибка, тобто до сотих міліампера: I = (1,53±0,09)мА.

2) Для значення напруги U = 120,42 В і оцінки її похибки Δ = ± 2,74 В.

Розв'язання. Оскільки перша значуща цифра похибки 2, то похибку заокруглюємо до двох значущих цифр, тобто Δ = ± 2,7 В. Результат заокруглюємо до десятих вольта: U = (120,4 ± 2,7) В.

3.4 Додавання похибок

При аналізі і оцінюванні результатів вимірювань похибки вимірювань подають у вигляді суми складових, обумовлених різними факторами. При цьому виникають три основні задачі:

- оцінювання випадкових і систематичних складових;
- підсумовування складових одного виду (випадкових або систематичних);
- підсумовування випадкової і систематичної складових.

Найбільш розроблені *методи оцінки випадкових похибок*, які безпосередньо взяті з математичної статистики. Як правило, основною характеристикою випадкової похибки є середньоквадратичне відхилення $(СКВ)\sigma$.

У відповідності до теорії ймовірності підсумовування незалежних випадкових величин здійснюється додаванням їх дисперсій:

$$D_\Sigma = \sum_{i=1}^{n} D_i \,,$$

або

$$\sigma_\sum = \sqrt{\sum_{i-1}^{n} \sigma_1^{\ 2}}$$

Ця формула правомірна тільки для некорельованих випадкових величин.

В загальному випадку можлива кореляція між складовими, тоді

$$\sigma_\sum = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_i^{\ 2} + 2\sum_{i \prec j}^{n} K_{ij} \sigma_i \sigma_j} \,,$$

де K_{ij} - коефіцієнт кореляції між i *-ою* і j *-ою* складовими.

При визначенні довірчих границь необхідно мати сумісний ймовірний закон розподілу повної випадкової похибки, який у випадку додавання складових називають *композицією* законів. При додаванні складових похибки з нормальним законом розподілу сумарна похибка буде мати також нормальний закон.

Знаходження закону розподілу сумарної похибки при різних законах розподілу складових є дуже важкою задачею і в деяких випадках вона аналітично не розв'язувана.

Систематичні похибки, які незалежні одна від одної, додаються алгебраїчно з урахуванням їх знаків, а сумарна похибка визначається за модулем:

$$\Delta_{C\sum} = \left| \sum_{i=1}^{n} \Delta_{ci} \right|$$

Якщо систематичні похибки мультиплікативні, то їх додають алгебраїчно при конкретному значенні вимірюваної величини:

$$\Delta_{c\sum} \Big|_{x_i} = \sum_{i=1}^{n} \Delta_{ci} \Big|_{x_i}$$

Додавання систематичних і випадкових похибок. При проведенні багатократних вимірювань випадкову похибку можна зменшити в багато разів. Але похибка усередненого результату може визначатися не цією малою випадковою похибкою, а систематичною похибкою, яка не залежить від числа усереднюючих відліків.

Якщо границі випадкових і систематичних похибок одержані нарізно, важливим є розрахунок границь сумарної похибки.

Критерій порівняння випадкової і систематичної похибок заснований на відношенні границі сумарної невиключеної систематичної похибки Δ_C і середньоквадратичного відхилення $\tilde{\sigma}$ випадкової похибки:

$$r = \Delta_C / \tilde{\sigma} .$$

Якщо r < 0,8, тоді систематичною похибкою нехтують і за границю результату приймають довірчу границю випадкової складової. Якщо r > 8, тоді нехтують випадковою похибкою. При 0,8 ≤ r ≤ 8 необхідно враховувати обидві складові. Сумарну похибку результату вимірювання можна розрахувати за формулою

$$\Delta_{\sum дов.} = K(P_{дов.}, \mathrm{r})[\Delta_{\text{сдов.}} + \Delta_{вдов.}],$$

де $K(P_{дов.}, \mathrm{r})$ - коефіцієнт, що залежить від довірчої ймовірності $P_{дов.}$ та відношення границі систематичної похибки до стандартного відхилення випадкової $\mathrm{r} = \Delta_{\text{сддов}} / \tilde{\sigma}$. Для значень довірчої ймовірності, рівних 0,95 і 0,99, залежність коефіцієнта K від відношення r наведена в табл. 1.

Для значень довірчих ймовірностей, рівних 0,95 і 0,99, залежність коефіцієнта K від відношення r наведена в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

P	**Значення коефіцієнта K при r, рівному**								
	0,8	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
0,95	0,76	0,74	0,71	0,73	0,76	0,78	0,78	0,80	0,81
0,99	0,84	0,82	0,80	0,81	0,82	0,83	0,83	0,84	0,85

В багатьох випадках достатньо використати значення $K = 0,8$ при $P = 0,95$ і $K = 0,85$ при $P = 0,99$. Для підсумовування випадкової і систематичної похибок використовують й інші емпіричні формули.

3.5 Грубі похибки та методи їх виключення

Груба похибка або промах – це похибка результату окремого вимірювання, що входить в ряд вимірювань, яка для даних умов дуже відрізняється від інших результатів цього ряду. Джерелом грубих похибок бувають різкі зміни умов вимірювання і помилки оператора. На рис. 3.1 показано прояв промахів на диференціальному законі розподілу.

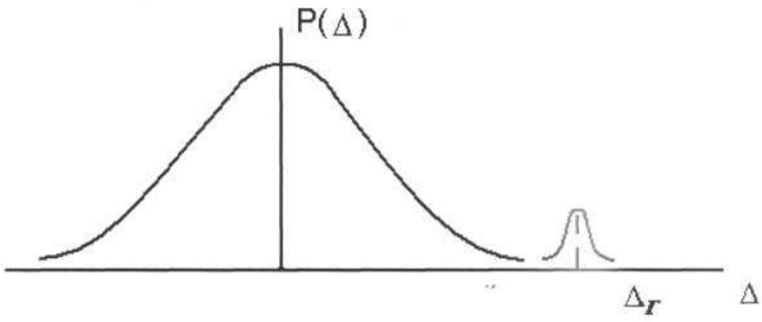


Рис. 3.1. Розподіл густини ймовірності випадкової похибки.

Відкидання „дуже" віддалених від центра вибірки відліків здійснюється за допомогою спеціальних критеріїв.

Для виявлення грубих похибок задаються ймовірністю $q \prec \frac{1}{n+1}$ (рівень значимості) того, що сумнівний результат дійсно міг бути в даній сукупності результатів вимірювань.

Критерій „трьох сігм" використовують для результатів вимірювань, розподілених за нормальним законом. Результат, який виникає з ймовірністю $q \leq 0{,}003$, можна вважати промахом, якщо $|(\overline{x} - x_i) \succ 3\tilde{\sigma}|$. Цей критерій надійний при $n \geq 20\ldots50$.

Якщо число вимірювань $n \prec 20$, використовують критерій Романовського. При цьому розраховують відношення

$$t = \left|\frac{x_i^* - \overline{x}}{\tilde{\sigma}}\right|$$

і порівнюють з критерієм $t_{гр.}$, який вибирають з таблиці 3.2. Якщо $t \geq t_{гр.}$ тоді результат x_i^* вважається промахом і відкидається.

Таблиця 3.2

Значення критерію Романовського $t_{гр.} = f(n)$

Q	$n = 4$	$n = 10$	$n = 15$	$n = 20$
0,01	1,73	2,62	2,90	3,08
0,05	1,71	2,41	2,64	2,78
0,10	1,69	2,29	2,49	2,62

$q \approx \frac{1}{n+1}$, рівень значимості, який є ймовірністю виключення деякої частини відліків

3.6 Опрацювання результатів прямих одноразових вимірювань

Пряме вимірювання – це вимірювання однієї величини, в якому її значення отримують безпосередньо за показом відповідного приладу без додаткових обчислень.

Приклади прямих вимірювань: вимірювання напруги – вольтметром, довжини – лінійкою, інтервалу часу – годинником, температури – термометром тощо. Більша частина вимірювань в електроніці є одноразовими.

Одноразові вимірювання виконуються за умови невеликих випадкових похибок, коли переважаючими є систематичні похибки. При цьому зазвичай виконують декілька спостережень (3 – 4), щоб переконатись у стабільності результатів. Як результат вибирають одне з них або середнє арифметичне. Основне рівняння такого вимірювання

$$y = c \times x,$$

де c – відомий коефіцієнт, наприклад, масштабний;

x – результат спостереження.

Модель похибки вимірювання містить складові інструментальної похибки Δ_i, методичної Δ_M і особистої (суб'єктивною) Δ_c похибки експериментатора:

$$\Delta_y = \Delta_i + \Delta_M + \Delta_c.$$

Якщо є можливість або потреба, то оцінюють одну чи декілька систематичних похибок і до результату вводять поправки, в результаті чого отримують скоригований результат. Після введення поправок результат містить нескориговані залишки (інструментальної і методичної) систематичних похибок. Подальше опрацювання похибок здійснюється за методикою підсумовування систематичних та випадкових похибок і результат вимірювання записують як:

$$X = \left(x \pm \Delta_{\text{гр}}\right) \text{ або } X = \left(x \pm \Delta_{\text{дов}}\right), P_{\text{дов}} = \cdots,$$

де x – значення, знайдене під час вимірювань.

3.7 Опрацювання результатів прямих вимірювань з багаторазовими незалежними і рівноточними спостереженнями

У вимірювальній практиці для підвищення якості вимірювань часто звертаються до вимірювань з багаторазовими спостереженнями, тобто до повторення одним і тим же оператором одноразових спостережень в однакових умовах з використанням одного і того ж засобу вимірювань (*рівноточні спостереження*). В результаті відповідного статистичного опрацювання отриманих даних вдається зменшити вплив випадкової складової похибки на результат вимірювань. При цьому можуть бути використанні різні процедури опрацювання результатів вимірювань.

Нижче описана стандартна методика виконання прямих вимірювань з багаторазовими незалежними спостереженнями і основні положення з обробки результатів спостережень та оцінки похибок результатів вимірювань. Відповідно до методики при обробці ряду спостережень в переважній більшості практичних застосувань приймається *модель нормального розподілу* випадкових похибок.

Якщо в якомусь конкретному вимірюванні заздалегідь невідомий закон розподілу, то необхідно провести детальні дослідження на предмет встановлення форми розподілу. Найчастіше на основі експериментальних даних спочатку *будують гістограму* і за її формою роблять попередній висновок про вид розподілу. Далі на основі критерію Пірсона χ^2 чи іншого перевіряють гіпотезу про приналежність даного розподілу до вибраного модельного.

Вихідною інформацією для обробки є ряд з n результатів вимірювань x_1, x_2, x_3, … x_n. Число n залежить як від вимоги до точності результату, так і від реальної можливості виконати повторні вимірювання.

Послідовність обробки результатів прямих багаторазових вимірювань складається з ряду етапів. На першому етапі визначають:

- Середнє арифметичне значення $\bar{x}$ряду спостережень, яке приймають за результат вимірювання: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$.

Це значення є математичним очікуванням $M = \bar{x}$.

- Знаходять абсолютні випадкові відхилення (похибки)

$$\Delta_1 = x_1 - \bar{x}, \Delta_2 = x_2 - \bar{x} \dots \Delta_n = x_n - \bar{x}..$$

З ростом числа спостережень сума випадкових похибок повинна наближатися до нуля: $\lim\limits_{n\to\infty} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i \to 0$.

Цей висновок базується на *аксіомі випадковості* теорії випадкових похибок, що *при дуже великому числі вимірювань і при відсутності систематичних* $\Delta_с$ *похибок позитивні і негативні похибки зустрічаються однаково часто*.

- Обчислюється сума квадратів випадкових похибок і ця сума повинна бути мінімальною: $\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2 = min$.

Такий висновок заснований на аксіомі *розподілу*, що при великій кількості вимірювань малі похибки зустрічаються частіше, ніж великі; дуже великі похибки практично не зустрічаються.

- Визначається оцінка середньоквадратичного відхилення (СКВ) $\tilde{\sigma}$ абсолютних випадкових відхилень кожного з одноразових n спостережень: $\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2}$.

- Перевіряються найбільші відхилені від середнього значення результату спостережень на можливість їх спотворення грубими похибками чи наявністю промахів. Одним з критеріїв визначення грубих похибок є критерій «трьох сігм» ($3\tilde{\sigma}$). За цим критерієм вважається, що результат, який виникає з ймовірністю $p \leq 0{,}003$, малоймовірний і його можна вважати промахом, якщо $|\bar{x} - x_i| > 3\tilde{\sigma}$. Такий критерій надійний при числі вимірювань $n \geq 20\ldots50$.

При потребі результати з грубими похибками *відкидають і повторно виконуються* вище зазначені пункти при скороченій вибірці.

- Знаходиться оцінка СКВ середнього арифметичного значення, яку називають середньоквадратичним відхиленням результату вимірювання (див. рис. 3.2)

$$\bar{\sigma}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{n}\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} \Delta_i^2} = \frac{\tilde{\sigma}}{\sqrt{n}}.$$

З виразу для $\bar{\sigma}_{\bar{x}}$ видно, що воно в $\sqrt{n}$ раз менше за оцінку СКВ окремих спостережень $\tilde{\sigma}$ (рис. 3.2.). Звідси висновок, що збільшуючи число вимірювань і прийнявши середнє значення всіх вимірювань за результат вимірювання, можна зменшити середньоквадратичне значення похибки $\bar{\sigma}_{\bar{x}}$ в $\sqrt{n}$ раз. Наприклад, збільшення кількості вимірювань до 100 викликає десятикратне звуження довірчого інтервалу $\Delta_{дов} = 6\bar{\sigma}_{\bar{x}}$. Однак при цьому різко збільшуються технічні та часові витрати й починає перешкоджати невиключена систематична похибка.

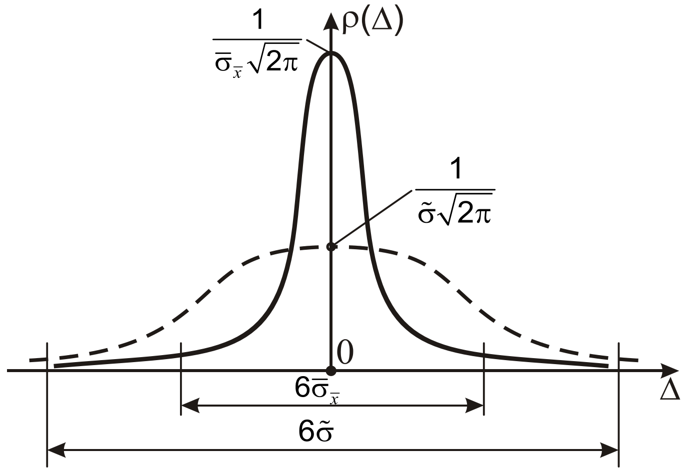


Рисунок 3.2. Нормальний закон розподілу випадкової похибки.

- Оцінюються довірчі границі похибки і записується результат вимірювання. Якщо за результат прийняте будь-яке значення x_i, тоді при відсутності систематичної похибки $X = \bar{x} \pm z_{\text{гр}} \cdot \tilde{\sigma}$, $P_{\text{дов}} = \ldots$

Якщо за результат прийняте середнє арифметичне значення, тоді при відсутності систематичної похибки $X = \bar{x} \pm z_{\text{гр}} \cdot \bar{\sigma}_{\bar{x}}$, $P_{\text{дов}} = \ldots$

Проведені n вимірювань повинні бути статистично незалежними.

- Для випадку малої кількості $(n \leq 20)$ прямих вимірювань границі довірчого інтервалу похибки знаходять $\Delta_{\text{дов}} = \pm t\bar{\sigma}_{\bar{x}}$,

де t – коефіцієнт розподілу Стьюдента, що є табульованим для різних значень n довірчої ймовірності $P_{\text{дов}}$ (див. табл.3.3).

Таблиця 3.3

Значення коефіцієнтів Стьюдента

<table>
<tr><td rowspan="2">n</td><td colspan="3">P</td><td rowspan="2"></td></tr>
<tr><td>0,9</td><td>0,95</td><td>0,99</td></tr>
<tr><td>3</td><td>2,92</td><td>4,3</td><td>9,93</td><td rowspan="6">Якщо кількість результатів спостережень становить кілька десятків (n > 30), то розподіл Стьюдента практично трансформується в нормальний.</td></tr>
<tr><td>5</td><td>2,13</td><td>2,78</td><td>4,6</td></tr>
<tr><td>10</td><td>1,83</td><td>2,26</td><td>3,25</td></tr>
<tr><td>15</td><td>1,76</td><td>2,15</td><td>2,98</td></tr>
<tr><td>20</td><td>1,73</td><td>2,09</td><td>2,86</td></tr>
<tr><td>∞</td><td>1,65</td><td>1,96</td><td>2,58</td></tr>
</table>

Визначення закону розподілу результатів вимірювань та їх випадкових похибок

Для визначення закону розподілу випадкових похибок переходять до вибірки відхилень x_i від середнього арифметичного $\bar{x}$: $\Delta_1 = x_1 - \bar{x}$, $\Delta_2 = x_2 - \bar{x}$,…, $\Delta_n = x_n - \bar{x}$:

Розмістимо похибки вимірювань Δ_n в порядку їх зростання від Δ_{min} до Δ_{max} і знайдемо розмах ряду $L = \Delta_{max} - \Delta_{min}$. Розділимо розмах ряду на m рівних інтервалів шириною $d = L/m$.

$$\Delta_j = d = \frac{\Delta_{\max} - \Delta_{\min}}{m}.$$

Для практичного використання доцільно вибрати $m0{,}4_{min}$ і $m0{,}4_{max}$ Значення m повинно бути непарним, зазвичай m лежить в діапазоні від 7 до 15.

- Визначаються межі інтервалів [Δ_{j-1}, Δ_j] так, щоб нижня межа j -го інтервалу співпадала з верхньою межею (j – 1)-го інтервалу: $\Delta_{j\text{ ниж}} = \Delta_{(j-1)\text{ верх}}$.

- Підраховують число похибок n_i, які потрапляють в кожний з m інтервалів. За одержаними значеннями розраховують ймовірність попадання результатів спостережень в кожний з інтервалів $P_j = \frac{n_i}{n}$, де j = 1, 2, …, m.

Проведені розрахунки дозволяють побудувати гістограму. Для побудови гістограми по осі результатів спостережень відкладають інтервали Δ_j в порядку зростання номерів і на кожному інтервалі будується прямокутник висотою $\frac{P}{d} = \frac{n_i}{n \cdot d}$ (середня густина в інтервалі Δ_j). В цьому випадку площа під гістограмою дорівнює одиниці. При збільшенні числа інтервалів і відповідно зменшені їх ширини гістограма наближається до плавної кривої – графіка густини розподілу ймовірності. (рис. 3.4).

Як спосіб оцінки близькості розподілу вибірки експериментальних даних до прийнятої аналітичної моделі закону розподілу використовуються критерії згоди. Найчастіше в практиці використовують критерій _пів па. Ідея цього методу полягає в контролі відхилень гістограми експериментальних даних від гістограми з таким же числом інтервалів, побудованої на основі розподілу, збіг з яким визначається.

Критерій _пів па має вигляд: $\chi^2 = \sum_{j=1}^{m} \frac{(n_j - n \cdot P_j)^2}{n \cdot P_j}$,

де n_j – число попадань результатів спостережень в j-й інтервал,

P_j – теоретичне значення ймовірності попадання результатів в j-й інтервал, яке обчислюється за формулою:

$$P_j = \Phi(z_j) - \Phi(z_{j-1}),$$

де $\Phi(z_j)$ – функція Лапласа, $z = \frac{\Delta_j}{\sigma(\Delta_j)}$.

Якщо розрахована за експериментальними даними міра розходження χ^2 менша визначеного з таблиці значення $\chi^2_{кр}$, то гіпотеза про _пів падання експериментального і вибраного теоретичного розподілу приймається.

3.8 Інформаційна концепція вимірювання

За останні роки спостерігається впровадження методів теорії інформації в процеси одержання вимірювальних даних. З точки зору цієї теорії суть вимірювань полягає в звуженні інтервалу невизначеності вимірювальної величини від значення, відомого до проведення вимірювання, до деякої величини $d = 2\Delta_E$, що називається **ентропійним інтервалом невизначеності**, яка стала відомою після проведення вимірювання. Точність вимірювань буде тим більшою, чим меншим буде значення ентропійного інтервалу невизначеності.

Ентропію, як міру невизначеності знань про значення вимірюваної величини, запропонував у 1948 році Клод Шеннон:

$$H(x) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) \ln \rho(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x) \ln \frac{1}{\rho(x)} dx.$$

Ентропія є функціоналом закону розподілу густини ймовірності випадкової величини, тобто вона враховує особливості закону $\rho(x)$. Основа логарифма у цьому співвідношенні визначає розмірність ентропії:

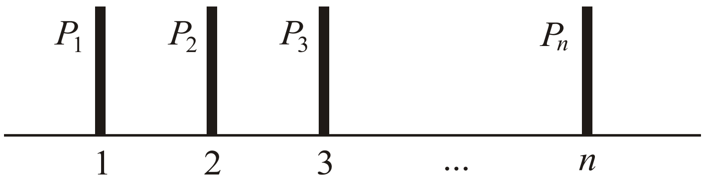
$$[H] = \begin{cases} log_2, \text{біт} \\ \ln, \text{ніт} \\ lg. \quad \text{діт} \end{cases}$$

Ентропія є єдиною числовою характеристикою закону розподілу величини x. Коли введено це поняття, тоді можна поводитись з інформацією як з фізичною величиною.

Якщо вимірювана величина може приймати тільки дискретні значення, то ентропію знаходять так: $H(x) = -\sum_{i=1}^{n} \rho_i \ln \rho_i$.

Приклад 1.

Нехай випадкова дискретна величина x має n рівноймовірних значень.



$$P_1 = P_2 = P_3 = \cdots = P_n = \frac{1}{n}$$

Тоді ентропія дорівнює:

$$H(x) = -\sum_{i=1}^{n} \rho_i \, ln \, \rho_i = -\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} ln \frac{1}{n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} ln \, n = ln \, n.$$

$$\left(ln \frac{1}{n} = - \, ln \, n \, ; \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} = n \cdot \frac{1}{n} = 1 \right)$$

Ентропія випадкової дискретної величини, у якої всі значення рівноймовірні, дорівнює логарифму числа можливих станів.

Приклад 2.

Нехай у напрузі в діапазоні 1 … 100 В з дискретністю 1 В всі значення рівноймовірні, а ймовірність будь-якого значення $P_i = \frac{1}{100}$, тоді

$$H(U) = -\sum_{i=1}^{100} \frac{1}{100} lg \, \frac{1}{100} = lg \, 1\,00 = 2\text{діт}.$$

Якщо напруга має тільки одне значення 10 В, тоді число станів $n = 1$ і ймовірність $p = 1$. Ентропія дорівнює:

$H(U) = -p \, ln \, p = 0$ – тобто невизначеності немає.

Кількість вимірювальної інформації

Процес вимірювання зводиться до зменшення невизначеності знань про значення фізичної величини. Кількість одержаної інформації – це різниця між ентропійними значеннями до і після вимірювання

$$I(x) = H(x) - H\left(\frac{x}{x_n}\right),$$

де $H(x)$ – безумовна (апріорна) ентропія, отримана до вимірювання;

$H\left(\frac{x}{x_n}\right)$ – умовна (апостеріорна, тобто отримана після вимірювання) ентропія, тобто ентропія величини x за умови, що одержано результат вимірювання x_n.

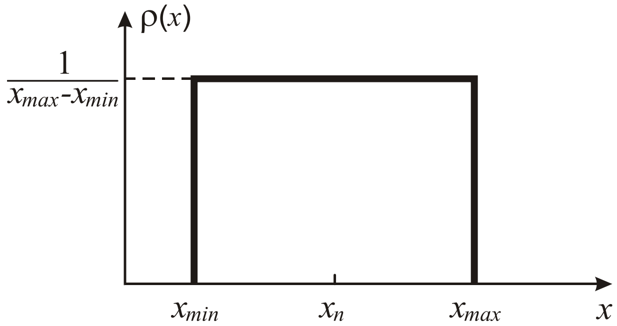
Умовна ентропія визначається законом розподілу похибки Δ засобу вимірювання.

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\Delta)\,[ln\,\rho\,(\Delta)]d\Delta$$

Розглянемо це на прикладі.

Нехай вимірювана величина і її похибка в діапазоні від $x_{\min}$ до $x_{\max}$ мають рівномірний закон розподілу. Виміряне значення x_n. Знайдемо одержану при цьому кількість інформації.

1. Ентропія величини x, яка змінюється в діапазоні від $x_{\min}$ до $x_{\max}$ при рівномірному законі розподілу (рис. 3.3).



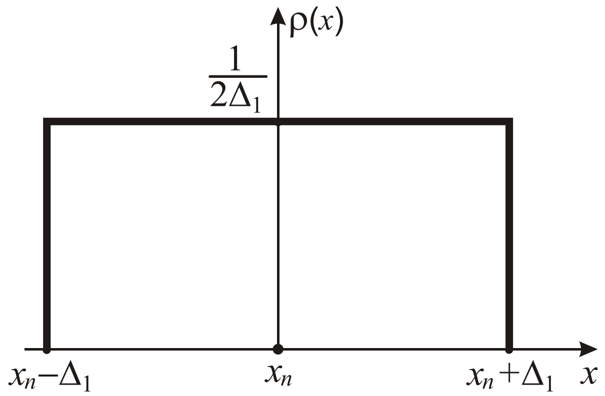
$$\rho(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x_{\max} - x_{\min}}, x\max_{min} \\ 0, x\max_{min} \end{cases}$$

Рисунок 3.3. Ентропія випадкової похибки до вимірювання.

$$H(x) = -\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} \cdot \ln\left(\frac{1}{x_{\max} - x_{\min}}\right) dx = -\frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} \cdot \ln\left(\frac{1}{x_{\max} - x_{\min}}\right) \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} dx =$$

$$= -\frac{1}{x_{\max} - x_{\min}} \cdot \ln\left(\frac{1}{x_{\max} - x_{\min}}\right) \cdot (x_{\max} - x_{\min}) = \ln(x_{\max} - x_{\min}).$$

2. Після проведення вимірювання одержали величину $x_n \pm \Delta_1$ з рівномірним законом розподілу (рис. 3.4):



$$\rho(x_n \pm \Delta_1) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta_1}; (x_n - \Delta_1) \le \Delta \le (x_n + \Delta_1) \\ 0; (x_n - \Delta_1) > \Delta > (x_n + \Delta_1) \end{cases}$$

Рисунок 3.4. Ентропія випадкової похибки після вимірювання.

$$H\left(\frac{x}{x_n}\right) = -\int_{x_n-\Delta_1}^{x_n+\Delta_1} \frac{1}{2\Delta_1} ln\left(\frac{1}{2\Delta_1}\right) dx = -\frac{1}{2\Delta_1}\big(x_n + \Delta_1 - (x_n - \Delta_1)\big)\, ln\left(\frac{1}{2\Delta_1}\right)$$
$$= -\, ln\left(\frac{1}{2\Delta_1}\right) = ln(2\Delta_1).$$

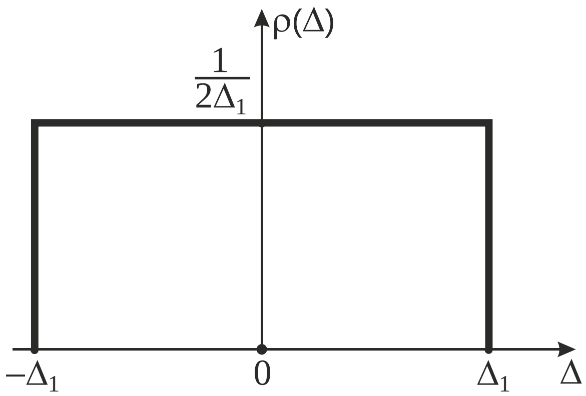
3. Кількість одержаної інформації:

$$I(x) = H(x) - H\left(\frac{x}{x_n}\right) = \ln\left(x_{\max} - x_{\min}\right) + \ln\frac{1}{2\Delta_1} = \ln\frac{x_{\max} - x_{\min}}{2\Delta_1}.$$

Таким чином, кількість інформації, одержаної при вимірюванні величини x з рівномірним законом розподілу та її похибки з таким же розподілом, дорівнює логарифму відношення динамічного діапазону вимірюваної величини до полоси невизначеності результату вимірювання величини x_n. Це відношення називають роздільною здатністю приладу для адитивної випадкової похибки. Кількість інформації дорівнює логарифму від роздільної здатності приладу.

Ентропія похибки або дезинформуюча дія похибки

1. Ентропія похибки з рівномірним законом розподілу



$$\rho(\Delta)=\begin{cases}\dfrac{1}{2\Delta_1};-\Delta_1\le\Delta\le\Delta_1\\ 0;-\Delta_1>\Delta>\Delta_1\end{cases}$$

$$H_{\text{рівн}}(\Delta)=-\int_{-\Delta_1}^{\Delta_1}\rho(\Delta)\cdot ln\big(\rho(\Delta)\big)\,d\Delta=-\int_{-\Delta_1}^{\Delta_1}\frac{1}{2\Delta_1}\cdot ln\left(\frac{1}{2\Delta_1}\right)d\Delta$$
$$=-\frac{1}{2\Delta_1}\cdot ln\left(\frac{1}{2\Delta_1}\right)\cdot 2\Delta_1=ln(2\Delta_1).$$

Дисперсія і СКВ рівномірного закону розподілу:

$$\sigma^2=\frac{\Delta_1^2}{3};\sigma=\frac{\Delta_1}{\sqrt{3}};\Delta_1=\sqrt{3}\sigma.$$

$$H_{\text{рівн}}(\Delta)=ln\,2\,\Delta_1=ln\,2\sqrt{3}\sigma$$

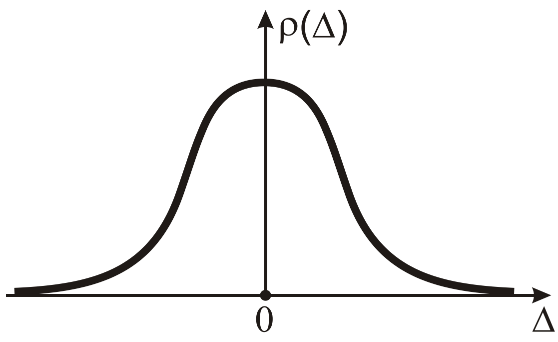
За ентропійне значення похибки Δ_E приймають максимальне її значення Δ_1, тоді співвідношення між ентропійним Δ_E і середньоквадратичним σ значеннями похибки характеризують ентропійним коефіцієнтом $K_E=\Delta_E/\sigma$:

$$H_{\text{рівн}}(\Delta)=ln\,2\,\Delta_1=ln\,2\,K_E\sigma,$$

а оскільки $\Delta_1=\sqrt{3}\sigma$, то $K_E=\sqrt{3}\approx 1{,}73$.

Ентропійний інтервал похибок: $d=2\Delta_E=exp\left(H_{\text{рівн}}(\Delta)\right)$.

2. Ентропія похибки з нормальним законом розподілу.



$$\rho(\Delta)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{\Delta^2}{2\sigma^2}}$$

$$H_{\text{норм}}(\mathit{\Delta}) = -\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathit{\Delta}) \cdot ln\big(\rho(\mathit{\Delta})\big)\, d\mathit{\Delta} = -\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathit{\Delta}) \cdot ln\left(\frac{1}{2\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\mathit{\Delta}^2}{2\sigma^2}}\right) d\mathit{\Delta} =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathit{\Delta}) \cdot ln\left(2\sigma\sqrt{2\pi} \cdot e^{\frac{\mathit{\Delta}^2}{2\sigma^2}}\right) d\mathit{\Delta}$$

$$= ln\big(\sigma\sqrt{2\pi}\big) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\mathit{\Delta}) d\mathit{\Delta} + \frac{1}{2\sigma^2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \mathit{\Delta}^2 \cdot \rho(\mathit{\Delta}) d\mathit{\Delta} =$$

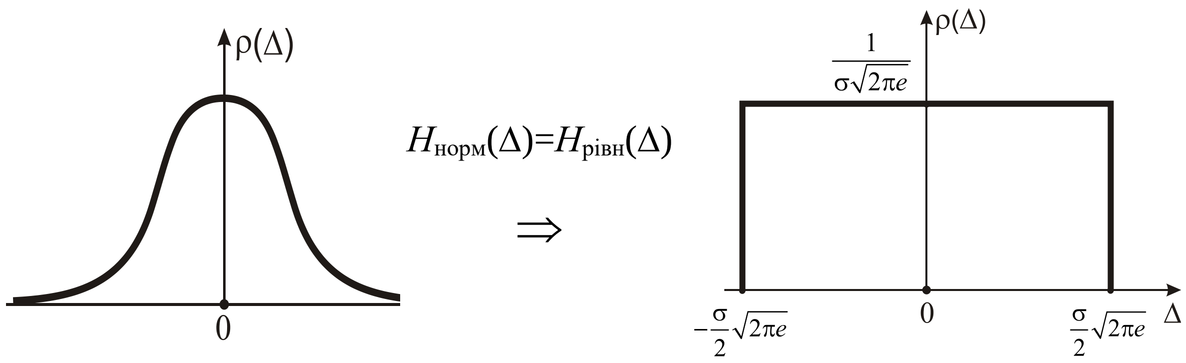
$$= ln\big(\sigma\sqrt{2\pi}\big) + \frac{\sigma^2}{2\sigma^2} = ln\big(\sigma\sqrt{2\pi}\big) + ln\sqrt{e} = ln\big(\sigma\sqrt{2\pi e}\big) = ln(2K_E\sigma).$$

Ентропійний коефіцієнт $K_E = \frac{\sqrt{2\pi e}}{2} = 2{,}07$, а ентропійний інтервал $d = \sqrt{2\pi e} \cdot \sigma = 4{,}133\sigma$.

3. Ентропійне значення похибки.

Для оцінки похибки з довільним законом розподілу використовують її ентропійне значення. В метрології *ентропійним значенням* похибки вимірювання прийнято вважати *найбільшу величину похибки при рівномірному законі розподілу*, що вносить таку ж дезинформаційну дію, як і похибка з будь-яким іншим законом розподілу густини ймовірності. Так, наприклад, якщо похибка розподілена нормально, то її ентропійне значення знайдемо, прирівнюючи ентропію нормального закону до ентропії рівномірного:

$H_{\text{норм}}(\Delta)=H_{\text{рівн}}(\Delta)=ln(2\Delta_1)$.



Основна перевага інформаційного підходу до описання вимірювань полягає в тому, що розмір ентропійного інтервалу невизначеності можна знайти строго математично для будь-якого закону розподілу. Це усуває непорозуміння при довільному виборі різних значень довірчої ймовірності.

Значення ентропійного коефіцієнта для різних законів розподілу наведені в табл.3.4.

Таблиця 3.4.

Залежність ентропійного коефіцієнта
від закону розподілу випадкової похибки

Закон розподілу	K_E
Нормальний (Гауса)	2,07
Трикутний (Сімпсона)	2,02
Стьюдента	1,9
Рівномірний	1,73

4. Ентропійне значення похибки, поданої гістограмою розподілу

Якщо на основі обмеженого числа вимірювань була побудована *ступінчаста гістограма*, то знайшовши її ентропію, можна затим замінити гістограму законом розподілу вибраної форми (рівномірним, нормальним чи іншим).

Нехай гістограма складається з m стовпців (рис. 3.5). Висота стовпця

$$\rho_j = \frac{n_i}{nd},$$

де $j = 1,2...m$ – кількість інтервалів; n – число всіх вимірювань;

n_i – число вимірювань, які попадають в j -й інтервал;

$d = \Delta_j - \Delta_{j-1}$ – ширина j -го інтервалу.

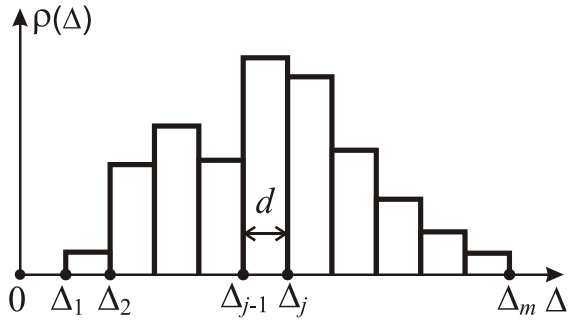


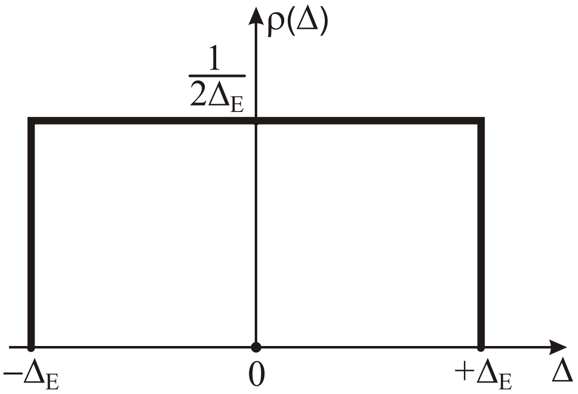
Рисунок 3.5. Гістограма розподілу випадкової похибки.

Ентропія похибок буде визначатись сумою ентропійних значень для кожного j -го інтервалу.

$$H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta}) = -\sum_{j=1}^{m}\int_{\mathit{\Delta}_{j-1}}^{\mathit{\Delta}_j}\frac{n_i}{nd}ln\left(\frac{n_i}{nd}\right)d\mathit{\Delta} = -\sum_{j=1}^{m}\frac{n_i}{nd}\cdot\left(\mathit{\Delta}_j-\mathit{\Delta}_{j-1}\right)\cdot ln\left(\frac{n_i}{nd}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{m}\frac{n_i}{n}\cdot ln\left(\frac{nd}{n_i}\right) = ln\left[d\prod_{j=1}^{m}\left(\frac{n}{n_i}\right)^{\frac{n_i}{n}}\right].$$

Прирівнюючи ентропію розподілу, представленого гістограмою, до ентропії рівномірного закону, одержимо ентропійне значення похибки Δ_E (рис. 3.6).



$$H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta}) = H_{\text{рівн}}(\mathit{\Delta}) = \ln 2\Delta_E$$

$$2\mathit{\Delta}_E = exp[H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta})]$$

Рисунок 3.6. Ентропійне значення похибки.

Якщо прирівняти ентропію гістограми до ентропії нормального закону, можна обчислити СКВ (σ) і, використовуючи це значення σ, побудувати графік нормального закону розподілу $\rho(\mathit{\Delta})$ (рис. 3.7).

$$H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta}) = H_{\text{норм}}(\mathit{\Delta}) = \ln\sigma\sqrt{2\pi e},$$

$$\sigma\sqrt{2\pi e} = e^{H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta})}, \sigma = \frac{1}{\sqrt{2\pi e}}\cdot e^{H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta})}.$$

$$\rho(\mathit{\Delta}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi e}}\cdot e^{H_{\text{гіст}}(\mathit{\Delta})}}\cdot e^{-\frac{\mathit{\Delta}^2}{2}}.$$

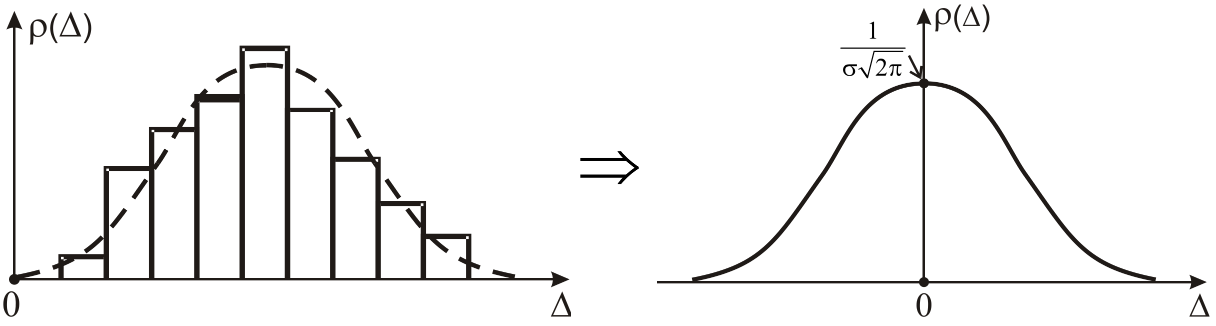


Рисунок 3.7. Заміна гістограми нормальним законом розподілу.

Деякі метрологи в галузі електронних вимірювань вважають *ентропійну* оцінку похибки більш точною і такою, що відповідає сучасному інформаційному підходу до характеристики процесу вимірювань фізичних величин. Інформаційний підхід дозволяє з єдиних позицій аналізувати вимірювальні пристрої, оптимізувати технічні характеристики і оцінити граничні можливості тих чи інших засобів вимірювань. Разом з тим, класичні методи також мають свої переваги і, як і раніше, широко застосовуються в метрології.

4 ВИМІРЮВАЛЬНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФІЗИЧНИХ ВЕЛИЧИН У ЦИФРОВИЙ ЕКВІВАЛЕНТ

4.1 Вимірювальні сигнали

Термін сигнал пов‘язаний з латинським словом **Signum** – знак. Сигнали служать умовними знаками для передавання повідомлень, в яких міститься певна інформація. Оскільки передавання повідомлень може здійснюватись тільки в матеріальній формі, то загалом **сигнал** – матеріальний носій інформації. **Вимірювальний сигнал** – це сигнал, що містить кількісну інформацію про вимірювану величину.

За певними характерними ознаками вимірювальні сигнали поділяють на групи (див. рис. 4.1):

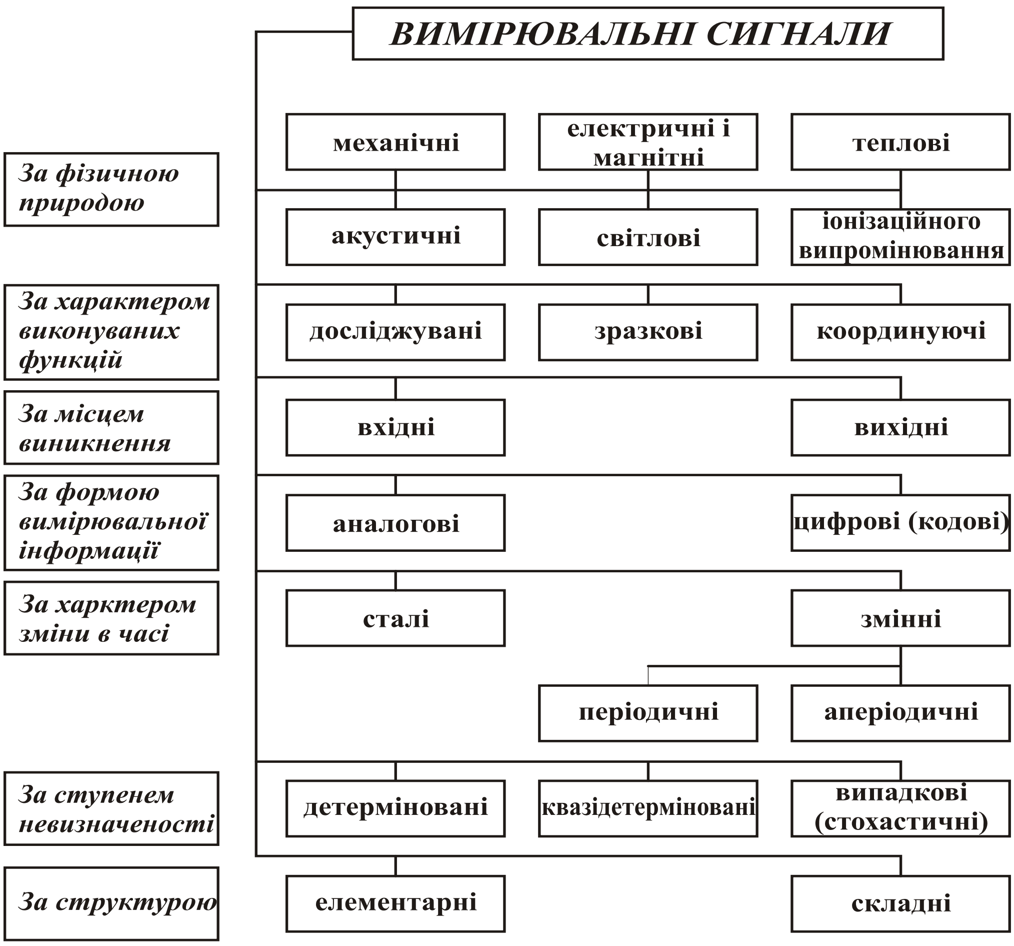


Рисунок 4.1. Класифікація вимірювальних сигналів.

Моделі сигналів

Вимірювальний сигнал як реальний об’єкт певної складності зі своїми властивостями існує в просторі і в часі. Для проектування засобів вимірювання, планування вимірювальних експериментів та оцінювання похибок вимірювань необхідно мати математичні моделі сигналів.

1. **Сталий** сигнал не змінюється в часі (рис. 4.2)

$$x(t) = X_0 = \text{const}.$$

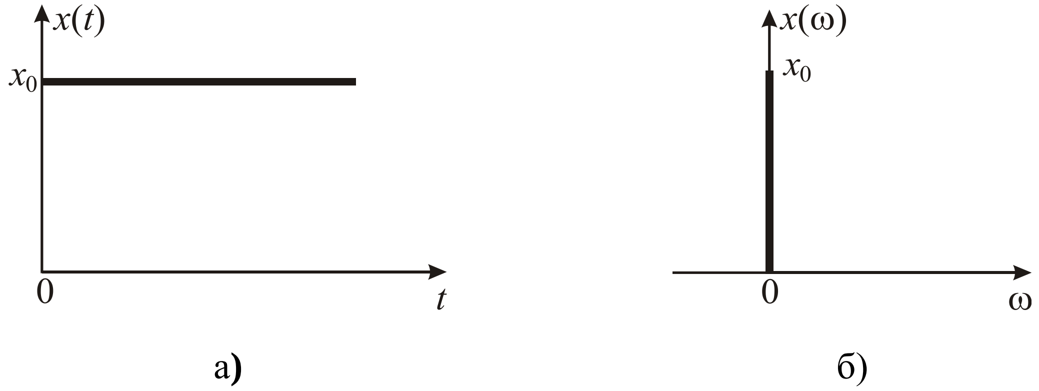


Рисунок 4.2. Сталий сигнал в часі (а), в частотной області (б).

2. **Гармонічний** або **синусоїдний** сигнал (рис. 4.3):

$$x(t) = X_m\, sin(\omega t + \phi_0)$$

де X_m – амплітуда сигналу;

$\omega t + \varphi_0 = \varphi$ – фаза сигналу;

$\omega = 2\pi f$ – колова частота,

φ_0 – початкова фаза.

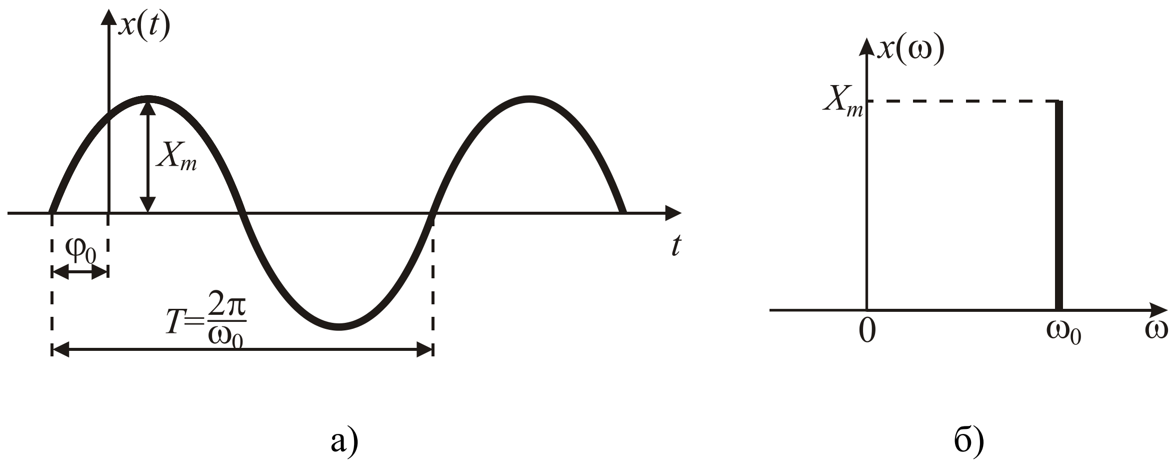


Рисунок 4.3. Гармонічний сигнал в часі (а), в частотной області (б).

Гармонічний сигнал є елементарним періодичним сигналом. У вимірювальній техніці широко застосовують складні періодичні сигнали, до яких належать послідовності імпульсів прямокутної, трикутної, експоненціальної та інших форм.

Характеристики періодичних сигналів

Кожний періодичний сигнал $x(t)$ незалежно від форми характеризують такі його параметри:

- амплітудне або максимальне значення за період X_m;
- середнє значення за період або стала складова $\bar{x} = x_0 = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$;
- середнє випрямлене значення $\bar{x}_{\text{св}} = \frac{1}{T}\int_0^T |x(t)|dt$;
- середнє квадратичне (діюче, ефективне) значення $\bar{x}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$.

Параметри $\bar{x}$, $\bar{x}_{\text{св}}, \bar{x}_{\text{кв}}$ називають інтегральними (енергетичними) характеристиками сигналу.

Крім вказаних вище параметрів, для характеристики періодичних сигналів використовують спеціальні коефіцієнти:

- коефіцієнт амплітуди $K_a = \frac{X_m}{\bar{x}_{\text{кв}}}$;
- коефіцієнт форми $K_ф = \frac{\bar{x}_{\text{кв}}}{\bar{x}_{\text{св}}}$;
- коефіцієнт усереднення $K_y = \frac{X_m}{\bar{x}_{\text{св}}} = K_a \cdot K_ф$.

Середньоквадратичне значення сигналу є ***єдиною істинною мірою його потужності.*** Більшість вольтметрів проградуйовано в середньоквадратичних значеннях напруги. В табл. 4.1 наведені значення коефіцієнтів амплітуди і форми для сигналів різної форми.

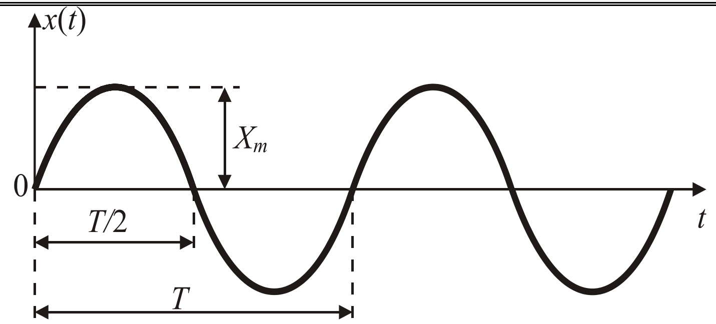
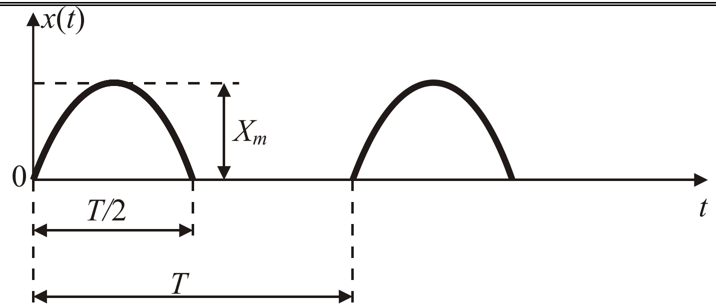
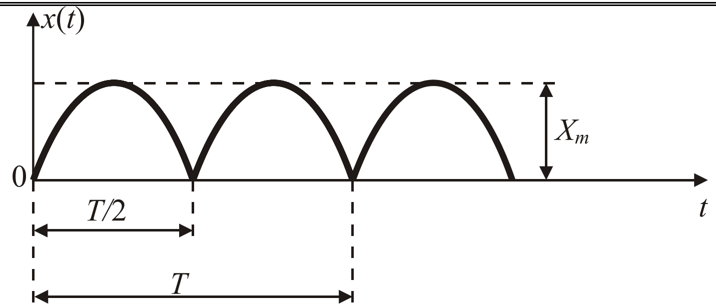
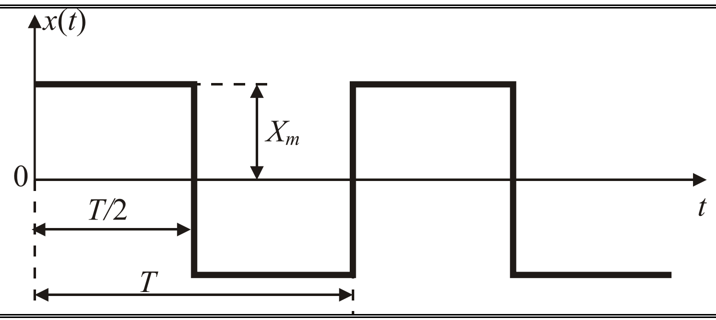
Найпоширенішими сигналами, які використовуються в засобах вимірювання, є аналогові та цифрові (кодові).

Аналоговим називають сигнал, інформативний параметр якого є неперервною функцією вимірюваної величини.

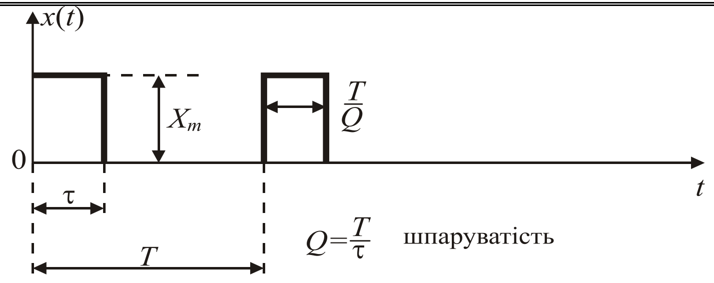
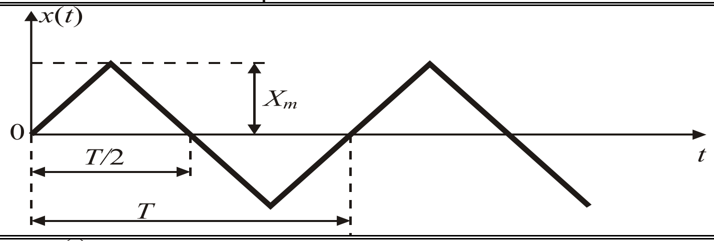
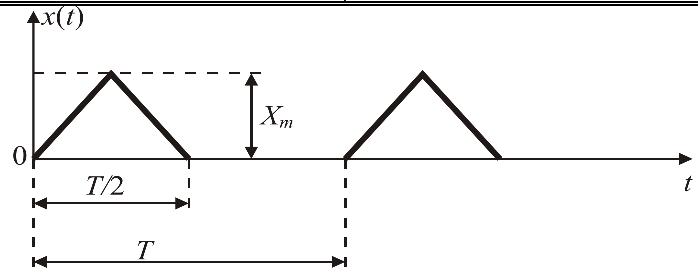
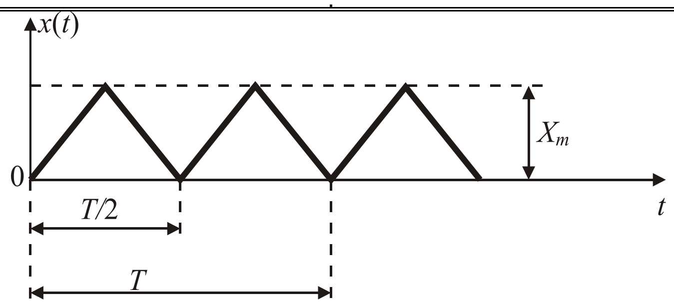
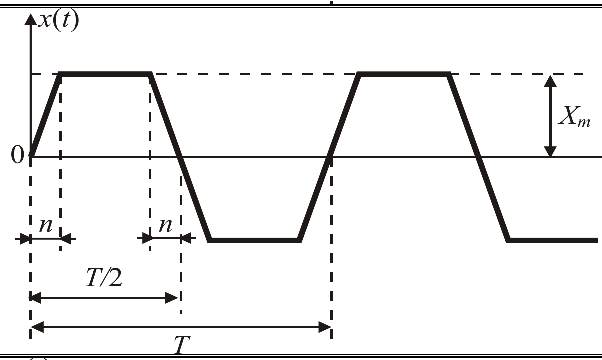
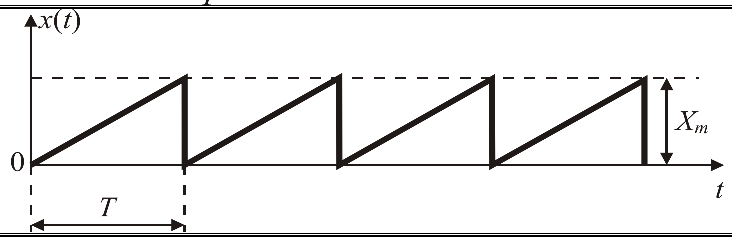
Цифровим (кодовим) сигналом називають сигнал, інформативним параметром якого є число (код), що відображає розмір вимірюваної величини.

Таблиця 4.1.

Значення коефіцієнтів амплітуди і форми для сигналів різної форми

№ п/п	Форма кривої сигналу	Коефіцієнт амплітуди $K_а$	Коефіцієнт форми $K_ф$
1		$\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$
2		2	$\frac{\pi}{\sqrt{2}}$
3		$\sqrt{2}$	$\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$
4		1	1

Продовження таблиці 4.1.

№ п/п	Форма кривої сигналу	Коефіцієнт амплітуди $K_а$	Коефіцієнт форми $K_ф$
5		$\sqrt{Q}$	$\sqrt{Q}$
6		$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
7		$\sqrt{6}$	$\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
8		$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
9		$\frac{1}{\sqrt{1-\frac{8}{3n}}}$	$\frac{\sqrt{1-\frac{8}{3n}}}{1-\frac{2}{n}}$
10		$\sqrt{3}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

4.2 Вимірювальне перетворення аналогового сигналу в цифровий еквівалент

В цифрових вимірювальних приладах аналоговий сигнал піддається певним перетворенням, а саме квантуванню за розміром інформативного параметра та дискретизації в часі. Дискретизація і квантування аналогового сигналу передують цифровому кодуванню. Вони є проміжними у перетворенні аналогового сигналу у цифровий кодовий сигнал, метою якого є підвищення якості перетворення і передавання вимірювальної інформації, оскільки цифрові вимірювальні прилади порівняно з аналоговими мають більш високу точність.

Дискретизація – вимірювальне перетворення неперервного в часі сигналу $X(t)$ в послідовність миттєвих значень цього сигналу $X_k = X(k\Delta t)$, які відповідають моментам часу $k\Delta t$, де $k = 1, 2, \ldots n$. Інтервал часу між двома найближчими моментами дискретизації Δt називають **кроком дискретизації**, а зворотну йому величину $f_\partial = \frac{1}{\Delta t}$ – **частотою дискретизації.**

Процес дискретизації неперервного сигналу показано на рис. 4.4.

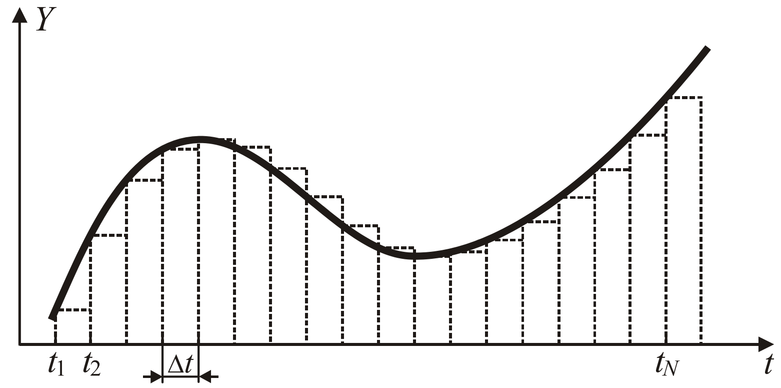


Рисунок 4.4. Дискретизації неперервного сигналу.

Крок дискретизації повинен бути оптимальним, тобто достатньо малим, щоб забезпечити високу точність відтворення сигналу $X(t)$, але й не занадто малим, щоб не було зайвих відліків, які дають надлишкову інформацію.

Дискретизація буває рівномірною (Δt = const) і нерівномірною (Δt – змінна величина). На практиці найбільш поширена рівномірна дискретизація.

Квантуванням називають вимірювальне перетворення, яке полягає в дискретизації сигналів за їх інтенсивністю, тобто заміні їх миттєвих значень дискретними розмірами (рівнями). Під час квантування неперервний за розміром сигнал $x(t)$ перетворюється в квантований сигнал $x_{кв}(t)$, який змінюється сходинково. Різницю $\Delta x_{кв} = x_{кв i+1} - x_{кв i}$ між двома сусідніми детермінованими значеннями квантованого сигналу називають **кроком квантування q_x.**

Квантування може бути рівномірним (якщо $q_x = \text{const}$), або нерівномірним (якщо $q_x = var$). Заміна миттєвого значення x_i неперервного сигналу $x(t)$ в момент часу t_i квантова ним значенням $x_{\text{кв}i}$ і призводить до виникнення похибки квантування (рис. 4.4):

$$\Delta_{x_Д} = \Delta_{кві} = x_{\text{кв}i} - x_i = N_i q_x - x_i,$$

де $\Delta_{x_Д}$– абсолютна похибка дискретизації.

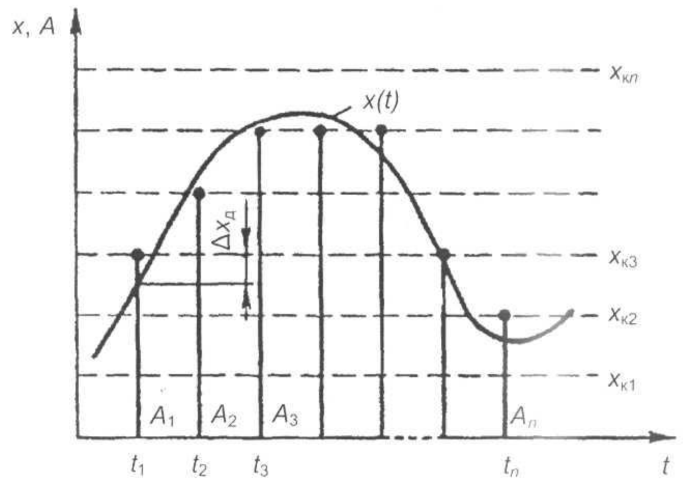
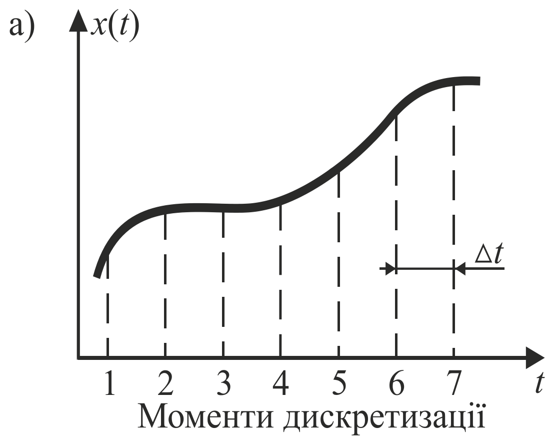


Рис. 4.4. Квантування за рівнем і дискретизація в часі неперервної вимірювальної величини.

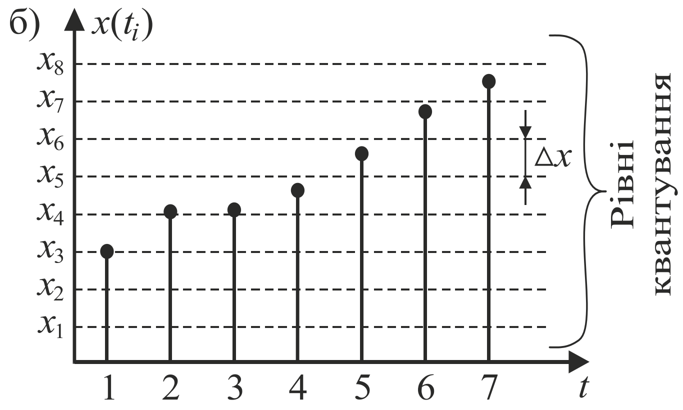
Внаслідок дискретизації та квантування неперервний аналоговий сигнал перетворюється у послідовність імпульсів $x_{\text{кв}}(t_i)$ (рис. 4.5. (в)), амплітуда яких чисельно дорівнює певній кількості кроків квантування Nq_x (N = 1, 2, 3, ...n) інформативного параметра сигналу.

Цифровий (кодовий сигнал) утворюється із аналогового після дискретизації та квантування його інформативного параметра та подальшого цифрового кодування амплітуд одержаних імпульсів у формі кількості кроків квантування. Описані перетворення графічно пояснюються на рис. 4.5.

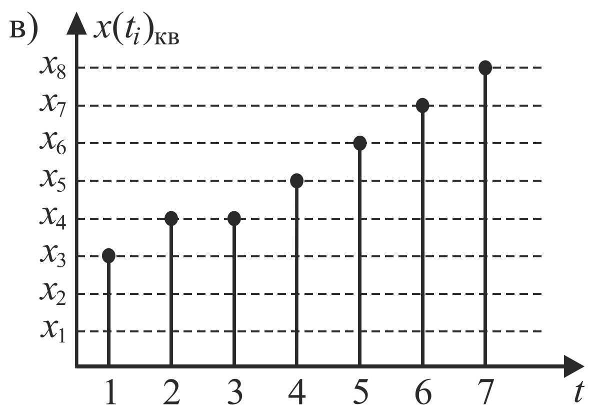
Вимірювальний сигнал $x(t)$ являє собою неперервну функцію часу. Дискретизація виконується з інтервалом Δt. Моменти дискретизації відмічені на рис. 4.5 (а) цифрами 1, 2, … 9. Значення сигналу $x(t_i)$, що одержані після дискретизації, точно відповідають миттєвим значенням функції $x(t)$ (рис. 4.5 (б)). Рівні квантування розташовані один від одного на відстані Δx.



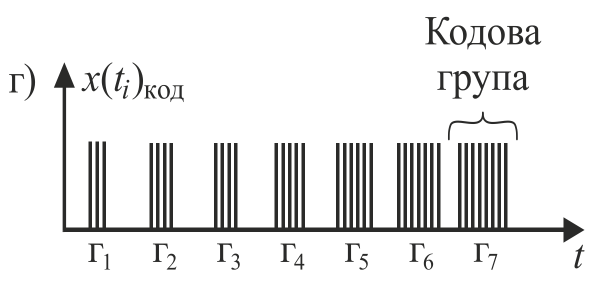
Дискретизація



Квантування



Квантування за рівнем зводиться до округлення дискретних значень до найближчого рівня



Перетворення квантованого сигналу $x(t_i)_{кв}$ в цифровий код (наприклад, число імпульсів в кодовій групі прямопропорційне рівню квантового сигналу)

Рисунок 4.5. Перетворення аналогового сигналу у цифровий код.

Як видно з цього рисунка, частина дискретних значень сигналу буде знаходитись в проміжках між рівнями квантування. Процес квантування за рівнем зводиться до ***округлення*** дискретних значень сигналу до значень, які відповідають найближчим дозволеним рівням. На рис. 4.5 (в) округлення проведено в сторону зменшення для квантованого значення в момент часу 1 (вибирається рівнем x_3). В момент 3 значення сигналу перевищує рівень x_4 на величину, більшу ніж $\Delta x/2$. Тоді квантова не значення приймається рівнем x_5. На рис. 4.5 (г) показано для прикладу результат перетворення квантованого сигналу $x(t_i)_{\text{кв}}$ в цифровий код через ***число імпульсів в кодовій групі***, яке прямо пропорційне рівню квантованого сигналу.

При ***цифровому кодуванні*** у вимірювальній техніці операцію відображення розміру квантованого сигналу числами виражають у певній системі числення, а саме застосовують десяткову, двійкову, двійково-десяткову, та інше. **Код** – це сукупність символів і правил їх використання для передавання інформації у просторі (від об’єкта до об’єкта) і в часі (зберігання, запам’ятовування тощо).

Вимірювальний процес, який охоплює дискретизацію, квантування та цифрове кодування неперервного сигналу, називається **аналого-цифровим перетворенням**, а вимірювальний перетворювач, який автоматично здійснює цей процес і виробляє цифрові (кодові) сигнали вимірювальної інформації про числові значення вимірюваної величини, – **аналого-цифровим перетворювачем (АЦП).** АЦП є основним вузлом цифрових вимірювальних приладів.

Вимірювальний перетворювач, який здійснює перетворення сигналу обернено до аналого-цифрового, тобто перетворення цифрового сигналу в аналоговий, називають **цифро-аналоговим перетворювачем (ЦАП)**.

Вихідною передумовою можливості побудови цифрових вимірювальних приладів, зокрема АЦП і ЦАП, служить відома в радіотехніці *теорема Котельникова* (теорема відліків), відповідно до якої, якщо неперервний сигнал $U(t)$ має спектр, обмежений деякою верхньою частотою f_{max}, тоді він може бути однозначно і без втрат відновлений за своїми дискретними відліками, взятими з частотою $f_{\text{Д}} = 2f_{max}$, або інакше, за відліками, взятими з періодом дискретизації $T_{\text{Д}} = 1/f_{max}$.

4.3 Похибки квантування за інтенсивністю

Похибка квантування є методичною похибкою відображення неперервної за розміром величини обмеженим за кількістю розрядів числом, тобто за фізичною природою являє собою похибку округлення, а тому її значення залежить від способу округлення та від розміру кроку квантування.

Для найпоширенішого способу квантування з рівномірним кроком і округленням до ближчого рівня граничне значення похибки не перевищує половини кроку квантування, тобто $\Delta_{\text{квгр}} = \pm 0{,}5 q_x$, а при заокругленні до меншого чи більшого рівня похибки досягає розміру кванта q_x.

Приклад 1. Визначити похибку квантування при вимірюванні величини x_0 (рис. 4.6).

Розв'язання.

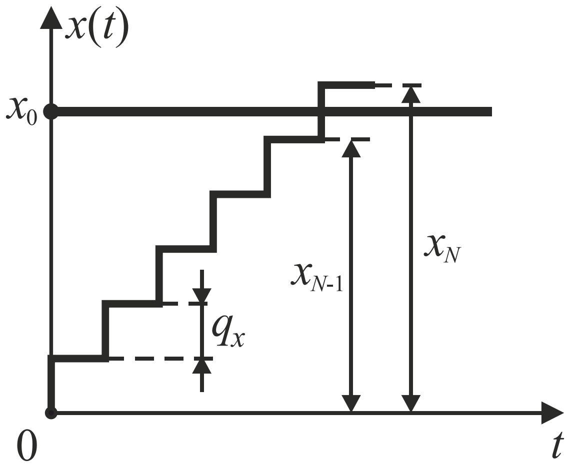


Рисунок 4.6. Квантування неперервного сигналу.

Провівши операцію квантування, за результат вимірювання можна прийняти x_N або x_{N-1}. Визначимо похибки квантування для цих двох результатів.

1. У випадку, коли результатом вимірювання буде $x_N = Nq_x$, одержимо похибку квантування з ***надлишком***:

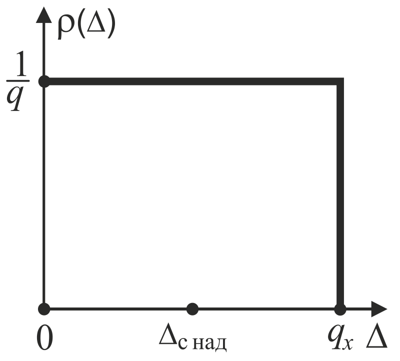
$$\Delta_{\text{квнад}} = x_N - x_0 = Nq_x - x_0,$$

де x_0 – істинне значення.

Похибка квантування з надлишком приймає значення $\Delta_{\text{квнад}} = 0 \dots q_x$.

Систематична похибка $\Delta_{\text{кв над}}$ перетворюється у випадкову, оскільки значення x_0 невідоме.

Закон розподілу похибки $\Delta_{\text{кв над}}$ рівномірний (рис. 4.7):



$$\rho(\Delta) = \begin{cases} \dfrac{1}{q_x}, 0 \le \Delta \le q_x \\ 0, 0 > \Delta > q_x \end{cases}$$

Рисунок 4.7. Правобічний закон розподілу.

Математичне очікування (систематична похибка):

$$\boldsymbol{M_{\text{над}} = \Delta_{\text{снад}} = \frac{q_x}{2}}.$$

Дисперсія:

$$D_{\text{над}} = \sigma^2_{\text{над}} = \int_0^{q_x} \left(\Delta - \frac{q_x}{2}\right)^2 \frac{1}{q_x} d\Delta = \frac{1}{q_x} \int_0^{q_x} \left(\Delta^2 - \Delta q_x + \frac{q_x^2}{4}\right) d\Delta = \frac{q_x^2}{12}.$$

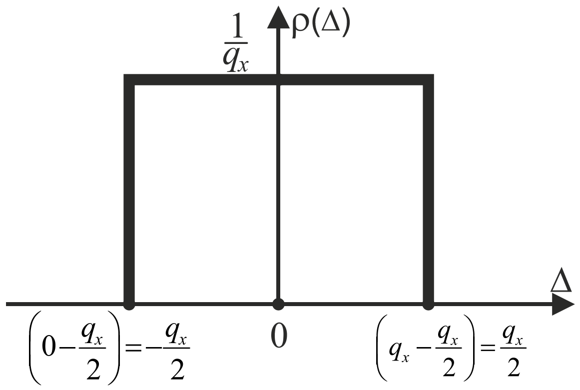
Середньоквадратичне відхилення (СКВ):

$$\sigma_{\text{над}} = \frac{q_x}{2\sqrt{3}}.$$

Результат вимірювання з врахуванням поправки П:

$$x_0 = x_N + \Pi = x_N - \Delta_{\text{метод}} = x_N - \Delta_{\text{снад}} = Nq_x - \frac{q_x}{2} = \left(N - \frac{1}{2}\right) q_x.$$

Введемо поправку в розподіл похибки квантування з надлишком (рис. 4.8):



$$\Delta_{\text{квнад}} = -\frac{q_x}{2} \ldots \frac{q_x}{2}$$

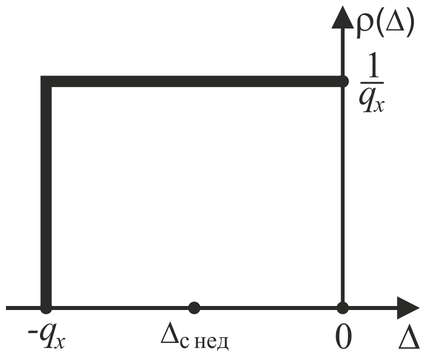
Рисунок 4.8. Закон розподілу після врахування поправки.

2. У випадку, коли за результат вимірювання буде прийнято $x_{N-1} = (N-1)q_x$, одержимо похибку квантування з ***нестачею***:

$$\Delta_{\text{квнед}} = x_{N-1} - x_0 = (N-1)q_x - x_0.$$

$$\Delta_{\text{квнад}} = -q_x \dots 0.$$

Закон розподілу похибки $\Delta_{\text{кв нед}}$ рівномірний (рис. 4.9):



$$\rho(\Delta) = \begin{cases} \dfrac{1}{q_x}, -q_x \le \Delta \le 0 \\ 0, -q_x > \Delta > 0 \end{cases}$$

Рисунок 4.9. Лівобічний закон розподілу.

Математичне очікування: $\boldsymbol{M_{\text{над}} = \Delta_{\text{снед}} = -\frac{q_x}{2}}$.

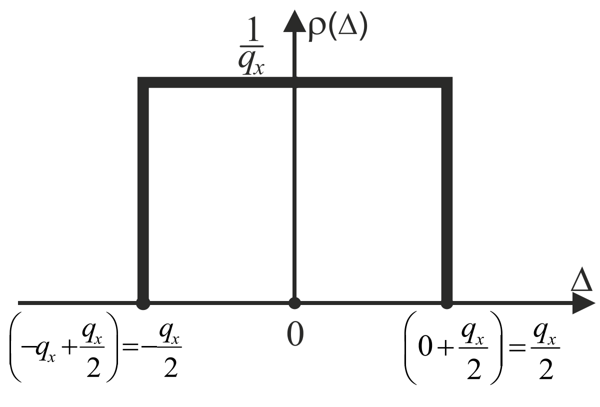
Дисперсія: $D_{\text{нед}} = \sigma^2_{\text{нед}} = \int_{-q_x}^{0} \left(\Delta + \frac{q_x}{2}\right)^2 \frac{1}{q_x} d\Delta = \frac{1}{q_x} \int_{0}^{q_x} \left(\Delta^2 + \Delta q_x + \frac{q_x^2}{4}\right) d\Delta = \frac{q_x^2}{12}$.

СКВ: $\sigma_{\text{нед}} = \frac{q_x}{2\sqrt{3}}$.

Результат вимірювання з врахуванням поправки П:

$$x_0 = x_{N-1} + \Pi = x_N - \Delta_{\text{метод}} = x_{N-1} - \Delta_{\text{снед}} = (N-1)q_x + \frac{q_x}{2} = \left(N - \frac{1}{2}\right) q_x.$$

З урахуванням поправки П розподіл похибки з недостачею має вид (рис. 4.10):



$$\Delta_{\text{квнед}} = -\frac{q_x}{2} \dots \frac{q_x}{2}$$

Рисунок 4.10. Закон розподілу після врахування поправки.

Розподіл похибки квантування з недостачею має такий же вигляд, як і при квантуванні з надлишком.

4.4 Похибки квантування в часі

Приклад 2. Визначити похибку квантування при вимірюванні тривалості імпульса напруги.

Як приклад дискретизації розглянемо часоімпульсне перетворення, яке використовується в цифрових вольтметрах постійного струму. Часові діаграми часоімпульсного перетворення зображені на рис. 4.

Нехай в результаті ряду перетворень створюється імпульс U_x тривалістю

$$t_x = t_2 - t_1 = K \cdot U_x,$$

де K – масштабний коефіцієнт.

Цей імпульс подається на один із входів *часового селектора*, а на другий вхід постійно надходять лічильні імпульси U_0 з генератора лічильних імпульсів частотою f_0 (як показано на рис. 4.11).

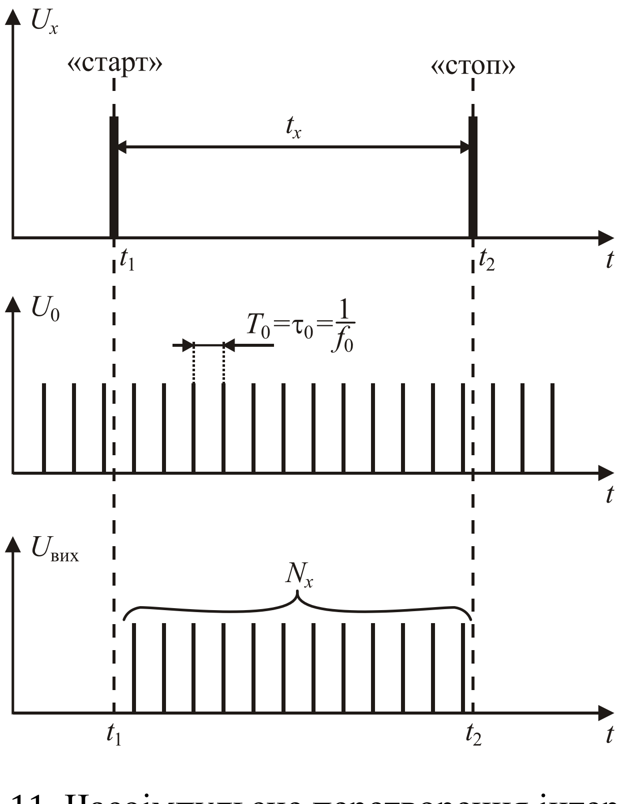


Рисунок 4.11. Часоімпульсне перетворення інтервалу часу.

Кількість імпульсів N_x, які заповнюють часовий інтервал t_x визначається за формулою

$$N_x = \frac{t_x}{\tau_0} = t_x \cdot f_x,$$

де $T_0 = \tau_0$ – період проходження лічильних імпульсів, звідки

$$t_x = N_x \cdot \tau_0 = \frac{N_x}{f_0}.$$

Отже часовий інтервал t_x перетворюється у відповідну йому кількість імпульсів N_x, тобто в цифровий код.

Похибка перетворення напруги U_x в цифровий код N_x за допомогою часоімпульсного АЦП визначається переважно трьома складовими

$$\Delta U_x = \Delta t_x + \Delta f_0 + \Delta_{\text{кв}},$$

де Δt_x – похибка перетворення вимірюваної напруги U_x в часовий інтервал t_x;

Δf_0 – похибка від нестабільності частоти f_0 проходження лічильних імпульсів;

$\Delta_{\text{кв}}$ – похибка квантування.

Для практичного виключення складової Δf_0 в АЦП використовують кварцеві генератори лічильних імпульсів, відносна нестабільність Δf_0 яких дуже мала.

Похибка квантування $\Delta_{\text{кв}}$ є методичною похибкою відображення неперервної аналогової величини (часового інтервалу t_x) цілою кількістю періодів T_0 і виникає тоді, коли інтервал t_x не є кратним T_0.

Вимірюваний інтервал t_x, обмежений імпульсами «старт» і «стоп» (рис. 4.12), квантують на N_x інтервалів тривалістю T_0 (*крок квантування*), заповнюючи його квантуючими імпульсами.

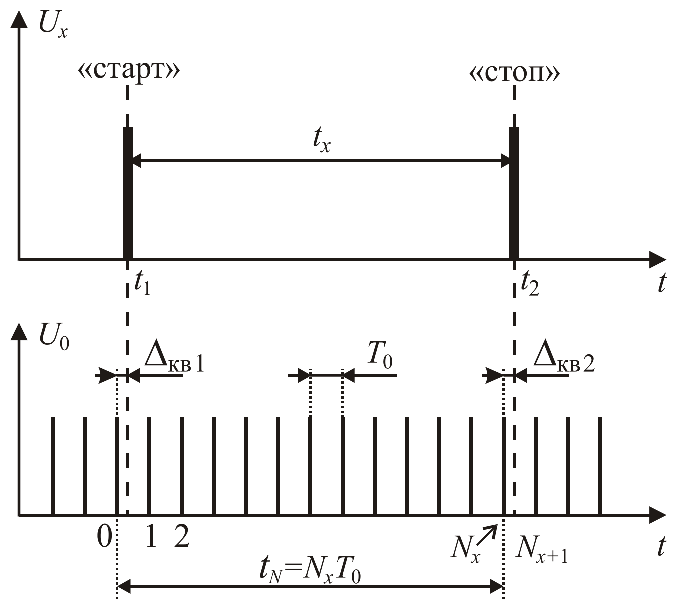


Рисунок 4.12. Похибки квантування при часоімпульсному перетворенні.

Оскільки «старт» і «стоп» імпульси можуть з’являтись в будь-які моменти часу, то вони можуть не збігатись в часі з лічильними імпульсами U_0. У такому разі кількість N_x лічильних імпульсів, які з’являються на виході АЦП за час t_x відображає якийсь інтервал часу $t_N = N_x\ T_0$, який не дорівнює t_x, тобто виникає похибка квантування $\Delta_{кв}$

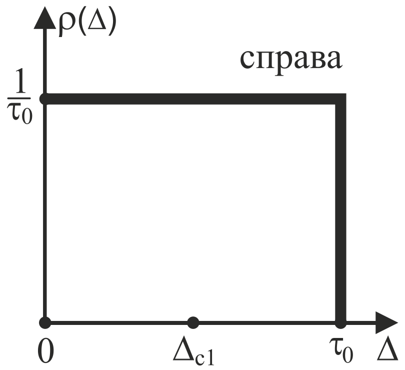
$$\Delta_{кв} = t_N - t_x = N_x \cdot T_0 - t_x = \Delta_{кв1} - \Delta_{кв2},$$

де $\Delta_{кв\ 1}$ – додатна похибка квантування, яка входить в t_N і не входить в t_x, дорівнює часовому інтервалу між нульовим лічильним імпульсом і «старт» імпульсом;

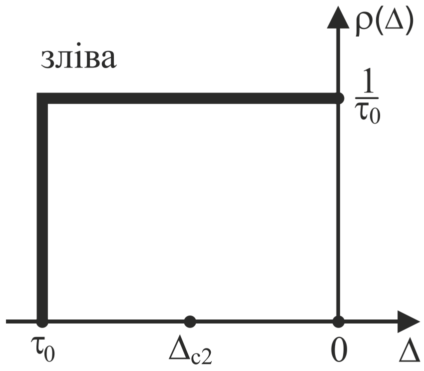
$\Delta_{кв\ 2}$ – від’ємна похибка квантування, яка входить в t_x і не входить в t_N, дорівнює часовому інтервалу між останнім лічильним імпульсом N_x і «стоп» імпульсом.

Максимальне значення абсолютної похибки квантування $\Delta_{кв} = \pm T_0$, максимальне значення відносної похибки квантування $\delta_{кв} = \pm\frac{T_0}{t_x} \cdot 100\%$.

Закони розподілу похибок $\Delta_{кв\ 1}$ і $\Delta_{кв\ 2}$ рівномірні та несиметричні ($T_0 = \tau_0$), див. рис. 4.13.



$$\rho(\Delta_{кв\ 1}) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_0}, 0 \le \Delta_{кв\ 1} \le \tau_0 \\ 0{,}0 > \Delta_{кв\ 1} > \tau_0 \end{cases}$$



$$\rho(\Delta_{кв\ 2}) = \begin{cases} \frac{1}{\tau_0}, -\tau_0 \le \Delta_{кв\ 2} \le 0 \\ 0, -\tau_0 > \Delta_{кв\ 2} > 0 \end{cases}$$

Рисунок 4.13. Закони розподілу похибок.

Знайдемо систематичну похибку справа:

$$\varDelta_{c\ 1} = \int_0^{\tau_0} \varDelta t \cdot \rho(\varDelta_{\text{кв}\ 1}) d\varDelta t = \int_0^{\tau_0} \varDelta t \cdot \frac{1}{\tau_0} d\varDelta t = \frac{1}{\tau_0} \cdot \frac{(\varDelta t)^2}{2}\Big|_0^{\tau_0} = \frac{\tau_0}{2}.$$

Систематична похибка зліва:

$$\varDelta_{c\ 2} = \int_{-\tau_0}^{0} \varDelta t \cdot \rho(\varDelta_{\text{кв}\ 2}) d\varDelta t = \int_{-\tau_0}^{0} \varDelta t \cdot \frac{1}{\tau_0} d\varDelta t = \frac{1}{\tau_0} \cdot \frac{(\varDelta t)^2}{2}\Big|_{-\tau_0}^{0} = -\frac{\tau_0}{2}.$$

Сумарна систематична похибка:

$$\varDelta_{\Sigma} = \varDelta_{c1} + \varDelta_{c2} = \frac{\tau_0}{2} - \frac{\tau_0}{2} = 0.$$

Знайдемо дисперсію законів розподілу:

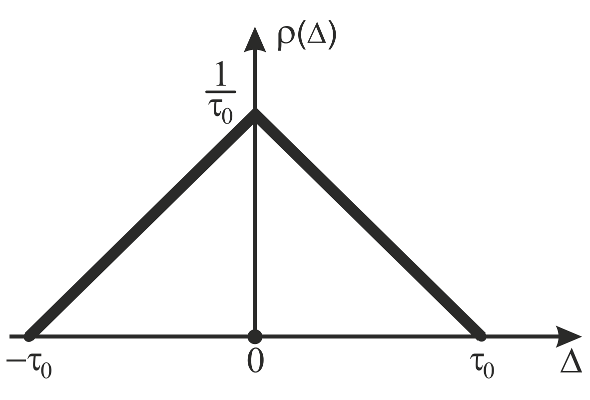
$$\sigma_1^2 = \int_0^{\tau_0} \left(\varDelta t - \frac{\tau_0}{2}\right)^2 \rho(\varDelta_{\text{кв}1}) d\varDelta t = \int_0^{\tau_0} \left(\varDelta t - \tau_0 \cdot \varDelta t + \frac{\tau_0^2}{4}\right)^2 \frac{1}{\tau_0} d\varDelta t$$
$$= \frac{1}{\tau_0}\left[\frac{(\varDelta t)^3}{3} - \tau_0 \frac{(\varDelta t)^2}{2} + \frac{\tau_0^2}{4} \varDelta t\right]\Bigg|_0^{\tau_0} = \frac{\tau_0^2}{12}.$$

$$\sigma_2^2 = \int_{-\tau_0}^{0} \left(\varDelta t + \frac{\tau_0}{2}\right)^2 \rho(\varDelta_{\text{кв}2}) d\varDelta t = \int_{-\tau_0}^{0} \left(\varDelta t + \tau_0 \cdot \varDelta t + \frac{\tau_0^2}{4}\right)^2 \frac{1}{\tau_0} d\varDelta t = \frac{\tau_0^2}{12}.$$

$$\sigma_{\Sigma}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 = \frac{\tau_0^2}{12} + \frac{\tau_0^2}{12} = \frac{\tau_0^2}{6},$$

де $\sigma_{\Sigma} = \sqrt{\sigma_{\Sigma}^2} = \frac{\tau_0}{\sqrt{6}}$ – середньоквадратичне відхилення похибки квантування.

Закон розподілу сумарної похибки квантування буде трикутним і симетричним (рис. 4.14):



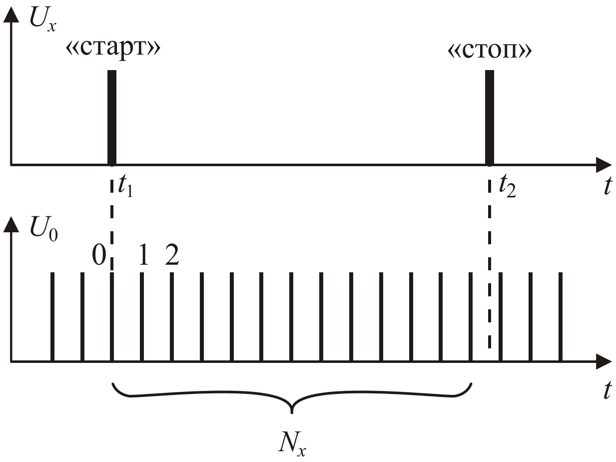
$$\rho(\varDelta) = \frac{1}{\tau_0}\left(1 - \left|\frac{\varDelta t}{\tau_0}\right|\right), -\tau_0 \le \varDelta t \le \tau_0$$

$$\varDelta_{\text{квmax}} = \pm\tau_0$$

$$\delta_{\text{квmax}} = \frac{\pm\tau_0}{t_N} = \pm\frac{\tau_0}{N_x \cdot \tau_0} = \pm\frac{1}{N_x}$$

Рисунок 4.14. Закон розподілу сумарної похибки квантування.

Одним із способів зменшення похибки квантування часового інтервалу є синхронізація моменту запуску старт-імпульса з одним із лічильних імпульсів, як показано на рис. 4.15.



Тоді $\Delta_{кв1} = 0$,

$$\Delta_{кв2} = \Delta_{кв} = \tau_0,$$

а

$$\sigma(\Delta_{кв2}) = \frac{\tau_0}{2\sqrt{3}},$$

тобто СКВ похибки зменшується.

Рисунок 4.15. Квантування часового інтервалу.

5 ЗАСОБИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

5.1 Класифікація і основні характеристики засобів вимірювальної техніки

Засіб вимірювання − це технічний засіб (або їх комплекс), призначений для вимірювань, який має нормовані метрологічні характеристики, який відтворює і (або) зберігає одиницю фізичної величини (ФВ), розмір якої приймається незмінним (в границях встановленої похибки) на протязі відомого інтервалу часу.

Засіб вимірювання (ЗВ) є узагальненим поняттям, яке об'єднує різноманітні конструктивно закінчені пристрої, що реалізують одну з двох функцій:

− відтворюють величину заданого розміру. Наприклад, гиря − задану масу, магазин опорів − ряд дискретних значень опорів;

− виробляють сигнал (показ), який містить інформацію про значення вимірюваної величини. Покази засобу вимірювання безпосередньо сприймаються органами чуття, або вони недоступні сприйняттю людиною і використовуються для перетворення іншими засобами.

Засіб вимірювання повинен містити пристрої (блоки, модулі), які використовують ці елементарні операції. В їх число входять вимірювальні перетворювачі, міри і пристрої порівняння (компаратори).

Узагальнена структурна схема засобу вимірювання наведена на рис. 5.1.

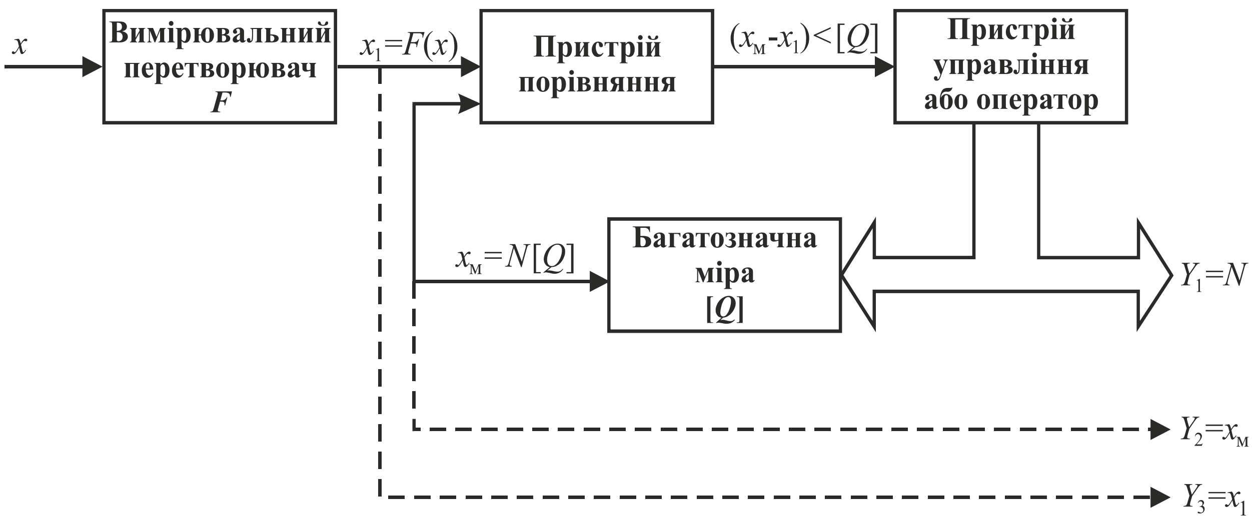


Рисунок 5.1. Структурна схема засобу вимірювання.

Приклад 1.

Розглянемо структурні елементи аналогового електромеханічного амперметра магнітоелектричної системи, який призначений для вимірювання постійного струму. Його схема представлена на рис. 5.2.

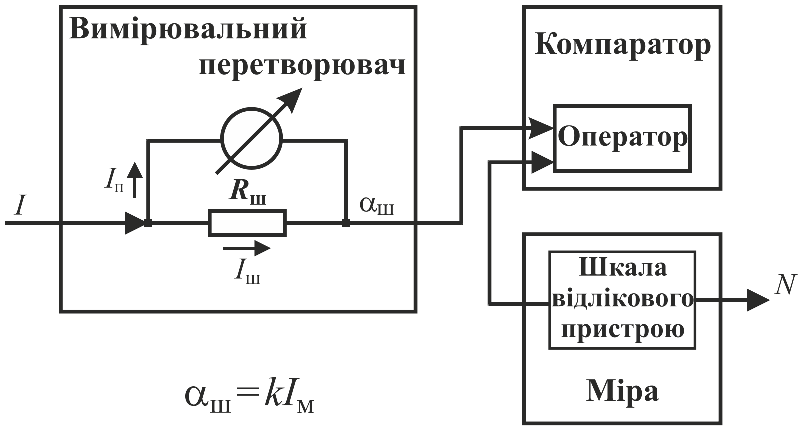


Рисунок 5.2. Структурна схема аналогового електромеханічного амперметра.

Амперметр складається з електромеханічного вимірювального перетворювача (ЕМВП) магнітоелектричної системи і паралельно підключеного до нього шунта $R_ш$. ЕМВП представляє собою закріплену на осі рухому легеньку котушку з дроту опором $R_п$, через яку тече струм $I_п$. Котушка знаходиться у рівномірному магнітному полі, створеному постійним магнітом. При проходженні струму через котушку відбувається поворот рамки і закріпленої на ній стрілки на кут, пропорційний струму $I_п$.

Шунт призначений для ділення вимірюваного струму I на малий струм $I_п$, що проходить через ЕМВП, і великий $I_ш$, що протікає через шунт. Струм $I_п$ прямо пропорційний вимірюваному струму I:

$$I_n = I\,\frac{R_ш}{R_ш + R_n}.$$

Значить, шунт являє собою вимірювальний перетворювач, що перетворює вимірюваний струм в пропорційне йому значення струму $I_п$. Цей струм, проходячи через ЕМВП, викликає відхилення стрілки на кут α, пропорційний даному струму:

$$\alpha = f(I_n) = \frac{BSNI_n}{W},$$

де B − магнітна індукція, Тл; N − число витків вимірювальної котушки;

S − площа поперечного перерізу, м^2; W − питомий протидіючий момент, Н.

Кут α потім порівнюється з відмітками $α_ш$ на шкалі відлікового пристрою амперметра, які попередньо були нанесені з використанням прецизійної багатозначної міри постійного струму. Шкала з відмітками $α_ш = k·I_М$ виконує роль багатозначної міри. В якості пристрою порівняння в даному випадку виступає оператор, який порівнює кут відхилення стрілки з відмітками на шкалі.

ЗВ, які використовуються в різних областях науки і техніки, надзвичайно різноманітні. Однак для цієї множини можна виділити деякі загальні ознаки.

За місцем, виконуваним в системі забезпечення єдності вимірювань, ЗВ діляться на:

– метрологічні, призначені для відтворення одиниці і(або) її збереження чи передачі розміру одиниці робочим ЗВ;

– робочі, які використовуються для вимірювань, не пов’язаних з передачею розміру одиниці.

За рівнем автоматизації всі ЗВ ділять на три групи:

– неавтоматичні;

– автоматизовані, які проводять в автоматичному режимі одну або частину вимірювальної операції;

– автоматичні, які проводять в автоматичному режимі вимірювання і всі операції, пов’язані з обробкою їх результатів, реєстрацією, передачею даних та ін.

За рівнем стандартизації ЗВ розділяють на:

– стандартизовані, виготовлені у відповідності з вимогами державного або галузевого стандарту;
– нестандартизовані (унікальні), призначені для спеціальних вимірювань, в стандартизації яких немає необхідності.

Класифікація за роллю в процесі вимірювання і виконуваними функціями:

Елементарні засоби вимірювань

Елементарні засоби вимірювань призначені для реалізації окремих операцій прямого вимірювання. Кожне з них, окремо взяте, не може здійснити операцію вимірювання.

Міра − це ЗВ, призначений для відтворення і (або) зберігання фізичної величини одного або кількох розмірів, значення яких виражені в установлених одиницях і відомі з необхідною точністю.

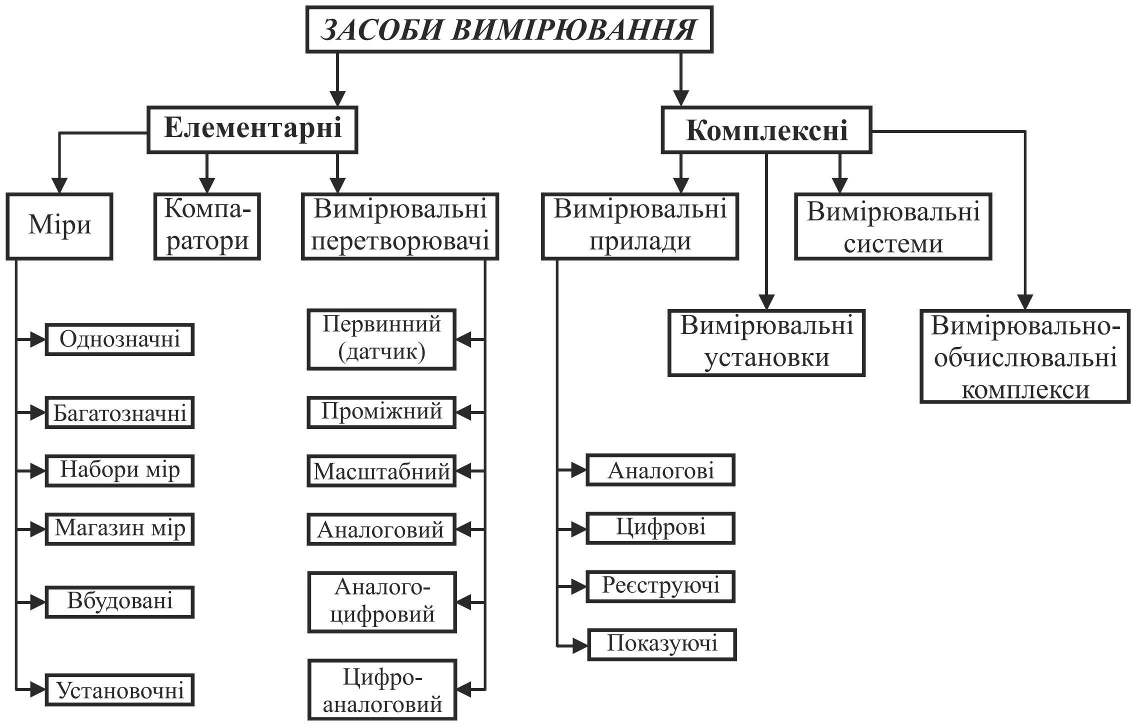


Рисунок 5.3. Класифікація засобів вимірювальної техніки.

Операцію відтворення величини заданого розміру можна формально представити як перетворення цифрового коду N в задану фізичну величину $x_м$, основане на одиниці цієї фізичної величини $[Q]$. Рівняння перетворення міри записується у вигляді:

$$x_м = N[Q].$$

Виходом міри є квантована аналогова величина $x_м$ заданого розміру, а входом вважається числове значення N (рис. 5.4).

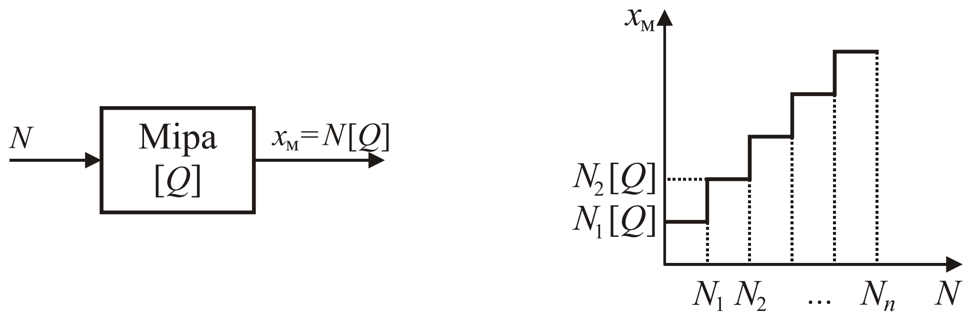


Рисунок 5.4. Структурна схема міри.

Міри бувають:

– однозначні, відтворюючі ФВ одного розміру, наприклад: гиря 1 кг, конденсатор постійної ємності, нормальний елемент;

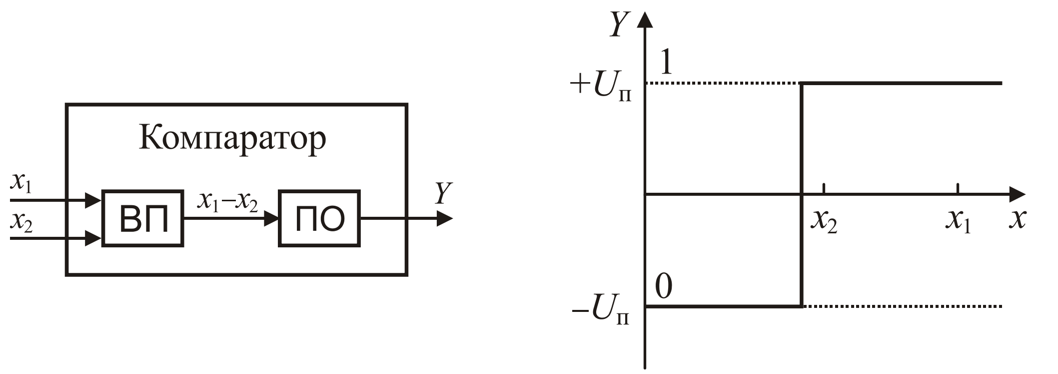
– багатозначні, відтворюючі ФВ різних розмірів, наприклад: конденсатор змінної ємності, штрихова міра довжини.

Крім того є набори мір, магазини мір, установочні, вбудовані та інші.

З найбільш високою точністю за допомогою мір відтворюються такі ФВ: довжина, маса, частота, напруга і струм.

<u>Пристрій порівняння</u> (компаратор) − це ЗВ, який дає можливість порівняти між собою міри однорідних величин або показання вимірювальних приладів. Наприклад, важільні ваги, на одну чашку яких покладена зразкова гиря а на другу − перевірочна.

Для порівняння напруг і струмів використовують електронні компаратори (інтегральні мікросхеми). В таких компараторах послідовно з’єднані ***віднімаючий пристрій*** (ВП), який формує різницю вхідних сигналів $(x_1 - x_2)$, і підсилювач змінної напруги з великим коефіцієнтом підсилення (***підсилювач−обмежувач*** (ПО), який виконує функцію індикатора знака різниці. Якщо $(x_1 - x_2) > 0$, то вихідний сигнал позитивний (логічна одиниця), а якщо $(x_1 - x_2) < 0$, то негативний (логічний нуль). Зображення компаратора наведено на рис. 5.5.



$$Y = 0{,}5 + 0{,}5 sign(x_1 - x_2) = \begin{Bmatrix} +U_{n=1}\ при\ x_1 > x_2 \\ -U_{n=0} при x_1 < x_2 \end{Bmatrix}$$

Рисунок 5.5. Структурна схема компаратора.

Вимірювальний перетворювач (ВП) призначений для перетворення однієї фізичної величини в пропорційне значення іншої (рис. 5.6).

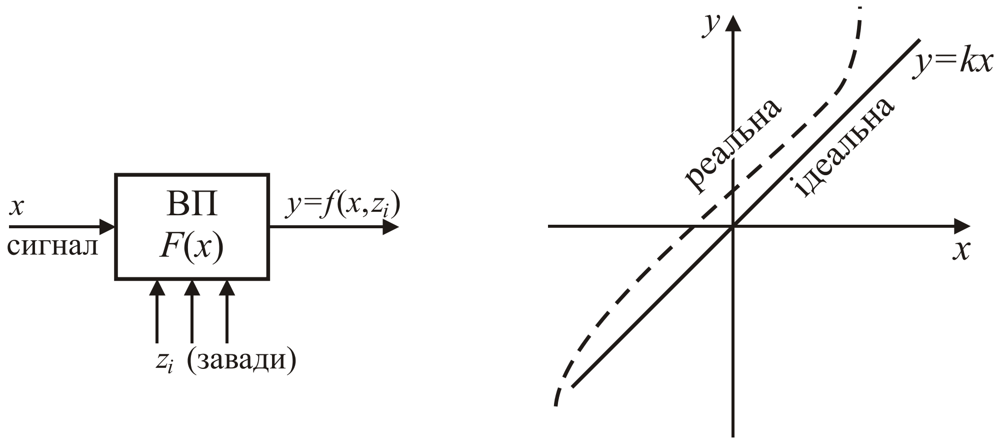


Рисунок 5.6. Структурна схема вимірювального перетворювача.

Відхилення реальної передаточної функції ВП від ідеальної приводить до виникнення адитивної, мультиплікативної і нелінійної складових похибки.

В залежності від виду вхідних і вихідних величин ВП ділять на:

– *аналогові*, які перетворюють одну аналогову величину в іншу аналогову величину;

– *аналого-цифрові* (АЦП), призначені для перетворення аналогового вимірювального сигналу в цифровий код;

– *цифро-аналогові* (ЦАП), призначені для перетворення цифрового коду в аналогову величину.

На рис. 5.7 показані позначення в структурних схемах і передаточні функції АЦП і ЦАП. Вхідними (для ЦАП) і вихідними (для АЦП) кодами як правило використовуються паралельні двійкові коди. Вхідною (для АЦП) і вихідною (для ЦАП) величиною найчастіше є напруга *U*.

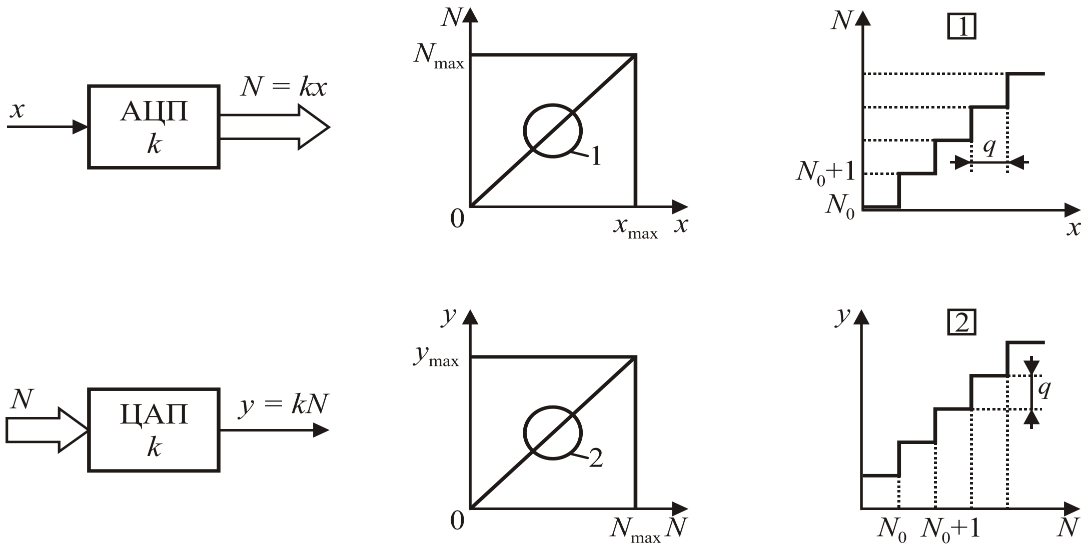


Рисунок 5.7. Структурні схеми і передаточні функції АЦП і ЦАП.

Комплексні засоби вимірювань

Вимірювальний прилад − це засіб вимірювання, призначений для одержання кількісної і якісної оцінки значень вимірюваної величини в установленому діапазоні її зміни і представлення її в формі, доступній для безпосереднього сприйняття.

Узагальнена структурна схема вимірювального приладу наведена на рис. 5.8.

Рисунок 5.8. Структурна схема вимірювального приладу.

Первинний перетворювач перетворює вимірювану величину в іншу, однорідну чи неоднорідну з нею. Потім сигнал проходить через сукупність елементарних ЗВ (в самих простих вимірювальних приладах ця сукупність ЗВ може бути відсутня).

На виході пристрою перетворення формується сигнал, параметри якого відповідають вхідним характеристикам відлікового пристрою.

Відліковий пристрій − це елемент ЗВ, що перетворює вимірювальний сигнал у форму, доступну для сприйняття людиною.

За формою представлення показань відлікові пристрої бувають аналогові і цифрові.

Складовими частинами відлікового пристрою є шкала і вказівник.

Шкала ЗВ − це сукупність позначок (відміток) і поставлених біля деяких з них чисел відліку або інших символів, що відповідають ряду послідовних значень величини, в одиницях якої отримують покази. Якщо довжина ***поділок*** (відстань між осями сусідніх позначок) є сталою вздовж всієї шкали, то така шкала є ***рівномірною***. Шкала з поділками різної довжини називається ***нерівномірною*** (нелінійною).

Для цифрових шкал самі числа є еквівалентами поділок шкали.

Відлік є абстрактним числом $N_в$, зчитаним з відлікового пристрою або отриманим підрахунком послідовних позначок.

Найбільше число, яке можна зчитати з відлікового пристрою, називається максимальним відліком $N_{в\ max}$.

Ціна поділки ЗВ ($C_{\text{под}}$) дорівнює різниці значень двох сусідніх позначок шкали

$$C_{\text{под}} = x_{i+1} - x_i.$$

Стала ЗВ визначається як відношення границі вимірювання приладу $x_к$ до максимального відліку $N_{\text{в max}}$ і вимірюється в одиницях величини x:

$$C = \frac{x_к}{N_{вmax}}.$$

Між величинами x, $N_в$, C, $C_{\text{под}}$ існує співвідношення:

$$x = N_в C = N_{\text{под}} C_{\text{под}}.$$

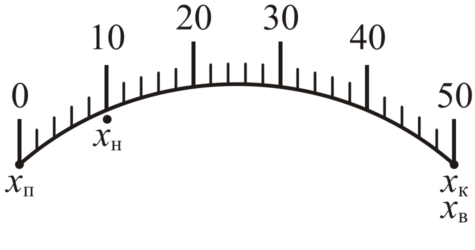
Вказівник − частина відлікового пристрою, положення якого відносно поділок шкали визначає покази вимірювального приладу.

Вказівник виготовляється у вигляді рухомих стрілок різної форми, променя світла, пера самописця та ін.

Шкала ЗВ має початкове і кінцеве значення. Вони відповідають найменшому і найбільшому значенню вимірюваної величини. Наприклад, для медичного термометра початкове значення шкали дорівнює 34,3 ºС, а кінцеве 42 ºС.

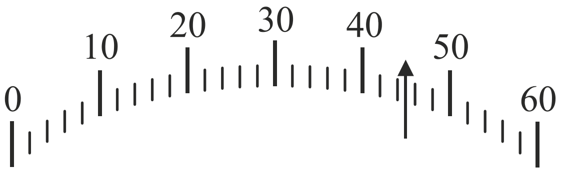
Інтервал значень шкали ЗВ, що обмежений початковим і кінцевим її значенням, називається **діапазоном показів**.

Діапазоном вимірювань називається та частина діапазону показів, для якої пронормовані границі допустимих похибок. Верхня границя вимірювань практично завжди збігається з верхньою границею показів ЗВ, а нижня границя вимірювань не завжди збігається з початковим значенням шкали. У таких випадках нижню границю вимірювання $x_н$ позначають на шкалі спеціальною точкою, як показано на рисунку.



Приклад

Задана шкала амперметра на 60 мА (див. рис. нижче) і усталене положення вказівника (стрілки). Визначити відлік, кількість зчитаних поділок, сталу, ціну поділок та показ приладу I.



Розв'язання.

1. Проаналізувавши шкалу, встановлюємо, що границя амперметра $I_к$ = 60 мА, максимальний відлік $N_{в\,max}$ = 60, а максимальна кількість поділок $N_{под\,max}$ = 30.

2. Враховуючи положення стрілки, встановлюємо, що відлік $N_в$ = 44,5, а зчитана кількість поділок $N_{под}$ = 22,25.

3. Із означення сталої C і ціни поділки $C_{под}$ визначаємо:
сталу амперметра $C = \frac{I_к}{N_{вmax} \frac{60мА}{60}мА}$; ціну поділки шкали$C_{под} = 2мА/под.$

4. Показ приладу $I_А$ відповідно до сталої C дорівнює:

$$I_A = C \cdot N_в = 1мА \cdot 44{,}5 = 44{,}5мА.$$

5. Показ приладу $I_А$ відповідно до ціни поділки дорівнює цьому самому значенню $I_A = N_{под}C_{под} = (2мА/под) \cdot 22{,}25под = 44{,}5мА.$

Одиниця молодшого розряду (ОМР) цифрового приладу – це розмір одного кванта q цифрового ЗВ, що відповідає різниці між двома сусідніми станами цифрового вихідного значення. Поняття показу, відліку, сталої та ціни поділки, розглянуті стосовно аналогових ЗВ, поширюються і на цифрові ЗВ, для яких показ визначається співвідношенням:

$$x = N_x \cdot q,$$

де N_x – кількість кроків квантування (квантів) з розміром q, який відповідає одиниці молодшого розряду (ОМР) цифрового ЗВ.

Для цифрового ЗВ стала збігається з ціною поділки і дорівнює розміру кроку квантування q:$C = C_{под} = q.$

Вимірювальні прилади **за формою індикації** вимірюваної величини поділяються на:

–*показуючі*, які допускають тільки відлік показів вимірюваної величини;

–*реєструючі*, в яких передбачена реєстрація показів на тому чи іншому носії інформації, наприклад на паперовій стрічці. Реєстрація може проводитись в аналоговій чи цифровій формі.

За формою перетворення вимірювальних сигналів прилади ділять на аналогові і цифрові:

–**аналогові прилади** − це прилади, показання або вихідний сигнал яких є неперервною функцією зміни вимірюваної величини;

–**цифрові прилади** – це прилади, принцип дії яких заснований на квантуванні вимірюваної чи пропорційної їй величини. Покази таких приладів представлені в цифровій формі.

Вимірювальні системи і вимірювально-обчислювальні комплекси

Вимірювальні системи − сукупність функціонально об'єднаних засобів вимірювань, засобів обчислювальної техніки і допоміжних пристроїв, об'єднаних між собою каналами зв'язку, призначених для вироблення сигналів, притаманних даному об'єкту, у формі, сприятливій для автоматичної обробки, передачі і використання в автоматичних системах управління.

Вимірювально-обчислювальні комплекси − функціонально об'єднана сукупність засобів вимірювання, комп'ютерів і допоміжних пристроїв, призначених для виконання конкретної вимірювальної задачі.

5.2 Метрологічні характеристики засобів вимірювання

При використанні засобів вимірювання принципово важливо знати ступінь відповідності інформації про вимірювану величину її істинному значенню. З цією метою для кожного ЗВ вводяться і нормуються певні метрологічні характеристики.

Метрологічні характеристики − це характеристики властивостей ЗВ, які впливають, на результат вимірювання і його похибки. Характеристики, які встановлюються нормативно-технічними документами, називаються **нормованими**, а ті, що визначаються експериментально − **дійсними**.

Серед основних з них можна назвати такі:

1. **Функція перетворення** − це функціональна залежність між значенням вимірюваної величини в робочих умовах використання ЗВ і виміряним значенням:
$Y = f(x)$; або $N_x = f(x)$.

2. Чутливість ЗВ:

$$S = \lim_{\Delta X \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta X},$$

де X − вхідна величина; Y − вихідна величина.

Якщо, характеристика лінійна, то чутливість стала. Для нелінійної характеристики чутливість змінюється.

3. **Поріг чутливості** − значення вимірюваної величини, при якому відносна похибка досягає 100%.
4. **Діапазон вимірювань** − область значень вимірюваної величини.

5. **Діапазон показань** − область значень шкали, обмеженої початковим і кінцевим значенням шкали.
6. **Ціна поділки шкали** − різниця значень величини двох сусідніх позначок шкали. Для цифрових приладів − ціна молодшого розряду (кроку квантування).
7. **Повний вхідний опір**:

$$Z_{\text{вх}} = R_{\text{вх}} + X_{\text{вх}},$$

де $R_{\text{вх}}$ − активна складова внутрішнього опору, а $X_{\text{вх}}$ − реактивна складова.

$$\dot{X}_L = j\omega L_{\text{вх}}, \dot{X}_C = \frac{1}{j\omega C_{\text{вх}}}.$$

8. **Приведена (зведена) похибка** ЗВ − клас точності;

9. **Основна похибка** − похибка при нормальних умовах вимірювання: атмосферний тиск 760 мм. рт. ст., температура зовнішнього середовища 20 ºС ± 5 ºС, вологість повітря (65 ± 1,5)%, напруга в мережі 220 В ± 10 % із частотою 50 Гц ± 1%.

10. **Додаткова похибка** − приріст похибки при зміні умов експлуатації ЗВ.

Важливими *динамічними характеристиками* вимірювальних приладів є такі: *перехідна*; *імпульсна*; *амплітудно − фазочастотна*.

Перехідна характеристика − це реакція системи на ступеневу дію або час встановлення показів вимірювального приладу при ступеневій зміні вимірюваної величини рис. 5.9.

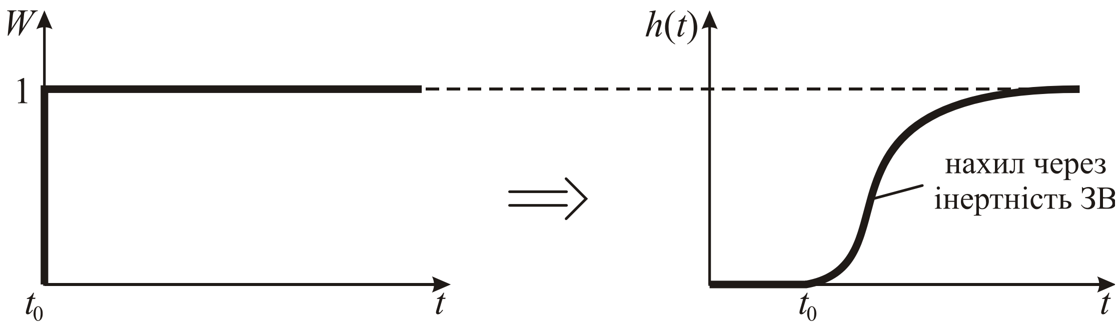


Рисунок 5.9. Перехідна характеристика.

Імпульсна характеристика − реакція системи на імпульсну дію, тривалість якої наближається до нуля, а амплітуда до нескінченості (рис. 5.10).

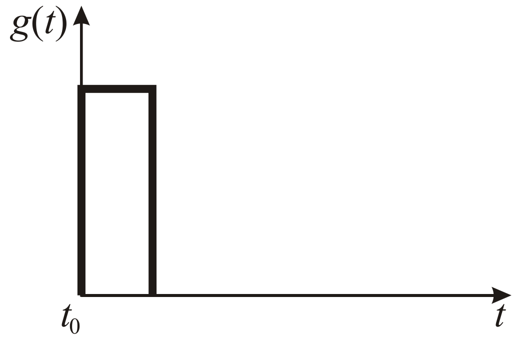


Рисунок 5.10. Імпульсна характеристика.

Фазочастотна характеристика − визначає зсув по фазі φ гармонічного сигналу, поданого на вхід (рис. 5.11):

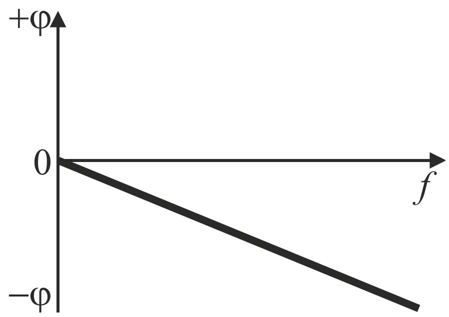


Рисунок 5.11. Фазова характеристика.

5.3 Аналогові вимірювальні прилади

Класифікація аналогових вимірювальних приладів

Аналоговими вимірювальними приладами (АВП) називаються прилади, покази яких є неперервними функціями вимірювальних фізичних величин. АВП являють собою найпоширеніший клас засобів вимірювань. Залежно від призначення вони поділяються на амперметри, вольтметри, ваттметри, омметри, частотоміри, фазометри, прилади для вимірювань неелектричних величин (температури, тиску тощо), прилади для вимірювань магнітних величин.

Залежно від елементної бази, використаної для їх побудови, АВП поділяються на електромеханічні та електронні.

Електромеханічними називаються прилади, принцип дії яких полягає у перетворенні електромагнітної енергії вимірювального сигналу в механічну енергію переміщення рухомої частини вимірювального механізму. Електронні

АВП зазвичай будують на основі магнітоелектричного вимірювального механізму з використанням електронних вузлів – вимірювальних підсилювачів, перетворювачів змінного струму в постійний, функціональних перетворювачів тощо. Це дає змогу розширити діапазони вимірювань АВП, а також їх функціональні можливості.

Прилади, призначені для вимірювання декількох величин, називаються комбінованими, а прилади, які працюють як на постійному, так і на змінному струмі – універсальними. Загалом вимірювальні прилади, призначені для вимірювань декількох електричних величин як на постійному, так і на змінному струмі, називають мультиметрами. Наприклад, універсальні вимірювальні прилади типу Ц7430, Щ4313, які призначені для вимірювання сили та напруги постійного та змінного струмів, а також електричного опору на постійному струмі, є мультиметрами.

Основні метрологічні характеристики та умови застосування АВП

Основні метрологічні характеристики АВП і нормальні та робочі умови їх застосування регламентовані ГОСТом 22261-94 і стандартами на окремі види приладів.

Однією з основних метрологічних характеристик АВП є його клас точності, який визначає границі допустимих основної та додаткових похибок. В АВП границю допустимої основної похибки нормують у вигляді зведеної похибки. Вони можуть мати один із таких класів точності: 0,05; 0,1; 0,2; 0,3; 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5. Клас точності АВП позначають одним числом k, яке дорівнює границі допустимої зведеної основної похибки приладу $\gamma_{гр.}$, вираженої у відсотках, тобто

$$\gamma_{гр.} = \pm\frac{\Delta_{гр.}}{x_N} \cdot 100\% = \pm k\%,$$

де $\Delta_{гр.}$ – границя допустимої абсолютної основної похибки приладу;

x_N – нормувальне значення, яке встановлюють згідно з ГОСТом.

У приладів з рівномірною шкалою (амперметрів, вольтметрів, ватметрів), в яких нульова позначка розміщена на початку шкали, нормувальне значення x_N дорівнює границі вимірювання приладу x_k. Границі вимірювання x_k вибирають з ряду $x_k = a \cdot 10^n$ де a – коефіцієнт, значення якого залежить від виду вимірюваної величини (для амперметрів і вольтметрів a =1; 1,2; 1,25; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 6; 7,5; 8); n – будь-яке додатне чи від’ємне ціле число або нуль.

Важливою характеристикою АВП є їх внутрішній або вхідний опір, від якого залежить споживання потужності вимірювальним приладом від джерела вимірювального сигналу і, відповідно, значення методичної похибки, зумовленої цим споживанням. Внутрішній опір приладів може бути вказаний безпосередньо в метрологічних характеристиках приладу або вказується параметр, за яким можна його обчислити.

Електромеханічні аналогові вимірювальні прилади

Структура електромеханічних АВП. Електромеханічні прилади відносяться до приладів прямого перетворення. Основними функціональними частинами цих приладів є вимірювальне коло (ВК), вимірювальний механізм (ВМ) та відліковий пристрій (ВП). У вимірювальному колі відбувається перетворення вимірюваної величини X (напруги, струму, опору тощо) в якусь проміжну електричну величину X_1 (напругу або струм), яка безпосередньо впливає на вимірювальний механізм. До складу ВК можуть входити вимірювальні перетворювачі (шунти, додаткові резистори, подільники напруги, вимірювальні трансформатори струму та напруги), які дають змогу розширити границі вимірювань приладів.

Вимірювальний механізм, який переважно складається з нерухомої та рухомої частин, призначений для перетворення електромагнітної енергії сигналу X_1 в кут повороту рухомої частини α.

Відліковий пристрій служить для одержання відліку x приладу і складається з вказівника (стрілкового або світлового), механічно зв'язаного з рухомою частиною ВМ і нерухомої шкали, яка являє собою сукупність позначок, зображену на циферблаті. Краща об'єктивність відліку показів забезпечується світловими відліковими пристроями, а також шкалами із дзеркалами.

Функція перетворення вимірювального механізму.

За певних конструктивних відмінностей ВМ різних систем мають спільний принцип дії: під час перетворення електромагнітної енергії сигналу X_1 в механічну створюється обертальний момент $M_{об}$ і рухома частина повертається на кут α. Обертальний момент визначається як похідна від енергії W електромагнітного поля за геометричною координатою (кутом повороту α):

$$M_{об.} = \frac{dW}{d\alpha}.$$

Значення обертального моменту залежить як від вимірюваної величини X_1, так і від параметрів рухомої частини, що виражається функцією кута повороту $f_{об.}(\alpha)$.

Для того, щоб кожному значенню вимірюваної величини X відповідало певне значення α, обертальний момент $M_{об.}$ зрівноважується протидіючим моментом $M_{пр.}$, який також є функцією кута повороту. У більшості приладів протидіючий момент $M_{пр.}$ створюється спіральними пружинами, або розтяжками.

Статична рівновага рухомої частини ВМ, якщо знехтувати тертям в опорах, настає за рівності обертального та протидіючого моментів:

$$M_{об.} = M_{пр.} \quad \text{або} \quad \alpha = k f_{об.}(\alpha) \cdot X_1^n,$$

де k коефіцієнт пропорційності; n - показник степеня ($n = 1$ або 2)

Рівняння називають функцією перетворення вимірювального механізму, яка пов'язує покази приладів зі значення вимірюваної величини.

Логометричні вимірювальні механізми. Логометрами називають вимірювальні прилади, призначені для вимірювання відношення двох електричних величин X_1 та X_2. Конструктивно логометричний вимірювальний механізм відрізняється від звичайного наявністю двох активних елементів у рухомій і нерухомій частинах і, відповідно, двох обертальних моментів, які діють на рухому частину у протилежних напрямках. Отже, у логометричних вимірювальних механізмах протидіючий момент створюється тими самими електромагнітними силами, що і обертальний, а елементи, необхідні для створення механічного протидіючого моменту (пружини і розтяжки), відсутні.

Положення рухомої частини логометричного вимірювального механізму визначається відношенням струмів I_1 та I_2, що протікають по активних елементах механізму. Оскільки активні елементи конструктивно розміщені в електромагнітному полі під певним кутом один відносно другого, то обертальні моменти $M_{об.1}$ та $M_{об.2}$ є різними функціями кута повороту рухомої частини α, тобто $k_1 f_{об.1}(\alpha) = k_2 f_{об.2}(\alpha)$, а кут повороту α є функцією відношення струмів, тобто

$$\alpha = k f_{об.}\left(\frac{I_1^n}{I_2^n}\right)$$

Це рівняння є функцією перетворення логометричного вимірювального механізму.

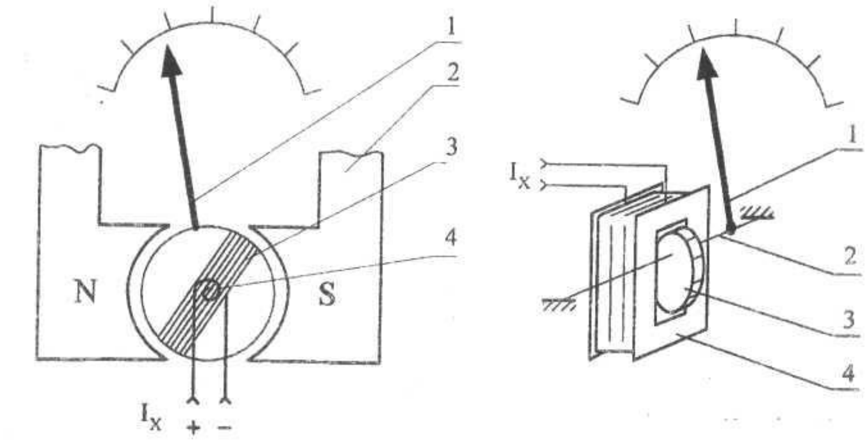
У вимірювальній техніці відомі логометри, які використовують для побудови омметрів, фазометрів та частотомірів, а також для вимірювання різних неелектричних величин (температури, вологості повітря, рівня втрати тощо) при застосуванні відповідних первинних вимірювальних перетворювачів цих неелектричних величин в електричний опір.

Системи електромеханічних АВП. Залежно від принципу перетворення електромагнітної енергії вимірювального сигналу в механічну енергію рухомої частини і виду функції перетворення електромеханічні АВП поділяють на такі системи: магнітоелектричну, електромагнітну, електродинамічну, феродинамічну, електростатичну та індукційну. Крім цього є випрямні та термоелектричні прилади, в яких застосовують магнітоелектричні ВМ з відповідними перетворювачами змінного струму в постійний.

Магнітоелектричні вимірювальні прилади

У вимірювальному механізмі магнітоелектричної системи обертальний момент $M_{об.}$ утворюється внаслідок взаємодії магнітних полів постійного магніту та рамки, по якій протікає струм.

Будову магнітоелектричного механізму з рухомою рамкою зображено на рис. 5.12 а.



а) б)

Рисунок 5.12. а) Магнітоелектричний вимірювальний механізм

б) Електромагнітний вимірювальний механізм

Нерухому частину механізму складає постійний, схожий на підкову, магніт з полюсними наконечниками 2, рухому частину – рамка 3, намотана мідним чи алюмінієвим дротом, по якій протікає вимірюваний струм. До рамки прикріплено стрілчатий покажчик 1, який визначає кутове положення рухомої частини механізму. Струм до рухомої рамки підводиться за допомогою двох спіральних пружин 4, які одночасно створюють протидіючий момент. Рамочка кріпиться на кернах або на розтяжках.

Обертальний момент утворюється внаслідок взаємодії струму, що протікає в обмотці рухомої рамки, з полем постійного магніту і дорівнює:

$$M_{об.} = B \cdot S \cdot N \cdot I_0 ,$$

де B – індукція магнітного поля в проміжку між полюсами постійного магніту; S – площа рамки; N – кількість витків рамки; I_0 – середнє значення струму за період.

Функція перетворення магнітоелектричного механізму:

$$\alpha = \frac{B \cdot S \cdot N}{M} I_0 = S_I I_0,$$

де S – чутливість магнітоелектричного механізму за струмом;

M – протидіючий момент гальмуючих спіралей.

Вимірювальні прилади магнітоелектричної системи мають такі переваги:

- найвищу точність вимірювання на постійному струмі;
- найвищу чутливість, яка забезпечує широкий діапазон вимірювання струму та напруги і дає змогу будувати на їх основі високочутливі гальванометри постійного струму;
- найменше споживання потужності (десяті частки Вт), що пояснюється малим внутрішнім опором амперметрів і великим опором вольтметрів;
- рівномірний (лінійний) характер шкали.

Основним недоліком магнітоелектричних приладів є те, що вони реагують на сталу складову сигналу і можуть застосовуватись тільки в колах постійного струму, а для використання їх в колах змінного струму необхідне попереднє перетворення змінного струму в постійний.

Амперметри і вольтметри. Магнітоелектричний вимірювальний механізм, ввімкнений безпосередньо у вимірювальне коло, дає змогу вимірювати постійні струми, які не перевищують 26...50 мА, тобто сам вимірювальний механізм може виступати тільки в ролі *мікроамперметрів та міліамперметрів*. Для розширення границь вимірювання у бік великих струмів застосовують шунти. Шунти зазвичай виконуються багатограничними. У практиці застосовують магнітоелектричні амперметри з границями від 0,1 мкА до 30А класів точності 0,05...4, а із зовнішніми шунтами до 10000А.

Загалом опір шунта $R_{\text{Ш}}$, необхідного для побудови амперметра з границею вимірювання $I_{\text{КА}}$ на основі магнітоелектричного вимірювального механізму з внутрішнім опором $R_{\text{ВМ}}$ і струмом повного відхилення $I_{BM\max}$, дорівнює:

$$R_{Ш} = \left(R_{BM} + R_{Д1}\right)\frac{1}{k_{Ш}-1},$$

де $R_{\text{Д}1}$ – додатковий резистор, необхідний для температурної компенсації схеми амперметра; $k_{Ш} = I_{KA}/I_{BM\max}$ – коефіцієнт шунтування.

Наприклад, для розширення границь вимірювання струму від 100мА до 1А при $R_{BM} = 5Ом$ варто вибрати шунт опором

$$R_{Ш} = 5Ом/(1\text{ А}/0{,}1\text{А-}1) = 5/9 \approx 0{,}44Ом$$

Резистивні шунти виготовляють із тонкого дроту з високим питомим опором (манганін, константан) з дуже низьким температурним коефіцієнтом зміни опору

$$\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\rho}{\partial t^0}\leq 10^{-5}\frac{\%}{0C}$$

з номінальним значенням напруги 45мВ$\prec U_{Ш} \prec$300мВ і класом точності шунта 0,02...0,5.

Для побудови магнітоелектричних вольтметрів з широким діапазоном вимірювання застосовують *додаткові резистори*, які вмикають послідовно з вимірювальним механізмом. У практиці електричних вимірювань використовують магнітоелектричні вольтметри з границями вимірювань від 0,1мВ до 750В класів точності 0,05...4, а із зовнішніми додатковими резисторами – до 30кВ.

В загальному випадку опір додаткового резистора $R_{\text{Д}}$, необхідного для побудови вольтметра на основі магнітоелектричного вимірювального механізму з вутрішнім опором $R_{\text{ВМ}}$ і струмом повного відхилення $I_{\text{ВМ,Н}}$ з границею вимірювання U_{KV}, дорівнює:

$$R_{Д}=\frac{U_{\text{KV}}-U_{K,BM}}{I_{BM,H}}=R_{BM}\left(\frac{U_{KB}}{U_{K,BM}}-1\right)$$

Наприклад, треба розширити межі вимірювань вольтметра від 0,5В до 50В. Якщо як і у попередньому завданні $I_{BH}=0{,}1A$, $R_{BM}=5Ом$ тоді потрібно підключити додатковий резистор з номіналом

$$R_{Д}=5\text{Ом}\left(\frac{50\text{В}}{0{,}5\text{В}}-1\right)=495Ом$$

Додаткові резистори виготовляють на номінальні струми 0,5мА$\prec I_{\text{ВМ}} \prec$30мА із класом точності (0,02...1).

Термоелектричні вимірювальні прилади

Термоелектричний прилад складається із термоелектричного перетворювача, який перетворює вимірюваний змінний струм I в ЕРС постійного струму, та магнітоелектричного вимірювального механізму.

Термоелектричний перетворювач (ТП) складається із нагрівного елемента 1, по якому протікає вимірюваний струм I, та термопари 2, яка знаходиться в тепловому контакті із нагрівачем. Термо-ЕРС термопари $E_\theta = kI^2$ (де k – коефіцієнт перетворення ТП), тобто E_θ пропорційна до квадрата середньоквадратичного (діючого) значення струму I.

Функція перетворення термоелектричного приладу

$$\alpha = \frac{BS}{W} I_{\text{вм}} = \frac{BS}{W} \frac{E_\theta}{R_{\text{вм}}} = S_I' I^2,$$

де $S_I = \frac{BS_{mk}}{WR_{\text{вм}}}$ – чутливість термоелектричного приладу;

$R_{\text{вм}}$ – внутрішній опір магнітоелектричного вимірювального механізму.

Із формули випливає, що кут повороту рухомої частини α пропорційний до квадрата діючого (середньоквадратичного) значення струму, тобто не залежить від напряму струму. Тому *термоелектричні прилади* однаково придатні для вимірюваннях як у колах *змінного*, так і *постійного струму*, однак їх шкали мають нелінійний (нерівномірний) характер.

Термоелектричні прилади використовують як *амперметри* і *вольтметри* для вимірювання *середньоквадратичних значень* змінного струму і напруги на високих частотах (до сотень мегагерц), а також на постійному струмі.

Сучасні термоелектричні прилади мають такі *метрологічні характеристики*:

– границі вимірювання (без зовнішніх масштабних перетворювачів) за струмом 5 мА … 50 А і за напругою 0,75 … 600 В;
– клас точності 1,0; 1,5; 2,5; 4,0;
– частотний діапазон 20 Гц … 50 МГц.

До переваг термоелектричних приладів належить можливість градуювання їх шкал в середньоквадратичних значеннях незалежно від форми кривої сигналу і широкий частотний діапазон, а також можливість застосування для вимірювань як в колах постійного, так і змінного струмів. А до *недоліків* – невисока точність, нелінійний характер шкали та низька надійність і висока чутливість термоелектричних перетворювачів до механічних перевантажень (ударів, трясіння тощо). Тому термоелектричні прилади застосовують для вимірювання струмів і напруг на високих частотах, коли використання приладів інших систем неможливе, а на низьких частотах їх застосувати недоцільно, оскільки можна замінити надійнішими і точнішими приладами електродинамічної або електромагнітної систем.

Розширюють границі вимірювань термоелектричних приладів за струмом за допомогою високочастотних вимірювальних трансформаторів струму, а за напругою – безреактивних додаткових резисторів.

Випрямні та термоелектричні вимірювальні прилади

Поряд із істотними перевагами, такими, як чутливість, мале власне споживання потужності тощо, магнітоелектричні прилади мають істотний недолік – вони можуть застосовуватись в колах постійного струму. Цей недолік усувається попереднім перетворенням змінного струму в постійній і подальшим його вимірюванням за допомогою магнітоелектричного вимірювального механізму. Залежно від виду перетворювача, розміщеного у вимірювальному колі приладу, розрізняють *випрямні та термоелектричні* електромеханічні АВП. Таку ж будову мають і *електронні* АВП, однак через використання в них електронних вузлів (підсилювачів, фільтрів функціональних перетворювачів тощо), які дають змогу істотно покращити їх метрологічні характеристики, електронні АВП за схемою класифікації являють собою окремий клас АВП і розглядаються далі.

Випрямні вимірювальні прилади

Випрямні прилади широко використовуються для вимірювання струму в звуковому діапазоні частот. Принцип роботи таких приладів оснований на використанні випрямних властивостей напівпровідникових діодів. Постійна складова випрямленого діодом струму вимірюється приладом магнітоелектричної системи.

Зазвичай використовують випрямлячі двох основних типів: однопівперіодні і двопівперіодні. В однопівперіодній схемі (рис. 5.13) прямий струм $I_{\text{пр}}$ пропускається через мікроамперметр, включений послідовно з діодом VD_1, тільки в один позитивний півперіод змінної напруги $U(t)$. В негативний півперіод, для якого опір діода VD_1 дуже великий, струм буде протікати через діод VD_2, який включений паралельно приладу. Діод VD_2 захищає діод VD_1 від пробою. Для вирівнювання опору паралельних віток послідовно з діодом VD_2 включено резистор R, опір якого дорівнює опору кола вимірювального механізму.

Рухома частина магнітоелектричного мікроамперметра через її інерційність при $f > 20$ Гц не встигає слідити за миттєвими значеннями обертаючого моменту, тому реагує на середнє значення моменту.

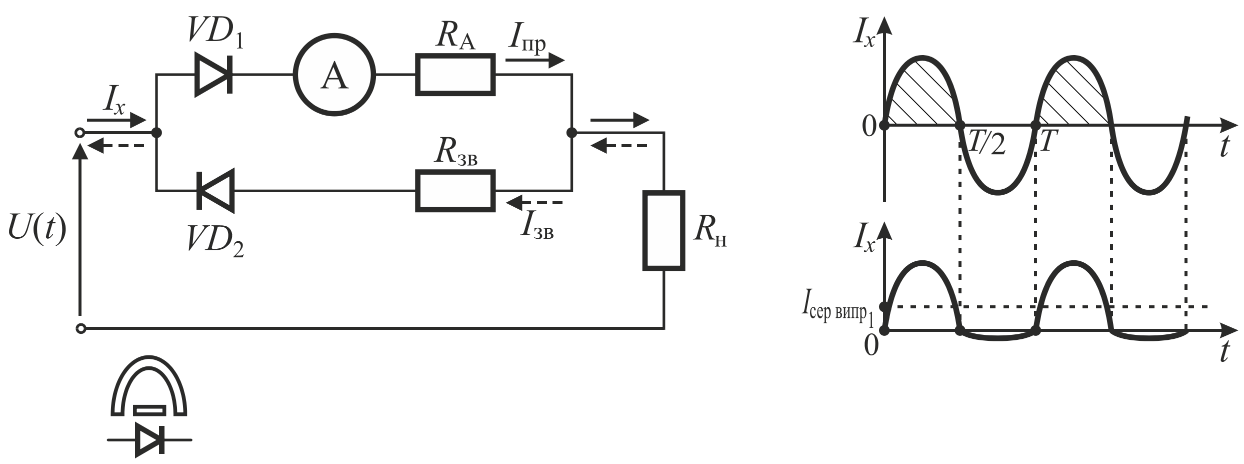


Рисунок 5.13. Однопівперіодний випрямляч.

Таким чином у випрямлячі двополярний сигнал $i(t)$ перетворюється в однополярний $|i(t)|$, а магнітоелектричний вимірювальний механізм за своїм принципом дії виконує роль інтегратора, тобто у випрямних приладах відбувається перетворення змінного сигналу $i(t)$ в еквівалентне середньовипрямлене значення (СВЗ) $I_{\text{СВ}}$.

На рис. 5.14 схематично зображено процес випрямлення змінної напруги $U(t)$ (струму $i(t)$) в однопівперіодній схемі.

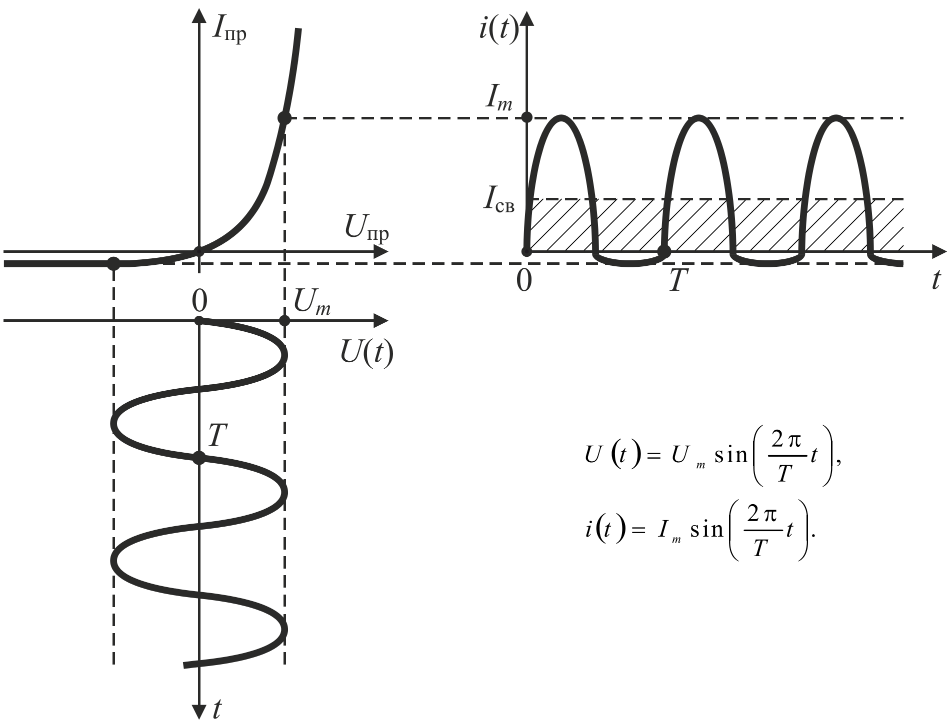


Рисунок 5.14. Випрямлення змінного струму в однопівперіодній схемі.

Середньовипрямлене значення струму

$$I_{\text{сервипр}} = \frac{1}{T}\int_0^T |i(t)|dt = \frac{1}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)dt = -\frac{I_m}{T}\cdot\frac{T}{2\pi}\cos\frac{2\pi}{T}t\Big|_0^{T/2}$$

$$= -\frac{I_m}{2\pi}(-1-1) = \frac{I_m}{\pi} = 0{,}318\cdot I_m.$$

Функція перетворення випрямного приладу $\alpha = \frac{BSN}{W} I_{\text{сер випр}} = S_I I_{\text{сер випр}}$, тобто випрямні прилади реагують на середньовипрямлене значення сигналу $I_{\text{св}}$ або $U_{\text{св}}$.

На практиці часто важливо знати не середньовипрямлене, а середньоквадратичне значення (СКЗ) сигналу, тому випрямні прилади зазвичай градуюють в СКЗ синусоїдної форми.

Показ приладу для однопівперіодного випрямлення дорівнює

$$I_П = K_ф \cdot I_{\text{св}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} I_{\text{св}} = 2{,}22\cdot I_{\text{св}}.$$

Для двопівперіодного випрямлення: $I_П = \frac{K_ф}{2}\cdot I_{\text{св}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} I_{\text{св}} = 1{,}11\cdot I_{\text{св}}$.

У двопівперіодноній мостовій схемі випрямляча по двох паралельних діодах проходять струми позитивної або негативної полярності (див. рис. 5.15)

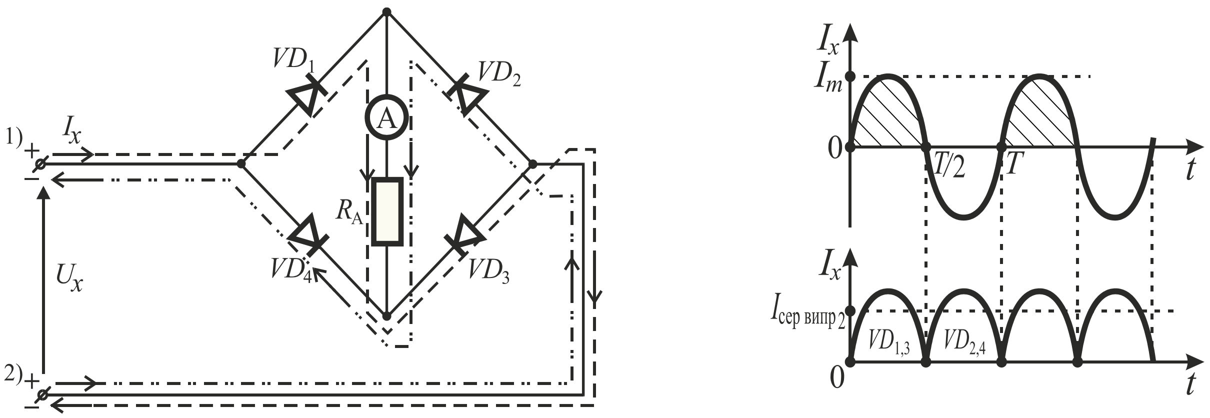


Рисунок 5.15. Двопівперіодний випрямляч.

$I_{\text{сер випр}_2} = \frac{2}{\pi} I_m = 0{,}636\cdot I_m = 2\cdot I_{\text{сер випр}_1}$.

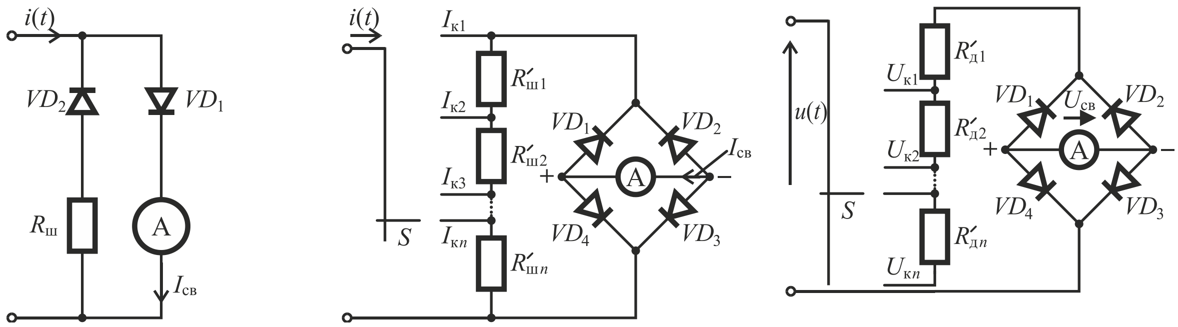
Шкали приладів з випрямлячем градуюють в середньоквадратичних значеннях струму (напруги) синусоїдальної форми.

Тому для однонапівперіодної схеми всі значення поділок шкали варто помножити на коефіцієнт форми $K_{ф_1} = \frac{U_{\text{сер кв}}}{U_{\text{сер випр 1}}} = \frac{U_m/\sqrt{2}}{U_m/\pi} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 2{,}22$.

Тоді $U_{\text{сер кв}} = K_{ф_1}\cdot U_{\text{сер випр}_1} = 2{,}22\cdot U_{\text{сер випр}_1}$.

У вимірювачах з двонапівперіодним випрямленням $К_{ф_1} = К_{ф_1}/2 = 1{,}11$. Вимірювальне перетворювання: $I_x \rightarrow I_{сер\ випр} \rightarrow \alpha$.

Найпоширенішими серед випрямних приладів є *амперметри і вольтметри,* які зображені на рисунку 5.16. Для розширення границь вимірювань амперметрів застосовують шунти (рис. 5.16 б), а вольтметрів – резистори (рис. 5.16 в).



а) б) в)

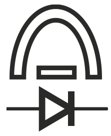
Рисунок 5.16. Схеми випрямних приладів: амперметра з однопівперідним випрямленням (а), багатограничного амперметра (б) та багато граничного вольмета (в) з двопівперіодним випрямленням

Сучасні випрямні прилади мають такі *метрологічні характеристики:*

– границі вимірювання (без зовнішніх масштабних перетворювачів) за струмом $I_К$ = 3 мА … 7,5 А та за напругою $U_К$ = 0,75 В … 750 В;
– класи точності 1,0; 1,5; 2,5; 4,0;
– частотний діапазон 40 Гц … 20 кГц.

До *переваг* випрямних приладів належать висока чутливість та широкий діапазон вимірювання, порівняно невелика власна потужність, а до *недоліків* – значна залежність вольт-амперних характеристик діодів і, відповідно, показів приладів від температури, нелінійність шкали (особливо при малих напругах) та залежність показів від форми кривої вимірювального сигналу.

Завдяки своїм перевагам, а також простоті конструкції та високої надійності, випрямні прилади широко застосовуються у вимірювальній техніці. Зокрема, їх використовують для побудови *комбінованих вимірювальних* приладів – *тестерів,* які застосовують для вимірювання струму і напруги як в колах змінного, так і постійного струмів, а також для вимірювань електричного опору, ємності тощо.

Умовне позначення випрямних приладів: 

5.4 Цифрові вимірювальні прилади

Цифровими вимірювальними приладами (ЦВП) називаються прилади, в яких під час вимірювання здійснюється автоматичне перетворення неперервної вимірюваної величини в дискретну з подальшою індикацією результату вимірювання у цифровій формі.

Основними функціональними вузлами ЦВП є (рис. 5.17): вхідний аналоговий перетворювач (ВАП), аналого-цифровий перетворювач (АЦП), обчислювальний пристрій (ОП), цифровий відліковий пристрій (ЦВП) і пристрій управління (ПУ). Вимірювана величина $x(t)$ спочатку перетворюється за допомогою ВАП в іншу величину $x^{`}(t)$, зручну для подальшого аналого-цифрового перетворення. Наприклад, ВАП перетворює напругу або силу змінного струму в напругу постійного струму, електричний опір в напругу постійного струму, виконує масштабне перетворення вхідного сигналу тощо.

Аналого-цифровий перетворювач перетворює величину $x^{`}(t)$ у відповідний їй цифровий код N_x, який або надходить безпосередньо на цифровий відліковий пристрій ЦВП, або піддається додатковому опрацюванню в обчислювальному пристрої ОП. Зокрема, ОП може усереднювати результати декількох вимірювань для зменшення випадкової похибки, визначення параметрів сигналів.

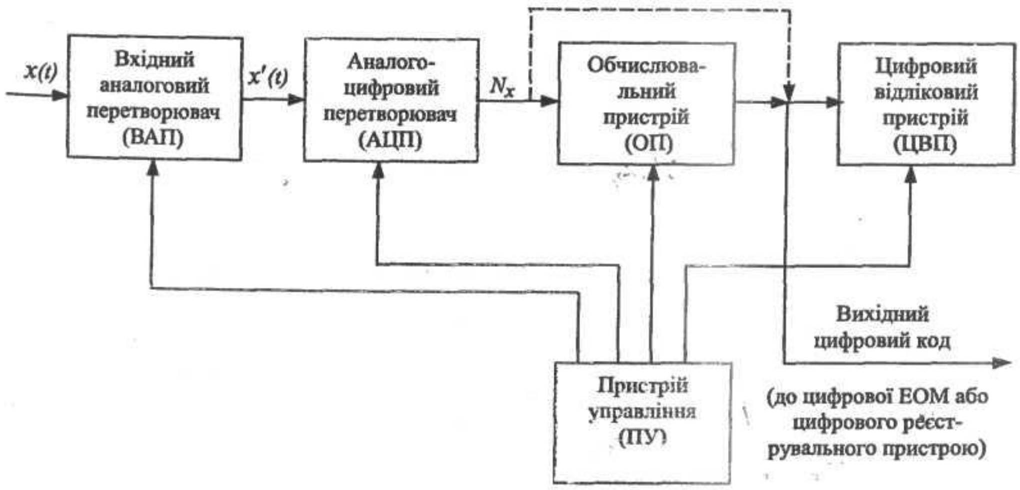


Рисунок 5.17. Узагальнена структурна схема ЦВП.

Цифровий відліковий пристрій містить дешифратор для перетворення вихідного цифрового коду АЦП або ОП в десятковий цифровий код і табло індикації результату вимірювання. Вихідний цифровий код АЦП або ОП може надійти також на цифровий реєструвальний пристрій або на вхід ЕОМ і використовуватись у системах керування об'єктами. Роботою всіх вузлів ЦВП керує пристрій управління ПУ.

Залежно від виду вимірюваних величин ЦВП діляться на вольтметри постійного та змінного струму; вимірювачі частоти та інтервалу часу; омметри та мости постійного та змінного струму; комбіновані прилади (мультиметри); вимірювачі потужності; фазометри; спеціалізовані ЦВП, призначені для вимірювання температури, витрати, швидкостей, механічних напружень тощо.

Границю допустимої відносної основної похибки ЦВП визначають за формулою:

$$\delta_{гр.} = \left[c + d\left(\left| \frac{x_K}{x} \right| \right) - 1 \right], \%,$$

де c/d – коефіцієнти, якими позначають клас точності ЦВП; x_K, x – границя вимірювання та показ ЦВП.

Порівняно з аналоговими приладами ЦВП мають такі переваги: висока точність, широкий діапазон вимірювання, висока швидкодія, одержання результату у формі, зручній для використання у цифрових ЕОМ, автоматизація вимірювання, великий вхідний опір, не потребують попереднього калібрування (є вбудована міра) тощо.

Недоліками цифрових приладів є складність, порівняно висока вартість і менша, ніж в аналогових приладів, надійність.

5.5 Цифрові вольтметри

Цифрові вольтметри всі електронні. Вони відрізняються від аналогових наявністю аналого-цифрового перетворювача замість вимірювального механізму, а також схеми управління. Цифрові вольтметри один від одного відрізняються принципами будови АЦП, які можуть бути:

- АЦП часо-імпульсного типу;
- АЦП частотно-імпульсного типу;
- АЦП з інтегруванням.

Структурна схема цифрового вольтметра зображена на рис. 5.18

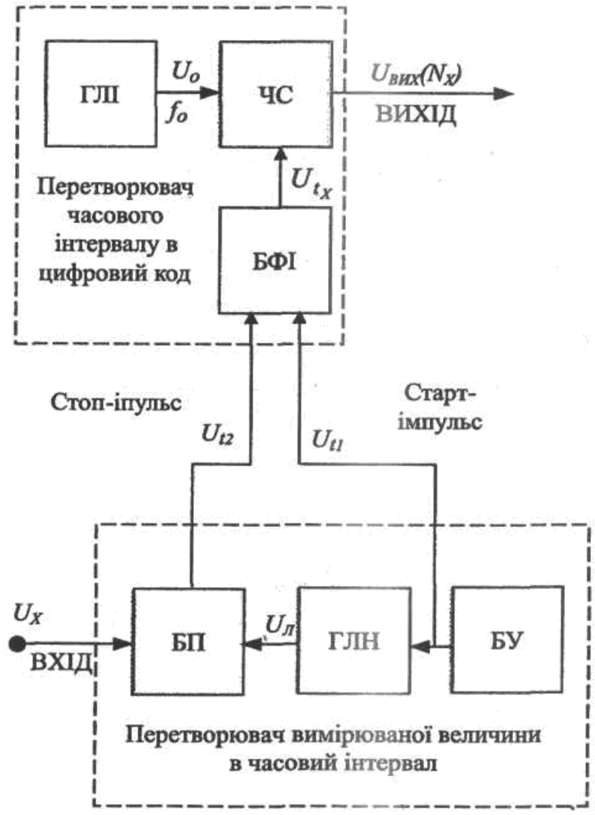


Рисунок 5.18 Структурна схема цифрового вольтметра.

Як приклад, розглянемо вольтметри *часо-імпульсного типу.*

Суть часо-імпульсного перетворення полягає в перетворенні вимірюваної величини в інтервал часу, який послідовно заповнюється імпульсами стабільної частоти (лічильними імпульсами), кількість яких пропорційна до значення вимірюваної величини.

АЦП часо-імпульсного перетворення складається з двох перетворювачів: перетворювача вимірюваної величини U_x в інтервал часу t_x і перетворювача часового інтервалу t_x у послідовність імпульсів (цифровий код) N_x.

Перетворювач вимірюваної величини у часовий інтервал складається з блоку порівняння БП (компаратора), генератора лінійно-наростаючої напруги ГЛН і блоку управління БУ. Перетворювач інтервалу часу в цифровий код складається з блоку формування часового інтервалу БФІ, генератора лічильних імпульсів ГЛІ і часового селектора ЧС (рис. 5.19).

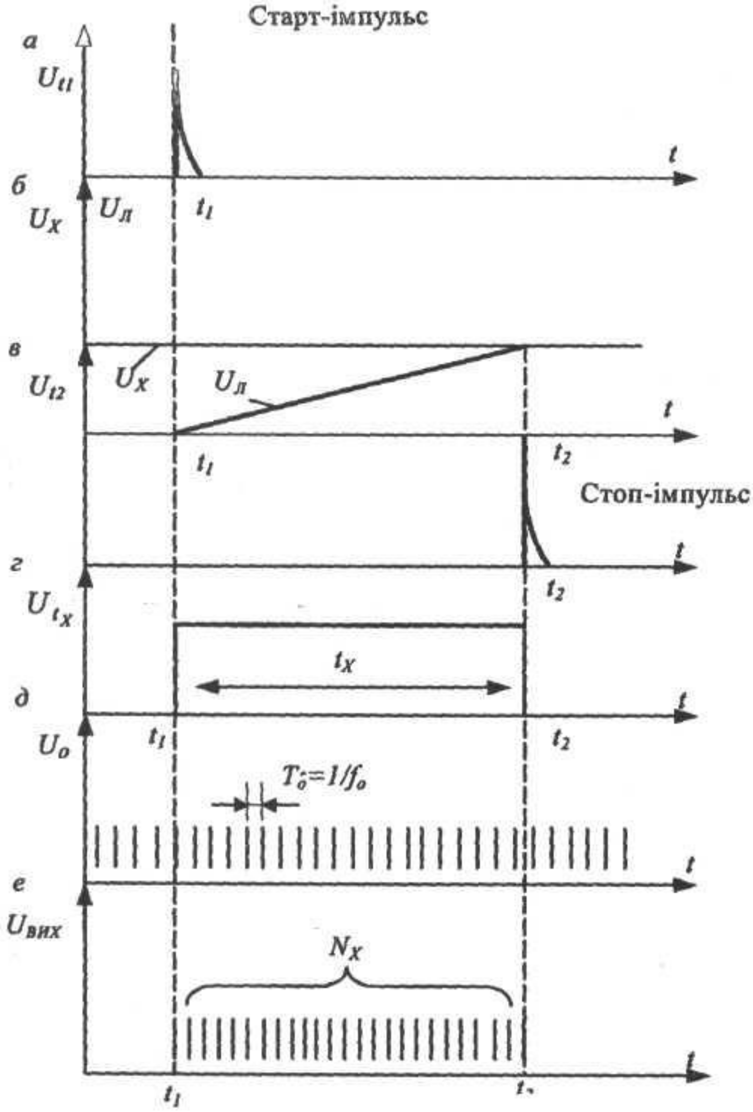


Рисунок 5.19. Часові діаграми часо-імпульсного перетворення.

На рисунку 5.19 зображені часові діаграми часо-імпульсного перетворення.

В момент t_1 старт-імпульсом U_{t1} запускаються генератор ГЛН і блок формування БФІ. В момент t_2 рівності напруг від ГЛН $U_Л(t_2)$ і $U_x(t_2)$ на виході БП з'являється імпульс U_{t2} (стоп-імпульс), який надходить в БФІ. В цьому блоці формується прямокутний імпульс U_{tx} тривалістю

$$t_x = t_2 - t_1 = kU_x = \frac{T_0}{U_0} U_x,$$

де k – масштабний коефіцієнт, значення якого залежить від швидкості зміни напруги $U_Л$.

Таким чином напруга U_x перетворилась у часовий інтервал t_x.

Імпульс U_{tx} подається на один із входів часового селектора ЧС, на другий вхід якого надходять лічильні імпульси U_0 з частотою f_0 упродовж інтервалу часу t_x.

Кількість імпульсів N_x пропорційна величині вимірюваної напруги U_x.

$$N_x = t_x \cdot f_0 = \frac{k}{T_0} U_x = k_1 U_x.$$

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Поліщук Є.С. та ін. Метрологія та вимірювальна техніка: підручник – М-во освіти і науки, молоді та спорту України, Нац. ун-т "Львівська політехніка"; 2-е вид., доп. та перероб. Львів : Вид-во Львівської політехніки, 2012. – 544 с.

2. Лавренова Д.Л. Основи метрології та електричних вимірювань [Електронний ресурс]: навчальний посібник / Д. Л. Лавренова, В. М. Хлистов; Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут». Київ: НТУУ «КПІ», 2016. – 123 с. http://ela.kpi.ua/handle/123456789/15988

3. Дороживець М. та інш. Основи метрології та вимірювальної техніки: в 2-х т.: підручник / М. Дорожовець, В. Мотало, Б. Стадник та ін.; за ред. Б. Стадника ; Національний ун-т "Львівська політехніка". Львів : Львівська політехніка, 2005. Т. 1.: Основи метрології. – 2005. – 532 с.

4. Цюцюра В.Д. Метрологія та основи вимірювань: навч. посіб. / В.Д. Цюцюра, С.В. Цюцюра. Київ: Знання-Прес, 2003. 180 с.: іл. Вища освіта XXI століття.

5. Головко Д.Б. Основи метрології та вимірювань. Навч. Посібник / Головко Д.Б., Рего К.Г., Скрипник Ю.О. – К.: Либідь, 2001. – 408 с.

6. Ціделко В.Д. Невизначеність вимірювання. Обробка даних і подання результату вимірювання: [монографія] / В.Д. Ціделко, Н.А. Яремчук. Київ: Політехніка, 2002.

7. Шпінь О.П. Прикладна метрологія: навчальний посібник / О. П. Шпінь ; НТУУ "КПІ". Київ : НТУУ "КПІ", 2007. – 140 с.

8. Бичківський Р.В. Метрологія, стандартизація, управління якістю і сертифікація: підручник для вищих навч. закл. / Р. В. Бичківський, П. Г. Столярчук, П. Р. Гамула; за ред. Р. В. Бичківського ; Національний ун-т "Львівська політехніка". 2-ге вид., випр. і доп. Львів : Видавництво Національного ун-ту "Львівська політехніка", 2004. – 560 с.: табл.

9. Дзюба В.Н. Электрорадиоизмерения: конспект лекций: учебн.пособ. / В.Н. Дзюба; Киев : НТУУ "КПИ", 2010. – 152 с.

10. Пронкин Н.С. Основы метрологии динамических измерений: учеб. пособ. для вузов / Н.С. Пронкин. Москв : Логос, 2003. – 256 с.

11. Кушнир Ф.В. Электрорадиоизмерения. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. – 320 с.

12. Авдеев Б.Я. Основы метрологи и электрические измерения. – Л.: Энергоатомиздат, 1987. – 480 с.

13. Сергеев А.Г. Метрология. – М.: Логос, 2001. – 408 с.

14. Кузнецов В.А. Измерения в электронике. – М.: Энергоатомиздат, 1987.

15. Орнатський П.П. Теоретические основы информационно-измирительной техники. – К. Высш. школа, 1984. – 455 с.

16. Радкевич Я.М. Метрология, стандартизация и сертификация. – М.: Высш. школа, 2006. – 800 с.