

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ІМОВІРНІСНІ ОСНОВИ ОБРОБКИ ДАНИХ

РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для студентів,
які навчаються за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка»,
спеціалізацією «Інформаційно-обчислювальні засоби радіоелектронних
систем»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2019

Імовірнісні основи обробки даних. Розрахункова робота / [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка», спеціалізації «Інформаційно-обчислювальні засоби радіоелектронних систем» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: В.П. Корнєв, Н.О. Бондаренко. – Електронні текстові дані (1 файл осн. тексту: 3,86 Мбайт) – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019. – 77 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол №7 від 01.04.2019р.)
за поданням Вченої ради факультету електроніки (протокол № 03/19 від 25.03.2019 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

ІМОВІРНІСНІ ОСНОВИ ОБРОБКИ ДАНИХ РОЗРАХУНКОВА РОБОТА

Укладачі: *Корнєв Володимир Павлович, к.т.н, доцент*
Бондаренко Наталія Олександрівна, старший викладач

Відповідальний
редактор: *Кучернюк П.В., доцент, к.т.н.*

Рецензент: *Буценко Ю.П., доцент, к.ф-м.н.*

Наведені загальні вимоги й рекомендації, варіанти індивідуальних завдань, зразки розв'язання типових завдань та посилання на довідкові та допоміжні матеріали щодо виконання розрахункової роботи з дисципліни «Імовірнісні основи обробки даних». Матеріали включають 30 варіантів індивідуальних завдань. Кожне завдання полягає у рішенні 9 задач, які охоплюють основні теми першого розділу курсу, а саме: алгебра випадкових подій, теореми додавання та множення імовірностей подій, формула повної імовірності і формула Байєса, імовірнісний аналіз послідовності випробувань (формула Бернуллі, наближена формула Пуассона), аналіз і характеристики дискретних та безперервних випадкових величин (закони та функції розподілу імовірностей та числові характеристики випадкових величин).

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019

Зміст

Загальні положення	4
Варіанти індивідуальних завдань	5
Приклади розв'язку завдань	58
Додатки	72
Список рекомендованої літератури	77

Загальні положення

У методичних рекомендації наведені вимоги, рекомендації, варіанти індивідуальних завдань, зразки розв'язання типових завдань та посилання на довідкові та допоміжні матеріали щодо виконання студентами спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» розрахункової роботи (РР) з дисципліни «Імовірнісні основи обробки даних».

Головна мета виконання РР є затвердження студентами знань про основні методи обробки даних з застосуванням положень теорії ймовірностей та математичної статистики, а також опанування практичними вміннями самостійно виконувати відповідні розрахунки.

Формально в рамках виконання розрахункової роботи студент повинен уміти:

- виражати одні події через інші на основі алгебри подій.
- знаходити імовірність подій на базі класичного визначення.
- знаходити імовірність подій по заданим ймовірностям на основі алгебри подій.
- знаходити імовірність подій на базі закону розподілення випадкових величин.
- будувати графіки функцій густини $f(x)$ та розподілу $F(x)$ ймовірностей.
- виконувати розрахунки імовірнісних методів на ЕОМ з використанням пакета C++, EXEL або Matlab;

Завдання РР полягає у рішенні 9 задач, які охоплюють основні теми 1-го розділу курсу.

Варіанти індивідуальних завдань надані у додатку 2. Завдання сформульовані за двома зразками (типами).

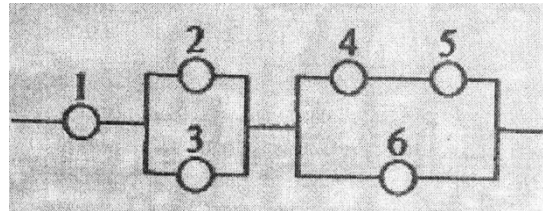
Приклади розв'язку типових завдань кожного зразку – надані у додатку 1.

Результати виконання завдань РР мають бути оформлені у рукописному виді у окремому зошиті, або у печатному виді на зброшурованих аркушах формату А4 із титульним листом.

ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНИХ ЗАВДАНЬ

ВАРІАНТ 1

1. На 10 картках написані всі натуральні числа від 1 до 10. З цих 10 карток випадково вибираються дві (без повернення). Знайти ймовірність того, що на кожній з них виявляться числа менші 7.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п. 2.

3. Деталі виготовляються на двох верстатах. На першому верстаті 40%, на другому-60%. Серед деталей, виготовлених на першому верстаті, брак становить 2%, на другому-1.5%. Випадковим чином взята одну деталь для контролю. Знайти ймовірності подій:
 - 3.1. Деталь бракована
 - 3.2. Деталь виготовлена на першому верстаті, якщо вона при перевірці виявилась без браку.
4. Імовірність появи помилки на сторінці книги, що містить 100 сторінок, дорівнює 0.03. Знайти ймовірність того, що в книзі є не більше двох помилок:
 - 4.1. По точній біноміальній формулі.
 - 4.2. За наближеною формулою Пуассона.
 - 4.3. Обчислити абсолютну Δ і відносну δ похибки приблизного обчислення.

5. Три однакових приладу спільно, але незалежно, випробовуються тих до пір, поки хоча б один з них не дасть відмову. Імовірність відмови одного приладу при одному випробуванні дорівнює 0.1 . Знайти :

5.1.Закон розподілу випадкових велечин X , що дорівнює числу випробувань.

5.2. $P(x < 3)$.

5.3. m_X .

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{1+x^2}, & x \in [0; \sqrt{3}] \\ 0, & x \notin [0; \sqrt{3}] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 1, п.6

7. Автоматична лінія виготовляє голчасті ролики з діаметром, відмінним від номінального на x , підкорюючись нормальному закону з $m_x = -0.005$ мм. Ролик вважається стандартним якщо -0.01 мм $< x < 0$ мм. в іншому випадку бракованим. Яким повинно бути δ , щоб брак не перевищував 1%?

8. $p_{11} = 0.8, p_{12} = 0.05, p_{21} = 0.1, p_{22} = 0.05$

Умову задачі див. Додаток 1, зразок 1, п.8

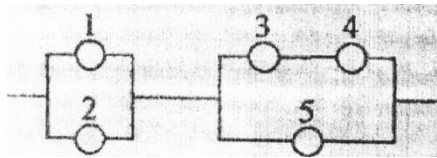
9. D – трикутник з вершинами $O(0,0), A(1,0), B(0,1)$.

Умови задачі див. Додаток 1, зразок 1, п.9

ВАРІАНТ 2

1. Від кожної з 2-х груп людей шляхом жеребкування вибирають по одному представнику. В першій групі 5 чоловіків і 4 жінки, в другій групі 3 чоловіків і 7 жінок. Знайти ймовірність того, що представники будуть різного полу.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 2, п. 2.

3. Лічильник реєструє частинки трьох типів: α , β , γ . Ймовірність появи цих частинок відповідно дорівнюють : 0.2, 0.5, 0.3. Частинки кожного з цих типів лічильник вловлює з ймовірностями відповідно дорівнюють : 0.8, 0.2, 0.4.

Знайти ймовірність подій.

3.1. A – частинку, що з'явилась лічильник зареєструє.

3.2. B – зареєстрована частинка – є частинкою типу β .

4. Кожний пристрій проходить два незалежних випробування. Ймовірність виходу з ладу пристрою при першому випробуванні дорівнює p_1 , при повторному p_2 . Випробувано незалежно n приладів. Знайти ймовірність виходу з ладу не більш ніж одного пристрою.

4.1. Вирахувати цю ймовірність при $n = 5$, $p_1 = 0.2$, $p_2 = 0.3$.

4.2. Вирахувати цю ж саму ймовірність, якщо $n = 100$, $p_1 = 0.02$, $p_2 = 0.03$ за наближеною формулою Пуассона.

5. Три різних знаряддя залпом, але при незалежній наводці, стріляють в ціль до першого попадання хоча б одним знаряддям. Ймовірність попадання з одного пострілу для першого знаряддя дорівнює 0.1, для другого – 0.08, для третього – 0.06. Знайти :

5.1. Ймовірність того, що число X зроблених залпів буде не менше трьох.

5.2. m_x .

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{\sqrt{1-x^2}}, & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

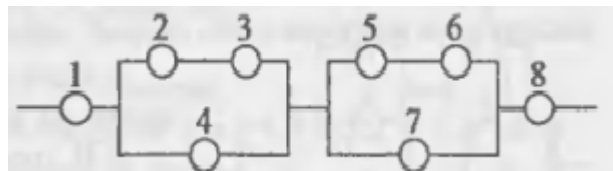
Умови задачі див. зразок 2, п.6

7. До відсоткового співвідношення фосфору в сталі виведено дві групи сплавів. Перша група містить фосфору в межах 0.025% - 0.035%, друга в кількості не менш ніж 0.025% . Відсоткове співвідношення змісту фосфору в сталі – є випадкова величина X , розподілена в нормі з $m_x = 0.03\%$ і $\sigma_x = 0.01\%$. Знайти відсоток сплавів, які потрапляють в кожную з виведених груп.
8. $p_{11} = 0.92$, $p_{12} = 0.02$, $p_{21} = 0.04$, $p_{22} = 0.02$. Умови задачі див. зразок 2, п.8
9.
$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(x^3 + y^3), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п.9

ВАРІАНТ 3

- На 12 картках написані всі натуральні числа від 1 до 12. З цих 12 карток одночасно випадковим чином вибираються дві. Знайти імовірність того, що на одній з них написано число, більше 9, а на іншій менше 9.
- Дана схема включення елементів.



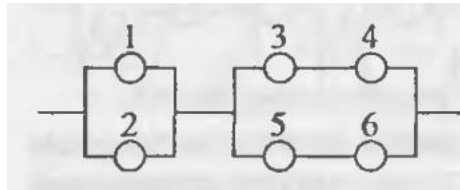
Умови задачі див. зразок 1, п. 2.

- Деталі партії випущені двома заводами, причому деталі, випущені першим заводом, становлять 40% партії. Імовірність випуску стандартної деталі для першого заводу дорівнює 0.9, для другого 0.95. Знайти ймовірності того, що випадковим чином взята деталь з партії:
 - Виявиться стандартною.
 - Виготовлена першим заводом, якщо при перевірці вона виявилася нестандартною.
- Пристрій містить n однакових деталей 1-го типу і стільки ж однакових деталей 2-го типу. З плином часу T кожна деталь 1-го типу виходить з

- ладу з ймовірністю p_1 , а кожна деталь 2-го типу з ймовірністю p_2 . Знайти ймовірність того, що через T часу вийде із ладу не більше однієї 1-го типу і жодної деталі 2-го. Передбачається, що деталі працюють незалежно один від одного.
- 4.1. Обчислити цю ймовірність за допомогою точної формули Бернуллі при $n=100$, $p_1=0.02$, $p_2=0.01$.
- 4.2. Знайти ту ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона.
- 4.3. Вирахувати абсолютну Δ і відносну δ похибки розрахунку.
5. Два знаряддя залпом, але при незалежній наводці стріляють в ціль до першого попадання хоча б одним знаряддям. Ймовірність попадання в ціль першим знаряддям при одному пострілі дорівнює 0.2, другим 0.3. Знайти:
- 5.1. Закон розподілу числа X зроблених залпом.
- 5.2. $P(X > 2)$.
- 5.3. m_x
6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X
- $$f(x) = \begin{cases} C/x, & x \in [1/e; e] \\ 0, & x \notin [1/e; e] \end{cases}$$
- Умови задачі див. зразок 1, п.6
7. Помилка X вимірювального приладу розподілена нормально. Систематичної помилки прилад не має ($m_x = 0$). Яким повинно бути середнє квадратичне відхилення σ_x , щоб з ймовірністю не менше 0.9 помилка вимірювання по модулю не перевищить 20 мкм.
8. $p_{11} = 0.03$, $p_{21} = 0.05$, $p_{12} = 0.02$, $p_{22} = 0.9$ Умови задачі див. зразок 2, п. 8.
9. D – чверть еліпса $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 1$; $x \geq 0$, $y \geq 0$. Умови задачі див. зразок 1, п.9
- ВАРІАНТ 4**
1. Кожен квиток з 25 екзаменаційних білетів містить по 2 питання, причому питання в квитках не повторюються. Студент підготував 45 питань.

Знайти ймовірність того, що в квитку, який дістав студент, він знає тільки один з двох питань (або перший, або другий).

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 2, п. 2.

3. У пункт зв'язку надходять сигнали типів α , β , γ відповідно з ймовірністю 0.1, 0.4 0.5. Внаслідок перешкод вони можуть бути прийняті лише з вірогідністю 0.90, 0.95, 0.92 відповідно.

3.1.Знайти ймовірність прийняття сигналу (подія A).

3.2.Якщо сигнал прийнят, то яка при цьому ймовірність, що це сигнал типу α .

4. Імовірність браку деталі дорівнює p . Після виготовлення деталей оглядає контролер, який виявляє брак з ймовірністю p_1 . Знайти ймовірність того, що з n перевірених деталей забракованих виявиться не більше однієї.

4.1.Обчислити цю ймовірність при $n=100$, $p=0.05$, $p_1=0.95$ по точній формулі Бернуллі.

4.2.Обчислити ту ж саму ймовірність за наближеною формулі Пуассона.

4.3.Вирахувати абсолютну Δ і відносну δ похибки розрахунку.

5. Якість виробів контролює два контролера. Перший оцінює тріщини, другий усадочні раковини, причому передбачається, що другі утворюються незалежно від перших. Вірогідність браку від тріщин дорівнює 0.02, а від усадочних раковин 0.05. Знайти математичне очікування числа x обстежуваних виливків до виявлення першої бракованої виливки, а також математичне очікування числа y бракованих виливків, якщо їх перевірено $n=100$ штук.

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} C(1 - 0.5|x|), & x \in [-2; 2] \\ 0, & x \notin [-2; 2] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п. 6.

7. Два літаки, заходячи уздовж моста шириною 30м, незалежно один від одного скидають на нього по одній бомбі, причому прицілювання відбувається по поздовжній середній лінії моста. Вважаючи поперечні відхилення бомб від цієї середньої лінії для обох літаків нормальної випадкової величини X з $m_x=0$

і $\sigma_x = 25\text{м}$, знайти ймовірність руйнування моста, якщо для цього досить одного попадання

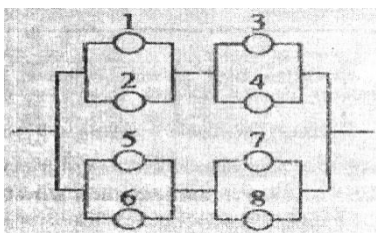
8. $p_{11} = 0.96$, $p_{12} = 0.01$, $p_{21} = 0.02$, $p_{22} = 0.01$. Умови задачі див. зразок 2, п. 8.

9.
$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Cxy, & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$
 Умови задачі див. зразок

2, п. 9.

ВАРІАНТ 5

1. На книжній полиці в випадковому порядку розставлені 4 підручники і 3 задачника. Знайти ймовірність того, що всі підручники опиняться поруч.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п. 2.

3. Пристрій містить два незалежно працюючих блока. Справність кожного з них необхідна для роботи прибору. Ймовірність відмови блоку за час T : для першого $p_1 = 0.1$, для другого – $p_2 = 0.2$. Пристрій випробовувався на протязі часу T і вийшов з ладу. Знайти :

3.1. Ймовірність $P(A)$ відмови пристрою за час T .

3.2. Ймовірність того, що при відмові пристрою за час T відмовив тільки перший блок (застосувати формулу Байеса).

4. По каналу зв'язку посилаються n повідомлення. Перешкодами кожне повідомлення може бути спотворено з ймовірністю p .

4.1. Яким повинно бути n , щоб хоча б одне повідомлення дійшло не спотвореним до адресата з ймовірністю не менше 0.99 при $p=3$?

4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність спотворення не більш ніж одного повідомлення при $n=100, p=0.02$.

5. Число несправностей складного пристрою, знайдених при профілактичному огляді, розподілено по Закону Пуассона з параметром $a=2$. Якщо несправностей немає, то пристрій запускається в роботу негайно. Якщо – є одна несправність, то на протязі часу T вона усувається з ймовірністю 0,9. Якщо несправностей більш ніж одна, то пристрій ставиться на ремонт на час більший T , до усунення всіх несправностей. Знайти ймовірність того, що після профілактичного огляду пристрій простойть без роботи час більший T .

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} C \cos x, & x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \\ 0, & x \notin \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 1, п. 6

7. Параметр X деталі розподілений нормально з $m_x = 2$, рівним номіналу. Яким повинно бути σ_x , щоб з ймовірністю 0,9 відхилення X від номіналу по модулю не перевищувало 1% номіналу ?

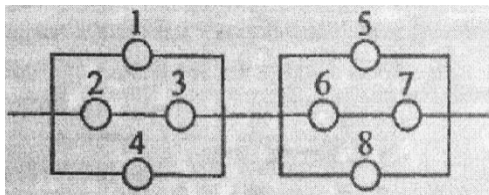
8. $p_{11} = 0.2, p_{12} = p_{21} = 0.1, p_{22} = 0.6$. Умови задачі див. зразок 1, п. 8

9. D – чверть еліпса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1$, $x \geq 0$, $y \geq 0$.

Умови задачі див. зразок 1, п. 9.

ВАРІАНТ 6

1. На книжковій полиці випадковим чином розставлені 10 томів одного довідкового видання. Знайти ймовірність того, що всі парні томи стоять поруч в одній групі, а всі непарні поруч в іншій групі.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 2, п. 2.

3. Партія резисторів виготовлена двома заводами, причому продукції першого заводу в 2 рази більше, ніж другого. Імовірність брака на першому заводі дорівнює 0.04, на другому 0.06. Знайти ймовірності того, що випадковим чином взята деталь партії:
 - 3.1. Виявилася бракованою.
 - 3.2. Виготовлена першим заводом, якщо при перевірці вона виявилася бракованою.
4. При одноразовому закиданні спінінга риба клює (подія A) з ймовірністю P(A)
 - 4.1. Скільки потрібно зробити закидів, щоб з ймовірністю не меншою 0.8 зловити хоча б одну рибу при $P(A) = 0.1$.
 - 4.2. За допомогою інтегральної наближеної формули Муавра-Лапласа знайти ймовірність того, що подія A відбудеться не більше п'яти при числі закидів $n=100$ і $P(A)=0.02$.

5. Ціль збита з ймовірністю 0.5 при попаданні одного снаряда, при попаданні двох з ймовірністю 0.8, при попаданні трьох і більше з ймовірністю 1. Кількість снарядів, які потрапили в ціль - випадкова величина, розподілена за законом Пуассона з параметром 2. Знайти ймовірність ураження цілі.

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} C(2x - x^2), & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п. 6

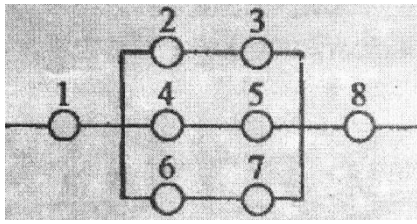
Вказівка: В 6.7.обмежується перевіркою, що $X1/4 = 0.442$

7. На верстаті виготовляються болти з номінальним значенням діаметра 26 мм. Відхилення x діаметру від номіналу є випадкова величина, розподіл нормалі з математичним очікуванням $m_x = -0.01$ мм і середнім квадратичним відхиленням $\sigma_x = 0.002$ мм. Болт вважається придатним, якщо його діаметр потрапляє в проміжок $[25.985\text{мм}, 25.995\text{мм}]$ (інакше кажучи, виконуються нерівності типу $-0.015\text{мм} \leq X \leq -0.005$ Знайти відсоток браку.
8. $p_{11}=0,8$, , $p_{21}=0,02$, $p_{12}=0,1$, $p_{22}=0,08$.Знайти коефіцієнт кореляції ρ_{xy} званий ранговим Умови задачі див. зразок 2, п. 8
9. $f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Cx^2 y^2, & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$ Умови задачі див. зразок 2, п. 9

ВАРІАНТ 7

1. 10 гостей шляхом жеребкування займають місця в ряду з 10 стільцями. Знайти ймовірність того, що два конкретних обличчя А і В не опиняться рядом.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п. 2

3. Повідомлення складається з сигналів „1” і „0”. Властивості перешкод такі, що спотворюють в середньому 5% сигналів „0” і 3 % сигналів „1”. При спотворенні замість сигналу „0” приймається сигнал „1” і навпаки. Відомо, що серед переданих сигналів „0” та „1” зустрічаються в співвідношенні 3:2. Знайти ймовірність того, що :

3.1.Відправлений сигнал буде прийнятий як „1”.

3.2.Відправлений сигнал „0”, якщо прийнятий сигнал „1”.

4. В партії $n = 100$ деталей. Ймовірність браку дорівнює $p=0,02$.

4.1.За допомогою точної формули Бернуллі знайти ймовірність того, що в партії не більш ніж 2 браковані деталі.

4.2.Знайти ту ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона.

4.3.Вирахувати Δ і відносну δ похибки наближеного розрахунку.

5. Число напівпровідникових елементів приладу, які відмовили за час T , розподілено за Законом Пуассона. При цьому за час T в середньому відмовляє 1 елемент. Частина елементів зарезервована, тому відмова елементу не тягне за собою відмову приладу. Встановлено, що при відмові одного з елементів пристрій відмовляє з ймовірністю 0.05, двох – з ймовірністю 0.1, трьох і більше з ймовірністю 0.5. Знайти ймовірність відмови приладу за час T .

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Cxe^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

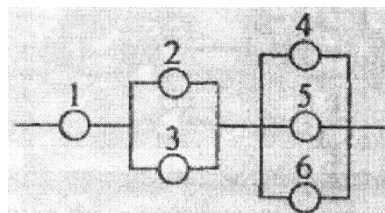
Умови задачі див. зразок 1, п. 6

Вказівка: В 6.7. обмежується перевіркою, що $Me = 1,68$.

7. Помилка X вимірювального приладу розподілена нормально. Систематичної помилки прилад не має ($m_x = 0$). Середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 12$ мкм (мікрометрів). Знайти ймовірність того, що помилка вимірювання по модулю не перевищить 20 мкм.
8. $p_{11} = 0.2$, $p_{12} = 0.2$, $p_{21} = 0.1$, $p_{22} = 0.5$. Умови задачі див. зразок 1, п. 8
9. D – трикутник з вершинами $A(1;0)$, $B(1;1)$, $C(0;1)$.
Умови задачі див. зразок 1, п. 9

ВАРІАНТ 8

1. Автомобілі і картки пронумеровані від 1 до 10. Для проведення дослідів з партії 10 автомобілів вибирають 3, шляхом випадкового послідовного відбору, без повернення трьох карток з колоди в 10 карток. Знайти ймовірність того, що будуть відібрані парні номери.
2. Дана схема включення елементів.



- Умови задачі див. зразок 2, п. 2
3. Кількість вантажних автомобілів, проїжджаючих по шосе, на якому стоїть автозаправна станція, відноситься до кількості легкових, проїжджавших по тій же трасі, як 5:2. Ймовірність того, що проїжджаюча вантажна машина буде заправлятися паливом, дорівнює 0,02. Для легкової машини ця ймовірність дорівнює 0,05. Знайти ймовірність подій :
- 3.1. Випадковим чином вибрана проїжджаюча машина буде заправлятися паливом (подія A).
- 3.2. Машина, що під'їхала на заправку – вантажна (подія H_1).

4. Ймовірність браку деталі в партії з n деталей дорівнює p :

4.1. Яким повинно бути число m перевірених деталей , щоб попалася хоча б одна бракована деталь з ймовірністю не менше ніж 0,9, при $p=0,05$?

4.2. За наближеною формулою Пуассона знайти ймовірність p_1 того, що в партії не більш ніж дві браковані деталі при $n=200, p=0,01$.

5. Число імпульсів перешкоди за час t розподілено за законом Пуассона з параметром 0,5. Інформація, що передається радіоканалом на протязі часу t , приймається правильно за наявності хоча б одного імпульсу перешкоди з ймовірністю 0,5 та ймовірністю 1, при відсутності імпульсів. Знайти ймовірність того, що інформація, яка передається за час t , буде вірно прийнята.

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} Cx(1-x), & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п. 6

Вказівка: В 6.7. обмежується перевіркою, що $X_{1/4} = 0,326$.

7. Параметр X деталі розподілений нормально з $m_x = 2$, рівним номіналу $\sigma_x = 0,012$. Знайти ймовірність того, що відхилення X від номіналу по модулю не перевищує 1% номіналу.

8. $p_{11} = 0.92, p_{12} = 0.01, p_{21} = 0.02, p_{22} = 0.05$ Умови задачі див. зразок 2, п. 8

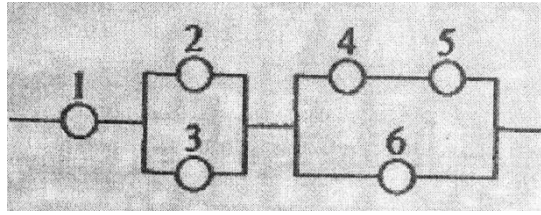
9. $f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(x+y)(1-x)(1-y), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$

Умови задачі див. зразок 2, п. 9

ВАРІАНТ 9

1. Кожний з 5-ти студентів, що користуються транспортом, з рівною ймовірністю може вибрати будь-який з видів транспорту – автобус, тролейбус, трамвай. Знайти ймовірність того, що троє з них скористаються автобусом, а інші поїдуть трамваєм.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п. 2.

3. Зроблено два постріли в ціль. Ймовірність потрапляння в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,7. Ціль уражається з одного попадання з ймовірністю 0,5, при двох попаданнях - з ймовірністю 0,9 :

3.1.Знайти ймовірність ураження цілі при двох пострілах.

3.2.Знайти ймовірність того, що обидва снаряди потрапили в ціль, якщо виявилось, що ціль уражена.

4. На кожному верстаті за зміну випускається n деталей. Ймовірність браку для першого верстату дорівнює p_1 , для другого p_2 . Знайти ймовірність p того, що в змінній продукції обох верстатів не більш ніж по одній бракованій деталі.

4.1.Вирахувати цю ймовірність при $n = 8, p_1 = 0,05, p_2 = 0,03$.

4.2.Вирахувати цю ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона при $n = 100, p_1 = 0,005, p_2 = 0,003$.

5. Виріб проходить контроль за двома параметрами. Ймовірність того, що він виявиться стандартним по першому параметру дорівнює $p_1 = 0,9$, по другому $p_2 = 0,95$. Перевірено $n = 100$ деталей. Знайти :

5.1.Закон розподілення X .

5.2.Математичне очікування m_x числа X нестандартних деталей. (Деталь вважається нестандартною, якщо хоча б один з параметрів не задовольняє стандарту).

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X

$$f(x) = \begin{cases} 0.5, & x \in [0; 1] \\ C, & x \in [1; 4] \\ 0, & x \notin [0; 4] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 1, п.6

7. Вважається, що межа плинності деякого сорту сталі різних плавов – є випадкова величина X , розподілена нормально з математичним очікуванням $m_x = 32 \text{ кГ/мм}^2$ та середнім квадратичним відхиленням $\sigma_x = 15 \text{ кГ/мм}^2$. Знайти відсоток плавов, для яких межа плинності відрізняється від номіналу m_x по модулю не більш, ніж на 5%, від 5% до 10%, і більше 10%.

8. $p_{11}=0.2, p_{12}=0.2, p_{21}=0.1, p_{22}=0.5$.

Умову задачі див. зразок 1, п.8.

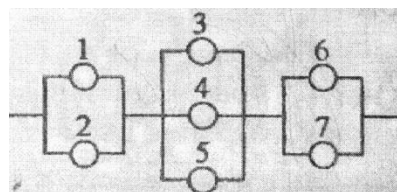
9. Надано: D – трикутник з вершинами $A (-1;0), O(0;0), B(0;-1)$.

Умови задачі див. Додаток 1, зразок 1, п.9

ВАРІАНТ 10

1. Білети на стадіон розділені на 7 категорій – по секторам. Знайти ймовірність того, що 4 конкретних покупця куплять білети різних категорій, якщо рахувати, що купівля білетів в будь-який з секторів кожним покупцем рівноймовірна.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 2, п. 2.

3. На будь-якій з позицій імпульсного коду можуть бути з рівною ймовірністю передані „0” (відсутність імпульса) і „1” (імпульс). Перешкодами „1” перетворюється в „0” з ймовірністю 0,02 і „0” в „1” з ймовірністю 0,04.

3.1.Знайти ймовірність прийому „0” на конкретній позиції коду.

3.2.Знайти ймовірність того, що був переданий „0”, якщо прийнятий „0”.

4. В першій партії - n_1 деталей. Ймовірність браку в цій партії p_1 . В другій партії n_2 деталей, ймовірність браку p_2 . Знайти ймовірність того, що в обох партіях немає бракованих деталей.

4.1.Вирахувати цю ймовірність за точною формулою при $n_1 = 100$, $n_2 = 200$, $p_1 = 0,01$, $p_2 = 0,005$.

4.2.Вирахувати цю ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона.

4.3.Вирахувати цю абсолютну Δ і відносну δ похибки наближеного обчислення.

5. Готові деталі перевіряються послідовно двома контролерами. Ймовірність браку дорівнює p_0 . Перший контролер знаходить браковану деталь з ймовірністю p_1 , другий – з ймовірністю p_2 . Перевірено n деталей.

5.1.Знайти закон розподілення числа X деталей, забракованих контролерами.

5.2.Знайти математичне очікування X .

5.3.Вирахувати m_x при $n = 50$, $p_0 = 0,1$, $p_1 = 0,9$, $p_2 = 0,8$.

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X :

$$f(x) = \begin{cases} 2x/3, & x \in [0; 1] \\ C(3 - x), & x \in [1; 3] \\ 0, & x \notin [0; 3] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п.6

7. Номінальне значення товщини X установчого кільця, виточеного на токарному автоматі, дорівнює $m_x = 10\text{мм}$. Середнє квадратичне відхилення дорівнює $0,15\text{ мм}$. Передбачається, що випадкова величина X розподілена нормально. Знайти ймовірність того, що виготовлене кільце буде мати товщину що відрізняється від номіналу m_x більш ніж на 3% номіналу.

8. Надано: $p_{11}=0,9$, $p_{12}=0,03$, $p_{21}=0,02$, $p_{22}=0,05$.

Умови задачі див. зразок 2, п. 8.

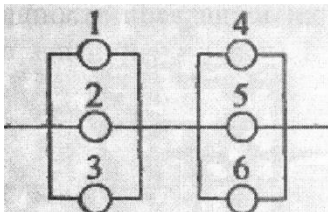
9. Надано:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Cxy, & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 - x \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п.9

ВАРІАНТ 11

1. В десятиповерховому домі ліфт може зупинятися на 9 поверхах, починаючи з другого. В ліфт зайшло 3 пасажирів, кожен з яких з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі. Знайти ймовірність того, що пасажирів вийдуть на різних поверхах.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п. 2.

3. В коло включені елементи 2-х типів. Елементи 1-го типу складають 30% від загального числа, 2-го – 70%. При перезавантаженні елементи 1-го типу виходять з ладу з ймовірністю 0,08, 2-го – з ймовірністю 0,04 кожен.

- 3.1. Знайти ймовірність того, що при перезавантаженні елемент, за яким ведеться спостереження, вийде з ладу (подія А.)
- 3.2. В результаті перезавантаження один елемент вийшов з ладу. До якого типу він ймовірніше належить?
4. Ймовірність браку деталі p_1 . Після виготовлення деталей перевіряється контролером, який може пропустити браковану деталь в готову продукцію – з ймовірністю p_2 . Виготовлено n деталей. Знайти ймовірність того, що в партії готової продукції не більш ніж одна бракована деталь.
- 4.1. Вирахувати цю ймовірність по точній формулі при $n = 1000$, $p_1 = 0,1$, $p_2 = 0,01$.
- 4.2. Вирахувати цю ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона
- 4.3. Вирахувати абсолютну Δ і відносну δ похибки наближеного обчислення.
5. Два знаряддя залпом стріляють в ціль до першого попадання хоча б одним знаряддям. Ймовірність попадання кожного дорівнює 0,1.
- 5.1. Записати закон розподілення числа X залпів.
- 5.2. Вирахувати математичне очікування X .
6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{1-x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 1, п.6

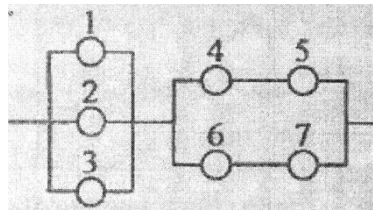
7. Величина X опору резистора підпорядковується нормальному закону з центром $m_x = 8$ кілоом, рівним номіналу. Середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 150$ Ом. Визначити ймовірність, що у випадково взятого резистора партії опір буде відрізнятися від номіналу не менш ніж на 5% по модулю.
8. $p_{11} = 0,2$, $p_{12} = 0,2$, $p_{21} = 0,1$, $p_{22} = 0,5$.
- Умови задачі див. зразок 1.

9. D – півколо, $x^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$

Умови задачі див. зразок 1, п.9

ВАРІАНТ 12

1. В семиповерховому домі ліфт може зупинятися на 6 поверхах, починаючи з другого. В ліфт зайшло 4 пасажирів, кожен з яких з однаковою ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі. Знайти ймовірність того, що пасажирів вийдуть парами на різних поверхах.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 2, п. 2.

3. У річці живуть 3 види хижих риб: судаки, щуки та окуні в співвідношенні 1:2:4. Для ловлі хижих риб на деякий час виставляється знаряддя на живця. Опинившись в полі зору хижаків живець буває ними зловлений з ймовірністю 0,4 – для судака, 0,3 – для щуки, 0,2 – для окуня.
 - 3.1. Яка ймовірність захвату живця хижаком за час ловлі (подія A), якщо ймовірність виявлення живця судака, щуки або окуня пропорційна їх кількості.
 - 3.2. До якого виду ймовірно належить риба, яка вхопила живця.
4. Ймовірність браку деталі дорівнює 0,02. Контролер-автомат знаходить брак з ймовірністю 0,95. Знайти ймовірність того, що з n виробів, визнаних контролером-автоматом придатними, бракованих не більш ніж одна.
 - 4.1. Вирахувати цю ймовірність при $n = 500$.

4.2. Вирахувати цю ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона.

4.3. Вирахувати абсолютну Δ і відносну δ похибки наближеного обчислення.

5. Кожна з 100 деталей підлягає двом випробуванням. Ймовірність виходу з ладу кожної деталі при першому випробуванні дорівнює 0,1, при другому – 0,2. Знайти закон розподілення та математичне очікування числа X деталей, що вийшли з ладу.
6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0; 1] \\ C/(x+1)^2, & x \in [0; 1] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п.6

7. Помилка X вимірювального пристрою розподілена нормально. Систематична помилка приладу відсутня ($m_x = 0$). Середнє квадратична помилка $\sigma_x = 8$ мкм (мікрометрів). Визначити ймовірність, того що при черговому вимірюванні помилка перевищить по модулю 8 мкм.

8. $p_{11}=0,4$, $p_{12}=0,2$, $p_{21}=0,1$, $p_{22}=0,3$. Умови задачі див. зразок 2, п.8.

9.

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(1 + xy), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

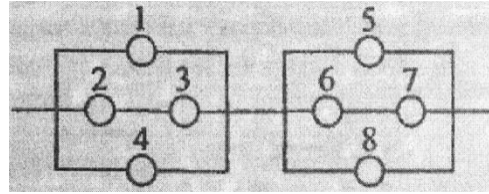
Умови задачі див. зразок 2, п.9

ВАРІАНТ 13

1. Серія складається з 20 зразків даного виду продукції. З них 10 зразків першого сорту, 8 – другого і 2 нестандартних. Знайти ймовірність того, що

серед п'яти зразків, відібраних випадково з серії, 3 виявляється першого і 2 – другого сорту.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п. 2.

3. Ймовірність браку виготовленої деталі (подія H_1) дорівнює p_1 . Контролер-автомат виявляє брак з ймовірністю p_2 , але і справну деталь випадково бракує з ймовірністю p_3 .

3.1. Знайти ймовірність того, що деталь буде забракована (подія A).

3.2. Знайти ймовірність $P(H_2/A)$ того, що забракована деталь справна (H_2 – деталь справна).

3.3. Вирахувати ці ймовірності при $p_1=0,01$, $p_2=0,95$, $p_3=0,005$.

4.1. Ймовірність потрапляння в ціль при кожному пострілі дорівнює 0,3. При одному попаданні ціль не придушується. При двох придушується з ймовірністю 0,5. При трьох і більше потрапляннях – пригнічується з ймовірністю 1. В ціль зроблено 4 постріли. Знайти ймовірність потрапляння в ціль.

4.2. Ймовірність смертельного результату в автомобільній аварії в регіоні $p=0,005$. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що на протязі місяця смертельних результатів буде більше одного, приймаючи середнє число аварій за 300.

5. Випробовуються 3 приладу на надійність. Ймовірність виходу з ладу кожного приладу відповідно рівні 0.1, 0.2, 0.3. Нехай X - число поламаних приладів. Скласти таблицю розподілу випадкової величини X . Знайти:

6 Надано:

$$f(x) = \begin{cases} 1 - Cx, & x \in [0; 2] \\ 0, & x \notin [0; 2] \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 1, п.6)

7 7 Вимірювальний пристрій має систематичну помилку $m_x = 1\text{В}$ (вольт) і середню квадратичну помилку $\sigma_x = 3\text{В}$. Знайти ймовірність того, що помилка вимірювання X по абсолютній величині перевершить 5В (помилка розподілена нормально).

7.1 Як зміниться ця ймовірність, якщо ліквідувати систематичну помилку прибору?

8 $p_{11}=0,5$, $p_{12}=0,1$, $p_{21}=0,2$, $p_{22}=0,2$.

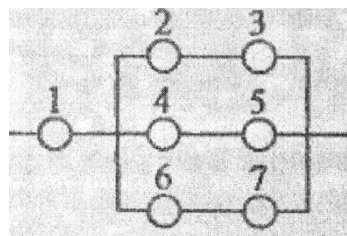
Умови задачі див. у (зразок 1, п.8).

9 D – коло, $x^2 + y^2 \leq 1$

Умови задачі див. у (зразок 1, п.9)

ВАРІАНТ 14

1. На вантажній площадці 15 однакових ящиків з виробами двох типів. Відомо, що в 8-ми ящиках знаходиться вироби першого типу. Випадково беруть 5 ящиків. Знайти ймовірність того, що тільки в двох ящиках з 5 опиняться вироби першого типу.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 2, п. 2).

3. Ймовірність браку деталі дорівнює $0,05$. Після виготовлення деталь проходить автоматичний контроль, в результаті якого брак виявляється з

ймовірністю 0,95, крім того при автоматичному контролі справна деталь може бути забракована з ймовірністю 0,01.

3.1. Знайти ймовірність того, що наступна виготовлена деталь буде забракована.

3.2. Знайти ймовірність того, що забракована деталь справна.

4.1 Кожна випущена торпеда потрапляє в корабель в даній ситуації з ймовірністю 0,6. Ймовірність потоплення корабля при одному попаданні торпеди дорівнює 0,5, при двох - 0,8, при трьох і більше 1. По кораблю зроблено 4 постріли. Знайти ймовірність його потоплення.

4.2 В книзі 200 сторінок. Помилка на кожній сторінці зустрічається з ймовірністю 0,01. Знайти за допомогою наближеної формули Пуассона ймовірність того, що в книзі більш ніж одна помилка.

5 Незалежні випробування проводяться до настання другого успіху. Ймовірність успіху в кожному випробуванні дорівнює p . Нехай випадкова величина X - загальне число проведених випробувань. Знайти ймовірність $P(X = k)$. Розрахуйте її при $k = 4$, $p = 0.6$

Вказівка. В k випробуваннях було 2 успіху і $k - 2$ невдач, причому другий успіх б в k -м випробуванні, а перший - в одному з $k - 1$ попередніх. Застосуйте теореми додавання і множення ймовірностей

6 Надано:

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)/2, & x \in [-1; 0] \\ (C-x)/(2C), & x \in [0; C] \\ 0, & x \notin [-1; C] \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п.6)

7 Номінальне значення контрольованого лінійного розміру деталі (довжини циліндричного болта) дорівнює $m_x = 20\text{мм}$. Середнє квадратичне відхилення дорівнює $0,05\text{ мм}$. Знайти відсоток деталей для яких контролюючий розмір X відхиляється від номіналу по модулю не більш ніж на $0,5\%$, від $0,5\%$ до 1% і більше 1% . Передбачається, що випадкова величина X розподілена нормально.

8 Надано: $p_{11}=0,2$, $p_{12}=0,2$, $p_{21}=0,1$, $p_{22}=0,5$.

Умови задачі див. . у додатку 1(зразок 2,п.8).

9 Надано:

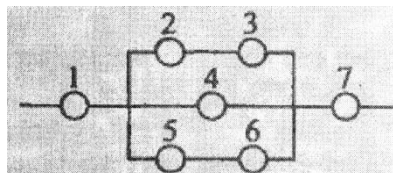
$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(x-y)^2, & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п.9)

ВАРІАНТ 15

1. В кожному з 5 рядів сидіння в автобусі є по 4 місця. Автобус заповнений випадковим чином. Знайти ймовірність того, що 2 конкретних пасажери опиняться в одному з рядів.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 1, п. 2)

3. Встановлено, що в даному російськомовному тексті після голосної літери стоїть голосна з ймовірністю 0,2, а після приголосної – приголосна з ймовірністю 0,3 (літера „Й” рахується голосною, літера „Ь” та „ъ” в розрахунок не приймаються).

3.1.Знайти ймовірність того, що в цьому тексті третя літера буде приголосною, якщо перша теж приголосна (подія А).

3.2.За допомогою формули Байеса знайти ймовірність того, що друга літера – є голосною, якщо перша і третя приголосні.

ВКАЗІВКА: Роздивіться 2 гіпотези: H_1 – середня літера голосна, H_2 – середня літера приголосна при загальній умові, що перша літера – приголосна.

4. По радіоканалу передано $n=200$ повідомлень. Ймовірність спотворення кожного повідомлення перешкодами дорівнює 0,005.

4.1.З допомогою точної формули Бернуллі вирахуйте ймовірність того, що буде спотворено більше двох повідомлень.

4.2.Вирахуйте цю ж саму ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона.

4.3.Вирахувати абсолютну Δ і відносну δ похибки обчислення.

5. Ймовірність потрапляння в ціль при першому пострілі дорівнює 0,6, при другому - 0,7, при третьому - 0,8. Стрільба в ціль ведеться до отримання одного потрапляння, але зроблено не більш ніж 3 постріли. Знайти ряд розподілення числа X пострілів, m_x , D_x , σ_x .

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C(1 - |x|), & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Умову задачі див. у (зразок 1, п. 6)

ВКАЗІВКА: В п.6.7 замість $Me=0$, знайти нижню квантиль $x_1/4$.

7. Використовуючи таблицю для нормального розподілення, виразити інтерквартильну ширину $Q = x_{3/4} - x_{1/4}$ через σ , де $x_{1/4}$ і $x_{3/4}$ - відповідно нижня і верхня квантілі нормального розподілення $N(m, \sigma)$.

8. Надано: $p_{11}=0,4$, $p_{12}=0,2$, $p_{21}=0,3$, $p_{22}=0,1$.

Умови задачі див. у (зразок 1, п. 8).

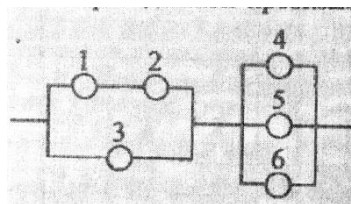
9. Надано: D – на півколо $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0$

Умови задачі див. у (зразок 1, п.8)

ВАРІАНТ 16

1. Екзамени приймають 2 екзаменатори. Кожний з них повинен проекзаменувати по 12 студентів. Знайти ймовірність того, що при випадковому розподіленні студентів два конкретних студента потраплять до одного екзаменатора.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див у (зразок 2, п. 2)

3. Встановлено, що російськомовному тексті після голосної літери стоїть голосна з ймовірністю 0,15, а після приголосної – приголосна з ймовірністю 0,3 (літера „Й” рахується голосною, літера „Ь” та „ъ” в розрахунок не приймаються).

3.1.Знайти ймовірність того, що в цьому тексті третя літера буде голосною, якщо перша теж голосна (подія А).

3.2.3а допомогою формули Байеса знайти ймовірність того, що друга літера – є приголосною, якщо перша і третя голосні.

ВКАЗІВКА: Роздивіться 2 гіпотези: H_1 – середня літера голосна, H_2 – середня літера приголосна при загальній умові, що перша літера –голосна.

4. 4.1 По каналу зв'язку передана інформація закодована п'ятьма знаками. Ймовірність спотворення кожного знаку перешкодами дорівнює 0,2. При спотворенні одного знаку інформація встановлюється повністю, при спотворенні двох знаків з ймовірністю 0,5, при трьох знаках і більше - не встановлюється. Перешкоди діють на кожен знак незалежно. Знайти ймовірність того, що передана інформація буде прийнята правильно або відновлена.

4.2 Серед пожеж міста дуже сильні бувають з ймовірністю 0,01. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що з наступних $n=100$ пожеж дуже сильними будуть більше однієї.

5. В партії з 5 виробів – 2 нестандартних. Випадково відібрано 3 вироби. Нехай X – число стандартних виробів в відібраній трійці. Знайти закон розподілення випадкової величини X , m_x , σ_x , $P(X < m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C, & x \in [0; 1] \\ C(2 - x), & x \in [1; 2] \\ 0, & x \notin [0; 2] \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п.6)

7. Для нормального розподілення $N(m, \sigma)$ виразити через σ число E , назване середнім відхиленням, з умови його визначення. $P(|X - m| < E) = 0,5$.

8. Надано : $p_{11}=0,45$ $p_{12}=0,3$, $p_{21}=0,1$, $p_{22}=0,15$.

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 8).

9. Надано

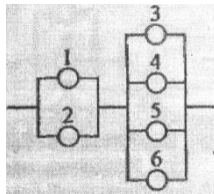
$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(x^4 + y^4), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п.9)

ВАРІАНТ 17

1. З групи складеної з 10 хлопців та 15 дівчат, випадковим чином вибирають 3 представника. Знайти ймовірність того, що серед вибраних будуть двоє юнаків та одна дівчина.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. (зразок 1, п.2).

3. Суперник може застосувати в наліт літака одного з двох типів α та β з ймовірністю відповідно 0,7 та 0,3. Літак типу α збивається ракетою з ймовірністю 0,7, типу β – з ймовірністю 0,9. По літаку, що з'явився, випущено дві ракети.

3.1.Знайти ймовірність того, що він буде збитий (подія А).

3.2.Знайти ймовірність того, що збитий літак буде типу α .

4. Випробовуються n однакових приладів. Ймовірність виходу з ладу кожного приладів $= p$. Знайти ймовірність $P(A)$ виходу з ладу не більш ніж 3-х приладів.

4.1. Вирахувати цю ймовірність при $n=10, p=0,1$.

4.2. Вирахувати цю ж ймовірність при $n=100, p=0,005$ застосувавши наближену формулу Пуассона.

5. Радіостанція через певний проміжок часу посилає позитивні сигнали (не більше 4) до встановлення двостороннього зв'язку. Ймовірність отримання відповіді на позитивний сигнал $= 0,3$. нехай X – число посланих позитивних. Скласти таблицю розподілу X , знайти m_x та $P(X < m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C(|x| + \frac{1}{4}), & x \in [-1; 1] \\ 0, & x \notin [-1; 1] \end{cases}$$

Умову задачі див. (зразок 2, п.6).

7. Використовуючи таблицю, виразити через σ відстань між квантилями (децилями) $X_{0,4}$ та $X_{0,6}$ для нормального розподілу $N(m, \sigma)$

8. $p_{11} = 0.1, p_{12} = 0.2, p_{21} = 0.1, p_{22} = 0.6$.

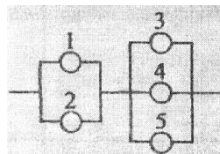
Умову задачі див. (зразок 1, п.8).

9. D – трикутник з вершинами $A(-1;0), B(0;1), C(1;0)$.

Умову задачі див. (зразок 1, п.9)

1. В лотереї 100 білетів. З них 15 виграшних. Куплено 3 білети. Знайти ймовірність точно одного виграшу.

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 2, п. 2)

3. Супротивник може застосувати ракету одного з двох типів α і β з ймовірністю відповідно 0,6 та 0,4 відповідно при кожному запуску. Кожна ракета типу α – збивається з ймовірністю 0,8, а типу β – з 0,9.
- 3.1. Запущено послідовно 2 ракети. Знайти ймовірність того, що обидві будуть збиті (подія A).
- 3.2. Обидві запущені ракети збиті. Знайти ймовірність того, що обидві були типу α .
4. Блок електронного пристрою має n однакових елементів. Ймовірність відмови кожного елемента на протязі часу T рівна p . Елементи працюють незалежно. Знайти ймовірність $P(A)$ того, що за час T відмовлять не менш ніж два елементи.
- 4.1. Вирахувати $P(A)$ при $n=16, p=0,1$
- 4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона вирахувати $P(A)$ при $n=100, p=0,002$.
5. Знаряддя стріляє в ціль до двох попадань, але робить всього не більше трьох пострілів. Ймовірність попадання в ціль при одному пострілі = 0,8. Побудувати ряд розподілення. Знайти m_x, σ_x числа X зроблених пострілів. Постріли лунають незалежно один від одного.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C \ln(x), & x \in [1; e] \\ 0, & x \notin [e; 1] \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 6.)

Вказівка. В п.6.7 обмежитися перевіркою, що $x_{1/4} = 1.786$.

7. Використовуючи табл. Виразити через σ відстань між квантилями (децилями) $x_{0,1}$ та $x_{0,9}$ для нормального розподілення $N(m, \sigma)$.

8. Надано: $p_{11}=0,2$ $p_{12}=0,4$, $p_{21}=0,1$, $p_{22}=0,3$.

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 8).

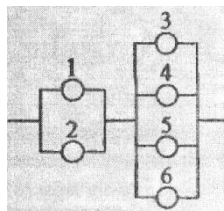
9. Надано: $f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(1 - xy), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 9).

ВАРІАНТ 19

1. В партії з 25 виробів є 15 виробів 1-го сорту, 10 – 2-го сорту. Випадковим чином обирається 3 вироби. Знайти вірогідність того, що з цих 3-х виробів хоча би одне 1-го сорту.

2. Дана схема підключення елементів.



Умову задачі див. у (зразок 1, п.2).

3. В партії 30 % виробів вироблено першим заводом, 70 % - другим. Вірогідність браку на першому заводі 0.03, на другому - 0.02. З партії

випадковим чином взято 2 вироби.

- 3.1. Знайти вірогідність того, що обидва вироби – браковані .
 - 3.2. Під час контролю обидва вироби виявились бракованими.
 - 3.3. Знайти вірогідність того , що обидва були виготовленими на першому заводі.
4. В системі масового обслуговування незалежно один від одного звертаються клієнти двох видів : звичайні та із пріоритетом обслуговування. Вірогідність надходження клієнта з пріоритетом дорівнює p . Знайти вірогідність того , що з n клієнтів, які надійшли в систему , клієнтів з пріоритетом буде не більше двох (подія A).
 - 4.1. Вирахувати $P(A)$ при $n = 10, p = 0.2$.
 - 4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона вирахувати $P(A)$ при $n = 100, p = 0.02$.
 5. Робітник обслуговує 3 верстата . Вірогідність того, що за деякий проміжок часу T перший верстат потребуватиме уваги робітника дорівнює 0.2. Для другого верстата ця вірогідність дорівнює 0.3, для третього - 0.4. Побудувати ряд розподілу та знайти m_x, D_x, σ_x кількості X верстатів, що потребують уваги робітника за проміжок часу T . Верстати працюють незалежно один від одного.
 6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x < 0 \\ \frac{C}{(x+1)^5}, & \text{при } x \geq 0 \end{cases}$$

Умову задачі див. у (зразок 1, п.6).
 7. Номінальне значення опору резистора дорівнює $m_x = 100 \text{ кОм}$ (кілоом). Середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 8 \text{ кОм}$ (кілоом). Який відсоток від загальної кількості при масовому виробництві має опір X , якій відрізняється від номіналу по модулю не більше ніж на 10 % номіналу. Припускається, що X - випадкова величина, розподілена нормально.
 8. Надано: $p_{11} = 0.05, p_{12} = 0.1, p_{21} = 0.05, p_{22} = 0.8$.

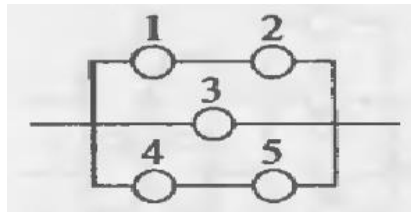
Умову задачі див. у (зразок 1, п.8).

9. Надано: D – криволінійний трикутник, обмежений лініями $y = x^2$, $y = 0$, $x =$

1. Умову задачі див. в прикладі 1, п.9.

ВАРІАНТ 20

1. У партії з 20 виробів міститься 10 виробів першого сорту, 6-второго і 4-третього. Випадковим чином вибираються 3 вироби. Знайти ймовірність того, що всі вони різних сортів.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 2, п. 2).

3. У партії 40% деталей виготовлено першим заводом і 60%-другим. Імовірність браку на першому заводі дорівнює 0.04, на другому 0.02. Із партії випадковим чином взято дві деталі.
 - 3.1. Знайти ймовірність того, що обидві деталі браковані (подія A).
 - 3.2. Знайти ймовірність того, що обидві браковані деталі виготовлені першим заводом.
4. В установі експлуатується n телефонних апаратів. Ймовірність виходу з ладу кожного з них протягом часу T дорівнює p . Знайти ймовірність того, що за час T з ладу вийде не більше одного телефонного апарата.
 - 4.1. Обчислити цю ймовірність по точній формулі Бернуллі при $n=50$, $p=0.01$.
 - 4.2. Обчислити ту ж ймовірність за допомогою наближеної формули Пуассона.
 - 4.3. Знайти абсолютну і відносну похибку наближеного обчислення.

5. Проводяться незалежні випробування трьох приладів на надійність.

Імовірність виходу з ладу при цих випробуваннях для першого приладу дорівнює 0.2, для другого 0.3, для третього 0.4. Побудувати ряд розподілу і знайти Mx і σ_x , де X -число приладів, що вийшли з ладу при цих випробуваннях

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C\sqrt{x}, & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 6).

7. Номінальне значення опору резистора $Mx=50$ кОм (кілоом). Відомо, що 80% від загальної кількості всіх виготовлених на даному заводі резисторів мають відхилення опору від номіналу по модулю не більше ніж на 10%. Знайти середнє квадратичне відхилення опору X резистора від номіналу, припускаючи, що X -випадкова величина, розподілена нормально.

8. Надано: $p_{11}=0,1$ $p_{12}=0,05$, $p_{21}=0,05$, $p_{22}=0,8$.

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 8).

$$9. f(x, y) = \begin{cases} Cx^3y^3, & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

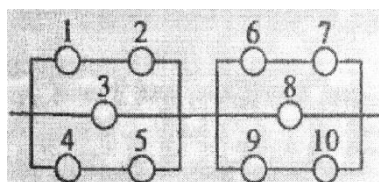
Умови задачі див у

(зразок 2, п.9).

ВАРІАНТ 21

1. 4 ракетні установки роблять залп по 6 повітряних цілях. Кожна з них вибирає ціль незалежно від інших. Знайти ймовірність того, що хоча б по одній цілі буде випущено більш ніж одна ракета.

2. Дана схема включення елементів.



3. Ймовірність браку виробу дорівнює p . Вироби перевіряються контролером-автоматом, який знаходить брак з ймовірністю X та помилково бракує не бракований виріб з ймовірністю p_2 . Знайти ймовірність того, що вироблений виріб буде забраковано (подія A).

3.1 Вирахувати $m_x=20$ при $p=0,02$, $p_{21}=0,2$, $p_2=0,01$.

3.2 Вирахувати по формулі Бейеса ймовірність того, що забракований виріб був з браком.

4. Повінню в Санкт-Петербурзі вважається підйом води на Неві до 160 см і більше над рівнем нульової відмітки. Спостереження на протязі 292 років за період з 1703 по 1994 рр. показує, що 134 роки були без повені. Цей факт дає ймовірність $p_1=0,5$ відсутності повені в конкретному місті.

Аналогічно знаходиться ймовірність $p_2 = 0,06$ наступної повені з висотою підйому води більш ніж на 250 см. 4.1 Знайти ймовірність того, що 2 роки в найближчі 5 років будуть без повені.

4.2 За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що серед $n=50$ послідовних повені, що очікуються, будуть не менш ніж 2 повені з висотою підйому води більш ніж 250см.

5. Два незалежних реле, включені послідовно, відключають лінію при її перезапуску. Ймовірність не спрацювання кожного реле $=0,07$. нехай X – число перезапусків ліній до першого не спрацювання обох реле.

5.1 Знайти закон розподілення X .

5.2 Вирахувати m_x .

5.3 $P(X < m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Cxe^{-0.5x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Умову задачі див. у (зразок 1, п.6).

Вказівка в п.6,7 обмежитися перевіркою, що $Me=3,36$

7. Вимірювальний пристрій має систематичну помилку $m_x = 1$ м. Середнє квадратичне відхилення помилки вимірювання X дорівнює $\sigma_x = 2$ м. Передбачається, що X - випадкова величина, розподілена нормально.

7.1 Знайти ймовірність $P(X < \sigma_x)$.

7.2 Як зміниться ця ймовірність, якщо прибрати систематичну помилку.

8. Надано: $p_{11}=0,25$ $p_{12}=0,1$, $p_{21}=0,2$, $p_{22}=0,45$.

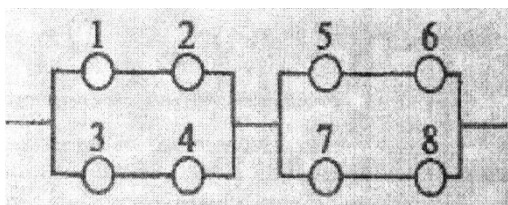
Умови задачі див. в зразок 1, п. 8.

9. D – криволінійний трикутник обмежений лініями $y=x^2$; $x=0$; $y=1$.

Умови задачі див в зр.1, п.9.

ВАРІАНТ 22

1. 5 ракетних установок роблять залп по 8 повітряних цілях. Кожна з них вибирає ціль незалежно від інших. Знайти ймовірність того, що постріли будуть зроблені по різним цілям.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 2, п. 2)

- 3 Ймовірність браку виробу дорівнює p . Вироби перевіряються контролером-автоматом, який знаходить брак з ймовірністю p_1 та

помилково бракує не бракований виріб з ймовірністю p_2 . Знайти ймовірність того, що 2 перевірених вироби будуть забраковані (подія А).

3.1 Вирахувати $P(A)$ при $p=0,01$, $p_1=0,95$, $p_2=0,005$.

3.2 Вирахувати по формулі Байєса ймовірність того, що 2 забракованих автоматом вироби насправді мають брак

- 4 Повінню в Санкт-Петербурзі вважається підйом води на Неві до 160 см, і більше над рівнем нульової відмітки. Спостереження на протязі 292 років за період з 1703 по 1994 рр. показує, що невеликі повені з висотою підйому води не менш ніж 2 м трапляються при наступній повені з ймовірністю $p_1=0,7$, а великі - з висотою підйому води 280 см і більше трапляються з ймовірністю $p_2 = 0,02$

4.1 Знайти ймовірність того, що серед наступних 4 повеней, невеликих не менш 2.

4.2 За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що серед $n=50$ послідовних повені, що очікуються, великих виявиться більше одної.

- 5 Два незалежних прилади, випробовують доки хоч один з них відмовить. Відмова кожного пристрою при кожному випробуванні трапляється з ймовірністю 0,2.

5.1 Записати формулу, виражаючи закон розподілення випадкової величини X , рівну числу випробувань.

5.2 Знайти m_x .

5.3 $P(X < m_x)$.

- 6 Надано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Cxe^{-2x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 6).

Вказівка в п.6,7 обмежитися перевіркою, що $x_{1/4}=0,481$

- 7 Номінальне значення лінійного розміру деталі $X = m_x = 100\text{мм}$. Середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 0,5 \text{ мм}$. Який % від загальної кількості деталей при масовому виготовленні складають деталі, для яких розмір X відхиляється від m_x по модулю не більш ніж 1% номіналу. Передбачається, що X – випадкова величина, розподілена нормально.
- 8 Надано: $p_{11}=0,35$ $p_{12}=0,15$; $p_{21}=0,05$, $p_{22}=0,45$.
Умови задачі див. у (зразок 2, п. 8).

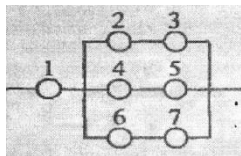
- 9 Надано:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Ce^{-(x+y)}, & \text{при } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 9)

ВАРІАНТ 23

- Групи складена з п'яти чоловіків та трьох жінок, випадковим чином розбита на 2 підгрупи по 4 чоловіки. Знайти ймовірність того, що всі жінки опинились в одній підгрупі.
- Дана схема включення елементів.



Умови задачі див у (зразок 1, п. 2)

- Ймовірність браку виробу дорівнює p . Виріб після виготовлення перевіряється контролером-автоматом, який знаходить брак з ймовірністю p_1 та помилково бракує не бракований виріб з ймовірністю p_2 .
 - Знайти ймовірність того, що виготовлений виріб не буде забраковано (подія A).
 - Вирахувати $P(A)$ при $p=0,01$, $p_1=0,94$, $p_2=0,05$.

- 3.3.Вирахувати по формулі Бейеса ймовірність того, що виріб визнаний придатним в результаті контролю, та не має браку.
4. Повінню в Санкт-Петербурзі вважається підйом води на Неві до 160 см, і більше над рівнем нульової відмітки. За період з 1703 по 1994 рр. зареєстровано 75 років, в кожному з яких було 2 і більше повенів (подія А), а також ще одна повінь з підйомом води більш ніж 4 м над рівнем нульової відмітки (подія В). В 1824 р. виходячи з цих статистичних даних прийmemo $P(A)=75/292=0,26$, $P(B)=1/295=0,0034$ (всього за вказаний період було зареєстровано 295 повеней.)
- 4.1.Знайти ймовірність того, що на протязі 5 наступних років подія А трапиться не менше 2 разів.
- 4.2.За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що серед $n=100$ послідовних повеней, що нас очікують, подія В буде спостерігатися хоча б один раз.
5. Зроблено послідовний пуск ракет по цілям до першого попадання, або до вичерпання боєкомплекту, складеного з 4 ракет. Ймовірність попадання при кожному запуску дорівнює 0,4.
- 5.1.Скласти таблицю розподілення випадкової величини X, рівною числу пускових ракет.
- 5.2.Вирахувати m_x .
- 5.3. $P(X < m_x)$.
6. Надано:
- $$f(x) = \begin{cases} C/x^5, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$
- Умови задачі див. у (зразок 1, п. 6).

7. Вимірювальний пристрій має систематичну помилку $m_x = 1$ см. та середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 5$ см. помилки вимірювання X .

Припускається, що випадкова величина X розподілена нормально.

7.1. Знайти $P(|X| > 10)$.

7.2. Як зміниться ця ймовірність, якщо ліквідувати систематичну помилку.

8. Надано: $p_{11}=0,25$, $p_{12}=0,2$, $p_{21}=0,1$, $p_{22}=0,45$.

Умови задачі див. у (зразок 1, п. 8).

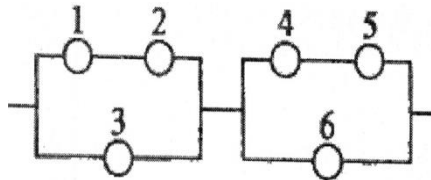
9. Надано: D – криволінійний трикутник обмежений лініями

$$y = \sqrt{x}, y = 0; x = 1.$$

Умови задачі див. у (зразок 1, п. 9).

ВАРІАНТ 24

- 3(три) ракетних установки роблять залп по 5 повітряних цілях. Кожна з них вибирає ціль незалежно від інших. Знайти ймовірність того, що всі ракети випущені по одній цілі.
- Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 2, п. 2)

- Ймовірність браку деталі дорівнює p . Вироби перевіряються контролером-автоматом, який знаходить брак з ймовірністю p_1 та помилково бракує не бракований виріб з ймовірністю p_2 .

3.1. Знайти ймовірність того, що вироблений виріб не буде забраковано (подія A).

3.2. Вирахувати $P(A)$ при $p=0,02$, $p_1=0,95$, $p_2=0,01$.

3.3. Вирахувати по формулі Байеса ймовірність того, що виріб признаний не бракованим в ході контролю на справді є бракований.

4. Повінню в Санкт-Петербурзі вважається підйом води на Неві до 160 см. і більше над рівнем нульової відмітки. За період з 1703 по 1994 рр. зареєстровано 295 повеней. З них 94 були з висотою підйому води не менше 200 см. над нульовою відміткою (подія А), а 3 – з висотою підйому води більш ніж на 3 м. (подія В) (1777,1824 та 1924 рр.). Виходячи з цих статистичних даних прийmemo $P(A)=94/295=0,32$, $P(B)=3/295=0,01$

4.1.Знайти ймовірність того, що серед 5 наступних повеней буде на більше 2 повеней з висотою підйому води не менше 200 см.

4.2.За допомогою наближеної формули Пуассона вирахувати ймовірність того, що серед 50 очікуваних послідовних повеней не більше однієї з висотою підйому води більш 3м.

5. Станок-автомат при виготовленні виробу допускає збій, випускаючи браковані вироби з ймовірність р. Після першого збою робиться переналагодження станку. Нехай X - число виробів випущених автоматом між двома переналагодженнями.

5.1.Скласти закон розподілення X.

5.2.Знайти m_x і вирахувати його при $p=0,05$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C/x^4, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 6)

7. Вимірювальний пристрій має систематичну помилку $m_x = 10$ см. і середнє квадратичне відхилення $\sigma_x = 50$ см. помилки вимірювання X. Припускається, що випадкова величина X розподілена нормально.

7.1.Знайти $P(|X|<100)$.

7.2.Як зміниться ця ймовірність, якщо ліквідувати систематичну помилку.

8. Надано: $p_{11}=0,06$ $p_{12}=0,24$, $p_{21}=0,14$, $p_{22}=0,56$.

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 8).

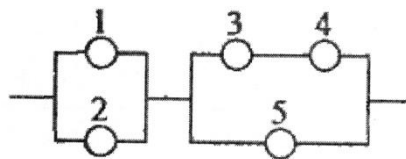
9. Надано:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(1 + y^2 x^2), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 2, п. 9).

ВАРІАНТ 25

1. 8 білетів в дві чотиримісні театральні ложі випадковим чином розподілені серед групи, що складається з 4 чоловіків та 4 жінок. Знайти ймовірність того, що в кожній ложі чоловіків і жінок опиниться порівну.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. у (зразок 1, п. 2).

3. Медичний аналіз виявляє у хворого хворобу α з ймовірністю p_1 і помилково вказує на цю хворобу при її відсутності з ймовірністю p_2 . У хворих направлених на аналіз з попереднім діагнозом хвороби α ця хвороба зустрічається з ймовірністю p .
 - 3.1. Знайти ймовірність $P(A)$ того, що у пацієнта аналіз вкаже на хворобу.
 - 3.2. Вирахувати $P(A)$ при $p=0,6$, $p_1=0,8$, $p_2=0,05$.
 - 3.3. Вирахувати по формулі Байеса ймовірність того, що у пацієнта дійсно є хвороба α , якщо на неї вказали аналізи.
4. За період в 131 рік з 1865 по 1995 рр. в Санкт-Петербурзі 10-го січня середня температура нижче -10^0 (подія A) спостерігалась 44 рази, а нижче

– 30⁰ (подія В) – всього 1 раз (-33,6⁰ в 1987 р.). Виходячи з цих

статистичних даних прийmemo $P(A)=44/131=0,34$, $P(B)=1/131=0,008$.

4.1. Знайти ймовірність події, яка означає, що найближчі 4 роки подія А буде спостерігатися не менше 2 разів.

4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність появи події В хоч би в одному році з наступних 50 років.

5. Два знаряддя залпом стріляють по цілі до першого попадання хоча б одним знаряддям. Ймовірність попадання кожного =0,6.

5.1. Знайти закон розподілення випадкової величини X, рівної числу залпів.

5.2. Вирахувати m_x .

5.3. Знайти $P(X < m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C(2 - x), & x \in [0; 2] \\ 0, & x \notin [0; 2] \end{cases}$$

Умови задачі див. у (зразок 1, п. 6).

7. Зроблено 2 незалежних виміри приладом без систематичної помилки ($m_x=0$). Середня квадратична помилка $\sigma_x=2$ м. Знайти ймовірність P того, що помилка хоча б одного виміру по модулю буде менша σ_x .

Припускаємо, що помилка вимірювання X розподілена нормально.

8. Надано: $p_{11}=0,25$ $p_{12}=0,1$, $p_{21}=0,15$, $p_{22}=0,5$.

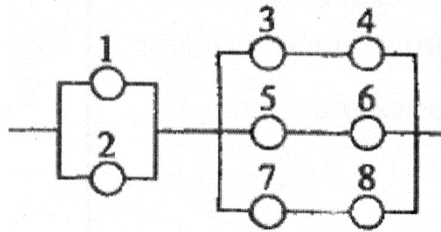
Умови задачі див. у (зразок 1, п. 8).

9. Надано: D – криволінійний трикутник обмежений лініями:

$$y = \sqrt{1-x}, \quad x=0, y=0.$$

Умови задачі див у (зразок 1, п.9).

1. Групи складена з шести чоловіків та двох жінок, випадковим чином розбита на 2 підгрупи по 4 чоловіки. Знайти ймовірність того, що всі жінки опинились в одній підгрупі.
2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 2, п.2

3. Ймовірність браку виробу дорівнює p . Виріб перевіряється контролером-автоматом, який знаходить брак з ймовірністю p_1 та помилково бракує не бракований виріб з ймовірністю p_2 .
 - 3.1. Знайти ймовірність того, що 2 перевірених автоматом вироби не будуть забраковано (подія A).
 - 3.2. Вирахувати $P(A)$ при $p=0,02$, $p_1=0,95$, $p_2=0,01$.
 - 3.3. Вирахувати по формулі Байєса ймовірність того, що обидва перевірених вироби признані годними та не мають браку.
4. Повінь в Санкт-Петербурзі вважається підйом води на Неві до 160 см. і більше над рівне нульової відмітки. На протязі 292 років за період з 1703 по 1994 рр. в 158 роках відбулася хоча б одна повінь (подія A). Також реєстровано 16 років, коли спостерігались літні повені – червні, липні, серпні (подія B). Виходячи з цих даних приймемо $P(A)=158/292=0,54$, $P(B)=16/292=0,055$.
 - 4.1. Знайти ймовірність того, що найближчі 4 роки подія A трапляється не більше 2 разів.

4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що подія В буде хоч раз за наступні 50 років.

5. Випробовуються на надійність 3 прибори. Ймовірність безвідмовно пройти випробовування для кожного = 0,7, 0,8, 0,9. Нехай X – число приборів пройдених випробовування безвідмовно.

5.1. Скласти таблицю розподілення випадкової величини X.

5.2. Вирахувати m_x ;

5.3. Вирахувати : σ_x ;

5.4. Вирахувати : $P(X < m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C/x^6, & x \geq 1 \\ 0, & x < 1 \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п.6

7. Зроблено 2 незалежних виміри приборів без систематичної помилки ($m_x=0$). Середня квадратична помилка $\sigma_x=3$ м. Знайти ймовірність того, що помилка кожного виміру по модулю буде менша σ_x . Припускаємо, що помилка вимірювання X розподілена нормально.

8. Надано: $p_{11}=0,85$ $p_{12}=0,02$, $p_{21}=0,03$, $p_{22}=0,1$.

Умови задачі див. зразок 2, п. 8.

9. Надано:

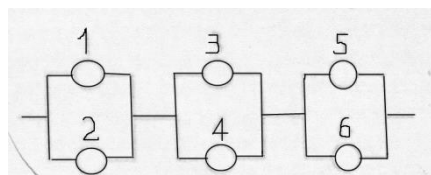
$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(1 - y^2x^2), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 2, п.9.

ВАРІАНТ 27

1. В партії з L виробів є дефекти виробу. Для контролю з партії випадковим чином вибирається l виробів. Вся партія приймається, якщо серед вибраних виробів не виявляється дефектів. Знайти ймовірність p прийому партії, якщо в ній R дефектних виробів. Вирахувати ймовірність при $L = 20, l = 4, R = 2$;

2. Дана схема включення елементів.



Умови задачі див. зразок 1, п.2

3. Медичний аналіз виявляє у хворого хворобу α з ймовірністю p_1 і помилково вказує на цю хворобу при її відсутності з ймовірністю p_2 . У хворих направлених на аналіз з попереднім діагнозом хвороби α ця хвороба зустрічається з ймовірністю p .

3.1.Знайти ймовірність $P(A)$ того, що у пацієнта аналіз не вкаже на хворобу.

3.2.Вирахувати $P(A)$ при $p=0,7, p_1=0,9, p_2=0,1$.

3.3.Вирахувати по формулі Байєса ймовірність того, що у пацієнта дійсно відсутня хвороба α , при умові, що аналіз на неї не вкаже.

4. За період в 131 рік з 1865 по 1995 рр. в Санкт-Петербурзі 10-го січня середня температура вище 0° (подія A) спостерігалась 20 разів з них вище $+3^{\circ}$ (подія B) – всього 1 раз ($+3,8^{\circ}$ в 1971 р.). Виходячи з цих статистичних даних прийmemo $P(A)=20/131=0,15; P(B)=1/131=0,008$.

4.1.Знайти ймовірність того, що найближчі 4 роки подія A буде спостерігатися не менше 1 разу.

- 4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того, що хоч би в одному році з наступних 50 років подія В відбудеться.
5. Знаряддя залпом стріляє по цілі до першого попадання, або до закінчення боєкомплекту, який складається з 5 снарядів. Ймовірність попадання з першого пострілу $=0,4$, з другого $0,5$ при всіх наступних – $0,6$. нехай X -число зроблених пострілів.
- 5.1. Скласти таблицю розподілення X .
- 5.2. Вирахувати m_x .
- 5.3. Знайти $P(X < m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C(1 - \frac{x}{3}), & x \in [0; 3] \\ 0, & x \notin [0; 3] \end{cases}$$

Умови задачі див. зразок 1, п. 6

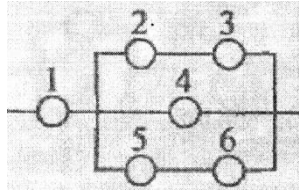
7. Яким повинно бути середнє квадратичне відхилення σ_x , щоб параметр деталі відхилявся від номіналу $m_x=20$ по модулю не більше ніж на 1% номіналу з ймовірністю $0,95$. Припускаємо, що випадкова величина X розподілена нормально.
8. Надано: $p_{11}=0,3$ $p_{12}=0,15$, $p_{21}=0,05$, $p_{22}=0,5$.
Умови задачі див. зразок 1, п. 8.
9. D – криволінійний трикутник обмежений лініями $y=x^3$; $x=1$; $y=0$.
Умови задачі див. зразок 1, п.9.

ВАРІАНТ 28

1. Партія товару в кількості L штук складається з виробів першого та другого сорту. Для контролю з партії випадковим чином вибирається l виробів. Вся партія приймається, якщо серед вибраних виробів другосортних виявляється більше одного. Знайти вірогідність p

приймання партії, якщо в ній R виробів першого сорту. Вирахувати p при $L = 10, l = 3, R = 8$

2. Дана схема підключення елементів .



Умова задачі в зразок 2, п.2.

3. Медичний аналіз виявив у хворого хворобу α з вірогідністю p_1 та помилково вказує на цю хворобу при її відсутності з вірогідністю p_2 . В хворих, направлених на аналіз з попереднім діагнозом хвороби α ця хвороба зустрічається з вірогідністю p .

3.1. Знайти вірогідність $P(A)$ того, що у пацієнта аналіз вкаже на хворобу α .

3.2. Знайти $P(A)$ при $p = 0.7, p_1 = 0.9, p_2 = 0.1$. 3.3. За допомогою формули

3.3 Байєса вирахувати вірогідність, що у пацієнта відсутня хвороба α , хоча на неї вказав медичний аналіз.

4. За період в 131 рік з 1865 по 1995 в Санкт-Петербурзі 10-го січня середньодобова температура нижче мінус 15 градусів(подія А) була 20 разів, а нижче мінус 25 градусів(подія Б) – всього 3 рази. Виходячи з цих статистичних даних, допустимо що $P(A) = 20/131 = 0,15, P(B) = 3/131 = 0.023$.

4.1. Знайти вірогідність того, що в найближчі 5 років подія А буде не менше 3-х разів.

4.2. За допомогою приближеної формули Пуассона знайти вірогідність появи події Б хоча б одному році з майбутніх 50-ти послідовних років.

5. Гармата стріляє в ціль до першого влучення, але робиться не більше 4-х пострілів. Вірогідність влучення при першому пострілу дорівнює 0.4, при другому = 0.5, при третьому і четвертому = 0.6. Нехай X – кількість зроблених пострілів.

5.1. Скласти таблицю розподілу X .

5.2. Вирахувати : m_x .

5.3. Вирахувати : $P(X > m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C\sqrt{1-x}, & x \in [0; 1] \\ 0, & x \notin [0; 1] \end{cases}$$

Умова задачі див. зразок 2, п.6.

7. Яким має бути середньоквадратичне відхилення σ_x , щоб параметр X деталі відхилявся від номіналу $m_x = 10$ по модулю не більше ніж на 1 % m_x з вірогідністю 0.9. Нехай випадкова величина X розподілена нормально.

8. Надано: $p_{11}=0,92$, $p_{12}=0,02$, $p_{21}=0,01$, $p_{22}=0,05$.

Умови задачі див. зразок 1, п. 8.

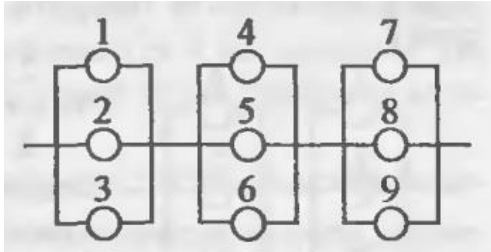
9. Надано:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Ce^{-2(x+y)}, & \text{при } x \geq 0, y \geq 0 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умова задачі в зразок 2, п.9

ВАРІАНТ 29

1. Кожен з дев'яти клієнтів незалежно і випадково вибирає одну з трьох ліній обслуговування. Знайти імовірність того, що вони розподілені між лініями обслуговування порівну.
2. Дана схема підключення елементів .



Умова задачі в зразок 1, п.2.

3. За статичними даними в даному регіоні заарештований, підозрюваний в тяжком злочині, винний з імовірністю p . Винновний засуджується з імовірністю p_1 . Невинний помилково засуджується з ймовірністю p_2 .
 - 3.1. Знайти ймовірність $P(A)$ того, що заарештований підозрюваний не буде засуджений.
 - 3.2. Обчислити $P(A)$ при $p=0.9$, $p_1=0.8$, $p_2=0.05$За формулою Байеса знайти ймовірність того, що заарештований за підозрою злочині, але не засуджений, в дійсності винен, тобто не засуджений помилково.
4. За період в 131 рік з 1865 по 1995 рік в Санкт-Петербурзі 10-го січня в по період так званих різдвяних морозів погода зі середньодобовою температурою не нижче мінус 2° (подія A) спостерігалася 36 разів, а нижче мінус 20° (подія B) 8 раз. Виходячи з цих статистичних даних, приймемо $P(A)=36/131=0.275$, $P(B)=8/131=0.06$
 - 4.1.Знайти ймовірність того, що в майбутні найближчі 5 років подія A буде відбуватися не менше двох разів.
 - 4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність появи події B не більш ніж один раз на майбутні 20 років.

5. У систему масового обслуговування незалежно звертаються клієнти, кожен з них обслуговується з ймовірністю $p=0.8$. Кількість клієнтів, звернулися за обслуговуванням за час T , - випадкова величина X математичним очікуванням $m_x=2$, розподілена за законом Пуассона. Знайти ймовірність того, що за час T надійде не більше двох клієнтів і всі надійшовші на обслуговування клієнти будуть обслужені.
6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ ce^{(1-x)}, & x \geq 1 \end{cases}$$

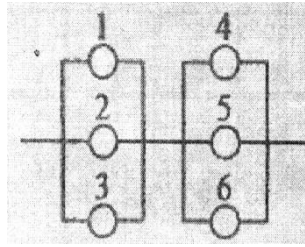
Умова задачі див. зразок 1, п.6.

7. Деталь, виготовлена автоматом, рахується бракованою, якщо відхилення X її контрольованого параметра від номіналу перевищує по модулю 2 одиниці виміру. Передбачається, що випадкова величина X розподілена нормально з параметрами $m_x=0$, $\sigma_x=0.7$. Скільки відсотків бракованих деталей видає автомат?
8. Надано: $p_{11}=0,4$, $p_{12}=0,1$, $p_{21}=0,2$, $p_{22}=0,3$.
Умови задачі див. зразок 1, п. 8.
9. D – криволінійний трикутник, обмежений лініями $y = x^3$, $x=0$, $y=1$
Умови задачі див. зразок 1, п. 9.

ВАРІАНТ 30

1. 10 різних повідомлень незалежно одне від одного відправляються по двом різним каналам зв'язку. Для кожного повідомлення рівно можливий вибір будь-якого каналу. Знайти вірогідність того, що повідомлення розподіляться по двом каналам порівну.

2. Дана схема підключення елементів .



Умову задачі див. зразок 2, п.2.

3. По статистичним даним в конкретному регіоні підозрюваний в тяжкому злочині винний з вірогідністю p . Винуватий, що засуджується з вірогідністю p_1 . Невинний помилково засуджується з вірогідністю p_2 .

3.1.Знайти вірогідність $P(A)$ того, що затриманий підозрюваний буде засуджений ,

3.2.Вирахувати $P(A)$ при $p = 0.95$, $p_1 = 0.9$, $p_2 = 0.02$,

3.3.За допомогою формули Байєса знайти вірогідність того, що засуджений дійсно винуватий.

4. За період в 131 рік з 1865 до 1995 р. в Санкт-Петербурзі 10-го січня (різдвяні морози) м'яка зимова погода зі середньодобовою температурою від мінус 5 до 0 (подія А) спостерігалася 35 разів, а не нижче +2 (подія В) – всього 5 разів. Виходячи з цих статистичних даних візьмемо:

$$P(A) = 35/131 = 0.27, P(B) = 5/131 = 0.04.$$

4.1.Знайти вірогідність того,що майбутні 4 роки подія А буде спостерігатися не менше двох разів.

4.2.За допомогою наближеної формули Пуассона знайти вірогідність появи події В хоча би один раз в найближчих 20 років

5. Вибір з партії виробів для контролю робиться випадковим чином до виявлення першого бракованого виробу, але вибирається не більше 5 виробів. Вірогідність браку партії $p = 0.1$. Нехай X – число вибраних виробів.

5.1.Скласти таблицю розподілу випадкової величини X .

5.2.Вирахувати : m_x ,

5.3.Вирахувати : $P(X > m_x)$.

6. Надано:

$$f(x) = \begin{cases} C(2-x), & x \in [0,1] \\ 0, & x \notin [0,1] \end{cases}$$

Умову задачі див. зразок 2,п.6.

7. Деталь виготовлена автоматом, вважається придатною, якщо відхилення X її розміру, який контролюється, від номіналу не перевищує по модулю 5 мм. Вважається, що випадкова величина X розподілена нормально з параметрами $m_x = 0$, та $\sigma_x = 3$ мм. Скільки відсотків придатних деталей виробляє автомат ?

8. Надано: $p_{11} = 0.92$, $p_{12} = 0.02$, $p_{21} = 0.01$, $p_{22} = 0.05$.

Умову задачі див. зразок 2, п.8.

9. Надано:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} Cxy(x+y), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases}$$

Умову задачі див. в прикладі 2, п9.

Приклади розв'язку завдань

Для перевірки і зміцнення знань, отриманих завдяки вивченню теоретичного матеріалу, запропоновано 30 варіантів завдань для РГР (див. Додаток 2). Кожний варіант містить 9 завдань, які охоплюють практично всі вивчені теми дисципліни.

Завдання укладені за двома зразками. Для тих, кому це може допомогти при виконанні завдань запропоновано зразки розв'язання типових задач.

Розв'язок задач зразка 1

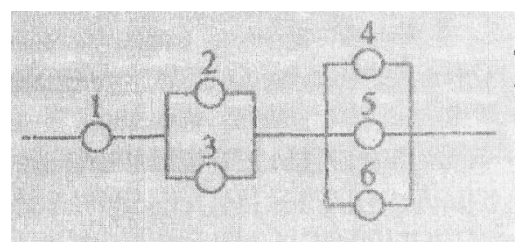
- Партія автомашин включає в себе 10 автомашин марки М і 10 автомашин марки N. Із цієї партії випадковим чином вибирають 4 автомашини для досліджень. Знайти ймовірність того, що для досліджень будуть вибрані автомашини обох марок порівно.

► Використовуємо класичне означення ймовірності. Число, способів вибору двох автомашин марки М із 10 рівне C_{10}^2 , так як порядок вибору автомашин ролі не грає, а один випадок вибору відрізняється від другого хоча б одною машиною. Маємо діло з поєднаннями. Таким же числом способів можна вибрати дві автомашини марки N. З правил множення ” ці числа перемножуються, тому число сприятливих випадків вибору рівне $m = (C_{10}^2)^2$. Загальне число випадків вибору чотирьох автомашин любых марок із 20 рівне $n = C_{20}^4$. Тоді шукана ймовірність дорівнює:

$$p = \frac{m}{n} = \frac{(C_{10}^2)^2}{C_{20}^4} = \left(\frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2}\right)^2 / \left(\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}\right) = \frac{135}{323} \approx 0.418 \blacktriangleleft$$

- Ймовірність безвідмовної роботи кожного елемента на протязі часу Т дорівнює р.

Елементи працюють незалежно і включені в ланцюг по приведеній схемі.



Нехай подія A_i означає безвідмовну роботу за час T елемента з номером i ($i = 1, 2, 3, \dots$), а подія B – безвідмовну роботу схеми.

Потрібно:

2.1. Написати формулу, яка виражає подію B через всі події A_i .

2.2. Знайти ймовірність події B .

2.3. Вичислити $P(B)$ при $p = 1/2$.

► Схема складається із трьох послідовно включених блоків. Схема працює, коли всі три блоки працюють спільно. Присвоїмо блокам номери 1, 2, 3 зліва направо. Нехай B_k – подія, що означає безвідмовну роботу блока з номером k ($k = 1, 2, 3$). Тоді $B = B_1 B_2 B_3$. Перший блок складається із одного елемента з номером 1, тому $B_1 = A_1$. Другий блок складається із двох елементів з номерами 2, 3, включених паралельно. Тому блок працює, коли працює хоча б один елемент блока, отже, $B_2 = A_2 + A_3$. Третій блок включає в себе три елементи з номерами 4, 5, 6, включених паралельно, тому $B_3 = A_4 + A_5 + A_6$. Таким чином,

$$2.1. B = A_1(A_2 + A_3)(A_4 + A_5 + A_6).$$

2.2. Так як елементи, а отже, і блоки працюють незалежно, то можна застосувати теореми додавання і множення ймовірностей для взаємно незалежних подій.

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(A_2 + A_3) \cdot P(A_4 + A_5 + A_6) = P(A_1)[P(A_2) + P(A_3) - P(A_2) \cdot P(A_3)][1 - (1 - P(A_4))(1 - P(A_5))(1 - P(A_6))] = p(2p - p^2)[1 - (1 - p)^3].$$

$$2.3. P(B) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{8}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{8} = \frac{21}{64} \approx 0.328. \blacktriangleleft$$

3. Ремонтно-наагоджувальна бригада заводу обслуговує станки трьох типів – 1-го, 2-го, 3-го, які знаходяться на заводі у відношенні 1:2:3.

Ймовірність звернення до бригади за час T для станків кожного типа відповідно рівні 0.5, 0.3, 0.2.

3.1. Знайти середню (повну) ймовірність того, що за час T для довільного вибраного станка потрібна ремонтно-наагоджувальна робота бригади.

3.2. Надійшов виклик в ремонтно-налагоджувальну бригаду (подія А).

Якого типа станок ймовірніше всього потребував виклик бригади.

► Введемо події H_k , що означають, що вибраний станок k -го типу ($k = 1, 2, 3$). За умовою задачі маємо ймовірності

$$\begin{aligned} P(H_1) &= 1/(1+2+3) = 1/6 & P(A/H_1) &= 0.5; \\ P(H_2) &= 2/6 = 1/3 & P(A/H_2) &= 0.3; \\ P(H_3) &= 3/6 = 1/2 & P(A/H_3) &= 0.2. \end{aligned}$$

3.1. По формулі повної ймовірності маємо

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) + P(H_3)P(A/H_3) = \\ \frac{1}{6} \cdot 0.5 + \frac{2}{6} \cdot 0.3 + \frac{3}{6} \cdot 0.2 = \frac{1}{6} (0.5 + 0.6 + 0.6) = \frac{1.7}{6} \approx 0.283.$$

3.2. По формулі Байеса знаходимо

$$\begin{aligned} P(H_1/A) &= P(H_1)P(A/H_1)/P(A) = (0.5/6)/(1.7/6) = 5/17; \\ P(H_2/A) &= P(H_2)P(A/H_2)/P(A) = (0.6/6)/(1.7/6) = 6/17; \\ P(H_3/A) &= 1 - 5/17 - 6/17 = 6/17. \end{aligned}$$

Ймовірніше всього було б потрібно зусилля бригади для станка 2-го чи 3-го типу. ◀

4. За період в 131 рік з 1865 по 1995р. В Санкт-Петербурзі 10-го січня

середньодобова температура від мінус 10° до мінус 5° (подія А)

спостерігалась 35 разів, а в межах від мінус 6° до мінус 5° (подія В) – 10

разів. Виходячи з цих статистичних досліджень даних приймемо $P(A) =$

$$35/131 = 0.27 = p_1, P(B) = 10/131 = 0.076 = p_2.$$

4.1. Знайти ймовірність того, що в наступні 5 років подія А буде

спостерігатися не менше трьох раз.

4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона знайти ймовірність того,

що хоча б в одному році із майбутніх 50-ти років станеться подія В.

► **4.1.** Спостерігання за середньодобовою температурою укладаються в схему Бернуллі. Тут число спостережень $n = 5$. Нехай X – число випадків випадання події А на протязі 5 років. Тоді по формулі Бернуллі отримаємо:

$$P(X \geq 3) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5) =$$

$$C_5^3 p_1^3 (1 - p_1)^2 + C_5^4 p_1^4 (1 - p_1) + C_5^5 p_1^5 = 10 \cdot 0.27^3 \cdot 0.73^2 + 5 \cdot 0.27^4 \cdot 0.73 + 0.27^5 = 0.1257 \approx 0.13$$

4.2. Позначимо через C подію, яка означає, що хоча б в одному році із майбутніх 50 подія B відбудеться. Розглянута подія C є протилежною події, яка означає, що в майбутніх $n = 50$ подія B не відбудеться ні разу. Тоді

$$P(C) = 1 - P_{n,0}(p_2). \text{ По наближеній формулі Пуассона } P_{n,k}(p) \approx \frac{a^k}{k!} e^{-a} (a = np)$$

отримаємо:

$$P(C) = 1 - P_{50,0}(p_2) \approx 1 - \frac{a^0}{0!} e^{-a}, \quad \text{де}$$

$$a = 50 \cdot p_2 = 50 \cdot 0.076 = 3.8$$

$$P(C) \approx 1 - e^{-3.8} \approx 1 - 0.0224 = 0.9776.$$

Порівняємо цей результат з обчисленнями по точній формулі:

$$P(C) = 1 - (1 - 0.076)^{50} \approx 0.9808;$$

абсолютна похибка $\Delta = 0.0032$; відносна $\delta = 0.0032/0.9808 \approx 0.0033 \sim 0.3\%$. ◀

5. По статистичним даним хоча б одна пожежа, що вимагає виїзду пожежної команди, може виникнути в трьох обслугованих районах міста з номерами 1, 2, 3 в період часу T відповідно з ймовірність $p_1 = 0.1$, $p_2 = 0.2$, $p_3 = 0.3$. Нехай X – кількість районів із числа трьох що обслуговуються, в яких за період часу T станеться хоча б одна пожежа. Передбачено, що пожежі виникають незалежно. Потрібно:

5.1.Скласти ряд (таблицю) розподілення випадкової величини X .

5.2.Знайти m_x .

5.3.Вичислити $P(X > m_x)$.

► **5.1.** Нехай A_k – подія, що означає виникнення хоча б однієї пожежі за час T в районі з номером k ($k = 1, 2, 3$). Тоді:

$$P(X = 0) = P(\bar{A}_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3) = 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.7 = 0.504$$

$$P(X = 1) = P(A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3) = P(A_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) = 0.1 \cdot 0.8 \cdot 0.7 + 0.9 \cdot 0.2 \cdot 0.7 + 0.9 \cdot 0.8 \cdot 0.3 = 0.056 + 0.126 + 0.216 = 0.398$$

$$P(X = 3) = P(A_1 A_2 A_3) = 0.1 \cdot 0.2 \cdot 0.3 = 0.006$$

$$P(X = 2) = 1 - P(X = 0) - P(X = 1) - P(X = 3) = 1 - 0.504 - 0.398 - 0.006 = 0.092$$

Отримаємо таблицю розподілу:

X	0	1	2	3
P	0.504	0.398	0.092	0.006

5.2. $m_x = 0 \cdot 0.504 + 1 \cdot 0.398 + 2 \cdot 0.092 + 3 \cdot 0.006 = 0.398 + 0.184 + 0.018 = 0.600$

5.3. $P(X > m_x) = P(X > 0.6) = P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) = 0.398 + 0.092 + 0.006 = 0.496. \blacktriangleleft$

6. Дана щільність ймовірності $f(x)$ випадкової величини X :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ C/(x+1)^4, & x \geq 0 \end{cases}$$

Знайти:

6.1. C .

6.2. $F(x)$.

6.3. m_x .

6.4. D_x .

6.5. σ_x .

6.6. $P(X > m_x)$.

6.7. Me .

6.8. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

► 6.1. $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$. Звідси: $C \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^4} = -\frac{C}{3(x+1)^3} \Big|_0^{+\infty} = \frac{C}{3} = 1; C = 3$.

6.2. $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$. При $x \leq 0$ $F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dt = 0$. При $x > 0$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dt + \int_0^x \frac{3 dt}{(t+1)^4} = -\frac{3}{3(t+1)^3} \Big|_0^x = 1 - \frac{1}{(x+1)^3}.$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1 - 1/(x+1)^3, & x > 0. \end{cases}$$

6.3. $m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = 3 \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{(x+1)^4} = 3 \int_0^{+\infty} \frac{(x+1) - 1}{(x+1)^4} dx = 3 \left(\int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^3} - \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(x+1)^4} \right) =$

$$= 3 \left(-\frac{1}{2(x+1)^2} + \frac{1}{3(x+1)^3} \right) \Big|_0^{+\infty} = 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = \frac{1}{2}.$$

6.4. $D_x = M[X^2] - m_x^2;$

$$M[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x) dx = 3 \int_0^{+\infty} \frac{(x^2 - 1) + 1}{(x+1)^4} dx = 3 \int_0^{+\infty} \left(\frac{x-1}{(x+1)^3} + \frac{1}{(x+1)^4} \right) dx = 3 \int_0^{+\infty} \left(\frac{(x+1) - 2}{(x+1)^3} + \frac{1}{(x+1)^4} \right) dx =$$

$$= 3 \int_0^{+\infty} \left(\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^3} + \frac{1}{(x+1)^4} \right) dx = 3 \left(-\frac{1}{x+1} + \frac{2}{2(x+1)^2} - \frac{1}{3(x+1)^3} \right) \Big|_0^{+\infty} = 3 \left(1 - 1 + \frac{1}{3} \right) = 1;$$

$$D_x = 1 - 0.25 = 0.75$$

$$6.5. \sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{3}/2 \approx 0.866.$$

$$6.6. P(X > m_x) = 1 - P(X \leq m_x) = 1 - F(0.5) = 1/(0.5 + 1)^3 = 1/(1.5)^3 \approx 0.296$$

$$6.7. F(Me) = 1/2 \Rightarrow 1 - (Me + 1)^{-3} = 1/2; (Me + 1)^3 = 2; Me + 1 = \sqrt[3]{2}; Me \approx 0.26.$$

6.8. Для зручного сприйняття побудуємо графіки $f(x)$ і $F(x)$ один під одним (рис. 1.1).

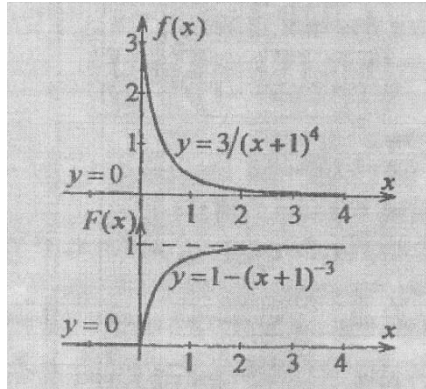


Рис. 1.1.

7. Яким повинно бути середнє квадратичне відхилення σ , щоб товщина X металічного листа, виготовленого заводом, відрізнялася від номіналу $m = 2$ мм небільш ніж на 5% номіналу з ймовірністю, не меншої 0.99.

Передбачено, що випадкова величина X розподілена нормально.

► За умовою $P(|X - m| < 0.05 \cdot 2) \geq 0.99$. Для знаходження найбільшого допустимого (граничного) значення σ_r для σ застосуємо формулу

$$P(|X - m| < \lambda \sigma) = 2\Phi_0(\lambda), \text{ де } \Phi_0(\lambda) - \text{нормована функція Лапласа.}$$

Покладемо $\lambda \sigma_r = 0.1$; $2\Phi_0(\lambda) = 0.99$. Звідси $\Phi_0(\lambda) = 0.495$. По таблиці знаходимо $\lambda = 2.576$. Тоді $\sigma_r = 0.1/\lambda = 0.1/2.576 \approx 0.039$. Таким чином, $\sigma \leq 0.039$ мм ◀

8. X, Y – індикатори подій A, B , що означають позитивні відповіді відповідно на запитання α, β соціальної анкети. По даним соціального опиту двомірна випадкова величина (X, Y) має наступну таблицю розподілення:

$X \backslash Y$	0	1
0	p_{11}	p_{12}
1	p_{21}	p_{22}

Позитивній відповіді присвоїли ранг 1, а негативній – 0. $p_{11} = 0.3$, $p_{12} = 0.1$, $p_{21} = 0.2$, $p_{22} = 0.4$. Знайти коефіцієнт кореляції ρ_{XY} .

► **8.1.** Побудуємо таблиці розподілу для випадкових величин X , Y , використовуючи формули узгодженості. Для цього складаємо ймовірності початкової таблиці по строчкам і стовпчикам. Отримаємо:

X	0	1
p	0.4	0.6

Y	0	1
p	0.5	0.5

8.2. Знаходимо m_X і m_Y .

$$m_X = 0 \cdot 0.4 + 1 \cdot 0.6 = 0.6; \quad m_Y = 0 \cdot 0.5 + 1 \cdot 0.5 = 0.5.$$

8.3. Знаходимо $\alpha_{2X} = 0^2 \cdot 0.4 + 1^2 \cdot 0.6 = 0.6$ $\alpha_{2Y} = 0^2 \cdot 0.5 + 1^2 \cdot 0.5 = 0.5$.

8.4. Знаходимо D_X , D_Y , σ_X , σ_Y .

$$D_X = \alpha_{2X} - m_X^2 = 0.6 - 0.36 = 0.24; \quad D_Y = \alpha_{2Y} - m_Y^2 = 0.5 - 0.25 = 0.25$$

$$\sigma_X = \sqrt{D_X} = \sqrt{0.24} \approx 0.4899; \quad \sigma_Y = \sqrt{D_Y} = \sqrt{0.25} \approx 0.5.$$

8.5. Знаходимо $M[XY]$.

$$M[XY] = 0 \cdot 0 \cdot 0.3 + 0 \cdot 1 \cdot 0.1 + 1 \cdot 0 \cdot 0.2 + 1 \cdot 1 \cdot 0.4 = 0.4$$

8.6. Знаходимо K_{XY} .

$$K_{XY} = M[XY] - m_X m_Y = 0.4 - 0.6 \cdot 0.5 = 0.4 - 0.3 = 0.1.$$

8.7. Знаходимо ρ_{XY} .

$$\rho_{XY} = K_{XY} / (\sigma_X \sigma_Y) \approx 0.1 / (0.4899 \cdot 0.5) \approx 0.408.$$

Висновок: Події A , B виявляють значний позитивний зв'язок. ◀

9. Двовірна випадкова величина (X, Y) розподілена рівномірно в області D ,

$$D - \text{чверть кола (рис. 2.2): } x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0.$$

9.1. Знайти густину ймовірності $f_{XY}(x, y)$.

9.2. Знайти $f_X(x)$, $f_Y(y)$.

Обчислити:

9.3. m_X, m_Y ; 9.4. σ_X, σ_Y ; 9.5. ρ_{XY} .

9.4.3'ясувати, залежні чи ні X, Y .

► 9.1. $f_{XY}(x, y) = \begin{cases} 4/\pi, (x, y) \in D; \\ 0, (x, y) \notin D, \end{cases}$ так як $f_{XY}(x, y) = 1/S_D$ при $(x, y) \in D$, де $S_D = \pi/4$ – площа D .

$$9.2. f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) dy = \int_{-\infty}^0 0 dy + \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \frac{4}{\pi} dy + \int_{\sqrt{1-x^2}}^{+\infty} 0 dy = \frac{4}{\pi} \sqrt{1-x^2} \text{ при } x \in [0, 1];$$

$$f_X(x) = 0 \text{ при } x \notin [0, 1].$$

$$\text{Аналогічно: } f_Y(y) = \frac{4}{\pi} \sqrt{1-y^2} \text{ при } y \in [0, 1], f_Y(y) = 0 \text{ при } y \notin [0, 1].$$

$$9.3. m_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx = \int_0^1 x \frac{4}{\pi} \sqrt{1-x^2} dx = -\frac{2}{\pi} \int_0^1 \sqrt{1-x^2} d(1-x^2) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{2}{3} (1-x^2)^{3/2} \Big|_0^1 = \frac{4}{3\pi}.$$

$$\text{Аналогічно: } m_Y = 4/3\pi.$$

9.4. Знаходимо $D_X, D_Y, \sigma_X, \sigma_Y$.

$$D_X = M[X^2] - m_X^2; M[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx = \int_0^1 x^2 \frac{4}{\pi} \sqrt{1-x^2} dx = \left[\begin{matrix} x = \sin t \\ dx = \cos t dt \end{matrix} \right] =$$

$$= \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^2 t \cos^2 t dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \sin^2 2t dt = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi/2} (1 - \cos 4t) dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{1}{4};$$

$$D_X = \frac{1}{4} - \left(\frac{4}{3\pi}\right)^2 \approx 0.069873; \quad \sigma_X = \sqrt{D_X} \approx 0.264.$$

$$\text{Аналогічно } \sigma_Y \approx 0.264.$$

9.5. Знаходимо $K_{XY} = M[XY] - m_X m_Y$; $\rho_{XY} = K_{XY}/(\sigma_X \sigma_Y)$.

$$M[XY] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy f_{XY}(x, y) dx dy = \frac{4}{\pi} \iint_D xy dx dy = \frac{4}{\pi} \int_0^1 x dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} y dy = \frac{4}{\pi} \int_0^1 x \left(\frac{y^2}{2} \Big|_0^{\sqrt{1-x^2}} \right) dx =$$

$$= \frac{2}{\pi} \int_0^1 x(1-x^2) dx = \frac{2}{\pi} \left(\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{2\pi} = 0.1592.$$

$$K_{XY} = \frac{1}{2\pi} - \left(\frac{4}{3\pi} \right)^2 \approx -0.02097; \quad \rho_{XY} \approx -0.02097/0.06987 \approx -0.300.$$

9.6. X, Y залежні, тому що $\rho_{XY} \neq 0$.

Розв'язок задач зразка 2

1. В кожному із двійкових розрядів датчика випадкових чисел із ймовірністю можуть бути „0” чи „1”. Знайти ймовірність того, що в зареєстрованому числі, що має 8 двійкових розрядів, в половині розрядів нулі.

► Застосуємо класичне визначення ймовірності. Загальне число випадків $n = 2^8$ – число розміщень з повторенням із двох елементів по 8, так як події можуть відрізнятися один від одного як числом повторів нулів і одиниць, так і порядком їх дотримання в восьми розрядах. Число сприятливих подій $m = C_8^4$ – число поєднань із восьми елементів по чотири, так як сприятливі події відрізняються один від одного розрядами, в яких стоять нулі. Порядок розрядів не грає ролі.

Тоді:

$$p = \frac{m}{n} = C_8^4 / 2^8 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 2^8} = \frac{7 \cdot 5}{2^7} = \frac{35}{128} = 0.273. \blacktriangleleft$$

2. Ймовірність відмови кожного елемента в період часу T дорівнює p . Елементи працюють незалежно і включені в ланцюг по приведеній схемі.

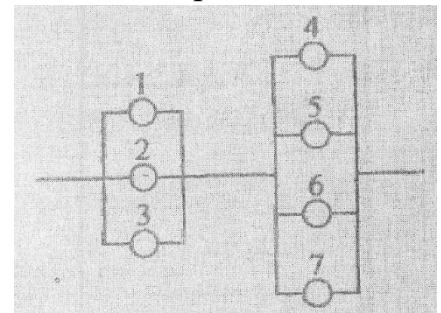
Нехай подія A означає відмову елемента з номером i ($i = 1, 2, 3, \dots$), а подія B – відмова схеми за час T (припинення струму в схемі).

Потрібно:

2.1. Написати формулу, що виражає подію B через всі події A_i .

2.2. Знайти ймовірність події B .

2.3. Обчислити $P(B)$ при $p = 1/2$.



► 2.1. Схема складається із двох блоків, включених послідовно. Присвоїмо номери 1, 2 зліва направо. Нехай B_1 – подія, що означає відмові першого блока, а B_2 – відмові другого блоку за час T . Тоді $B = B_1 + B_2$, так як відмова схеми відбувається при відмові хоча б одного блока. Елементи в кожний блок включені паралельно, тому відмова блока відбувається при відмові всіх елементів, які в нього входять. Звідси $B_1 = A_1 A_2 A_3$, $B_2 = A_4 A_5 A_6 A_7$. $B = A_1 A_2 A_3 + A_4 A_5 A_6 A_7$

2.2. Елементи працюють незалежно, тому події $A_1, \dots, A_7$ – взаємно незалежні. Застосуємо теорему додавання ймовірностей для двох любых подій і теорему множення ймовірностей для взаємно незалежних подій.

$P(B) = P(B_1) + P(B_2) - P(B_1 B_2) = P(A_1)P(A_2)P(A_3) + P(A_4)P(A_5)P(A_6)P(A_7) - P(A_1)P(A_2)P(A_3)P(A_4)P(A_5)P(A_6)P(A_7) = p^3 + p^4 - p^7$, так як $P(A_i) = p$ ($i = 1, \dots, 7$).

2.3. При $p = 1/2$ отримаємо $P(B) = 1/8 + 1/16 - 1/128 = 23/128 \approx 0.18$. ◀

3. Заготовки для серійного виготовлення поступають із 1-го і 2-го із цехів в співвідношенні 3:2 і можуть бути як стандартними, так і нестандартними. Для 1-го цеха стандартні заготовки складають 5%, а для

другого цеха – 10% від всієї продукції. При виготовленні деталі із стандартної заготовки ймовірність браку рівна 0.02, а із нестандартної – 0.25.

3.1. Яка ймовірність виготовлення бракованої деталі із випадково вибраної заготовки?

3.2. Із якої випадково вибраної заготовки, стандартної чи нестандартної, найбільш ймовірніше виготовлення бракованої деталі?

► Введемо наступні події (заготовки вибираються випадковим чином):

A – деталь, виготовлена із заготовки, виявиться бракованою.

B_1 – заготовка виготовлена в першому цеху.

B_2 – заготовка виготовлена в другому цеху.

H_1 – заготовка-стандартна.

H_2 – заготовка-нестандартна.

З умови задачі знаходимо ймовірності:

$$P(B_1) = 3/5 = 0.6 \quad P(H_1/B_1) = 0.95 \quad P(A/H_1) = 0.02;$$

$$P(B_2) = 2/5 = 0.4 \quad P(H_1/B_2) = 0.90 \quad P(A/H_2) = 0.25.$$

3.1. По формулі повної ймовірності знаходимо

$$P(H_1) = P(B_1)P(H_1/B_1) + P(B_2)P(H_1/B_2) = 0.6 \cdot 0.95 + 0.4 \cdot 0.9 = 0.93.$$

$$P(H_2) = 1 - P(H_1) = 0.07.$$

Повторно використовуючи формулу повної ймовірності, знаходимо шукану ймовірність виготовлення бракованої деталі із випадково вибраної деталі, стандартної чи нестандартної:

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) = 0.93 \cdot 0.02 + 0.07 \cdot 0.25 = 0.0186 + 0.0175 = 0.0361$$

3.2. За допомогою формули Байеса отримуємо

$$P(H_1/A) = (P(H_1)P(A/H_1))/P(A) = 0.0186/0.0361 \approx 0.515;$$

$$P(H_2/A) = (P(H_2)P(A/H_2))/P(A) = 0.0175/0.0361 \approx 0.485.$$

$P(H_1/A) > P(H_2/A)$, тобто, найбільш ймовірніше виготовлення бракованої деталі із стандартної заготовки.

4. Випробовується незалежно n проборів. Ймовірність поломки будь-якого прибору рівна p . За умовою, партія приборів приймається, якщо вийде з ладу не більше одного прибору. Знайти ймовірність прийому партії.

4.1. Обчислити цю ймовірність при $n = 50$ і $p = 0.02$ за допомогою точної формули Бернуллі.

4.2. Обчислити її же за допомогою наближеної формули Пуассона.

4.3. Вкажіть абсолютну Δ та відносну δ похибки наближеного обчислення.

► Випробування приборів вкладається в схему Бернуллі. Нехай X – число приборів, що вийшли із ладу при випробуванні. Шукана ймовірність:

$$P(X \leq 1) = P(X = 0) + P(X = 1) = (1 - p)^n + np(1 - p)^{n-1}.$$

$$4.1. P(X \leq 1) = 0.98^{50} + 50 \cdot 0.02 \cdot 0.98^{49} \approx 0.36417 + 0.37160 = 0.73577.$$

4.2. За допомогою наближеної формули Пуассона отримаємо

$$P(X \leq 1) = \frac{a^0}{0!} e^{-a} + \frac{a^1}{1!} e^{-a} = (1 + a)e^{-a}, \text{ де } a = np = 50 \cdot 0.02 = 1;$$

$$P(X \leq 1) = 2e^{-1} \approx 0.73576.$$

4.3. $\Delta = 0.00001$; $\delta = 0.00001/0.73577 \approx 0.000014 \sim 0.0014\%$. Обчислення по точній і наближеній формулам практично співпадають. ◀

5. Число X заявок на ремонт станків в цеху за час $t = 1$ година розподілено по закону Пуассона з параметром $a = 2$. Знайти ймовірність p того, що за першу годину роботи заявок буде менше двох, а за другу годину – не менше двох.

$$\blacktriangleright p = P(X < 2) \cdot P(X \geq 2) = P(X < 2) \cdot (1 - P(X < 2)).$$

$$P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) = \frac{a^0}{0!} e^{-a} + \frac{a}{1!} e^{-a} = (1 + a)e^{-a} = (1 + 2)e^{-2} = 3e^{-2} \approx 0.41$$

Звідси

$$p \approx 0.41 \cdot (1 - 0.41) = 0.41 \cdot 0.59 = 0.24. \blacktriangleleft$$

6. Густина ймовірності випадкової величини X задано формулою:

$$f = \begin{cases} Cx, & x \in [0, 1], \\ \tilde{N}, & x \in [1, 2], \\ 0, & x \notin [0, 2]. \end{cases}$$

Знайти:

$$6.1. C. \quad 6.2. F(x). \quad 6.3. m_X. \quad 6.4. D_X. \quad 6.5. \sigma_X. \quad 6.6. P(|X - m_X| < \sigma_X).$$

6.7. $x_{1/4}$ – нижню квартиль.

6.8. Побудувати графіки $f(x)$ і $F(x)$.

$$\blacktriangleright 6.1. \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \text{ Ця рівність і є умовою для знаходження } C.$$

$$\int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^1 Cx dx + \int_1^2 C dx + \int_2^{+\infty} 0 dx = \frac{Cx^2}{2} \Big|_0^1 + Cx \Big|_1^2 = \frac{C}{2} + C = \frac{3}{2}C = 1.$$

Звідси $C = 2/3$.

$$6.2. \text{Знаходимо } F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt.$$

$$\text{При } x \leq 0 \quad F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dt = 0.$$

$$\text{При } 0 \leq x \leq 1 \quad F(x) = \int_{-\infty}^x 0 dt + \int_0^x \frac{2}{3} t dt = \frac{x^2}{3}.$$

$$\text{При } 1 \leq x \leq 2 \quad F(x) = \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^1 \frac{2}{3} t dt + \int_1^x \frac{2}{3} dt = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}(x-1) = \frac{1}{3}(2x-1)$$

$$\text{При } x \geq 2 \quad F(x) = \int_{-\infty}^0 0 dt + \int_0^1 \frac{2}{3} t dt + \int_1^2 \frac{2}{3} dt + \int_2^{+\infty} 0 dt = 1. \text{ Отже,}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^2/3, & 0 \leq x \leq 1, \\ (2x-1)/3, & 1 \leq x \leq 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

$$6.3. m_X = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx = \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^1 \frac{2}{3}x^2dx + \int_1^2 \frac{2}{3}xdx + \int_2^{+\infty} 0dx = \frac{2}{9} + \frac{1}{3}(4-1) = \frac{11}{9} \approx 1.22.$$

$$6.4. \text{ Знаходимо } D_X = \alpha_2 - m_X^2.$$

$$\alpha_2 = M[X^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f(x)dx = \int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^1 \frac{2}{3}x^3dx + \int_1^2 \frac{2}{3}x^2dx + \int_2^{+\infty} 0dx = \frac{1}{6} + \frac{2}{9}(8-1) = \frac{1}{6} + \frac{14}{9} = \frac{31}{18}.$$

$$D_X = \frac{31}{18} - \frac{121}{81} = \frac{37}{162} \approx 0.228$$

$$6.5. \sigma_X = \sqrt{D_X} \approx 0.48.$$

$$6.6. P(|X - m_X| < \sigma_X) \approx P(|X - 1.22| < 0.48) = P(1.22 - 0.48 < X < 1.22 + 0.48) = \\ = P(0.74 < X < 1.70) = F(1.7) - F(0.74) = \frac{1}{3}(2 \cdot 1.7 - 1) - \frac{1}{3} \cdot 0.74^2 \approx 0.62.$$

6.7. Знаходимо нижню квартиль $x_{1/4}$. Для цього розв'яжемо рівняння $F(x_{1/4}) = 1/4$. Вибираємо аналітичний вираз, через яке виражається $F(x)$ в діапазоні $0 \leq x \leq 1$, де $F(x)$ може бути рівна $1/4$. Тут $F(x)$ змінюється в межах $0 \leq F(x) \leq 1/3$. При цьому $F(x) = x^2/3$.

Тоді $x_{1/4}^2 / 3 = 1/4$. Звідси $x_{1/4}^2 = 3/4$; $x_{1/4} = \sqrt{3}/2 \approx 0.866$.

6.8. Для зручності сприйняття будуємо графіки $f(x)$ і $F(x)$ один під одним (рис.2.3).

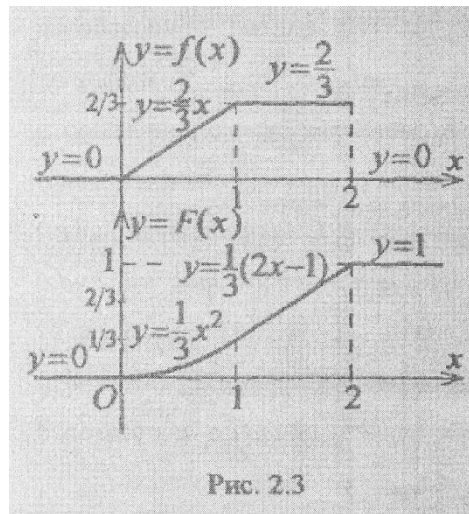


Рис. 2.3

7. Продукт розділяють на дві групи по кількості X домішок, що містить продукт. Продукт першої групи містить домішки в кількості менше 1%. Продукт другої групи – більше 1%. X – випадкова величина, розподілена нормально з параметром $m = 1.5\%$ і $\sigma = 0.5\%$. Знайти, скільки відсотків в загальному об'ємі продукції складають продукти першої і другої груп.

► Нехай $p_1 = P(X < 1) = F(1)$, де

$$F(x) = 0.5 + \hat{O}_0 \left(\frac{x-m}{\sigma} \right). \text{ Тут } \hat{O}_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt - \text{нормована функція Лапласа.}$$

$$F(1) = 0.5 + \hat{O}_0\left(\frac{1-1.5}{0.5}\right) = 0.5 + \hat{O}_0(-1) = 0.5 - \hat{O}_0(1) =$$

$$= 0.5 - 0.341 = 0.159.$$

$$p_1 = 0.159 \sim 15.9\%; p_2 = P(X \geq 1) = 1 - p_1 = 0.841 \sim 84.1\%. \blacktriangleleft$$

8. Деталі на виробництві сортуються на 4 групи по величині відхилень від номіналів двох існуючих параметрів. Відхилення ранжируються. Ранги X, Y відхилень можуть приймати лише значення 0 і 1. Розподілення двовірної випадкової величини (X, Y) задано таблицею.

X \ Y	0	1
0	p_{11}	p_{12}
1	p_{21}	p_{22}

Тут $p_{11} = 0.94$, $p_{12} = 0.01$, $p_{21} = 0.02$, $p_{22} = 0.03$. Знайти коефіцієнт кореляції ρ_{XY} , що називається ранговим.

► 8.1. Знаходимо таблиці розподілення компонент X, Y, використовуючи формулу узгодженості. Для цього складаємо ймовірності таблиці по строчкам і стовпчикам.

X	0	1
P	0.95	0.05

Y	0	1
P	0.96	0.04

8.2. Обраховуємо m_X , m_Y .

$$m_X = 0 \cdot 0.95 + 1 \cdot 0.05 = 0.05; \quad m_Y = 0 \cdot 0.96 + 1 \cdot 0.04 = 0.04.$$

8.3. Знаходимо $\alpha_{2X} = M[X^2]$, $\alpha_{2Y} = M[Y^2]$.

$$\alpha_{2X} = 0^2 \cdot 0.95 + 1^2 \cdot 0.05 = 0.05; \quad \alpha_{2Y} = 0^2 \cdot 0.96 + 1^2 \cdot 0.04 = 0.04.$$

8.4. Знаходимо D_X , D_Y , σ_X , σ_Y .

$$D_X = \alpha_{2X} - m_X^2 = 0.05 - 0.0025 = 0.0475; \quad D_Y = \alpha_{2Y} - m_Y^2 = 0.04 - 0.04^2 = 0.0384;$$

$$\sigma_X = \sqrt{D_X} = \sqrt{0.0475} \approx 0.218; \quad \sigma_Y = \sqrt{D_Y} = \sqrt{0.0384} \approx 0.196.$$

8.5. Знаходимо $M[XY] = 0 \cdot 0 \cdot 0.94 + 0 \cdot 1 \cdot 0.01 + 1 \cdot 0 \cdot 0.02 + 1 \cdot 1 \cdot 0.03 = 0.028$.

8.6. Знаходимо:

$$K_{XY} = M[XY] - m_X m_Y = 0.028 - 0.05 \cdot 0.04 = 0.028 - 0.002 = 0.026.$$

8.7. Знаходимо $\rho_{XY} = K_{XY} / (\sigma_X \sigma_Y) \approx 0.026 / (0.218 \cdot 0.196) \approx 0.66. \blacktriangleleft$

9. Густина ймовірності двовірної випадкової величини (X, Y) задано формулою

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} C(x^2 + y^2), & \text{при } 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

Знайти:

9.1. C. 9.2. $f_X(x)$, $f_Y(y)$.

9.3. m_X , m_Y .

9.4. σ_X, σ_Y .

9.5. ρ_{XY} .

9.6.

З'ясувати, залежні чи ні X, Y .

► 9.1. Коефіцієнт C знаходимо із умови $\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) dx dy = 1$:

$$C \int_0^1 dx \int_0^1 (x^2 + y^2) dy = C \left(\int_0^1 x^2 dx \int_0^1 dy + \int_0^1 y^2 dy \int_0^1 dx \right) = 2C \left(\frac{x^3}{3} \Big|_0^1 \cdot 1 \right) = \frac{2}{3} C = 1.$$

Звідси $C = 3/2$

9.2. Застосуємо формулу узгодженості:

$$f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{XY}(x, y) dy = \frac{3}{2} \int_0^1 (x^2 + y^2) dy = \frac{3}{2} \left(x^2 y + \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \left(x^2 + \frac{1}{3} \right) \text{ при } x \in [0, 1];$$

$f_X(x) = 0$ при $x \notin [0, 1]$. $f_Y(y)$ записуємо із умови рівноправності перемінних

x, y в виразі для $f_{XY}(x, y)$: $f_Y(y) = \frac{3}{2} y^2 + \frac{1}{2}$ при $y \in [0, 1]$; $f_Y(y) = 0$ при $y \notin [0, 1]$

9.3. Знаходимо $m_X = m_Y$.

$$m_X = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx = \frac{3}{2} \int_0^1 x \left(x^2 + \frac{1}{3} \right) dx = \frac{3}{2} \left(\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{6} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) = \frac{5}{8}.$$

$$m_Y = \frac{5}{8}.$$

9.4. Знаходимо $\sigma_X = \sigma_Y$. Заздалегідь знайдемо $\alpha_{2X} = M[X^2]$, $D_X = \alpha_{2X} - m_X^2$

$$\alpha_{2X} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 f_X(x) dx = \frac{3}{2} \int_0^1 x^2 \left(x^2 + \frac{1}{3} \right) dx = \frac{3}{2} \left(\frac{x^5}{5} + \frac{x^3}{9} \right) \Big|_0^1 = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{9} \right) = \frac{7}{15}.$$

$$D_X = \frac{7}{15} - \left(\frac{5}{8} \right)^2 = \frac{7}{15} - \frac{25}{64} = \frac{73}{960} \approx 0.076.$$

9.5. Знаходимо ρ_{XY} . Заздалегідь знайдемо $M[XY]$ та $K_{XY} = M[XY] - m_X m_Y$:

$$M[XY] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy f_{XY}(x, y) dx dy = \frac{3}{2} \int_0^1 \int_0^1 xy (x^2 + y^2) dx dy = \frac{3}{2} \left(\int_0^1 x^3 dx \int_0^1 y dy + \int_0^1 y^3 dy \int_0^1 x dx \right) =$$

$$= 3 \left(\frac{x^4}{4} \Big|_0^1 \right) \left(\frac{y^2}{2} \Big|_0^1 \right) = 3 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8}.$$

$$K_{XY} = \frac{3}{8} - \frac{25}{64} = \frac{24 - 25}{64} = -\frac{1}{64}.$$

$$\rho_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sigma_X \sigma_Y} = \frac{-1/64}{73/960} = -\frac{960}{73 \cdot 64} = -\frac{15}{73} \approx -0.205.$$

9.6. Так як $\rho_{XY} \neq 0$, то X, Y незалежні. ◀

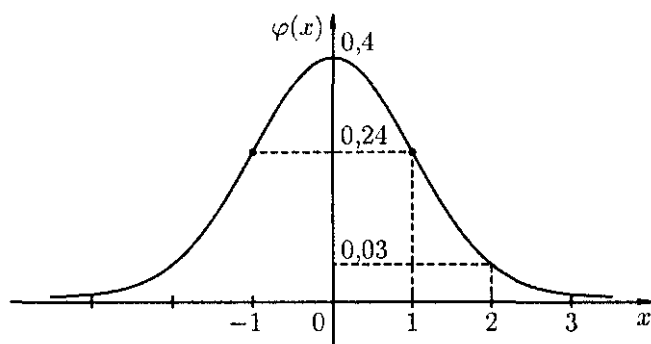
Значения функции Пуассона $P_m(\lambda) = \frac{\lambda^m}{m!} e^{-\lambda}$

$m \backslash \lambda$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	0,9048	0,8187	0,7408	0,6703	0,6065	0,5488	0,4966	0,4493	0,4066	0,3679
1	0,0905	0,1637	0,2223	0,2681	0,3033	0,3293	0,3476	0,3595	0,3659	0,3679
2	0,0045	0,0164	0,0333	0,0536	0,0758	0,0988	0,1216	0,1438	0,1647	0,1839
3	0,0002	0,0011	0,0033	0,0072	0,0126	0,0198	0,0284	0,0383	0,0494	0,0613

4	0,0000	0,0001	0,0003	0,0007	0,0016	0,0030	0,0050	0,0077	0,0111	0,0153
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0007	0,0012	0,0020	0,0031
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0003	0,0005
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001

$m \backslash \lambda$	2,0	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	9,0	10,0
0	0,1353	0,0498	0,0183	0,0067	0,0025	0,0009	0,0003	0,0001	0,0001
1	0,2707	0,1494	0,0733	0,0337	0,0149	0,0064	0,0027	0,0011	0,0005
2	0,2707	0,2240	0,1465	0,0842	0,0446	0,0223	0,0107	0,0050	0,0023
3	0,1805	0,2240	0,1954	0,1404	0,0892	0,0521	0,0286	0,0150	0,0076
4	0,0902	0,1681	0,1954	0,1755	0,1339	0,0912	0,0572	0,0337	0,0189
5	0,0361	0,1008	0,1563	0,1755	0,1606	0,1277	0,0916	0,0607	0,0378
6	0,0120	0,0504	0,1042	0,1462	0,1606	0,1490	0,1221	0,0911	0,0631
7	0,0034	0,0216	0,0595	0,1045	0,1377	0,1490	0,1396	0,1171	0,0901
8	0,0009	0,0081	0,0298	0,0653	0,1033	0,1304	0,1396	0,1318	0,1126
9	0,0002	0,0027	0,0132	0,0363	0,0689	0,1014	0,1241	0,1318	0,1251
10	0,0000	0,0008	0,0053	0,0181	0,0413	0,0710	0,0993	0,1186	0,1251
11	0,0000	0,0002	0,0019	0,0082	0,0225	0,0452	0,0722	0,0970	0,1137
12	0,0000	0,0001	0,0006	0,0034	0,0113	0,0264	0,0481	0,0728	0,0948
13	0,0000	0,0000	0,0002	0,0013	0,0052	0,0142	0,0296	0,0504	0,0729
14	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0022	0,0071	0,0169	0,0324	0,0521
15	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0033	0,0090	0,0194	0,0347
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0015	0,0045	0,0109	0,0217
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0021	0,0058	0,0128
18	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0009	0,0029	0,0071
19	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0037
20	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0006	0,0019
21	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0009
22	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004
23	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

График и таблица значений функции Гаусса



Значение функции $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

x	Сотые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989	3989	3988	3986	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3721	3605	3588	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3411	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1827	1804	1781	1759	1736
1,3	1714	1692	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1540	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	1295	1276	1257	1238	1219	1200	1181	1163	1145	1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0941	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
x	Десятые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,	0540	0440	0355	0283	0224	0175	0136	0104	0079	0060
3,	0044	0033	0024	0017	0012	0009	0006	0004	0030	0020
4,	0001									

$$\text{Значение функции } \Phi_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

x	Сотые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0040	0080	0112	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0754
0,2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	2258	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2518	2549
0,7	2580	2612	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0,8	2881	2910	2939	2967	2996	3023	3051	3079	3106	3133
0,9	3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3553	3577	3599	3621
1,1	3643	3665	3686	3708	3729	3749	3770	3790	3810	3830
1,2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1,3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4430	4441
1,6	4452	4463	4474	4485	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1,8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4700	4706
1,9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4762	4767
x	Десятые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,	4773	4821	4861	4893	4918	4938	4953	4965	4974	4961
3,	4987	4990	4993	4995	4997	4998	4998	4999	4999	5000 ¹

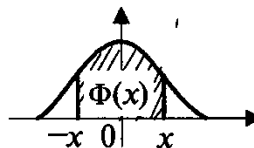
$$\text{Таблица значений функции } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-z^2/2} dz$$

x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)	x	Φ(x)
0,00	0,0000	0,24	0,0948	0,48	0,1844	0,72	0,2642
0,01	0,0040	0,25	0,0987	0,49	0,1879	0,73	0,2673
0,02	0,0080	0,26	0,1026	0,50	0,1915	0,74	0,2703
0,03	0,0120	0,27	0,1064	0,51	0,1950	0,75	0,2734
0,04	0,0160	0,28	0,1103	0,52	0,1985	0,76	0,2764
0,05	0,0199	0,29	0,1141	0,53	0,2019	0,77	0,2794
0,06	0,0239	0,30	0,1179	0,54	0,2054	0,78	0,2823
0,07	0,0279	0,31	0,1217	0,55	0,2088	0,79	0,2852
0,08	0,0319	0,32	0,1255	0,56	0,2123	0,80	0,2881
0,09	0,0359	0,33	0,1293	0,57	0,2157	0,81	0,2910
0,10	0,0398	0,34	0,1331	0,58	0,2190	0,82	0,2939
0,11	0,0438	0,35	0,1368	0,59	0,2224	0,83	0,2967
0,12	0,0478	0,36	0,1406	0,60	0,2257	0,84	0,2995
0,13	0,0517	0,37	0,1443	0,61	0,2291	0,85	0,3023
0,14	0,0557	0,38	0,1480	0,62	0,2324	0,86	0,3051
0,15	0,0596	0,39	0,1517	0,63	0,2357	0,87	0,3078
0,16	0,0636	0,40	0,1554	0,64	0,2389	0,88	0,3106
0,17	0,0675	0,41	0,1591	0,65	0,2422	0,89	0,3133
0,18	0,0714	0,42	0,1628	0,66	0,2454	0,90	0,3159
0,19	0,0753	0,43	0,1664	0,67	0,2486	0,91	0,3186
0,20	0,0793	0,44	0,1700	0,68	0,2517	0,92	0,3212
0,21	0,0832	0,45	0,1736	0,69	0,2549	0,93	0,3238
0,22	0,0871	0,46	0,1772	0,70	0,2580	0,94	0,3264
0,23	0,0910	0,47	0,1808	0,71	0,2611	0,95	0,3289

x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$	x	$\Phi(x)$
0,96	0,3315	1,37	0,4147	1,78	0,4625	2,36	0,4909
0,97	0,3340	1,38	0,4162	1,79	0,4633	2,38	0,4913
0,98	0,3365	1,39	0,4177	1,80	0,4641	2,40	0,4918
0,99	0,3389	1,40	0,4192	1,81	0,4649	2,42	0,4922
1,00	0,3413	1,41	0,4207	1,82	0,4656	2,44	0,4927
1,01	0,3438	1,42	0,4222	1,83	0,4664	2,46	0,4931
1,02	0,3461	1,43	0,4236	1,84	0,4671	2,48	0,4934
1,03	0,3485	1,44	0,4251	1,85	0,4678	2,50	0,4938
1,04	0,3508	1,45	0,4265	1,86	0,4686	2,52	0,4941
1,05	0,3531	1,46	0,4279	1,87	0,4693	2,54	0,4945
1,06	0,3554	1,47	0,4292	1,88	0,4699	2,56	0,4948
1,07	0,3577	1,48	0,4306	1,89	0,4706	2,58	0,4951
1,08	0,3599	1,49	0,4319	1,90	0,4713	2,60	0,4953
1,09	0,3621	1,50	0,4332	1,91	0,4719	2,62	0,4956
1,10	0,3643	1,51	0,4345	1,92	0,4726	2,64	0,4959
1,11	0,3665	1,52	0,4357	1,93	0,4732	2,66	0,4961
1,12	0,3686	1,53	0,4370	1,94	0,4738	2,68	0,4963
1,13	0,3708	1,54	0,4382	1,95	0,4744	2,70	0,4965
1,14	0,3729	1,55	0,4394	1,96	0,4750	2,72	0,4967
1,15	0,3749	1,56	0,4406	1,97	0,4756	2,74	0,4969
1,16	0,3770	1,57	0,4418	1,98	0,4761	2,76	0,4971
1,17	0,3790	1,58	0,4429	1,99	0,4767	2,78	0,4973
1,18	0,3810	1,59	0,4441	2,00	0,4772	2,80	0,4974
1,19	0,3830	1,60	0,4452	2,02	0,4783	2,82	0,4976
1,20	0,3849	1,61	0,4463	2,04	0,4793	2,84	0,4977
1,21	0,3869	1,62	0,4474	2,06	0,4803	2,86	0,4979
1,22	0,3883	1,63	0,4484	2,08	0,4812	2,88	0,4980
1,23	0,3907	1,64	0,4495	2,10	0,4821	2,90	0,4981
1,24	0,3925	1,65	0,4505	2,12	0,4830	2,92	0,4982
1,25	0,3944	1,66	0,4515	2,14	0,4838	2,94	0,4984
1,26	0,3962	1,67	0,4525	2,16	0,4846	2,96	0,4985
1,27	0,3980	1,68	0,4535	2,18	0,4854	2,98	0,4986
1,28	0,3997	1,69	0,4545	2,20	0,4861	3,00	0,49865
1,29	0,4015	1,70	0,4554	2,22	0,4868	3,20	0,49931
1,30	0,4032	1,71	0,4564	2,24	0,4875	3,40	0,49966
1,31	0,4049	1,72	0,4573	2,26	0,4881	3,60	0,499841
1,32	0,4066	1,73	0,4582	2,28	0,4887	3,80	0,499928
1,33	0,4082	1,74	0,4591	2,30	0,4893	4,00	0,499968
1,34	0,4099	1,75	0,4599	2,32	0,4898	4,50	0,499997
1,35	0,4115	1,76	0,4608	2,34	0,4904	5,00	0,499997
1,36	0,4131	1,77	0,4616				

Таблица II

Значения функции Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$



Целые и деся- тые доли x	Сотые доли x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0,0080	0,0160	0,0239	0,0319	0,0399	0,0478	0,0558	0,0638	0,0717
0,1	0,0797	0,0876	0,0955	0,1034	0,1113	0,1192	0,1271	0,1350	0,1428	0,1507
0,2	0,1585	0,1663	0,1741	0,1819	0,1897	0,1974	0,2051	0,2128	0,2205	0,2282
0,3	0,2358	0,2434	0,2510	0,2586	0,2661	0,2737	0,2812	0,2886	0,2960	0,3035
0,4	0,3108	0,3182	0,3255	0,3328	0,3401	0,3473	0,3545	0,3616	0,3688	0,3759
0,5	0,3829	0,3899	0,3969	0,4039	0,4108	0,4177	0,4245	0,4313	0,4381	0,4448
0,6	0,4515	0,4581	0,4647	0,4713	0,4778	0,4843	0,4907	0,4971	0,5035	0,5098
0,7	0,5161	0,5223	0,5285	0,5346	0,5407	0,5467	0,5527	0,5587	0,5646	0,5705
0,8	0,5763	0,5821	0,5878	0,5935	0,5991	0,6047	0,6102	0,6157	0,6211	0,6265
0,9	0,6319	0,6372	0,6424	0,6476	0,6528	0,6579	0,6629	0,6679	0,6729	0,6778
1,0	0,6827	0,6875	0,6923	0,6970	0,7017	0,7063	0,7109	0,7154	0,7199	0,7243
1,1	0,7287	0,7330	0,7373	0,7415	0,7457	0,7499	0,7540	0,7580	0,7620	0,7660
1,2	0,7699	0,7737	0,7775	0,7813	0,7850	0,7887	0,7923	0,7959	0,7984	0,8029
1,3	0,8064	0,8098	0,8132	0,8165	0,8198	0,8230	0,8262	0,8293	0,8324	0,8355
1,4	0,8385	0,8415	0,8444	0,8473	0,8501	0,8529	0,8557	0,8584	0,8611	0,8638
1,5	0,8664	0,8690	0,8715	0,8740	0,8764	0,8789	0,8812	0,8836	0,8859	0,8882
1,6	0,8904	0,8926	0,8948	0,8969	0,8990	0,9011	0,9031	0,9051	0,9070	0,9090
1,7	0,9109	0,9127	0,9146	0,9164	0,9181	0,9199	0,9216	0,9233	0,9249	0,9265
1,8	0,9281	0,9297	0,9312	0,9327	0,9342	0,9357	0,9371	0,9385	0,9399	0,9412
1,9	0,9426	0,9439	0,9451	0,9464	0,9476	0,9488	0,9500	0,9512	0,9523	0,9533
2,0	0,9545	0,9556	0,9566	0,9576	0,9586	0,9596	0,9606	0,9616	0,9625	0,9634
2,1	0,9643	0,9651	0,9660	0,9668	0,9676	0,9684	0,9692	0,9700	0,9707	0,9715
2,2	0,9722	0,9729	0,9736	0,9743	0,9749	0,9756	0,9762	0,9768	0,9774	0,9780
2,3	0,9786	0,9791	0,9797	0,9802	0,9807	0,9812	0,9817	0,9822	0,9827	0,9832
2,4	0,9836	0,9841	0,9845	0,9849	0,9853	0,9857	0,9861	0,9865	0,9869	0,9872
2,5	0,9876	0,9879	0,9883	0,9886	0,9889	0,9892	0,9895	0,9898	0,9901	0,9904
2,6	0,9907	0,9910	0,9912	0,9915	0,9917	0,9920	0,9922	0,9924	0,9926	0,9928
2,7	0,9931	0,9933	0,9935	0,9937	0,9939	0,9940	0,9942	0,9944	0,9946	0,9947
2,8	0,9949	0,9951	0,9952	0,9953	0,9955	0,9956	0,9958	0,9959	0,9960	0,9961
2,9	0,9963	0,9964	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972
3,0	0,9973	0,9974	0,9975	0,9976	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980
3,1	0,9981	0,9981	0,9982	0,9983	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986
3,2	0,9986	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,3	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,4	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	0,9995
3,5	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	0,9997
3,6	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998
3,7	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
4,0	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Список рекомендованої літератури

1. Електронний засіб навчального призначення НМУ № У13/14-159 “Імовірнісні основи обробки даних ” Частина 1: Електронні дидактичні демонстративні матеріали / Автор: В. П. Корнєв – 2014 р. – 329 с., (укр.,рос.)
2. Імовірнісні основи обробки даних: Основи теорії ймовірностей та математичної статистики. Навчальний посібник / Укладачі: Редько І.В., Корнєв В.П., Бондаренко Н.О. / НТУУ «КПІ»– Електронне видання НМУ №Е 10/11 – 331 с.
3. Гмурман В.Е., Теория вероятностей и математическая статистика, Учебное пос. для вузов, 9-е изд., -М.:Высшая школа, 2003г., 479с.
4. Вентцель Е.С., Теория вероятностей, -М.:Наука, 1968г.
5. Гмурман В.Е., Руководство к решению задач по теории вероятностей и математическая статистика, Учебное пос. для вузов, 9-е изд., - М.:Высшая школа, 1998г.

Підручники та методичні матеріали у електронному вигляді

GoogleDisk для студентів 1 курсу / розділ Література. Режим доступу:

https://drive.google.com/drive/folders/0BwU_uAeorbNPT19heXlOLUZ0dTg?usp=sharing