



НЕЛІНІЙНА МЕХАНІКА

Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	Перший (бакалаврський)
Галузь знань	11 Математика та статистика
Спеціальність	111 Математика
Освітня програма	Страхова та фінансова математика
Статус дисципліни	Вибіркова
Форма навчання	Очна (денна)/дистанційна
Рік підготовки, семестр	5 курс, осінній семестр
Обсяг дисципліни	4 кредити ЕКТС (120 годин), з них лекції 36 години, практичні заняття 18 годин, самостійна робота 66 годин
Семестровий контроль/ контрольні заходи	Залік/модульна контрольна робота, розрахункова робота
Розклад занять	http://rozklad.kpi.ua/
Мова викладання	Українська
Інформація про керівника курсу / викладачів	Лектор: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович Практичні: докт. фіз.-мат. наук, професор Герасимчук Віктор Семенович viktor.gera@gmail.com
Розміщення курсу	Сайт кафедри, група в Telegram, електронний кампус КПІ, інформаційні ресурси бібліотеки Підручник: Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В. Метод оберненої задачі розсіяння та його застосування. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019 (2-е видання). – 110 с. Режим доступу https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46097

Програма навчальної дисципліни

1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

1.1. Опис навчальної дисципліни

Метою викладання дисципліни є розкриття основних понять та уявлень *нелінійної механіки*, яка базується на рівняннях нелінійної математичної фізики. Ці рівняння – важлива складова сучасного математичного апарату математика-дослідника. Вони застосовуються у фізиці як математичні моделі нелінійних явищ у різних суцільних середовищах, які описують безліч різних фізичних систем, від гравітації та гідродинаміки до фізики конденсованого стану та фізики плазми. Складність ситуації полягає в тому, що майже не існує загальних методів, які були б застосовні до таких рівнянь, тому кожне окреме рівняння доводиться вивчати як окрему проблему.

Строго кажучи, всі суцільні середовища описуються нелінійними рівняннями. Вибір опису середовища лінійних чи нелінійних рівнянь залежить від ролі, яку відіграють нелінійні ефекти, і визначається конкретної фізичної ситуацією. Для всіх нелінійних рівнянь найбільший інтерес становлять їх істотно нелінійні розв'язки, які часто описують локалізовані об'єкти (солітони), що в тому чи іншому вигляді існують у всіх суцільних середовищах.

Отже метою дисципліни є сучасні уявлення про закономірності, притаманні нелінійним явищам, а також методи побудови та дослідження моделей нелінійних природних явищ і процесів. Йтиметься про методи, що дозволяють знаходити точні аналітичні розв'язки рівнянь нелінійної механіки.

Програмні компетентності:

Загальні компетентності (ЗК)

- ЗК 1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.
- ЗК 3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.
- ЗК 7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.
- ЗК 8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.
- ЗК 12 Здатність працювати автономно.
- ЗК 17 Здатність критично оцінювати результати своєї діяльності в професійній сфері, навчанні і нести відповідальність за вироблення та ухвалення рішень в навчальних контекстах та/або професійній діяльності з урахуванням наукових, соціальних, етичних, правових, економічних аспектів.

Фахові компетентності (ФК)

- ФК 1 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.
- ФК 3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок.
- ФК 4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих.
- ФК 5 Здатність до кількісного мислення.
- ФК 6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.
- ФК 8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.
- ФК 14. Здатність демонструвати математичну грамотність, послідовно пояснити іншим математичні теорії або їх складові частини, взаємозв'язок та відмінність між ними, навести приклади застосувань у природничих науках.

1.2. Предмет вивчення дисципліни

Нелінійна механіка, предметом дослідження якої є нелінійні системи, має низку важливих особливостей. З одного боку, врахування нелінійності значно ускладнює модель та методи дослідження. З іншого боку, і це головне, врахування нелінійності дозволяє значно наблизити модель до процесу або явища, що моделюється, і уникнути принципових невідповідностей і обмеженості області застосування, властивих лінійним моделям.

Головна відмінність властивостей нелінійних систем від лінійних полягає в тому, що в нелінійних системах не виконується принцип суперпозиції. Результат одночасної дії декількох зовнішніх впливів не є алгебраїчною сумою результатів, викликаних кожним із цих впливів окремо. Зміна величини впливу не призводить до пропорційної зміни величини відгуку. Тому в нелінійній механіці винятково важливі "істотно нелінійні" розв'язки, які якісно відрізняються від розв'язків лінійних рівнянь.

Основний зміст нелінійної механіки становлять виклад загальних принципів нелінійних систем, виведення на їх підґрунті основних диференціальних рівнянь руху, дослідження цих рівнянь та методів їх інтегрування.

1.3. Результати навчання (РН)

- Після засвоєння навчальної дисципліни студенти мають демонструвати **програмні результати навчання**:
- РН 11 Вміти розв'язувати конкретні математичні задачі сформульовані у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення рівнянь нелінійної механіки;
 - РН 12 Відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації.
 - РН 19 Знати теоретичні основи і застосовувати методи нелінійної механіки для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ.

2. Пререквізити та постреквізити дисципліни

Освітній компонент «Нелінійна механіка» викладається у **дев'ятому** семестрі і є одним із важливіших курсів професійної підготовки бакалаврів спеціальності «Математика». Цей курс дає систематизоване викладення основних принципів та методів нелінійної механіки, її численних теоретичних та практичних застосувань. Ця дисципліна має глибокі логічні зв'язки з попередніми дисциплінами навчального плану математичної підготовки бакалаврів.

Навчальна дисципліна «Нелінійна механіка» спирається на апарат аналітичної геометрії, лінійної та векторної алгебри, математичного та функціонального аналізу, теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, числових і функціональних рядів, ТФКЗ, перетворень Фур'є та інших дисциплін бакалаврського рівня вищої освіти і забезпечує певні дисципліни магістерського рівня.

3. Зміст навчальної дисципліни

Розділ 1. Лінійні та нелінійні хвильові рівняння

Тема 1.1. Лінійні та нелінійні рівняння у частинних похідних як моделі фізичних явищ

Тема 1.2. Методи побудови точних розв'язків в інтегровних моделях.

Розділ 2. Інтегровні моделі

Тема 2.1. Канонічні інтегровні моделі в теорії нелінійних хвильових рівнянь

Тема 2.2. Наслідки інтегровності нелінійних рівнянь у частинних похідних

Тема 2.3. Інтегровні рівняння як Гамільтонові системи.

Розділ 3. Ієрархія рівнянь Кортевега-де Вріза

Тема 3.1. Сімейство рівнянь КдВ типу

Тема 3.2. Модифіковане рівняння КдВ

Тема 3.3. Фракційні рівняння КдВ типу

Тема 3.4. Фундаментальна роль парних взаємодій в рамках рівняння КдВ

Тема 3.5. Рівняння Гарднера, солітонний газ, солітонна турбулентність.

Розділ 4. Рівняння Бюргерса та пов'язані з ним моделі

Тема 4.1. Симетрії рівняння Бюргерса

Тема 4.2. Стаціонарна хвиля.

4. Навчальні матеріали та ресурси

Базова література

1. *Arnold V.I.* Mathematical Methods of Classical Mechanics. – Springer, 1989. – xvi+519 p.
2. *Griffiths G.W., Schiesser W.E.* Traveling Wave Analysis of Partial Differential Equations: Numerical and Analytical Methods with Matlab and Maple. – Elsevier, 2011. – 445 p.
3. *Dodd R.K., Eilbeck J.C., Gibbon J.D., Morris H.C.* Solitons and Nonlinear Wave Equations. – London-New York, Academic Press, 1982. – x+630 pp.
4. *Ablowitz M.J. and Clarkson P.A.* Solitons, Nonlinear Evolution Equations and Inverse Scattering. Cambridge University Press, Cambridge, 1991. – 532 p.
5. *Galaktionov V.A., Svirshchevskii S.R.* Exact Solutions and Invariant Subspaces of Nonlinear Partial Differential Equations in Mechanics and Physics. – Chapman and Hall/CRC, 2007. – 528 p.

Допоміжна

6. *Косевич А.М., Ковалев А.С.* Введение в нелинейную физическую механику. – К.: Наук. думка, 1989. – 304 с.
7. *Кудряшов Н.А.* Методы нелинейной математической физики. – М.: МИФИ, 2008. – 352 с.
8. *Гурбатов С.Н., Руденко О.В., Саичев А.И.* Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике, М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 495 с.
9. *Балакин А.А., Фрайман Г.М.* Основы теории колебаний и волн. Динамика сосредоточенных и распределенных систем. – Н-Н.: ФИЦ "Институт прикладной физики РАН", 2016. – 232 с.
10. *Strauss W.A.* Nonlinear wave equations. – Regional conference series in mathematics, no. 73. Providence, R.I.: American Mathematical Society. 1989. – 91 p.
11. *Пелиновский Е.Н., Диденкулова Е.Г., Талипова Т.Г., Тобиш Е., Орлов Ю.Ф., Зенькович А.В.* Семейство уравнений КдВ в приложениях. Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева № 4 (123), 2018, С.41-47.
12. *Герасимчук В.С., Ребенчук Т.В., Герасимчук І.В.* Метод оберненої задачі розсіювання та його застосування. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2019 (2-е видання). – 110 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46097>.

Інформаційні ресурси

<https://www.youtube.com/watch?v=vbeEXUs5j7Y>

<http://physics.aps.org/articles/v6/15>

<http://ir.on.ufanet.ru/soliton/gallery.htm>

http://homepages.tversu.ru/~s000154/collision/main_rk.html

- [Solitons Home Page](#) (Heriot-Watt University, Edinburgh)
- [Soliton-Lab Art Gallery. Many Faces of Solitons](#) (Kyoto University)
- [Nonlinear Physics Group](#) (Australian National University)
- [Klaus Brauer's SOLITON Page](#) (University of Osnabrück)
- [Light Bullet Home Page](#) (Simon Fraser University)
- <http://theor.jinr.ru/~shnir/Solitons/345.html> (University of Oldenburg)
- [Harmonic maps and integrable systems](#) (ed. A.P. Fordy and J.C. Wood)

Навчальний контент

5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Лекційні заняття

Розділ 1. Лінійні та нелінійні хвильові рівняння

Тема 1.1. Лінійні та нелінійні рівняння у частинних похідних як моделі фізичних явищ

Лекція 1. Загальна ідея інтегрування нелінійних рівнянь у частинних похідних.

Тема 1.2. Методи побудови точних розв'язків в інтегровних моделях

Лекція 2. Точні розв'язки та основи наближеного опису еволюції нелінійних відокремлених хвиль.

Розділ 2. Інтегровні моделі

Тема 2.1. Канонічні інтегровні моделі в теорії нелінійних хвильових рівнянь

Лекція 3. Рівняння Кортевега-де Вріза, рівняння синус-Гордона, нелінійне рівняння Шредінгера.

Лекція 4. Наслідки інтегровності нелінійних рівнянь у частинних похідних.

Тема 2.2. Поліноміальні інтеграли руху

Лекція 5. Інтеграли руху рівняння Кортевега-де Вріза.

Тема 2.3. Інтегровні рівняння як Гамільтонові системи

Лекція 6. Змінні дія-кут.

Розділ 3. Ієрархія рівнянь Кортевега-де Вріза

Тема 3.1. Сімейство рівнянь КдВ типу

Лекція 7. Сімейство рівнянь КдВ типу з довільною нелінійністю.

Тема 3.2. Модифіковане рівняння КдВ

Лекція 8. Розв'язання модифікованого рівняння КдВ.

Лекція 9. Автомодельні розв'язки модифікованого рівняння КдВ.

Тема 3.3. Фракційні рівняння КдВ типу

Лекція 10. Рівняння Кавахари, рівняння Бенджаміна-Оно.

Тема 3.4. Фундаментальна роль парних взаємодій в рамках рівняння КдВ

Лекція 11. Розв'язання рівняння Кортевега-де Вріза п'ятого порядку в змінних біжучої хвилі.

Лекція 12. Біжучі хвилі в системах, що описуються рівняннями КдВ типу з дисперсією третього порядку.

Лекція 13. Аналіз N-солітонних розв'язків та їх інтерпретація. Вивід формул для зсувів фаз солітонів.

Тема 3.5. Рівняння Гарднера, солітонний газ, солітонна турбулентність

Лекція 14. Рівняння Гарднера, солітонний газ та солітонна турбулентність.

Розділ 4. Рівняння Бюргерса та пов'язані з ним моделі

Тема 4.1. Симетрії рівняння Бюргерса

Лекція 15. Галілеїва інваріантність рівняння Бюргерса.

Лекція 16. Акустичне число Рейнольдса. Розширення Хаббла.

Тема 4.2. Стаціонарна хвиля

Лекція 17. Структура та швидкість руху ударної хвилі. Розв'язок Хохлова, автомодельний розв'язок.

Лекція 18. Загальний розв'язок рівняння Бюргерса.

Практичні заняття

Розділ 1. Лінійні та нелінійні хвильові рівняння

Тема 1.2. Методи побудови точних розв'язків в інтегровних моделях

Заняття 1. Нелінійні хвилі в середовищі за наявності/у відсутності дисперсії та дисипації.

Розділ 2. Інтегровні моделі

Тема 2.2. Поліноміальні інтеграли руху

Заняття 2. Методи знаходження інтегралів руху в нелінійній механіці.

Тема 2.3. Інтегровні рівняння як Гамільтонові системи

Заняття 3. Інтеграл збереження. Перетворення Гарднера-Міури.

Розділ 3. Ієрархія рівнянь Кортевега-де Вріза

Тема 3.1. Сімейство рівнянь КдВ типу

Заняття 4. Стаціонарні та слабонелінійні розв'язки рівняння КдВ: кноідальні хвилі та солітони.

Тема 3.2. Модифіковане рівняння КдВ

Заняття 5. Розв'язання модифікованого рівняння КдВ.

Тема 3.3. Фракційні рівняння КдВ типу

Заняття 6. Рівняння Буссінеска. Стаціонарні ударні хвилі в середовищі з дисперсією та дисипацією.

Тема 3.4. Фундаментальна роль парних взаємодій в рамках рівняння КдВ

Заняття 7. Парні взаємодії солітонів рівняння Кортевега-де Вріза.

Розділ 4. Рівняння Бюргерса та пов'язані з ним моделі

Тема 4.1. Симетрії рівняння Бюргерса

Заняття 8. Точні та автомодельні розв'язки рівняння Бюргерса і застосування перетворення Коула-Хопфа.

Поведінка розв'язків рівняння Бюргерса при $v \ll 1$.

Тема 4.2. Стаціонарна хвиля

Заняття 9. Поширення одиночного імпульсу в нелінійному середовищі з дисипацією. Стаціонарна ударна хвиля. Взаємодія ударних хвиль.

6. Самостійна робота студента

Самостійна робота студентів включає опрацювання лекційного матеріалу, підготовку до практичних занять, виконання домашніх завдань та індивідуального семестрового завдання. Індивідуальні завдання припускають комп'ютерне моделювання нелінійних математичних моделей.

Політика та контроль

7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

7.1. Форми роботи

Навчальні заняття зазвичай проводяться у навчальних аудиторіях в off-line режимі. В умовах карантину використовується on-line режим із застосуванням усіх доступних наочних засобів подання матеріалу (Zoom, Meet Google, Skype та інше). Додатково студенти отримують всі навчальні та методичні матеріали по e-mail, telegram-каналу або в електронному кампусі.

7.2. Правила відвідування занять

Заняття проводяться згідно з розкладом у навчальних аудиторіях, або в умовах карантину в on-line режимі в з використанням доступних засобів відео зв'язку за умови однозначної ідентифікації здобувача вищої освіти. Проведення занять в on-line режимі регламентується відповідним наказом по КПІ ім. Ігоря Сікорського.

За наявності поважних причин здобувач вищої освіти повинен завчасно (за 1 день) повідомити викладача про можливий пропуск контрольного заходу. Протягом наступного тижня здобувач вищої освіти має звернутися до викладача для погодження форми та порядку усунення заборгованості.

Якщо аудиторне заняття випадає на неробочий (святковий) день, то матеріал такого заняття частково переноситься в категорію «Самостійна робота студентів», а частково додається до наступного заняття.

7.3. Правила призначення заохочувальних та штрафних балів

Заохочувальні бали:

До 5 балів – за активну роботу щонайменше на 5-ти заняттях (обґрунтовані відповіді на запитання, самостійне розв'язування задач та їх аналіз, участь в обговореннях);

До 10 балів – студенту, який підготував і подав для у часті у студентській науковій конференції матеріал за тематикою навчальної дисципліни (за умови доповіді на конференції).

Штрафні бали:

1 бал – за кожне несвоєчасно подане на перевірку, без поважних причин, індивідуальне завдання.

8. Політика університету

8.1. Політика щодо академічної доброчесності

Безумовне дотримання положень «Кодексу честі КПІ ім. Ігоря Сікорського» (розділ 3).

Усі завдання мають виконуватися самостійно! Співпраця студентів дозволена лише при розв'язанні проблемних завдань, але свій розв'язок кожен студент захищає самостійно. Взаємодія студентів під час іспиту/заліку категорично забороняється і будь-яка така діяльність вважається порушенням академічної доброчесності згідно принципів університету щодо академічної доброчесності. Політика та принципи академічної доброчесності, детальніше: <https://kpi.ua/code>

8.2. Норми етичної поведінки

Безумовне дотримання норм етичної поведінки, визначених у розділі 2 Кодексу честі Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»; детальніше: <https://kpi.ua/code>

Оцінювання та контрольні заходи

9. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

9.1. Види контролю

Вид контролю	Спосіб контролю
Поточний контроль	Перевірка виконання індивідуальних завдань, опитування за темою заняття, модульні контрольні роботи
Календарний контроль	Проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу
Семестровий контроль	Залік
Умови допуску до семестрового контролю	Семестровий рейтинг студента не менше 60 балів, за умови зарахування усіх індивідуальних завдань

9.2. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

Головна частина рейтингу студента формується завдяки активній творчій праці на практичних заняттях, виконанні індивідуальних домашніх завдань та результатах модульної контрольної роботи.

Види контролю:

- поточний контроль: фронтальний (усний, письмовий);
- календарний контроль проводиться двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу.

1. Поточний контроль

Включає: експрес-опитування, опитування за темою заняття, написання МКР, захист індивідуальних завдань.

1. Робота на практичних заняттях

Ваговий бал – 2, якість роботи – 0 - 2 (відповідь: повна – 2, неповна –1, відсутня – 0, бездоганна – 4).

Максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях – не обмежена.

2. Модульна контрольна робота

Складається з 2-х частин і виконується перед календарним контролем (атестацією) за пройденим на момент її написання матеріалом. Кожна частина модульної контрольної оцінюється в 14 балів. Максимальна кількість балів за МКР – 28.

Переписування контрольної роботи з метою підвищення балу – не передбачене.

3. Індивідуальна домашні завдання

Ваговий бал – 4. Оцінюється кожне індивідуальне завдання у процентному відношенні до правильно розв'язаних задач. Максимальна кількість балів за 8 індивідуальних завдань складає: $4 \times 8 = 32$ бали.

Кожне індивідуальне завдання захищається особисто.

Загальний семестровий рейтинговий бал:

$$R = R_{ПЗ} + R_{МКР} + R_{ІДЗ} = R_{ПЗ} + 28 + 32,$$

де $R_{ПЗ}$ – максимальна кількість балів за роботу на практичних заняттях, $R_{МКР}$ – максимальна кількість балів за модульну контрольну роботу, $R_{ІДЗ}$ – максимальна кількість балів за індивідуальні завдання.

2. Календарний контроль

Здійснюється двічі на семестр як моніторинг поточного стану виконання вимог силабусу

Критерій	Перший	Другий
Термін	8-й тиждень	14-й тиждень
Умови отримання позитивного результату	якщо поточний рейтинговий бал складає не менше 50% від максимально можливого балу на момент календарного контролю	якщо поточний рейтинговий бал складає не менше 50% від максимально можливого балу на момент календарного контролю

3. Семестровий контроль (залік)

Залік виставляється за результатами роботи семестрі. За основу береться загальний семестровий рейтинговий бал.

Якщо на момент семестрового контролю, за умови виконання всіх умов допуску до семестрового контролю, здобувач вищої освіти не задовольняє набрана кількість балів за семестр, то результати рейтингової оцінки скасовуються і здобувач вищої освіти здає залік. У цьому разі він може бути оцінений від 0 до 100 балів.

4 Таблиця відповідності рейтингових балів оцінкам за університетською шкалою

<i>Кількість балів</i>	<i>Оцінка</i>
100-95	Відмінно
94-85	Дуже добре
84-75	Добре
74-65	Задовільно
64-60	Достатньо
Менше 60	Незадовільно
Не виконані умови допуску	Не допущено

Робочу програму навчальної дисципліни (силабус):

Складено професором кафедри математичної фізики та диференціальних рівнянь, докт. фіз.-мат. наук, професором Герасимчуком В.С.

Ухвалено кафедрою математичної фізики та диференціальних рівнянь ФМФ (протокол № 1 від 01.07.2021р.)

Погоджено Методичною комісією ФМФ (протокол № 13 від 01.07.2021р.)