

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

РИЗИКОЛОГІЯ В МАРКЕТИНГОВІЙ ДІЯЛЬНОСТІ

Практикум

Навчальний посібник

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Промисловий маркетинг»
спеціальності 075 «Маркетинг»*

Укладач: С.О. Лебеденко

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2025

УДК 658.8

Ри49

Укладач: *Лебеденко Сергій Олександрович*, канд. тех. наук, доц.

Рецензент: *Войтко С.В.*, доктор економічних наук, професор, кафедра міжнародної економіки КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний

Редактор *Солнцев С.О.*, доктор фізико-математичних наук, професор

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 7 від 08.05.2025р.) за поданням Вченої ради факультету менеджменту та маркетингу (протокол № 10 від 05.05.2025)

Ри49 Ризикологія в маркетинговій діяльності: практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Промисловий маркетинг» спеціальності 075 «Маркетинг» / Лебеденко С.О.; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 76 с.

Навчальний посібник представляє собою практикум для проходження та закріплення матеріалу з дисципліни «Ризикологія в маркетинговій діяльності» для спеціальності 075 «Маркетинг». Методичний матеріал рекомендовано для самостійної роботи, роботи на практичних заняттях, використання в умовах самоосвіти та дистанційного навчання студентів та фахівців з маркетингу.

УДК 658.8

Реєстр. № НП 24/25-524. Обсяг 2,55 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідectво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р

© С.О. Лебеденко, 2025

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025

ЗМІСТ

ВСТУП	5
Розділ 1. Прийняття рішень та використання ігрових моделей.	
1.1. Теоретичний матеріал: ігрові моделі ухвалення рішень	6
Ухвалення рішень в умовах визначеності	7
Ухвалення рішень в умовах ризику	9
Визначення ризику	9
1.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи	
Ухвалення рішень в умовах ризику: модель продажу	11
Аналіз чутливості до втраченої вигоди	14
Ухвалення рішень в умовах невизначеності:	
- критерій Лапласа;	17
- максимінний критерій;	18
- максимаксний критерій;	19
- критерій мінімаксних втрат	20
- Очікуване значення повної інформації	22
1.3. Контрольні запитання	23
1.4. Навчальні завдання	26
Розділ 2. Завдання на прийняття рішення із урахуванням корисності.	
2.1. Теоретичний матеріал:	
корисність і прийняття рішення в умовах ризику	28
Поняття корисності	28
2.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи.	
Створення і використання функції корисності	31
2.3. Контрольні запитання	37
Розділ 3. Прийняття рішень та різні види ймовірностей.	
3.1. Теоретичний матеріал:	
Теорія ухвалення рішень. Теорема Байеса.	39
Аналіз рішень	40

Умовні ймовірності	41
Спільні ймовірності	44
3.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи	
Теорема Байєса та обчислення апостеріорних імовірностей	45
4. Розділ 4. Використання моделювання при прийнятті рішень.	
4.1. Теоретичний матеріал: імітаційне моделювання	
Імітаційне моделювання	49
Що таке моделювання методом Монте-Карло?	50
Застосування імітаційного моделювання	52
Імітація та випадкові величини	53
Генерування випадкових величин	56
Функція розподілу	57
Генерування значень безперервних випадкових величин	60
Моделювання експоненціального розподілу	61
Моделювання нормального розподілу	62
Генерування випадкових величин за допомогою надбудови	62
4.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи.	
Модель фінансового планування:	64
модель із випадковим попитом;	66
генерація випадкового попиту;	66
результати імітації випадкового попиту;	67
розподіл NPV;	69
надійність результатів імітації.	71
4.3. Контрольні запитання	72
5. Список рекомендованої літератури	75
6. Перелік посилань	75

ВСТУП

Аналіз рішень передбачає загальну основу для проведення аналізу широкого кола управлінських моделей. Це передбачає наявність: 1) системи класифікації моделей прийняття рішень залежно від інформації, закладеної в моделях; 2) критеріїв рішень, тобто наявність можливості виміряти доброякісність рішень у межах кожної моделі.

У загальному випадку теорія ухвалення рішень трактує рішення як рішення, ухвалені проти природи. Це означає, що результат окремо ухваленого рішення залежить від дій іншого гравця (природи), якого ви не можете контролювати. Наприклад, брати чи не брати парасольку, виходячи з дому, залежить тільки від стану погоди. Тут важливо зазначити, що в цій моделі результат проявляється тільки після вашого рішення - природа сама не робить першого кроку, їй байдуже на прийняте вами рішення. У цьому і полягає кардинальна відмінність теорії прийняття рішень від теорії ігор. У теорії ігор обидва гравці мають економічний інтерес.

Ризикологія займається питання прийняття рішень у мовах невизначеності, недетермінованості, що є актуальним для маркетингової діяльності через неможливість формалізувати та визначити всі умови функціонування підприємства на ринку. Врахувати всі необхідні аспекти прийняття рішень в маркетингу потребує послідовного вивчення таких тем:

Тема 1 Сутність ризику як економічної категорії . Функції ризику.

Тема 2. Ігрові моделі ухвалення рішень.

Тема 3. Корисність і прийняття рішення в умовах ризику.

Тема 4. Теорія ухвалення рішень. Теорема Байеса.

Тема 5. Теорія корисності Неймана-Моргенштерна.

Тема 6. Імітаційне моделювання.

Тема 7. Інвестиційні рішення в умовах ризику.

Тема 8. Управління ризиками в інноваційному портфелі.

Опануванню способів вирішення задач в межах окремих тем і присвячено даний посібник.

Розділ 1. Прийняття рішень та використання ігрових моделей.

1.1. Теоретичний матеріал: ігрові моделі ухвалення рішень.

У моделях теорії ухвалення рішень основною формою даних слугує таблиця платежів, табл.1.1. У цій таблиці альтернативи рішень розташовуються в лівому стовпчику таблиці, а можливі стани природи є заголовками стовпців, розташованих праворуч від стовпчика альтернатив.

Таблиця 1.1 – Таблиця платежів

	Стан природи			
Рішення	1	2	...	m
d_1	r_{11}	r_{12}	...	r_{1m}
d_2	r_{21}	r_{22}	...	r_{2m}
...	...	...	...	...
d_n	r_{n1}	r_{n1}	...	r_{nm}

У таблиці подано значення платежів для всіх можливих комбінацій рішень станів природи. Процес ухвалення рішення можна описати таким чином.

1. Ви, як особа, яка ухвалює рішення, обираєте одне з можливих альтернативних рішень. Припустимо d_1 .

2. Після вибору рішення перевіряється поточний стан природи. Нехай природа перебуває у стані 2.

3. Тепер ваш платіж (виграш або програш, якщо значення платежу від'ємне), отриманий унаслідок ухвалення вами певного рішення, перебуває в таблиці платежів. Оскільки ви прийняли рішення d_1 , а природа перебуває у стані 2, то ваш платіж дорівнює r_{12} .

Ще раз повторимо, що спочатку приймається рішення, потім визначається стан природи. Після ухвалення рішення ви не можете змінювати стан природи. Як же вирішити, яку альтернативу обрати? Обрана альтернатива визначається максимально можливим платежем r_{ij} , де i - номер відповідної

альтернативи, а j - номер стану природи (якщо платіж - це виграш). Зазвичай рішення приймається залежно від того, який стан природи ми очікуємо. Якщо припускаємо, що очікується стан 1, то обираємо рішення, яке відповідає максимальному платежу за цього стану природи.

Ухвалення рішень в умовах визначеності

Цей клас моделей відповідає ситуації, коли ми знаємо, в якому стані перебуватиме природа після ухвалення нами рішення. Це рішення можна інтерпретувати й так, що природа може перебувати тільки в одному-єдиному стані. Припустімо, вранці ви вирішуєте, чи взяти вам парасольку на роботу, якщо ви впевнені, що в другій половині дня (під час повернення з роботи обов'язково буде дощ).

У таблиці платежів для цієї моделі (табл. 1.2) рішенням не брати парасольку відповідає платіж -700 (вартість чищення одягу, якщо ви потрапляєте під дощ). Знак мінус тут вказує на те, що виграш у грі проти природи буде від'ємним, тобто таку суму ви втратите, якщо оберете це рішення. Звичайно ж, оптимальним рішенням буде взяти парасольку.

Таблиця 1.2 – Таблиця платежів для моделі в умовах визначеності

Рішення	Стан природи
Брати парасольку	0
Не брати парасольку	-700,00

Усі моделі лінійного програмування, цілочисельного програмування, нелінійного програмування та інші детерміновані моделі можна розглядати як моделі ухвалення рішень проти природи, яка має тільки один стан. Це впливає з того, що ми завжди отримуємо якийсь платіж (залежно від конкретної моделі) після ухвалення будь-якого рішення, і цей платіж повториться, якщо ми знову повторимо це рішення. Щоб проілюструвати це положення, розглянемо просту модель лінійного програмування.

При обмеженнях цільової функції

$$\text{Max } 5000E + 4000F$$

$$10E + 15F \leq 150;$$

$$20E + 10F \leq 160;$$

$$30E + 10F \geq 135;$$

$$E - 3F \leq 0;$$

$$E + F \geq 5;$$

$$E, F \geq 0.$$

У табл. 1.3 подано цю модель у вигляді таблиці платежів. У цій таблиці платежів $-\infty$ означає неприпустиме рішення. Наприклад, оскільки рішення $E = 0, F = 0$ порушують третє і п'яте обмеження, то відповідний платіж визначено як $-\infty$. Для будь-якої допустимої пари значень (E, F) платіж визначається як відповідне значення цільової функції, тобто підраховується за формулою

$$\text{Max } 5000E + 4000F.$$

Вивчаючи цю модель, ми точно знаємо, який платіж отримаємо в результаті ухвалення того чи іншого рішення (рішення вибір пари значень E і F). Ми можемо виписати всі можливі значення платежів в одному стовпчику, який відповідає одному стану природи.

Таблиця 1.3 – Таблиця платежів для моделі лінійного програмування

Рішення	Стан природи
$E = 0, F = 0$	$-\infty$
$E = 5, F = 4$	41 000
...	...
$E = 6, F = 3,5$	44 000
...	...

У принципі, не важко знайти рішення для моделі з одним станом природи. Треба просто вибрати те рішення, якому відповідає найбільший виграш. Але на практиці ця простота в принципі може повернутися іншим боком. Оскільки E і F можуть набувати нескінченної кількості значень, то кількість рядків у табл. 1.3 також має бути нескінченною. Навіть у такій простій моделі нескінченна кількість альтернатив не дає змоги вибрати найкраще рішення. У цьому разі необхідний додатковий математичний аналіз моделі.

Ухвалення рішень в умовах ризику

Відсутність визначеності щодо майбутніх подій - характерна риса багатьох (але не всіх) управлінських моделей прийняття рішень.

У кількісних моделях із невизначеністю можна боротися різними способами. Наприклад, у моделях лінійного програмування якимось способом можна побудувати оцінку даних, що стосуються майбутніх подій. У багатьох моделях лінійного програмування, що описують виробничі ситуації, зазвичай перше обмеження описує виробничі можливості, які будуть доступні протягом розрахункового періоду часу. Ці можливості, звісно, залежать від чинників, які проявляться в майбутньому, і які заздалегідь важко врахувати. Але виробничий план складається сьогодні, а не заднім числом, тож менеджер просто зобов'язаний оцінити майбутні виробничі можливості і лише потім на їхній основі виконувати аналіз чутливості.

Визначення ризику

Теорія ухвалення рішень передбачає свій підхід до моделей з неповною визначеністю. Цей підхід називається *прийняття рішень в умовах ризику*. Тут термін *ризик* має цілком визначений і чітко окреслений сенс. У класі моделей ухвалення рішень в умовах ризику розглядають кілька станів природи, і ми можемо зробити *припущення про ймовірності настання кожного можливого*

стану природи. Нехай, наприклад, є m ($m > 1$) станів природи, і p_i - оцінка ймовірності настання події j . У загальному випадку значення ймовірності p_i оцінюють на підставі будь-яких статистичних даних за минулі періоди часу, де зафіксовано прояви події j протягом часу спостереження. Наприклад, якщо протягом останніх 1000 днів ми зафіксували 200 дощових днів, то оцінкою ймовірності дощу в цей день буде число 0,20 ($=200/1000$). Якщо статистичних даних немає або вони недоступні, або якщо менеджер з якихось причин не може спроектувати їх на майбутнє, то він все одно має оцінити ці ймовірності, нехай навіть суб'єктивно.

Нагадаємо, що очікуване значення будь-якої випадкової величини обчислюється як зважене середнє всіх можливих значень цієї випадкової величини, де ваги є ймовірностями прийняття випадковою величиною даних значень. Оскільки результат ухвалення того чи іншого рішення залежить від стану природи, очікуваний результат, пов'язаний із рішенням i , обчислюють як суму за всіма можливими станами j добутків платежу r_{ij} (результат від рішення i за j -го стану природи) і ймовірності p_j (ймовірність стану j). Таким чином, ER_i (Expected Return), від прийняття рішення i , обчислюється за формулою

$$ER_i = \sum_{j=1}^m r_{ij} \cdot p_j = r_{i1}p_1 + r_{i2}p_2 + \dots + r_{im}p_m.$$

Для будь-яких типів моделей необхідно вибрати таке рішення, яке максимізує очікуваний результат (ER) (що еквівалентно мінімізації очікуваних втрат). Іншими словами, i^* буде оптимальним рішенням, якщо

$$ER_{i^*} = \text{максимум } ER_i \text{ за всіма } i.$$

1.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи.

Ухвалення рішень в умовах ризику: модель продажу

Продавець може купити одиницю товару за 400 грн. кожен і хоче продати за ціною 750 грн. Але, звісно, він має спочатку купити товар до того, як він знатиме, скільки реально він їх продасть. Якщо закупить більше, ніж може продати, то він зазнає збитків, що дорівнюють вартості непроданого товару. Якщо він закупить занадто мало товару, то він втратить потенційного покупця сьогодні і, можливо, в майбутньому (незадоволений покупець може перестати купувати цей товар у продавця). Припустимо, що майбутні втрати (тобто упущену вигоду) можна узагальнено оцінити в 300 грн. на одного незадоволеного покупця. Щоб не затінювати ідею моделі і для простоти обчислень припустимо, що продавець оцінив імовірності попиту таким чином.

$$P_0 = P \{ \text{попит} = 0 \} = 0,1;$$

$$P_1 = P \{ \text{попит} = 1 \} = 0,3;$$

$$P_2 = P \{ \text{попит} = 2 \} = 0,4;$$

$$P_3 = P \{ \text{попит} = 3 \} = 0,2.$$

Отже, у цій моделі чотири значення попиту відповідають чотирьом станам природи, а кількість закупленого товару є рішенням. У табл. 1.4 подано таблицю платежів для цієї моделі.

Таблиця 1.4 – Таблиця платежів для моделі продажу

Рішення	Стан природи (попит)			
	0	1	2	3
0	0	-300	-600	-900
1	-400	350	50	-250
2	-800	-50	700	400
3	-1200	-450	300	1050

Платежі в цій таблиці, що обчислюються для кожної комбінації рішень і попиту, визначають прибуток або втрачену вигоду, якщо кількість закупленого товару на відповідає попиту. Ці платежі обчислюються за такою формулою.

$$\text{Платіж} = 750 * (\text{Кількість проданого товару}) - 400 * (\text{Кількість закупленого товару}) - 300 * (\text{Незадоволений попит}).$$

Тут 750 - вартість проданої одиниці товару, 400 - купівельна вартість товару і 300 - вартість втрати покупця (втрачена вигода).

Розглядаючи цю модель, важливо зрозуміти, що кількість проданого товару і попит не є тотожними величинами. Кількість проданого товару - це мінімум двох величин: кількість закупленого товару і реального попиту. Наприклад, якщо не закуплено жодної одиниці товару, то, очевидно, кількість проданого товару дорівнює нулю, незалежно від попиту, і незадоволений попит дорівнює самому попиту. Таким чином, платежі в першому рядку таблиці платежів обчислюються так

$$750 * 0 - 400 * 0 - 300 * \text{Попит} = 300 * \text{Попит}.$$

Якщо закуплено одну одиницю товару, а попиту немає, то цей товар не продано, незадоволений попит дорівнює 0, а платіж обчислюється так

$$750 * 0 - 400 * 1 - 300 * 0 = - 400,$$

що відповідає значенню першого платежу в другому рядку таблиці платежів. Якщо закуплено одну одиницю товару і попит на товар не нульовий, то цей товар обов'язково буде продано, а незадоволений попит буде на 1 менше від самого попиту. У цьому випадку платіж обчислюється так

$$750*1 - 400*1 - 300*(\text{Попит}-1) = 350 - 300*\text{Попит}.$$

Подібним чином обчислюються інші значення платежів. Коли визначено всі значення платежів, ми обираємо те рішення, для якого очікуваний платіж є найбільшим. Спочатку виконаємо обчислення вручну, а потім покажемо, як це зробити в електронній таблиці.

Якщо закуплено, наприклад, дві одиниці товару, то

$$ER_2 = -800*0,1 - 50*0,3 + 700*0,4 + 400*0,2 = 265.$$

Тут перший доданок є добутком значення платежу за нульового попиту (якщо закуплено 2 одиниці товару) і ймовірності нульового попиту. Другий доданок також обчислюють як значення платежу за попиту, що дорівнює 1 (якщо закуплено 2 одиниці товару, див. табл. 1.4), помножене на ймовірність такого значення попиту.

Обчислимо очікувані платежі для решти можливих рішень

$$ER_0 = -0*0,1 - 300*0,3 - 600*0,4 - 900*0,2 = -510,$$

$$ER_1 = -400*0,1 + 350*0,3 + 50*0,4 - 250*0,2 = 35,$$

$$ER_3 = -1200*0,1 - 450*0,3 + 300*0,4 + 1050*0,2 = 75.$$

Оскільки максимальне значення має ER_2 , оптимальним рішенням буде закупити дві одиниці товару.

Інший шлях знаходження оптимального рішення полягає в порівнянні графіків профілів ризиків. Профіль ризику показує для конкретного рішення всі можливі виходи (значення платежів) із відповідними ймовірностями, що дає змогу менеджеру сортувати можливі виходи відповідно до своїх критеріїв або переваг. Деякі менеджери знаходять профілі ризиків більш корисними, ніж просте використання одного числа (тобто значення очікуваного результату),

що узагальнює всю можливу інформацію про рішення (ймовірності й потенційні виходи, які в явному вигляді подано на графіку профілю ризику).

На рис. 1.1 видно, що всі чотири можливі виходи для рішення 0 менші або дорівнюють нулю (тобто за цього рішення можливі лише одні збитки). У рішенні 1 два з чотирьох виходів від'ємні, а в рішенні 2 і рішенні 3 найбільшу ймовірність (0,4) має другий за величиною позитивний платіж 265. Звісно, вся ця інформація подана у вихідній таблиці платежів, але часто буває корисним представити цю інформацію у вигляді графіків.

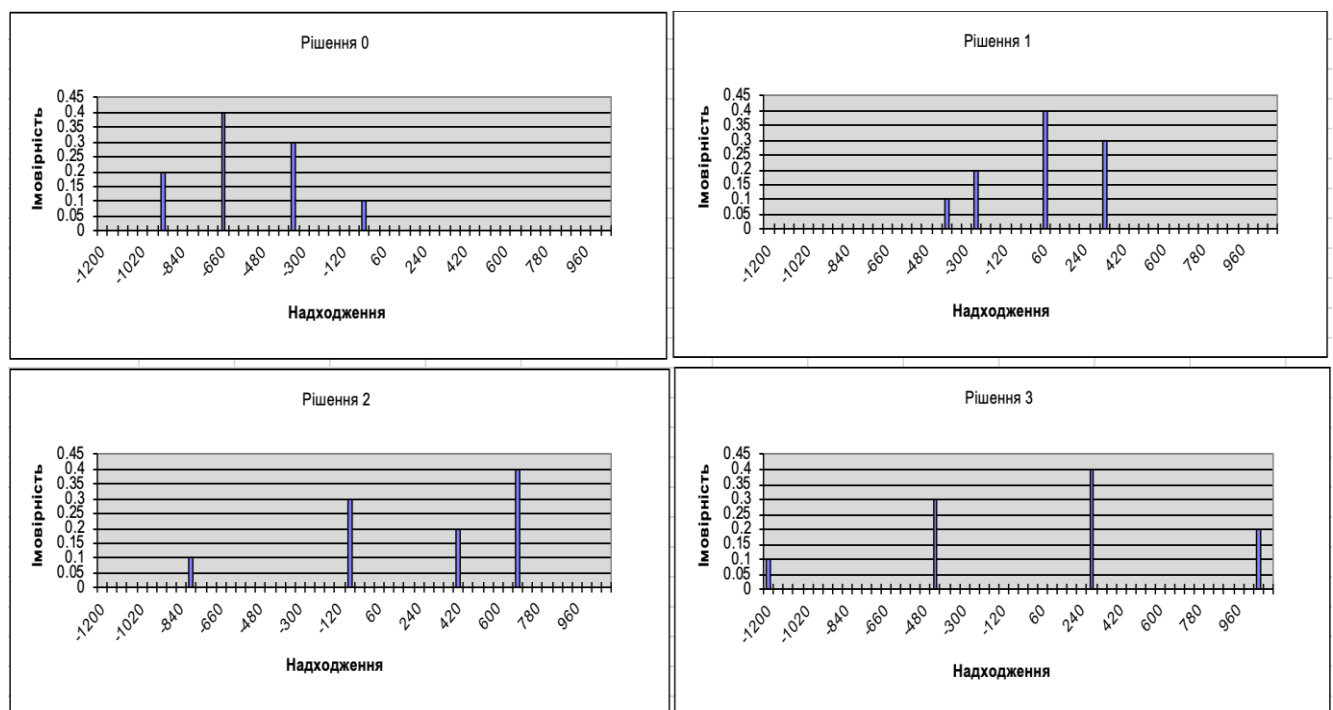


Рисунок 1.1 – Профілі ризиків

Аналіз чутливості до втраченої вигоди

Рішення в нашій моделі базується на значеннях прибутку та втраченої вигоди, які визначаються менш точно, ніж два інші параметри моделі - ціна купівлі та відпускна ціна. Виникає запитання: яким може бути оптимальне рішення, якщо зміниться значення втраченої вигоди? Щоб відповісти на це питання, треба виконати аналіз чутливості щодо цього параметра моделі.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Ціна продажу	750					
2	Ціна покупки	400					
3	Втрачена вигода	300					
4							
5		Стан попиту					
6	Рішення	0	1	2	3	Очікуваний платіж	
7	0	0	-300	-600	-900		-510
8	1	-400	350	50	-250		35
9	2	-800	-50	700	400		265
10	3	-1200	-450	300	1050		75
11							
12	Ймовірності	0.1	0.3	0.4	0.2		
13							

	E	F	G
6	3	Очікуваний платіж	
7	=B\$1*MIN(\$A7,E\$6)-B\$2*\$A7-B\$3*MAX(E\$6-\$A7,0)	=SUMPRODUCT(B7:E7,\$B\$12:\$E\$12)	
8	=B\$1*MIN(\$A8,E\$6)-B\$2*\$A8-B\$3*MAX(E\$6-\$A8,0)	=SUMPRODUCT(B8:E8,\$B\$12:\$E\$12)	
9	=B\$1*MIN(\$A9,E\$6)-B\$2*\$A9-B\$3*MAX(E\$6-\$A9,0)	=SUMPRODUCT(B9:E9,\$B\$12:\$E\$12)	
10	=B\$1*MIN(\$A10,E\$6)-B\$2*\$A10-B\$3*MAX(E\$6-\$A10,0)	=SUMPRODUCT(B10:E10,\$B\$12:\$E\$12)	
11			
12	0.2		
13			

Рисунок 1.2 – Робочий аркуш для обчислення таблиці платежів і значень очікуваних платежів.

Один зі способів аналізу чутливості полягає в заданні різних значень втраченої вигоди, перерахунку таблиці платежів, повторному обчисленні очікуваних платежів і виборі на їхній основі оптимального рішення. На рис. 1.2 показано робочий аркуш Excel, на якому розраховується таблиця платежів і очікувані платежі.

На цьому аркуші в комірки B1:B3 введено значення ціни купівлі та її роздрібною ціни, а також значення втраченої вигоди. На рис. 1.2 також показано формули, за якими обчислюються значення в таблиці платежів і очікувані платежі. Зазначимо, що формулу в комірці B7 побудовано з використанням відносних, змішаних і абсолютних посилань на комірки, що дає змогу її скопіювати на всі інші комірки таблиці платежів. Формули в діапазоні F7:F10 використовують функцію SUMPRODUCT, яка дає змогу легко знайти суму добутків платежів з відповідного рядка таблиці на їхні ймовірності, записані в діапазоні B12:E12.

За допомогою таблиці підстановки Excel можна легко створити таблицю втраченої вигоди. Для створення таблиці підстановки виконаємо такі дії.

У комірку B15 введемо формулу =F7, яка дасть значення очікуваного платежу для рішення, за якого товар не закуповується зовсім (рішення 0). У комірки C15:E15 вводимо формули =F78, =F79 і =F10, які дадуть значення очікуваних платежів для рішень 1, 2 і 3 відповідно. У діапазоні A16:A56, кроком у 30 вводимо значення втраченої вигоди. Це скажіть Excel, що значення, введені в стовпець A, слід підставити в комірку B3 (по одному значенню за один раз), як показано на рис. 1.3, перераховуючи формули в діапазоні F7:F10, а обчислені значення поставити у стовпчики B, C і D відповідно.

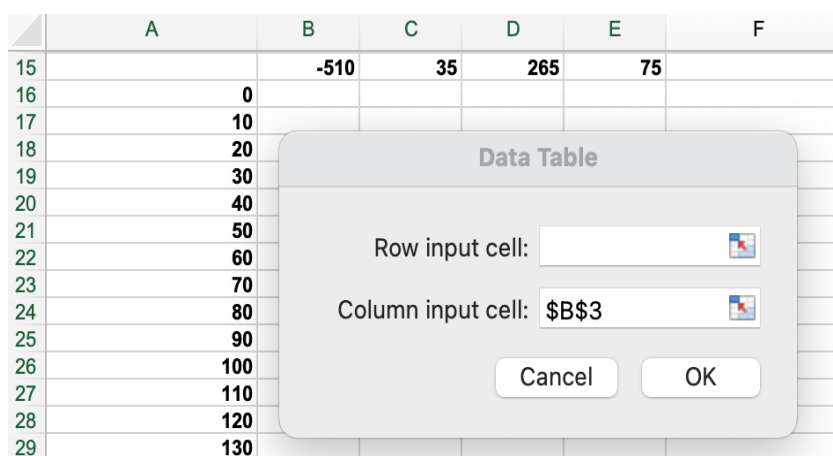


Рисунок 1.3 – Створення таблиці підстановки

Результати підстановки подано на рис. 1.4.

	A	B	C	D	E
15		-510	35	265	75
16	0	0	275	325	75
17	10	-17	267	323	75
18	20	-34	259	321	75
19	30	-51	251	319	75
20	40	-68	243	317	75
21	50	-85	235	315	75
22	60	-102	227	313	75
23	70	-119	219	311	75
24	80	-136	211	309	75
25	90	-153	203	307	75
26	100	-170	195	305	75
27	110	-187	187	303	75
28	120	-204	179	301	75
29	130	-221	171	299	75
30	140	-238	163	297	75
31	150	-255	155	295	75

Рисунок 1.4 – Результати підстановки.

На розглянутому прикладі ми показали важливий клас моделей ухвалення рішень - ухвалення рішень в умовах ризику, і відповідний критерій визначення оптимального рішення - критерій максимізації очікуваного результату.

Ухвалення рішень в умовах невизначеності

Критерій Лапласа

У разі використання критерію Лапласа умова невизначеності інтерпретується як припущення про рівні ймовірності появи всіх можливих станів природи. Наприклад, у моделі продажу з припущення про рівноймовірність усіх станів природи випливає, що ймовірності всіх чотирьох подій (що відповідають різним величинам попиту) будуть однаковими і дорівнюватимуть 0,25. Далі можна перерахувати модель ухвалення рішення в умовах ризику з цими ймовірностями й отримати очікувані значення платежів. Неважко перевірити, що в наведеній моделі після такого перерахунку оптимальним рішенням знову буде рішення 2. Оскільки під час використання критерію Лапласа всі ймовірності є рівними, для визначення найкращого рішення можна просто підсумувати значення платежів, що відповідають кожному рішенню, і обрати рішення, яке матиме максимальну суму (що також відповідає максимальному очікуваному платежу).

Хоча в багатьох ситуаціях рівноймовірнісний похід дає цілком прийнятне рішення, в інших ситуаціях він дає свідомо неправильні рішення. Причина цього полягає саме в умові рівномірності стану природи. Наше незнання ймовірностей станів зовсім не гарантує рівності їхніх реальних значень. Якщо в якійсь ситуації ймовірність прояву одного або декількох станів явно і значно перевершує ймовірності прояву інших станів природи, то рішення, отримане на підставі критерію Лапласа, безсумнівно, буде далеким від найкращого.

З цієї причини розроблено три інших критерії ухвалення рішень в умовах невизначеності, які не спираються на ймовірності станів природи. Це макси-мінний і максимаксний критерії та критерій мінімаксних втрат.

Максимінний критерій

Цей критерій дуже консервативний, він реалізує песимістичний підхід до прийняття рішень. Під час використання цього критерію для кожного рішення визначають найбільші втрати, можливі в разі ухвалення цього рішення. Інакше кажучи, кожне рішення оцінюється мінімумом платежів, можливих за такого рішення. У нашій моделі, наприклад, рішення 3 відповідає мінімальний платіж, що дорівнює 1200. Таким чином, кожному рішення ставиться у відповідність мінімальне значення в його рядку в таблиці платежів. У результаті отримаємо табл. 1.5. Як шукане рішення вибираємо те рішення, якому відповідатиме максимум мінімального значення платежу (звідси назва - максимінний критерій). У нашому випадку - рішення 1.

Таблиця 1.5 – Мінімальні значення платежу.

Рішення	Мінімальний платіж
0	-900
1	-400
2	-800
3	-1200

Максимінний критерій часто використовують у ситуаціях, коли менеджер, який приймає рішення, не може допустити найгіршого результату. У цьому разі менеджер обирає рішення, яке свідомо уникає найгіршого (найбільш песимістичного) результату.

Звичайно, неважко навести приклад, коли буде неприйнятним рішення, отримане на основі максимінного критерію. Розглянемо таблицю платежів 1.6. Тут очевидну перевагу має рішення 1. Воно дає значно більші платежі для всіх станів природи, окрім третього, платіж за якого незначно гірший за платежі

рішення 2. Однак максимінний критерій вибере саме рішення 2 (хоча в даному випадку критерій Лапласа дасть правильне рішення 1). У зв'язку з цим постає природне запитання: якщо навіть на такому простому прикладі максимінний критерій дає незадовільне рішення, то чи можна довіряти йому в складніших моделях? Однозначної відповіді на таке запитання не існує. Відповідь залежить від розуміння своїх цілей і вподобань особи, яка ухвалює рішення. Тому розглянемо ще один критерій, у певному сенсі антипод максимінного критерію, який також застосовують під час ухвалення рішень в умовах невизначеності.

Таблиця 1.6. - Таблиця платежів

Рішення	Стани природи								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	100	2	100	100	100	100	100	100
2	3	3	3	3	3	3	3	3	3

Максимаксний критерій

Цей критерій так само оптимістичний, як максимінний песимістичний. Тут для кожного рішення визначається найбільший відповідний йому платіж і потім як оптимальне рішення вибирається рішення, якому відповідає максимальний платіж. Наприклад, для нашої моделі спочатку будують таблицю (табл. 1.7), що містить для кожного рішення відповідний йому максимальний можливий платіж, тобто максимальне значення в рядку таблиці платежів для цього рішення. Тоді шукане рішення буде рішення 3.

Таблиця 1.7. - Максимальні значення платежів

Рішення	Максимальні платежі
0	0
1	350
2	700
3	1050

Максимаксний критерій можна критикувати з тих самих позицій, що максимінний. Наприклад, на основі таблиці платежів 1.8 максимальний критерій вибере рішення 2, хоча рішення 1 очевидно краще.

Таблиця 1.8. - Таблиця платежів

Рішення	Стани природи								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	100	100	100	100	100	100	100	100
2	3	3	101	3	3	3	3	3	3

Критерій мінімаксних втрат

Втрати вводять нову міру для визначення якості рішень, для чого створюється нова таблиця платежів. Зазвичай у таблиці платежів наводять значення чистого доходу або виплат для кожної комбінації можливого рішення і можливого стану природи. У разі використання критерію мінімаксних втрат у таблиці платежів наводять значення втрат, також розрахованих для кожної можливої комбінації рішення і стану природи. Покажемо розрахунок втрат для вихідної таблиці 1.4.

1. Знаходимо в табл. 1.4 максимальне значення для кожного стовпчика, що відповідає стану природи (наприклад, у стовпчику, що відповідає стану природи 2, максимальне значення дорівнює 700).

2. обчислюємо значення таблиці втрат шляхом віднімання від максимального значення стовпця поточного значення платежу. Наприклад, значення втрат у другому рядку і третьому стовпці (стан природи 2) обчислюється так: $700 - 50 = 650$.

У результаті таких обчислень отримуємо таблицю втрат (табл. 1.9).

Таблиця 1.9. - Таблиця втрат

Рішення	Стан природи (попит)			
	0	1	2	3
0	0	650	1300	1950
1	400	0	650	1300
2	800	400	0	650
3	1200	800	400	0

Кожне значення втрат показує, скільки ми втратимо за різних станів природи, якщо наше рішення відрізнятиметься від найкращого (для даного стану природи) рішення. Звідси випливає, що ми маємо прийняти таке рішення, яке б мінімізувало втрати, але ми не знаємо, яким буде стан природи. Якщо був би відомий розподіл імовірностей станів природи, то можна було б вибрати рішення, якому відповідає мінімальне очікуване значення втрат. Якщо ймовірності невідомі, то виникає природна думка використати консервативний мінімаксний критерій: вибрати те рішення, якому б відповідали найменші з максимальних втрат (тобто слід вибрати найкраще з найгіршого).

Для нашої моделі на підставі втрат (табл. 1.9) побудуємо таблицю максимальних втрат, вибравши для кожного рішення максимальне значення в його рядку таблиці втрат. Результат показано в табл. 1.10.

Таблиця 1.10. - Максимальні значення платежів

Рішення	Максимальні платежі
0	1950
1	1300
2	800
3	1200

Тепер розглядаємо рішення, яке мінімізує максимум втрат. У цьому випадку, це рішення 2.

Очікуване значення повної інформації

Припустимо, що поточна послідовність подій така.

1. Консалтингова компанія на основі відомого розподілу попиту на товар визначає, яким буде попит цього дня.
2. Продавець, не знаючи, що попит на товар уже визначений, але знаючи розподіл імовірностей попиту, закупив товар.
3. Протягом робочого дня проявляється реальний попит на товар, і продавець отримує фактично (на відміну від очікуваного) результат, обумовлений тим рішенням, яке він прийняв під час закупівлі товару.

Тепер розглянемо новий сценарій подій. Продавець якимось чином домовляється з консалтинговою компанією. У цьому випадку реалізується інша послідовність подій.

1. Продавець дає консалтинговій компанії хабар.
2. Консалтингова компанія визначає попит на поточний день. Тут важливо зазначити, що консалтингова компанія не може самостійно встановити попит. Вона лише володіє знанням про те, яким буде попит на товар, і це знання (інформацію) вона продає продавцю.
3. Відповідно до цієї інформації продавець закуповує потрібну кількість товару.
4. Наприкінці робочого дня продавець отримує результат, який, природно, залежить від попиту і кількості закупленого товару.

Виникає запитання: яку максимальну ціну за інформацію може заплатити продавець? Ця найбільша ціна називається очікуваним значенням повної інформації і визначається формулою:

ціна = очікуваний результат при знанні стану природи - очікуваний результат у поточній послідовності подій (без знань стану природи).

Знаючи значення попиту, продавець, звісно, закупить стільки товару, щоб отримати максимальний прибуток. Але тут є одна складність: продавець платить консалтинговій компанії до того, як він дізнається майбутній попит. Повертаючись до таблиці платежів 4, ми бачимо, що якщо попит дорівнює

нулю, то продавець не повинен взагалі купувати товар, і тоді його максимальний очікуваний прибуток дорівнюватиме нулю. Нульовий попит реалізовуватиметься досить рідко (його ймовірність 0,1), але якщо консалтингова компанія скаже продавцю, що сьогодні фактичний попит дорівнюватиме нулю, то все одно в цей день у продавця буде нульовий прибуток. Аналогічно, якщо з імовірністю 0,3 реалізується попит, що дорівнює 1, то в цьому випадку максимальний прибуток продавця становитиме 0. Міркуючи подібним чином, неважко дійти висновку, що в цьому випадку очікуваний результат при знанні стану природи $= 0 * 0,1 + 350 * 0,3 + 700 * 0,4 + 1050 * 0,2 = 595$.

Раніше ми вже показали, що очікуваний результат у цій моделі (за відсутності знання стану природи) дорівнює 265. Тому очікуване значення повної інформації $= 595 - 265 = 300$.

Це максимальна сума, яку продавець може заплатити за інформацію. Очікуване значення повної інформації має велике практичне значення. Це верхня межа тієї суми платежів, яку ви можете отримати за наявності інформації про те, яким буде стан природи. Маркетингові компанії вкладають гроші для того, щоб визначити стан природи в тому бізнес-проекті, для якого вони проводять дослідження. Тут очікуване значення повної інформації вказує на величину прибутку від досліджень, а також показує верхню межу ціни, яку можна заплатити за додаткову інформацію про можливий стан природи.

1.3. Контрольні запитання

Виберіть правильну відповідь

1. Теорія прийняття рішень приділяє велику увагу:

- a. усій доступній інформації, необхідній для побудови моделі прийняття рішень;
- b. критерію для вимірювання «якості» рішення;
- c. вибору оптимального рішення;

d. усьому перерахованому вище.

2. Яке з наведених тверджень невірне для моделей ухвалення рішень в умовах ризику?

- a. Для прийняття рішення необхідно знати ймовірність кожного можливого стану природи.
- b. Для прийняття рішення використовується критерій максимізації результату.
- c. Для прийняття рішення використовується критерій максимізації очікуваного результату.
- d. Для прийняття рішення використовується критерій мінімізації очікуваних втрат.

3. Який із наступних критеріїв не використовують під час ухвалення рішень в умовах невизначеності?

- a. Максимізації мінімуму результату.
- b. Максимізації максимуму результату.
- c. Мінімізації максимуму втрат.
- d. Максимізації мінімуму очікуваних втрат.

4. Максимінний критерій, максимаксний критерій і критерій мінімальних втрат:

- a. призводить до одного й того самого оптимального рішення;
- b. можна використовувати без знання ймовірностей станів природи;
- c. *a* и *b*.

5. Очікуване значення повної інформації:

- a. визначає двосторонню межу обсягу зібраної інформації;
- b. можна визначити без використання значень ймовірностей;

- c. показує корисність зібраної інформації;
- d. чисельно дорівнює очікуваним втратам оптимального рішення в умовах ризику.

6. Очікуване значення повної інформації:

- a. показує вартість отриманої інформації про події, які відбудуться в майбутньому;
- b. показує максимальне зростання очікуваного результату за повної інформації;
- c. показує очікуваний обсяг інформації, необхідної для вибору оптимального рішення;
- d. усе перераховане.

7. Обчислюючи очікуване значення повної інформації, необхідно враховувати платежі, зроблені:

- a. до отримання інформації;
- b. після отримання інформації;
- c. безповоротно;
- d. *a* и *c*.

Відповіді

1. d, 2. b, 3. d, 4. b, 5 d, 6. b, 7 d.

1.4. Навчальні завдання

1. У табл. 1. подано таблицю платежів. Припустимо, що ухвалюється рішення в умовах відсутності інформації про ймовірності стану природи.

- a. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується критерій Лапласа?
- b. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується максимінний критерій?
- c. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується максимаксний критерій?
- d. Створіть таблицю платежів зі значеннями втрат.
- e. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується критерій мінімізації максимуму втрат?

Таблиця - 1

Рішення	Стан природи			
	1	2	3	5
1	35	22	25	12
2	27	25	20	18
3	22	25	25	28
4	20	25	28	33

2. У табл. 2. подано таблицю платежів. Припустимо, що ухвалюється рішення в умовах відсутності інформації про ймовірності стану природи.

- a. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується критерій Лапласа?
- b. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується максимінний критерій?
- c. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується максимаксний критерій?
- d. Створіть таблицю платежів зі значеннями втрат.

- е. Яким буде оптимальне рішення, якщо використовується критерій мінімізації максимуму втрат?

Таблиця - 2

Рішення	Стан природи		
	1	2	3
1	5	7	8
2	6	6	6
3	3	9	1

3. У табл. 1 подано таблицю платежів. Припустимо, що стани природи мають такі ймовірності: $P(1) = 0,1$, $P(2) = 0,4$, $P(3) = 0,3$, $P(4) = 0,2$.

- Знайдіть рішення, яке максимізує очікуваний платіж.
- Знайдіть рішення, яке мінімізує очікувані втрати.
- Поясніть отримане рішення.

4. У табл. 1 подано таблицю платежів. Припустимо, що стани природи мають такі ймовірності: $P(1) = 0,3$, $P(2) = 0,6$, $P(3) = 0,1$.

- Знайдіть рішення, яке максимізує очікуваний платіж.
- Знайдіть рішення, яке мінімізує очікувані втрати. Припустіть, що значення ймовірностей $P(1)$ і $P(2)$ невідомі, а $P(3) = 0,1$.
- Створіть графік очікуваних платежів для трьох рішень залежно від значень імовірності $P(2)$ і знайдіть значення цієї імовірності, за яких буде оптимальним кожне з рішень.
- Створіть графік очікуваних втрат для трьох рішень залежно від значень імовірності $P(2)$ і знайдіть значення цієї імовірності, за яких буде оптимальним кожне з рішень.
- Поясніть отримані рішення.

Розділ 2. Завдання на прийняття рішення із урахуванням корисності.

2.1. Теоретичний матеріал: корисність і прийняття рішення в умовах ризику.

Поняття корисності

Корисність - це ще один спосіб виміряти привабливість або прийнятність прийнятих рішень. Іншими словами, це ще один спосіб заповнити таблицю платежів. Покажемо, що критерій максимуму очікуваного результату, що має грошовий вираз, у моделях ухвалення рішень в умовах ризику може призвести до неприйнятних результатів. Для прикладу розглянемо модель урни. В урні міститься 99 білих куль і одна чорна. Вам запропонували зіграти в таку гру: ви, не дивлячись, обираєте одну кулю зі скриньки (тобто всі кулі мають однакову ймовірність бути обраними). Якщо ви витягли білу кулю, то платите 10000, а якщо чорну - отримуєте 1000000. Ви маєте вирішити, грати в таку гру чи ні.

Рішення	Стан природи	
	Біла куля	Чорна куля
Грати	- 10 000	1 000 000
Не грати	0	0

Використовуючи значення платежів і значення ймовірностей 0,99 (імовірність витягнути білу кулю) і 0,01 (імовірність витягнути чорну кулю), підрахуємо очікуваний результат для кожного можливого рішення:

$$ER(\text{грати}) = -10\,000 \times 0,99 + 1\,000\,000 \times 0,01 = -9900 + 10000 = 100,$$

$$ER(\text{не грати}) = 0 \times 0,99 + 0 \times 0,01 = 0.$$

Оскільки $ER(\text{грати}) > ER(\text{не грати})$, то відповідно до критерію максимізації очікуваного результату обираємо рішення «грати».

Тепер повернемося на крок назад і запитаємо себе, чи хочемо ми зіграти в таку гру. Пам'ятайте, що ймовірність втратити 10 000 становить 0,99. Багато хто знайде такий великий ризик втрати неприйнятним, тобто найімовірніше відкине рішення, отримане відповідно до критерію максимізації очікуваного результату. Таким чином, ми знову приходимо до проблеми вибору відповідного критерію. Ця проблема постане ще гостріше, якщо розглядати складні моделі, що відображають реальні життєві ситуації.

На щастя, немає необхідності повністю відмовлятися від критерію максимального очікуваного результату - потрібно тільки усвідомити, що платежі, виражені в грошовому еквіваленті, не завжди відображають переважність результату, отриманого від ухваленого рішення. Щоб пояснити цю думку, запитайте себе, чи хочете ви ризикнути 1 грн., зігравши в орлянку, тобто виграти або втратити 1 грн. залежно від того, як упаде підкинута монета. (Упевнений, більшість погодиться). Ну, а якщо залежно від підкидання цієї ж монети ви можете виграти або втратити 10000? (Упевнений, що більшість не погодиться). У чому ж різниця? У першому випадку прибуток в 1 грн. врівноважується втратою 1 грн. Чому ж прибуток у 10000 грн. не врівноважується втратою тих самих 10000 грн.? Відповідь полягає в тому, що більшість людей уникають ризику. Це означає, що для них сама можливість втрати 10000 грн. настільки болюча, що вона не компенсується можливим прибутком у 10000 грн.

Аналіз рішень, що враховує подібні психологічні аспекти поведінки людей, вимагає введення спеціальної функції, яка б вимірювала «привабливість» грошей. Така функція називається *функцією корисності*, тут *корисність* трактується як міра «задоволеності». Типова функція корисності для особи, яка уникає ризику, має такі властивості.

1. Вона не убуває, оскільки більше грошей завжди краще за меншу їхню кількість.
2. Її графік увігнутий. Це означає, що відносна корисність грошей не зростає.

Розглянемо детальніше цей феномен, спираючись на графік функції

корисності.

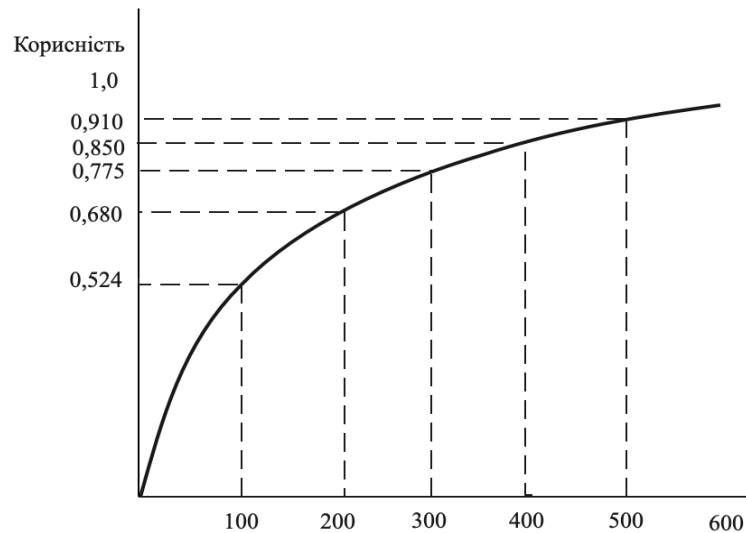


Рисунок 2.1 - Типова функція корисності для особи, яка уникає ризику

Спочатку припустимо, що у вас є \$100 і хтось дав вам ще \$100. У цьому разі корисність грошей зростає на величину

$$U(200) - U(100) = 0,680 - 0,524 = 0,156.$$

Якщо ж у вас є \$400 і хтось знову дає вам \$100, то в цьому випадку корисність зростає на величину

$$U(500) - U(400) = 0,910 - 0,850 = 0,060.$$

Інакше кажучи, 100 додаткових доларів для вас менш привабливі, якщо у вас на руках уже є \$400, ніж якби у вас було тільки \$100. Можна подивитися на цей феномен з іншого погляду: у разі виграшу певної суми корисність зростає на меншу величину, ніж величина зменшення корисності в разі втрати такої ж суми. Наприклад, ми вже бачили, при виграші \$100 за наявної суми \$400 корисність зростає на величину 0,060. Якщо ж при початковій сумі \$400 втратити \$100, то корисність зменшиться на величину

$$U(400) - U(300) = 0,850 - 0,775 = 0,075,$$

що більше величини 0,060.

На рис. показано функції корисності двох інших основних типів. Перша функція - це функція корисності для особи, налаштованої на ризик. Тут при виграші певної суми грошей корисність зростає на більшу величину, ніж

величина зменшення корисності при втраті тієї ж суми грошей. Наприклад, якщо при початковій сумі \$200 ви виграєте \$100, то корисність зростає на величину

$$U(300) - U(200) = 0,590 - 0,260 = 0,330.$$

Якщо ж за початкової суми \$200 ви програєте \$100, то корисність зменшиться на величину

$$U(200) - U(100) = 0,260 - 0,075 = 0,185.$$

Таким чином, для особи, налаштованої на ризик, більш привабливим є виграш, на програш вона звертає значно менше уваги. Ця позиція протилежна позиції особи, яка уникає ризику, чия функція корисності показана на рис.

Функція корисності для особи, нейтральної до ризику, показана з правого боку на рис. Тут виграш або втрата однакової суми грошей змінює значення корисності на однакову величину.

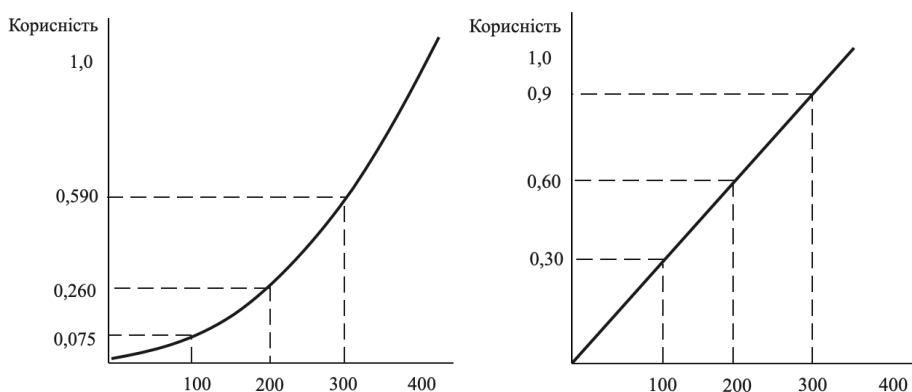


Рисунок 2.2 - Інші типи функції корисності

2.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи

Створення та застосування функції корисності

Розглянемо два методи побудови функції корисності.

Перший метод точніший, але складніший і триваліший.

Другий метод швидший, оскільки передбачає, що відома форма функції корисності.

У першому методі нам потрібно зробити серію виборів між гарантованою сумою грошей і випадковим виграшом. Цей метод називається методом еквівалентної лотереї. Розглянемо побудову функції корисності за допомогою цього методу.

Спочатку визначимо діапазон зміни аргументу функції корисності, а також діапазон зміни самої функції. Зазвичай за мінімальне значення аргументу приймають найменше значення грошового платежу, при цьому значення функції корисності вважається рівним нулю; за максимальне значення аргументу приймають найбільше значення грошового платежу, значення функції при цьому вважається рівним 1. У прикладі завдання 1 у найменше значення грошового платежу дорівнює -1200, а найбільше +1050, тому $U(-1200) = 0$, а $U(1050) = 1$.

Настає найскладніший етап визначення значень функції корисності. Наприклад, ми хочемо визначити значення функції корисності від аргументу 300 (тобто треба знайти значення $U(300)$). Продавець повинен вибрати таку ймовірність p , за якої такі альтернативи будуть для нього рівнозначними.

1. Отримати гарантований платіж 300.
2. Брати участь у лотереї, в якій з імовірністю p можна виграти 1050 або з імовірністю $1-p$ втратити 1200 (тобто отримати платіж -1200).

Очевидно, що якщо $p = 1$, то особа, яка ухвалює рішення, віддає перевагу другому варіанту, оскільки в цьому разі вона також гарантовано отримує платіж 1050 замість 300.

Аналогічно, якщо $p = 0$, то особа, яка ухвалює рішення, віддає перевагу першому варіанту, оскільки в цьому разі вона отримує гарантований платіж 300 замість -1200. Таким чином, доходимо висновку, що якщо ці дві альтернативи справді рівнозначні для особи, яка ухвалює рішення, то значення p повинно знаходитися між 0 і 1 і не повинно дорівнювати цим крайнім

значенням. Після того як особа, яка приймає рішення, відповідно до своїх уподобань визначить значення p , воно приймається за значення функції $U(300)$.

Припустимо, менеджер визначив, що $p = 0,6$. Тоді очікуване значення платежу дорівнює $0,6 * 1050 + 0,4 * (-1200) = 150$.

Таким чином, менеджеру однаково «цікаво» або отримати гарантовано 300, або зіграти в гру з меншим очікуваним виграшом (що дорівнює 150). Це означає, що наш менеджер налаштований на ризик, оскільки він готовий втратити гарантований платіж 300 більший, ніж очікуваний виграш.

Тепер припустимо, що менеджер вибрав імовірність $p = 0,8$.

Тоді очікуваний платіж гри в лотерею дорівнює

$$0,8 * 1050 + 0,2 * (-1200) = 600.$$

Це означає, що менеджер уникає ризику. Очевидно, що, чим більшим є значення ймовірності p , що обирається, тим більше особа, яка приймає рішення, уникає ризику.

Вирішивши рівняння

$$p * 1050 + (1 - p) * (-1200) = 300,$$

$$2250p - 1200 = 300,$$

$$p = 1500/2250 = 0,66,$$

знайдемо значення p , для якого очікуване значення результату лотереї дорівнює гарантованому платежу 300. Якщо людина, яка ухвалює рішення, обирає значення p більше 0,66, це означає, що вона уникає ризику. Якщо p дорівнює 0,66, вона нейтральна до ризику, і, якщо p менше цієї величини, вона налаштована на ризик.

Повторюючи описану процедуру для інших значень аргументу функції корисності, ми визначаємо її значення. Це досить складна і копітка робота, що вимагає як знання теорії ймовірностей, так і великого терпіння.

Іноді визначають функцію корисності не як індивідуальні уподобання особи, яка приймає рішення, а як ставлення фірми до грошового ризику, тобто визначають корпоративну (узагальнену) точку зору. Очевидні відмінності між індивідуальною функцією корисності (коли індивідуум боїться втратити кілька

тисяч доларів) і корпоративною (коли фірма оперує мільйонами доларів). Тому ми не стверджуємо, що визначення ймовірностей p за допомогою лотереї є об'єктивним способом побудови функції корисності. Ми також не відкриватимемо дискусію з приводу, чому все-таки цей підхід працює і використовується на практиці.

Через складнощі, розроблено інший метод оцінювання функції корисності, коли заздалегідь визначено її форму. Зазвичай за основу береться експоненціальна функція (у такому разі це функція корисності для особи, яка уникає ризику), де потрібно визначити тільки один параметр. Така функція використовується під час аналізу рішень, пов'язаних з інвестиціями, і в багатьох інших бізнес-додатках. Функція має вигляд

$$U(x) = 1 - e^{-x/r},$$

де x - грошова сума, якій ми маємо приписати певне значення корисності. Функція залежить від одного невідомого параметра r , який визначає міру схильності до ризику. Чим більше значення r , тим менше компанія або індивідум уникає ризику (тобто вони можуть піти на більший ризик). І, навпаки, чим менше значення r , тим більше компанія або індивідум уникає ризику.

Існує багато способів визначення значення параметра r . Два найпростіших способи покажемо нижче. У першому менеджер має визначити таку грошову суму r , щоб для нього були б рівнозначними такі два варіанти.

1. гра, де з імовірністю 50 на 50 можна було б виграти r доларів або втратити $r/2$ доларів.

2. Не грати і «залишитися при своїх» (нульовий платіж).

Наприклад, продавцю однаково «привабливо» нічого не втратити і не придбати або з імовірністю 0,5 виграти 200 і з такою ж імовірністю втратити 100. У цьому випадку r дорівнює 200.

Другий спосіб визначення величини r ґрунтується на емпіричних даних в залежності між:

величинами чистого прибутку,

капіталу,

обсяг чистих продажів компанії та її схильністю до ризику.

Вважається, що значення r приблизно дорівнює 124% від чистого прибутку, 15,7% від капіталу і 6,4% від обсягу чистих продажів (у грошовому еквіваленті).

Наприклад, велика компанія з чистим доходом в 1 млрд. має r близько 1,24 млрд., тоді як невелика компанія, в якій обсяг продажів становить 5 млн., має значення r , що приблизно дорівнює 320 000. Звісно, ці значення лише оціночні, але вони дуже корисні й показують, що більші компанії мають більше значення r і, отже, меншою мірою уникають ризику.

Повернемося до нашого прикладу і визначимо для нього функцію корисності. Оскільки бізнес дуже маленький (тобто не можемо дозволити собі витрати на побудову функції корисності за допомогою першого методу), краще використовувати експоненціальну функцію корисності, визначивши один параметр r . Далі за допомогою описаного вище підходу (рівнозначність нульового платежу та гри з імовірністю 50 на 50 виграти r доларів або втратити $r/2$ доларів) визначаємо, що значення r дорівнює 300. Тепер треба ввести функцію корисності в робочу книгу на новий робочий аркуш Корисність і розрахувати корисність для всіх можливих грошових платежів. На основі розрахованих значень корисності можна знайти нове оптимальне рішення, використовуючи процес обчислення очікуваного результату за умови, що відомі ймовірності всіх станів природи.

Тут важливо зрозуміти, що на основі побудованої функції корисності ми створюємо нову таблицю платежів, де замість грошових платежів наведено їхні значення корисності. Наприклад, у таблиці платежів (табл. 1.4) рішення 2 і третьому стану природи (коли попит дорівнює 2) відповідає грошовий платіж 700.

Функція корисності (рис. 2.3) переводить це грошове значення у значення корисності, що дорівнює 0,969. Саме це значення тепер буде платежем

для даної комбінації рішення і стану природи. Далі процес знаходження оптимального рішення добре відомий: обчислюють очікувані значення результату (корисності) для кожного рішення і вибирають те рішення, для якого очікуване значення буде найбільшим.

На рис.2.3 обчислені очікувані значення корисності наведені в стовпчику F. На цьому ж слайді показано побудовану функцію корисності. Далі процес знаходження оптимального рішення добре відомий: обчислюють очікувані значення результату (корисності) для кожного рішення і вибирають те рішення, для якого очікуване значення буде найбільшим. На рис. 2.3 обчислені очікувані значення корисності наведені у стовпчику F. У нашому випадку отримане рішення не збігається з отриманим рішенням у розділі 1 (рис. 1.2) під час розгляду моделі ухвалення рішення в умовах ризику, що є скоріше правилом, ніж винятком.

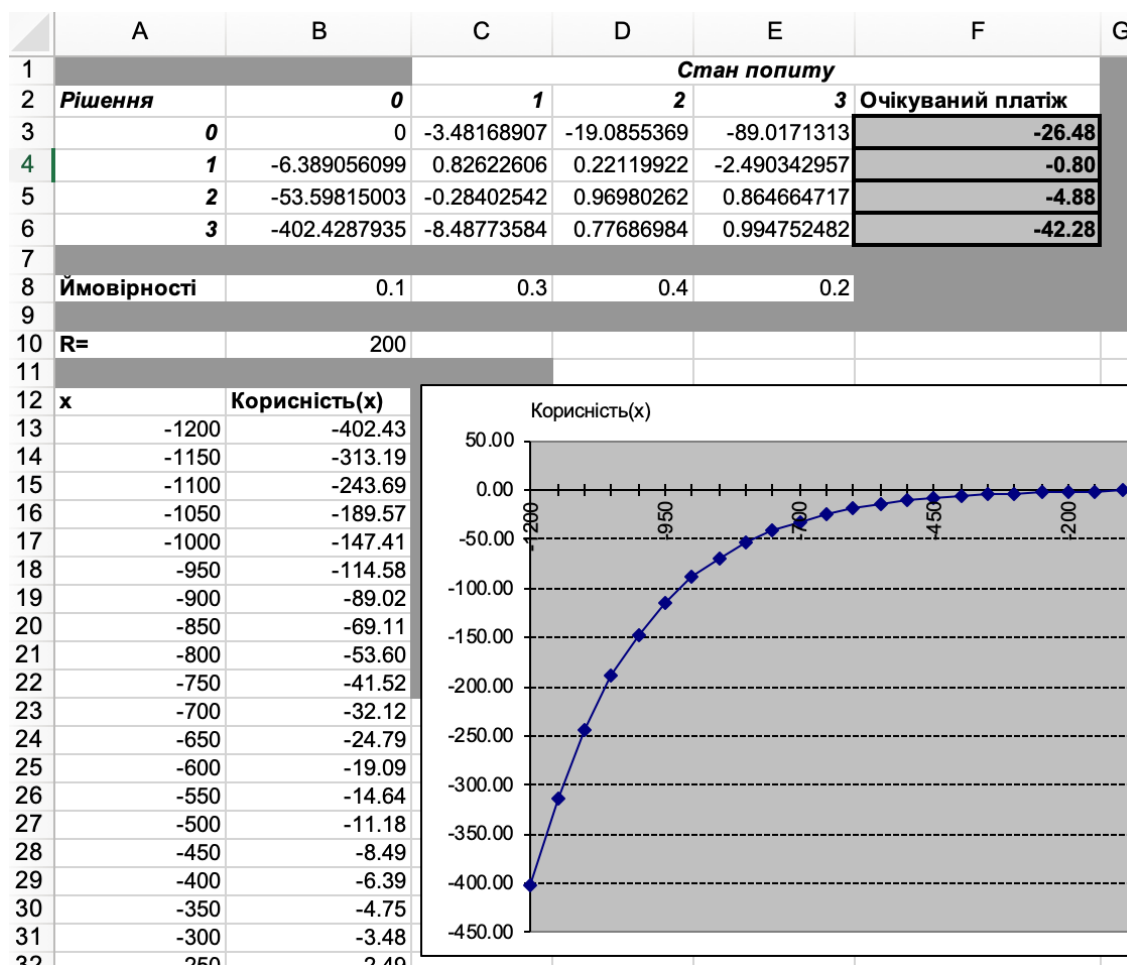


Рисунок 2.3 - Корисність

2.3. Контрольні запитання

Виберіть правильну відповідь

1. Корисність – це:

- a. об'єктивна оцінка товару, яка визначається конкретним споживачем;
- b. суб'єктивна оцінка властивостей товару, яку визначає конкретний споживач самостійно;
- c. максимальний розмір виграшу, який отримає конкретний споживач;

2. Функція Неймана - Моргенштерна показує:

- a. розмір плати, яку людина готова заплатити, щоб уникнути ризику;
- b. залежність результату настання події від групи факторів;
- c. корисність, яку визначає конкретна людина для кожної з альтернатив – результату настання події залежно від ставлення її до ризику;

3. Різниця між очікуваним ризиковим і гарантованим результатами при тому самому рівні корисності складає:

- a. винагорода за ризик;
- b. страховка за ризик;
- c. плата за ризик;

4. Для людини, яка є нейтральною до ризику, не характерно:

- a. на перше місце висувається середній розмір прибутку;
- b. на перше місце висувається максимальний розмір прибутку;
- c. на перше місце висувається мінімальний розмір прибутку;

5. Людина, яка при очікуваному результаті віддасть перевагу пов'язаній з ризиком альтернативі над безризиковою, називається:

- a. схильна до ризику;
- b. не схильна до ризику;
- c. нейтральна до ризику;

6. За ставленням до ризику в економіці виділяють три типи людей:

- a. нейтральні до ризику, зумовлені ризиком, супротивники ризику;
- b. прихильники ризику, супротивники ризику, зумовлені ризиком;

с. нейтральні до ризику, прихильники ризику, супротивники ризику;

7. Людина, яка при очікуваному результаті байдужа до вибору між гарантованою і ризиковою альтернативами, називається:

- а. схильна до ризику;
- б. не схильна до ризику;
- с. нейтральна до ризику;

8. Людина, яка при очікуваному результаті віддасть перевагу безризиковій альтернативі над ризиковою, називається:

- а. схильна до ризику;
- б. не схильна до ризику;
- с. нейтральна до ризику;

9. Сума, яку готовий заплатити, щоб уникнути ризику, не схильний до ризику суб'єкт, називається:

- а. винагорода за ризик;
- б. ризик;
- с. плата за ризик.

10. Нейтральними до ризику вважаються:

- а. індивіди, які при очікуваному результаті віддадуть перевагу пов'язаній з ризиком альтернативі над безризиковою;
- б. індивіди, які при очікуваному результаті віддадуть перевагу безризиковій альтернативі над ризиковою;
- с. індивіди, які при очікуваному результаті байдужі до вибору між гарантованою і ризиковою альтернативами.

Відповіді

1. а і с, 2. співвідношення ймовірності настання даної події до значення корисності, 3. застава за ризик, 4. немає правильної відповіді, 5. всі попередні відповіді правильні, 6. а і с, 7. б і с, 8. всі попередні відповіді правильні, 9. немає правильної відповіді, 10. а і с.

Розділ 3. Прийняття рішень та різні види ймовірностей.

3.1. Теоретичний матеріал: теорія ухвалення рішень. Теорема Байеса.

Типове управлінське рішення має такі характеристики.

1. Рішення приймається один-єдиний раз (наприклад, купувати ... сьогодні чи ні).
2. Результат ухваленого рішення залежить від невизначених (випадкових) подій, які можуть здійснитися в майбутньому (наприклад, підніметься чи впаде ціна на ..., причому практично жодної надійної інформації про ці події немає).

Звичайно, є певна інформація про подібні події в минулому, яка може щось сказати нам про правдоподібність різних результатів рішення (наприклад, ми знаємо про поведінку ціни за останній тиждень). Але ми не можемо провести експеримент, щоб одержати надійну оцінку ймовірностей подій, що нас цікавлять (тобто ми не можемо експериментально оцінити ймовірності підвищення або зниження ціни наступного тижня).

Як вийти з подібних ситуацій? Рекомендації можна звести до таких положень.

1. *Для кожного рішення слід визначити корисність (платіж) усіх можливих вихідних результатів.*
2. *Необхідно визначити ймовірність кожного вихідного результату.*
3. *Треба обчислити очікувану корисність (очікуваний результат) для кожного рішення.*
4. *Як найкраще рішення слід обирати те рішення, яке має найбільшу очікувану корисність.*

Останні дві рекомендації виконати відносно просто (теоретично), але перших двох дотримуватися складно. Справді, як нам дізнатися значення ймовірностей і корисності?

Відповідь полягає в тому, що ми в принципі не можемо знати ці значення - не існує істинних значень, які ми можемо виявити експериментально або

аналітично. Навпаки, ці параметри, ймовірності та корисності, є суб'єктивними за своєю природою і відображають думку та вподобання менеджера. Звісно, на оцінку менеджером цих параметрів можуть впливати будь-які зовнішні чинники (наприклад, думка експертів), але тут ідеться про те, що оцінки цих параметрів ми не можемо отримати об'єктивним способом, як це робиться у фізичних науках.

Однак існують підходи, які не дають нам потонути в морі суб'єктивності. Ці підходи використовують логіку еквівалентної лотереї. Вони дають досить тверде підґрунтя для оцінки як імовірностей, так і корисностей.

Аналіз рішень

Визначимо аналіз рішень як *формалізацію здорового глузду у вигляді моделей ухвалення рішень, які є надто складними для неформального застосування здорового глузду.*

Теорія прийняття рішень і аналіз рішень ґрунтується на основоположних роботах Джона фон Неймана й Оскара Моргенштерна.

У XVIII столітті було зроблено перші припущення науковців що-до того, що ризик для багатьох людей приносить “антикорисність”, тобто при збільшенні ступеня ризику завжди зменшується привабливість рішення. І лише в 40-х роках XX століття Д. Нейманом та О. Моргештерном була запропонована кардинально нова теорія сподіваної корисності, яка стосувалася вибору рішень з урахуванням ризику.

Основна ідея теорії полягає в тому, що рішення людини при виборі найкращої з існуючих альтернатив в умовах ризику може бути пояснене не єдиною результуючою характеристикою, а ймовірнісним розподілом вигоди, яку вона отримує при виборі конкретного рішення.

Теорія Неймана-Моргенштерна заснована на тому, що у людини при прийнятті рішення є система уподобань як по відношенню до конкретних благ, так і до подій (з певними ймовірностями), від яких вона може отримати той чи

інший набір благ. Дана ситуація отримала назву ризикових перспектив або лотереї.

Моделі ухвалення рішень, які відображають реальні управлінські та виробничі ситуації, як правило, дуже складні. Процес їх створення та аналізу можна умовно розбити на чотири етапи:

- 1) *створення структури моделі,*
- 2) *визначення значень ймовірностей можливих вихідних результатів,*
- 3) *визначення значень корисності можливих вихідних результатів,*
- 4) *оцінка альтернатив і вибір стратегії.*

Останній етап аналізу рішень, це серцевина аналізу рішень. Але на практиці зазвичай це найлегший етап аналізу. Значно більших зусиль потребують перші три етапи. Створення структури моделі, що включає в себе формулювання альтернатив і завдання цільової функції, часто є найскладнішим етапом аналізу, особливо, якщо модель відображає реальні ситуації.

Важливо зрозуміти, що аналіз рішень не передбачає повністю об'єктивного аналізу моделей ухвалення рішень. Багато аспектів аналізу рішень вимагають особистих суджень - це стосується структури моделі, визначення значень ймовірностей і корисностей. У багатьох складних моделях, що відображають реальні ситуації, просто не вистачає емпіричних даних для повного аналізу. Однак практика показує, що навіть у таких випадках аналіз рішень приносить безсумнівну користь. Тому завдання аналізу рішень полягає не в тому, щоб зробити його повністю об'єктивним або виключити будь-які суб'єктивні судження, а щоб виключити протиріччя між усіма видами чинників, що впливають на модель.

Умовні ймовірності

(Теорема (формула) Байєса дає змогу з'ясувати ймовірність події за умови, що вже відбулася пов'язана з нею інша подія. Також теорема дає

змогу розрахувати ймовірність події, якщо причину і наслідок поміняти місцями)

Хоча гральні кості та урни, заповнені кулями, на перший погляд, не мають жодного стосунку до теорії ухвалення рішень, за їхньою допомогою легко ввести поняття ймовірностей і потім через умовні ймовірності прийти до теореми Байєса. Припустімо, ми витягуємо кулю з урни згідно з таким двоетапним процесом.

1. Викидається кістка.
2. Значення на кості визначає, з якої урни буде витягуватися куля.

Кожна урна містить 100 куль, але різну кількість білих (Б) і чорних (Ч) куль. Якщо кістка впала так, що на верхній грані значення 1, то обирається перша урна, в якій 28 білих куль і 72 чорних кулі. Урна 2, що містить 40 білих і 60 чорних куль, вибирається в разі, якщо значення кістки 2 або 3. Якщо значення кістки 4, 5 або 6, обирається урна 3, що містить 92 білих і 8 чорних куль.

Ймовірність вибору урни 1 дорівнює $1/6$ (позначимо $P(1) = 1/6$). Оскільки урна 2 вибирається, якщо випадуть два значення кістки (2 або 3), то ймовірність вибрати цю урну дорівнює $2/6$ (тобто $P(2) = 2/6$). Аналогічно: урна 3 вибирається, якщо випаде хоча б одне з трьох значень кістки: 4, 5 або 6.

Етап 1	(1)	(2, 3)	(4, 5, 6)
	$P(1) = 1/6$	$P(2) = 2/6$	$P(3) = 3/6$
	↓	↓	↓
Етап 2	28 Б	40 Б	92 Б
	72 Ч	60 Ч	8 Ч
	Урна 1	Урна 2	Урна 3

Якщо вам ці урни з кулями і кості здаються надто абстрактними і не пов'язаними з реальним життям, можете інтерпретувати урни як три стани природи, що відповідають трьом рівням ринкового попиту якогось продукту, де урна 1 являє найменший рівень попиту, а урна 3 - найбільший. Два типи

куль можуть відповідати двом можливим варіантам маркетингових досліджень: біла куля представляє сприятливий результат досліджень (для даного продукту), а чорна - несприятливий.

Запис $P(B|1)$ позначає умовну ймовірність і читається як «ймовірність події B за умови, що відбулася подія 1». У цьому випадку це ймовірність витягнути білу кулю за умови, що обрано урну 1 (або ймовірність сприятливого результату маркетингових досліджень за умови, що рівень реального попиту на продукт дуже низький). Нагадаємо, якщо урна обрана, то кулю з неї обирають випадковим чином, тобто вважають, що всі кулі в урні мають однакову ймовірність бути обраними:

$$P(B|1) = 0,28 \text{ і } P(Ч|1) = 0,72,$$

$$P(B|2) = 0,40 \text{ і } P(Ч|2) = 0,60,$$

$$P(B|3) = 0,92 \text{ і } P(Ч|3) = 0,08.$$

У прикладі з маркетинговими дослідженнями ці ймовірності точно визначити не можна. Зазвичай їх оцінюють на основі даних про попередні маркетингові дослідження інших продуктів і припущення, що ці дані можна поширити на дослідження цього продукту. Наприклад, наведені значення ймовірностей $P(B|1) = 0,28$ і $P(Ч|1) = 0,72$ можна одержати в тому разі, якщо в попередніх 100 дослідженнях за низького рівня попиту у 28 дослідженнях було отримано сприятливий результат, а в 72 - несприятливий.

У прикладі з маркетинговими дослідженнями нас також може цікавити ймовірність $P(1|Ч)$ - ймовірність того, що на ринку насправді низький рівень попиту, якщо результат дослідження несприятливий. У прикладі кості та урнами це ймовірність того, що витягнута внаслідок двоетапного процесу чорна куля була витягнута саме з першої урни.

Перш ніж визначити значення цієї ймовірності, знайдемо ймовірність витягнути будь-яку кулю з урни 1, **незалежно** від кольору кулі. У нашому випадку ця **безумовна ймовірність** $P(1)$ витягнути з першої урни відома $1/6$.

У прикладі з маркетинговими дослідженнями ця ймовірність - це ймовірність зниженого попиту, визначена перед проведенням маркетингових досліджень.

Якщо ми знаємо, що витягнуто чорну кулю, а в першій урні переважають чорні кулі, то інтуїтивно ми відчуваємо, що ймовірність $P(1|Ч)$ має бути дуже високою. Але, щоб знайти точне значення цієї ймовірності, треба ввести ще один «тип» імовірностей.

Спільні ймовірності

Нехай X і Y - дві довільні випадкові події.

$$P(X \text{ і } Y) = P(X|Y) P(Y), \quad (1)$$

$$P(X \text{ і } Y) = P(Y \text{ і } X), \quad (2)$$

$$P(Y \text{ і } X) = P(Y|X) P(X), \quad (3)$$

$$P(Y|X) = \frac{P(Y \text{ і } X) P(Y)}{P(X)}. \quad (4)$$

Перша з цих рівностей дає формулу для визначення спільної ймовірності появи *обох подій* X і Y . Друга рівність показує рівнозначність позначень $P(X \text{ і } Y)$ і $P(Y \text{ і } X)$. Третя рівність - це просто інший спосіб запису першої рівності, оскільки для нас події X і Y рівнозначні. Остання рівність є наслідком попередніх трьох рівностей, вона дає можливість обчислити умовну ймовірність через відому «зворотною» умовну ймовірність

Щоб застосувати ці загальні рівності в нашому випадку, припустимо, що $Y=1$ і $X=Ч$. Тоді отримуємо

$$P(1|Ч) = \frac{P(Ч \text{ і } 1) P(1)}{P(Ч)}. \quad (5)$$

Ми знаємо ймовірності $P(Ч|1)$ і $P(1)$, але чому дорівнює ймовірність $P(Ч)$? Щоб знайти значення цієї ймовірності, використаємо прийом, який часто

застосовується в теорії ймовірностей. Подія Ч (тобто подія, яка полягає в тому, що буде вийнято чорну кулю) можлива тільки тоді, коли куля, вийнята зі скриньки 1, буде чорною, або куля, вийнята зі скриньки 2, буде чорною, або куля, вийнята зі скриньки 3, теж буде чорною. Таким чином,

$$\begin{aligned} P(Ч) &= P(1 \text{ і } Ч) + P(2 \text{ і } Ч) + P(3 \text{ і } Ч) = P(Ч \text{ і } 1) + P(Ч \text{ і } 2) + P(Ч \text{ і } 3) = \\ &= P(Ч|1)P(1) + P(Ч|2)P(2) + P(Ч|3)P(3). \end{aligned} \quad (6)$$

3.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи.

Теорема Байєса та обчислення апостеріорних ймовірностей

Підставивши останнє значення $P(Ч)$ у попередню формулу, отримаємо приклад застосування *теорему Байєса*

$$P(1|Ч) = \frac{P(Ч|1)P(1)}{P(Ч|1)P(1) + P(Ч|2)P(2) + P(Ч|3)P(3)}. \quad (7)$$

Оскільки всі значення в правій частині нам відомі, можемо обчислити ймовірність $P(1|Ч)$:

$$P(1|Ч) = \frac{72/100 \times 1/6}{72/100 \times 1/6 + 60/100 \times 2/6 + 8/100 \times 3/6} = \frac{1}{3}. \quad (8)$$

Нагадаємо, що безумовна ймовірність вийняти кулю з першої урни дорівнює $1/6$. Але якщо ми знаємо, що виймуть чорну кулю, то ймовірність того, що цю кулю дістали з першої урни, зростає вдвічі (дорівнює $1/3$). В інтерпретації прикладу з маркетинговими дослідженнями це означає, що до проведення досліджень ймовірність того, що ринок має низький рівень попиту (1), бралася рівною $1/6$, а після проведення досліджень та отримання несприятливого результату (Ч) ця ймовірність зростає до $1/3$.

Подібним чином ми можемо обчислити $P(1|B)$ та інші умовні ймовірності. Але замість цього розглянемо табличний підхід до обчислення ймовірностей.

Наведені нижче табл. 3.1 і 3.2 містять початкові значення відомих ймовірностей. Якщо дотримуватися прикладу маркетингових досліджень, то ймовірності в табл.1 слід називати *надійностями*, оскільки вони характеризують надійність результатів маркетингових досліджень; ймовірності в табл. 1.2 - це апріорні ймовірності стану природи.

Таблиця 3.1 - Надійність

Результат досліджень	Стан природи		
	1	2	3
Ч	$P(Ч 1) = 0,72$	$P(Ч 2) = 0,60$	$P(Ч 3) = 0,08$
Б	$P(Б 1) = 0,28$	$P(Б 2) = 0,40$	$P(Б 3) = 0,92$
Суми за стовпчиками	1	1	1

Таблиця 3.2 - Апріорні ймовірності (початкові ймовірності)

Стан природи			
1	2	3	Сума
$P(1) = 1/6$	$P(2) = 2/6$	$P(3) = 3/6$	1

Спільні ймовірності в табл.3.3 обчислюються шляхом помноження кожного елемента стовпчика i табл.3.1 на такий самий стовпчик i табл.3.2. Суми рядків i стовпців дають значення безумовних ймовірностей.

Таблиця 3.3 - Спільні та безумовні ймовірності

Стан природи			
--------------	--	--	--

Результат досліджень	1	2	3	Суми
Ч	$P(Ч1) = 0,12$	$P(Ч2) = 0,20$	$P(Ч3) = 0,04$	$P(Ч) = 0,36$
Б	$P(Б1) = 0,0467$	$P(Б2) = 0,1333$	$P(Б3) = 0,46$	$P(Б) = 0,64$
Суми за стовпчиками	$P(1) = 0,1667$	$P(2) = 0,3333$	$P(3) = 0,50$	1

Апостеріорні ймовірності в табл. 3.4 визначають шляхом ділення значень спільних ймовірностей у кожному рядку табл. 13 на відповідні значення безумовних ймовірностей, які обчислюють як суми рядків.

Табл. 3.4 Апостеріорні ймовірності (нові значення ймовірностей, перераховані на основі теореми Байєса з апіорних ймовірностей з урахуванням нової інформації)

Результат досліджень	Стан природи			Суми
	1	2	3	
Ч	$P(1 Ч) = 0,333$	$P(2 Ч) = 0,556$	$P(3 Ч) = 0,111$	1
Б	$P(1 Б) = 0,073$	$P(2 Б) = 0,208$	$P(3 Б) = 0,719$	1

І останнє. Якщо в прикладі з маркетинговими дослідженнями надійність цих досліджень оцінюють за статистичними даними, то чому ми не можемо використовувати ці дані для оцінювання апостеріорних ймовірностей? Припустимо, є дані про 300 проведених раніше маркетингових досліджень.

Таблиця.3.5. - Результати досліджень

Результат досліджень	Стан природи			Суми по строкам
	1	2	3	
Ч	72	60	8	140
Б	28	40	92	160
Суми за стовпчиками	100	100	100	300

Виходячи з цих даних ми оцінюємо ймовірність $P(Ч|1)$ як $72/100 = 0,72$. Чому тоді не можна вважати, що ймовірність $P(1|Ч)$ дорівнює $72/140 = 0,514$? Насамперед зауважимо, значення $0,514$ відрізняється від значення $0,333$, отримане за формулою (8). Причина цього полягає в різних значеннях апіорних імовірностей. Припустивши, що $P(1) = P(2) = P(3) = 1/3$, як це впливає з табл.3.5, і застосувавши теорему Байєса, ми справді отримаємо $P(1|Ч) = 0,514$. Але якщо в нашому розпорядженні будуть інші початкові оцінки ймовірностей станів природи, то ми отримаємо інші значення апостеріорних імовірностей. Припустимо, що ми впевнені на 100%, що рівень попиту на нашу продукцію високий, тобто вважаємо, що $P(3) = 1,0$. Тоді застосування теореми Байєса дає $P(1|Ч) = 0$, $P(2|Ч) = 0$, $P(3|Ч) = 1,0$. Інакше кажучи, у цьому випадку навіть несприятливий результат маркетингових досліджень не може змінити апіорні ймовірності.

Висновок: апостеріорні ймовірності залежать від значень апіорних імовірностей, сьогодинішні оцінки апіорних імовірностей станів природи можуть не збігатися з оцінками, отриманими на основі статистичних даних.

Розділ 4. Використання моделювання при прийнятті рішень.

4.1. Теоретичний матеріал: імітаційне моделювання

Імітаційне моделювання

Імітаційне моделювання (*simulation*) є одним із потужних методів аналізу економічних систем. Під імітацією розуміють процес проведення на ЕОМ експериментів з математичними моделями реальних систем. Цілі проведення імітаційних експериментів можуть бути різними — від виявлення властивостей та закономірностей досліджуваної системи до вирішення конкретних практичних завдань. З розвитком засобів обчислювальної техніки та програмного забезпечення спектр застосування імітації у сфері економіки істотно розширився. Імітаційне моделювання з успіхом використовують як для розв'язання завдань внутрішньо фірмового управління, так і для моделювання процесів управління на макроекономічному рівні. Розглянемо основні переваги застосування імітаційного моделювання у процесі вирішення завдань фінансового аналізу.

Оскільки імітація - це комп'ютерний експеримент, її головна відмінність полягає в роботі з моделлю системи, а не з самою системою. Тому імітаційне моделювання доцільно в тих випадках, коли робота з реальною системою ускладнена або взагалі неможлива. Наприклад, проведення реальних експериментів з економічними системами, як правило, вимагає значних витрат і навряд чи може бути здійснено на практиці. У такому випадку імітація виглядає єдиним способом дослідження систем без проведення реальних експериментів.

При дослідженні параметрів та поведінки економічних систем часто постає проблема збору необхідної інформації. Іноді цю проблему практично неможливо розв'язати, оскільки це потребує значних фінансових витрат. Наприклад, при оцінюванні ризику інвестиційних проектів, як правило, використовують прогнознi дані щодо обсягів продажу, витрат, цін тощо. Щоб адекватно оцінити ризик, потрібно мати велику кількість інформації для формулювання правдоподібних гіпотез про ймовірнісні розподіли ключових

параметрів. Зібрати потрібний обсяг інформації здебільшого проблематично. Використання імітаційного моделювання дозволяє замінити відсутні фактичні дані величинами, що отримані в процесі імітаційного експерименту.

Однією з найефективніших галузей використання імітаційного моделювання є аналіз процесів, що містять ймовірнісні величини (тобто величини, на поведінку яких не впливають особи, що приймають рішення). Такі моделі називають стохастичними. Стохастичні моделі часто виникають при вирішенні завдань фінансового аналізу. Застосування імітації дозволяє зробити висновки щодо можливих результатів, базуючись на ймовірнісних розподілах випадкових величин. Стохастичну імітацію часто називають методом Монте-Карло. Існує багато інших переваг імітації. Докладний виклад основ імітаційного моделювання і його застосування в різних сферах можна знайти у відповідній літературі. Ми ж розглянемо технологію застосування імітаційного моделювання для аналізу ризиків інвестиційних проектів з використанням програми MS Excel.

Що таке моделювання методом Монте-Карло?

Багато людей стверджують, що досвід - найкращий вчитель. На жаль, часто вельми "затратно" (за грошима або за часом) отримати реальний досвід. Це зауваження нашої хвилює на думку використовувати імітацію як швидкий і економний шлях набуття знань, які зазвичай можна отримати тільки з досвіду або експерименту.

Мета імітаційного моделювання - створити середовище або модель, що дають змогу шляхом експерименту отримати потрібну інформацію про об'єкти навколишнього світу, не спілкуючись безпосередньо з цими об'єктами. Імітація є основою багатьох прикладних експериментів. Вона використовується, наприклад, під час перевірки медичних препаратів на тваринах, які імітують реакцію людського організму; під час тестування автомобілів на випробувальних стендах, коли імітується дорожнє середовище; під час випробування моделей літаків в аеродинамічній трубі, де імітуються

умови польоту реального літака; під час тренінгу пілотів на тренажерах, де на екранах моніторів імітуються умови реального польоту.

Під час проведення кількісного аналізу імітація є основою експериментів, що проводяться на математичних моделях. Хоча і під час імітації, і під час оптимізації використовуються кількісні моделі, ці моделі будуються, виходячи з різних концепцій. Основна відмінність цих моделей полягає в тій ролі, яку відіграють у них змінні рішення.

Щоб зробити цю відмінність між моделями оптимізації та імітації більш наочною, розглянемо такий приклад. Припустімо, що керівництво супермаркету хоче визначити, скільки касирів і пакувальників повинно перебувати на виході торгових секцій для того, щоб мінімізувати витрати на персонал і скоротити час обслуговування покупців.

Якщо для вирішення цієї проблеми використовується оптимізаційна модель, то необхідно задати параметри цієї моделі. Такими параметрами, найімовірніше, будуть інтенсивність приходу покупців, розподіл часу обслуговування покупця в разі, якщо продавець упакує або не упакує товар, та інші подібні кількісні параметри. У результаті оптимізації такої моделі ми знатимемо оптимальну кількість працівників, відповідне значення цільової функції (вартість персоналу), а також лімітуючи обмеження.

В імітаційній моделі вхідними параметрами моделі будуть (як і в моделі оптимізації) інтенсивність приходу покупців, розподіл часу обслуговування покупця та інші, математичний вираз для обчислення цільової функції, а також кількість працівників. Виходом моделі буде безліч різних вимірів, таких як вартість (персоналу), час очікування покупця, завантаженість працівників тощо. У загальному випадку модель дає змогу виміряти кількісні характеристики очікуваного рішення, яке може набувати різних значень у процесі імітації внаслідок імовірнісної природи деяких вхідних параметрів моделі. Імітаційне моделювання передбачає проведення численних випробувань моделі та тісне спілкування з її розробником, але тут не ставиться мета знайти оптимальне рішення.

Таке моделювання дає змогу дешево і швидко визначити значення числових чинників реальних ситуацій, що становлять практичний інтерес.

Застосування імітаційного моделювання

Після такого введення виникає запитання: чи потрібне взагалі імітаційне моделювання, якщо воно не може знайти оптимального рішення? Ще в недалекому минулому імітацію вважали методом "другого сорту", який застосовували тільки тоді, коли "пробуксовували" аналітичні методи. І справді, якщо вже побудовано аналітичну модель, то зазвичай за допомогою того чи іншого методу оптимізації можна знайти оптимальне детерміноване рішення. Однак сьогодні імітація вважається одним із найпопулярніших і найкорисніших методів кількісного аналізу. У чому ж причина такої популярності?

1. По-перше, аналітичні моделі часто важкі для формалізації та побудови, а іноді їх взагалі неможливо побудувати. Будь-яка аналітична модель має свої "ускладнюючі" фактори, які залежать від специфіки даної моделі. Наприклад, у фінансових моделях таким чинником може бути випадковий (непрогнозований) попит, у моделях черг - імовірнісний розподіл змінних, відмінний від експоненціального, у виробничих моделях - велике число постачальників матеріалів і комплектуючих тощо.
2. Аналітичні моделі зазвичай дають середньостатистичне або стаціонарне (довготривале) рішення. На практиці часто важлива саме нестаціонарна поведінка системи або її характеристики на короткому часовому інтервалі, що не дає можливості отримати "середні" значення.
3. Імітаційні моделі можна створювати і використовувати на персональних комп'ютерах; рівень комп'ютерної та математичної підготовки, необхідний для створення і виконання корисних імітаторів, сьогодні значно знижений.

Нині в багатьох випадках імітаційні моделі будують не замість аналітичних, а паралельно з ними, оскільки вони відносно прості для створення і дають змогу досліджувати такі параметри реальних систем, які неможливо відобразити в аналітичних моделях.

Імітація та випадкові величини

Імітаційні моделі часто використовують для аналізу рішень, схвалюваних в умовах ризику, тобто для аналізу моделей, у яких поведінка (або значення) кількох чинників заздалегідь не відома. Такі чинники називаються випадковими змінними або випадковими величинами. Поведінка випадкових величин описується розподілом імовірностей. Цей тип імітації іноді називають методом Монте-Карло "на честь" рулеток Монте-Карло, що генерують випадкові змінні та випадкові події.

Метод Монте-Карло (метод статистичних випробувань, метод імітаційного моделювання) використовується в тих випадках, коли виникає необхідність в обліку великої сукупності факторів ризику, що проявляються в різних областях підприємницької діяльності. Для здійснення процесу моделювання заздалегідь фіксується сукупність врахованих параметрів, визначаються діапазони зміни їх значень і кожному параметру присвоюється певна імовірність. Потім із заданого діапазону довільним чином вибираються значення параметрів і розраховується інтегральний показник ризику. Імітаційне моделювання уможливорює створення випадкових сценаріїв. Результат виражається у вигляді імовірнісного розподілу всіх можливих передбачуваних значень результативних показників. Цей метод використовується в найбільш складних для прогнозування випадках. Багато аналітиків відзначають, що він часто дає більш оптимістичні оцінки, ніж сценарний метод, що пояснюється перебором більшого числа проміжних варіантів.

Вперше на науковому рівні метод Монте-Карло було використано при розробці ядерної бомби, свою ж назву даний метод отримав за назвою міста – європейського центру казино та азартних ігор, де даний метод застосовується

найбільш широко. На сьогодні ж метод Монте-Карло використовується практично у всіх сферах науки – від фізики до економіки.

В межах методу Монте-Карло аналіз ризику виконується за допомогою моделей можливих результатів. При створенні таких моделей будь-який фактор, якому властива невизначеність, замінюється діапазоном значень – розподілом імовірностей. Потім виконуються багаторазові розрахунки результатів, причому кожен раз використовується інший набір випадкових значень функцій імовірності. Часом для завершення моделювання буває необхідно провести тисячі і навіть десятки тисяч розрахункових операцій – залежно від кількості невизначеностей і встановлених для них діапазонів. Моделювання за методом Монте-Карло дозволяє отримати розподіл значень можливих наслідків.

При використанні розподілів імовірностей змінні можуть мати різні імовірності настання різних наслідків. Розподіл імовірностей являє собою більш реалістичний спосіб опису невизначеності змінних в процесі аналізу ризику. Нижче наведено найбільш розповсюджені типи розподілу імовірностей.

Нормальний розподіл (або “крива Гауса”). Щоб описати відхилення від середнього значення, дослідник визначає середнє або очікуване значення та стандартне відхилення. Значення, розташовані посередині, поруч із середнім, характеризуються найбільш високою імовірністю. Нормальний розподіл симетричний і описує безліч звичайних явищ – наприклад, розподіл населення певного віку за розміром взуття, одягу, масою тіла, тощо. До прикладів змінних, які описуються нормальними розподілами, належать темпи інфляції та ціни на енергоносії.

Логнормальний розподіл. Значення мають позитивну асиметрію і на відміну від нормального розподілу несиметричні. Такий розподіл використовується для відображення величин, які не опускаються нижче нуля, але можуть мати необмежені додатні значення. Приклади змінних, що

описуються логнормальним розподілом, включають вартість нерухомого майна, ціни на акції та нафтові запаси.

Рівномірний розподіл. Всі величини можуть з однаковою імовірністю приймати ті чи інші значення, аналітик просто визначає мінімум і максимум. До прикладів змінних, які можуть мати рівномірний розподіл, належать виробничі витрати або доходи від майбутніх продажів нового продукту.

Трикутний розподіл. Аналітик визначає мінімальне, найбільш імовірне і максимальне значення. Найбільшу імовірність мають значення, розташовані біля точки максимальної імовірності. В число змінних, які можуть бути описані трикутним розподілом, входять обсяги продажу за минулий період в одиницю часу і рівні запасів матеріальних оборотних коштів.

PERT-розподіл. Аналітик визначає мінімальне, найбільш імовірне і максимальне значення – так само, як при трикутному розподілі. Найбільшу імовірність мають значення, розташовані біля точки максимальної імовірності. Однак величини в діапазоні між найбільш імовірним і граничними значеннями проявляються з більшою імовірністю, ніж при трикутному розподілі, тобто відсутній акцент на граничних значеннях. Приклад використання PERT- розподілу – опис тривалості виконання завдання в рамках моделі управління проектом.

Дискретний розподіл. Користувач визначає конкретні значення з числа можливих, а також імовірність отримання кожного з них.

При моделюванні за методом Монте-Карло значення вибираються випадковим чином з вихідних розподілів імовірності. Кожна вибірка значень називається ітерацією; отриманий з вибірки результат фіксується. В процесі моделювання така процедура виконується сотні або тисячі разів, а підсумком стає розподіл імовірностей можливих наслідків. Таким чином, моделювання за методом Монте-Карло дає більш повне уявлення про можливі події. Воно дозволяє судити не тільки про те, що може статися, але і про те, яка імовірність такого результату.

Переваги і недоліки методу Монте-Карло систематизовані в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1 – Переваги та недоліки методу Монте-Карло

Переваги	Недоліки
1. Висока точність прогнозу.	1. Можна використати тільки для прогнозних оцінок.

Генерування випадкових величин

У цьому розділі ми покажемо, як здійснювати випадкову вибірку з генеральної сукупності, що має заданий імовірнісний розподіл, що є синонімом генерування випадкових величин. Існує два типи випадкових величин: дискретні та безперервні. Дискретна випадкова величина може набувати лише певних значень (наприклад, лише цілих), тоді як безперервна випадкова - будь-яке значення (включно з дробовими) із заданого безперервного інтервалу.

Для генерування випадкових величин розроблено генератори випадкових чисел електронних таблиць, які генерують випадкові числа, рівномірно розподілені на інтервалі від 0 до 1.

Щоб генерувати значення випадкового попиту, необхідно розбити інтервал 0-1 на низку під-інтервалів, як показано нижче.

Випадкове число	Попит
0,0 – 0,09999	8
0,1 – 0,29999	9
0,3 – 0,59999	10
0,6 – 0,79999	11
0,8 – 0,89999	12
0,9 – 0,99999	13

Вочевидь, що таке розбиття не єдине, зазвичай його проводять послідовно відповідно до зростаючого порядку попиту. Якщо випадкове число, отримане від генератора випадкових чисел, потрапляє в будь-який із визначених інтервалів, приймається значення попиту, що відповідає цьому інтервалу.

Описаний метод застосовується тільки для генерування значень дискретних випадкових величин. Але в багатьох моделях необхідно генерувати значення як дискретних, так і безперервних величин.

Щоб отримати значення довільної дискретної випадкової величини, необхідно мати:

- 1) значення дискретної рівномірно розподіленої випадкової величини,
- 2) розподіл імовірностей дискретної випадкової величини, значення якої генеруються.

Аналогічно, щоб отримати значення безперервної випадкової величини, необхідно мати:

- 1) значення безперервної рівномірно розподіленої випадкової величини,
- 2) розподіл імовірностей (у вигляді функції розподілу) безперервної випадкової величини, значення якої генеруються.

Функція розподілу

Розглянемо поняття функції розподілу випадкової величини. Як приклад розглянемо розподіл випадкового попиту (позначимо його D). Функція розподілу $F(x)$ випадкової величини D визначається як імовірність події, що D менше або дорівнює x , тобто $F(x) = P\{D \leq x\}$. Якщо відомі ймовірності конкретних значень дискретної випадкової величини, то побудувати функцію розподілу не складає особливих труднощів. Наприклад, для попиту D функція розподілу матиме такі значення.

x	8	9	10	11	12	13
$F(x)$	0,1	0,3	0,6	0,8	0,9	1,0

Загальна схема генерування значень дискретної випадкової величини з використанням функції розподілу показана на рис. 1. Спочатку генерується значення u рівномірної випадкової величини і визначається положення цього значення на вертикальній осі графіка функції розподілу. Від цього значення на вертикальній осі проводиться горизонтальна лінія до перетину з графіком функції розподілу, і від точки перетину опускається перпендикуляр на горизонтальну вісь. Основа цього перпендикуляра визначає значення випадкової величини. Наприклад, якщо $u = 0,5$, то d , значення випадкового попиту D , дорівнюватиме 10.

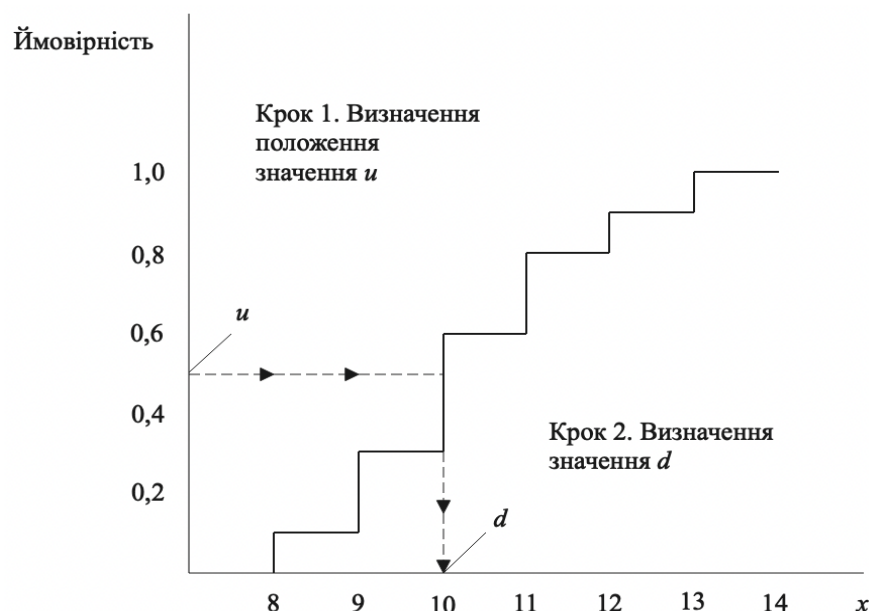


Рисунок 4.1. Значення дискретно розподіленої випадкової величини

Чому працює описана процедура? Тому що тут імовірність отримати будь-яке конкретне значення випадкової величини дорівнює ймовірності того, що дана випадкова величина прийме це значення. Наприклад, ми хочемо, щоб попит приймав значення 10 з імовірністю 0,3. Значення 10 можна отримати, якщо значення u лежить між 0,3 і 0,6 на вертикальній осі. Оскільки випадкова величина U рівномірно розподілена на інтервалі від 0 до 1, то ймовірність того, що значення u подає в інтервал від 0,3 до 0,6, дорівнює довжині цього інтервалу, тобто $0,6 - 0,3 = 0,3$, що збігається з імовірністю того, що попит прийме значення 10. Аналогічно, нехай попит приймає значення 11 з

імовірністю 0,2. Значення 11 можна отримати, якщо u належатиме інтервалу від 0,6 до 0,8, що може трапитися з імовірністю $0,8 - 0,6 = 0,2$, і т.д. (Але що ми повинні зробити, якщо u *точно* дорівнюватиме 0,6 - яке значення, 10 чи 11, ми повинні приписати попиту? Відповідь на це запитання не має великого значення, оскільки ймовірність того, що u *точно* дорівнюватиме 0,6, дорівнює нулю. Однак вважається, що якщо $u = 1$, то попит вважається рівним 13.)

Описаний спосіб генерування значень випадкових величин можна застосувати для моделювання будь-яких дискретних величин. Розглянемо моделювання *дискретного рівномірного розподілу*, де цілі значення від 8 до 12 повинні мати рівні ймовірності. Так, функція Excel RAND (СЛЧИС) повертає випадкове число з інтервалу від 0 до 1, тобто вона моделює *безперервний рівномірний розподіл*. Виникає запитання: чи можна використовувати безперервний рівномірний розподіл для моделювання дискретного рівномірного розподілу? Зауважимо, що формула $=5 \times \text{RAND}()$ повертатиме рівномірно розподілені випадкові числа з інтервалу 0-5, тому формула $=8 + 5 \times \text{RAND}()$ генеруватиме рівномірні випадкові числа з інтервалу 8-13. Тепер, якщо ми використовуємо функцію Excel INT (ЦЕЛОЕ), яка повертає цілу частину числа, то формула $=\text{INT}(8 + 5 \times \text{RAND}())$ генеруватиме дискретний рівномірний розподіл цілих чисел від 8 до 12. Нижче показано, яким інтервалам мають належати значення функції RAND, щоб відповідати певним випадковим цілим числам.

Таблиця 4.2 Використання функції RAND для генерування дискретних випадкових чисел

Значення функції RAND	$=\text{INT}(8 + 5 \times \text{RAND}())$
$0,0 \leq \text{RAND}() < 0,2$	8
$0,2 \leq \text{RAND}() < 0,4$	9
$0,4 \leq \text{RAND}() < 0,6$	10
$0,6 \leq \text{RAND}() < 0,8$	11
$0,8 \leq \text{RAND}() < 1,0$	12

Оскільки всі ці інтервали мають однакову довжину (що дорівнює $1/5$), то всі цілі числа мають однакову ймовірність (також дорівнює $1/5$). У загальному випадку для того, щоб моделювати рівномірний дискретний розподіл цілих чисел, що набувають значень від x до y , можна використовувати формулу

$$=INT(x+(y-x+1) \times RAND()).$$

Генерування значень безперервних випадкових величин

Описаний вище метод генерування значень дискретних випадкових величин легко використовувати для безперервних випадкових величин. Головним елементом для генерування значень w випадкової величини W є її функція розподілу $F(x) = P\{W \leq x\}$. Така функція розподілу є типовою - вона змінюється від 0 до 1, не убуває і *безперервна* (тобто не має стрибків, що є присутніми у функції розподілу дискретних випадкових величин). Для того щоб отримати значення w випадкової величини W спочатку слід отримати значення u рівномірно розподіленої випадкової величини U і визначити положення цього значення на вертикальній осі графіка функції розподілу. Як видно з рис. 4.2 значенню $u = 0,8$ відповідає значення $w = 5,2$ (приблизно).

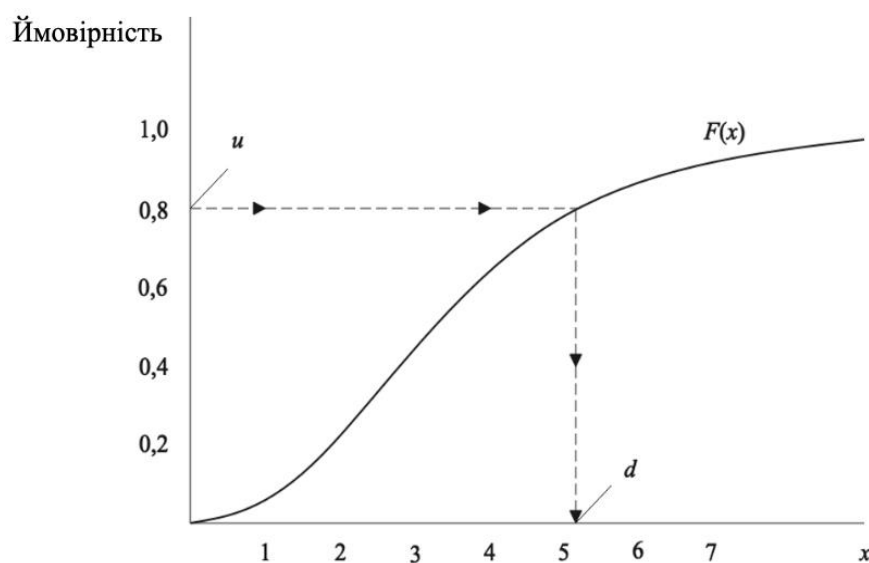


Рисунок 4.2. Значення рівномірно розподіленої випадкової величини

Ми розглянули тільки загальну схему генерування значень випадкових величин. На практиці така робота зазвичай доручається комп'ютеру. Але при

цьому використовується два різні алгоритми залежно від того, чи задано функцію розподілу аналітично або в табличній формі у вигляді ряду значень. Щоб за значенням u знайти значення w , треба розв'язати рівняння

$$U = F(w) = P \{W \leq w\}$$

відносно w . Якщо функція $F(w)$ задана простим математичним виразом, то часто вдається аналітично розв'язати таке рівняння, тобто в явному вигляді виразити w як функцію від u .

Моделювання експоненціального розподілу

Експоненціальний розподіл часто використовують у моделях черг для завдання часу між надходженнями клієнтів у систему обслуговування. Функція цього розподілу задається формулою

$$F(w) = P\{W \leq w\} = 1 - e^{-\lambda w},$$

де $1/\lambda$ дорівнює середньому (математичному очікуванню) випадкової величини W . Звідси неважко знайти розв'язок (відносно w) рівняння

$$u = 1 - e^{-\lambda w}.$$

Цим рішенням буде

$$w = -1/\lambda \ln(1-u).$$

Припустимо, що необхідно отримати одне значення експоненціального розподілу випадкової величини, у якої математичне очікування дорівнює 20 (тобто $1/\lambda = 20$). Для цього виконаємо такі дії.

1. За допомогою RAND отримуємо значення u рівномірно розподіленої випадкової величини. Нехай для визначеності $u = 0,75$.
2. Підставляємо значення 0,75 замість u , отримаємо

$$w = -1/\lambda * \ln(1-u) = -20 * \ln(1-0,75) = 27,72.$$

У загальному випадку, якщо треба отримати кілька значень експоненціальної розподіленої випадкової величини з математичним очікуванням 20, потрібно записати в клітинку Excel формулу

$$=20*LN(1-RAND()),$$

яка генеруватиме потрібні значення.

Моделювання нормального розподілу

Нормальний розподіл відіграє велику роль в імітаційних та аналітичних моделях. В імітаційних моделях часто припускають, що будь-які кількісні параметри розподілені за нормальним законом.

Наприклад, попит має нормальний розподіл із середнім (математичним очікуванням)

$$\mu = 1000$$

і стандартним відхиленням

$$\sigma = 100.$$

Щоб змодельовати такий розподіл, зауважимо таке: (тобто нормальний розподіл з нульовим математичним очікуванням і одиничним стандартним відхиленням), то випадкова величина

$$\mu + \sigma$$

має нормальний розподіл із середнім μ і стандартним відхиленням σ .

Таким чином, завдання моделювання будь-яких нормально розподілених випадкових величин зводиться до завдання моделювання випадкової величини, що підкоряється стандартному нормальному закону.

На жаль, функція розподілу цього закону не дає змоги отримати в явному вигляді аналітичний вираз для w як функцію від u . Але в Excel є вбудована функція NORMINV, яка повертає значення w за відомого значення u . Наприклад, щоб отримати значення нормально розподіленої випадкової величини із середнім 1000 і стандартним відхиленням 100, слід застосувати формулу Excel

$$= \text{NORMINV}(\text{RAND}();1000;100).$$

Генерування випадкових величин за допомогою надбудови

Модуль Analysis Tools входить до складу стандартної конфігурації Excel і призначений для виконання базових операцій статистичного аналізу.

Отримані за його допомогою результати не оновлюються у разі зміни вихідних даних, тому після виконання команди модуля Analysis Tools для оновлення результатів потрібно знову виконати цю команду.

Далі наведемо короткий опис команд діалогового вікна надбудови Random Number Generation (Генерація випадкових чисел) для створення стовпців із випадковими числами відповідно до заданого розподілу.

Рисунок 4.3 - Діалогове вікно Random Number Generation (Генерація випадкових чисел)

Поле **Number of Variables** (Число змінних)

Використовується для введення кількості стовпців випадкових змінних, які слід згенерувати. Якщо це значення не вказано, Excel за замовчуванням заповнить випадково генерованими значеннями всі доступні стовпці.

Поле **Number of Random Numbers** (Число випадкових чисел)

Використовується для введення кількості рядків у всіх стовпцях випадкових змінних, які слід згенерувати. Якщо це значення не вказано, Excel

за замовчуванням заповнить випадково генерованими значеннями всі доступні стовпці.

Список Distribution (Розподіл)

Використовується для вибору одного із семи типів розподілів, відповідно до якого генеруватимуться випадкові числа, і для зазначення параметрів цього розподілу в розташованому нижче розділі Parameters (Параметри).

Поле Random Seed (Випадкове розсіювання)

Використовується для зазначення початкового числа для генерації послідовності випадкових чисел. Врахуйте, що введення одного й того самого числа призводить до генерації однакових випадкових чисел. Це поле недоступне для модельного та дискретного типу розподілу.

Розділ Output Options (Параметри виведення)

Output Range (Вихідний інтервал)

Цей перемикач використовується для вказівки початкового осередку у верхньому лівому кутку діапазону осередків, у які розташовуватимуться отримані результати.

New Worksheet Ply (Новий робочий аркуш)

Цей перемикач використовується для вказівки імені нового робочого аркуша, в якому розташовуватимуться отримані результати.

New Workbook (Нова робоча книга)

Цей перемикач використовується для вказівки того, що отримані результати будуть розташовуватися в новій робочій книзі.

4.2. Завдання для аудиторної та самостійної роботи.

Модель фінансового планування

Початкові витрати, які включають вартість розробки та проектування, створення та випробування дослідного зразка, становлять 150 млн. Нову модель продаватимуть за ціною 35 млн. за одиницю. Постійні витрати

оцінюються в 15 млн. на рік, тоді як змінні витрати на рік становлять 75% від доходу.

Амортизаційні відрахування на нове обладнання становлять 10 млн. на рік протягом 4 років прогнозованого періоду виробництва. Залишкову вартість обладнання після 4 років експлуатації передбачити досить складно, тому визначимо її за консервативним типом, тобто рівною нулю. Для компанії вартість капіталу становить 10%, а податкова ставка - 34%.

Невизначеним фактором розглянутої моделі є попит. Якщо припустити, що попит становитиме 10 одиниць, то NPV становитиме 12'455.60\$.

	A	B	C	D	E	F
1	Початкові дані					
2	Початкові витрати	150'000.00\$	Змінні витрати	75.00%	від доходу	
3	Ціна продажу	35'000.00\$	Вартість капіталу	10.00%		
4	Постійні витрати	15'000.00\$	Ставка податку	34.00%		
5	Амортизація/рік	10'000.00\$				
6			Попит/рік	10	одиниць	
7						
8		Рік	0	1	2	3
9	Попит		10	10	10	10
10	Дохід		350000	350000	350000	350000
11	Постійні витрати		15000	15000	15000	15000
12	Змінні витрати		262500	262500	262500	262500
13	Амортизація		10000	10000	10000	10000
14	Прибуток перед податком		62500	62500	62500	62500
15	Податок		21250	21250	21250	21250
16	Прибуток після податку		41250	41250	41250	41250
17	Чистий прибуток	-150000	51250	51250	51250	51250
18						
19	NPV	12'455.60\$				

	B	C	D	E
8	Рік	0	1	2
9		=\$D\$6	=\$D\$6	=\$D\$6
10		=C9*\$B\$3	=D9*\$B\$3	=E9*\$B\$3
11		=\$B\$4	=\$B\$4	=\$B\$4
12		=C10*\$D\$2	=D10*\$D\$2	=E10*\$D\$2
13		=\$B\$5	=\$B\$5	=\$B\$5
14		=C10-SUM(C11:C13)	=D10-SUM(D11:D13)	=E10-SUM(E11:E13)
15		=C14*\$D\$4	=D14*\$D\$4	=E14*\$D\$4
16		=C14-C15	=D14-D15	=E14-E15
17	=B2	=C16+C13	=D16+D13	=E16+E13
18				
19	=NPV(\$D\$3,C17:F17)+B17			

Рисунок 4.4 - Модель фінансового планування

Модель із випадковим попитом

Неможливо точно передбачити попит на 4 роки наперед. Більш реалістичною є модель, де попит не фіксований за роками, а є послідовністю випадкових величин. Можна встановити базовий рівень попиту, наприклад, 10, у такому разі точні значення попиту за роками будуть випадковими флуктуаціями щодо цього базового рівня.

Генерація випадкового попиту

Спробуємо генерувати випадковий попит на 4 роки, щоб побачити, як може змінюватися значення NPV. Припустимо, що попит може набувати значень 8, 9, 10, 11, 12 з рівними ймовірностями. Це приклад рівномірного дискретного розподілу. Спробуємо визначити значення за формулою

$$=INT(8+5 \times RAND()),$$

яка повертатиме цілі значення 8, 9, 10, 11 або 12 з рівними ймовірностями. Для того, щоб задати нові значення для попиту і виконати множинні випробування, достатньо натиснути клавішу F9, яка ініціює перерахунок робочого аркуша.

C9						
	A	B	C	D	E	F
1	Початкові дані					
2	Початкові витрати	150'000.00	Змінні витрати	75.00%	від доходу	
3	Ціна продажу	35'000.00	Вартість капіталу	10.00%		
4	Постійні витрати	15'000.00	Ставка податку	34.00%		
5	Амортизація/рік	10'000.00				
6			Попит/рік	10	одиниць	
7						
8		Рік	0	1	2	3
9	Попит		8	8	8	8
10	Дохід		280000	280000	280000	280000
11	Постійні витрати		15000	15000	15000	15000
12	Змінні витрати		210000	210000	210000	210000
13	Амортизація		10000	10000	10000	10000
14	Прибуток перед податком		45000	45000	45000	45000
15	Податок		15300	15300	15300	15300
16	Прибуток після податку		29700	29700	29700	29700
17	Чистий прибуток	-150000	39700	39700	39700	39700
18						
19	NPV	-24'156.34				

Рисунок 4.5 - Випадковий попит

Оскільки в цій моделі попит є випадковою величиною, то NPV також є випадковою величиною.

Результати імітації

Побудована імітаційна модель може допомогти дати відповідь на два питання щодо розподілу NPV:

- 1) Чому дорівнює математичне очікування (очікуване значення) NPV, і
- 2) Яка ймовірність того, що NPV прийме від'ємне значення?

Щоб відповісти на ці запитання, потрібно багато разів, наприклад 100, виконати імітацію.

Виконаємо таку імітацію.

J2 =B19

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Початкові дані								Імітація №	NPV
2	Початкові витрати	150'000.00	Змінні витрати	75.00%	від доходу				1	8905.64
3	Ціна продажу	35'000.00	Вартість капіталу	10.00%					2	-249.32
4	Постійні витрати	15'000.00	Ставка податку	34.00%					3	8554.59
5	Амортизація/рік	10'000.00							4	24612.25
6			Попит/рік	10	одиниць				5	8550.65
7									6	2432.88
8		Рік	0	1	2	3	4		7	8554.59
9	Попит		10	10	11	8			8	10798.95
10	Дохід		350000	350000	385000	280000			9	2910.15
11	Постійні витрати		15000	15000	15000	15000			10	30844.41
12	Змінні витрати		262500	262500	288750	210000			11	18056.66
13	Амортизація		10000	10000	10000	10000			12	17745.05
14	Прибуток перед податком		62500	62500	71250	45000			13	4606.24
15	Податок		21250	21250	24225	15300			14	1644.00
16	Прибуток після податку		41250	41250	47025	29700			15	6460.11
17	Чистий прибуток	-150000	51250	51250	57025	39700			16	11583.89
18									17	-4939.21
19	NPV	8'905.64							18	-205.93

Рисунок 4.6 - Результати імітації випадкового попиту

Комірки стовпчика I починаючи з комірки I2 послідовно заповнимо від 1 до 100. Далі в комірку J2 вводимо формулу =B19. Тепер створимо таблицю підстановки.

1. Виділимо діапазон I2:J101.
2. Виконаємо команду Data $\Rightarrow$ Data Table.
3. У діалоговому вікні вводимо K1

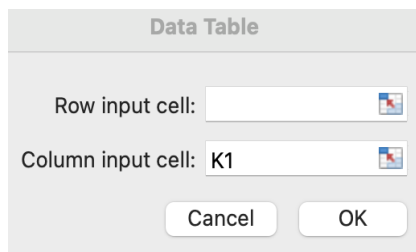


Рисунок 4.7 - Таблиця підстановки

4. Натисніть на кнопці ОК.

Excel підставить по черзі всі значення з діапазону I2:I101 до комірки K1 (що не матиме жодного ефекту), перерахує робочу книжку та збереже отримані значення NPV у сусідніх комірках стовпчика J, як показано на рис. .

Статистичний аналіз отриманих значень NPV можна провести за допомогою надбудов Excel. Щоб скористатися цим, необхідно зробити таке.

1. Виконайте команду Tools $\Rightarrow$ Data Analysis.
2. У діалоговому вікні Data Analysis виберемо Descriptive Statistics.
3. Заповніть діалогове вікно і натисніть ОК.

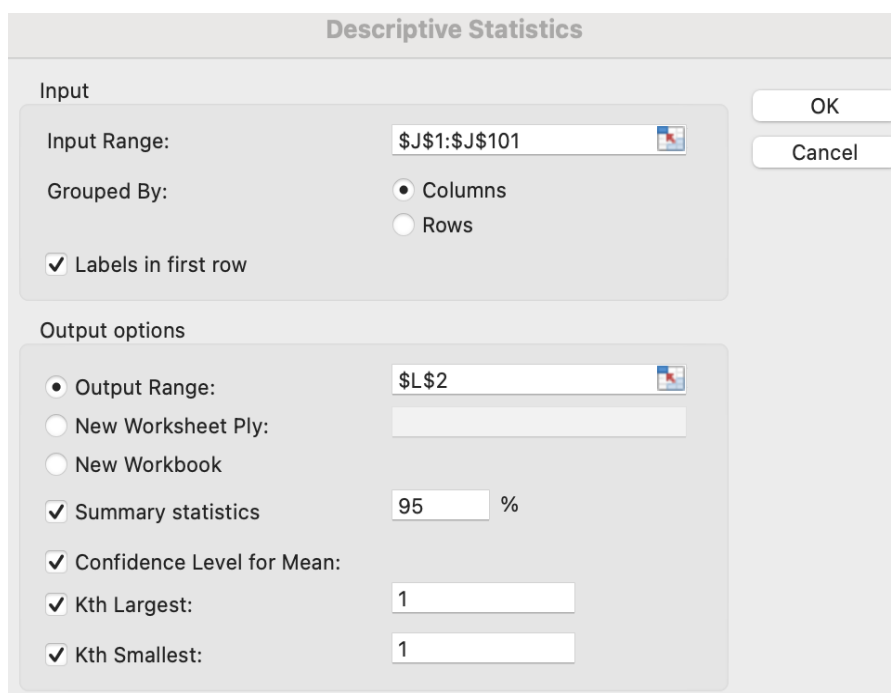


Рисунок 4.8 - Статистичний аналіз

Результати роботи надбудови показано нижче.

M22				$f_x = \$M\$4 - 1.96 * \$M\$8 / \text{SQRT}(\$M\$16)$	
	I	J	K	L	M
1	Імітація №	NPV			
2	1	-3606.00		NPV	
3	2	-6678.69			
4	3	5943.40		Mean	10928.64695
5	4	3344.03		Standard Error	1349.012735
6	5	7288.44		Median	10658.92869
7	6	-11139.81		Mode	25117.13681
8	7	-7073.13		Standard Deviation	13490.12735
9	8	9339.53		Sample Variance	181983536
10	9	27688.89		Kurtosis	-0.949302743
11	10	28556.66		Skewness	0.008821958
12	11	24612.25		Range	55829.07588
13	12	-15478.66		Minimum	-15478.65583
14	13	25117.14		Maximum	40350.42005
15	14	-726.59		Sum	1092864.695
16	15	7517.21		Count	100
17	16	30761.58		Largest(1)	40350.42005
18	17	14195.09		Smallest(1)	-15478.65583
19	18	21650.01		Confidence Level(95.0%)	2676.733937
20	19	18451.10			
21	20	26734.34		95% довірчий інтервал	
22	21	-6367.09		Нижня межа	8284.581989
23	22	-14610.89		Верхня межа	13572.71191

Рисунок 4.9 - Статистичний аналіз отриманих значень NPV

Середнє NPV дорівнює 10928,64, стандартне відхилення - 13490,12. Отримані результати також показують, що значення NPV можуть змінюватися від -15478,65 до 40350,42 - це інтервал можливих значень NPV.

Розподіл NPV

Незважаючи на те, що дані досить повно характеризують NPV, вони не дають змоги відповісти на деякі суттєві запитання. Наприклад, яка ймовірність крайніх значень NPV (тобто найкращого і найгіршого варіантів)? Щоб відповісти на подібні запитання, необхідно знати розподіл NPV. Щоб отримати графічне представлення розподілу ймовірностей, функцію розподілу і таблицю частот, необхідно виконати таке.

1. Виконати команду Tools $\Rightarrow$ Data Analysis.
2. У Діалоговому вікні Data Analysis виберемо Histogram.
3. Заповнимо вікно, що відкривається, як показано нижче.

Histogram

Input

Input Range:

Bin Range:

☒ Labels

Output options

Output Range:

☒ New Worksheet Ply:

☐ New Workbook

☐ Pareto (sorted histogram)

☒ Cumulative Percentage

☒ Chart Output

OK

Cancel

Рисунок 4.10 - Визначення розподілу NPV

Результати будуть представлені на окремому робочому аркуші. Дані в стовпчику B показують, скільки значень NPV (зі ста) потрапили в інтервали, визначені Excel у стовпчику A (ці інтервали називаються *кишенями*). Наприклад, тільки одне значення NPV менше або дорівнює -15478,656. П'ять значень лежить у межах -9895,74 до -4312,84. Найбільше значення (14) лежить в інтервалі 12435,88 - 18018,78. Дані в стовпчику C показують, що приблизно 21% значень NPV від'ємні.

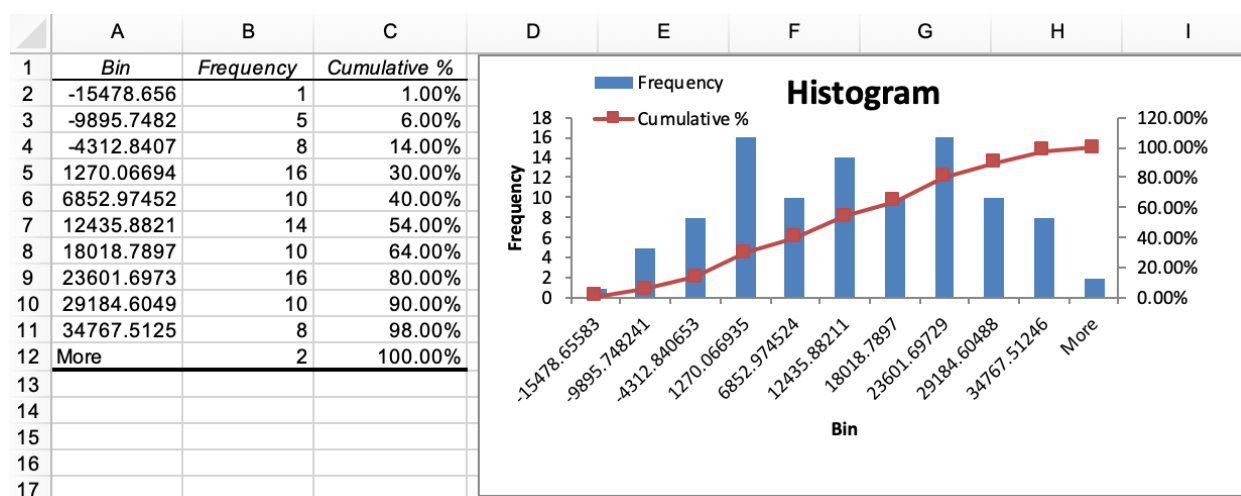


Рисунок 4.11 - Розподіл NPV

Надійність результатів імітації

Необхідно відповісти на два запитання щодо розподілу NPV. По-перше, яке середнє значення NPV (відповідь - 10928.64). По-друге, яка ймовірність від'ємних значень NPV (відповідь - 21%). Тепер настав час поставити інші запитання: яка надійність отриманих результатів і чи можна її підвищити.

Збільшуючи кількість випробувань імітаційної моделі, ми підвищуємо надійність отриманих результатів. З курсу математичної статистики ми знаємо, що на основі отриманих результатів можна побудувати довірчий інтервал для статистичних характеристик, які нас цікавлять. Наприклад, можна побудувати довірчий інтервал, який з імовірністю 95% містив би істинне значення середнього NPV. Цей інтервал будується так: нижня межа цього інтервалу дорівнює отриманому значенню середнього мінус 1,96 стандартного відхилення, поділеного на корінь із числа імітацій; верхня цього інтервалу дорівнює отриманому значенню середнього плюс 1,96 стандартного відхилення, поділеного на корінь із числа імітацій. Такий довірчий інтервал для середнього NPV лежить у межах від 8284.58 до 13572.71. Таким чином, окрім поточного припущення, що середнє NPV дорівнює 10928.64695, можна стверджувати, що з надійністю (імовірністю) 95% істинне (невідоме) значення середнього лежить у межах (8284.58 - 13572.71).

Під час проведення таких обчислень слід уникати пастки "середнього значення": багато хто впевнений, що істинне середнє будь-якої випадкової змінної завжди можна розрахувати, підставивши замість випадкових величин, від яких залежить дана змінна, їхні істинні середні. Наприклад, справжнє значення середнього NPV обчислюють, підставивши замість значень випадкового попиту його середнє, тобто значення 10. Це глибоко помилковий підхід - залежності між середнім (математичним очікуванням) випадкових величин настільки складні й нелінійні та настільки залежать від їхніх імовірнісних розподілів, що тільки в окремих випадках можна в описаний спосіб знайти середнє обчислюваної випадкової змінної.

4.3. Контрольні запитання

Виберіть правильну відповідь

1. У типовій імітаційній моделі вхідними даними є:
 - a. значення параметрів;
 - b. значення змінних рішення;
 - c. значення спостережуваних змінних;
 - d. все перераховане вище;
 - e. *a і b.*
2. До переваг імітаційного моделювання (порівняно з аналітичними моделями оптимізації) можна віднести:
 - a. можливість багаторазового вимірювання параметрів моделі, що нас цікавлять;
 - b. можливість отримання оцінки мінливості вихідних результатів моделі;
 - c. можливість дослідження складних сценаріїв поведінки системи;
 - d. все перераховане вище.
3. Розглянемо імітатор із випадковими елементами, де як показник ефективності системи використовують дохід. Чи справедливі такі твердження.
 - a. Як оцінку значення очікуваного доходу можна використовувати значення доходу, усереднене за великою кількістю випробувань імітатора.
 - b. При зростанні кількості випробувань, середнє значення доходу, отримане в результаті імітації, прагне до очікуваного значення доходу.
 - c. Значення середнього доходу завжди однакове протягом десяти випробувань імітатора.
 - d. Нічого з перерахованого вище.
4. Випадкове число, отримане за допомогою генератора випадкових чисел електронної таблиці, це:
 - a. дійсне з інтервалу від 0 до 1, причому всі числа з цього інтервалу мають однакову ймовірність;

- b. число, вибране навмання з множини чисел, на якій задано рівномірний розподіл;
 - c. число, вибране навмання з безлічі чисел, на якому ймовірнісний розподіл, заданий менеджером;
 - d. нічого з перерахованого вище.
5. Нехай за допомогою генератора випадкових чисел отримано випадкове число 0,63. Відповідне значення v випадкової величини, що має нормальний розподіл, визначається таким чином:
- a. v – це ймовірність того, що нормально розподілена випадкова величина $\leq 0,63$;
 - b. v – це таке число, що ймовірність того, що нормально розподілена випадкова величина $\leq v$, дорівнює 0,63;
 - c. v – це таке число, що ймовірність того, що нормально розподілена випадкова величина v , дорівнює 0,63;
 - d. нічого з перерахованого вище.
6. Щоб зменшити вплив початкових умов на результати імітації, можна:
- a. варіювати значення системних параметрів;
 - b. збільшити кількість розглянутих альтернативних рішень;
 - c. збільшити кількість випробувань і не розглядати дані, отримані під час перших випробувань моделі для всіх наборів параметрів і рішень;
 - d. усе перераховане вище.
7. Як аналітичні, так і імітаційні моделі можна використовувати для розв'язання задач, що включають випадкові події. При цьому часто аналітичні моделі кращі за імітаційні з таких причин:
- a. імітаційне моделювання вимагає проведення великої кількості випробувань, щоб отримати хорошу оцінку значень цільової функції для кожного окремого рішення;
 - b. за допомогою аналітичної моделі можна отримати оптимальне рішення;
 - c. розв'язання задачі за допомогою імітаційного моделювання вимагає оцінити велику кількість можливих альтернативних рішень;

d. усе перераховане вище.

8. Використання імітаційного моделювання доцільне в таких ситуаціях:

- a. отримані раніше рішення можна використовувати для передбачення (з подальшою перевіркою) інших рішень;
- b. можна провести велику кількість випробувань для кожного рішення;
- c. для імітації всіх можливих рішень;
- d. нічого з перерахованого вище.

Відповіді

1. e, **2.** d, **3.** a, **4.** a, **5.** b, **6.** c, **7.** d, **8.** a.

Список рекомендованої літератури:

Основна література

1. Ризикологія в маркетинговій діяльності : навч. посіб. для студ. спеціальності 075 «Маркетинг» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: С. О. Лебеденко. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. 91 с.
2. Бугріменко Р.М., Смірнова П.В. Ризикологія : навч. посіб. Харків : ТОВ «Видавництво «Форт», 2022. 148 с.
3. Лижник Ю. Б., Бочарова Ю.Г. Ризикологія та економіка змін: методичні рекомендації з вивчення дисципліни. Кривий Ріг : ДонНУЕТ, 2022. 78 с.

Додаткова література

1. Яресько Р.С. Ризик-менеджмент інвестиційних проектів [Електронний ресурс] : дис. кандидата економічних наук : спец.: 08.00.04 - економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності) / – Київ. – 2016.
2. Гавриш О.А. Критичний аналіз нормативних засад управління проектними ризиками Економічний вісник НТУУ «КПІ» : збірник наукових праць. - 2017. - № 14. - С. 216-222.
3. Вітлінський В. В. Ризикологія в економіці та підприємстві : Монографія / В. В.Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. — К. : КНЕУ, 2004. — 245 с.
4. Овчиннікова А.В. Оцінювання маркетингових ризиків в інвестиційних проектах на підприємствах альтернативної енергетики [Електронний ресурс] : дис. Кандидата економічних наук : спец.: 08.00.04 - економіка та управління підприємствами (за видами економічної діяльності) / – Київ. – 2014.
5. Тюленева Ю.В. Особливості управління ризиками корпоративної соціальної відповідальності підприємств / Економічний вісник НТУУ «КПІ»: збірник наукових праць. - 2014. - № 11. - С. 305-311.

Перелік посилань:

Козицький В. Математична теорія кооперативних ігор/В. Козицький. - Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2016. - 416 с.

- Волошин О. Моделі та методи прийняття рішень/ О. Волошин, С. Мащенко. - Київ : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. - 336 с
2. Донець Л. І. Економічні ризики та методи їх вимірювання : навч. посіб. / Л. І. Донець. – К. : Центр навчальної літератури, 2006. – 312 с.
3. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій : [навч. посіб.] / І. Ю. Івченко. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 344 с.
4. Клименко С. М. Обґрунтування господарських рішень і оцінка ризиків : [навч. посіб. для самостійного вивчення дисципліни] / С. М. Клименко, О. С. Дуброва. – К. : КНЕУ, 2006. – 188 с.
5. Шиян А. А. Теорія ігор: основи та застосування в економіці та менеджменті: навч. посіб. / А. А. Шиян – Вінниця : ВНТУ, 2009. – 164 с.
6. Задоя А. О. Мікроекономіка: Курс лекцій та вправи : навч. посіб. – 2-ге вид., стер. – К. : Т-во “Знання”, КОО, 2002. – 211 с.
7. Івченко І. Ю. Моделювання економічних ризиків і ризикових ситуацій: [навч. посіб.] / І. Ю. Івченко. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 344 с.
8. Вітлінський В. В. Ризикологія в економіці та підприємництві : монографія / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К. : КНЕУ, 2004. – 245 с.
9. Дж. фон Нейман, О.Моргенштерн. Теория игр и экономическое поведение. Перев. с англ. под ред. и с доб. Н.Н.Воробьева. изд-во "Наука", 1970, 708 с.