

МОДИФІКОВАНИЙ МЕТОД НАЙШВИДШОГО ГРАДІЄНТНОГО СПУСКУ

Кондратенко С. Ю.

(Науковий керівник Тарабаров С. Б., к.т.н., доцент)

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Радіотехнічний факультет

Сьогодення потребує від конструктора не тільки створювати необхідні технічні рішення, а робити це якомога швидше. Будь-які затримки — це додаткові матеріальні витрати, втрачена вигода, то можливість залишитися позаду конкурентів.

Хоча зараз комп'ютер допомагає розробнику проводити обчислення швидше, але складність необхідних розрахунків, що потрібно провести, також зростає. Ускладнюються цільові функції, параметри системи взаємопов'язані між собою, і часто не можливо поліпшити один, не погіршивши інший. Тут на допомогу приходять методи математичної оптимізації, що дозволяють значно скоротити необхідну кількість кроків для досягнення бажаного результату.

Потрібно зауважити, що сам процес пошуку рішення — це спроба знайти мінімальне (чи максимальне) значення так званої цільової функції, що являється математичною репрезентацією досліджуваної системи, та обмежень накладених на її параметри.

Зараз існує доволі велика кількість методів оптимізації. Вони можуть різнитися кількістю аргументів, можливістю користуватися лише значеннями функції, чи, також, обчислювати похідні як першого, так і другого порядків. Набувають популярності генетичний алгоритм та нейронні мережі, що стало можливим завдяки потужностям сучасних комп'ютерів.

Кожен метод має свої переваги та недоліки, тому їх обирають виходячи з досвіду, або наявних рекомендацій. Компромісним варіантом можна вважати вибір групи градієнтних методів.

Інтерес викликає використання чутливостей для можливого поліпшення методу найшвидшого градієнтного спуску, алгоритм якого [1] полягає у побудові послідовності точок, які обчислюються за правилом:

$$X^{(i+1)} = X^{(i)} + \lambda^{(i)} S^{(i)}$$

де X — точка з шуканими параметрами системи, λ — коефіцієнт, що визначається шляхом одновимірної оптимізації, $S^{(i)} = \nabla f(X^{(i)})$ — напрям одновимірної оптимізації, i — номер ітерації.

Модифікована формула матиме вигляд:

$$x_k^{(i+1)} = x_k^{(i)} - \lambda^{(i)} |x_k^{(i)}| \nabla f(x_k^{(i)}),$$

де $x_k^{(i)}$ — k -та складова вектора $X^{(i)}$ на i -й ітерації.

Для порівняння обрано метод спряжених градієнтів [2] (також модифікація методу найшвидшого градієнтного спуску), напрямок пошуку в якому визначається за формулою:

$$S^{(i)} = -\nabla f(X^{(i)}) + \beta S^{(i-1)}$$

де β — скалярний ваговий коефіцієнт, що визначається по формулі Флетчера–Рівса або Полака–Райбера.

У таблиці 1 наведено порівняння методу найшвидшого градієнтного спуску, запропонованої модифікації, та методу спряжених градієнтів (з різним ваговим коефіцієнтом). Функції, що оптимізуються:

- 1) $f_1(x_1, x_2) = 100(x_2 - x_1^2)^2 + (x_1 - 1)^2$;
- 2) $f_2(x_1, x_2) = (x_1 + 2x_2 - 7)^2 + (2x_1 + x_2 - 5)^2$;
- 3) $f_3(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2$.

В межах однієї функції, для кожного випадку встановлені однакові параметри точності та початкова точка.

Таблиця 1

Порівняння методів оптимізації

Метод	Функція 1		Функція 2		Функція 3	
	i	$f_1(X)$	i	$f_2(X)$	i	$f_3(X)$
Найшв. град. спуск	516	1,79e-05	29	3,13e-06	7	2,51e-05
Модифікація	347	1,53e-05	29	1,41e-05	4	1,90e-04
Флетчера–Рівса	32	2,90e-09	6	7,47e-08	4	1,66e-05
Полака–Райбера	16	2,46e-10	5	3,59e-07	5	3,33e-07

Як бачимо запропонована модифікація пришвидшує роботу алгоритму найшвидшого градієнтного спуску, проте показує гірші результати, ніж вже існуючі рішення. З отриманих результатів можна зробити висновок, що доцільніше використовувати метод спряжених градієнтів. Проте, питання ще потребує додаткового дослідження.

Література

1. Rao, S. S. Engineering optimization: theory and practice / Singiresu S. Rao. – 4th ed. p. cm. ISBN 978-0-470-18352-6

2. Метод сопряжённых градиентов. [Електронний ресурс]. Доступно за посиланням: http://www.machinelearning.ru/wiki/index.php?title=Метод_сопряженных_градиентов. Останній вхід 27.04.2019.