

УДК 519.2:40.1

Ж.В. Дейнеко, В.В. Кирій, Л.О. Кіріченко

ДОСЛІДЖЕННЯ ФРАКТАЛЬНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ РЯДІВ ВИРОБНИЦТВА І СПОЖИВАННЯ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ В УКРАЇНІ**Вступ**

Специфіка електроенергетики як галузі промислового виробництва накладає особливі обмеження на багато техніко-економічних процесів в даній сфері, їх проходження, облік, організацію і планування. Особлива увага вчених і практичних працівників завжди пов'язана з питаннями виробництва і споживання електроенергії, оскільки одночасність цих процесів створює необхідність більш уважного, об'єктивного і ретельного підходу до задач планування виробництва, технології засобів розподілу і поширення електроенергії та прогнозування попиту. Дослідження в цих напрямках завжди були пріоритетними, оскільки вони мають і значний науковий потенціал, пов'язаний з невирішеністю проблем, і практичну значущість, зумовлену необхідністю зниження витрат на функціонування галузі, складністю обчислювальних процедур для моделювання процесів та недостатньою точністю й адекватністю [1].

Питання вивчення виробництва і споживання електроенергії в нашій країні досліджувалися протягом тривалого часу. Значна увага цим питанням приділялася в період 70-х і 80-х років минулого сторіччя і це, насамперед, пов'язувалося з удосконалюванням розрахунків лімітів потужності споживачів енергосистеми, обґрунтуванням необхідного і достатнього рівня встановленої потужності енергосистем регіонів і держави в цілому.

Сучасна світова економіка, зокрема, й економіка України та її електроенергетична галузь, характеризується трансформаційними процесами [2]. Економічні системи еволюціонують у часі, в них відбуваються структурні трансформації. Зміна організаційно-економічних і правових відносин в енергосистемі держави, створення ринку електроенергії й ускладнення технічних і технологічних процесів, притаманних сучасній електроенергетиці, формування нових вимог до надійності енергопостачання, з одного боку, і оптимізація встановлених потужностей з виробництва електроенергії, з іншого,

створюють передумови для необхідності удосконалення методів і моделей прогнозування попиту на такий специфічний товар внаслідок того, що застосування статистичних і аналітичних методів моделювання ускладнене, а в ряді випадків просто неможливе. При моделюванні необхідно враховувати безліч різних факторів, що відображують як властивості елементів системи, так і взаємини між ними.

Характерною рисою сучасних досліджень економіки стає все більш широке застосування економіко-математичних методів, що дає можливість досліджувати властивості економічної системи як традиційними методами, так і методами, в основі яких покладені теорія хаосу, нелінійна динаміка, теорія фракталів, теорія катастроф і синергетика [3]. Для повного й адекватного моделювання економічної системи необхідно моделювати як її поведінку, так і структуру. Аналіз результатів, отриманих різними дослідниками, привів до такого спостереження: детерміноване поведінку виявляється в економічних часових рядах набагато рідше, ніж можна було б припустити на основі змістовного аналізу поведінку економічної системи.

Складні економічні системи, такі, як електроенергетика, належать до систем, що самоорганізуються. У процесі еволюційного розвитку таких систем закріплюються зв'язки між елементами, що сприяють ефективному функціонуванню системи. Причина цього криється у високому рівні складності економічних систем. Особливо це стосується систем енергетики, тому що саме ця галузь істотно сама впливає на економіку інших галузей і найбільшою мірою залежить від зовнішнього середовища функціонування – стану і розвитку виробництва, правових економічних відносин, соціально-економічного стану суспільства та ін. Безліч усіх внутрішніх зв'язків між елементами економічної системи утворює її структуру, яка в багатьох випадках має фрактальні (самоподібні) властивості [4]. Слід відзначити, що на сьогодні немає публікацій, які присвячені дослідженню динаміки виробництва та споживання електроенергії в Україні з погляду на фрактальність структури і наявність довгострокової залежності, властивої самоподібним стохастичним процесам.

Постановка задачі

Метою даної статті є дослідження фрактальної структури часових рядів споживання і

виробництва електроенергії в Україні, виявлення наявності довгострокової пам'яті і часових інтервалів, на яких вона простежується.

Визначення показника Херста за емпіричними даними

Традиційно самоподібність стохастичного процесу розпізнається визначенням параметра (показника) Херста H , $0 < H < 1$. Часові послідовності, для яких H більше 0,5, належать до класу персистентних, що зберігають наявну тенденцію. Якщо збільшення досліджуваного ряду були позитивними протягом деякого часу в минулому, тобто відбувалося збільшення H , то й надалі в середньому відбуватиметься його збільшення. І навпаки, тенденція до зменшення H в минулому означає в середньому продовження зменшення цього показника в майбутньому. Чим більше H , тим сильніша тенденція.

Значення $H = 0,5$ свідчить про незалежність випадкових даних, при цьому ніякої вираженої тенденції процесу не проявляється. Випадок $H < 0,5$ характеризується антиперсистентністю: зростання H в минулому означає зменшення його в майбутньому, а тенденція до зменшення H в минулому робить ймовірним збільшення в майбутньому. Чим менше H , тим більша ця імовірність. У таких процесах після зростання змінної зазвичай відбувається її зменшення, а після зменшення — зростання.

Існує багато методів визначення показника Херста. Одним із найбільш затребуваних і застосовуваних на практиці є метод нормованого розмаху [5]. У цьому випадку для часового ряду $x(t)$ довжиною τ визначається відношення $\frac{R(\tau)}{S(\tau)}$ ($R(\tau)$ — розмах кумулятивного ряду $x^{\text{cum}}(t, \tau)$; $S(\tau)$ — середнє квадратичне відхилення ряду $x(t)$):

$$\frac{R}{S} = \frac{\max(x^{\text{cum}}(t, \tau)) - \min(x^{\text{cum}}(t, \tau))}{\sqrt{\frac{1}{\tau-1} \sum_{i=1}^{\tau} (x(i) - \bar{x})^2}}, \quad t = \overline{1, \tau},$$

$$\text{де } \bar{x}(\tau) = \frac{1}{\tau} \sum_{i=1}^{\tau} x(i); \quad x^{\text{cum}}(t, \tau) = \sum_{i=1}^t x(i) - \bar{x}(\tau).$$

Для самоподібного процесу це відношення при великих значеннях τ має таку характеристику:

$$M \left[\frac{R}{S} \right] \approx (c \tau)^H,$$

де c — деяка стала величина.

Графік залежності $\frac{R(\tau)}{S(\tau)}$ від τ в логарифмічному масштабі являтиме собою пряму лінію, що апроксимується методом найменших квадратів (рис. 1). Оцінка показника H обчислюється як тангенс кута нахилу прямої залежності $\log \frac{R(\tau)}{S(\tau)}$ від $\log(\tau)$.

мічному масштабі являтиме собою пряму лінію, що апроксимується методом найменших квадратів (рис. 1). Оцінка показника H обчислюється як тангенс кута нахилу прямої залежності

$\log \frac{R(\tau)}{S(\tau)}$ від $\log(\tau)$.

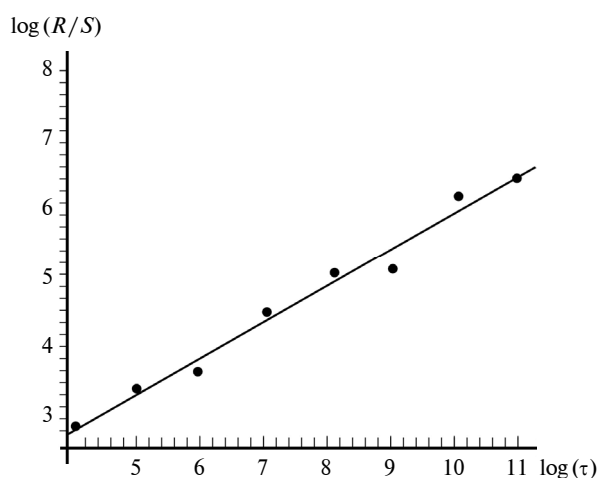


Рис. 1. Залежності R/S і τ від тангенса кута нахилу прямої

Аналіз зміни показника Херста

Різні стохастичні процеси можуть мати різну пам'ять: короткострокову, довгострокову і нескінченну. Крім того, той самий процес може містити в собі різні типи часової залежності. Виявити наявність тієї або іншої пам'яті дає змогу R/S -аналіз зміни показника Херста H залежно від довжини часового ряду.

Відповідно до загальноприйнятих методів розрахунку показника Херста за даним часовим рядом отримують точкову оцінку цього параметра — число, яке характеризує ступінь довгострокової залежності. У даній статті для аналізу типу часової залежності застосовується модифікована методика, розглянута в [6]. У цьому випадку показник Херста H розглядається як функція числа відліків часового ряду: $H(n)$. Поводження функції $H(n)$ дає можливість визначити такі характерні риси часового ряду: незалежність випадкових даних; наявність циклічних складових і середню довжину неперіодичного циклу; наявність довгострокової і короткострокової залежності.

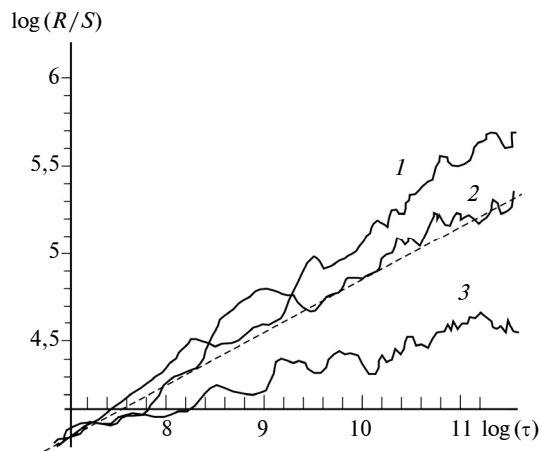


Рис. 2. Типові залежності $\log(R/S)$ від довжини ряду

На рис. 2 наведено типові залежності $\log(R/S)$ від довжини ряду для процесів з різними типами пам'яті. Пунктирною лінією позначено теоретичні значення $\log(R/S)$ для незалежних випадкових даних при $H = 0,5$. За наявності довгострокової залежності (крива 1) значення $\log(R/S)$ знаходитимуться вище пунктирної лінії, а у випадку антиперсистентності (крива 3) — нижче. Аналіз поведінки показника Херста дає змогу визначити значення часового інтервалу, починаючи з якого процес змінює властивості довгострокової залежності.

За допомогою R/S -аналізу можна виявити циклічність процесу і визначити середню довжину неперіодичних циклів, характерних для хаотичних систем. Оскільки в цьому випадку динаміка системи обмежена атрактором (періодичним або хаотичним), починаючи з певного періоду значення показника H (нахил кривої $\log(R/S)$) перестають змінюватися. Цей період характеризує середню довжину циклу. Особливе значення при дослідженні фрактальних процесів має виявлення й усунення короткострокової залежності, характерної для авторегресійних процесів. Лінійна залежність збільшує значення показника Херста і демонструє ефект довгостро-

кової пам'яті. Для усунення короткострокової залежності необхідно значення часового ряду процесу $S(t)$ регресувати як залежну змінну відносно $S(t-1)$ і знайти лінійну залежність між ними. Після цього проводиться R/S -аналіз залишку $X(t) = S(t) - (a + bS(t-1))$. Якщо вихідний ряд мав довгострокову залежність, то вона зберігається, у той час як короткострокова залежність усувається [6].

Аналіз часового ряду споживання електроенергії

Дані для поданих у статті досліджень було взято на офіційному сайті ДП “Енергоринок України” [7]. Нами досліджено ряд подового споживання електроенергії за період з 06.01.2003 р. по 06.01.2010 р., що містить 2554 спостереження (рис. 3). Спостерігаючи часову реалізацію, відразу можна відзначити яскраво виражену сезонність: зима—літо, наявність тенденції зростання споживання електроенергії до 2009 р. і різкий спад на початку 2009 р., що відповідає світовій фінансовій кризі.

Почнемо дослідження структури ряду споживання електроенергії з побудови ряду першої різниці $D(-1)$. Процедура взяття першої різниці рівноцінна вилученню авторегресійної залежності і лінійного тренду, що часто дає можливість отримати стаціонарний, у широкому

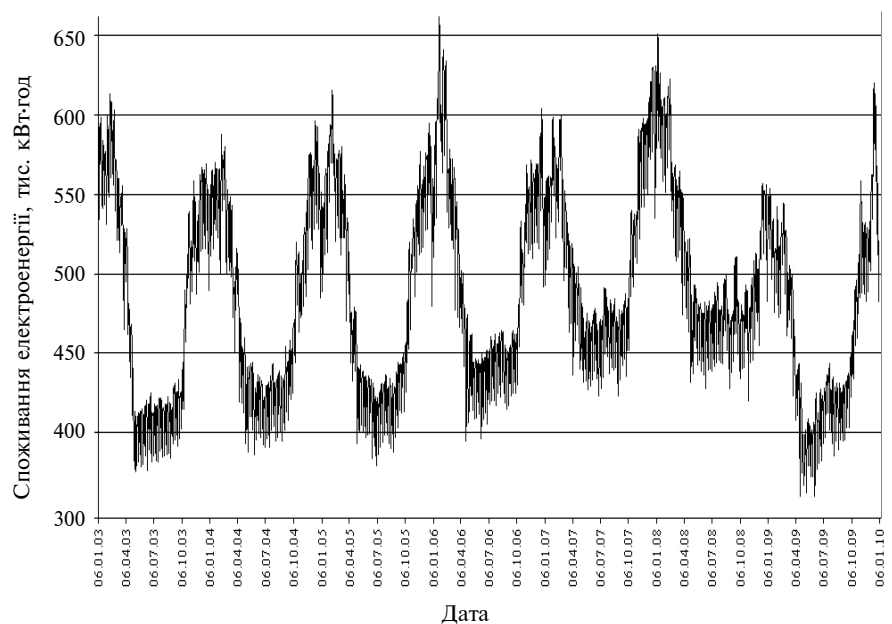


Рис. 3. Динаміка подового споживання електроенергії по Україні

значенні, [8] ряд, який було досліджено на стаціонарність за критеріями серій, інверсій і поворотних точок. Проведені тести продемонстрували відсутність тренду. Автокореляційна функція даного ряду, яка показана на рис. 4, а, демонструє сплески, що відповідають семиденній періодичності. Тижнева циклічність природна для споживання електроенергії.

Проведемо R/S -аналіз зміни показника Херста $H(n)$ залежно від довжини n часового ряду $D(-1)$. Графік у подвійному логарифмічному масштабі для R/S -аналізу показано на рис. 4, б.

На графіку R/S -залежності чітко видно цикли, що відповідають щомісячній повторюваності. Прямою лінією позначено ділянку, на якій простежується довгострокова залежність з показником Херста $H = 0,54$. Починаючи із значення $n = 356$, що відповідає річному циклові, R/S -залежність демонструє періодичні складові, які відповідають сезонним циклам різної довжини.

Під час проведення R/S -аналізу семиденна циклічність заважає коректному обчисленню ступеня довгострокової залежності. У цьому випадку можна вилучити циклічність за допо-

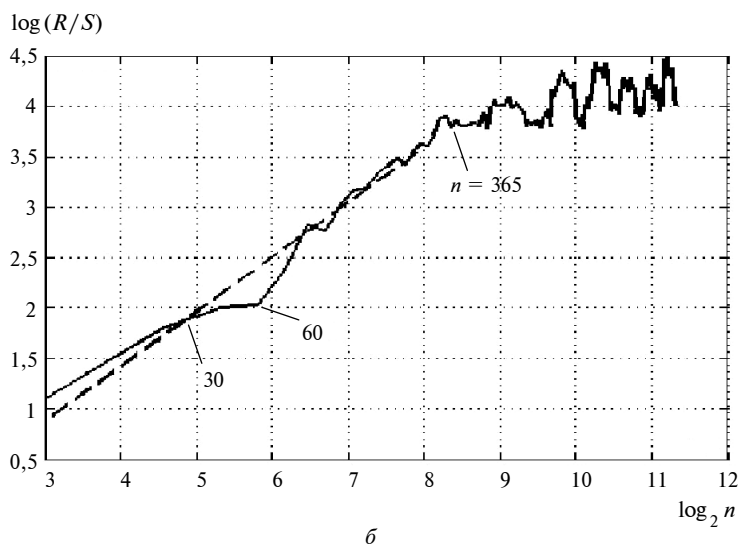
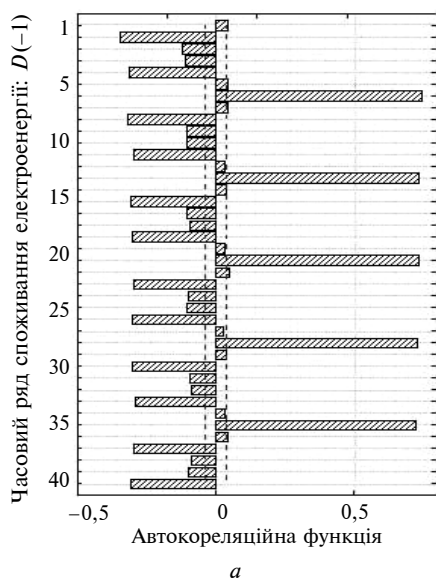


Рис. 4. Кореляційна функція ряду $D(-1)$ (а) і відповідна R/S -залежність (б), $H = 0,54$ для ряду споживання електроенергії в Україні

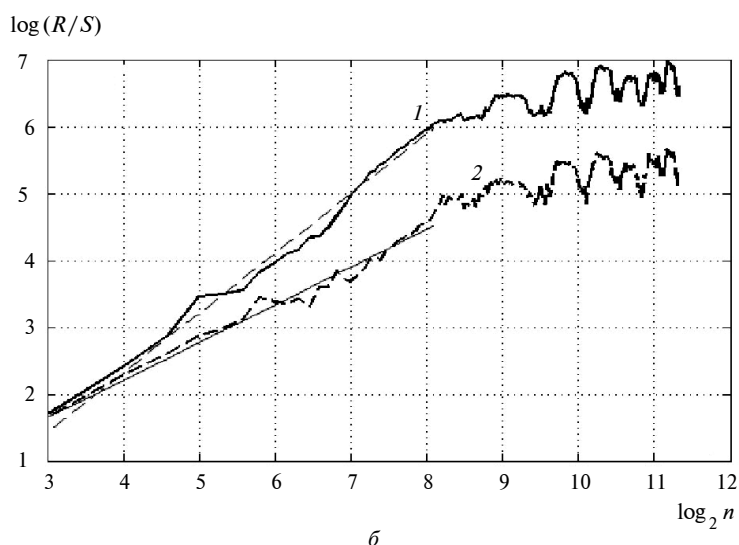
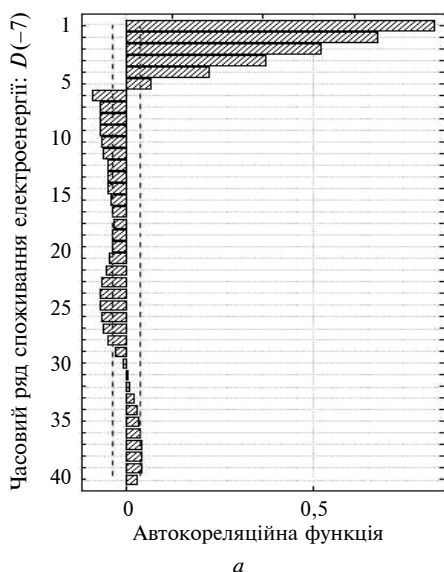


Рис. 5. Кореляційна функція ряду споживання електроенергії $D(-7)$ (а) і відповідні R/S -залежності (б): 1 – дані без вилучення авторегресії, $H = 0,86$; 2 – дані з вилученням авторегресії, $H = 0,56$

могою побудови ряду різниці з лагом 7: $D(-7)$ [8]. Відповідна автокореляційна функція показана на рис. 5, а. Кореляційна функція демонструє відсутність періодичних складових, що кратні семиденному циклові. Однак її поступовий спад свідчить про наявність авторегресійної складової процесу.

Проведемо R/S -аналіз зміни показника Херста $H(n)$ для часового ряду $D(-7)$. Графік R/S -залежності в подвійному логарифмічному масштабі показано на рис. 5, б. Пунктирною прямою на кривій 1 позначено ділянку, на якій простежується довгострокова залежність з показником Херста $H = 0,86$. Однак дуже високий показник може пояснюватися наявністю короткострокової залежності. Для її усунення необхідно знайти лінійну залежність між значеннями ряду в точках n і відповідними значеннями в точках $n - 1$. Аналіз ряду $D(-7)$ показав наявність авторегресійної залежності з коефіцієнтом авторегресії, який дорівнює 0,79. Кривою 2 зображено графік R/S -залежності для ряду $D(-7)$ з вилученою авторегресією. Показник Херста знизився до значення $H = 0,56$, що близько до значення, отриманого раніше для ряду $D(-1)$.

Отже, аналіз часового ряду подового споживання електроенергії в Україні показав наявність довгострокової залежності з показником Херста $H = 0,56$. Часовий інтервал, на якому простежується довгострокова залежність, лежить у діапазоні від 7 до 365 днів.

Аналіз часових рядів виробництва електроенергії

У статті досліджено ряди подового виробництва електроенергії електростанціями України (ГЕС, АЕС і ТЕС) за період з 01.01.2003 р. по 01.01.2010 р., що містять 2554 спостереження (рис. 6). У поданих рядах спостерігається сезонність (зима–літо) і деякий спад виробництва на початку 2009 р., що відповідає фінансовій кризі.

Проведемо дослідження структури поданих часових рядів за допомогою R/S -аналізу зміни показника Херста. Почнемо дослідження з побудови рядів першої різниці і відповідних кореляційних функцій, показаних на рис. 7, а, б, в, які було досліджено на стаціонарність за критеріями серій, інверсій і поворотних точок, що підтвердило відсутність тренду. Автокореляційні функції рядів ТЕС і ГЕС демонструють сплески, що відповідають тижневій циклічності, у той час як у ряду виробництва електроенергії АЕС явно виражена відсутність семиденної періодичності. Автокореляційні функції різниці з лагом 7 для рядів виробництва ТЕС і ГЕС, що демонструють наявність авторегресії, показані на рис. 7, г, д. Отже, для ряду АЕС можна проводити R/S -аналіз за рядом першої різниці, а для рядів виробництва на ТЕС і ГЕС необхідно досліджувати ряд різниці з лагом 7 з вилученою короткостроковою залежністю.

На рис. 8 наведено графіки R/S -аналізу для розглянутих рядів. Для всіх рядів, починаючи із значення $n = 365$, що відповідає річному циклові, R/S -залежність демонструє періодичні складові, які відповідають сезонним циклам різної довжини. R/S -аналіз ряду виробництва АЕС вказує на два часових інтервали з різними показниками Херста (рис. 8, а). Інтервали розділені ділянкою, що вказує на одно- і двомісячну циклічність. Показник Херста для ділянки 1 дорівнює 0,58, а для 2 – 0,79.

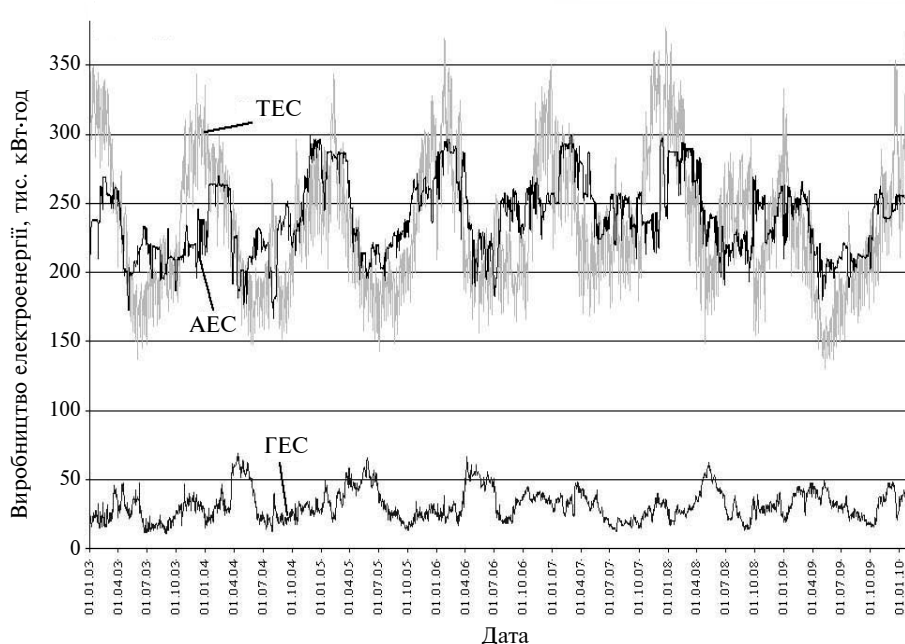


Рис. 6. Динаміка обсягів електроенергії, виробленої на АЕС, ТЕС, ГЕС

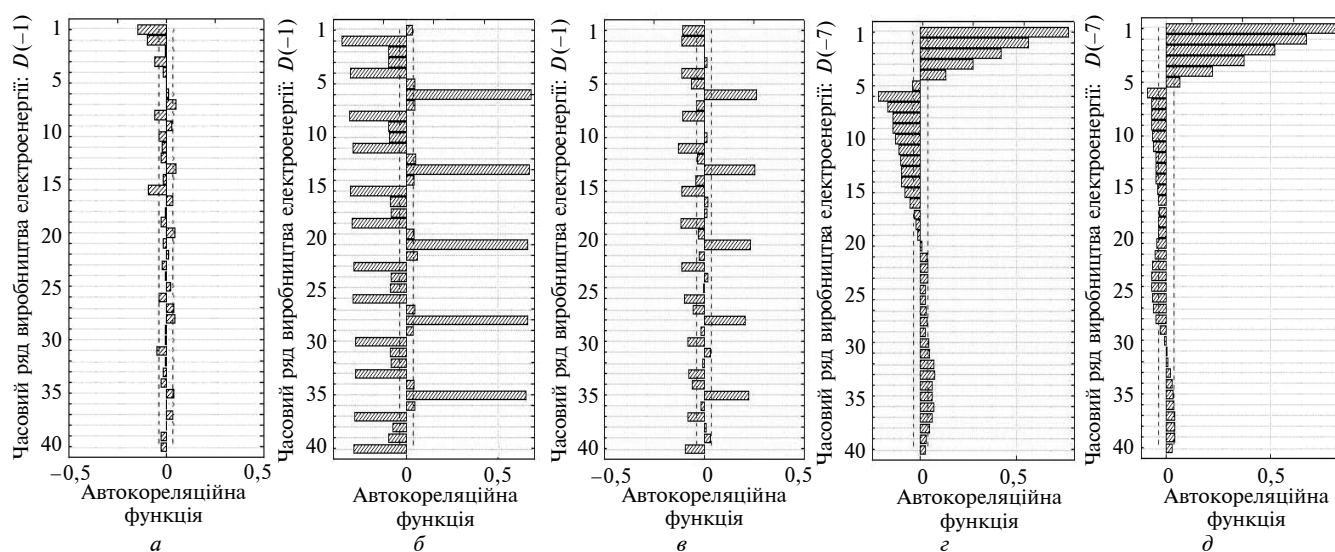


Рис. 7. Функції автокореляції рядів виробництва електроенергії АЕС, ТЕС, ГЕС: а – АЕС, $D(-1)$; б – ТЕС, $D(-1)$; в – ГЕС, $D(-1)$; д – ГЕС, $D(-7)$

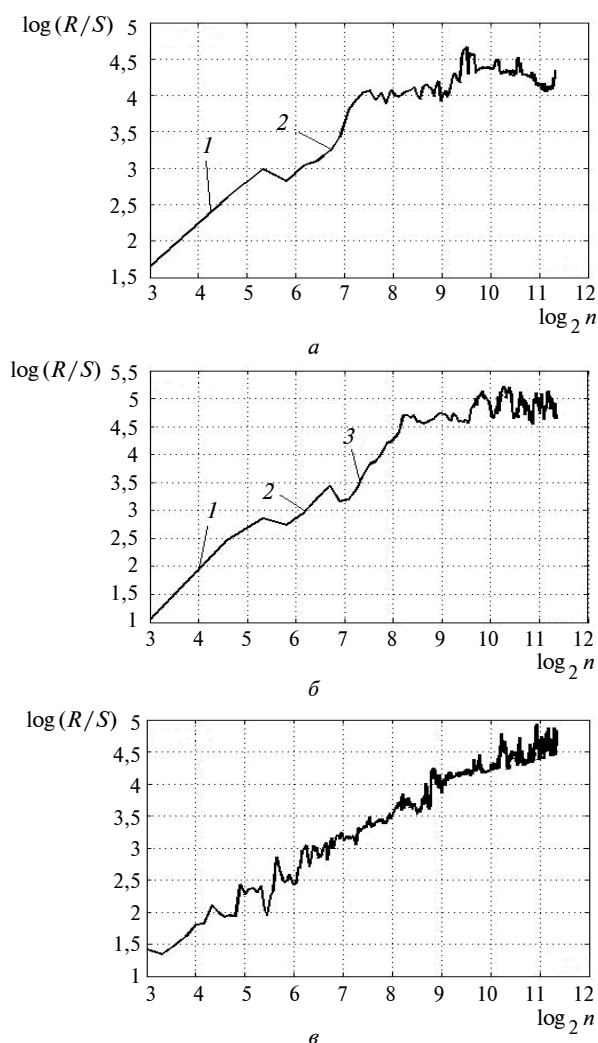


Рис. 8. R/S -залежність для рядів виробництва електроенергії: а – АЕС; б – ТЕС; в – ГЕС

R/S -аналіз ряду виробництва електроенергії ТЕС для ряду $D(-7)$ з вилюченою авторегресією вказує на три часових інтервали (1, 2, 3) довгострокової залежності (від тижня до місяця, від двох до трьох місяців і від трьох місяців до року) з різними показниками Херста (рис. 8, б). Показники Херста для відповідних ділянок дорівнюють: 1 – 0,80; 2 – 0,79; 3 – 0,89.

На відміну від усіх раніше розглянутих рядів R/S -аналіз ряду виробництва електроенергії ГЕС після вилучення короткострокової залежності показав наявність антиперсистентної залежності з показником Херста $H = 0,44$. Це цікавий і важливий результат, тому що антиперсистентна динаміка в економічних і технічних процесах трапляється досить рідко [5, 6]. Даний результат демонструє особливості структури часових рядів виробництва електроенергії гідроелектростанціями, дослідження й прогнозування яких вимагає окремого підходу.

Висновки

Фрактальний аналіз часових рядів виробництва і споживання електроенергії в Україні показав наявність короткострокової і довгострокової пам'яті даних стохастичних процесів. Часовий інтервал, на якому простежується довгострокова залежність, лежить у діапазоні від тижня до року. Таким чином, для математичного моделювання і прогнозування процесів виробництва і споживання електроенергії в Україні необхідно використовувати стохастичні процеси, яким притаманна як довгострокова,

так і короткострокова залежність, наприклад, фрактальні моделі авторегресії і ковзного середнього (FARIMA).

Практичне застосування результатів даної статті полягає у виробленні рекомендацій для оцінювання показника Херста по часових рядах, фрактальна структура яких не однакова в різних часових діапазонах. До часових рядів, що містять трендову і періодичну компоненти, необхідно застосовувати не тільки процедуру взяття першої різниці, але й різниці з лагом, що дорівнює періоду, і після цього вилучити авторегресійну складову.

Нами проведено дослідження на прикладі аналізу часових рядів виробництва і споживання електроенергії. Однак запропоновану методику оцінювання параметра Херста можна використовувати для дослідження фрактальної структури часових рядів різної природи: технічних, геофізичних, економічних, біомедичних. Подальші дослідження в рамках даної проблеми передбачають проведення фрактального аналізу часових рядів аналогічної складної динаміки за допомогою методів, заснованих на вейвлет-перетвореннях, які дають можливість одержувати більш точні оцінки параметра Херста.

Ж.В. Дейнеко, В.В. Кирий, Л.О. Кириченко

ИССЛЕДОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СВОЙСТВ
РЯДОВ ПРОИЗВОДСТВА И ПОТРЕБЛЕНИЯ
ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ В УКРАИНЕ

Проведено исследование фрактальной структуры временных рядов производства и потребления электроэнергии в Украине, в основе которых лежат нелинейная динамика и теория фракталов.

Zh.V. Deineko, V.V. Kiriya, L.O. Kirichenko

ANALYSIS OF FRACTAL PROPERTIES OF
SERIES PRODUCTION AND CONSUMPTION OF
ELECTRICITY IN UKRAINE

In this paper, we investigate the fractal structure of time series of production and consumption of electricity in Ukraine based on nonlinear dynamics and the theory of fractals.

1. *Енергетична стратегія України на період до 2030 р.* [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/signal/kr06145a.doc>
2. *Трансформація моделі економіки України (ідеологія, протиріччя, перспективи)* / За ред. акад. НАН України В.М. Гейця. — К.: Логос, 1999. — 500 с.
3. *Занг В.Б.* Синергетическая экономика. Время и периоды в нелинейной экономической теории / Пер. с англ. — М.: Мир, 1999. — 336 с.
4. *Петерс Э.* Хаос и порядок на рынках капитала. Новый аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка. — М.: Мир, 2000. — 334 с.
5. *Федер Е.* Фракталы. — М.: Мир, 1991. — 260 с.
6. *Петерс Э.* Фрактальный анализ финансовых рынков: применение теории хаоса в инвестициях и экономике. — М.: Интернет-трейдинг, 2004. — 304 с.
7. *Электронный ресурс.* — Режим доступа: <http://www.er.gov.ua>
8. *Ханк Д.Э., Уичерн Д.У., Райтс А.Дж.* Бизнес-прогнозирование. — 7-е изд. / Пер. с англ. — М.: Изд. дом "Вильямс", 2003. — 656 с.

Рекомендована Радою
факультету прикладної математики
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
29 березня 2010 року