

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ
ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ РАДІОЕЛЕКТРОНІКИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ЦЕНТР «МАЛА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ»

НАУКОЄМНІ ТЕХНОЛОГІЇ ОПТИМІЗАЦІЇ ТА КЕРУВАННЯ В ІНФОКОМУНІКАЦІЙНИХ МЕРЕЖАХ

Колективна монографія

Під загальною редакцією
В.М. Безрука, Л.С. Глоби, О.Є. Стрижака

Київ

2019

УДК 621.391+004.7

НЗ4

Рекомендовано до друку Вченою радою Національного центру «Мала академія наук України» (протокол № 1 від 15 січня 2019 року), науково-технічною радою Харківського національного університету радіоелектроніки (протокол № 2 від 25.06.2018 р.)

Рецензенти:

Бараннік В.В., д.т.н., проф., начальник кафедри бойового застосування та експлуатації АСУ Харківського Національного університету Повітряних Сил імені Івана Кожедуба; Климаш М.М., д.т.н., проф., завідувач кафедри телекомунікацій Національного університету «Львівська політехніка».

НЗ4

Наукоємні технології оптимізації та керування в інфокомунікаційних мережах : монографія / Під загальною редакцією В.М. Безрука, Л.С. Глоби, О.Є. Стрижака. – К.: Інститут обдарованої дитини НАПН України, 2019. – 194 с.
ISBN 978-617-7734-02-3

В монографії викладені сучасні результати досліджень ряду авторів з наукоємних технологій оптимізації та управління в інфокомунікаційних мережах. Розглядаються особливості методів багатокритеріальної оптимізації систем з урахуванням сукупності показників якості, а також особливості та результати вирішення задач управління при передачі та обробці інформації для різних типів інфокомунікаційних мереж.

УДК 621.391+004.7

© Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 2019

© Харківський національний університет радіоелектроніки, 2019

© Національний центр «Мала академія наук України», 2019

ISBN 978-617-7734-02-3 © Інститут обдарованої дитини НАПН України, 2019

ЗМІСТ

	Вступ	4
1	МЕТОДИ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕРЕЖ ЗВ'ЯЗКУ <i>Безрук В.М.</i>	7
2	БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИЙ ВИБІР ПРОЕКТНИХ ВАРІАНТІВ ПРИ ПЛАНУВАННІ СИСТЕМ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ <i>Безрук В.М., Чеботарьова Д.В.</i>	27
3	ВИБІР ПЕРЕВАЖНИХ ВАРІАНТІВ ЗАСОБІВ ЗВ'ЯЗКУ НА ОСНОВІ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ <i>Безрук В.М., Власова В.О., Скорик Ю.В.</i>	47
4	БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИЙ ПІДХІД ДО ОПТИМАЛЬНОЇ МАРШРУТИЗАЦІЇ У МЕРЕЖАХ ЗВ'ЯЗКУ <i>Безрук В.М., Гальченко К.Р.</i>	83
5	КЕРУВАННЯ РЕСУРСАМИ ДЛЯ ВІРТУАЛІЗОВАНИХ МЕРЕЖЕВИХ ФУНКЦІЙ <i>Скулиш М.А., Суліма С.В.</i>	97
6	ОПТИМІЗАЦІЯ ОБЧИСЛЕНЬ У ДАТА–ЦЕНТРИ ЗА КРИТЕРІЄМ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ <i>Гвоздецька Н.А., Глоба Л.С., Прокопець В.А., Степурін О.В.</i>	127
7	ДИНАМІЧНИЙ РОЗПОДІЛ РЕСУРСІВ У ВІРТУАЛІЗОВАНИЙ МЕРЕЖІ МОБІЛЬНОГО ОПЕРАТОРА УКРАЇНИ З ПІДВИЩЕННЯМ ЕНЕРГОЕФЕКТИВНОСТІ ОБРОБКИ ДАНИХ <i>Гвоздецька Н.А., Глоба Л.С., Прокопець В.А.</i>	151
8	МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ ВЕРТИКАЛЬНОГО ХЕНДОВЕРУ ДЛЯ ГЕТЕРОГЕННОЇ МЕРЕЖІ <i>Глоба Л.С., Кірющукін Р.О., Курдеча В.В.</i>	177

ВСТУП

Інфокомунікації – сучасна концепція конвергентної взаємодії телекомунікацій та інформаційних технологій з метою забезпечення своєчасної якісної передачі та обробки інформації.

Із впровадженням у світі технологій 4G LTE та розвитком тенденції переходу до технологій 5G постає питання збільшення швидкості та ефективності передачі та обробки даних. Все більшого поширення набувають сервіси Internet of Things (Інтернет речей) та сервіси міжмашинної взаємодії (M2M). Ці сервіси продукують великі масиви даних у режимі реального часу, що тягне за собою появу концепції BigData. Поряд із цим у світі гостро стоїть проблема економії електроенергії, що наразі споживається центрами обробки даних у величезних обсягах.

Такі виклики сучасного світу інфокомунікацій спричиняють необхідність пошуку нових наукоємних технологій оптимізації та управління при вирішенні задач планування та проектування інфокомунікаційних мереж. В монографії викладені деякі сучасні результати досліджень ряду авторів з питань оптимізації та управління в інфокомунікаційних мережах з урахуванням сукупності техніко-економічних вимог, включаючи швидкість передачі та обробки даних, енергоефективність, оптимальне використання ресурсів та інше. Це визначає актуальність опублікування даної колективної монографії, в якій викладені деякі результати досліджень авторів по вирішенню задач оптимізації та управління в інфокомунікаційних мережах з використанням сучасного математичного апарату та високоефективних обчислювальних засобів. Кожен розділ монографії являє собою завершене викладення результатів досліджень, отриманих авторами цього розділу.

Матеріали 1 розділу підготував Безрук В.М. У цьому розділі розглядаються деякі особливості методів багатокритеріальної оптимізації, що використовуються при розв'язанні різних типів задач оптимізації проектних рішень у мережах зв'язку з урахуванням сукупності показників якості. Наведено методи вирішення багатокритеріальних задач оптимізації при застосуванні безумовного критерію переваги, що приводить до отримання підмножини Парето-оптимальних рішень на множині допустимих варіантів. Для звуження підмножини Парето до єдиного переважного проектного варіанту застосовується умовний критерій переваги. Розглянуто різні методи формування умовного критерію переваги з урахуванням додаткової інформації від експертів, що дають можливість звуження підмножини Парето до єдиного переважного рішення. У наступних розділах 2 – 4 наводяться деякі приклади, що ілюструють практичні особливості використання розглянутих методів при багатокритеріальному аналізі і виборі оптимальних проектних варіантів для різних засобів зв'язку.

Матеріали 2 розділу підготували Чеботарьова Д.В., Безрук В.М. У цьому розділі розглянуто особливості застосування методів багатокритеріальної

оптимізації на етапі номінального планування радіомережі системи стільникового мобільного зв'язку (СМЗ) 2-го та 3-го покоління. Вирішена задача оптимізації радіомережі СМЗ як задача дискретного вибору Парето-оптимальних проектних варіантів при врахуванні сукупності показників якості. Розглянуто також особливості застосування методів багатокритеріальної оптимізації при номінальному плануванні транспортної мережі СМЗ. Наведені результати вибору оптимальної топології транспортної мережі СМЗ з урахуванням сукупності показників якості.

Матеріали 3 розділу підготували Безрук В.М., Скорик Ю.В., Власова В.О. У даному розділі розглянуто особливості вибору переважного проектного варіанту з урахуванням сукупності показників якості при застосуванні умовного критерія переваги, що заснований на використанні методу аналізу ієрархій (МАІ). Цей метод полягає в отриманні суджень експертів по парним порівнянь різних елементів проблеми вибору. В результаті обробки цих даних за строго формалізованими процедурами обчислюється вектор глобальних пріоритетів, компоненти якого визначають пріоритетність вибору переважного варіанту системи. Досліджено практичні особливості застосування МАІ для вибору переважного варіанту на прикладі різних типів засобів зв'язку, зокрема, мовних кодеків для ІР телефонії, системи масового обслуговування заявок у вузлах комутації мережі, проектних варіантів систем мобільного зв'язку 3-го покоління, технологій мобільного зв'язку 4-го покоління, типів мобільних телефонів, протоколів маршрутизації в ad-hoc мережах, модуляції в цифрових системах зв'язку, систем телевізійного мовлення стандартів DVB-T і ATSC, протоколів маршрутизації в бездротовій сенсорно-актуаторній мережі.

Матеріали 4 розділу підготували Безрук В.М., Гальченко К.Р. У даному розділі розглядаються особливості математичного формулювання та вирішення задач оптимальної маршрутизації у мережах зв'язку. Оскільки, практичні умови роботи мереж зв'язку вимагають врахування декількох показників якості (метрик) при виборі оптимальних маршрутів, тому розглянуто багатокритеріальний підхід до вирішення задач оптимальної маршрутизації у мережах зв'язку. Наведено метод формування підмножини Парето-оптимальних варіантів маршрутизації, що дають можливість організації багатошляхової маршрутизації у мережі зв'язку. Наводиться приклад вирішення задачі оптимальної маршрутизації у мультисервісній мережі зв'язку з урахуванням сукупності показників якості.

Матеріали 5 розділу підготували Скулиш М.А., Суліма С.В. У даному розділі запропоновано алгоритм оптимального розподілу ресурсів у віртуалізованих мережах. Метою алгоритму надання ресурсів є виділення достатньої їх кількості для мережевих функцій, так що їх SLA можна задовольнити навіть у присутності пікового навантаження. В основі будь-якого алгоритму надання ресурсів лежать два питання: скільки ресурсів надавати і коли. Ці питання глибоко досліджуються авторами розділу.

Матеріали 6 розділу підготували Глоба Л.С., Степурін О.В., Гвоздецька Н.А., Прокопеч В.А. У даному розділі запропоновано підхід до підвищення енергоефективності обчислень для серверного кластера як інформаційно-телекомунікаційної одиниці інфраструктури ЦОД, який відрізняється одночасним врахуванням параметрів енергоефективності та продуктивності при розподілі задач. Розроблено алгоритм підвищення енергоефективності обчислень на основі запропонованого підходу, який складається з етапу попередньої індивідуальної атестації серверного кластера та етапу енергоефективного розподілу задач. Врахування індивідуальних залежностей енергоспоживання серверів від їх завантаженості є основною відмінною рисою запропонованого підходу.

Матеріали 7 розділу підготували Глоба Л.С., Прокопеч В.А., Гвоздецька Н.А. У даному розділі проаналізовано ефективність методу динамічного розподілу ресурсів у віртуалізованій мережі мобільного оператора України з використанням механізмів підвищення енергоефективності обробки даних. Основною метою методу динамічного розподілу ресурсів є підтримка обсягу ресурсів, достатнього для виконання вимог SLA (Service Level Agreement – Угода про рівень обслуговування) при уникненні надмірності. Це дозволяє більш ефективно використовувати апаратні ресурси для економії електроенергії та зменшення викидів CO₂. Ефективність методу перевірено для віртуалізованого ядра EPC (Evolved Packet Core) мережі мобільного зв'язку України. Для додаткового підвищення енергоефективності обробки даних у дослідженні застосовано підхід PCPB (Power Consumption and Performance Balance), який запропоновано у розділі 6.

Матеріали 8 розділу підготували Кірюшкін Р.О., Курдеча В.В., Глоба Л.С. У даному розділі проведено огляд основних методів вертикального хендвера та зроблений висновок про неефективність існуючих рішень у бездротових гетерогенних мережах з багатокласовими груповими викликами мобільних вузлів. Описано модифікацію методу вертикального хендвера за рахунок зміни алгоритму прийняття рішень для різних типів викликів мобільного вузла що дозволило підвищити ефективність зв'язку у гетерогенних безпроводових мережах. Розглянуто створену математичну модель алгоритму прийняття рішення, який застосовує методи TOPSIS і MULTIMOORA. Проведено імітаційне моделювання методу прийняття рішення, який базується на запропонованій математичній моделі та доведено його ефективність у гетерогенних бездротових мережах.

1. МЕТОДИ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ МЕРЕЖ ЗВ'ЯЗКУ

Безрук В.М.

Планування та проектування оптимальних мереж зв'язку вимагає врахування на строго формалізованому рівні сукупності техніко-економічних показників якості. З метою вибору оптимальних проектних рішень необхідно використовувати методи багатокритеріальної оптимізації, що за своєю суттю відрізняються від методів скалярної оптимізації. У цьому розділі базуючись на матеріалах робіт [1-3] розглядаються деякі особливості методів багатокритеріальної оптимізації систем. Ці методи застосовані при розв'язанні різних типів задач багатокритеріальної оптимізації проектних рішень у мережах зв'язку [4-6]. У наступних розділах 2–4 наводяться деякі приклади, що ілюструють практичні особливості їх використання при багатокритеріальному аналізі і виборі оптимальних проектних варіантів для різних типів засобів зв'язку.

1.1. Формулювання задачі багатокритеріальної оптимізації

Задача прийняття оптимальних рішень полягає у виборі серед множини можливих рішень (їх називають також варіантами, планами, тощо) такого рішення, яке було б в певному значенні найкращим (оптимальним) з урахуванням сукупності показників якості.

Вважають, що вибір виконує особа, що приймає рішення (ОПР) для досягнення певної мети. Залежно від конкретної ситуації в ролі ОПР може виступати як окрема людина (інженер, науковий співробітник), так і цілий колектив (група фахівців, зайнята розв'язанням однієї задачі).

Кожне можливе рішення характеризується певною мірою досягнення мети. Відповідно до цього в ОПР є своє уявлення про переваги і недоліки рішень, на підставі чого одному рішенням віддається перевага над іншим. Оптимальне рішення – це рішення, яке з точки зору ОПР переважає над іншими можливими рішеннями. Переваги рішень на практиці виражаються в різній формі і їх математична формалізація може скласти непросту задачу, оскільки ОПР, як правило, не може чітко сформулювати їх у математичній формі.

Мета теорії прийняття рішень і полягає в розробці методів, які допомогли б ОПР якнайповніше і точніше відобразити свої переваги у рамках відповідної математичної моделі і в решті-решт обґрунтовано вибрати дійсно оптимальне рішення.

У багатокритеріальних задачах оптимізації, які розглядаються в даному розділі, вважатимемо, що множина можливих рішень зображується вектором $\vec{X} \in R^n$. Кожне рішення $\vec{X}$ оцінюється набором цільових функцій $f_1(\vec{x})$, $f_2(\vec{x})$, ..., $f_m(\vec{x})$, заданих на множині X . Набір цільових функцій утворює векторну цільову функцію, яку далі позначатимемо через $\vec{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_m(\vec{x}))$.

Нарівні з множиною допустимих рішень X розглядатимемо множину оцінок векторних цільових функцій

$$Y = \vec{f}(X) = \{\vec{y} \in R^m \mid \vec{y} = f(\vec{x}), \text{ за деякого } \vec{x} \in X\} \quad (1.1)$$

Простір R^n , в якому міститься множина X , називають *простором рішень*, а простір R^m , в якому містяться оцінки $\vec{y}$, – *простором оцінок* або *критеріальним простором*.

Кожному рішенню $\vec{x} \in X$ відповідає одна певна оцінка $\vec{y} = f(\vec{x}) \in Y$. З іншого боку, кожній оцінці відповідають рішення $\vec{x} \in X$ (їх може бути і більш за одне), в яких $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{y}$. Таким чином, між множиною X і Y є тісний зв'язок і тому вибір оптимальних рішень у просторі X у вказаному сенсі рівносильний вибору відповідних оцінок у критеріальному просторі.

У багатокритеріальній задачі оптимізації вважається відомою певна інформація про переваги ОПР. Це міркування про те, що бажано цільові функції максимізувати (або мінімізувати). При цьому може бути відома і використана також додаткова інформація про переваги одного рішення над іншим.

1.2. Множина оптимальних рішень

Відношення переваг і розрізнюваності. Якщо з двох заданих рішень a і b ОПР вибирає рішення a , то говорять, що рішення a переважніше, ніж рішення b . Пари виду (a, b) , де $a, b \in Z$, для яких рішення a переважніше, ніж рішення b , утворюють деяку множину, яку називають відношенням строгої переваги і позначають символом $>$. Вказана множина є відношенням, заданим на множині Z . Відповідно до цього запис $a > b$ означає, що рішення a для ОПР переважніше, ніж рішення b .

Коли порівнюється за перевагою пара рішень a і b , можливий і такий випадок, коли не буде віддано перевагу жодному з них. Це має місце, якщо, наприклад $a = b$. Тому вводять наступне визначення. Говорять, що рішення a і b незрівнянні, якщо не виконується ні співвідношення $a > b$, ні $b > a$. Іншими словами, рішення a і b незрівнянні, якщо вони не можуть бути порівняні за відношенням $>$. Множину пар виду (a, b) , в яких рішення a і b незрівнянні, називають відношенням нерозрізнюваності (відношенням байдужості) і позначають символом $\sim$.

Не слід вважати, що відношення $a \sim b$ означає рівність $a = b$. Якщо, наприклад, $Z = R^n (n > 1)$, і за відношення взято відношення $\geq$, то правильно вважати, що $(1.0)^T \sim (0.1)^T$, проте $(1.0)^T \neq (0.1)^T$. Відношення $a \sim b$ може мати місце тоді, коли ОПР вважає, що в сенсі переваги для нього немає різниці між рішеннями a і b (зокрема, коли $a = b$). Крім того, нерозрізнюваність може бути і у випадку, якщо рішення a і b ОПР взагалі ніяк не може порівняти один з одним.

Отже, для довільно вибраної пари рішень $a, b \in Z$ виконується одне і лише одне із заданих відношень: $a > b, b > a, a \sim b$.

Нерідко зручно розглядати ще одне відношення – «не менш переважний ніж», що є об'єднанням відношень $>$ і $\sim$. Називають його відношенням нестрогої переваги і позначають $\geq$. Таким чином, відношення $a \geq b$ означає, що має місце відношення $a > b$ або ж виконано відношення $a \sim b$.

Знаходження множини оптимальних рішень. Нехай ОПР при виборі рішення з множини Z керується деяким відношенням строгої переваги $>$, яке являється асиметричним, і транзитивним. Skorистаємося відношенням $>$ для того, щоб виділити рішення, які можуть бути «кращими», тобто оптимальними рішеннями. Всі ті рішення, для яких знайдуться більш переважні рішення, слід видалити з Z ; їх свідомо не можна вважати оптимальними. В результаті подібного виключення в Z залишаться рішення (єдине рішення), кожне з яких може бути визнане оптимальним згідно з даним відношенням $>$.

Таким чином, рішення $Z^0 \in Z$ називатимемо оптимальним за відношенням $>$ на множині Z , якщо не існує іншого рішення $z \in Z$, для якого справедливе відношення $Z > Z^0$. Використовуючи відношення $\geq$, побудоване на основі відношень $>$ і $\sim$, можна навести еквівалентне формулювання: відношення $Z^0 \in Z$ називають оптимальним за відношенням $>$, якщо для будь-якого іншого $z \in Z$ не виконується співвідношення $Z > Z^0$.

Множину всіх оптимальних рішень множини Z позначають через $opt > Z^0$. Залежно від структури Z і типу відношення $>$ множина $opt > Z^0$ може містити єдиний елемент, кінцеву або нескінченну множину елементів, а також не містити жодного елементу.

Якщо множина Z не порожня і містить кінцеве число елементів, а відношення $>$ асиметричне і транзитивне, то множина оптимальних рішень не пуста $opt > Z^0 \neq \emptyset$. Доказ цього твердження носить конструктивний характер і фактично є алгоритмом знаходження всієї множини оптимальних розв'язань. Розглянемо цей алгоритм. Введемо позначення

$$Z = Z_1 = \{z^{(11)}, z^{(12)}, \dots, z^{(1n_1)}\}.$$

Якщо, $n_1 = 1$ то $Z_1 = \{z^{(11)}\} = opt > Z^0$. Тому далі вважатимемо $n_1 > 1$. Перший крок алгоритму полягає в попарному порівнянні рішення $z^{(1i)}$ з кожним з останніх рішень. Якщо для деякого $i \in \{2, 3, \dots, n_1\}$ виконується відношення $z^{(11)} > z^{(1i)}$, то рішення $z^{(1i)}$ з множини Z_1 видаляють: воно не може бути оптимальним. Інакше, тобто коли $z^{(11)} \approx z^{(1i)}$ або $z^{(11)} > z^{(1i)}$ рішення $z^{(1i)}$ зберігають. Після виконання всіх порівнянь рішення $z^{(11)}$ також слід вилучити з Z_1 . При цьому, якщо ні для якого $i \in \{2, 3, \dots, n_1\}$ не виявилось виконанням співвідношення $z^{(1i)} > z^{(11)}$, то рішення $z^{(11)}$ є оптимальним і його потрібно запам'ятати. Множина рішень, що залишилася в результаті вилучення, позначимо через $Z_2 = \{z^{(21)}, z^{(22)}, \dots, z^{(2n_1)}\}$, $n_2 < n_1$.

Якщо $Z_2 = \emptyset$, то рішення $z^{(11)}$ оптимальне (воно зберігається в пам'яті), оскільки через асиметричність відношення $>$ виходить, що відношення $z^{(1i)} > z^{(11)}$, $i \in \{2, 3, \dots, n_1\}$ не може мати місця. У цьому випадку процедура відшукування множини $opt > Z_2$ закінчена. Якщо ж $Z_2 \neq \emptyset$, то переходять до наступного кроку алгоритму.

Другий крок аналогічний першому і полягає в попарному порівнянні рішення $z^{(2i)}$ з кожним з рішень $z^{(22)}, \dots, z^{(2n_2)}$. Всі рішення $z^{(2i)}$, для яких $z^{(2i)} > z^{(21)}$, з множини Z_2 виключають. Крім того, вилучають рішення $z^{(21)}$. При цьому, якщо ні для якого $i \in \{2, 3, \dots, n_2\}$ не виявилось виконанням відношення $z^{(2i)} > z^{(21)}$, то $z^{(21)} \in opt > Z_2$, більш того $z^{(21)} \in opt > Z_1$ і рішення $z^{(21)}$ слід запам'ятати. Насправді, відношення $z^{(11)} > z^{(21)}$ не може

мати місця, оскільки рішення $Z^{(21)}$ не було видалене з Z_1 на першому кроці. Відношення $z^{(1i)} > Z^{(21)}$ для $z^{(1i)} \in Z_1/Z_2$, $i \neq 1$, також не може бути виконано, оскільки $z^{(11)} > Z^{(1i)}$ і відношення $>$ транзитивне: з $z^{(11)} > Z^{(1i)}$ і $z^{(1i)} > Z^{(21)}$ випливає, що $z^{(11)} > Z^{(21)}$. Множина рішень, що залишилася після виключення, позначають через $Z_3 = \{z^{(31)}, z^{(32)}, \dots, z^{(3n_3)}\}$ $n_3 < n_2$. Якщо $Z_3 \neq \emptyset$, то переходять до наступного кроку і т.д.

Алгоритм такий, що згідно з транзитивністю відношення $>$ рішення $z^{(k1)}$, оптимальне на множині Z_k , є оптимальним на Z_{k-1} , $k = 2, 3, \dots$, а значить, і на вихідній множині Z_1 .

Оскільки множина Z_1 містить кінцеве число елементів, то через кінцеве число кроків процедура закінчиться. Рішення, що зберігаються в пам'яті, утворюють шукану не порожню множину оптимальних рішень за відношенням $>$: $opt > Z$.

Оцінимо «трудомісткість» сформульованого алгоритму, тобто визначимо найменше і найбільше можливе число попарних порівнянь, яке буде потрібно для знаходження всієї множини $opt > Z$. Найменше число порівнянь $n_1 - 1$ має місце, якщо $z^{(11)} > Z^{(1i)}$, $i \in 2, 3, \dots, n_1$. У «найдовшому варіанті» доведеться порівнювати між собою всі можливі пари рішень і тому максимальне число порівнянь дорівнюватиме $n_1(n_1 - 1)/2$.

1.3. Парето-оптимальні оцінки і рішення

Узгодженість відношень переваги на множині рішень і на множині оцінок. Нехай цільова векторна функція $\vec{f}(\vec{x}) = (f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \dots, f_m(\vec{x}))$ визначена на множині допустимих рішень $X \subset R^n$. Даній множині X при відображенні $\vec{f}(\bullet)$ відповідає множина оцінок Y , що визначається рівністю (1.1). Вважатимемо, що на множинах X і Y задані відношення строгої переваги $\vec{x} \succ \vec{x}'$ і $\vec{y} \succ \vec{y}'$ відповідно. Кожному рішення $\vec{x} \in X$ відповідає певна оцінка $\vec{y} = \vec{f}(\vec{x}) \in Y$ і, навпаки, кожній оцінці $\vec{y}$ відповідають такі рішення $\vec{x}$, для яких $\vec{f}(\vec{x}) = \vec{y}$. Тому вказані відношення погоджені один з одним: $\vec{y} \succ \vec{y}'$ має місце тоді і лише тоді, коли $\vec{x} \succ \vec{x}'$, де $\vec{y} = \vec{f}(\vec{x})$ і $\vec{y}' = \vec{f}(\vec{x}')$. Отже, результати, сформульовані в термінах оцінок, можуть бути переформульовані стосовно рішень, і навпаки.

Багатокритеріальні задачі. Розглянемо дві довільні оцінки $\vec{y}, \vec{y}' \in Y$, які пов'язані між собою нерівністю $\vec{y} \geq \vec{y}'$ (тобто $\vec{y} \neq \vec{y}'$). При цьому оцінка $\vec{y}$ може виявитися для ОПП кращою, ніж $\vec{y}'$.

Багатокритеріальна задача максимізації характеризується тим, що оцінка $\vec{y}'$ завжди переважає оцінку $\vec{y}$, якщо лише $\vec{y} \geq \vec{y}'$. Інакше кажучи, в багатокритеріальній задачі максимізації вважають виконаною наступну аксіому Парето (в термінах оцінок). Для будь-яких двох оцінок $\vec{y}, \vec{y}' \in Y$, що відповідають нерівності $\vec{y} \geq \vec{y}'$, завжди виконується відношення $\vec{y} \succ \vec{y}'$.

Аксіома Парето (в термінах рішень). Для будь-яких двох рішень $\vec{x}, \vec{x}' \in X$, для яких справедливе відношення $\vec{f}(\vec{x}) \geq \vec{f}(\vec{x}')$, завжди має місце відношення $\vec{x} \succ \vec{x}'$.

У багатокритеріальній задачі мінімізації вважають, що для двох довільних оцінок $\vec{y}, \vec{y}' \in Y$, пов'язаних нерівністю $\vec{y}' \geq \vec{y}$, завжди виконується відношення $\vec{y} \succsim_Y \vec{y}'$. Для визначеності обмежимося розглядом задач максимізації. Отримані результати і висновки можна легко переформулювати стосовно завдань мінімізації.

Аксиома Парето накладає певні вимоги на характер відношення переваги в багатокритеріальній задачі максимізації. А саме: для особи, що приймає рішення, бажано за кожним з критеріїв $f_1, f_2, \dots, f_m$ отримати по можливості більшого значення, тобто максимізувати кожен з критеріїв. Точка максимуму на множині X одночасно для всіх функцій $f_1, f_2, \dots, f_m$ свідомо є оптимальним рішенням багатокритеріальної задачі максимізації. Проте на практиці цей випадок має місце вкрай рідко, оскільки такої точки максимуму, як правило, не існує. Тому за відсутності додаткової інформації про переваги $\vec{x}$ і $\vec{y}$ у багатокритеріальній задачі вдається знайти лише певну оцінку зверху для шуканої множини оптимальних рішень.

Парето-оптимальність. Згідно з аксіомою Парето, в багатокритеріальних задачах відношення $\geq$ відіграє важливу роль. Тому множина оптимальних оцінок за відношенням $\geq$ на множині Y має спеціальну назву: *множина Парето-оптимальних* (оптимальних по Парето) або *ефективних оцінок*. Цю множину позначають через $P(Y)$. Використовуючи символіку, прийняту в попередньому підрозділі, за визначенням можна записати: $P(Y) = \text{opt} \geq Y$. Далі використовуватимемо позначення $P(Y)$. Таким чином, включення $\vec{y}^{(0)} \in P(Y)$ має місце тоді і лише тоді, коли не існує іншої оцінки $\vec{y} \in Y$, для якої було б виконано нерівність $\vec{y} \geq \vec{y}^{(0)}$.

При $m=1$ відношення $\geq$ перетворюється на відношення $>$ для чисел і Парето-оптимальна оцінка збігається з максимальним елементом числової множини $Y \subset R$.

Рішення $\vec{x}^{(0)} \in X$, для якого справедливе включення $\vec{y}^{(0)} = \vec{f}(\vec{x}^{(0)}) \in P(Y)$, називають *Парето-оптимальним* (оптимальним за Парето) або *ефективним рішенням* відносно вектор-функції $\vec{f}(\bullet)$ на множині X . Множини всіх таких рішень позначають через $P_f(X)$. Таким чином, включення $\vec{x}^{(0)} \in P_f(X)$ має місце тоді і лише тоді, коли не існує $\vec{x} \in X$ такого, що виконується нерівність $\vec{f}(\vec{x}) \geq \vec{f}(\vec{x}^{(0)})$.

Якщо $m=1$, тоді сформульоване визначення Парето-оптимального рішення перетворюється на визначення точки максимуму числової функції $f_1(\bullet)$. Таким чином, поняття Парето-оптимальної точки можна розглядати як узагальнення поняття точки максимуму цільової функції на випадок декількох цільових функцій.

1.4. Практичні особливості вибору оптимальних проектних рішень з урахуванням сукупності показників якості

Багатокритеріальна оптимізація системи визначає правила вибору оптимальних проектних рішень – оптимальних варіантів побудови системи з

урахуванням сукупності показників якості системи. Методи багатокритеріальної оптимізації набули бурхливого розвитку як у галузі загальносистемного аналізу, так і у галузі систем електрозв'язку. Це було викликано об'єктивною необхідністю враховувати під час проектування сукупність, як правило, суперечливих техніко-економічних вимог до системи. Основні положення багатокритеріальної оптимізації використовуються в задачах синтезу і аналізу системи, коли створюється проект оптимальної системи з використанням математичних моделей повідомлень, сигналів, завад, критеріїв оптимальності, а також методів вибору оптимальних проектних рішень.

Розглянемо практичні особливості формалізованої постановки та основні методи розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації, що можуть бути використані на початкових етапах проектування оптимальних систем, зокрема, мереж зв'язку з урахуванням сукупності показників якості.

Особливості постановки задачі проектування оптимальних систем. Під час проектування оптимальних систем постановка задачі відіграє важливу роль. Недарма говорять, що правильна постановка задачі наполовину дає її успішне розв'язання. Розглянемо проблеми формалізованої постановки задачі проектування оптимальної системи з урахуванням сукупності показників якості. Вважатимемо, що альтернативне проектне рішення – це варіант побудови системи ϕ .

У загальному вигляді систему можна подати як упорядковану множину елементів, відносин між ними та їх властивостей. Їх однозначне задання цілком визначає побудову та ефективність системи. Вважатимемо, що варіант побудови системи $\phi = (S, \vec{p})$ задається структурою S і вектором параметрів $\vec{p}$. Ці абстрактні визначення системи мають бути конкретизовані в процесі проектування. Під час проектування має бути визначена структура оптимальної системи як сукупність відповідних елементів і зв'язків між ними, а також мають бути отримані значення оптимальних параметрів цієї системи.

Вихідні дані для проектування системи включають: сукупність умов роботи системи $\{Y\}$; обмеження на умови роботи, структуру та параметри системи $\{Q_s\}$; сукупність показників якості $\vec{K} = (k_1, \dots, k_m)$ та обмежень на значення цих показників якості $\{Q_{\vec{K}}\}$; критерій оптимальності системи.

Вектор показників якості $\vec{K} = (k_1, \dots, k_m)$ включає сукупність зовнішніх параметрів, що характеризують основні тактико-технічні характеристики мереж зв'язку, наприклад, швидкість передавання повідомлень, імовірність похибок передавання, пропускну здатність, надійність, час затримки повідомлень, імовірність хибної доставки повідомлень. При постановці задачі задаються не числові значення, а лише склад показників якості, що мають враховуватися при оптимізації системи. На початкових етапах проектування, як правило, до уваги беруться лише найбільш важливі показники якості. Обмеження $\{Q_{\vec{K}}\}$, що накладаються на числові значення показників якості, можуть бути також типу рівностей, нерівностей або функціонального зв'язку.

Системи, які задовольняють сукупності даних $\{Y\}, \{Q_s\}$, називаються допустимими, а такі системи, які задовольняють ще й обмеження на значення показників якості $\{Q_{\vec{K}}\}$, – строго допустимими. Раніше під час проектування систем обмежувалися вибором строго допустимих систем. З ускладненням і

збільшенням вартості систем, що проектуються, актуальним стає пошук оптимальних за сукупністю показників якості систем.

З усіх строго допустимих систем оптимальною (найкращою) є та система, якій відповідає найкраще (у раніше встановленому розумінні) значення вектора $\vec{K}$. Для вибору оптимальної системи слід обрати чи обґрунтувати критерій переваги однієї системи над іншою (критерій оптимальності), тобто правило, на основі якого одне значення вектора показників якості $\vec{K}$ слід визнати кращим порівняно з іншим його значенням.

Таким чином, задача проектування оптимальної системи формулюється так: знайти таку систему, яка задовольняє сукупності вихідних даних $\{Y\}, \{Q_s\}, \{Q_k\}$ і при цьому має значення вектора показників якості $\vec{K}$, найкраще за обраним критерієм переваги.

Проектування, що проводиться з урахуванням сукупності показників якості $\vec{K} = (k_1, \dots, k_m)$, називають векторним синтезом (векторною оптимізацією, оптимізацією за векторним критерієм, багатокритеріальною оптимізацією). На відміну від цього, синтез системи з урахуванням одного показника якості ($m=1$) називається скалярним.

Залежно від сформульованих вихідних даних знаходження оптимальної системи може зводитися до розв'язання різних у математичному відношенні оптимізаційних задач:

- Синтез оптимальної структури системи, що означає знаходження оптимальної структури системи.
- Параметрична оптимізація, тобто вибір оптимальних значень параметрів системи при заданій її структурі.
- Дискретний вибір оптимальних варіантів системи із скінченної множини допустимих варіантів.

Математичні методи оптимізації параметрів і дискретного вибору добре розвинуті й широко використовуються під час проектування систем. Синтез структури системи є складнішою задачею і часто стикається з труднощами не лише математичного, а й принципового характеру, які пов'язані з інформаційною невизначеністю при формулюванні умов роботи системи, а також вибором узагальненої цільової функції системи.

При формуванні цільової функції системи та її оптимізації виникає непроста задача «апроксимації» функції вибору оптимальної системи, яка є в уяві замовника системи, іншою функцією вибору, що формалізується у вигляді певного критерію оптимальності з використанням строгих математичних методів. Як правило, відразу не вдається вибрати глобальний критерій оптимальності у вигляді скалярної цільової функції, що включає сукупність показників якості, і оптимізація якої призвела б до вибору єдиного оптимального варіанта системи. Тому виникає необхідність вводити сукупність цільових функцій, пов'язаних з відповідними показниками якості, що призводить до необхідності розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації. При введенні векторної цільової функції $\vec{K}(\phi) = \vec{k}_1(\phi), \vec{k}_2(\phi), \dots, \vec{k}_m(\phi)$, множина допустимих варіантів системи Φ_∂ , кожен варіант якої характеризується відповідним вектором оцінок $\vec{v} = \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m$) і відображується у

критеріальний простір векторних оцінок $\Phi_{\theta} \rightarrow Y \in R^m$. Це дає можливість порівнювати варіанти системи між собою у критеріальному просторі Y і вибирати оптимальні векторні оцінки та відповідні оптимальні варіанти системи за певним критерієм оптимальності.

Вибір критерію оптимальності системи. Дуже важливим під час розв'язання задач оптимізації є питання вибору критерію оптимальності системи. Саме критерій оптимальності визначає істинну цінність проєктованої системи. Жодні зручності математичного чи іншого характеру не можуть компенсувати шкідливих наслідків застосування неадекватного критерію оптимальності системи.

Вибір критерію оптимальності, як уже зазначалося, пов'язаний з формалізацією уяви замовника системи (ОПР) про переваги системи та її оптимальність. Існує два підходи щодо опису переваги одного варіанта системи над іншим: ординалістичний і кардиналістичний.

Кардиналістичний підхід до опису переваги замовника приписує кожній системі $\phi \in \Phi_{\theta}$ деяке числове значення функції корисності $U(\phi)$. Функція корисності визначає відповідний порядок (або перевагу) R на множині Φ_{θ} тоді і тільки тоді, коли для різних варіантів ϕ, R, ϕ'' виконується нерівність $U(\phi) > U(\phi'')$. У цьому випадку говорять, що функція корисності $U(\phi)$ є індикатором переваги R . Фактично цей підхід пов'язаний із заданням такої скалярної цільової функції, оптимізація якої у загальному випадку може призвести до вибору єдиного найкращого (оптимального) варіанта системи:

$$\phi_0 = \underset{\phi \in \Phi_{\theta}}{\arg \text{extr}}(U(\phi)) .$$

Однак на початкових етапах проєктування систем задати скалярну функцію корисності досить складно. Тому спочатку вводять сукупність показників якості та пов'язаних з ними цільових функцій. Це пов'язано з такими причинами: багатогранність технічних вимог, які висуваються до проєктованої системи; необхідність забезпечення оптимальності системи за різних умов її роботи; система складається з декількох взаємозалежних між собою підсистем і оптимальність системи в цілому визначається ефективністю роботи її складових частин.

У зв'язку з тим, що систему ϕ доводиться характеризувати сукупністю показників якості та пов'язаних з ними цільових функцій, це ускладнює процес вибору оптимальних варіантів систем. При цьому мають місце три випадки: показники якості не зв'язані між собою; показники якості пов'язані між собою, але є узгодженими; показники якості пов'язані між собою і є конкуруючими (антагоністичними).

У першому випадку знаходження оптимальних варіантів системи виконується шляхом оптимізації за кожною із цільових функцій незалежно

$$\phi_{0i} = \underset{\phi \in \Phi_{\theta}}{\arg \text{extr}}\{k_i(\phi)\}, i=\overline{1, m}. \quad (1.2)$$

У другому випадку оптимальні варіанти можуть знаходитися також шляхом оптимізації окремих цільових функцій, тобто цей випадок близький до першого.

У третьому випадку екстремуми за різними цільовими функціями не збігаються. Розв'язанням цієї оптимізаційної задачі є узгоджений оптимум цільових функцій. Узгоджений оптимум полягає в тому, що досягається мінімальне (максимальне) значення кожної із цільових функцій за умови, що інші цільові функції приймають фіксовані, але довільні значення.

Ординалістичний підхід апелює до порядку (краще-гірше) і базується на введенні певних бінарних відношень на множині допустимих варіантів системи. У цьому випадку поняття переваги замовника системи – це бінарне відношення R на множині допустимих систем Φ_∂ , яке відображує уяву замовника системи, що система ϕ' краща за систему ϕ : $\phi' R \phi$.

На практиці часто при виборі системи на множині Φ_∂ можна керуватися відношенням строгої переваги $>$, що є асиметричним і транзитивним. При цьому система $\phi_0 \in \Phi_\partial$ називається оптимальною за відношенням $>$, якщо не існує іншої системи $\phi \in \Phi_\partial$, для якої справедливе відношення $\phi > \phi_0$. Множина оптимальних систем за відношенням позначається як $opt > \Phi_\partial$. Залежно від структури допустимої множини Φ_∂ і властивостей відношення $>$, множина оптимальних систем може включати єдиний елемент, скінченну або нескінченну кількість елементів. Якщо відношення нероздільності збігається з відношенням рівності $=$, то множина $opt > \Phi_\partial$ (якщо вона не порожня) складається з єдиного елемента.

Із введенням сукупності цільових функцій кожен варіант системи характеризується вектором оцінок $\vec{v} = \vec{v}_1, \vec{v}_2, \dots, \vec{v}_m$) і відображується у критеріальний простір. При цьому вказане відношення строгої переваги існує і для векторних оцінок. Узгодженість відношення переваги на множині проектних рішень Φ_∂ і у просторі векторних оцінок V встановлює аксіома Парето. Згідно з нею, для будь-яких двох векторних оцінок $\vec{v}', \vec{v}'' \in V$, що задовольняють векторну нерівність $\vec{v}' \geq \vec{v}''$, завжди виконується відношення $\phi' > \phi''$.

Множину оптимальних оцінок відносно $\geq$ у просторі V називають множиною Парето-оптимальних (оптимальних за Парето) або ефективних оцінок і позначають $P(V) = opt \geq V$. Включення $\vec{v}^0 \in P(V)$ має місце тоді і тільки тоді, коли немає оцінок, для яких виконується нерівність $\vec{v} \geq \vec{v}^0$. Такий критерій вибору оптимальних рішень називають безумовним критерієм переваги (БКП) або критерієм Парето.

Проектні рішення, тобто варіанти побудови системи $\phi_0 \in \Phi_\partial$, для яких справджується включення $\vec{v}_0 = \vec{K}(\phi_0) \in P(V)$, називають Парето-оптимальними відносно векторної цільової функції $\vec{K}(\phi)$, заданої на множині Φ_∂ , і позначають як $P_{\vec{K}}(\Phi_\partial)$. Іншими словами, $\phi_0 \in P_{\vec{K}}(\Phi_\partial)$. тоді і тільки тоді, коли не існує такої системи $\phi \in \Phi_\partial$, для якої виконується векторна нерівність

$$\vec{K}(\phi) \geq \vec{K}(\phi_0). \quad (1.3)$$

Співвідношення (1.3) означає, що виконуються нерівності $k_j(\phi) \geq k_j(\phi_0)$ для всіх $j = \overrightarrow{1, m}$ і принаймні для одного з показників якості виконується строга нерівність.

Слід зазначити, що відношення строгої переваги $\geq$, яке має місце для векторних оцінок, перетворюється при $m=1$ на відношення $>$ для скалярних оцінок. При цьому Парето-оптимальна оцінка збігається з екстремумом скалярної цільової функції $k(\phi)$. Таким чином, поняття Парето-оптимальності слід розглядати як узагальнення поняття оптимуму на випадок декількох цільових функцій. При цьому оптимум за Парето – це узгоджений оптимум зв'язаних між собою і конкуруючих показників якості системи.

Для Парето-оптимальних проектних рішень характерні такі властивості:

1. Усі елементи множини допустимих варіантів системи Φ_∂ , що не належать до множини Парето-оптимальних $P_{\vec{K}}(\Phi_\partial)$, є безумовно гіршими.
2. Жоден Парето-оптимальний варіант системи з множини $P_{\vec{K}}(\Phi_\partial)$ не може бути визнаний безумовно гіршим або кращим порівняно з іншим варіантом системи цієї множини. Це означає, що всі вони є незрівнянними за критерієм Парето.
3. Якщо множина $P_{\vec{K}}(\Phi_\partial)$ узгоджена, тобто містить лише один варіант системи, то відповідний варіант системи є найкращим.
4. Кожному Парето-оптимальному варіанту системи відповідає потенційно можливе значення кожного з показників якості $(k_1, k_2, \dots, k_m)$ що може бути досягнуто за фіксованих, але довільних значень інших $(m-1)$ показників якості. Це є властивість m -кратного оптимуму. Сукупність таких оптимальних значень показників якості є багатовимірними потенціальними характеристиками системи (БПХ).
5. Оптимальна поверхня, що є геометричним місцем Парето-оптимальних оцінок, має строго монотонний характер, тобто кожна із функцій

$$\begin{aligned} k_{10} &= f_1(k_1, k_2, \dots, k_m), \\ k_{20} &= f_2(k_1, k_2, \dots, k_m), \\ k_{m0} &= f_m(k_1, k_2, \dots, k_{m-1}), \end{aligned} \quad (1.4)$$

для Парето-оптимальних оцінок монотонно спадає щодо кожного з аргументів. Ці залежності називаються багатовимірними діаграмами обміну (БДО) для Парето-оптимальних систем.

Порівняно з одновимірними потенціальними характеристиками системи БПХ та пов'язані з ними БДО характеризуються двома важливими властивостями. По-перше, вони дають найкраще (потенціальне можливе) значення не одного, а кожного з обраних показників якості. По-друге, вони вказують, як слід змінити значення одних показників якості для поліпшення інших показників якості і за рахунок якої зміни структури чи параметрів системи це можна зробити.

Деякі методи знаходження Парето-оптимальних рішень. Більшість методів знаходження Парето-оптимальних рішень базується на тих чи інших

умовах Парето-оптимальності. У загальному випадку використовуються достатні й необхідні умови Парето-оптимальності. Зокрема, рішення є Парето-оптимальним, якщо воно є рішенням задачі максимізації певної функції, зростаючої за відношенням $\geq$. Фактично розв'язання задачі Парето-оптимізації зводиться до множини відповідних задач скалярної оптимізації за деяких обмежень. Якщо використані умови оптимальності є також і достатніми, то знайдена у такий спосіб множина рішень є множиною Парето-оптимальних рішень. У протилежному випадку знайдена множина може включати й зайві рішення, які мають бути відкинуті.

Знаходження множини Парето-оптимальних систем може здійснюватися або безпосередньо перебором усіх строго допустимих варіантів системи та перевіркою умови (1.3), або з використанням спеціальних методів, наприклад, методу послідовних поступок, вагового методу, методу робочих характеристик. Вибір відповідного методу оптимізації залежить від змісту сформульованих вихідних даних та типу поставленої задачі проектування. Розглянемо особливості деяких методів.

Метод дискретного перебору. Під час розв'язання оптимізаційної задачі методом перебору згідно з умовою (1.3) вважається, що множина Φ_d має скінченну потужність. Такі задачі виникають, наприклад, при виборі з уже відомих («нааявних» або у вигляді технічних проектів) варіантів систем. Зокрема, множина допустимих систем може формуватися на основі відомого морфологічного підходу як різні допустимі комбінації певної кількості підсистем. Тут суттєво зазначити, що навіть для порівняно простих систем, які складаються лише з декількох підсистем, кількість допустимих комбінацій останніх може бути значною (десятки й сотні тисяч). Тому, хоча принципових труднощів під час використання методу перебору не існує, проте на практиці можливі складнощі обчислювального характеру.

Метод робочих характеристик. Метод полягає в тому, що знаходиться екстремум однієї із цільових, наприклад, першої функції на множині строго допустимих систем за умови, що на всі інші цільові функції накладаються обмеження типу рівності

$$\overset{extr}{\phi \in \Phi_d} k_1(\phi), \text{ при } k_2(\phi) = k_{2\phi}, \dots, k_m(\phi) = k_{m\phi} \quad (1.5)$$

Парето-оптимальні варіанти системи знаходяться шляхом розв'язання множини скалярних оптимізаційних задач при різних допустимих комбінаціях фіксованих значень показників якості $k_{2\phi}, \dots, k_{m\phi}$.

Очевидно, оптимальне значення показника k_{10} у загальному випадку залежатиме від фіксованих значень інших показників якості $k_{10} = f_p(k_{2\phi}, k_{3\phi}, \dots, k_{m\phi})$. Знайдені у такий спосіб залежності за допустимих комбінацій фіксованих значень $k_{2\phi}, k_{3\phi}, \dots, k_{m\phi}$ у критеріальному просторі є робочою поверхнею. Робочій поверхні відповідає сім'я із $(m-1)$ одновимірних робочих характеристик виду

$$k_{10} = f_p(k_2, \underline{k_3}, \dots, \underline{k_m}),$$

У m -вимірному просторі векторних оцінок ця залежність розглядається як рівняння вагової поверхні. Незавжди бачити, що використання вагового методу зводиться до множини задач скалярної оптимізації, зокрема, відомим методом множників Лагранжа.

Вагова поверхня має такі властивості:

1. Включає тільки Парето-оптимальні точки, тобто жодна з безумовно гірших точок не може належати цій поверхні.
2. У багатьох випадках вагова поверхня є повністю визначеною і неперервною в усьому діапазоні значень показників якості $k_2, k_3, \dots, k_m$.
У таких випадках вагова поверхня збігається з Парето-оптимальною множиною.

Отже, під час використання розглянутих методів, а також їхніх модифікацій векторна оптимізаційна задача зводиться у математичному відношенні до розв'язання множини скалярних оптимізаційних задач з урахуванням різного роду обмежень.

У загальному випадку під час розв'язання оптимізаційних задач (1.5), (1.7) варіюється оператор системи $\phi = (S, \vec{p})$, тобто як структура S , так і параметри $\vec{p}$ системи. При цьому можуть бути використані методи варіаційного числення, функціонального аналізу, теорії статистичних рішень, теорії інформації. При фіксованій структурі системи S задача знаходження оптимального варіанта системи зводиться до задачі оптимізації вектора параметрів $\vec{p}$. Ця задача у ряді випадків може розв'язуватися методами лінійного, нелінійного чи динамічного програмування.

Якщо знайдена множина Парето $P(Y)$ порівняно вузька, то за оптимальне рішення може бути прийнята будь-яка Парето-оптимальна оцінка і відповідна їй система. У таких випадках можна вважати, що відношення строгої переваги $>$ збігається з відношенням $\geq$ на множині векторних оцінок, а тому $opt > Y = P(Y)$. При цьому часто і не вдаються до пошуку всієї множини Парето-оптимальних систем, а сразу вибирають один із Парето-оптимальних варіантів.

Проте часто множина $P(Y)$ є занадто великою. Це свідчить, що відношення $>$ та $\geq$ хоча і пов'язані аксіомою Парето, але не збігаються. Для звуження множини Парето-оптимальних оцінок слід використати умовний критерій переваги (УКП), який зводиться до формування деякої скалярної функції вибору єдиного варіанта, яка може бути задана після одержання додаткової інформації від ОПР про його розуміння переваги однієї системи перед іншою.

При цьому постає запитання: чи має сенс виконувати вибір варіантів системи на основі безумовного критерію переваги – критерію Парето, якщо на заключному етапі все ж доводиться вводити умовний критерій переваги. В обґрунтування доцільності пошуку Парето-оптимальних варіантів систем з використанням БКП на початкових етапах оптимального проектування зазначимо таке:

1. БКП дає змогу знайти всі Парето-оптимальні варіанти системи, тобто відкинути безумовно гірші варіанти системи.
2. БКП дає змогу знайти потенціальні (найкращі можливі) значення кожного із показників якості і зв'язок між ними, тобто БПХ і БДО.

3. Методи знаходження Парето-оптимальних варіантів системи зводяться у математичному відношенні до оптимізації скалярних цільових функцій, тобто зводять розв'язання задачі векторного синтезу до деякої множини задач скалярного синтезу.
4. У виродженому випадку БКП дає змогу знайти єдиний найкращий варіант системи.
5. У неvirодженому випадку знаходження Парето-оптимальних варіантів системи часто призводить до однієї структури системи, але з різними параметрами.
6. Навіть тоді, коли на заключному етапі синтезу для вибору єдиного варіанту системи доводиться вводити УКП, то краще вводити різного роду умовності на більш пізньому етапі проектування.

Методи звуження множини Парето-оптимальних рішень. Формальна модель задачі Парето-оптимізації не містить інформації для вибору єдиної альтернативи. При цьому множина допустимих варіантів системи лише звужується до множини Парето шляхом виключення безумовно гірших варіантів за відношенням $>$. Проте для подальших етапів проектування системи, як правило, має бути вибраний єдиний варіант системи. Тому виникає необхідність звуження множини Парето-оптимальних рішень із залученням додаткової інформації про відношення $>$. Така інформація з'являється внаслідок різностороннього аналізу структури і параметрів Парето-оптимальних варіантів системи, багатовимірних діаграм обміну показників якості системи, відносної важливості показників якості, порівняльного аналізу отриманих варіантів системи між собою. Такий аналіз проводиться із залученням ОПП.

Отримана при цьому додаткова інформація може бути використана для побудови деякої скалярної цільової функції $U(k_1(\phi), \dots, k_m(\phi))$, що залежить від сукупності показників якості. Оптимізація на множині Парето-оптимальних рішень $P_{\vec{K}}(\Phi_\partial)$ приводить до вибору єдиного оптимального варіанта системи

$$\phi_0 = \text{extr}(U(k_1(\phi), \dots, k_m(\phi))), \phi \in P_{\vec{K}}(\Phi_\partial) \quad (1.11)$$

Загальна вимога до функції $U(k_1, \dots, k_m)$ зводиться до того, щоб вона була монотонною (зростаючою чи спадною) за кожним зі своїх аргументів.

Існують як об'єктивні, так і суб'єктивні підходи щодо побудови такої функції. У ряді випадків на основі розгляду призначення системи, що проектується у складі більш складної надсистеми (комплексу), об'єктивними методами може бути встановлено взаємозв'язок показників якості системи $(k_1, \dots, k_m)$ з деяким глобальним показником якості K надсистеми у вигляді відповідної функції $K = U(k_1, \dots, k_m)$. Проте у більшості випадків об'єктивно ввести таку функцію не вдається і доводиться вдаватися до її побудови значною мірою суб'єктивними методами. Розглянемо деякі з них.

Вибір оптимальних рішень з використанням функцій цінності. Одним із широко використовуваних методів звуження множини Парето-оптимальних рішень є використання скалярної функції цінності (корисності), оптимізація якої веде до вибору одного з оптимальних варіантів системи. Числову функцію

$U(v_1, \dots, v_m)$. називають функцією цінності для відношення строгої переваги $\succ$, якщо для довільних оцінок $\vec{v}'$, $\vec{v}'' \in Y$ у критерійному просторі Y нерівність

$$U(\vec{v}') > U(\vec{v}'') \text{ має місце тоді і тільки тоді, коли } \vec{v}' \geq \vec{v}''. \text{ Припустимо,}$$

що відношення строгої переваги $\succ$ задовольняє аксіому Парето. При цьому із нерівності $\vec{v}' \geq \vec{v}''$ випливає відношення $\vec{v}' > \vec{v}''$, що означає $U(\vec{v}') > U(\vec{v}'')$, тобто функція цінності $U(\vec{v})$, є зростаючою за відношенням $\geq$. Якщо побудована функція цінності $U(\vec{v})$, то оптимальна оцінка знаходиться шляхом максимізації цієї функції на множині Парето

$$\vec{v}_0 \in Y: U(\vec{v}_0) = \max_{v \in opt \geq V} U(\vec{v}). \quad (1.12)$$

Таким чином, знаходження оптимальної оцінки зводиться до розв'язання задачі скалярної оптимізації функції багатьох змінних $U(\vec{v}_0)$. При цьому можуть бути побудовані адитивна, мультиплікативна та полінійна функції цінності. Процедура побудови функції цінності $U(\vec{v})$ інколи називається згорткою векторного критерію $\vec{K} = (k_1, k_2, \dots, k_m)$.

Операція згортки можлива, якщо:

- частинні критерії кількісно сумарні за важливістю, тобто кожному з них відповідає певне число C_i , яке визначає його відносну важливість відповідно до інших критеріїв;
- частинні критерії є однорідні, тобто кількісно порівнюються в одній вимірності.
- Існують різноманітні форми подання узагальненого скалярного критерію та вибору відповідних оптимальних рішень. Зокрема, це такі способи згортки частинних критеріїв:
- формується узагальнений критерій, чисельник якого складає добуток критеріїв, які підлягають максимізації, а знаменник – добуток критеріїв, які підлягають мінімізації;
- формується узагальнений критерій з використання елементів теорії адитивної корисності, тобто підсумовування частинних критеріїв з певними ваговими коефіцієнтами;
- формується узагальнений критерій відносно всіх частинних критеріїв.

Узагальнена функція цінності може набирати такого вигляду

$$U(v_1, \dots, v_m) = \sum_{j=1}^m c_j \varphi_j(v_j), \quad (1.13)$$

де φ_j – одновимірні функції цінності, що характеризують цінність системи за j -м показником якості; c_j – зважуючі коефіцієнти.

Задача побудови функції цінності (1.13) зводиться до оцінки коефіцієнтів c_j , вибору виду функцій $\varphi_j(v_j)$, перевірки їх незалежності за перевагою $\geq$, перевірки узгодженості побудованої функції цінності. У ряді випадків може бути використана функція цінності (1.13) у вигляді еквівалентної суми частинних оцінок.

$$U(\vec{v}) = \sum_{j=1}^m c_j v_j. \quad (1.14)$$

При цьому використовуються різні методи одержання додаткової інформації про значення зважуваних коефіцієнтів c_j . Зокрема, це добре розроблені методи експертних оцінок. Вони зводяться до опитування вибраної групи експертів про цінність отриманих Парето-оптимальних варіантів системи, відносну важливість показників якості тощо. Існують добре розроблені методики урахування отриманої інформації, які реалізовані у методі Сааті.

Інколи для вибору єдиного варіанта обмежуються так званою пороговою оптимізацією: найбільш вагомий критерій піддається оптимізації, інші включаються до системи обмежень. Слід зауважити, що існує також багато інших принципів і підходів до вибору єдиного варіанта з використанням скалярних критеріїв оптимальності. Фактично співвідношення (1.14) визначає байєсовий детермінований критерій оптимальності. За умов невизначеності про умови вибору рішень використовує методи теорії ігор. Такі ситуації вибору проектних рішень під час створення систем часто називають «іграми з природою». Для прийняття рішень знаходять найкращу стратегію, з використанням критерію Вальда, критерію Севіджа, критерію Гурвіца, критерію Лапласа та ін.

Вибір оптимальних рішень на основі теорії розмитих множин. Цей підхід базується на тому, що через апіорну невизначеність поняття «найкращий варіант системи» неможливо визначити точно. Можна вважати, що це поняття є розмитою множиною і для оцінки системи можуть бути використані основні положення теорії розмитих множин. У загальному випадку розмита множина G на множині X задається функцією приналежності $\xi_G: X \rightarrow [0,1]$, яка зіставляє з кожним елементом $x \in X$ дійсне число ξ_G на інтервалі $[0,1]$. Це число називається ступенем належності елемента x розмитій множині G . Чим воно ближче до 1, тим вищий ступінь належності. Функція $\xi_G(x)$ є узагальненням характеристичної функції множин, яка набуває лише двох значень: 1 – при $x \in G$ і 0 – при $x \notin G$. У випадку дискретних множин використовується запис розмитої множини як множини пар $G = \{x, \xi_G(x)\}$.

Згідно з цими основними положеннями, кожен показник якості системи може задаватися у вигляді розмитої множини $k_j = \{k_j, \xi_{k_j}(k_j)\}$, де $\xi_{k_j}(k_j)$ – функція належності конкретного j -го показника якості розмитій множині найкращого значення.

Такий запис окремого показника якості має високу інформативність, оскільки дає уяву про фізичну природу показника якості, конкретне його значення і цінність відносно найкращого (екстремального) значення, що характеризує функція належності. Універсальна форма функції належності, яка може бути використана як скалярна цільова функція, має такий вигляд:

$$U(k_1, \dots, k_m) = \frac{1}{m} \{\sum_{j=1}^m [\xi_{k_j}(k_j)]^\beta\}^\beta. \quad (1.15)$$

Перевагою такої цільової функції є те, що вибором параметра β може бути реалізовано широкий клас функцій від лінійної адитивної за умови $\beta = 1$ до суцільно нелінійної при $\beta \rightarrow \infty$.

Вибір оптимального варіанта при строго впорядкованих за важливістю показників якості. Інколи для замовника системи за результатами аналізу Парето-оптимальних варіантів, а також їх БДО виявляється бажаним отримати якомога більше значення одного з показників якості, наприклад k_1 , навіть за рахунок погіршення інших показників якості. Це означає, що показник k_1 є важливішим порівняно з іншими показниками якості.

Можливий також випадок, коли весь набір показників якості $k_1, \dots, k_m$, строго упорядкований за важливістю, тобто показник k_1 більш важливий, ніж показники $k_2, \dots, k_m$, показник k_2 більш важливий, ніж показники $k_3, k_4, \dots, k_m$ і т.д. Цьому відповідає ситуація, коли при порівнянні оцінок систем використовується лексикографічне відношення. Наведемо визначення цього відношення та особливості використання при виборі єдиного варіанта системи у критеріальному просторі оцінок.

Нехай є два вектори оцінок $\vec{v}$, .Лексикографічне відношення $\vec{v}' > \vec{v}''$, має місце тоді і тільки тоді, коли виконується одна з таких умов

$$\vec{v}'_1 > \vec{v}''_1, \vec{v}'_1 = \vec{v}''_1, \vec{v}'_2 > \vec{v}''_2 \quad (1.16)$$

.....

$$\vec{v}'_j > \vec{v}''_j \quad j=1,2,\dots,m-1; \vec{v}'_m > \vec{v}''_m$$

Для $m=1$ лексикографічне відношення збігається з відношенням $>$ на підмножині дійсних чисел. В ході виконання відношення $\vec{v}' > \vec{v}''$, кажуть, що вектор $\vec{v}'$ лексикографічно переважає вектор $\vec{v}''$.

Якщо використовується лексикографічне відношення при виборі єдиної системи, то це означає, що із пари оцінок (і відповідних їм систем) перевага віддається тій оцінці (системі), в якій перша компонента вектора $\vec{v}'$ (тобто оцінка показника якості k_1) більша, незалежно від співвідношення по інших компонентах вектора. Якщо перші компоненти оцінок однакові, то перевага віддається тій оцінці (системі), в якій більша друга компонента вектора $\vec{v}'$ (Оцінка показника якості k_2). Наступні компоненти вектора $\vec{v}'$ можуть при цьому значно програвати відповідним компонентам вектора $\vec{v}''$.

Аналогічні висновки мають місце при рівності перших двох компонент, трьох компонент і так далі до $(m-1)$ компонент векторів $\vec{v}'$ і $\vec{v}''$. У таких випадках стверджують, що компоненти $v_1, v_2, \dots, v_m$, тобто оцінки показників якості системи $k_1(\Phi), k_2(\Phi), \dots, k_m(\Phi)$ строго упорядковані за важливістю.

У визначенні лексикографічного відношення важливу роль відіграє порядок перерахування показників якості. Зміна нумерації показників якості призводить до другого лексикографічного відношення. Крім згаданих вище методів побудови скалярної цільової функції і вибору варіанта з множини Парето-оптимальних, існує і багато інших. Вибір підходящого методу визначається вихідними даними та типом конкретної оптимізаційної задачі. Але як би там не було, оптимальні варіанти системи слід шукати серед Парето-

оптимальних розв'язків задачі. Тобто етап Парето-оптимізації є обов'язковим під час проектування систем з урахуванням сукупності показників якості.

1.5. Приклад вирішення задачі багатокритеріальної оптимізації у мережі передачі даних з пакетною комутацією

Сучасні мережі зв'язку, незалежно від їхньої організації й типу передавальної інформації, стають усе складнішими й визначаються сукупністю техніко-економічних вимог, які оцінюються значеннями відповідних показників якості при їх створенні та експлуатації. Як правило, існує деяка множина допустимих проектних рішень і необхідно вибирати найкращі (оптимальні за заздалегідь заданим критерієм) у задачах довгострокового планування, проектування та керування мереж зв'язку з урахуванням сукупності показників якості. Тому актуальним є застосування наряду з методами скалярної також методів багатокритеріальної оптимізації для прийняття оптимальних проектних рішень.

Розглянемо особливості застосування методології багатокритеріальної оптимізації при виборі оптимальних проектних варіантів мережі передачі даних з пакетною комутацією з урахуванням сукупності показників якості. У розглянутій задачі задано показники якості, які визначаються часом доставки та ймовірністю втрати пакетів у рамках дейтаграмної передачі повідомлень. Ці показники якості пов'язані між собою і є антагоністичними, тобто при поліпшенні значення одного з показників інший показник якості погіршується. Така задача вибору оптимальних проектних варіантів мережі передачі даних актуальна для практичних застосувань, що критичні до вчасної доставки повідомлень, зокрема, у системах передачі відео й мовних повідомлень, системах банківських терміналів, системах сигналізації, системах усунення несправностей у мережах зв'язку.

Під час досліджень побудовано математичну модель повнозв'язної топології мережі передачі даних. У структуру математичної моделі мережі введені імітатори джерел повідомлень, процедури пакування повідомлень у пакети та передачі їх по каналах зв'язку, процедури маршрутизації й обслуговування у вузлах комутації, імітатори помилок у каналах зв'язку. Моделювалися джерела повідомлень із пуассонівським законом розподілу й різними інтенсивностями заявок. Передбачалося також моделювання різних затримок при передачі пакетів, пов'язаних з кінцевою швидкістю поширення сигналів у каналах зв'язку, фіксованою пропускну здатністю каналів, а також часом перебування пакетів у черзі на передачу по каналах зв'язку. Реалізовано різні варіанти роботи мережі, які відрізнялися дисциплінами обслуговування пакетів даних у чергах, способами маршрутизації при передачі пакетів і розміром вікна транспортного з'єднання.

У розглянутому прикладі було задано тридцять шість допустимих варіантів роботи мережі. У результаті імітаційного моделювання для кожного варіанта мережі знайдені оцінки показників якості: середнього часу доставки пакетів $k_1 = \bar{T}$ і середньої ймовірності втрати повідомлення $k_2 = \bar{P}$. Допустима множина варіантів роботи мережі була подана у критеріальному просторі оцінок

показників якості, нормованих до максимальних значень (рис. 1.3). Тут виділена підмножина Парето-оптимальних варіантів мережі шляхом виключення безумовно гірших варіантів за критерієм Парето. Підмножині Парето відповідає ліва нижня границя множини припустимих варіантів, що включає варіанти: 1, 10, 11, 13, 17, 20.

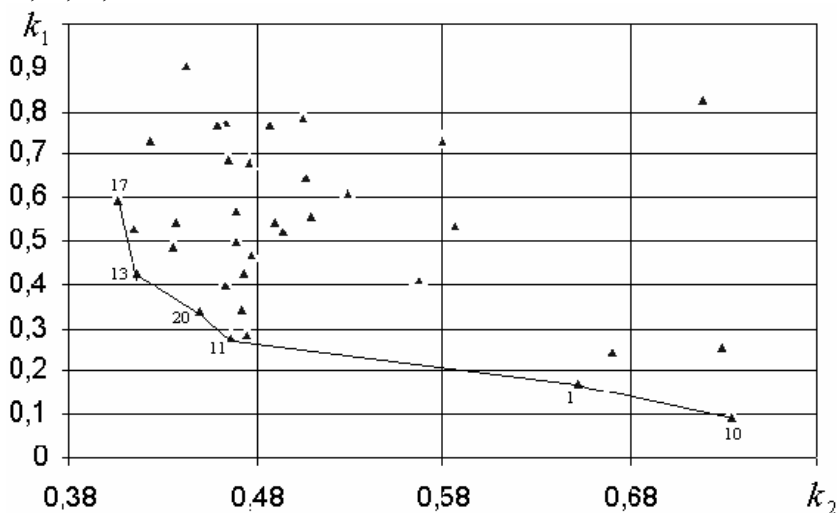


Рис.1.3. Вибір Парето-оптимальних варіантів мережі передачі даних у критеріальному просторі

Серед Парето-оптимальних варіантів мережі обрано єдиний варіант із застосуванням умовного критерію переваги – за умови мінімуму скалярної функції цінності у вигляді результуючого показника якості $k_p = C_1 k_1 + C_2 k_2$. Для випадку $C_1 = 0,4$, $C_2 = 0,6$ обраний варіант роботи мережі під номером 11. Це варіант мережі зв'язку, для якого встановлені: дисципліна обслуговування заявок – у випадковому порядку, спосіб маршрутизації – рівномірний відповідно до ваги, розмір «вікна» передачі – рівний 8.

Висновки

1. У даному розділі викладена методологія вибору оптимальних проектних рішень з урахуванням сукупності показників якості, що сформована на базі основних положень теорії багатокритеріальної оптимізації.
2. Наведені особливості формалізованих постановок задач вибору оптимальних рішень при ординалістичному підході та кардиналістичному підході до визначення поняття оптимальності рішень з урахуванням сукупності показників якості.

3. Розглянуто методи формування підмножини Парето-оптимальних рішень з використанням безумовного критерія переваги у критеріальному просторі сукупності показників якості.

4. Наведені властивості Парето-оптимальних рішень, зокрема, багатовимірних потенціальних характеристик та багатовимірних діаграм обміну сукупності показників якості.

5. Розглянуто особливості звуження підмножини Парето до єдиного проектного варіанту з використанням умовного критерію переваги із залученням додаткової інформації від експертів.

6. Наведено приклад багатокритеріальної оптимізації мережі зв'язку, що показує особливості застосування методології багатокритеріального вибору оптимальних проектних рішень з урахуванням сукупності показників якості.

Література

1. Ногин, В.Д., Протоdjяконов И.О., И.И. Евлампиев И.И. Основы теории оптимизации. – М.: Высшая школа, 1986. – 379с.

2. Березовский, Б.А., Барышников Ю.М., Борзенко В.И., Кепнер Л.М. Многокритериальная оптимизация. Математические аспекты. – М.: Наука, 1986. – 128с.

3. Ногин В.Д. Принятие решений в многокритериальной среде: количественный подход. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 176с.

4. Bezruk V.M., Bukhanko A.N., Chebotaryova D.V., Varich V.V. Multicriteria optimization in telecommunication networks planning, designing and controlling // Open Book “Telecommunications Networks”. Chapter 11. – Rijeka: INTECH, 2012. - P. 251 – 274.

5. Безрук В.М., Буханько О.М., Чеботарьова Д.В. Оптимізація та математичне моделювання мереж зв'язку. – Харків: СМІТ, 2014. – 195с.

6. Безрук В.М., Чеботарева Д.В., Скорик Ю.В. Многокритериальный анализ и выбор средств телекоммуникаций. – Харьков: СМІТ, 2017. – 256с.