УДК 691.391.052

ПЛАНАРНІ МЕТАЛОДІЕЛЕКТРИЧНІ ХВИЛЕВОДИ З РОЗШИРЕНОЮ СМУГОЮ ОДНОМОДОВОГО РЕЖИМУ

Левандовський В.Г., к.ф.-м.н., доцент
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут", м. Київ, Україна

PLANAR METAL-DIELECTRIC WAVEGUIDES WITH THE EXPANDED SINGLEMODEBAND REGIME.

LevandovskyyV.G., associate professor
National Technical University of Ukraine “Kyiv Polytechnic Institute”,Kyiv, Ukraine

Вступ. Постановка задачі

При конструюванні апаратури СВЧ та оптичного діапазону важливе значення мають інтегральні схеми планарного типів. В останній час розробників радіоелектронної апаратури привертають увагу неоднорідні в поперечному перерізі металодіелектричні хвилеводи. [1, 2]. Це пов’язано з тим, що неоднорідне заповнення дозволяє суттєво розширити можливості хвилеводних систем, значно покращати технічні характеристики. Значна увага приділяється багатошаровим, градієнтним планарним діелектричним хвилеводам, які є досить перспективними для створення елементів інтегральної оптики. При цьому вибір порядку розташування шарів або профілю показника заломлення здійснюється в значній мірі експериментальним підбором. В даній роботі, продовжуючи застосування методики [3], буде виконаний синтез параметрів металодіелектричного хвилеводу з розширеною смугою одномодового режиму. При цьому слід врахувати, що наведений в [3] метод допускає можливість використовувати, як вихідний, будь-який хвилевод з відомим профілем зміни діелектричної проникності в його поперечному перерізі та відомими характеристиками. В роботі [3], як вихідний, використаний хвилевід із ступінчастим профілем показника заломлення. Однак при з’єднанні таких хвилеводів можуть виникнути певні труднощі. В даній роботі для формування шуканої залежності буде використано однорідне невідбивальне середовище. Дослідження показали, що в цьому випадку функція профілю діелектричної проникності плавно змінюється і стрибок на границі відсутній. При цьому полегшуються можливості для оптимізації та розширення смуги одномодового режиму в порівнянні з попередніми результатами [3]. Застосування таких хвилеводів дозволить знизити втрати при з’єднанні внаслідок необхідної оптимізації товщини.

Розглянемо асиметричний діелектричний хвилевод з металевим покриттям, який представляє собою необмежену по координаті z пластинку товщиною l, але обмежену при $x = 0$ металом, а при $x = l$ — однорідним діелектриком з діелектричною проникністю $\varepsilon = \varepsilon_2$. В поперечному напрямі хвилевід є неоднорідним і характеризується діелектричною проникністю $\varepsilon = \varepsilon(x)$. Завдання полягає у визначенні функції зміни діелектричної проникності в поперечному перерізі хвилеводу та його товщини при виконанні певних вихідних умов.

Диференціальне рівняння, що визначає властивості ТЕ-хвиль в такому хвилеводі, має наступний вигляд:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 \varepsilon(x) E_y = 0, \tag{1}$$

$$\begin{gathered} \frac{\partial E_y}{\partial x} = -j\omega\mu H_z, \\ E_y = -\frac{\omega\mu}{\beta} H_x,\ E_x = E_z = H_y = 0. \end{gathered} \tag{2}$$

Тут μ — відносна магнітна проникність; ω — кутова частота; $k=(\varepsilon_0\mu_0)^{1/2}$; ε_0 і μ_0 — діелектрична та магнітна проникності вільного простору. Припускається, що зміни поля у часі описується функцією *exp(jωt.),* а вздовж оси z — функцією *exp(-jβz),* де β — стала поширення. Складові E_y та H_z можно подати у вигляді

$$E_y = E(x) e^{-j\beta z},\ H_y = H(x) e^{-j\beta z}. \tag{3}$$

Для визначення *E(x)* та *H(x)*з (1) і (2) з урахуванням (3) маємо рівняння

$$\frac{d^2 E(x)}{dx^2} + \left[k^2 \varepsilon(x) - \beta^2\right] E(x) = 0 \tag{4}$$

$$H(x) = -\frac{1}{j\omega\mu} \frac{dE(x)}{dx} \tag{5}$$

В залежності від поведінки функції $\varepsilon(x)$ та граничних умов спектр власних значень β_n (n = 1,2,3,...) диференціального рівняння (4), при якому існують розв'язки, може складатися з дискретної частини, яка відповідає поширюваним хвилям і неперервної, яка відповідає випромінюваним хвилям.

Після перетворення до безрозмірного вигляду рівняння (4) матиме вигляд

$$\frac{d^2 E(\xi)}{d\xi^2} + V^2\left[b^2 - q(\xi)\right] E\xi = 0, \tag{6}$$

де $b^2 = \dfrac{\varepsilon_2 - \beta^2 / k^2}{\varepsilon_m - \varepsilon_2}; V = kl\sqrt{\varepsilon_m - \varepsilon_2}; q(\xi) = \dfrac{\varepsilon_2 - \varepsilon(\xi)}{\varepsilon_m - \varepsilon_2}; \xi = \dfrac{x}{l}$ — безрозмірна координата; ε_m — довільне, але більше ніж ε_2 значення відносної діелектричної проникності. Для можливості використання математичного апарату методу розв'язку зворотної задачі розсіяння [4,5] зафіксуємо хвильове число k. Тоді спектральний параметр b в рівнянні (6) однозначно визначиться значеннями сталої поширення β.

Позначивши $p^2 = -V^2 b^2$, $q_1(\xi) = V^2 q(\xi)$, одержимо рівняння

$$\frac{d^2E(\xi)}{d\xi^2} + \left[p^2 - q_1(\xi)\right]E(\xi) = 0, \tag{7}$$

граничними умовами для якого будуть

$$E(0) = 0, \quad \left.\frac{dE(\xi)}{d\xi}\right|_{\xi=0} = 1.$$

$$\left.E(\xi)\right|_{\xi=1+0} = \left.E(\xi)\right|_{\xi=1-0}, \left.\frac{dE(\xi)}{d\xi}\right|_{\xi=1+0} = \left.\frac{dE(\xi)}{d\xi}\right|_{\xi=1-0}. \tag{8}$$

Окрім того, повинна виконуватись умова загасання поля поширюваної моди на нескінченності: при $\xi \to \infty$, $E(\xi) < M_1$, де M_1 — певна мала величина.

Відомо, що при $p^2 < 0$, тобто, коли виконується умова

$$k\sqrt{\varepsilon_2} < \beta < k\sqrt{\varepsilon_m}, \tag{9}$$

має місце хвилеводний режим.

Метод розв'язку задачі.

У відповідності із розв'язком зворотної задачі розсіяння [3,4,5], розв'язок рівняння (7), що описує хвильові процеси в неоднорідному діелектричному хвилеводі, визначається через відомі розв'язки аналогічних рівнянь, що описують поширення хвиль в металодіелектричних хвилеводах з відомим розподілом діелектричної проникності в його поперечному перерізі. За вихідний хвилевод візьмемо однорідне середовище з діелектричною проникністю $\varepsilon = \varepsilon_2$, що займає на півпростір $\xi > 0$ та обмежене при $\xi = 0$ металевим екраном. Рівняння, що описує властивості електромагнітних хвиль в такому середовищі, має вигляд

$$\frac{d^2E_1(\xi)}{d\xi^2} + p^2E_1(\xi) = 0, \tag{10}$$

Граничні умови співпадають з умовами (8). Запишемо розв'язок рівняння (10)

$$E_1(\xi, p) = \frac{1}{|p|} sh|p|\xi \tag{11}$$

Однорідне середовище не підтримує поширюваних хвиль, а містить тільки хвилі випромінювання. Тому у відповідності з методикою [3], похідна спектральної функції, яка відповідає задачі (10), (8) має вигляд

$$d\sigma_1(p)=\begin{cases}\dfrac{2p}{\pi}, & p\geq 0,\\ 0, & p\in\left(-v^2,0\right),\end{cases} \tag{12}$$

Спроектуємо діелектричний хвилевод із заданою смугою одномодового режиму. За відомі характеристики приймемо значення фазової та групової швидкості, задані на фіксованій частоті, яка характеризує розширену смугу одномодового режиму. В цьому випадку слід змінити спектр задачі (10), (8), а саме, неперервну частину залишити без змін, а дискретна — буде складатись з одного доданка, що характеризує поширювану хвилю. Використовуючи теорію [3,4,5], побудуємо похідну спектральної функції задачі (7), (8)

$$d\sigma(p)=\begin{cases}\Phi(p), & p\geq 0,\\ B\delta(p-p_0)dp, & p\in\left(-v^2,0\right),\end{cases} \tag{13}$$

Тут p_0 — нормований спектральний параметр задачі (7), (8), що відповідає заданому на фіксованій частоті хвилевому числу поширюваній хвилі. Нормувальний коефіцієнт B має бути визначеним.

Використовуючи підхід [3,4,5], за відомою спектральною функцією $\sigma(p)$, тобто за заданими B та p_0 можно в рівнянні (7) визначити функцію $q_1(\xi)$, яка відповідає розподілу діелектричної проникності в поперечному перерізі шуканого хвилеводу.

Оператор перетворення [4], який пов’язує розв’язок задачі (7) про поширення хвиль в шуканому хвилеводі з розв’язком задачі (10) має вигляд

$$E(\xi,p)=\frac{sh|p|\xi}{|p|}+\int_0^{\xi}K(\xi,t)\frac{sh|p|t}{|p|}dt \tag{14}$$

Згідно [5], функція K(ξ,t) є єдиним розв’язком інтегрального рівняння Гельфанда-Левітана, яке в даному випадку можна записати наступним чином:

$$G(\xi,t)+\int_0^{\xi}K(\xi,s)G(\xi,t)ds+K(\xi,t)=0, \xi>s, \tag{15}$$

При t > 0, функція $K(\xi,t)$ задовольняє умовам

$$K(\xi,0)=0,\ \frac{dK(\xi,\xi)}{d\xi}=\frac{1}{2}q_1(\xi)\quad . \tag{16}$$

Ядро інтегрального рівняння (15) G(ξ,t)можна визначити за допомогою інтеграла Стільт’єса:

$$G(\xi,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{sh|p|\xi sh|p|t d\sigma_0(p)}{|p|^2}, \tag{17}$$

де інтегрування проводиться за різницею спектральних функцій $\sigma_0(p)$ задач (7) і (10) з граничними умовами (8). Виконуючи в (17) інтегрування та враховуючи властивість δ - функції, одержимо

$$G(\xi,t)=B\frac{sh|p|\xi sh|p|t}{|p|^2} \qquad (18)$$

Підставляючи (18) у (15) та враховуючи ортогональність власних функцій, одержимо, що

$$K(\xi,t)=B\frac{sh|p|\xi sh|p|t}{Q(\xi)}\ , \qquad (19)$$

де

$$Q(\xi)=B\int_0^{\xi}\frac{(sh|p|s)^2}{|p|^2}ds \quad . \qquad (20)$$

Так як $K(\xi,t)$ є єдиним розв'язком рівняння (15), то з (16) випливає, що $q_1(\xi)$, а отже і $\varepsilon(\xi)$ визначаються однозначно.

Вираз для визначення $\varepsilon(\xi)$ має вигляд:

$$\varepsilon(\xi)=\varepsilon_2+\frac{B|p|2sh(|p|\xi)Q(\xi)-\frac{1}{2|p|^4}B^2(sh(|p|\xi))^4}{(kl)^2Q(\xi)^2} \qquad (21)$$

Функції полів мод, поширюваних у шуканому хвилеводі, в нашому випадку матимуть вигляд

$$E(\xi,p)=\frac{sh(|p|\xi)}{Q(\xi)}, \qquad (22)$$

Використовуючи (5), можна визначити $H(\xi,p)$

$$H(\xi,p)=\frac{j}{kl}\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}\frac{|p|sh(|p|\xi)Q-\frac{1}{2}B(sh(|p|\xi))^4}{Q^2} \qquad (23)$$

Формули (21) — (23) дозволяють знайти розподіл діелектричної проникності $\varepsilon(\xi)$ в поперечному перерізі шуканого хвилеводу, а також, функції $E(\xi)$ та $H(\xi)$, які пропорційні поперечним складовим напруженостей електричного та магнітного полів.

Невідомий коефіцієнт B, який міститься в цих виразах, можна визначити, використовуючи наступне співвідношення [6].

$$V_{ph}V_{gr}=\frac{c^2\int_0^{\infty}E^2(\xi,p_0)d\xi}{\int_0^{\infty}\varepsilon(\xi)E^2(\xi,p_0)d\xi}, \qquad (24)$$

яке пов'язує фазову V_{pf} та групову V_{gr} швидкості поширюваної моди з розподілом електромагнітного поля в поперечному перерізі шуканого хвилеводу (c — швидкість світла у вакуумі).

Визначивши з цього рівняння B і підставивши вираз в (21) — (23), одержимо розрахункові формули для знаходження розподілу діелектричної проникності $\varepsilon(\xi)$ та функцій $E(\xi)$ та $H(\xi)$.

Основні результати застосування методу

Дослідимо параметри одержаного плоского неоднорідного діелектричного хвилеводу на металевій підкладці в одномодовому режимі і прослідкуємо за зміною ширини смуги пропускання в залежності від зміни значень фазової та групової швидкості поширюваної моди.

Візьмемо за діелектричну проникність покривного шару — матеріал з ε_2 = 2,2921 (наприклад, скло), виберемо ε_m= 2,7457. Розглянемо випадок одержання одномодових хвилеводів, які мають однакову групову швидкість поширюваної моди і прослідкуємо за зміною товщини хвилеводу та ширини його смуги пропускання в залежності від зміни значень фазової швидкості моди. Задачу розв'язуємо для безрозмірних частоти V = 4,53 і групової швидкості V_{gr}/c = 0,652. Значення фазових швидкостей наведені в таблиці 1.

Таблица 1.

№кривої	1	2	3	4	5	6
V_{ph}/c	0,639	0,641	0,644	0,645	0,647	0,650

На рис. 1 наведені профілі зміни діелектричної проникності шуканих хвилеводів в залежності від товщини хвилеводу.

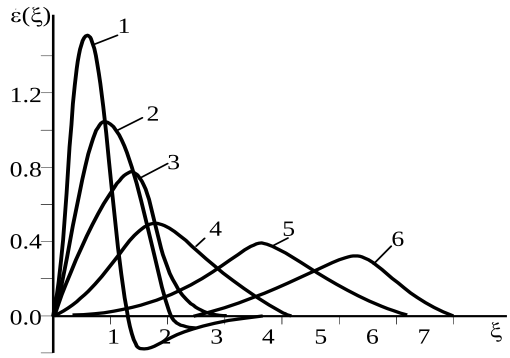

Рис.1. Профілі зміни діелектричної проникності хвилеводів з однаковою груповою швидкістю основної моди

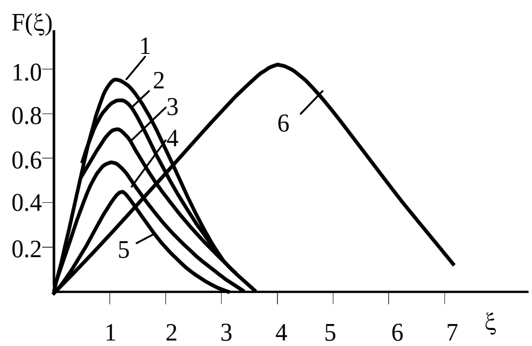

Рис. 2. Розподіл інтенсивності електричного поля в поперечному перерізі хвилеводів, які мають однакову групову швидкість основної моди

Ці профілі є монотонними функціями з одним максимумом, які при $\xi\to\infty$ прямують до величини ε_2. Із зменшенням V_{ph}/c збільшується величина максимуму діелектричної проникності, який зміщується до металевого екрану. Не дивлячись відсутність хвилеводного режиму на певних ділянках, де $\varepsilon(\xi) < \varepsilon_2$ для профілів 1, 2, 3, 4, товщина їх хвиле водної області перевищує товщину однорідного хвилеводу ($\xi = 1$), у якого таке ж саме значення ε_m . Границею хвилеводного шару будемо вважати те значення ξ, при якому виконується співвідношення

$$\left(\left(\varepsilon(\xi)-\varepsilon_2\right)/\left(\varepsilon_m-\varepsilon_2\right)\right)\cdot 100\% \leq 0{,}01\% .$$

З рис.1 видно, що товщина одержаних хвилеводів збільшується із збільшенням значень групової швидкості в порівнянні із однорідним ступінчастим хвилеводом.

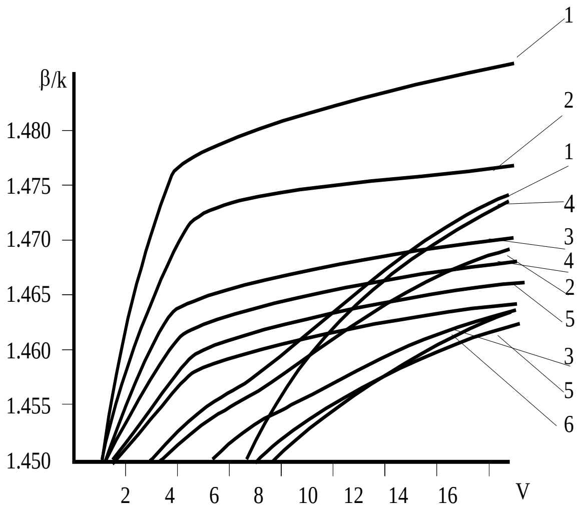

Рис3. Дисперсійні криві одержаних хвилеводів

На рис. 2 поданий розподіл інтенсивності поля поширюваної моди. Криві нормовані на максимальне значення інтенсивності.

На рис. 3 наведені дисперсійні криві основної та наступної моди шуканих хвилеводів. Видно помітне збільшення смуги одномодового режиму в порівнянні з однорідним діелектричним хвилеводом.

Висновки

Задача проектування плоского діелектричного хвилеводу на металічному екрані із застосуванням в якості вихідного — однорідне невідбиваюче середовище розв’язана повністю. Вихідними даними є задані на фіксованій частоті фазові та групові швидкості поширюваних мод. Допускаються одномодовий та маломодовий режими.

Одержані хвилеводи можуть застосовуватись при створенні інтегрально-оптичних кіл у вигляді інтегрально-оптичних пристроїв, з’єднаних із оптичними хвилеводами. За допомогою таких комплексів виконуються різні перетворення оптичних сигналів. Хвилеводи з металевим покриттям в цьому випадку є важливою складовою частиною, оскільки деякі елементи інтегрально-оптичних кіл, наприклад, модулятори, містять металічний електрод, розташований в безпосередній близькості до області поширення хвилі. Окрім того, у хвилеводів цього типу загасання ТМ-мод на порядок вище, ніж у відповідних ТЕ-мод. Це призводить до зміни затухання або модуляції амплітуди випромінювання. Сильне загасання ТЕ-мод і той факт, що загасання інших ТМ-мод щонайменше в 10 разів перевищує загасання відповідних ТЕ-мод, дозволяє використовувати хвилеводи з металевим покриттям як аналізатори мод. На основі таких хвилеводів можна створити фільтри мод, які пропускають ТЕ-моди і відсікають ТМ-моди. Подібні хвилеводи з металевим покриттям можна використати і в гібридних інтегрально-оптичних колах як ізолятори, що розділяють діелектрики з великим та відносно низьким показником заломлення.

Литература

1. Мурмужев Б. А. Дисперсионные характеристики H[m,n]- и E[m,n]-волн в многослойном металлодиэлектрическом волноводе / Б. А. Мурмужев, Р. Н. Козырьков, Р. Н. Денисюк // Радиотехника и электроника. — 2011. — С. 1444—1450.

2. Видил М. Ю. Электромагнитные волны слоистой металлодиэлектрической структуры / М. Ю. Видил С. Л. Просвирнин, Н. В. Сидорчук // Радиофизика и радиоастрономия. — 2010. — Т.15. — №2. — С.183—192.

3. Левандовський В. Г. Проектування профілю показника заломлення в планарних металодіелектричних хвилеводах / Левандовський В. Г. // Вісник НТУУ "КПІ". Радіотехніка. Радіоапаратобудування. — 2010. — Вип. 40. — С.108 — 112.

4. Титчмарш Э. Ч. Разложения по собственным функциям связанные с дифференциальными уравнениями второго порядка / Э. Ч. Титчмарш; пер. с англ. — М. : ИЛ, 1960.—280 с.

5. Гельфанд И. И. Об определении дифференциального оператора по его спектральной функции/ И. И. Гельфанд, Б. М. Левитан //Изв. АНСССР. Сер. Мат.,1951. —Т.15. —№ 4. —С. 309—313.

6. Case K. M. On wavepropagation in inhomogeneous medium. / K. M. Caseб J. Math.Phys., 1972. —V.13.— № 3. — P. 360 — 362.

References

1. Kozyrkov R. N., Denysuk R. N. Dyspersyonniye harakterystyky H[m,n]- iE[m,n]-voln v mnogosloynom metallodyelektrytcheskom volnovode. Radyotehnyka i elektronyka, 2011, pp. 1444-1450.

2. Vydyl M. Yu., Prosvyryn S. L., Sydortchuk N. V. Elektromagnytniye volny sloystoy metallodyelektrytcheskoy struktury. Radiophyzyka I radioastronomia, 2010, vol. 15, no. 2, pp. 183-192.

3. Levandovskiy V. G. Proektuvannya profilya pokaznyka zalomlennya v planarnyh metallodielektrytchnyh hvylevodah. Visnyk NTUU "KPI". Seriya — Radiotekhnika. Radioaparatobuduvannya, 2010, no. 40, pp. 108-112.

4. Tytchmarsh E. Ch. Razlozheniya po sobstvennym funktsiyam svyazanniye s different-sialnymy uravneniyamy vtorogo poryadka. Per. s angl. Moscow, 1960, 280 p.

5. Gelfand I. I., Levitan B. M. Ob opredeleniyi differentsialnogo operatora po yego spek-tralnoy funktsyy. Izv. AN SSSR. Ser. Mat., 1951, vol. 15, no. 4, pp. 309-313.

6. Case K. M. On wave propagation in inhomogeneous medium. J. Math. Phys., 1972, vol. 13, no. 3, pp. 360-362.

Левандовський В.Г. ***Планарні металодіелектричні хвилеводи з розширеною смугою одномодового режиму.*** *При рішенні зворотної задачі розсіювання на основі хвилевих рівнянь проведена оптимізація параметрів плоских металодіелектричних хвилеводів. Одержані одномодові тонкоплівкові металодіелектричні хвилеводи, які мають розширену смугу одномодового режиму та збільшені поперечні розміри.*

Ключові слова: *планарні хвилеводи, металодіелектричні хвилеводи, одномодовий режим, інтегральна оптика.*

Левандовський В.Г. ***Планарные металлодиэлектрические волноводы с расширенной полосой одномодового режима.*** *При решении обратной задачи рассеяния на*

основе волновых уравнений проведена оптимизация параметров плоских металлодиэлектрических волноводов. Получены одномодовые тонкопленочные металлодиэлектрические волноводы, имеющие расширенную полосу одномодового режима и увеличенные поперечные размеры.

Ключевые слова: *планарные волноводы, металлодиэлектрческие волноводы, одномодовый режим, интегральная оптика.*

Levandovskyy V.G. ***Planar metal-dielectric waveguides with the expanded singlemode band regime.***

Purpose. *Present work is devoted to the optimization of metal-dielectric waveguides for practical application in integrated optics.*

Actuality and practical importance. *Such waveguides are a perspective element for creation of variety devices of integrated optics (multichannel splitters, modulators and switches, the filters radiating structures etc.) in various units of integral-optical schemes.*

Choosing of method. *It is shown, that optimization of parameters of planar metal-dielectric waveguide can be performed using the values of phase and group velocities of propagating modes on fixed frequency when solving the return scattering problem on the basis of wave equations.*

Conclusion. *The method of return scattering problem solving that consists in restoration of differential operator from its spectral function make it possible to receive singlemode thin-film metal-dielectric waveguides having the expanded singlemode band regime and the increased cross-section sizes. For verification of results the model experiment with solving of direct problem for obtaining waveguides is executed.*

Keywords: *planar waveguides, metal-dielectric waveguides, singlemode regime, integrated optics.*