

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ТЕОРІЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИГНАЛІВ І КІЛ КУРСОВА РОБОТА

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою
«Інформаційні вимірювальні технології»
спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка»

Укладачі: Ю.М. Туз, Ю. С. Шумков, О. В. Козир

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Рецензенти

Артюхов В.Г., канд. техн. наук, доц., доцент кафедри системного проектування навчально-наукового інституту прикладного системного аналізу, КПІ ім. Ігоря Сікорського
Токовенко С.О., канд. техн. наук, доц., директор ТОВ «РОСТОК-ПРИЛАД ЛТД»

Відповідальний редактор

Самарцев Ю.М., канд. техн. наук, доцент

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 2 від 30.09.2022 р.)
за поданням Вченої ради Приладобудівного факультету
(протокол № 10/22 від 26.09.2022 р.)*

Основні завдання курсової роботи з «Теорія електричних сигналів і кіл»: формування умінь та навичок застосування методів аналізу електричних сигналів і кіл як аналітичними методами, так і за допомогою сучасних комп'ютерних технологій; проведення досліджень у середовищі системи комп'ютерної математики Mathcad; з метою практичного підтвердження теоретичних положень – проведення досліджень на комп'ютерних моделях в середовищі SPICE-подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP. Наведено багато прикладів, які ілюструють техніку розрахунків електричних кіл у чисельному та у символьному вигляді з використанням вбудованих функцій в середовищі Mathcad, що дають змогу реалізувати ті чи інші методи аналізу. Все це сприяє якісному засвоєнню матеріалу студентами.

Призначений для здобувачів вищої освіти за спеціальністю «Метрологія та інформаційно-вимірвальна техніка». Може бути корисним для студентів інших технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Реєстр. № НП 22/23-118. Обсяг 4,6 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

ЗМІСТ

Вступ	5
1. Тематика, мета та основні завдання курсової роботи	6
2. Порядок та рекомендації щодо виконання курсової роботи та обробки результатів	8
3. Методичні вказівки до виконання розділів роботи	10
3.1. Метод змінних стану. Нормальна система динамічних диференціальних рівнянь першого порядку (в формі Коші)	10
3.1.1. Складання нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку за методом еквівалентних джерел та рівнянь Кірхгофа	11
3.1.2. Розв'язок системи відносно змінних стану в середовищі Mathcad	16
3.1.3. Аналіз електричних кіл на операційних підсилювачах	20
3.2. Аналіз кола операторним методом. Реакція кола за нульових початкових умов. Системна функція кола. Власна реакція кола. Повна реакція кола при простих та складних вхідних діях	22
3.3. Аналіз кола за методом інтегралів згортки. Реакція кола при простих та складних вхідних діях	28
3.4. Спектральний метод. Розклад вхідного сигналу та синтез вихідного сигналу рядами Фур'є. Амплітудний спектр сигналів. Розрахунок реакції кола в усталеному режимі. Вплив АЧХ кола на спектр вихідного сигналу.	32
3.5. Амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики кола. Метод побудови асимптотичних діаграм Боде за моделями типових динамічних ланок першого та нульового порядків	39
3.6. Дослідження типового електричного кола на операційному підсилювачі. Системна функція. Частотні та часові динамічні характеристики кола на ОП	46
3.7. Комп'ютерне моделювання електричного кола в середовищі SPICE-подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP	51
4. Додатки	56
Додаток А. Варіанти схем до курсової роботи	56
Додаток Б. Титульна сторінка	67
Додаток В. Зразок завдання на курсову роботу	68
Додаток Д. Типові випробувальні сигнали	70
Додаток Е. Джерела сигналів у програмі Micro-CAP	71
E1.1. Незалежні джерела сигналів	71
E1.2. Незалежні джерела напруги і струму (V и I) складної форми Waveform sources	71

E1.3. Залежні джерела (Dependent Sources).....	77
E1.4. Функціональні джерела сигналів (Function Sources)	78
E1.5. Лінійні керовані джерела, які задаються перетвореннями Лапласа (Laplace Sources) і Z- перетвореннями (Z Transform Sources)	78
Додаток Ж. Виведення числових даних у програмі Micro-CAP	83
Додаток З. Зчитування числових даних у системі Mathcad	84
5. Список рекомендованої літератури	86

ВСТУП

Кредитний модуль «Теорія електричних сигналів і кіл. Курсова робота» є нормативним освітнім компонентом освітньої програми «*Інформаційні вимірювальні технології*» спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» і належить до циклу дисциплін професійної підготовки

Кредитний модуль дозволить закріпити фундаментальні основи теорії електричних сигналів і кіл пристроїв інформаційно-вимірювальної техніки, методи аналізу у часовій та частотній області.

Впровадження у навчальний процес комп'ютерних технологій, а саме, системи комп'ютерної математики Mathcad і *SPICE*-подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP (*Microcomputer Circuit Analysis Program*), сумісне використання цих програм під час виконання курсової роботи з дисципліни «Теорія електричних сигналів і кіл» дає значні переваги в порівнянні з традиційним підходом: дає можливість більш ефективного розв'язання задач аналізу електричних сигналів і кіл; розширити коло завдань, що розв'язуються, посилити їх складність та різноманітність; збільшити об'єм матеріалу; позитивно впливає на якість засвоєння навчального матеріалу та формування навичок використання комп'ютерної техніки, що є важливим у майбутній фаховій діяльності.

У посібнику наведено багато прикладів, які ілюструють техніку розрахунків електричних кіл у чисельному та у символічному вигляді з використанням вбудованих функцій в середовищі Mathcad, що дають змогу реалізувати ті чи інші методи аналізу. Все це сприяє якісному засвоєнню матеріалу студентами.

1. ТЕМАТИКА, МЕТА ТА ОСНОВНІ ЗАВДАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Приблизна тематика курсової роботи:

«Аналіз складних електричних R, L, C -кіл в часовій та частотній області, порівняльний аналіз методів аналізу».

Метою курсової роботи є поглиблене вивчення теоретичного матеріалу, набуття практичних навичок та вмінь щодо вирішення практичних завдань дослідження електричних сигналів і кіл на прикладі типових схем, характерних для пристроїв інформаційно-вимірювальної техніки (ІВТ) в середовищі системи комп'ютерної математики Mathcad та проведення досліджень на комп'ютерних моделях в середовищі *SPICE* - подібної програми схмотехнічного моделювання Micro-CAP (*Microcomputer Circuit Analysis Program*). У ході виконання курсової роботи студенти мають продемонструвати наступні результати навчання.

Знання

1. Знати методи аналізу лінійних електричних кіл на основі опису кіл у часовій області системами диференціальних рівнянь та їх розв'язку, а саме: знати класичний метод аналізу перехідних процесів та метод змінних стану.
2. Знати методи аналізу лінійних електричних кіл на основі операторного методу з використанням одностороннього перетворення Лапласа (один з потужних математичних апаратів розв'язку диференціальних рівнянь, що описують процеси в лінійних електричних колах).
3. Знати методи аналізу лінійних електричних кіл на основі інтегралів згортки.
4. Знати спектральний метод аналізу.
5. Студент повинен вміти використовувати наведені вище методи аналізу на практиці.

Уміння

1. Уміння виконати дослідження реакції електричних кіл пристроїв ІВТ на типові вимірювальні сигнали, використовуючи аналітичні методи розрахунку у часовій та частотній області.
2. Уміння проводити дослідження сигналів та кіл за допомогою сучасних комп'ютерних технологій, а саме, з використанням математичного аналізу, матричних методів, розрахунків у чисельному та у символьному вигляді, математичного моделювання в середовищі системи комп'ютерної математики Mathcad.
3. Уміння проводити дослідження сигналів і кіл на комп'ютерних моделях в середовищі SPICE-подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP.

Отриманий досвід

1. Досвід практичного застосування набутих теоретичних знань.
2. Досвід самостійної роботи з навчальною, навчально-методичною і довідковою літературою.

2. ПОРЯДОК ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ ТА ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ

Виконання курсової роботи передбачає розв'язок конкретної практичної задачі з використанням відомого теоретичного матеріалу, а також самостійно вивченого теоретичного матеріалу.

Приблизна структура курсової роботи

Курсова робота включає такі питання. На прикладі електричної схеми кола (2-го чи 3-го порядку) виконати різними методами розрахунок реакції кола (задача аналізу) на типові *вимірювальні* сигнали в часовій та частотній області.

1. Часова область:

- скласти в середовищі Mathcad за методом еквівалентних джерел та рівнянь Кірхофа нормальну систему динамічних диференціальних рівнянь першого порядку відносно змінних стану;

- знайти реакцію кола (розв'язок нормальної системи диференціальних рівнянь) при вхідних діях різного виду (простої та складної форми) за нульових чи ненульових початкових умов;

- аналіз реакції кола операторним методом за нульових (знайти системну функцію) чи ненульових початкових умов, власної та повної реакції;

- визначення часових динамічних характеристик кола (імпульсної і перехідної характеристики), визначення часу встановлення вихідного сигналу;

- аналіз реакції кола при простих та складних вхідних діях за допомогою інтегралів згортки за методами імпульсних та перехідних характеристик, з використанням неперервної або дискретної згортки;

- аналіз реакції кола символьним методом в усталеному гармонічному режимі.

Перевірка результатів аналізу у середовищі у середовищі SPICE- подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP.

2. Частотна область:

- визначення частотних характеристик кола;

- аналіз спектральним методом реакції кола на типові сигнали.

3. Перевірка результатів аналізу на комп'ютерних моделях у середовищі *SPICE*- подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP.

4. Порівняння методів розрахунку щодо переваг чи недоліків того чи іншого методу аналізу за різних умов роботи схеми.

5. Висновки.

Всі розрахунки, які потрібні під час аналізу електричного кола тим чи іншим методом, виведення числових даних, побудову графіків електричних процесів, що аналізуються, робіть в середовищі системи комп'ютерної математики Mathcad.

З метою перевірки одержаних результатів та практичного підтвердження теоретичних положень – проведення досліджень на комп'ютерних моделях в середовищі *SPICE*-подібної програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP. Якщо розрахунки в Mathcad здійснено правильно, то вони повині збігатися з результатами моделювання в Micro-CAP.

До роботи додається ілюстративний матеріал:

– фрагменти документів Mathcad, які пояснюють розрахунки за всіма пунктами завдання;

– результати моделювання (електричні схеми, графіки досліджуваних процесів тощо) в середовищі Micro-CAP.

Завдання містять 20 варіантів, що за умови фронтального методу відпрацювання робіт задовольняє індивідуальному характеру навчання.

Слід зауважити, що матеріал в посібнику доповнює раніше надрукований навчальний посібник авторів з теорії електричних сигналів і кіл¹, тому саме на це видання надані посилання для опрацювання теоретичних частин робочих завдань. За необхідності надаються додаткові пояснення, приклади виконання робочих завдань в середовищі Mathcad та Micro-CAP.

¹ Туз, Ю.М. Теорія електричних кіл і сигналів [Текст]: навч. посібн. / Ю. М. Туз, Ю. С. Шумков; за заг. ред. Ю.М. Туза. – К.: "Корнійчук", 2012. – 448 с. – ISBN 978-966-7599-73-7. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46984>

3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО ВИКОНАННЯ РОЗДІЛІВ РОБОТИ

3.1. Метод змінних стану. Нормальна система динамічних диференціальних рівнянь першого порядку (в формі Коші)

Стандартні процедури чисельного інтегрування, які використовуються в більшості математичних систем, наприклад, таких як Mathcad, орієнтовані на нормальні системи диференціальних рівнянь, зведених до форми Коші:

$$\begin{cases} y_1' = f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n); \\ y_2' = f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n); \\ \dots \\ y_n' = f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n). \end{cases}$$

де

$$\begin{cases} y_1(x_0) = y_{0,1}; \\ y_2(x_0) = y_{0,2}; \\ \dots \\ y_n(x_0) = y_{0,n}. \end{cases}$$

Тут перша система являє собою систему звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) першого порядку, розв'язаних відносно похідних (нормальна форма системи ЗДР), а друга – задає початкові умови.

Змінними стану електричних кіл називають напруги (заряди) ємнісних елементів, струми (потокозчеплення) індуктивних елементів:

$$q(t), v_C(t), \Psi(t), i_L(t) \text{ – змінні стану,}$$

для яких виконується закон комутації (їх значення не можуть змінитися миттєво у момент комутації). Для них можна легко знайти початкові умови (за режимом кола до комутації), а розв'язавши диференціальні рівняння за відомих початкових умов – знайти змінні після комутації. За знайденими змінними визначають усі напруги та струми кола після комутації.

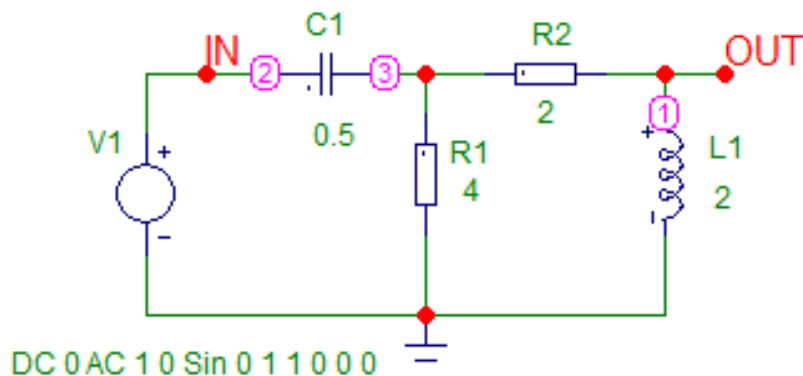
Системи диференціальних рівнянь першого порядку², складені для змінних стану, називають *системами рівнянь стану*. Зазвичай їх надають у вигляді систем відносно *перших похідних від змінних стану*, які знаходяться у лівій частині системи. У правій частині системи знаходяться функції лише від змінних стану та незалежних джерел – так звана *нормальна система ЗДР*.

Якщо надати початкові умови – *нормальна система ЗДР* у формі Коші. Існує велика кількість процедур чисельного розв'язку нормальних систем диференціальних рівнянь у формі Коші, які вбудовано у системи комп'ютерної математики, що робить аналіз електричних кіл досить простою задачею³.

3.1.1. Складання нормальної системи диференціальних рівнянь першого порядку за методом еквівалентних джерел та рівнянь Кірхгофа

Приклад 1

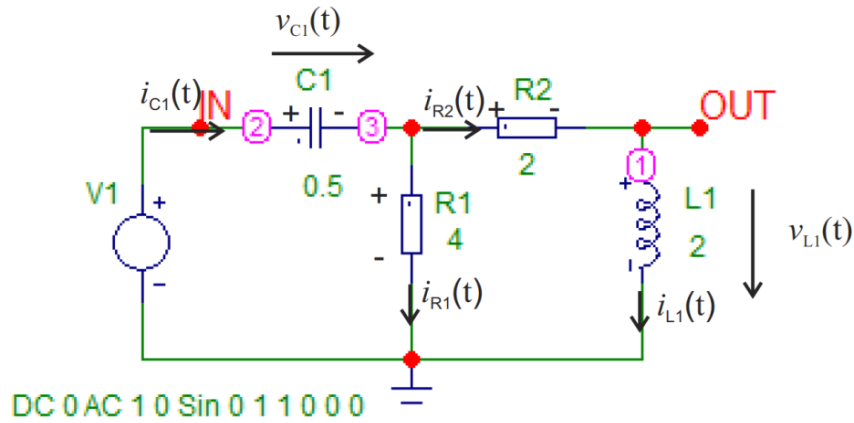
Схема пасивного лінійного електричного кола другого порядку:



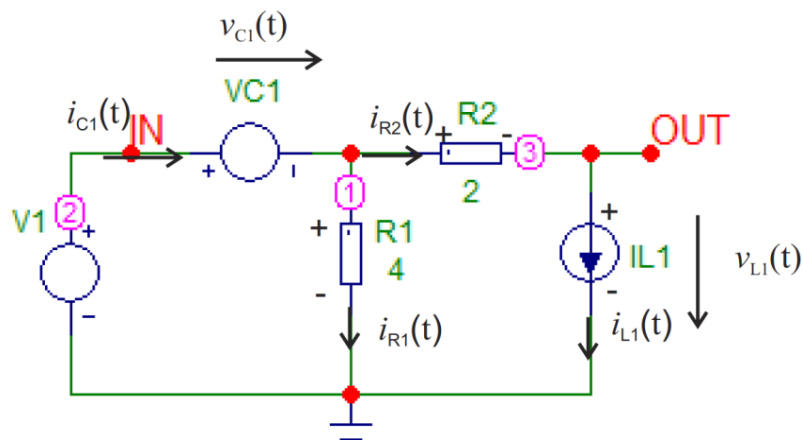
1. Завдамо напрямки струмів

² Диференціальні рівняння: навч. посіб. / Головатий Ю. Д., Кирилич В. М., Лавренюк С. П.; Львів. нац. ун-т ім. Івана Франка. - Львів : ЛНУ ім. І. Франка, 2011. - 468 с. - ISBN 978-966-613-859-3.

³ Vlach, J., and Singhal, K. *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*. Department of Electrical Engineering and Systems Design University of Waterloo, Ontario, Canada. New-York: Van Nostrand Reinhold Company, 1988.



2. Еквівалентна схема заміщення для миттєвих струмів та напруг за методом еквівалентних джерел:



Джерело струму $IL1$ – замінює котушку індуктивності $L1$ за миттєвим значенням струму через котушку і за тій самою напругою $v_{L1}(t)$ на котушці. Джерело напруги $VC1$ – замінює ємність $C1$ за миттєвим значенням напруги на ємності $C1$ і за тим самим струмом через ємність.

2. Склавши алгебраїчні рівняння для миттєвих напруг і струмів кола за законами Ома та Кірхгофа, треба знайти напругу $v_{L1}(t)$ на котушці $L1$ та знайти струм $i_{C1}(t)$ через джерело $VC1$.

За 2-м законом Кірхгофа для контуру $V1 \rightarrow VC1 \rightarrow R2 \rightarrow iL1$ та за 1-м законом Кірхгофа для вузлу 1 маємо:

$$\begin{cases} V_{in} - V_{C1} - R_2 \cdot i_{L1} - V_{L1} = 0; \\ \frac{V_{in} - V_{C1}}{R_1} + i_{L1} = i_{C1}. \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_{L1} = V_{in} - V_{C1} - R_2 \cdot i_{L1}; \\ i_{C1} = \frac{V_{in} - V_{C1}}{R_1} + i_{L1}. \end{cases}$$

Причому, напруга на котушці індуктивності пов'язана зі струмом котушці компонентним співвідношенням $v_{L1}(t) = L_1 \frac{di_{L1}(t)}{dt}$. Струм ємності пов'язаний з

напругою на ємності компонентним співвідношенням $i_{C1}(t) = C_1 \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$.

3. Робимо заміну $v_{L1}(t) = L_1 \frac{di_{L1}(t)}{dt}$, $i_{C1}(t) = C_1 \frac{dv_{C1}(t)}{dt}$. Як наслідок, одержимо систему диференціальних рівнянь першого порядку відносно змінних стану $i_{L1}(t)$ і $v_{C1}(t)$. Система має досить просте рішення в Mathcad.

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} = V_{in} - V_{C1} - R_2 \cdot i_{L1}; \\ C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{V_{in} - V_{C1}}{R_1} + i_{L1}. \end{cases}$$

4. Нормальна система ЗДР першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{di_{L1}}{dt} = \frac{1}{L_1} [V_{in} - V_{C1} - R_2 \cdot i_{L1}]; \\ \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} \left[\frac{V_{in} - V_{C1}}{R_1} + i_{L1} \right]. \end{cases}$$

5. В середовищі Mathcad, використовуючи стандартну процедуру, наприклад Rkadapt(x,t1,t2,n,D), яка повертає матрицю розв'язків задачі Коші за методом Рунге-Кутта, розв'язуємо систему відносно змінних стану i_{L1} , V_{C1} .

6. За змінними i_{L1} , V_{C1} знаходимо вихідну напругу:

$$V_{out} = V_{L1} = V_{in} - V_{C1} - R_2 \cdot i_{L1}.$$

* * *

Складання системи в середовищі Mathcad

Приклад 2

Розглянемо побудову системи рівнянь стану в середовищі Mathcad на прикладі кола третього порядку (рис. 1) з використанням функції Find (у складі обчислювального блоку, який визначається директивою Given).

Обчислювання в символному вигляді (суттєво легше).

1. Ємність замінюється ідеальним джерелом напруги $v_C(t)$ таким чином, щоб струм $i_C(t)$ і напруга $v_C(t)$ на ємності у схемі заміщення залишалися тими ж самими, як і в початковій схемі. Котушка індуктивності замінюється ідеальним джерелом струму таким чином, щоб струм $i_L(t)$ і напруга $v_L(t)$ залишалися тими ж самими.

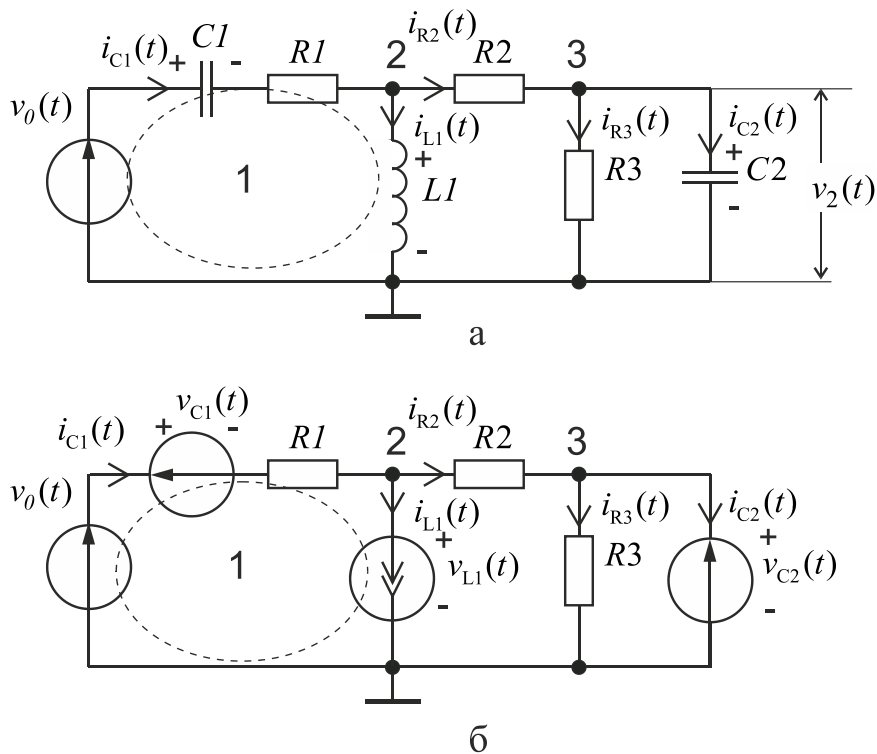


Рис. 1. Коло третього порядку (а) та еквівалентна схема заміщення (б), згідно з теоремою компенсації за методом еквівалентних джерел

2. Для схеми заміщення (рис. 1,б) складемо систему незалежних алгебраїчних рівнянь для миттєвих значень струмів і напруг у гілках кола, які охоплюють струми в ємнісних елементах $i_{C1}(t)$, $i_{C2}(t)$ та напругу на індуктивному елементі $v_{L1}(t)$, а також охоплюють змінні стану $v_{C1}(t)$, $v_{C2}(t)$, $i_{L1}(t)$, також незалежне джерело сигналу $v_0(t)$ (рис. 2).

Перше рівняння складено за другим законом Кірхгофа для контуру 1 (позначено пунктиром). Друге та третє рівняння складені за першим законом Кірхгофа для струмів у вузлах 2 і 3.

Четверте рівняння визначає струм $i_{R2}(t)$ через $R2$. Це рівняння потрібно лише для розв'язку системи.

Метод змінних стану

Given

$$v_0(t) - v_{C1} - R_1 \cdot i_{C1} - v_{L1} = 0 \quad i_{R2} = i_{C1} - i_{L1} \quad i_{C2} = i_{R2} - \frac{v_{C2}}{R_3}$$

$$i_{R2} = \frac{v_{L1} - v_{C2}}{R_2}$$

Find($i_{C1}, i_{C2}, v_{L1}, i_{R2}$) →

$$\left[\begin{array}{c} \frac{(v_0(t) - v_{C1} - v_{C2} + i_{L1} \cdot R_2)}{(R_2 + R_1)} \\ \frac{(R_3 \cdot v_0(t) - R_3 \cdot v_{C1} - R_3 \cdot i_{L1} \cdot R_1 - R_3 \cdot v_{C2} - v_{C2} \cdot R_2 - v_{C2} \cdot R_1)}{R_3 \cdot (R_2 + R_1)} \\ \frac{(R_2 \cdot v_0(t) - R_2 \cdot v_{C1} - R_2 \cdot R_1 \cdot i_{L1} + v_{C2} \cdot R_1)}{(R_2 + R_1)} \\ \frac{(v_0(t) - v_{C1} - R_1 \cdot i_{L1} - v_{C2})}{(R_2 + R_1)} \end{array} \right]$$

Рис. 2. Побудова системи рівнянь стану в середовищі Mathcad

3. Використовуючи функцію Find (у складі обчислювального блоку, який визначається директивою Given), дістанемо розв'язок системи алгебраїчних рівнянь в символному вигляді відносно усіх змінних $i_{C1}(t)$, $i_{C2}(t)$, $v_{L1}(t)$ та $i_{R2}(t)$ в залежності лише від змінних стану $v_{C1}(t)$, $v_{C2}(t)$, $i_{L1}(t)$ та джерела $v_0(t)$ (рис. 2).

Розв'язком для струму $i_{R2}(t)$, як зайвої змінної, знехтуємо.

4. Далі робимо заміну $i_{C1}(t)$, $i_{C2}(t)$, $v_{L1}(t)$ похідними від змінні стану:

$$i_{C1}(t) = C_1 \frac{dv_{C1}(t)}{dt}, \quad i_{C2}(t) = C_2 \frac{dv_{C2}(t)}{dt}; \quad v_{L1}(t) = L_1 \frac{di_{L1}(t)}{dt}$$

та одержимо нормальну систему диференціальних рівнянь, які включають лише:

- перші похідні від змінних стану у лівій частині рівнянь;
- функції від змінних стану та незалежних джерел у правій частині рівнянь.

$$\begin{cases} \frac{dv_{C1}(t)}{dt} = \left\{ \frac{v_0(t) - v_{C1}(t) - v_{C2}(t) + i_{L1}(t)R_2}{(R_1 + R_2)C_1} \right\}; \\ \frac{dv_{C2}(t)}{dt} = \left\{ \frac{R_3v_0(t) - R_3v_{C1}(t) - R_3R_1i_{L1}(t) - R_3v_{C2}(t) - R_2v_{C2}(t) - R_1v_{C2}(t)}{(R_1 + R_2)R_3C_2} \right\}; \\ \frac{di_{L1}(t)}{dt} = \left\{ \frac{R_2v_0(t) - R_2v_{C1}(t) - R_1R_2i_{L1}(t) + R_1v_{C2}(t)}{(R_1 + R_2)L_1} \right\}. \end{cases}$$

3.1.2. Розв'язок системи відносно змінних стану в середовищі Mathcad

Приклад 3

- за нульових початкових умовах при вхідних сигналах простий форми

У наступному документі Mathcad (рис. 3) наведено приклад розв'язку системи відносно змінних стану з використанням стандартної функції $Rkadapt(x,t1,t2,n,D)$ та побудова графіків.

Функція $rkfixed(x,t1,t2,n,D)$ ⁴ – повертає матрицю розв'язків задачі Коші за методом Рунге-Кутта системи із звичайних диференціальних рівнянь, праві частини яких (у вигляді перших похідних від шуканих функцій) записані в символному векторі D за початкових умов, що задані у векторі x , при розв'язку на інтервалі від t_1 до t_2 при фіксованій кількості кроків n .

Матриця розв'язків, що створюється, має ряд стовбців, кількість яких на 1 більше кількості рівнянь. Перший стовбець – це значення аргументу розв'язків (змінної часу t) на рівних інтервалах, другі стовбці – значення шуканих змінних. Функція $Rkadapt(x,t1,t2,n,D)$ – завдяки автоматичній зміні кроку дає точніший результат. Незважаючи на зміну кроку, виведення розв'язків дається при рівномірному розташуванні точок розв'язків.

Якщо розв'язок системи диференціальних рівнянь має вигляд гладких функцій, то доцільно застосовувати функцію $Bulster(x,t1,t2,n,D)$.

За знайденими змінними стану можна знайти всі інші струми і напруги в гілках кола.

⁴ *Mathcad 2001 Professional Reference Manual*. MathSoft, Inc. 101 Main Street Cambridge, MA 02142. – 528 p. – <http://www.mathsoft.com>

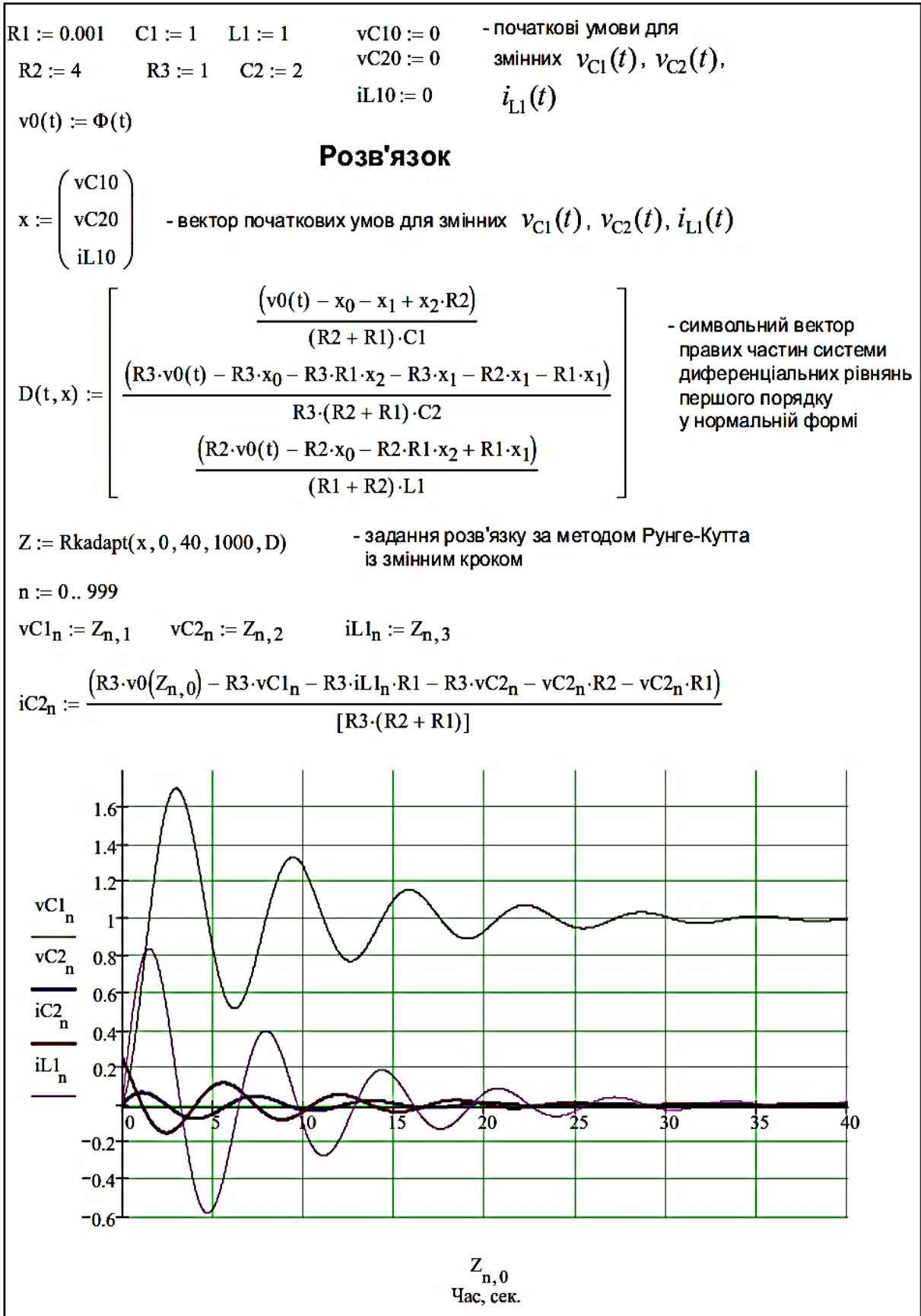


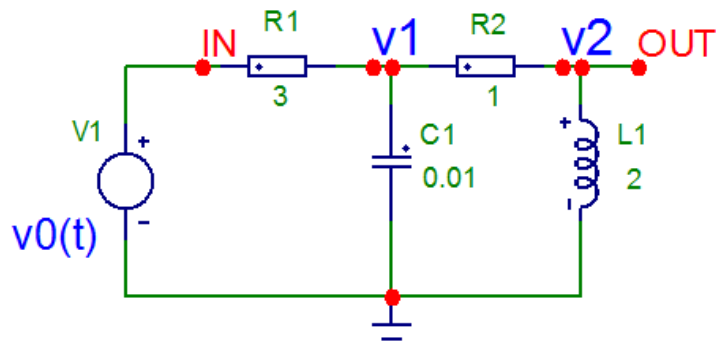
Рис. 3. Розв'язок системи диференціальних рівнянь відносно змінних стану

Ці процедури пригідні також для аналізу електричних кіл з нелінійними та інерційними елементами, коли системи диференціальних рівнянь – нелінійні, а точні аналітичні методи розв'язку не існують (існують тільки приблизні).

* * *

Приклад 4

- за не нульових початкових умовах при входних сигналах складної форми



Для еквівалентної схеми заміщення за законами Кірхгофа складемо систему незалежних алгебраїчних рівнянь для миттєвих значень струмів і напруг у гілках кола – через напругу $v_{L1}(t)$ в індуктивному елементі, струм $i_{C1}(t)$ в ємнісному елементі, а також через змінні стану $i_{L1}(t)$, $v_{C1}(t)$ та незалежне джерело напруги $v_0(t)$.

Визначимо напругу на v_{L1} , також струм через $C1$ через змінні стану $i_{L1}(t)$, $v_{C1}(t)$, та незалежне джерело напруги $v_0(t)$. Зайві змінні потрібно виключити, але в цьому випадку їх немає.

Given

$$\frac{v_0(t) - v_{C1}}{R1} = i_{C1} + i_{L1} \quad \frac{v_{C1} - v_{L1}}{R2} = i_{L1}$$

$$\text{Find}(v_{L1}, i_{C1}) \rightarrow \left(\begin{array}{c} v_{C1} - R2 \cdot i_{L1} \\ -\frac{v_{C1} - v_0(t) + R1 \cdot i_{L1}}{R1} \end{array} \right)$$

Робимо заміну

$$\begin{cases} v_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \\ i_C(t) = C \cdot \frac{dv_C(t)}{dt} \end{cases}$$

Параметри елементів кола

$$R1 := 3.C \quad R2 := 1 \quad L1 := 2 \quad C1 := 0.01$$

Вхідний сигнал

$$v0(t) := 1 \cdot \Phi(t) - 1 \cdot \Phi(t - 2)$$

Розв'язок системи

Given

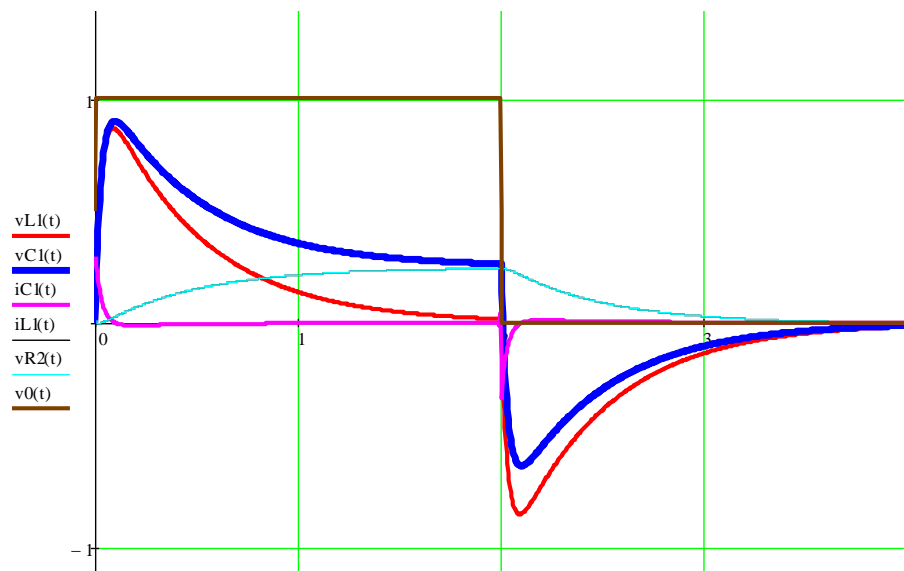
$$L1 \cdot \left(\frac{d}{dt} iL1(t) \right) = vC1(t) - R2 \cdot iL1(t) \quad iL1(0) = 0 \quad vC1(0) = 0$$

$$C1 \cdot \left(\frac{d}{dt} vC1(t) \right) = - \frac{vC1(t) - v0(t) + R1 \cdot iL1(t)}{R1}$$

$$\begin{pmatrix} iL1 \\ vC1 \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} iL1 \\ vC1 \end{pmatrix}, t, 4, 1000 \right]$$

$$iC1(t) := C1 \cdot \left(\frac{d}{dt} vC1(t) \right) \quad vL1(t) := L1 \cdot \left(\frac{d}{dt} iL1(t) \right) \quad vR2(t) := vC1(t) - vL1(t)$$

$$t := 0, 0.004.. 4$$

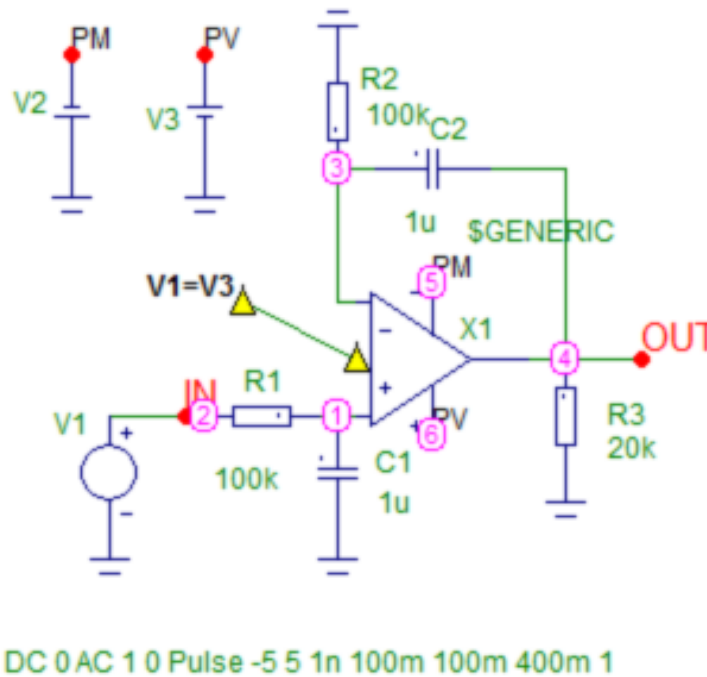


* * *

3.1.3. Аналіз електричних кіл на операційних підсилювачах

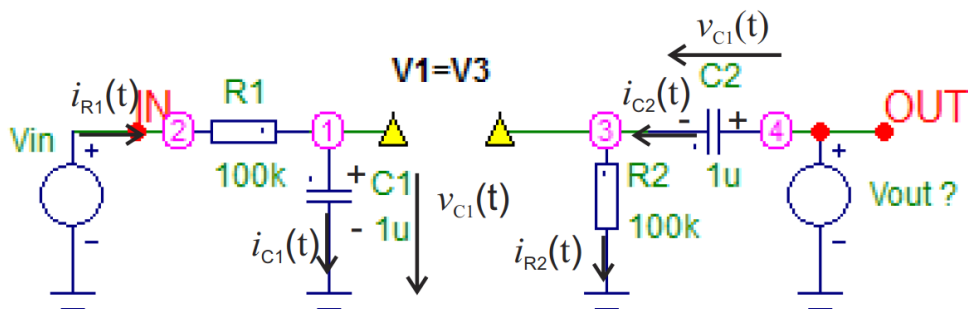
Приклад 5

Схема активного лінійного електричного кола другого порядку (так звана схема неінвертуючого інтегратора) на операційному підсилювачі (ОП):

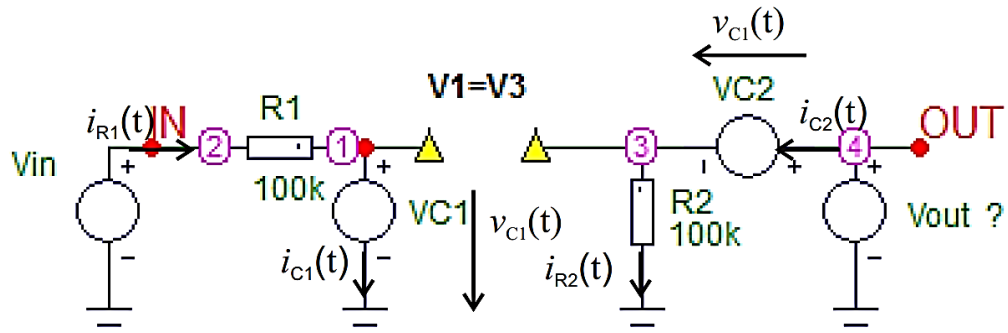


1. ОП замінюємо його моделлю – кероване джерело напруги V_{out} (керується різницею входних напруг, яка $V_1 - V_3 \approx 0$ - за рахунок від'ємного зворотного зв'язку та враховуючи, що ОП ідеальний, тобто $K \rightarrow \infty$).

Завдамо напрямки струмів:



2. Еквівалентна схема заміщення для миттєвих струмів та напруг:



3. За законом Ома для ділянки кола:

$$\frac{V_{in} - V_{C1}}{R_1} = C_1 \frac{dV_{C1}}{dt}; \quad \frac{V_{out} - V_{C2}}{R_2} = C_2 \frac{dV_{C2}}{dt}.$$

Звідки

$$V_{R2} = R_2 C_2 \frac{dV_{C2}}{dt}; \quad V_{C1} = V_{R2} \Rightarrow \frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{V_{C1}}{R_2 C_2}.$$

4. Нормальна форма ЗДР першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{C_1} \frac{V_{in} - V_{C1}}{R_1}; \\ \frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{1}{C_2} \frac{V_{C1}}{R_2}. \end{cases}$$

5. В середовищі Mathcad, використовуючи стандартну процедуру Rkadapt(x,t1,t2,n,D), яка повертає матрицю розв'язків задачі Коші за методом Рунге-Кутта, розв'язуємо систему відносно змінних стану V_{C1} , V_{C2} .

6. Знаходимо вихідну напругу за змінними V_{C1} , V_{C2} :

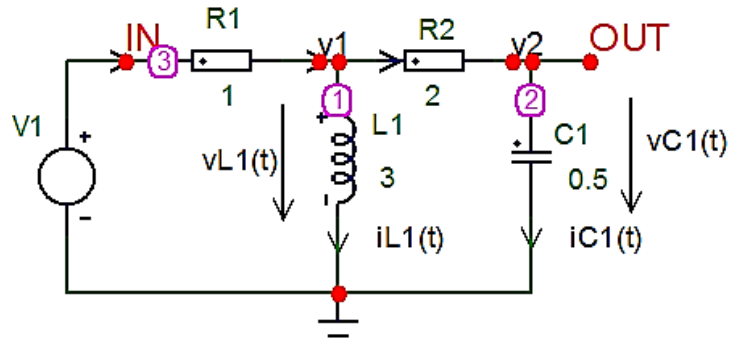
$$V_{out} = R_2 C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} + V_{C2} = V_{R2} + V_{C2} = V_{C1} + V_{C2}.$$

* * *

3.2. Аналіз кола операторним методом

Реакція кола за нульових початкових умов.

Системна функція



$$R1 := 1 \quad R2 := 2 \quad L1 := 3 \quad C1 := 0.5 \quad \underline{\underline{TOL}} := 1 \times 10^{-6}$$

Початкові умови

$$iL10 := 0 \quad vC10 := 0$$

$$\underline{\underline{ORIGIN}} := 0$$

$$v0(t) := 1 \cdot \Phi(t) \quad - \text{вхідний вплив}$$

$$V0(s) := v0(t) \left| \begin{array}{l} \text{laplace, t} \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{s}$$

Given

$$\frac{V0(s) - v1}{R1} = \frac{v1}{L1 \cdot s} + \frac{iL10}{s} + \frac{v1 - v2}{R2} \quad \text{Закон Кірхгофа для струмів вузлів 1 і 2}$$

$$\frac{v1 - v2}{R2} = \left(v2 - \frac{vC10}{s} \right) \cdot C1 \cdot s$$

$$\underline{\underline{V}}(s) := \text{Find}(v1, v2) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow \left(\begin{array}{c} \frac{0.667 \cdot s + 0.667}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222} \\ 0.667 \\ \frac{0.667}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222} \end{array} \right)$$

$$v1(s) := V(s)_0 \rightarrow \frac{0.667 \cdot s + 0.667}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222} \quad v2(s) := V(s)_1 \rightarrow \frac{0.667}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222}$$

Системна функція $H(s)$ - основна передатна функція - відношення зображень за Лапласом вихід-вихід за нульових початкових умов

$$\underline{H}(s) := \frac{v2(s)}{V0(s)} \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow \frac{0.667 \cdot s}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222}$$

$$\underline{H}(s) := \frac{0.667 \cdot s}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222}$$

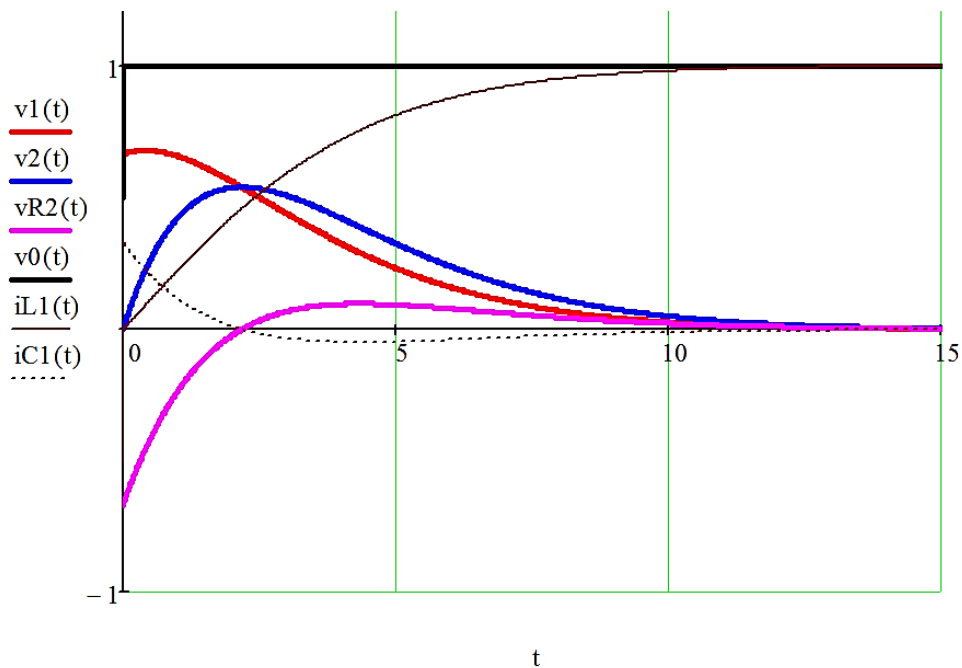
$$\underline{v1}(t) := V(s)_0 \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace} \\ \text{simplify} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow e^{-0.444 \cdot t} \cdot (0.667 \cdot \cos(0.156 \cdot t) + 2.37 \cdot \sin(0.156 \cdot t))$$

$$\underline{v2}(t) := V(s)_1 \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace} \\ \text{simplify} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 4.27 \cdot \sin(0.156 \cdot t) \cdot e^{-0.444 \cdot t}$$

За вузловими напругами знаходимо інші струми та напруги елементів

$$vR2(t) := v2(t) - v1(t) \text{ simplify } \rightarrow -e^{-0.444 \cdot t} \cdot (0.667 \cdot \cos(0.156 \cdot t) - 1.9 \cdot \sin(0.156 \cdot t))$$

$$iL1(t) := \frac{v0(t) - v1(t)}{R1} - \frac{v1(t) - v2(t)}{R2} \qquad iC1(t) := \frac{v1(t) - v2(t)}{R2}$$



**Власна реакція кола (реакція за нульової вхідної дії
за не нульові початкові умови)**

$$R1 := 1 \quad R2 := 2 \quad L1 := 3 \quad C1 := 0.5 \quad \underline{TOL} := 1 \times 10^{-6}$$

$$\text{Початкові умови} \quad iL10 := 2 \quad vC10 := 2 \quad \underline{ORIGIN} := 0$$

$$v0(t) := 0 \cdot \Phi(t)$$

$$V0(s) := v0(t) \left| \begin{array}{l} \text{laplace, t} \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow 0.0 \quad \text{- вхідний вплив}$$

Given

$$\frac{V0(s) - v1}{R1} = \frac{v1}{L1 \cdot s} + \frac{iL10}{s} + \frac{v1 - v2}{R2}$$

$$\frac{v1 - v2}{R2} = \left(v2 - \frac{vC10}{s} \right) \cdot C1 \cdot s$$

$$\underline{V}(s) := \text{Find}(v1, v2) \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow \left[\begin{array}{c} -\frac{1.0 \cdot (6667.0 \cdot s + 13330.0)}{8888.0 \cdot s + 10000.0 \cdot s^2 + 2222.0} \\ \frac{2.0 \cdot s - 0.889}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222} \end{array} \right]$$

$$v1(s) := V(s)_0 \rightarrow -\frac{6667.0 \cdot s + 13330.0}{8888.0 \cdot s + 10000.0 \cdot s^2 + 2222.0}$$

$$v2(s) := V(s)_1 \rightarrow \frac{2.0 \cdot s - 0.889}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222}$$

$$v1(t) := V(s)_0 \begin{cases} \text{invlaplace} \\ \text{simplify} \rightarrow -6.48e-10 \cdot e^{-0.444 \cdot t} \cdot (1.03e9 \cdot \cos(0.157 \cdot t) + 1.02e10 \cdot \sin(0.157 \cdot t)) \\ \text{float}, 3 \end{cases}$$

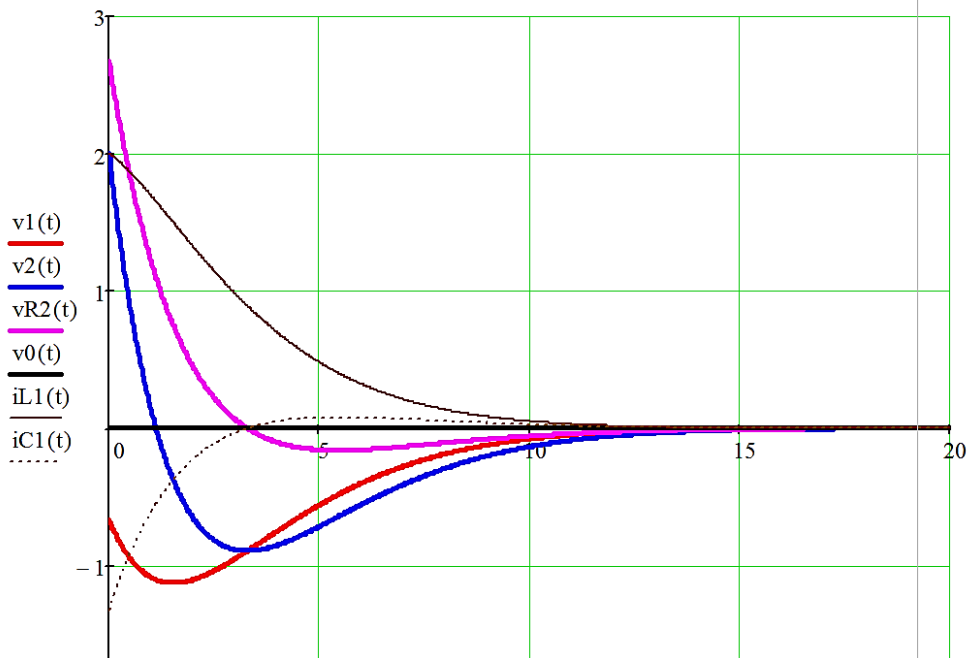
$$v2(t) := V(s)_1 \begin{cases} \text{invlaplace} \\ \text{float}, 3 \end{cases} \rightarrow (1.0 - 5.69i) \cdot e^{-(0.444+0.156i) \cdot t} + (1.0 + 5.69i) \cdot e^{-(0.444-0.156i) \cdot t}$$

+

За вузловими напругами знаходимо інші струми та напруги елементів

$$vR2(t) := v2(t) - v1(t)$$

$$iL1(t) := \frac{v0(t) - v1(t)}{R1} - \frac{v1(t) - v2(t)}{R2} \quad iC1(t) := \frac{v1(t) - v2(t)}{R2}$$



Повна реакція кола при складних вхідних діях

$$iL10 := -1 \quad vC10 := 2$$

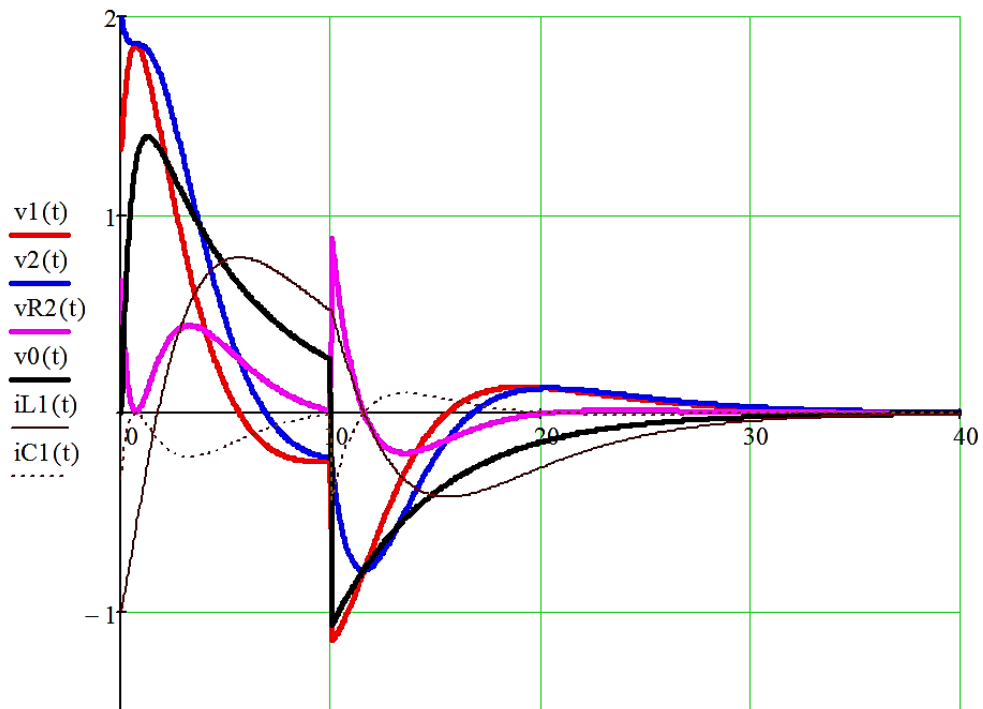
Початкові умови

$$T := 10$$

- вхідний вплив

$$\alpha := 0.2 \quad v0(t) := 1 \cdot (e^{-\alpha \cdot t} - e^{-10 \cdot \alpha \cdot t}) \cdot (2 \cdot \Phi(t) - 10 \cdot \Phi(t - T))$$

+



**Реакція кола на складні розривні сигнали
(послідовність імпульсів типу меандр)**

Розрахунок перехідної реакції кола операторним методом за нульових початкових умов

$$H(s) \rightarrow \frac{0.667 \cdot s}{0.889 \cdot s + s^2 + 0.222} \quad \text{- системна функція кола}$$

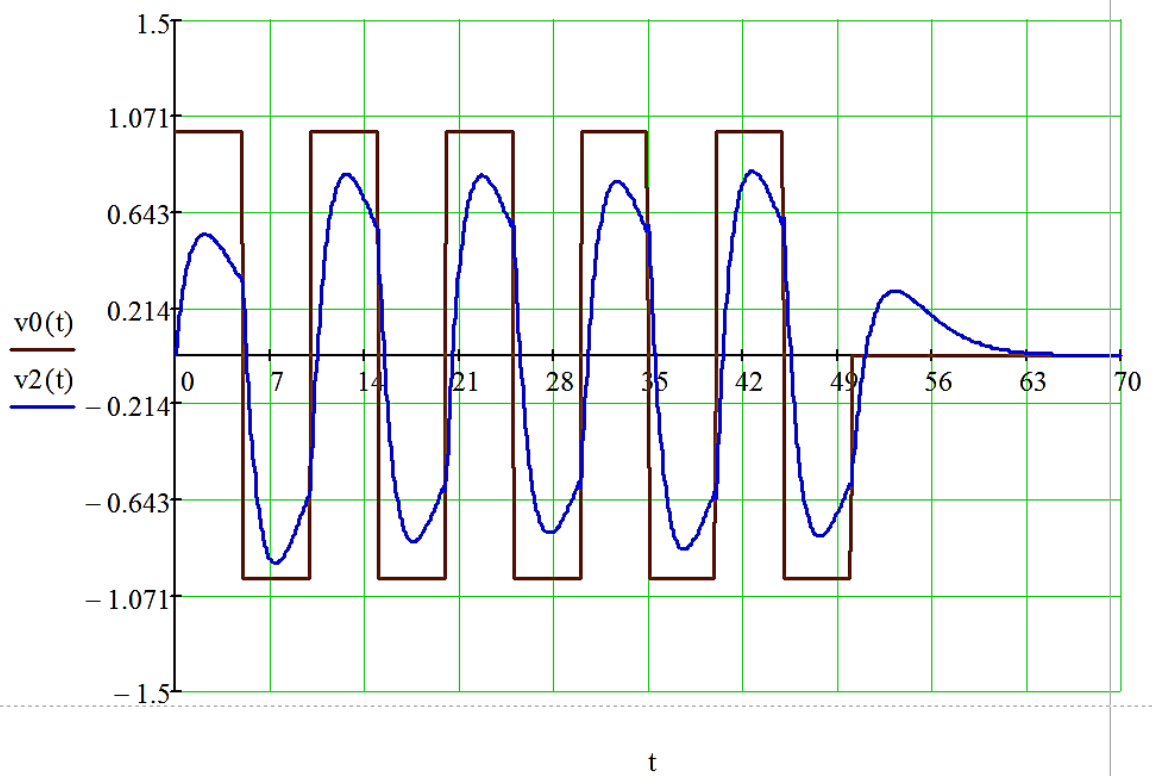
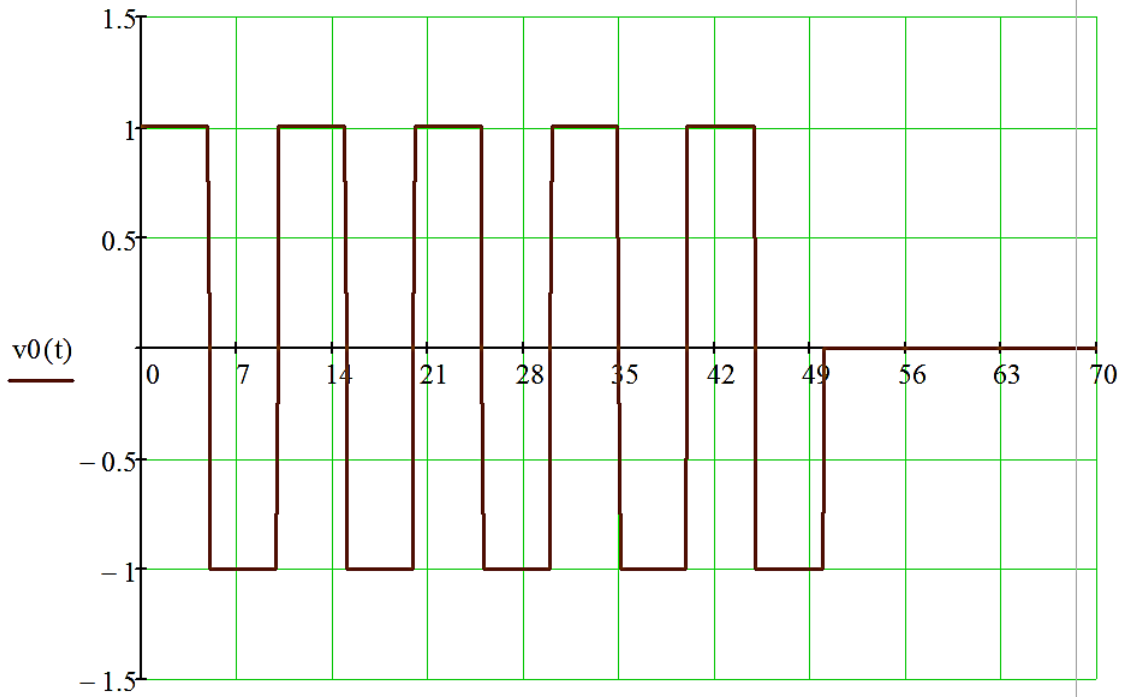
$$f := 0.1 \quad T_{\text{mm}} := \frac{1}{f} \text{ float}, 3 \rightarrow 10.0$$

Операторне зображення послідовності імпульсів типу меандр

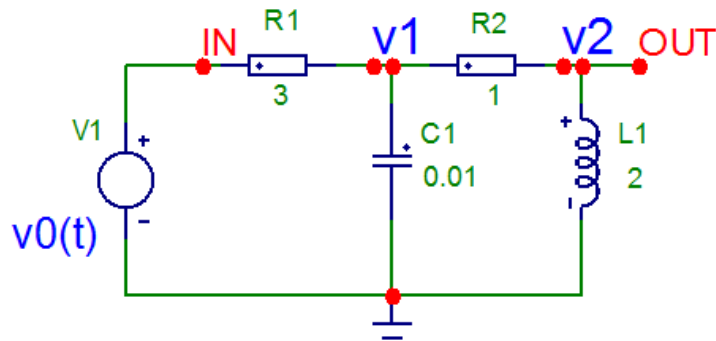
$$V_{\text{mm}}(s) := 2 \cdot \left[\sum_{n=0}^4 \left[\left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s \cdot e^{\frac{s \cdot T}{2}}} \right) \cdot e^{-n \cdot T \cdot s} \right] - \frac{0.5}{s} \right] + \frac{1}{s} \cdot e^{-5 \cdot T \cdot s}$$

$$V_{\text{mm}}(s) := H(s) \cdot V_0(s)$$

Складний вираз для зображень за Лапласом у разі розривних функцій, складених з фрагментів інших функцій



3.3. Аналіз кола за методом інтегралів згортки. Реакція кола при простих та складних вхідних діях



$R1 := 3$ $R2 := 1$ $C1 := 1 \cdot 10^{-2}$ $L1 := 2$ $ORIGIN = 0$
 $vC10 := 0$ $iL10 := 0$ - початкові умови $TOL = 1 \times 10^{-3}$

$v0(t) := 1 \cdot \Phi(t)$

$V0(s) := v0(t) \left| \begin{array}{l} \text{laplace, t} \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow \frac{1}{s}$ - ВХІДНИЙ ВПЛИВ

Given

$$\frac{V0(s) - v1}{R1} = \left(v1 - \frac{vC10}{s} \right) \cdot C1 \cdot s + \frac{v1 - v2}{R2} \quad \frac{v1 - v2}{R2} = (v2 + L1 \cdot iL10) \cdot \frac{1}{L1 \cdot s}$$

$$\underline{V}(s) := \text{Find}(v1, v2) \text{ float, 3} \rightarrow \left(\begin{array}{c} \frac{200.0 \cdot s + 100.0}{400.0 \cdot s + 203.0 \cdot s^2 + 6.0 \cdot s^3} \\ \frac{200.0}{203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0} \end{array} \right)$$

$$v1(s) := V(s)_0 \rightarrow \frac{200.0 \cdot s + 100.0}{400.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^3 + 203.0 \cdot s^2}$$

$$v2(s) := V(s)_1 \rightarrow \frac{200.0}{203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0}$$

$$\underline{H}(s) := \frac{v_2(s)}{V_0(s)} \left| \begin{array}{l} \text{simplify} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow \frac{35.7}{s + 31.7} - \frac{2.36}{s + 2.1}$$

Системна функція визначається за нульових початкових умов

$$203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0 \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -2.1 \\ -31.7 \end{pmatrix}$$

корені дійсні, різні

$$\underline{v_1}(t) := v_1(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow -0.25 \cdot e^{-16.9 \cdot t} \cdot \cosh(14.8 \cdot t) + 1.96 \cdot e^{-16.9 \cdot t} \cdot \sinh(14.8 \cdot t) + 0.25$$

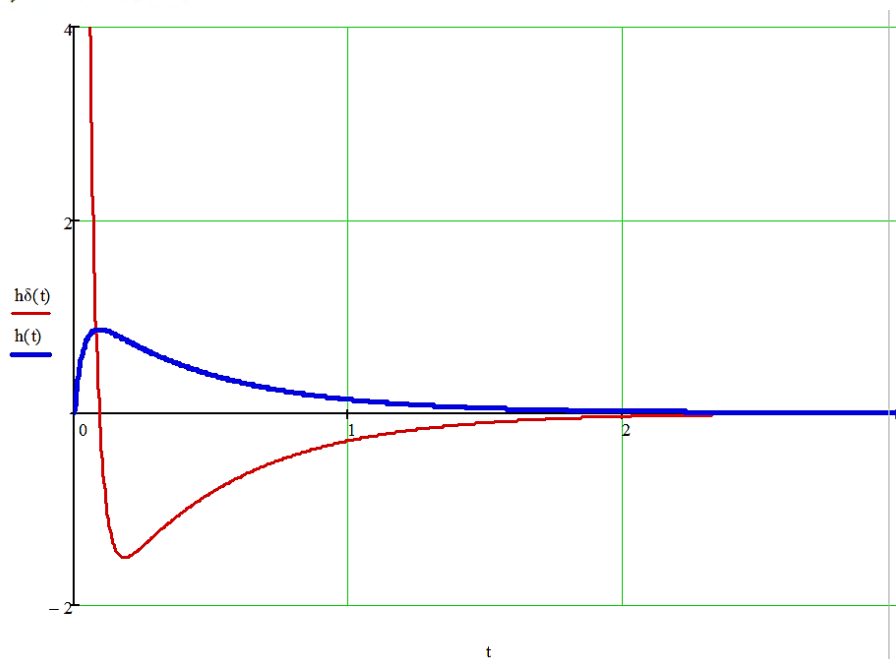
$$\underline{v_2}(t) := v_2(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 2.25 \cdot e^{-16.9 \cdot t} \cdot \sinh(14.8 \cdot t)$$

Імпульсна характеристика та перехідна характеристики кола:

$$h\delta(t) := H(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 35.7 \cdot e^{-31.7 \cdot t} + -2.36 \cdot e^{-2.1 \cdot t}$$

$$h(t) := \frac{H(s)}{s} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace} \\ \text{float,6} \end{array} \right. \rightarrow -1.12618 \cdot e^{-31.7 \cdot t} + 1.12381 \cdot e^{-2.1 \cdot t} + 0.00237344$$

$$h(0) = 3.44 \times 10^{-6}$$



$$f := 2 \quad T := \frac{1}{f} \text{ float, 3 } \rightarrow 0.5 \quad T = 0.5$$

$$v_0(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ \text{sign}(\sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)) & \text{if } 0 \leq t < 5 \cdot T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{- вхідний сигнал} \\ \text{типу меандр} \end{array}$$

Дискретна у часі згортка

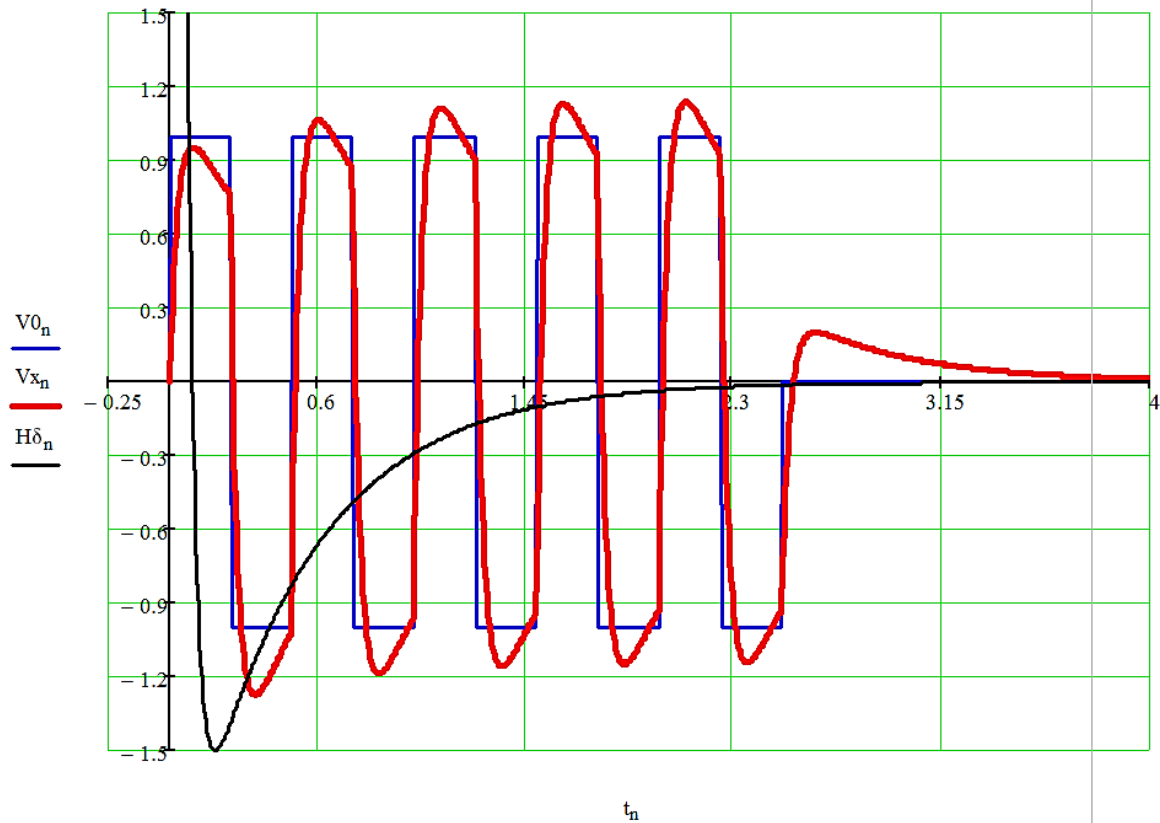
$$NP := 1000 \quad n := 0 \dots NP - 1 \quad TA := 10 \cdot T \text{ float, 4 } \rightarrow 5.0 \quad \Delta := \frac{TA}{NP - 1}$$

$$\Delta = 5.005 \times 10^{-3} \quad t_n := n \cdot \Delta \quad \text{- заміна непервної змінної на дискретну змінну часу}$$

$$v_{0n} := v_0(t_n) \quad H\delta_n := h\delta(t_n)$$

- реакція досліджуваного кола

$$V_{x_n} := h(0) \cdot v_0(t_n) + \Delta \cdot \sum_{m=0}^n [v_{0m} \cdot H\delta_{(n-m)}]$$

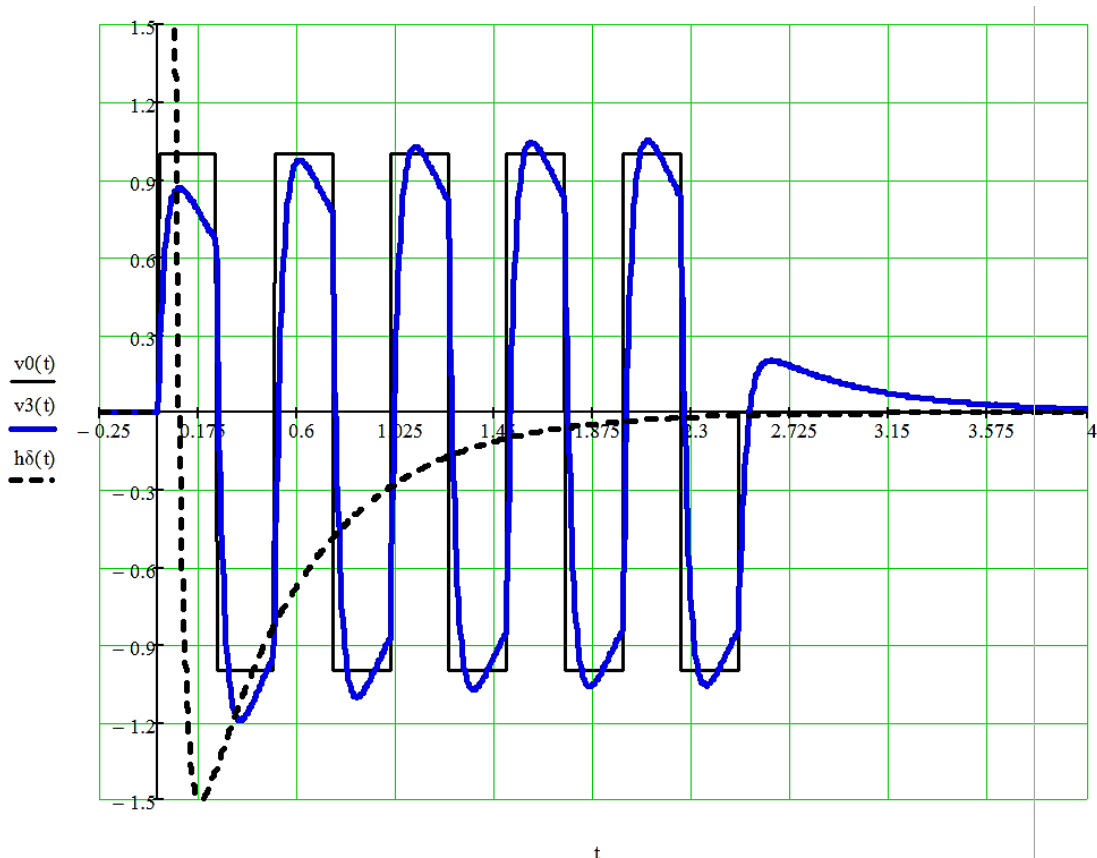


Неперервна у часі згортка

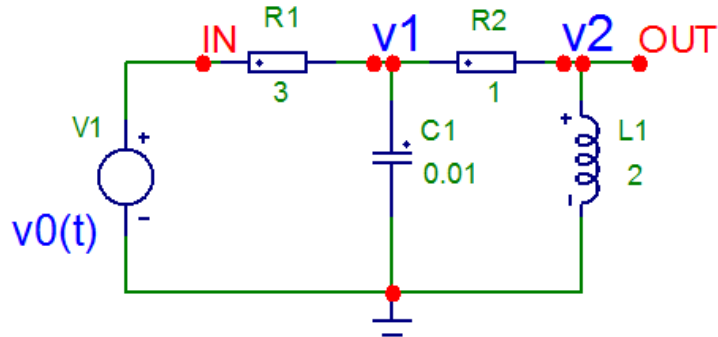
$t := zx$ - заміна дискретної змінної на неперервну змінну часу

$$h\delta(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ h\delta(t) & \text{if } t > 0 \end{cases}$$

$$v3(t) := h(0) \cdot v0(t) + \int_0^t v0(x) \cdot h\delta(t-x) dx_* \quad \text{- вихідний сигнал кола}$$



3.4. Спектральний метод. Розклад вхідного періодичного сигналу складної форми та синтез вихідного сигналу рядами Фур'є. Амплітудний спектр періодичних сигналів. Розрахунок реакції кола в усталеному режимі. Вплив АЧХ кола на спектр вихідного сигналу



Системна функція кола

$$R1 := 3 \quad R2 := 1 \quad C1 := 1 \cdot 10^{-2} \quad L1 := 2$$

$$H(s) := \frac{200.0 \cdot s}{203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0}$$

Системна функція визначається за нульових початкових умов

Розкладання функції в ряд Фур'є і її гармонійний синтез

$$FC(f, N, T) := \begin{matrix} R^{(0)} \leftarrow \left(\frac{1}{T} \cdot \int_0^T f(x) dx \right) \\ \text{for } n \in 1..N \\ R^{(n)} \leftarrow \begin{matrix} \left(\frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(x) \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot x}{T}\right) dx \right) \\ \left(\frac{2}{T} \cdot \int_0^T f(x) \cdot \sin\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot x}{T}\right) dx \right) \end{matrix} \end{matrix} \\ R^T$$

Програмний модуль обчислення коефіцієнтів Фур'є із застосуванням їх інтегрального подання.

Вхідний сигнал - напруга на виході синхронного детектору

$f := 1$ $T := \frac{1}{f} \rightarrow 1$ - період коливань

$V_x := 2$ $\phi_x := 145$

$$v_0(t) := V_x \cdot \left(\sin\left(2 \cdot \pi \frac{1}{T} \cdot t\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{180} \cdot \phi_x\right) + \cos\left(2 \cdot \pi \frac{1}{T} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{180} \cdot \phi_x\right) \right) \cdot \text{sign}\left(\sin\left(2 \cdot \pi \frac{1}{T} \cdot t\right)\right)$$

$N := 40$ - число гармонік ряду Фур'є

Обчислення коефіцієнтів Фур'є:

$\text{res} := \text{FC}(v_0, N, T)$ $a := \text{res}^{(0)}$ $b := \text{res}^{(1)}$ +

Синтез рядом Фур'є (тригонометрична форма)

$$p_1(t) := a_0 + \sum_{n=1}^N \left(a_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot t}{T}\right) + b_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot t}{T}\right) \right)$$

$$a_0 = -1.043 \quad b_0 = 0$$

Синтез рядом Фур'є (амплітудно-фазова форма)

$$n := 1..N \quad N = 40 \quad a_0 = -1.043 \quad b_0 = 0$$

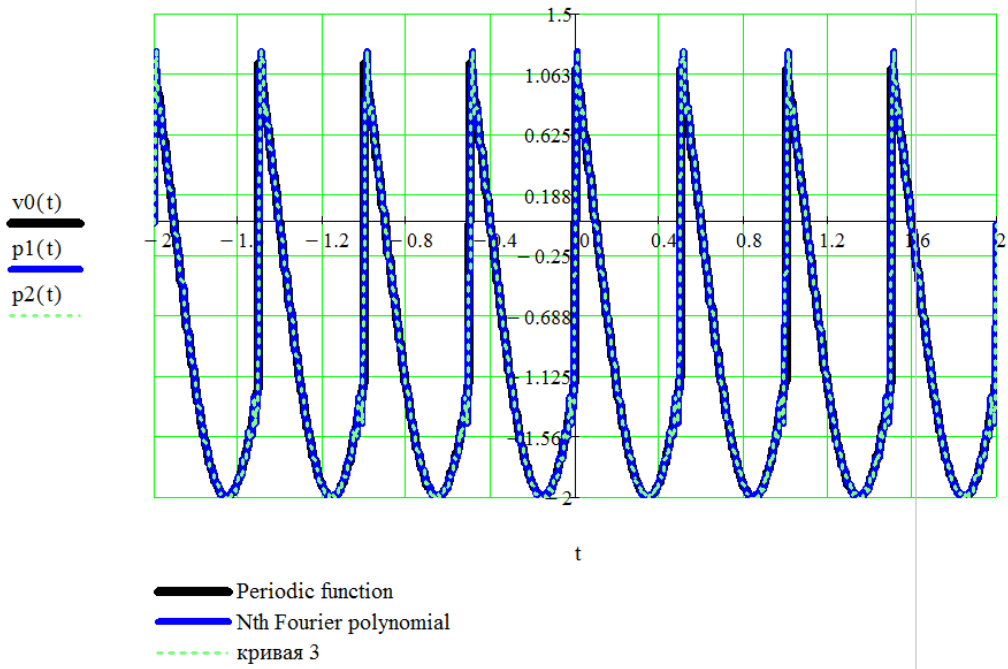
$$A_n := \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2} \quad A_0 := a_0 \quad - \text{амплітуди гармонік} \quad A_0 = -1.043$$

$$\Theta_n := \text{atan2}(a_n, b_n) \quad \Theta_0 = 0 \quad - \text{фази гармонік}$$

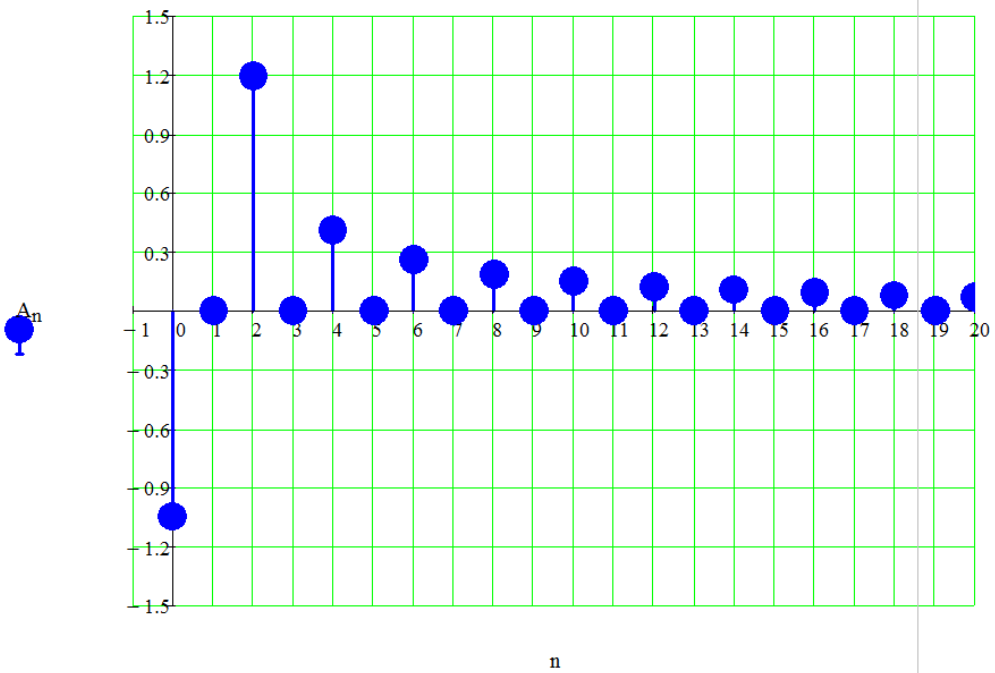
$$p_2(t) := a_0 + \sum_{n=1}^N \left(A_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot t}{T} - \Theta_n\right) \right)$$

$n := 0..N$

Графік періодичної функції і ряду Фур'є



Спектральна діаграма амплітуд гармонік періодичного сигналу – амплітудний спектр



Програмний модуль для побудови діаграм Бодє

$j := \sqrt{-1}$ - уведення позначення уявної одиниці

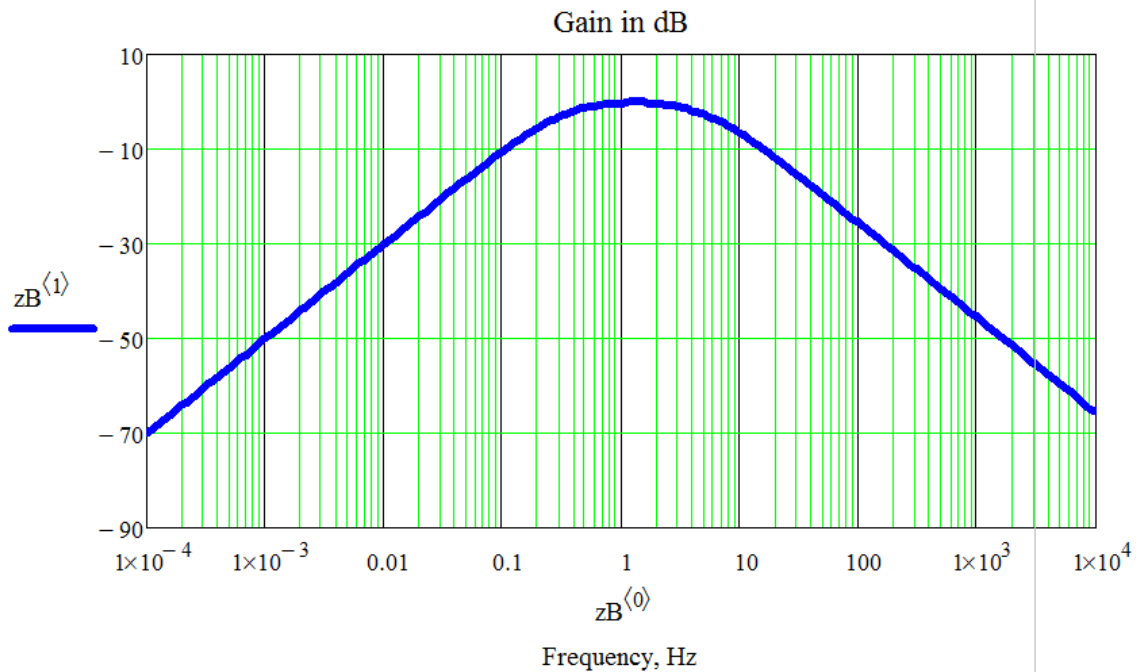
+

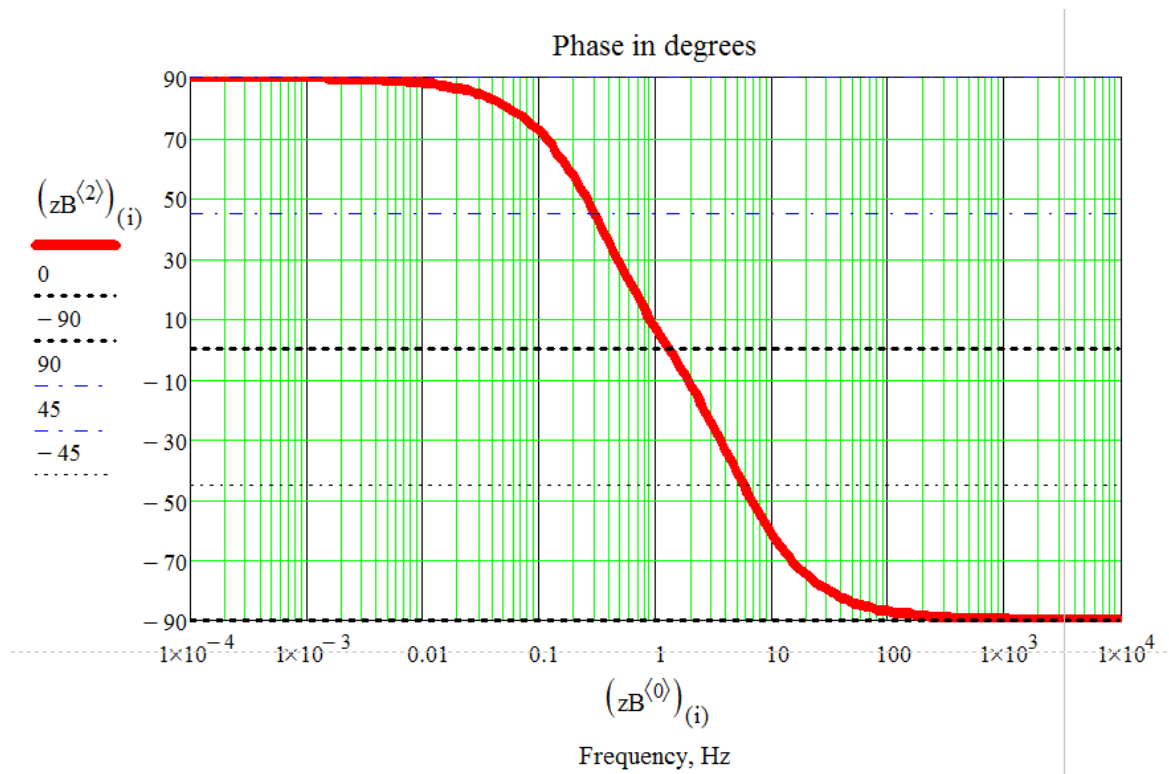
```

BodePlot(F, MinFreq, MaxFreq) :=
  ndk ← 20
  n ← ndk · ceil(log( MaxFreq / MinFreq ))
  r ← ln( MaxFreq / MinFreq )
  for i ∈ 0..n
    f ← MinFreq · ei · r / n
    Zi,0 ← f
    V ← F(j · 2π · f)
    Zi,1 ← 20 · log(|V|)
    Zi,2 ← arg(V) · 180 / π
  for i ∈ 1..n
    Zi,2 ← Zi,2 - 360 · sign(Zi,2 - Zi-1,2) if (|Zi,2 - Zi-1,2|) > 300
  Z
    
```

Амплітудна та фазова характеристики електричної схеми

```
zB := BodePlot(H, 0.0001, 10000)    i := 0..last(zB(0))
```





$$j := \sqrt{-1} \quad H(j\omega) \rightarrow \frac{200.0 \cdot j\omega}{203.0 \cdot j\omega + 6.0 \cdot j\omega^2 + 400.0}$$

$$j \cdot \omega_n := j \cdot \frac{n \cdot 2\pi}{T} \quad \text{- залежність від номера гармоніки}$$

Комплексна частотна (передатна) функція КЧПФ на частотах гармоник

$$n := 1..N \quad H_n := \frac{200.0 \cdot \left(j \cdot \frac{n \cdot 2\pi}{T} \right)}{203.0 \cdot \left(j \cdot \frac{n \cdot 2\pi}{T} \right) + 6.0 \cdot \left(j \cdot \frac{n \cdot 2\pi}{T} \right)^2 + 400.0}$$

Вхідна напруга – у вигляді ряду Фур'є (амплітудно-фазова косинусоїдальна форма)

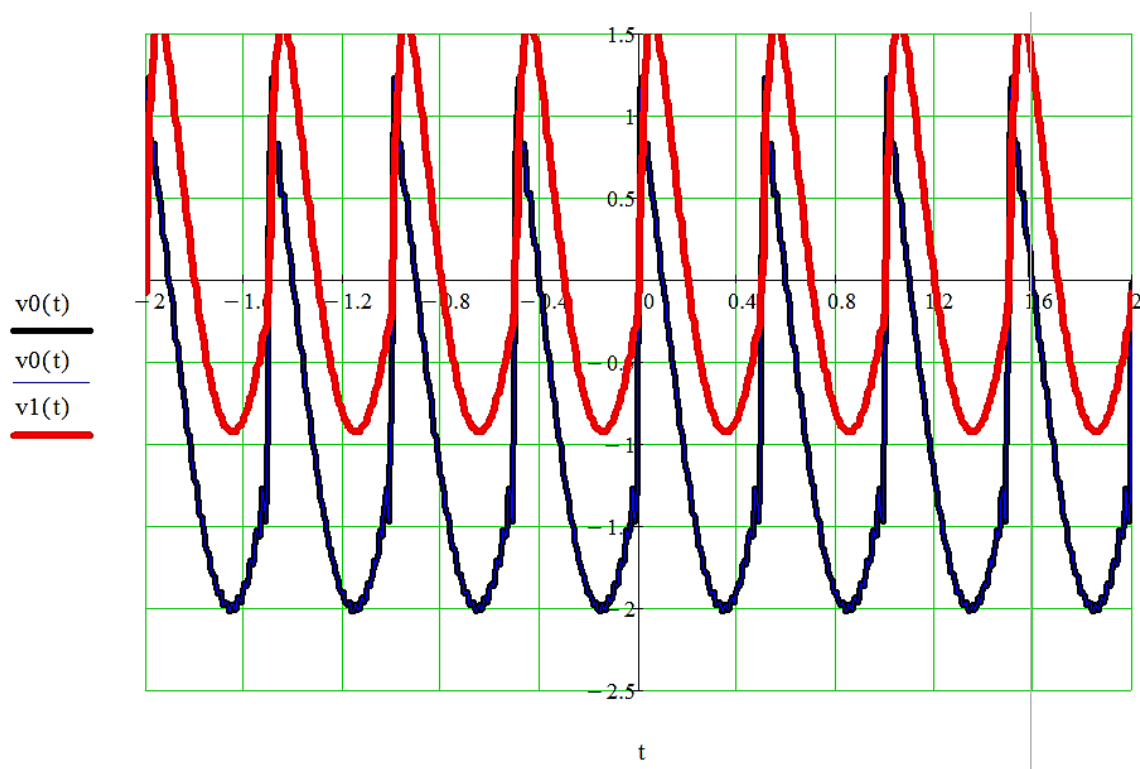
$$v_0(t) := p_2(t)$$

Реакція кола – синтез вихідного сигналу за рядом Фур'є – амплітудно-фазова форма косинусоїдальна форма

$$D_n := A_n |H_n| \quad G_n := \arg(H_n) \quad a_0 = -1.043 \quad H_0 = 0$$

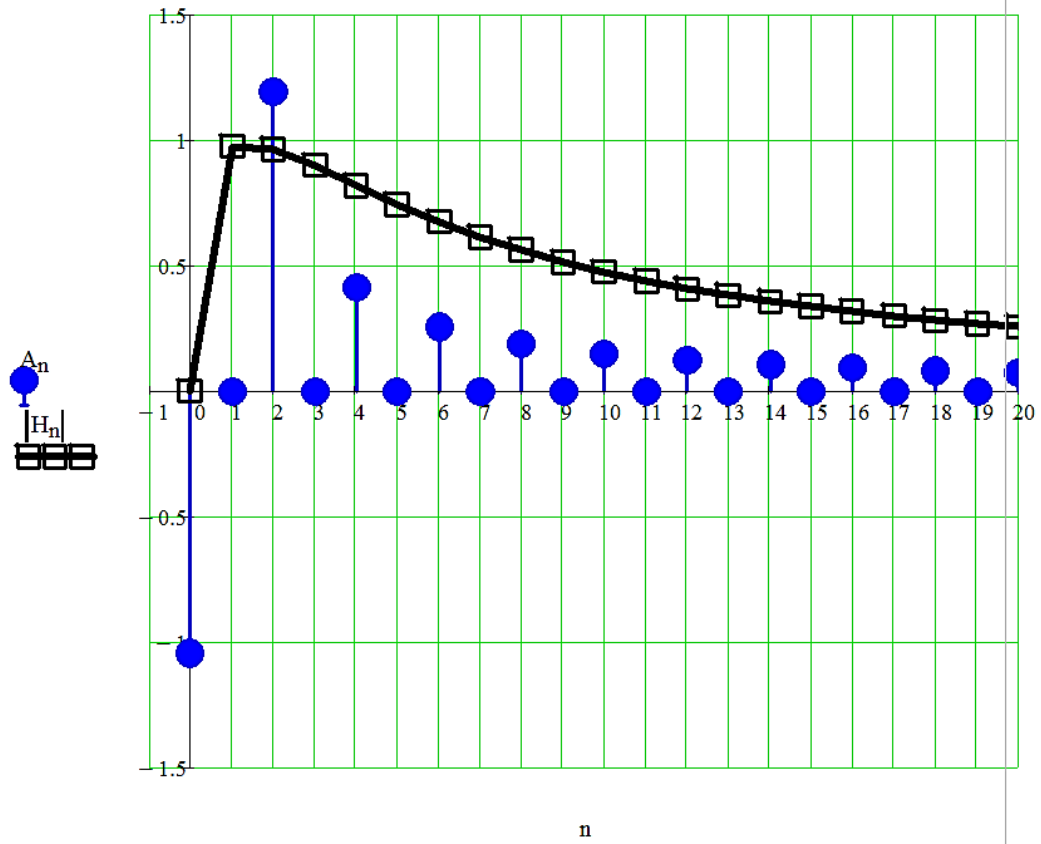
$$v_1(t) := a_0 \cdot H_0 + \sum_{n=1}^N \left(D_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot t}{T} - \Theta_n + G_n\right) \right)$$

$$v_1(t) := a_0 \cdot H_0 + \sum_{n=1}^N \left(A_n |H_n| \cdot \cos\left(\frac{n \cdot 2\pi \cdot t}{T} - \Theta_n + \arg(H_n)\right) \right)$$

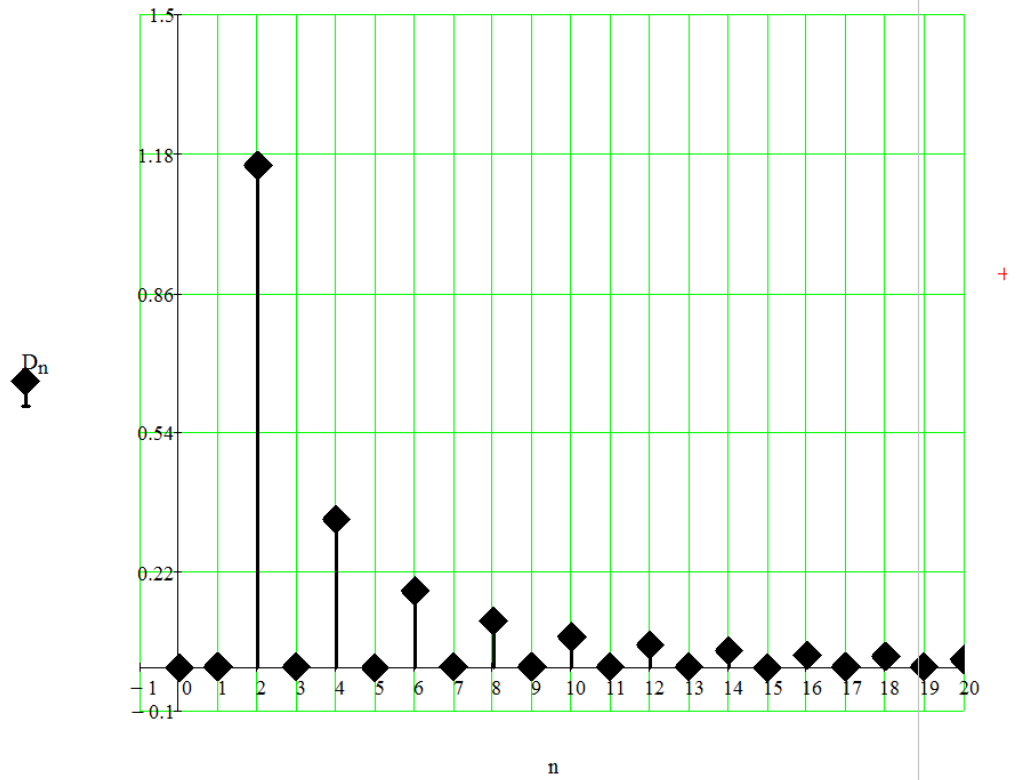


АЧХ схеми та лінійчатий амплітудний спектр вхідної періодичної напруги

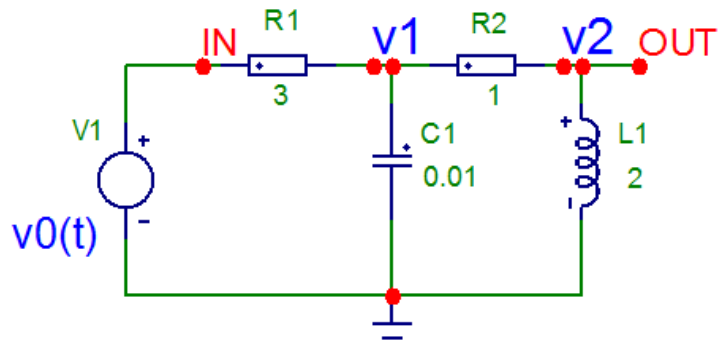
$N = 40$ $n := 0..N$



Лінійчатий амплітудний спектр вихідної напруги



**3.5. Амплітудно-частотна та фазочастотна характеристики кола.
Метод побудови асимптотичних діаграм Боде за моделями типових динамічних ланок першого та нульового порядків**



$$R1 := 3 \quad R2 := 1 \quad C1 := 1 \cdot 10^{-2} \quad L1 := 2$$

шукаємо системну функцію кола

$v0 := 1$ - зображення дельта-імпульсу

Given

система рівнянь в операторній формі за методом вузлових напруг

$$\frac{(v0 - v1)}{R1} = v1 \cdot C1 \cdot s + \frac{(v1 - v2)}{R2} \quad \frac{(v1 - v2)}{R2} = \frac{v2}{L1 \cdot s}$$

$$v2 := \text{Find}(v1, v2)_1 \text{ float}, 3 \rightarrow \frac{200.0 \cdot s}{203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0} \quad v2 \rightarrow \frac{200.0 \cdot s}{203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0}$$

- системна функція

$$\underline{H}(s) := \frac{v2}{v0} \rightarrow \frac{200.0 \cdot s}{203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0}$$

Знайдемо полюси системної функції та надамо її через моделі типових динамічних ланок

полюси - корені характеристичного рівняння $Q(s)=0$

$$Q(s) := 203.0 \cdot s + 6.0 \cdot s^2 + 400.0$$

$$sp := Q(s) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, s \\ \text{float}, 5 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -2.1009 \\ -31.732 \end{pmatrix}$$

$sp_0 = -2.101 \quad sp_1 = -31.732$ - полюси дійсні різні

$$\alpha_0 := -sp_0 \quad \alpha_1 := -sp_1 \quad \alpha_0 \rightarrow 2.1009 \quad \alpha_1 \rightarrow 31.732$$

Тоді можа записати

$$\underline{\underline{H}}(s) := \frac{200 \cdot s}{6.0 \cdot (s - sp_0) \cdot (s - sp_1)} \quad \underline{\underline{H}}(s) := \frac{200 \cdot s}{6.0 \cdot (s + \alpha_0) \cdot (s + \alpha_1)}$$

постійні часу окремих ланок першого порядку

$$\tau_0 := \frac{1}{\alpha_0} \text{ float,4 } \rightarrow 0.476 \quad \tau_1 := \frac{1}{\alpha_1} \text{ float,4 } \rightarrow 0.03151$$

форма системної функції для побудови діаграм Боде

$$\underline{\underline{H}}(s) := \frac{200 \cdot s}{6.0 \cdot \alpha_0 \cdot \alpha_1 \cdot [(s \cdot \tau_0 + 1) \cdot (s \cdot \tau_1 + 1)]}$$

Моделі типових динамічних ланок нульового та першого порядків, які мають прості асимптотичні діаграми Боде - кускові лінійні функції у логарифмічному масштабі

$$H_0(s) := \frac{200}{6.0 \cdot \alpha_0} \text{ float,4 } \rightarrow 15.87$$

$$\underline{\underline{H}}_2(s) := \frac{1}{(s \cdot \tau_0 + 1)} \text{ float,4 } \rightarrow \frac{1}{0.476 \cdot s + 1.0}$$

$$\underline{\underline{H}}_1(s) := s \cdot \tau_1 \text{ float,4 } \rightarrow 0.03151 \cdot s$$

$$H_3(s) := \frac{1}{(s \cdot \tau_1 + 1)} \text{ float,4 } \rightarrow \frac{1}{0.03151 \cdot s + 1.0}$$

Вираз системної функції кола через моделі типових динамічних ланок

$$\underline{\underline{H}}(s) := H_0(s) \cdot H_1(s) \cdot H_2(s) \cdot H_3(s)$$

Побудова діаграм Боде за моделями типових динамічних ланок першого порядку

Логарифмічні амплітудні та фазові характеристики окремих динамічних ланок моделі кола

$$zB0 := \text{BodePlot}(H_0, 0.001, 10000)$$

$$zB1 := \text{BodePlot}(H_1, 0.001, 10000)$$

$$zB2 := \text{BodePlot}(H_2, 0.001, 10000)$$

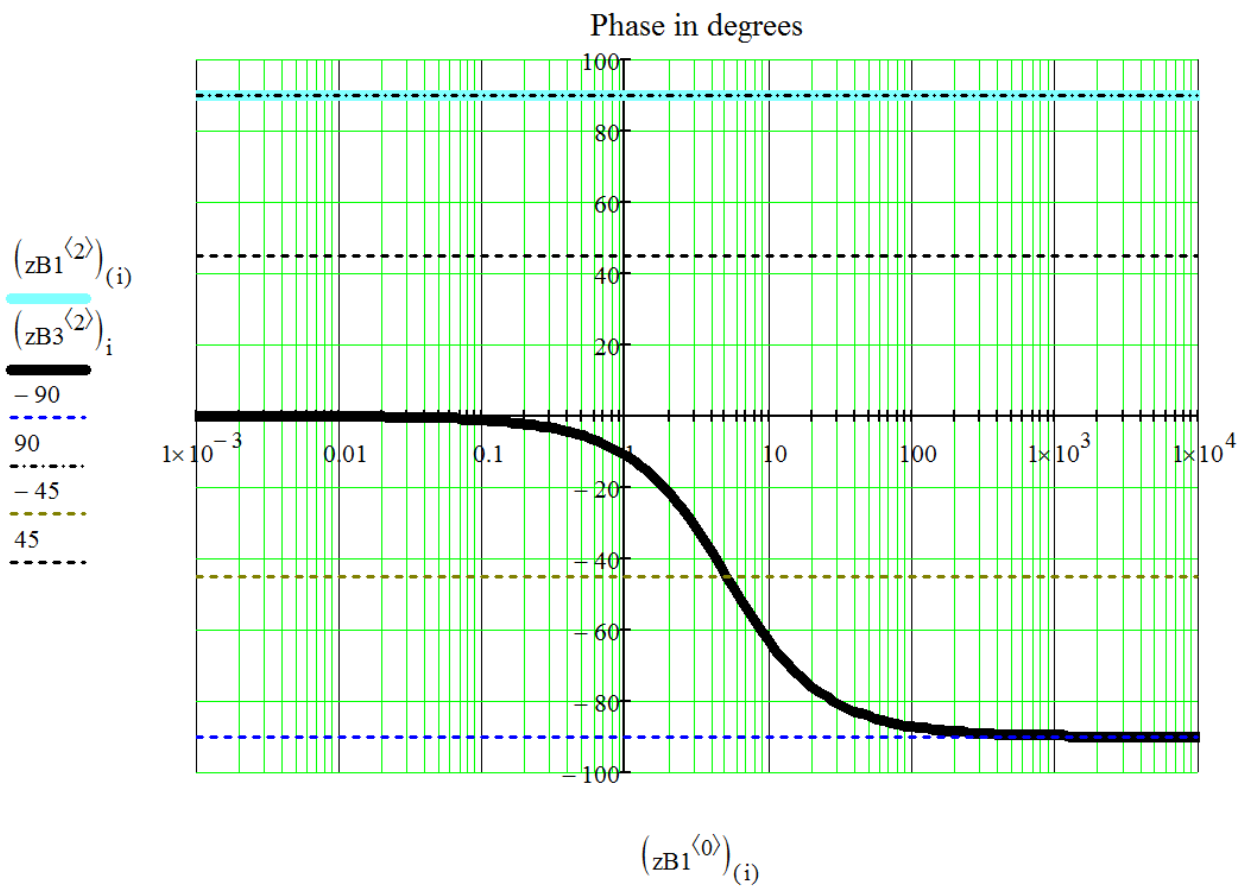
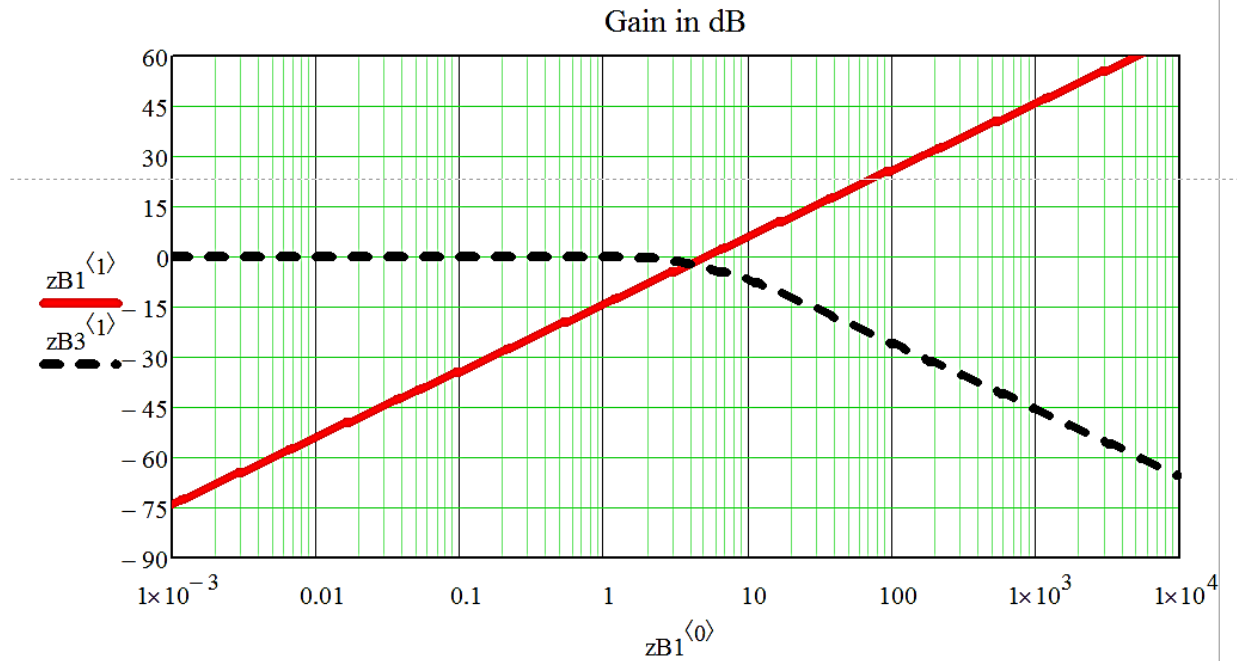
$$zB3 := \text{BodePlot}(H_3, 0.001, 10000)$$

$$zB4 := zB0 + zB1 + zB2 + zB3$$

$$i := 0.. \text{last}(zB1^{(0)}) \quad \text{last}(zB1^{(0)}) = 140$$

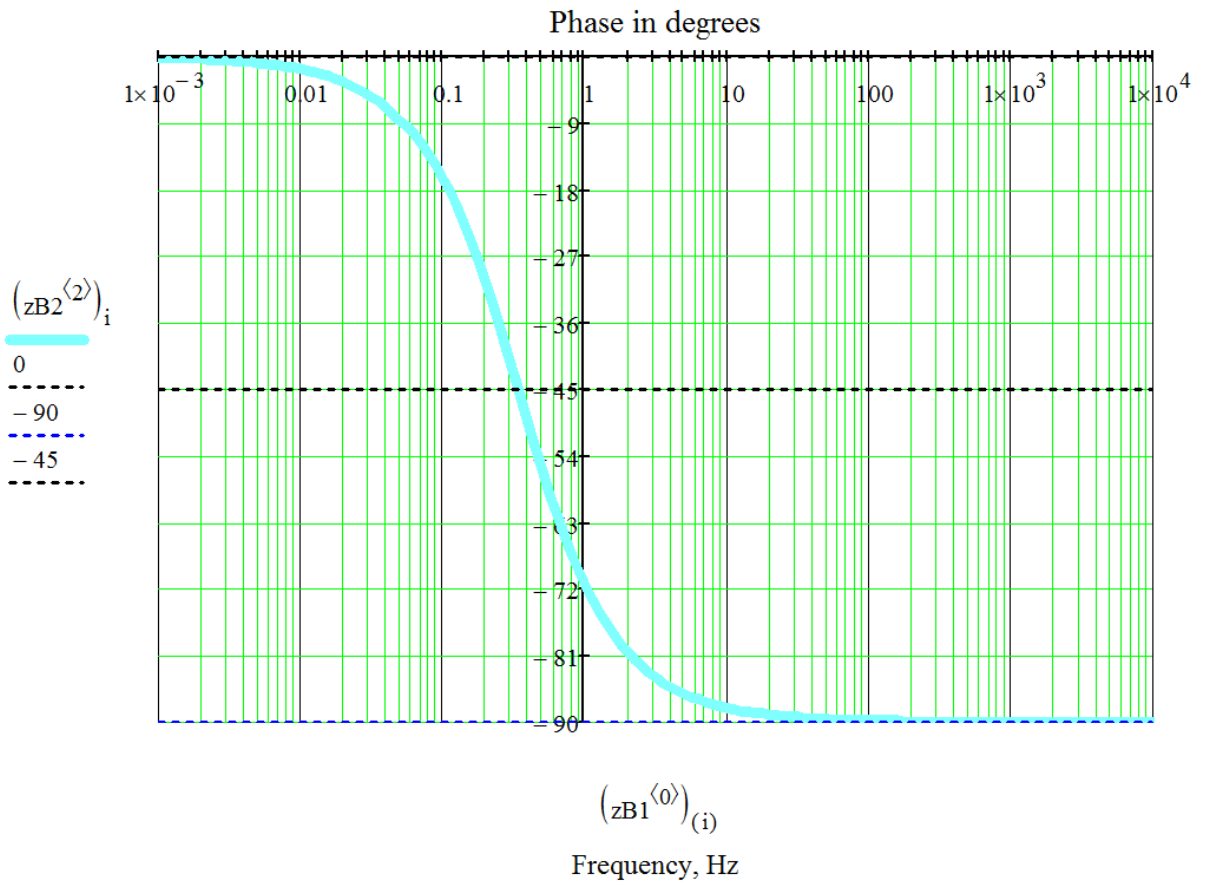
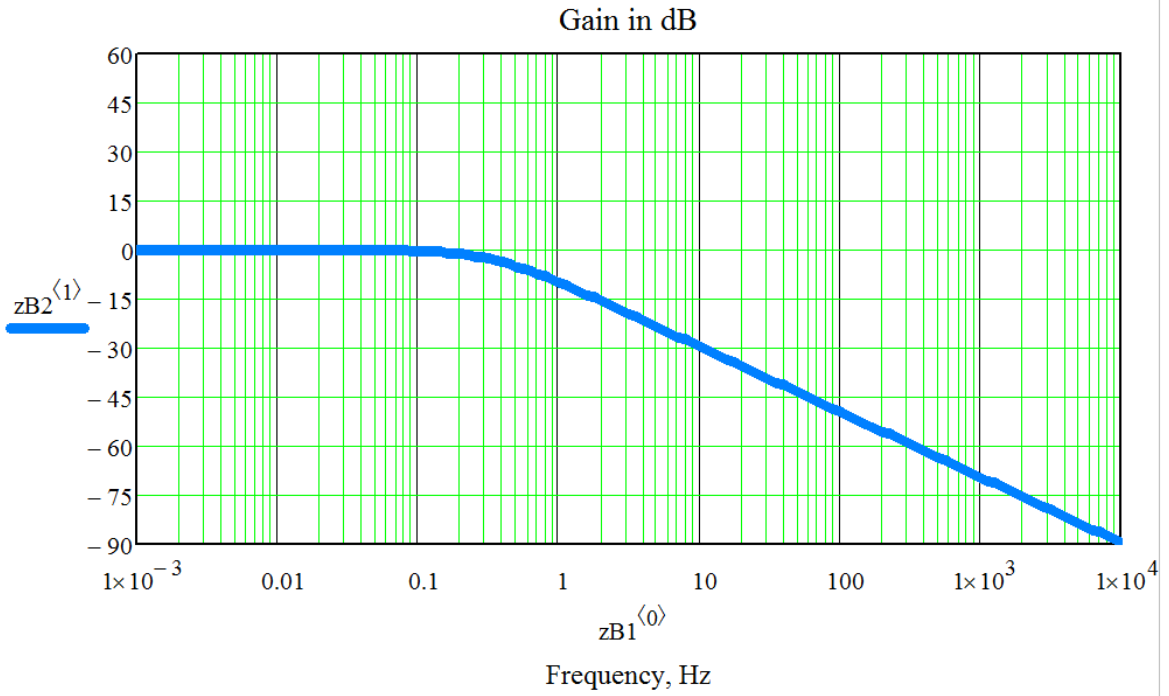
Модель ланки

$$H1(s) := s \cdot \tau_1 \quad H3(s) := \frac{1}{(s \cdot \tau_1 + 1)}$$



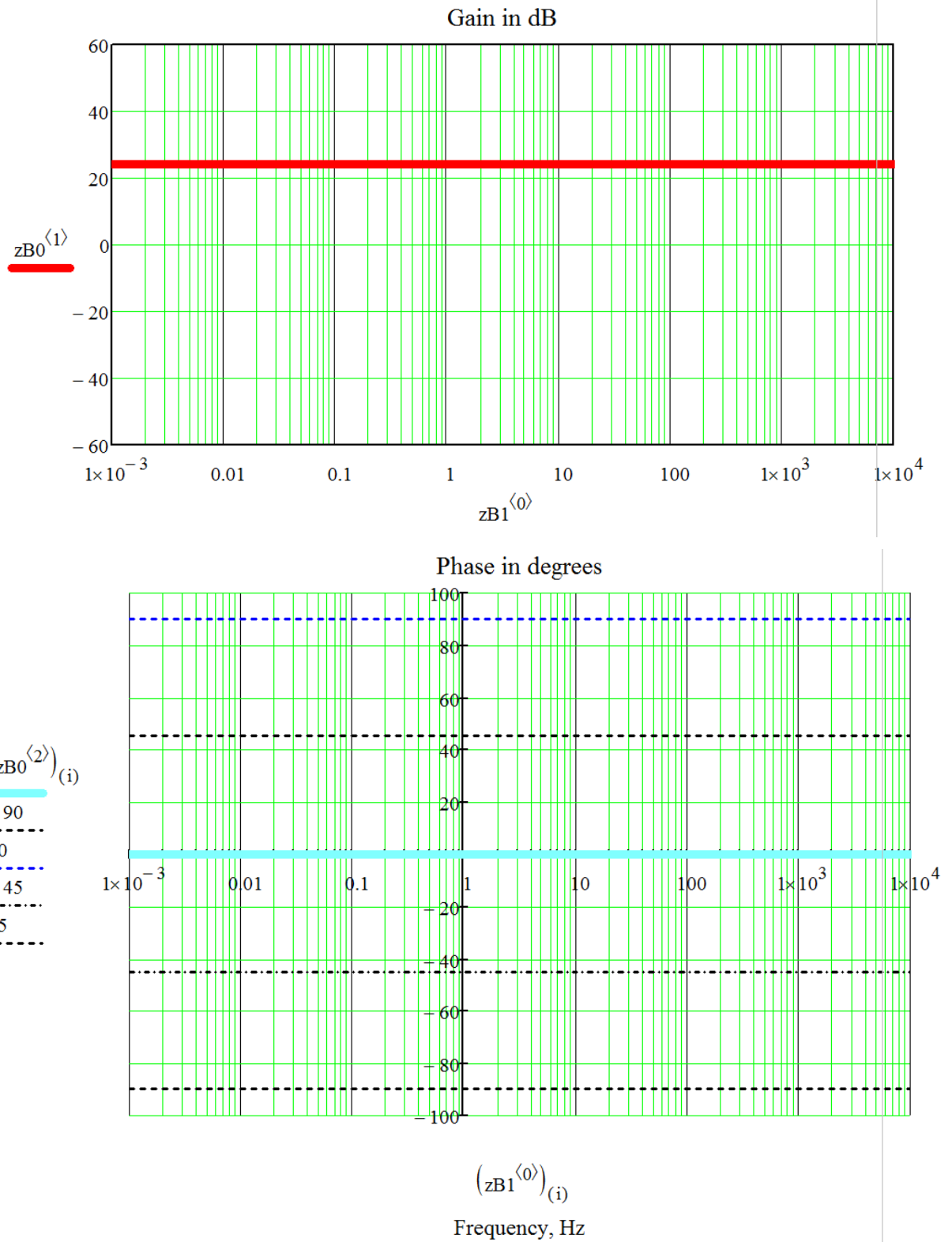
Модель ланки

$$H_2(s) := \frac{1}{(s \cdot \tau_0 + 1)}$$

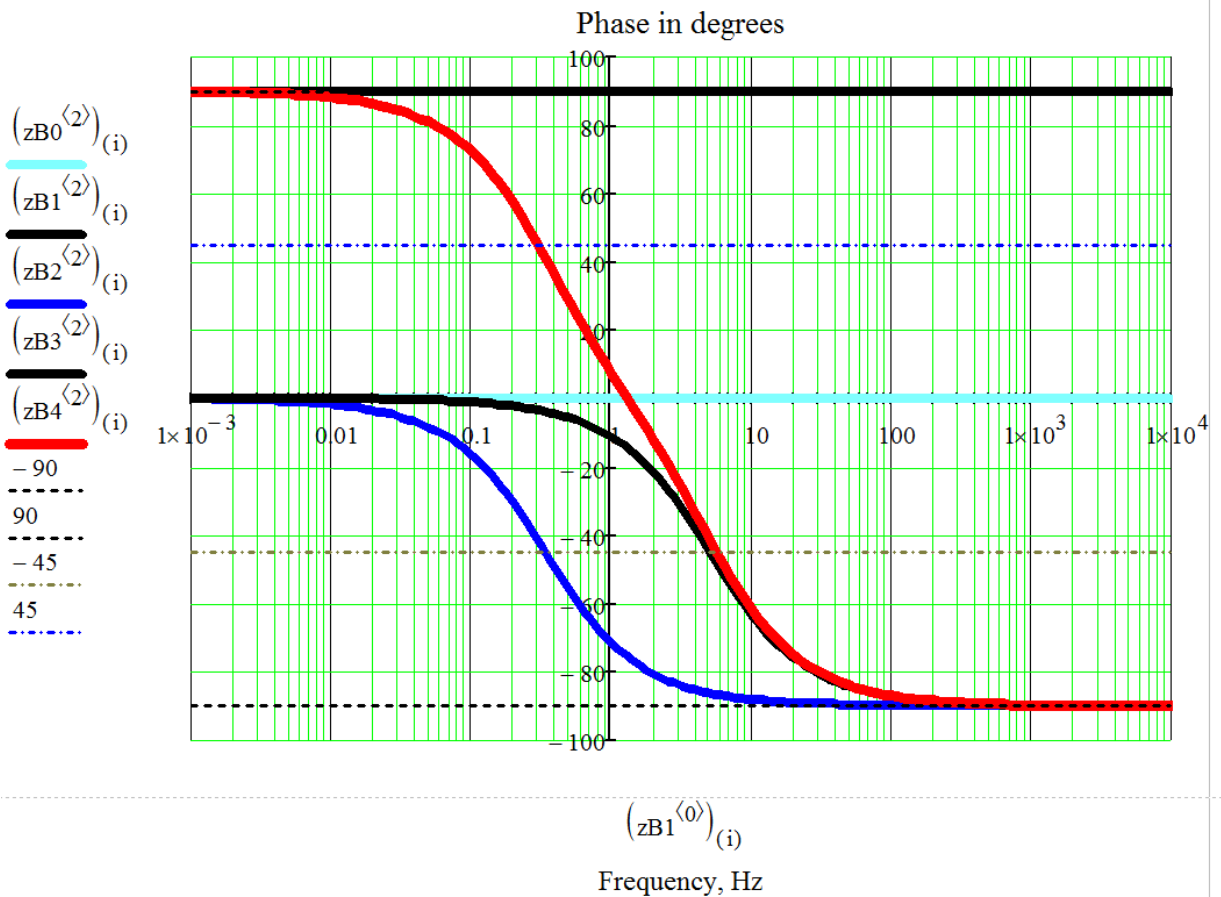
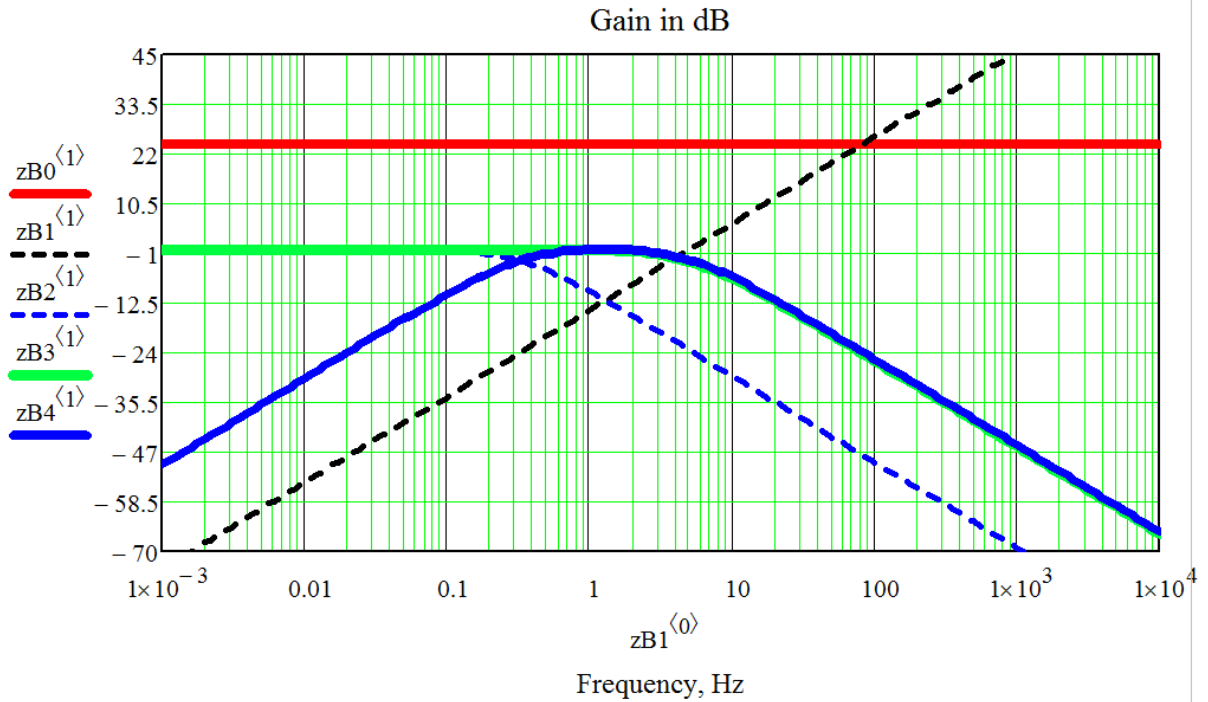


Модель ланки

$$H_0(s) := \frac{200.}{6.0 \cdot \alpha_0}$$

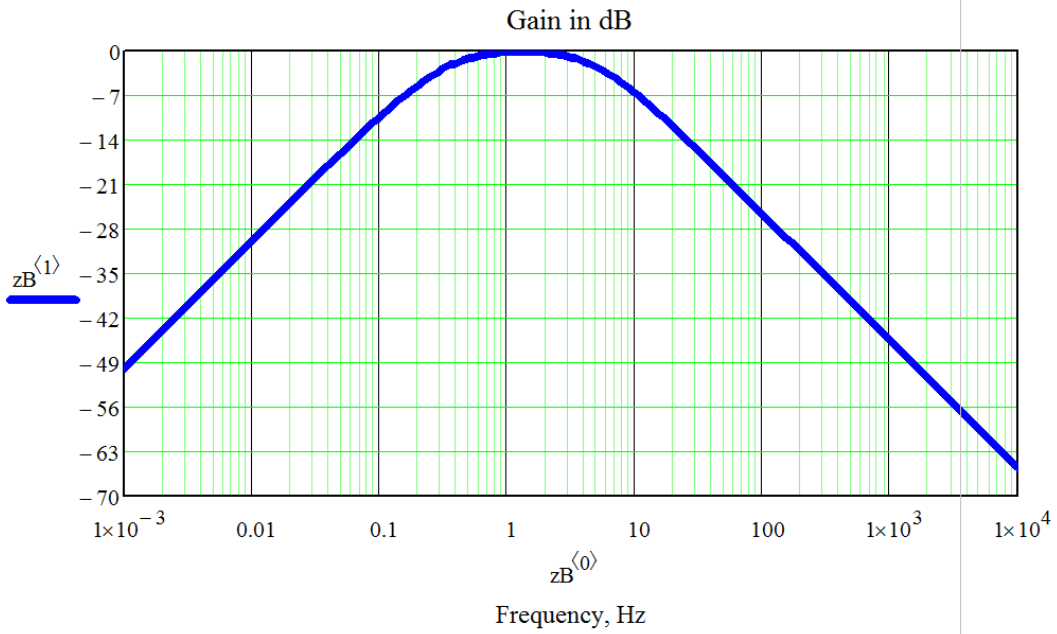


Для побудови діаграм Бодє досить знати тільки постійні часу (точки зламу характеристик) і коефіцієнт передачі на постійному струмі (на нульовій частоті)

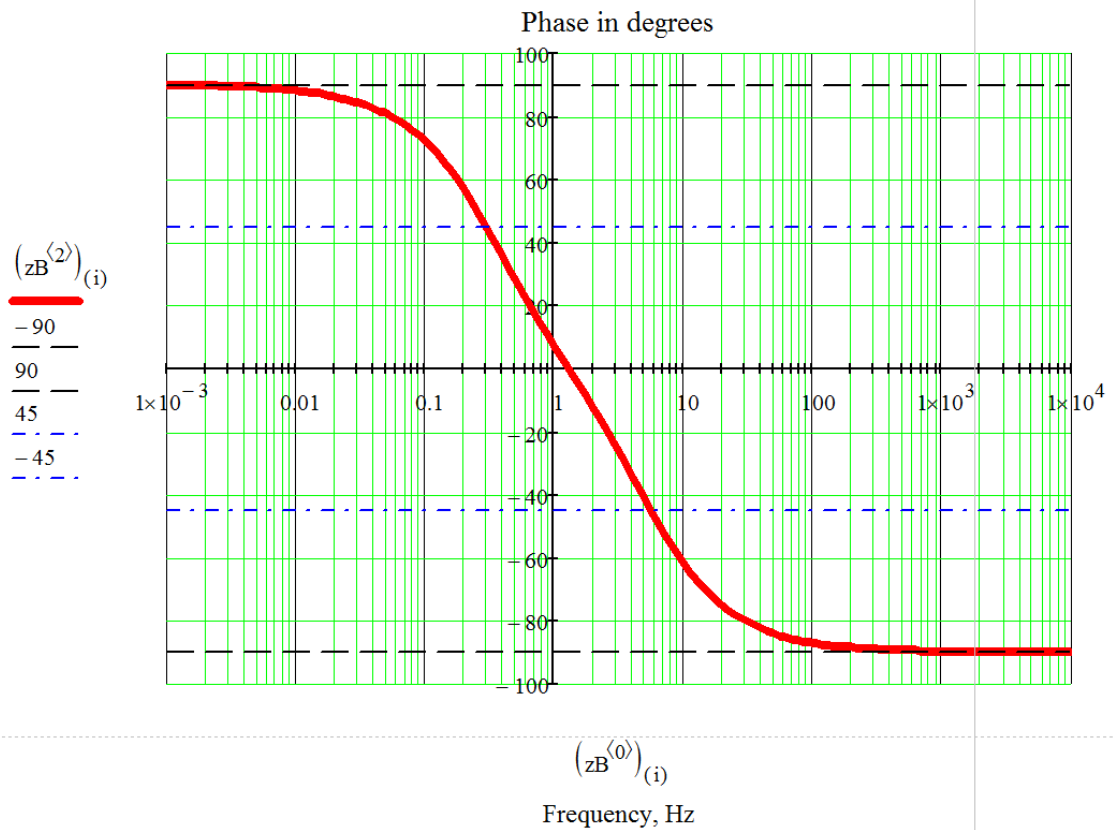


Загальні логарифмічні амплітудна та фазова характеристики кола, побудовані за функцією $H(s)$

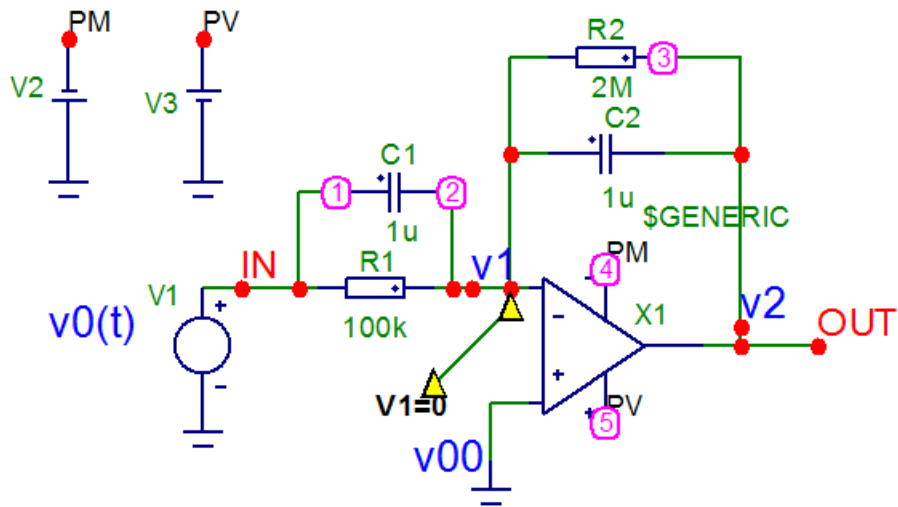
```
zB := BodePlot(H,0.001,10000)      i := 0..last(zB<sup>(0)</sup>)
```



L



**3.6. Дослідження типового кола на операційному підсилювачі.
Системна функція. Частотні та часові динамічні характеристики кола на операційному підсилювачі**



Позначимо $V0(s) := 1$ $v00 := 0$ $TOL := 10^{-6}$

система рівнянь за методом вузлових напруг

$$Y11(s) := \frac{1}{R1} + C1 \cdot s + \frac{1}{R2} + C2 \cdot s \quad Y12(s) := -\left(\frac{1}{R2} + C2 \cdot s\right)$$

$$Y22(s) := \text{нескінченність} \quad Y21(s) := Y12(s)$$

Given

$$Y11(s) \cdot v1 + Y12(s) \cdot v2 = V0(s) \cdot \left(\frac{1}{R1} + C1 \cdot s\right) \quad \text{рівняння для першого вузлу}$$

$$v1 = 0$$

для вихіду ОП рівняння не складаємо. Замість - равенство напруг першого і другого входа ОП

$$V(s) := \text{Find}(v1, v2) \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{R2 + C1 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s}{R1 + C2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s} \end{pmatrix}$$

$$v2(s) := V(s)_1 \rightarrow -\frac{R2 + C1 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s}{R1 + C2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s}$$

$$H(s) := \frac{v2(s)}{V0(s)} \rightarrow -\frac{R2 + C1 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s}{R1 + C2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s}$$

$$R1 := 100000 \quad R2 := 2000000 \quad C1 := 1 \cdot 10^{-6} \quad C2 := 1 \cdot 10^{-6}$$

$$H(s) := -\frac{R2 + C1 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s}{R1 + C2 \cdot R1 \cdot R2 \cdot s} \quad \text{Системна функція}$$

тоді

$$H(s) \text{ float,4} \rightarrow -\frac{1.0 \cdot (200000.0 \cdot s + 2.0e6)}{200000.0 \cdot s + 100000.0}$$

$$h\delta(t) := H(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace,s} \\ \text{float,6} \end{array} \right. \rightarrow -1.0 \cdot \Delta(t) + -9.5 \cdot e^{-0.5t} \quad \text{дельта імпульс}$$

$$g(t) := -9.5 \cdot e^{-0.5t} \quad \text{без дельта імпульсу}$$

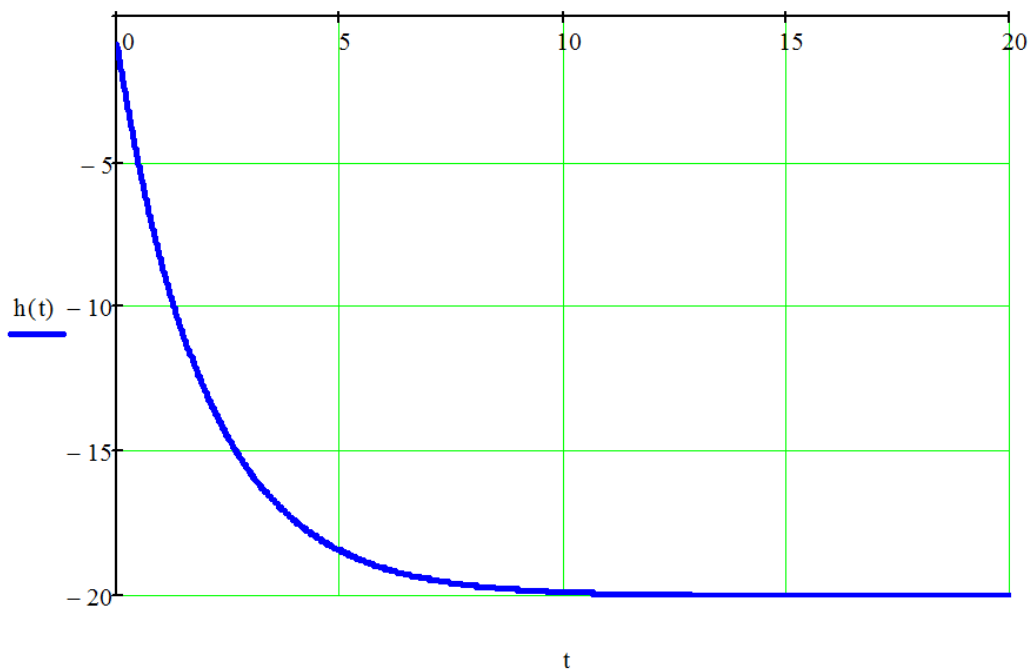
Якщо

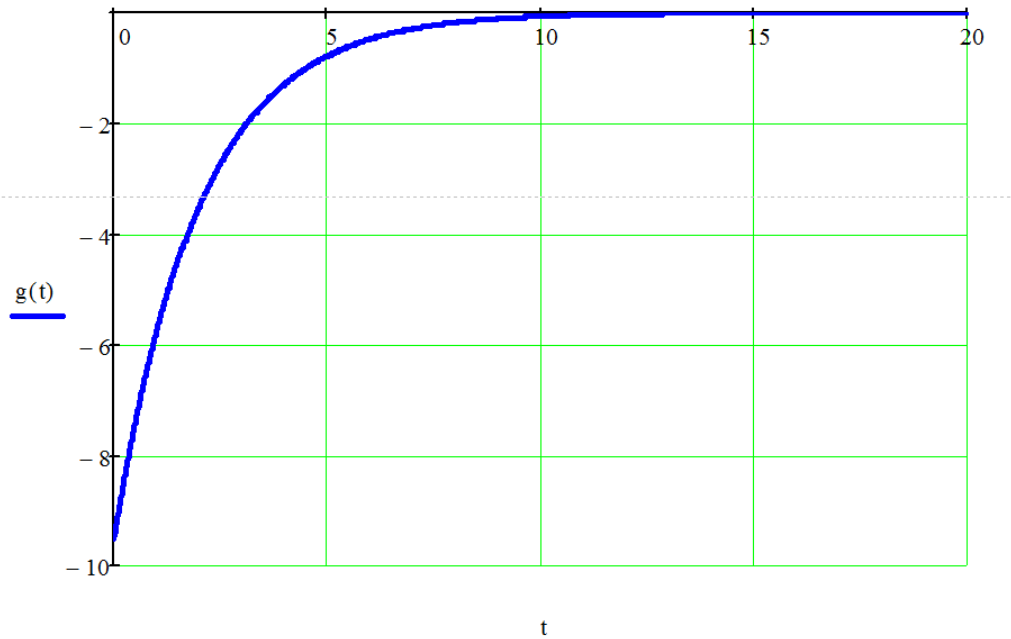
$$v0(s) := \frac{1}{s}$$

реакція кола

$$v2(s) := H(s) \cdot v0(s) \rightarrow -\frac{200000 \cdot s + 2000000}{s \cdot (200000 \cdot s + 100000)}$$

$$h(t) := v2(s) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace,s} \\ \text{float,3} \end{array} \right. \rightarrow 19.0 \cdot e^{-0.5t} - 20.0 \quad h(0) = -1$$





Програмний модуль для побудови діаграм Бode

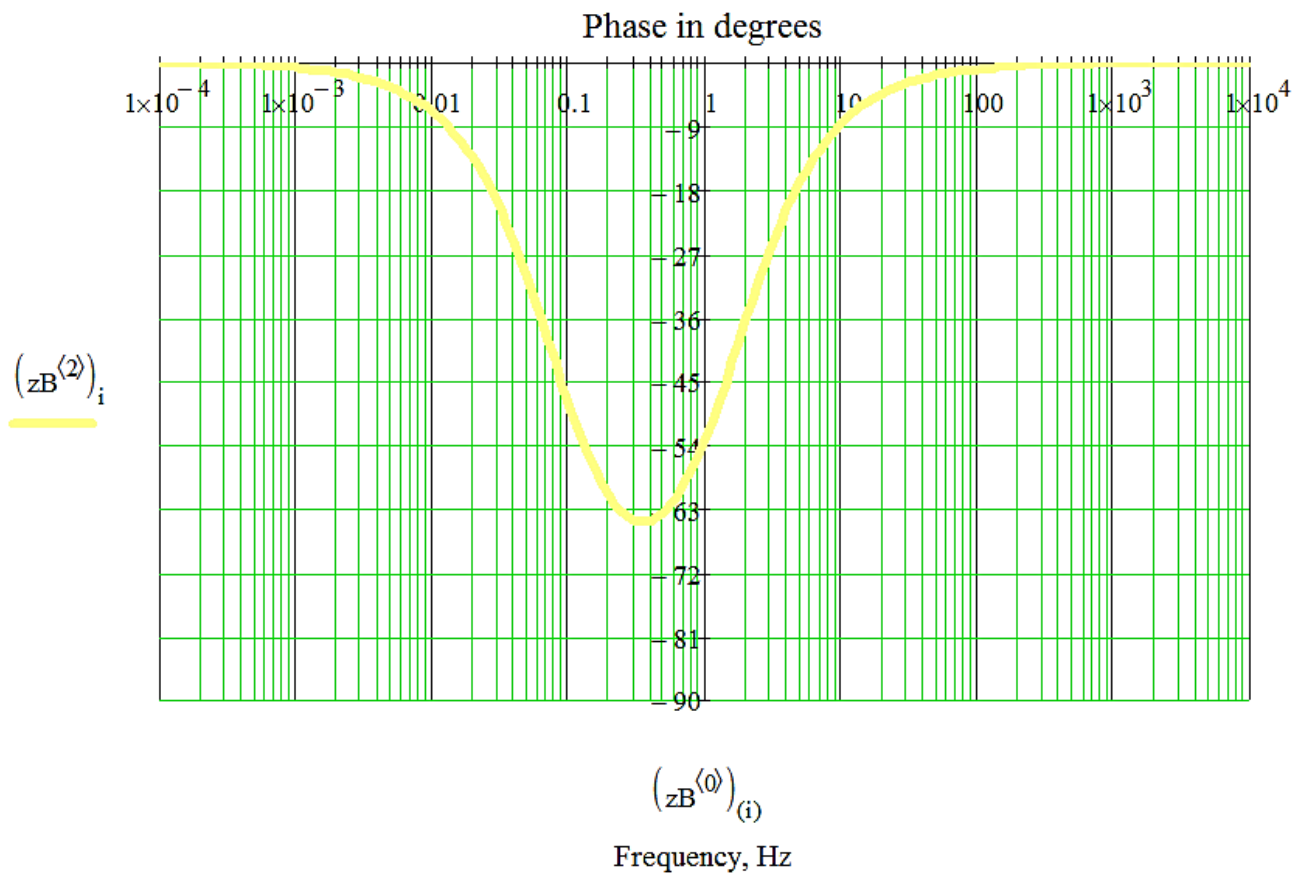
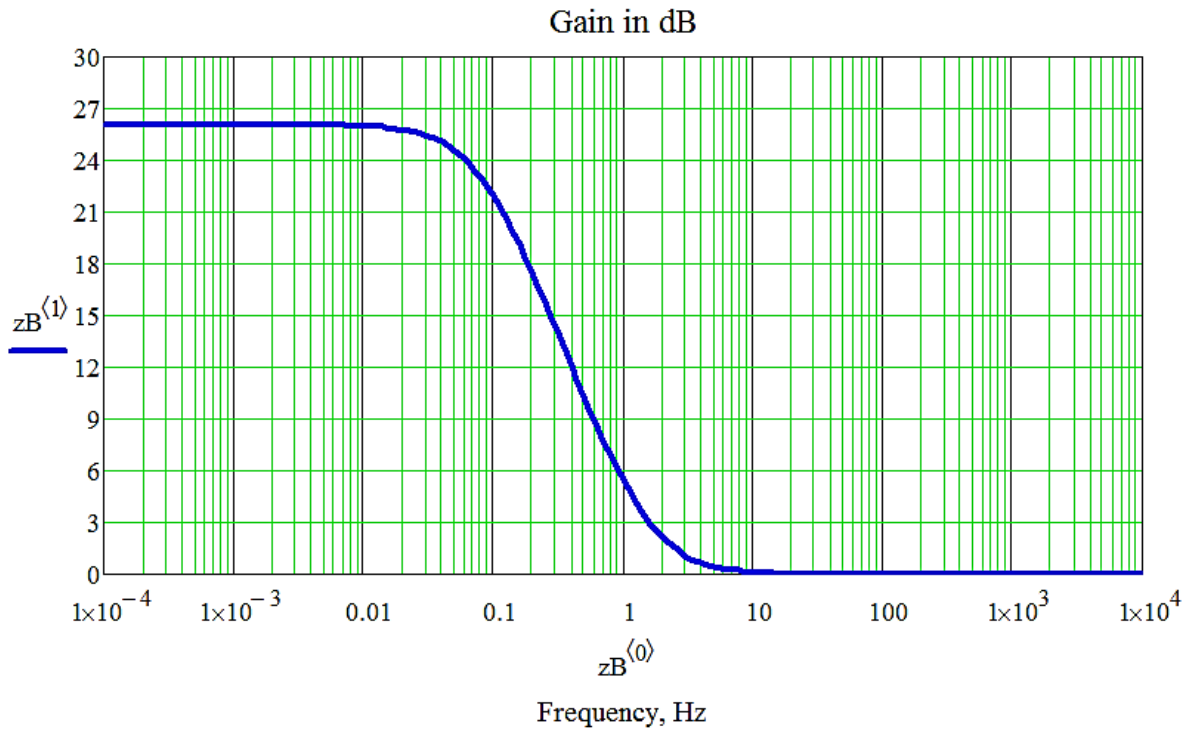
$j := \sqrt{-1}$ - уведення позначення уявної одиниці

+

```

BodePlot(F, MinFreq, MaxFreq) :=
  ndk ← 20
  n ← ndk · ceil( log( MaxFreq / MinFreq ) )
  r ← ln( MaxFreq / MinFreq )
  for i ∈ 0..n
    f ← MinFreq · ei · r / n
    Zi,0 ← f
    V ← F(j · 2π · f)
    Zi,1 ← 20 · log(|V|)
    Zi,2 ← arg(V) · 180 / π
  for i ∈ 1..n
    Zi,2 ← Zi,2 - 360 · sign(Zi,2 - Zi-1,2) if (|Zi,2 - Zi-1,2|) > 300
  Z
    
```

$zB := \text{BodePlot}(H, 0.0001, 10000)$ $i := 0.. \text{last}(zB^{(0)})$ $\text{last}(zB^{(0)}) = 160$



$$f := 0.1 \quad T_w := \frac{1}{f} \text{ float,3 } \rightarrow 10.0 \quad T = 10$$

$$v_0(t) := \begin{cases} 0 & \text{if } t < 0 \\ 0.1 \cdot \text{sign}(\sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)) & \text{if } 0 \leq t < 5 \cdot T \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{- вхідний сигнал} \\ \text{типу меандр} \end{array}$$

Дискретна у часі згортка

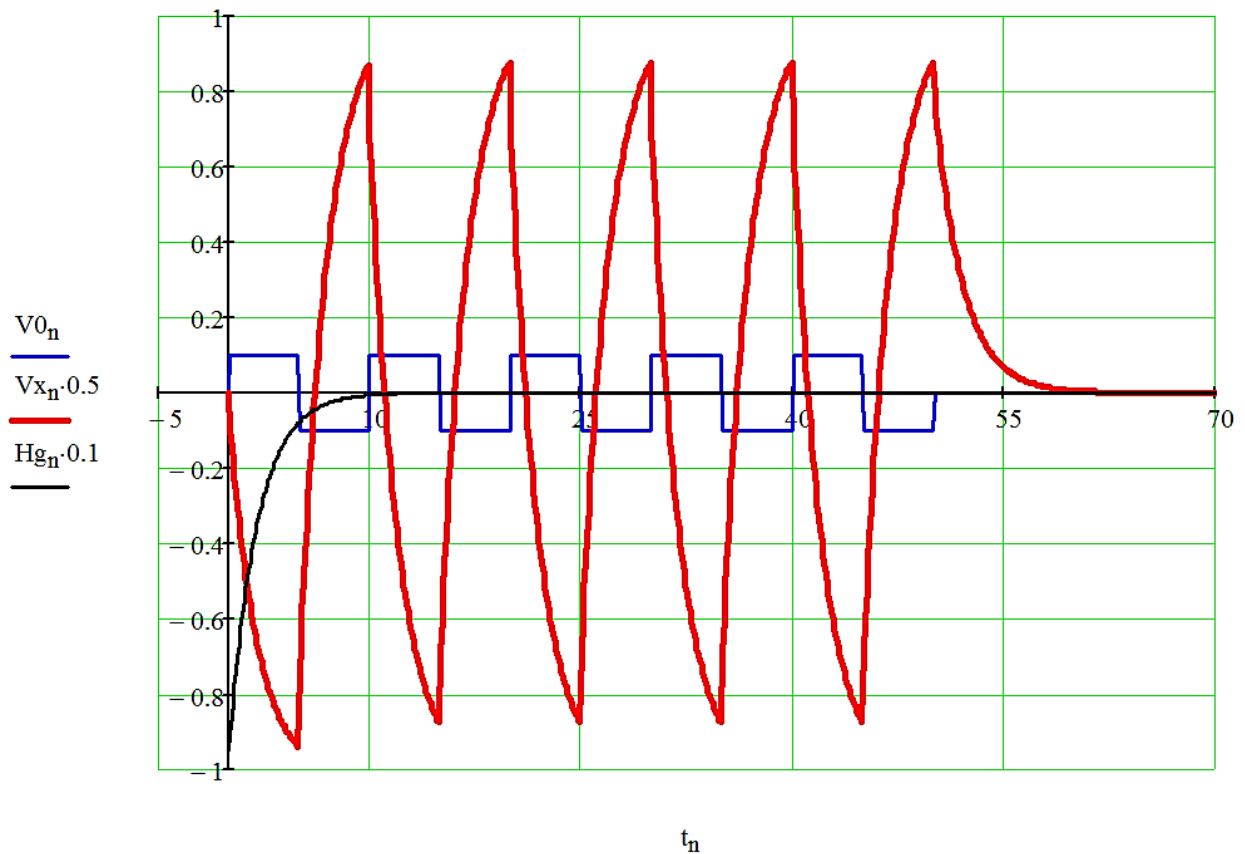
$$NP := 1000 \quad n := 0..NP - 1 \quad TA := 10 \cdot T \text{ float,4 } \rightarrow 100.0 \quad \Delta := \frac{TA}{NP - 1}$$

$$\Delta = 0.1 \quad t_n := n \cdot \Delta \quad \text{- заміна непервної змінної на дискретну змінну часу}$$

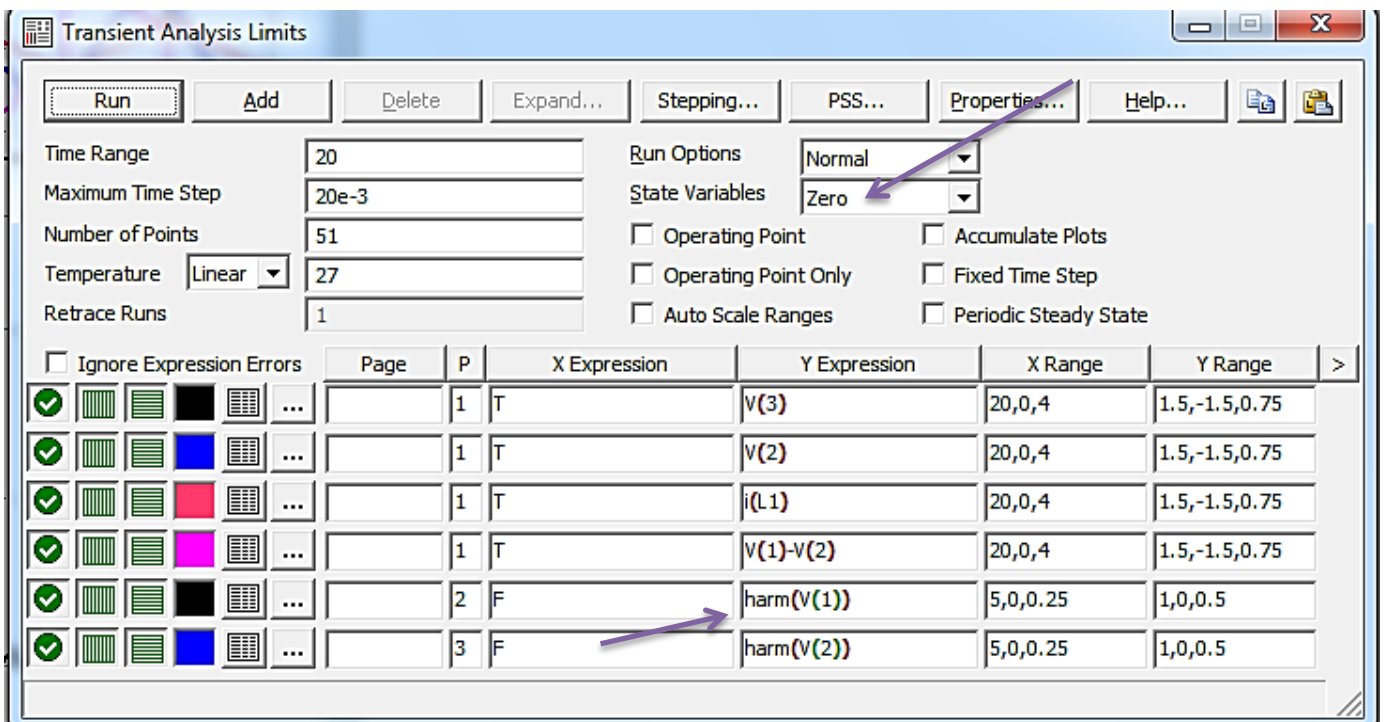
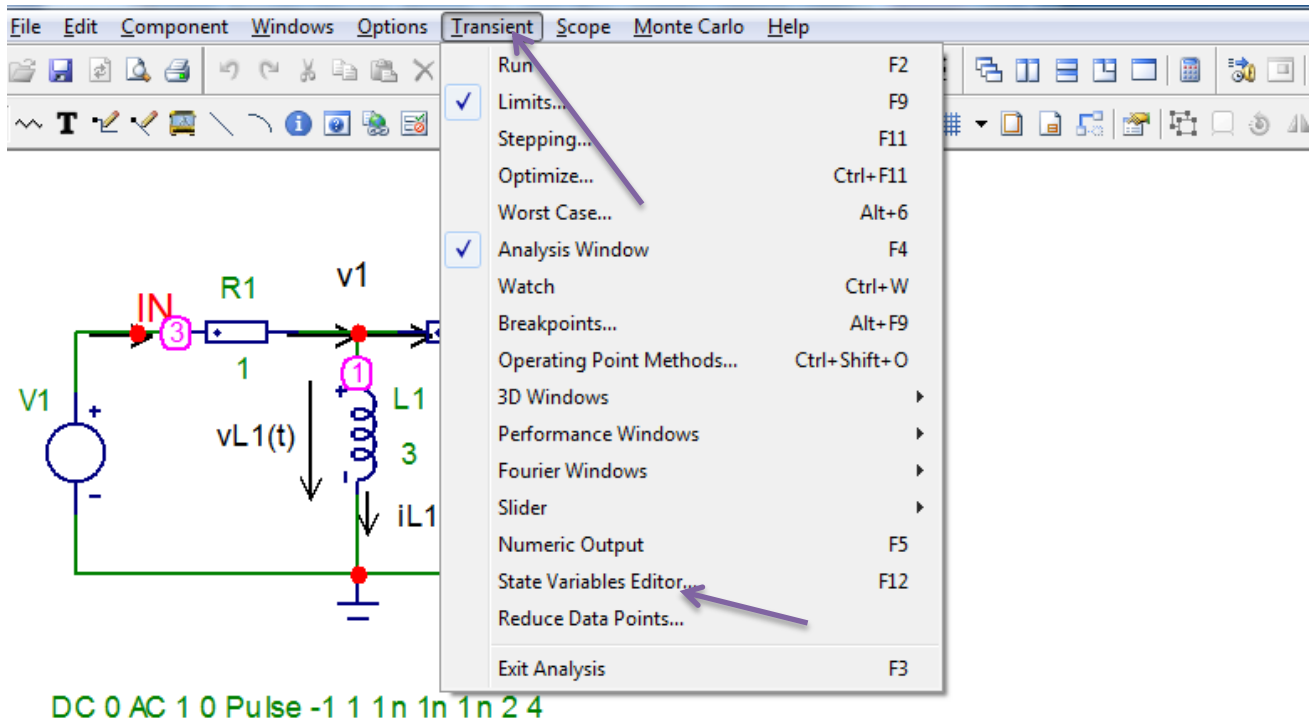
$$V_{0n} := v_0(t_n) \quad H_{gn} := g(t_n)$$

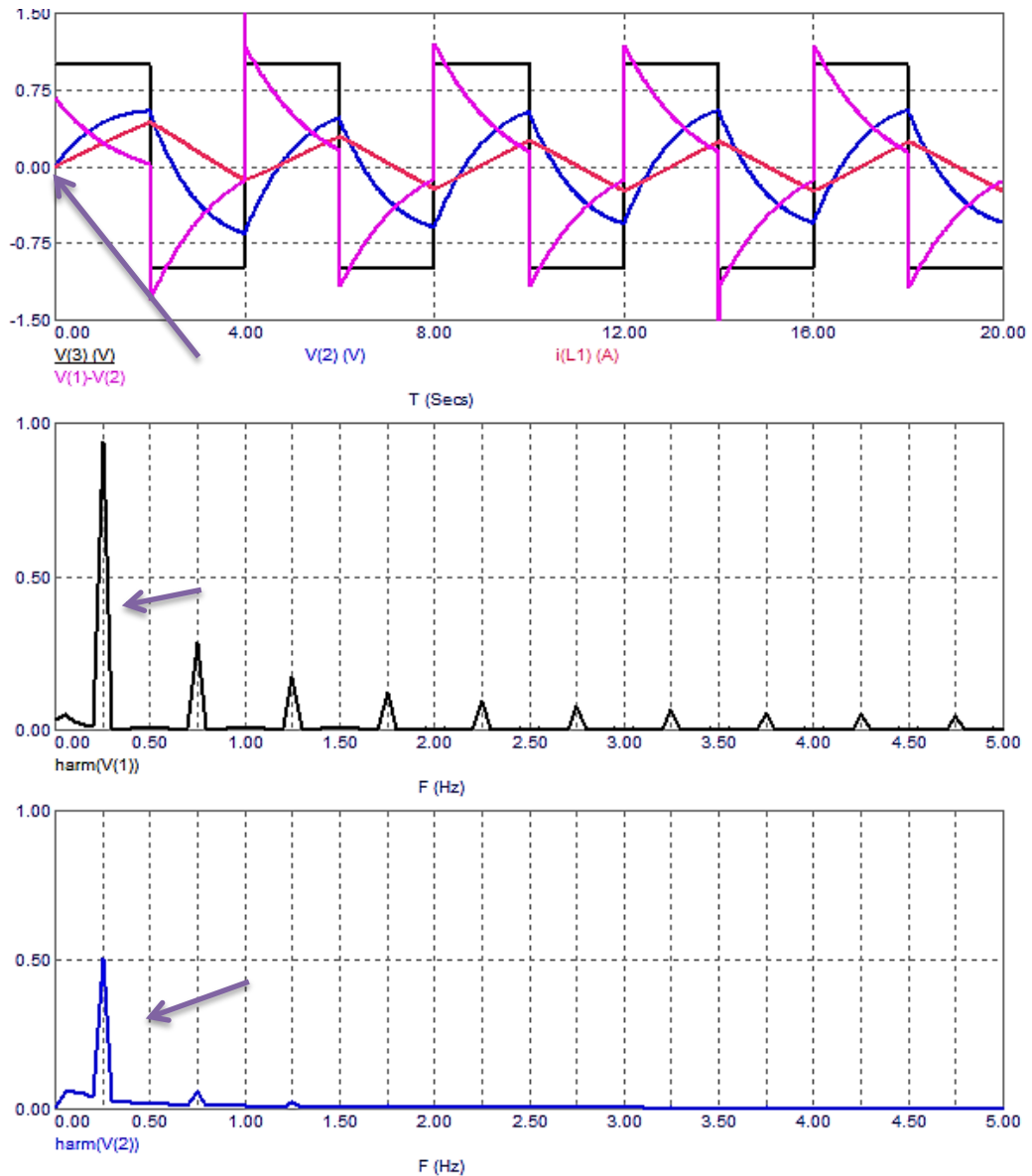
- реакція досліджуваного кола

$$V_{xn} := h(0) \cdot v_0(t_n) + \Delta \cdot \sum_{m=0}^n [V_{0m} \cdot H_{g(n-m)}]$$



3.7. Комп'ютерне моделювання електричного кола в середовищі SPICE-подібної програми схематехнічного моделювання Micro-CAP





Transient Analysis Limits

Run Add Delete Expand... Stepping... PSS... Properties... Help...

Time Range: 20
 Maximum Time Step: 20e-3
 Number of Points: 51
 Temperature: Linear 27
 Retrace Runs: 1

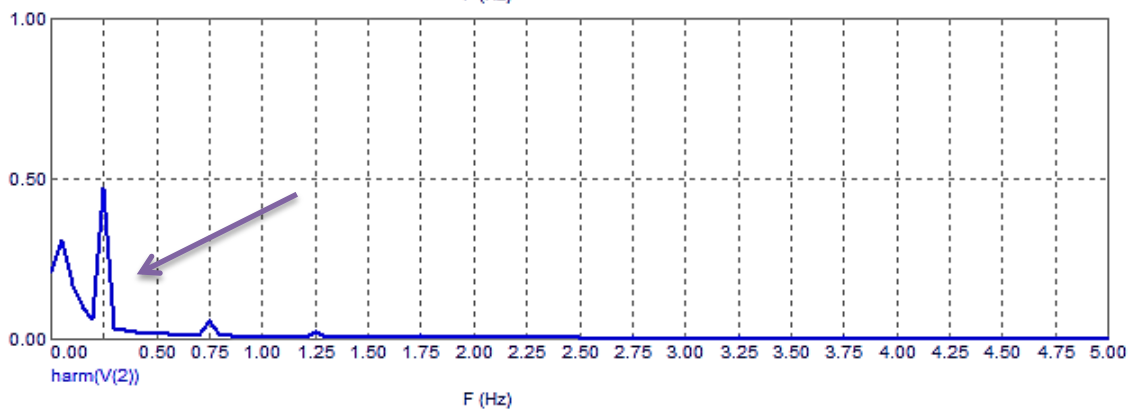
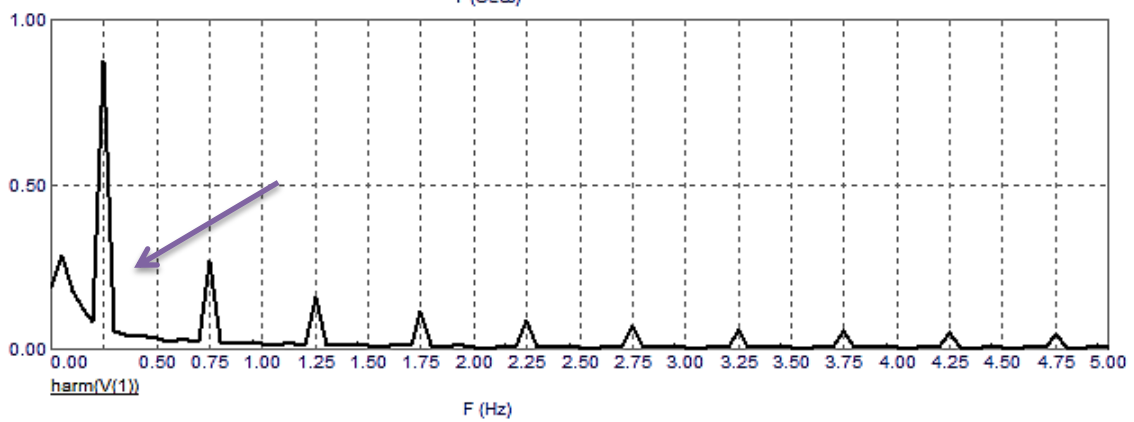
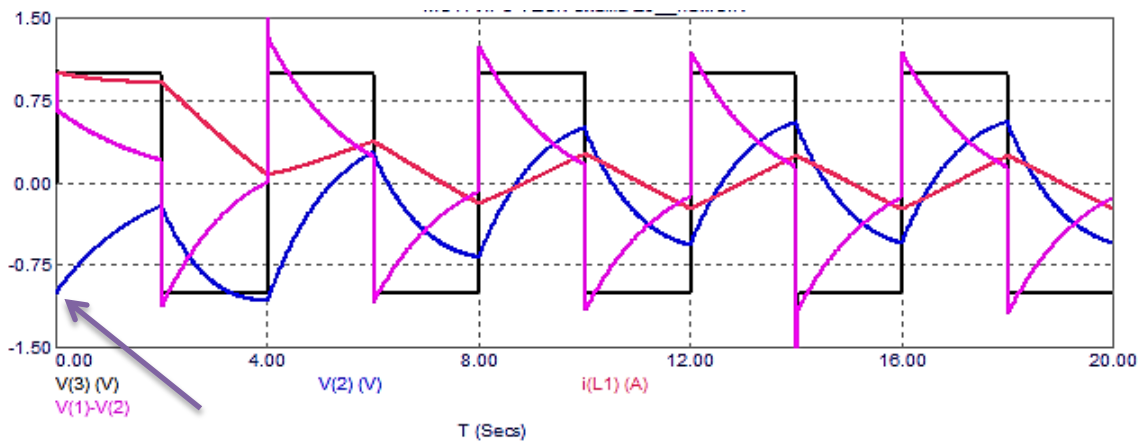
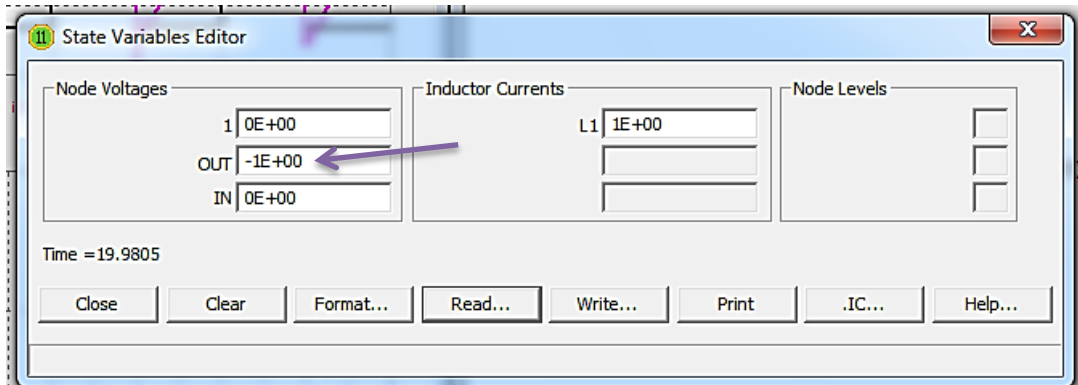
Run Options: Normal
 State Variables: Read

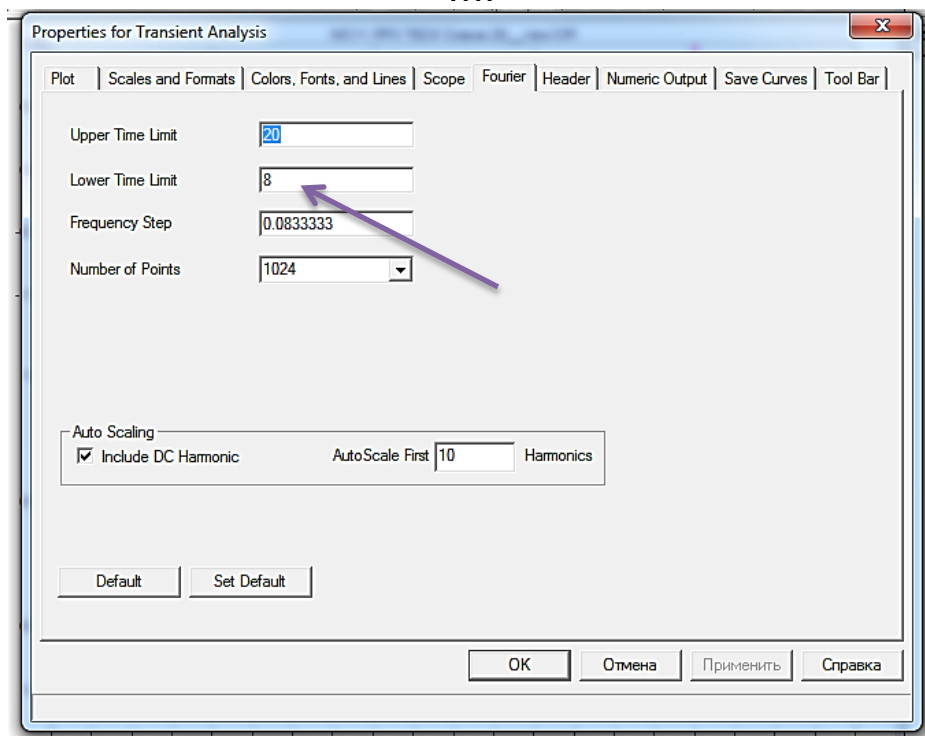
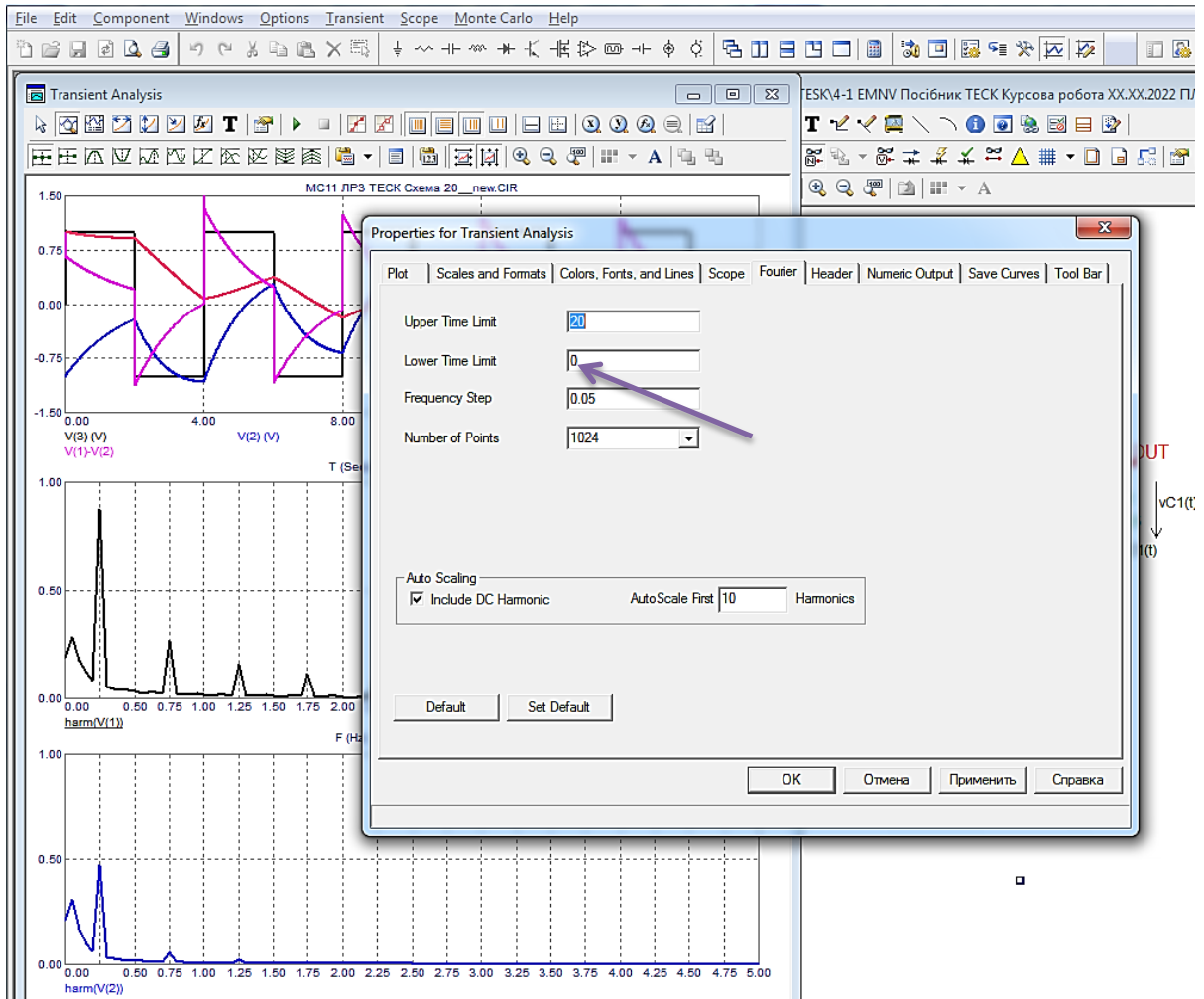
Operating Point
 Operating Point Only
 Auto Scale Ranges

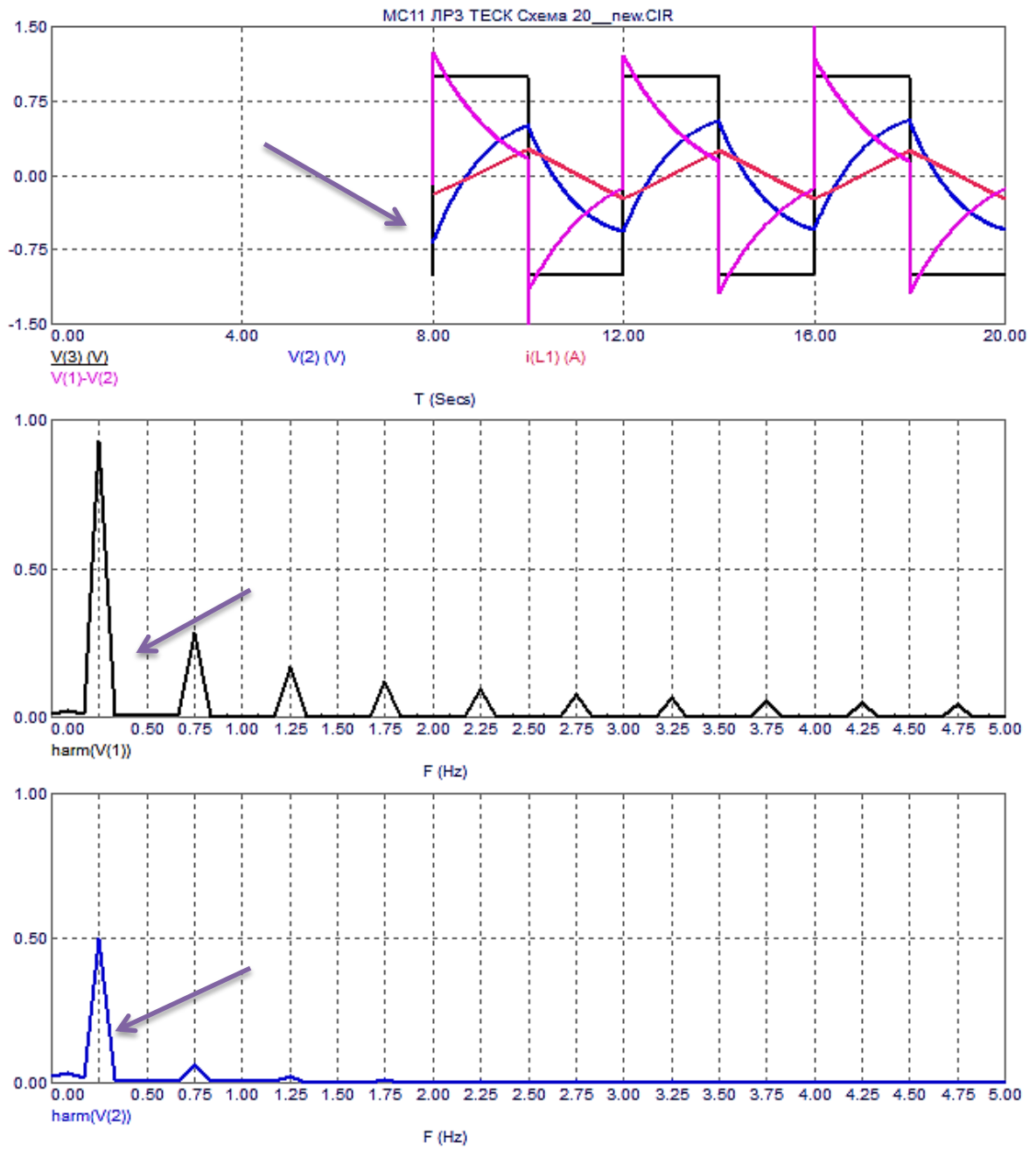
Accumulate Plots
 Fixed Time Step
 Periodic Steady State

<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	Page	P	X Expression	Y Expression	X Range	Y Range
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		1	T	V(3)	20,0,4	1.5,-1.5,0.75
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		1	T	V(2)	20,0,4	1.5,-1.5,0.75
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		1	T	i(L1)	20,0,4	1.5,-1.5,0.75
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		1	T	V(1)-V(2)	20,0,4	1.5,-1.5,0.75
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		2	F	harm(V(1))	5,0,0.25	1,0,0.5
<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>		3	F	harm(V(2))	5,0,0.25	1,0,0.5

Defines the expression for the Y-axis. Click the right mouse button for a variable menu.



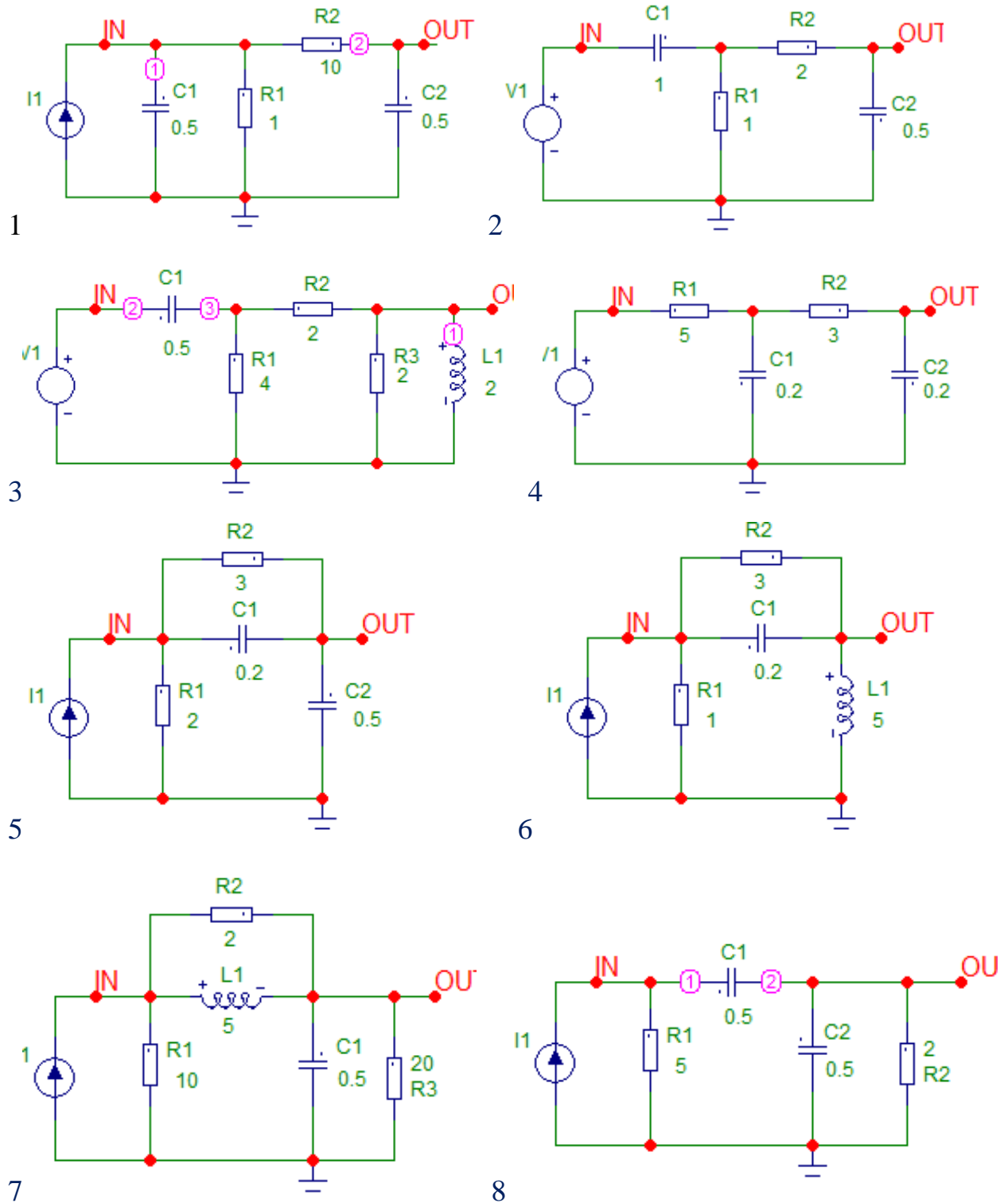


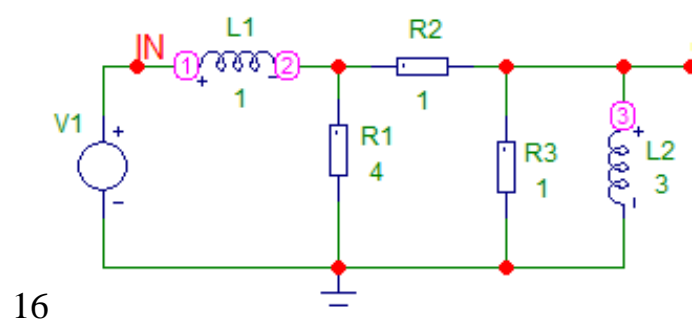
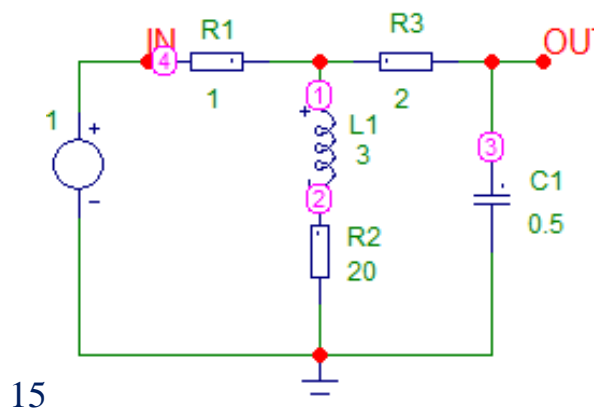
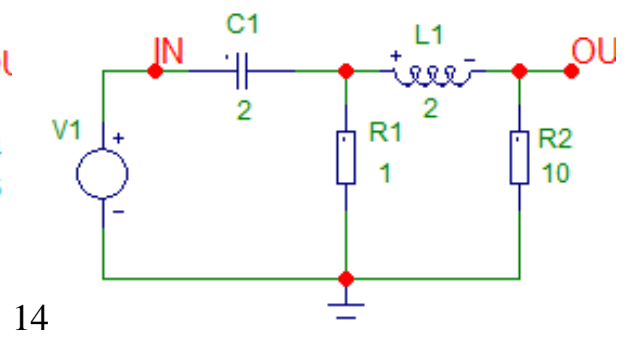
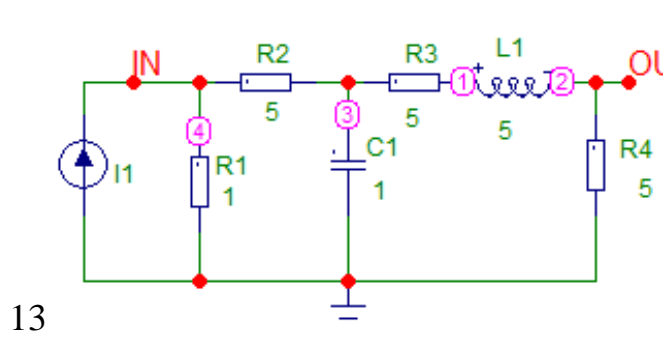
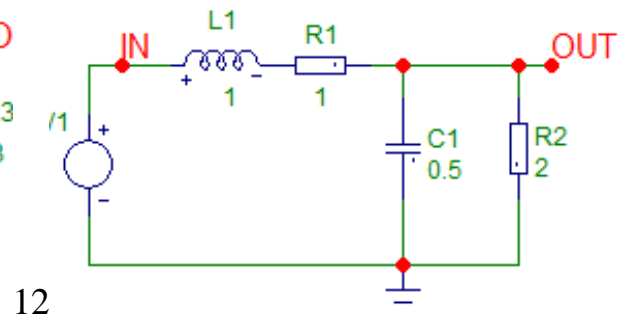
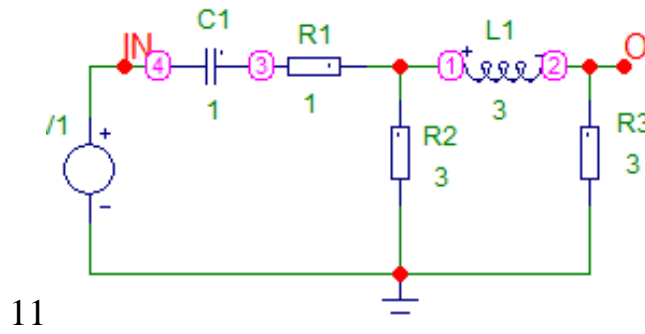
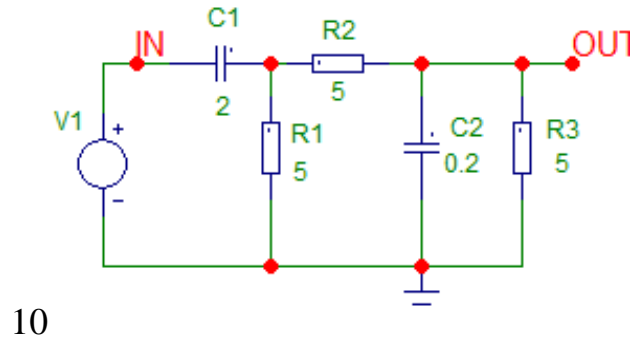
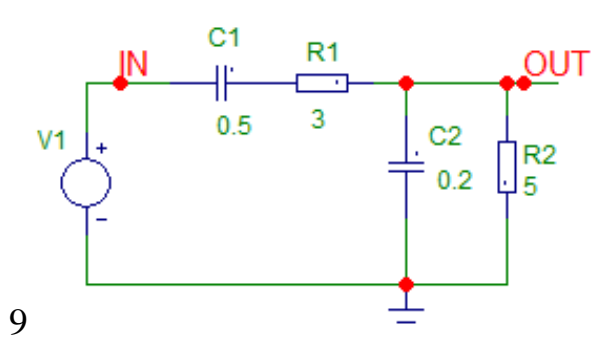


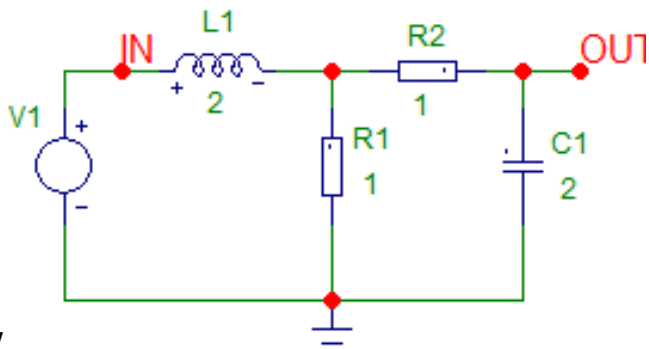
4. ДОДАТКИ

Додаток А. Варіанти схем до курсової роботи

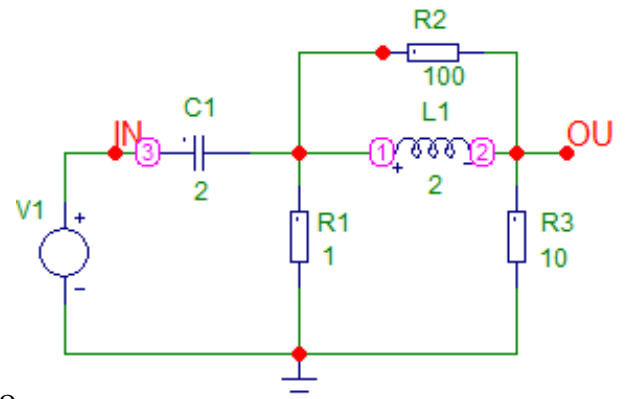
А.1. Пасивні електричні R, L, C - кола другого порядку



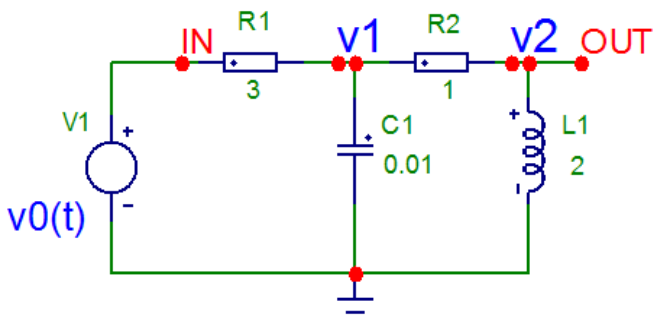




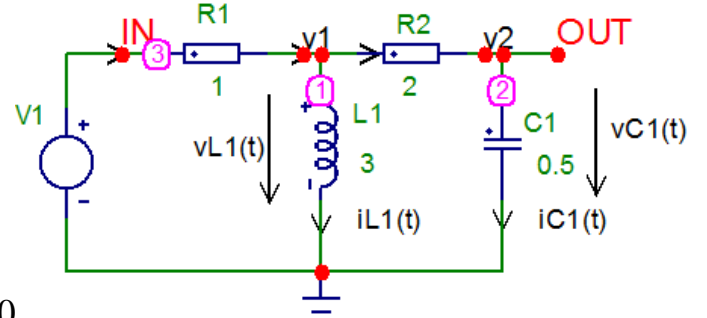
17



18



19



20

A.2. Пасивні електричні R, L, C - кола третього порядку

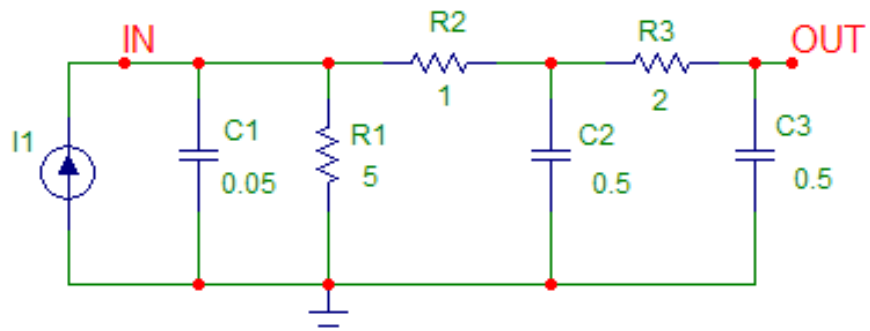


Схема 1.

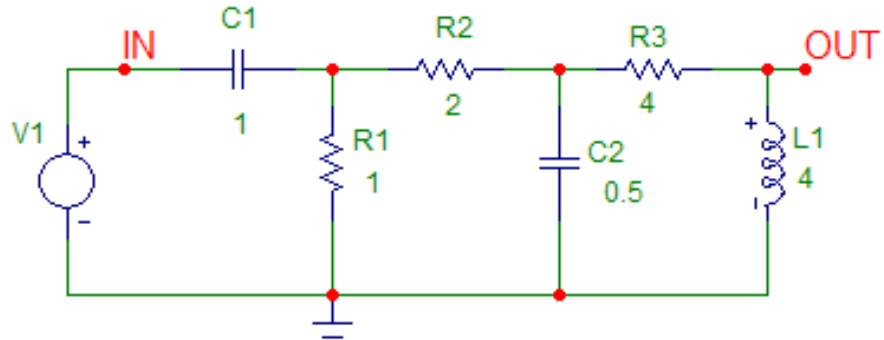


Схема 2.

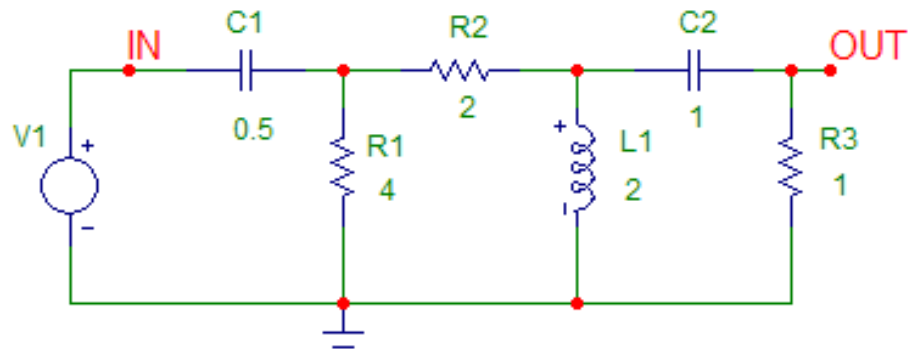


Схема 3.

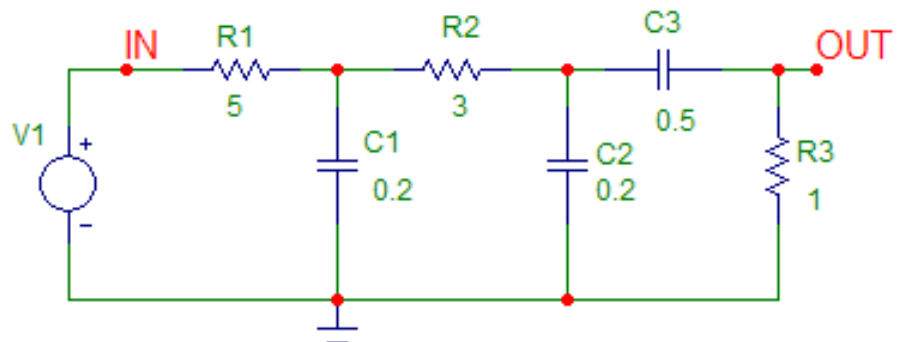


Схема 4.

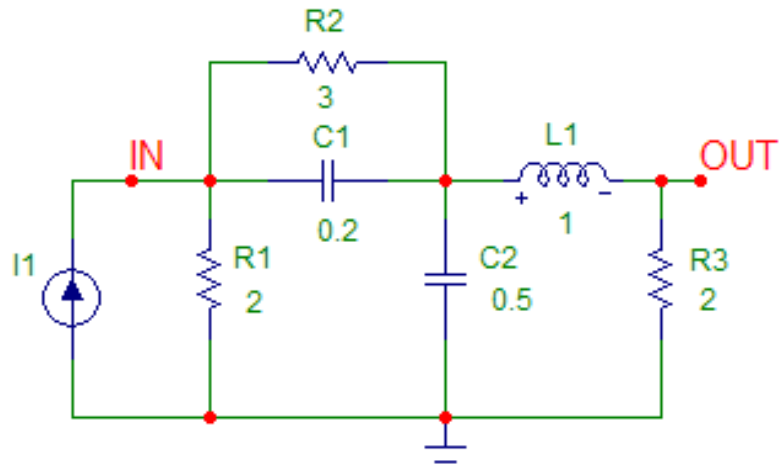


Схема 5.

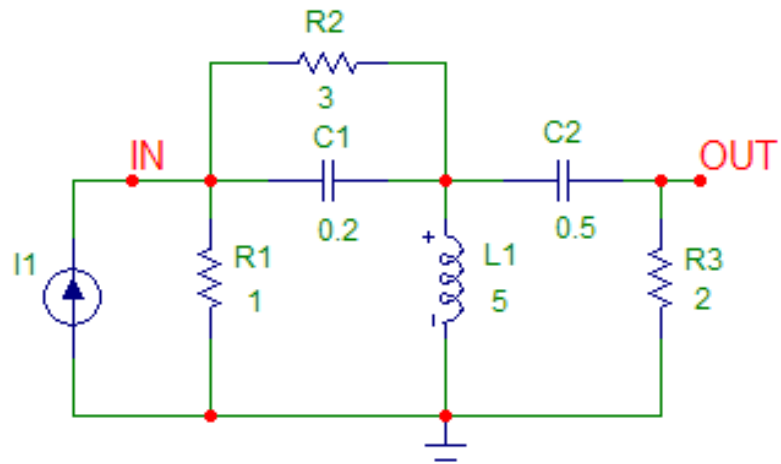


Схема 6.

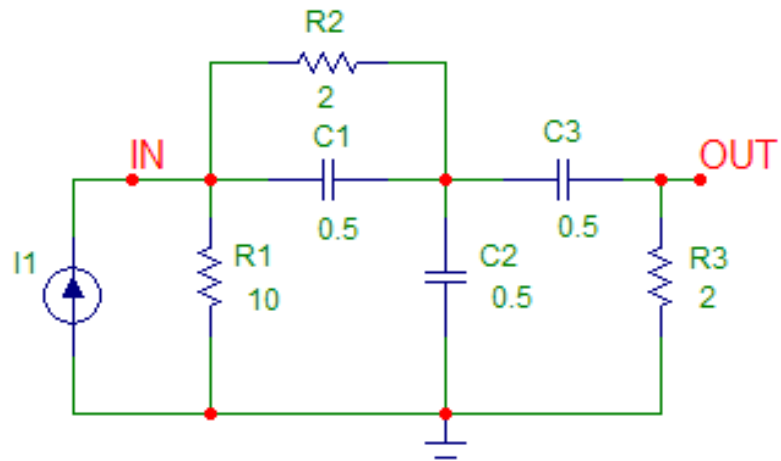


Схема 7.

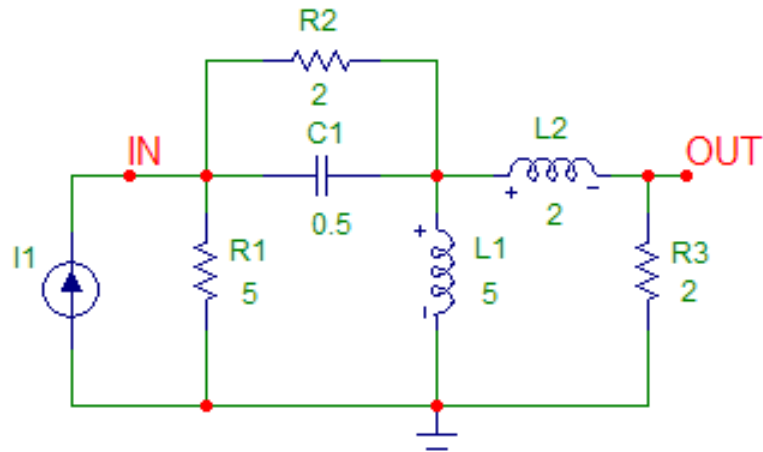


Схема 8.

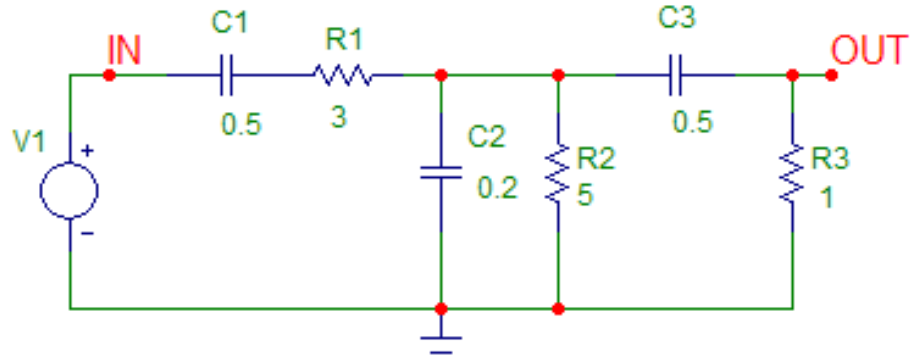


Схема 9.

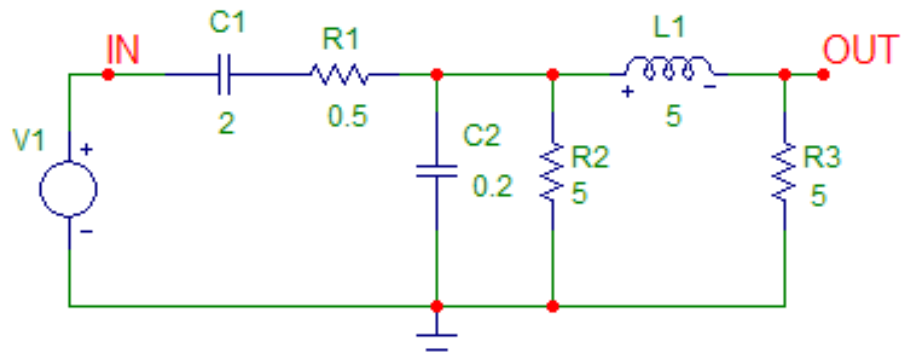


Схема 10.

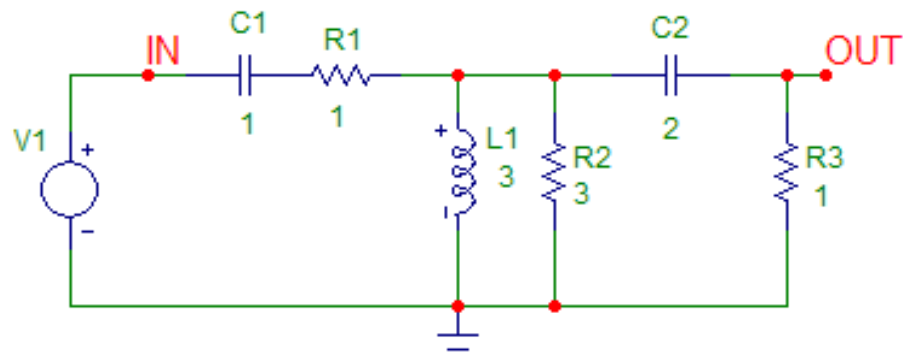


Схема 11.

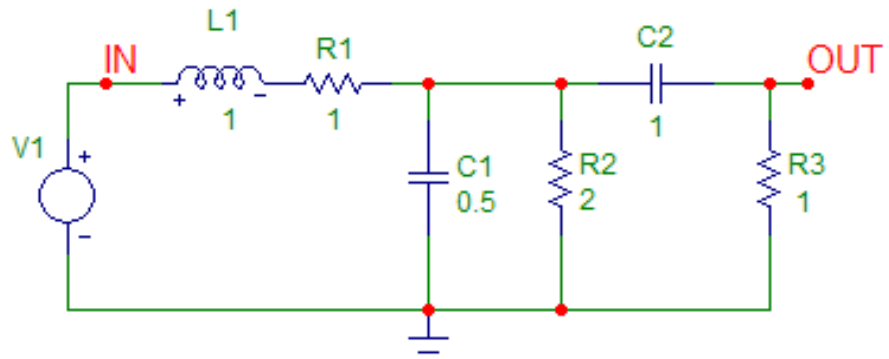


Схема 12.

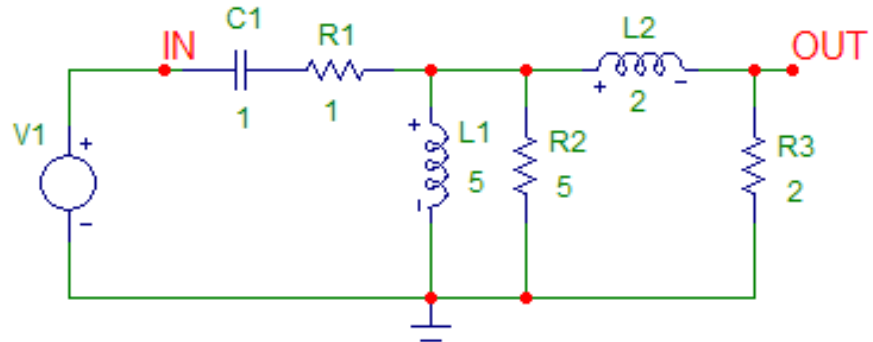


Схема 13.

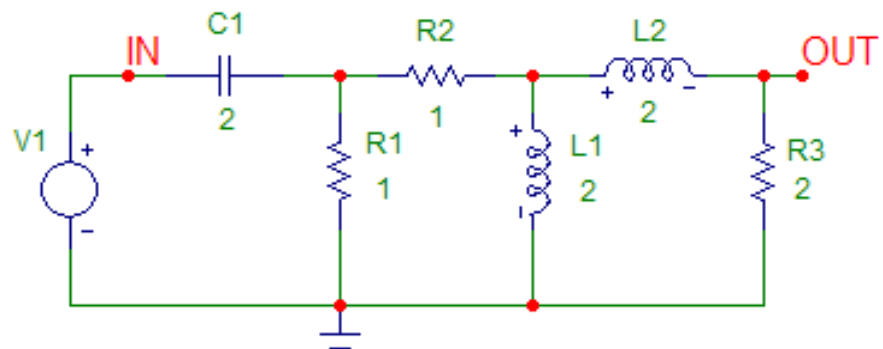


Схема 14.

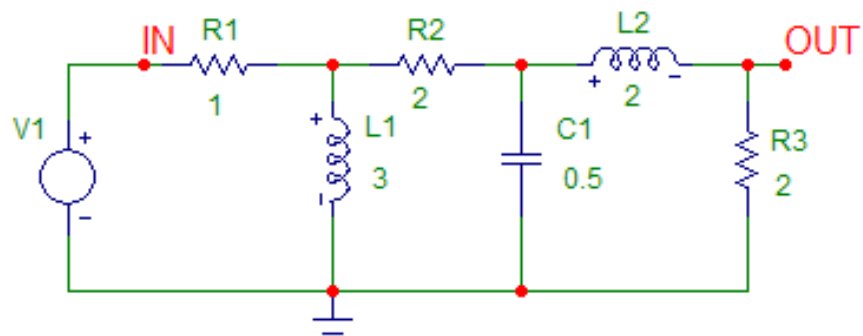


Схема 15.

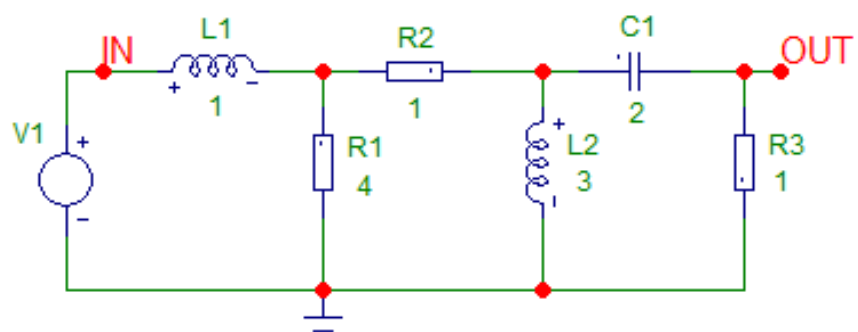


Схема 16.

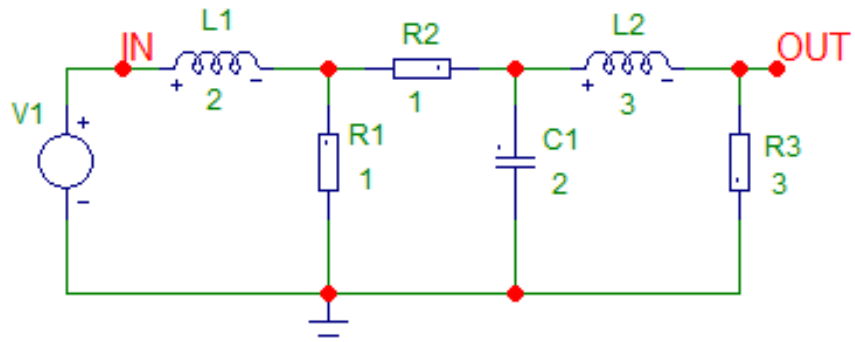


Схема 17.

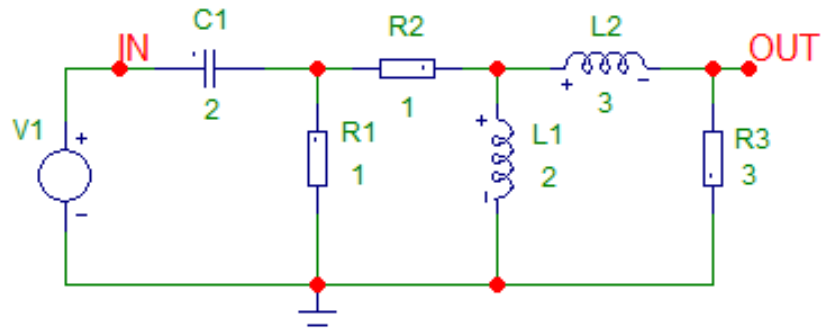


Схема 18.

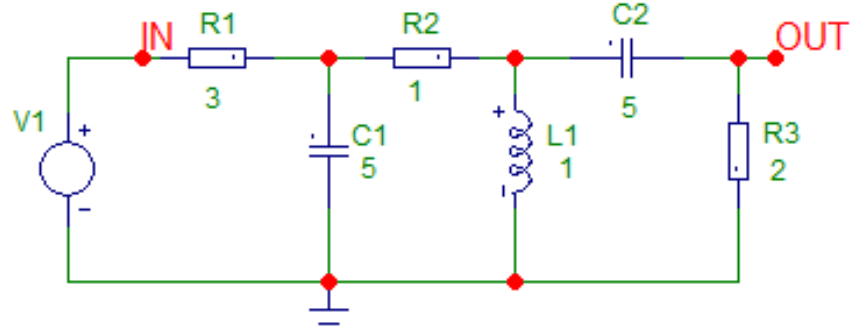


Схема 19.

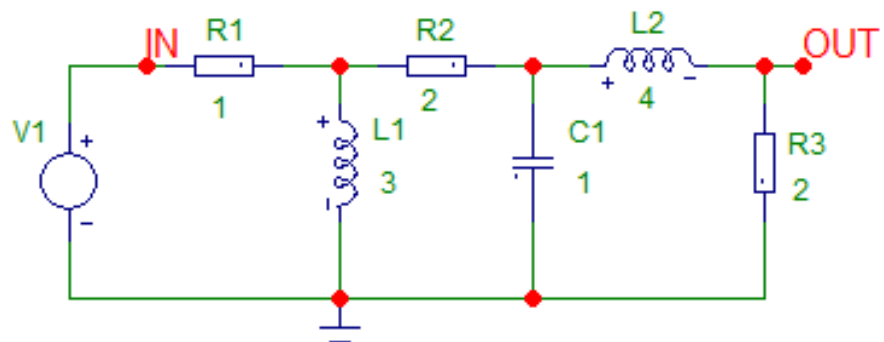
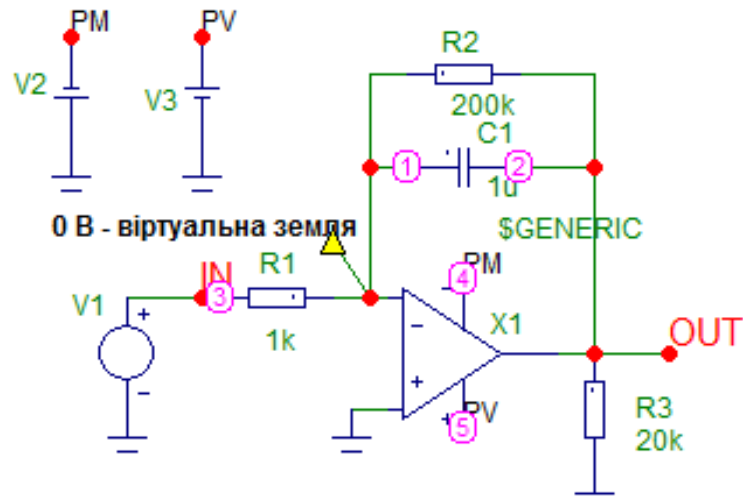
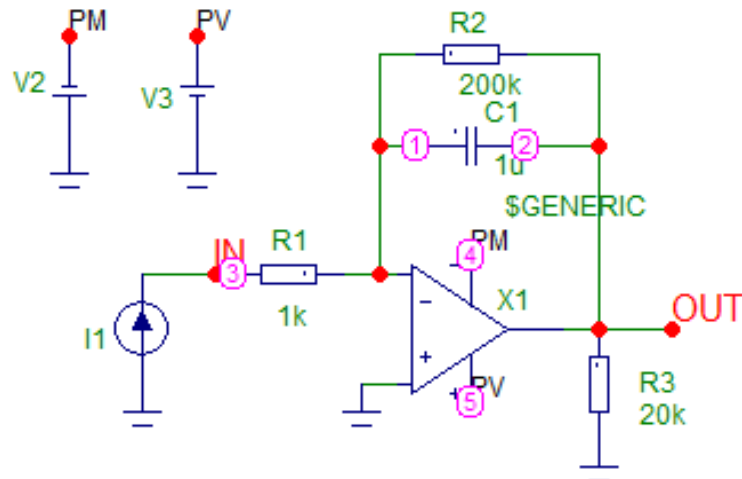


Схема 20.

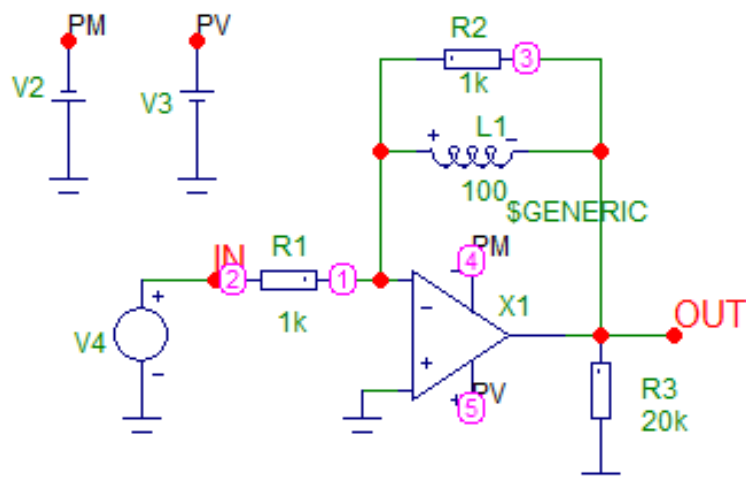
А.3. Активні електричні кола першого та другого порядків на операційних підсилювачах (ідеальний ОП)



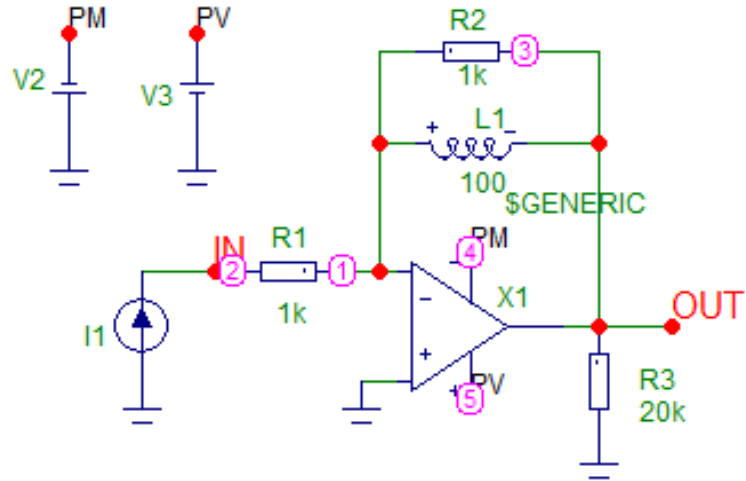
1 DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1



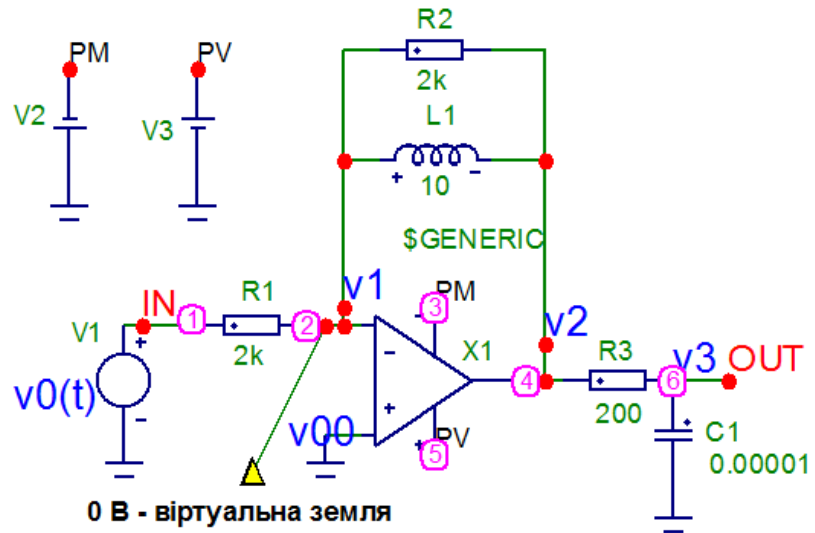
2 DC 0 AC 1 0 Pulse -0.05m 0.05m 1n 300m 300m 1m 1



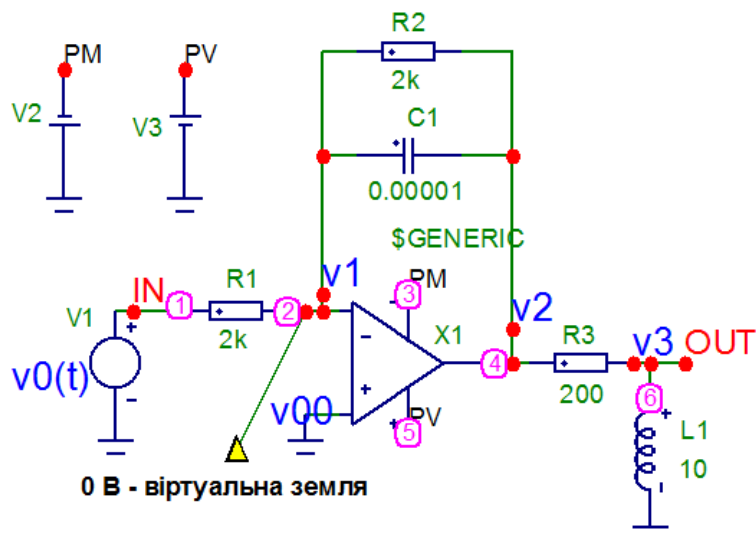
3 DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 400m 400m 1m 1



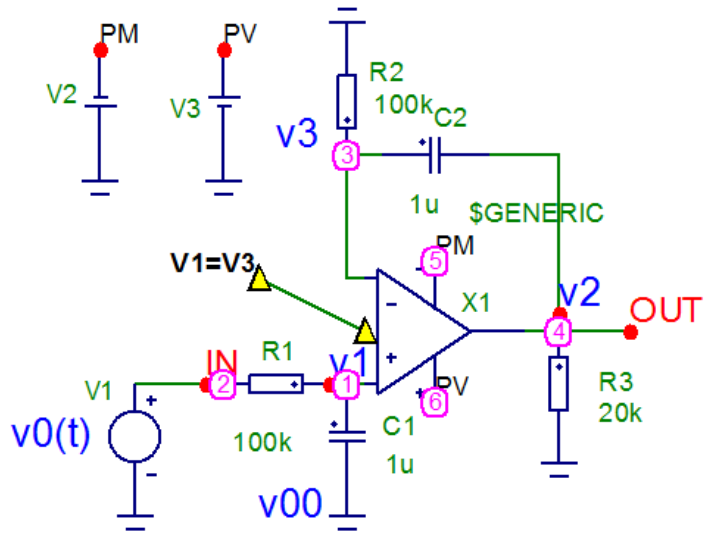
4 DC 0 AC 1 0 Pulse -0.05m 0.05m 1n 300m 300m 1m 1



5 DC 0 AC 1 0 Pulse -0.1 0.1 1n 1000n 1000n 10m 20m

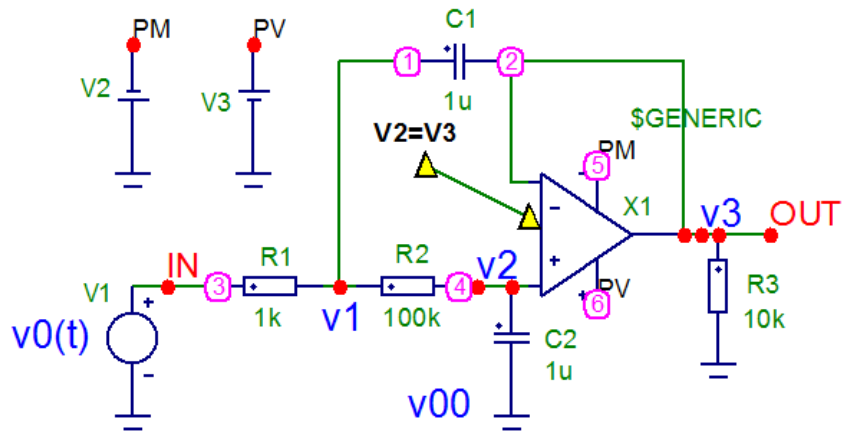


6 DC 0 AC 1 0 Pulse -0.1 0.1 1n 1000n 1000n 100m 200m



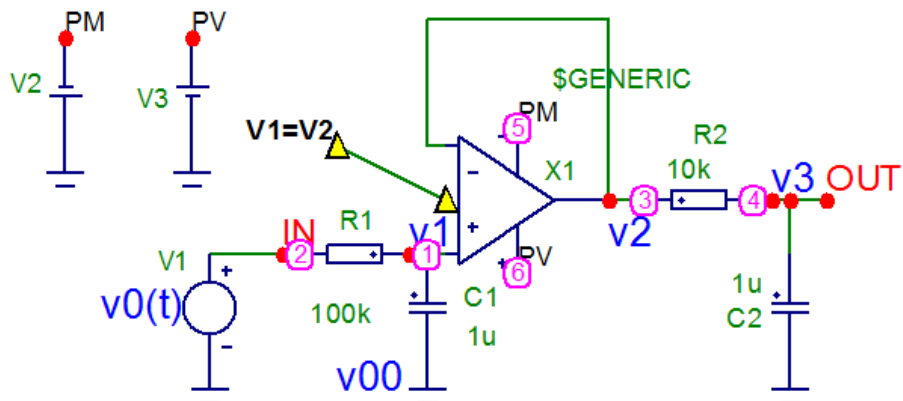
DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1

7



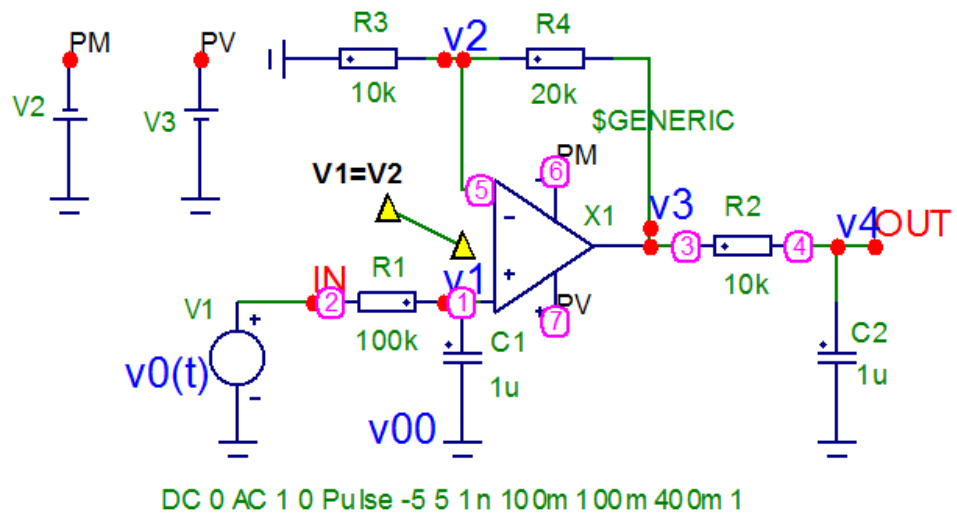
DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1

8

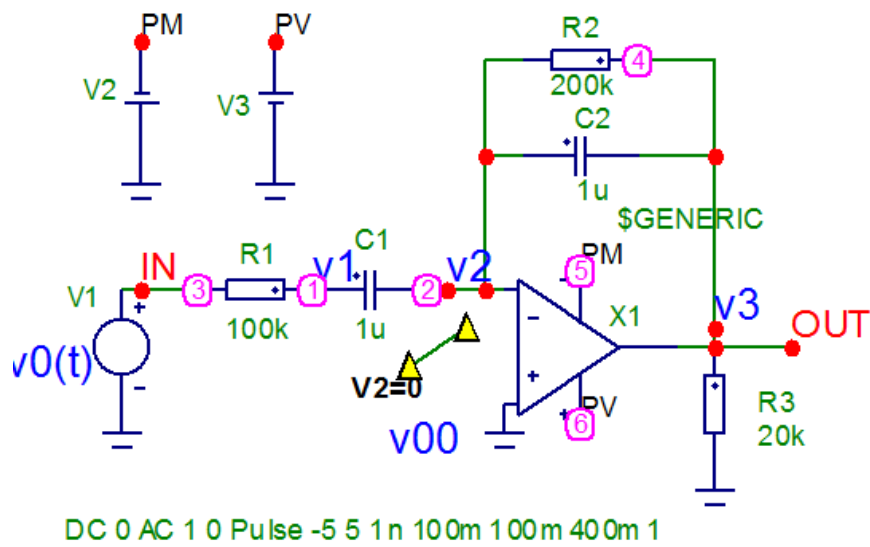


DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1

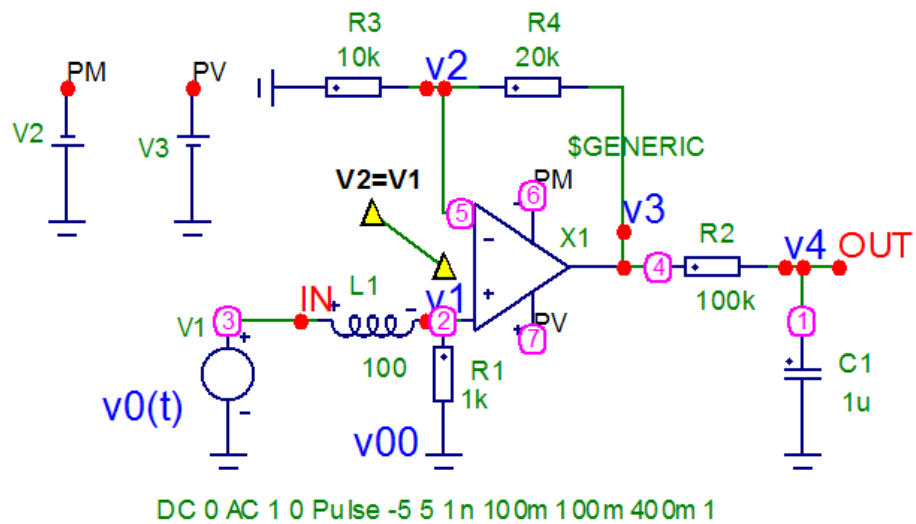
9



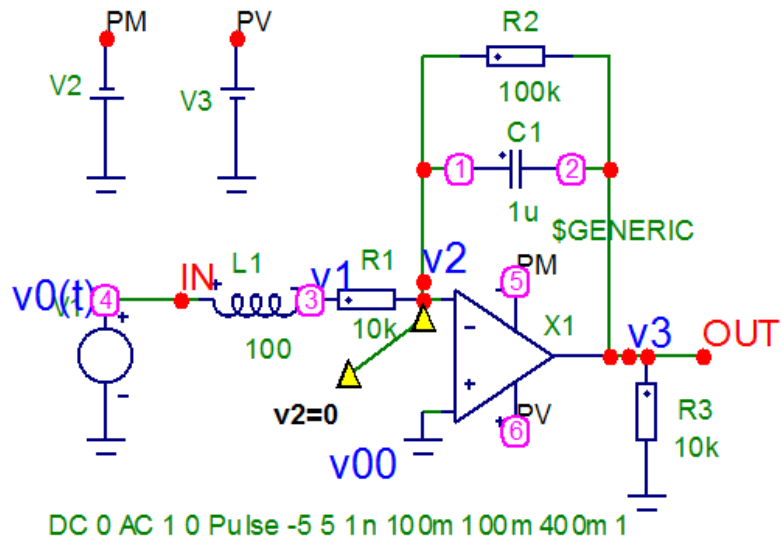
10



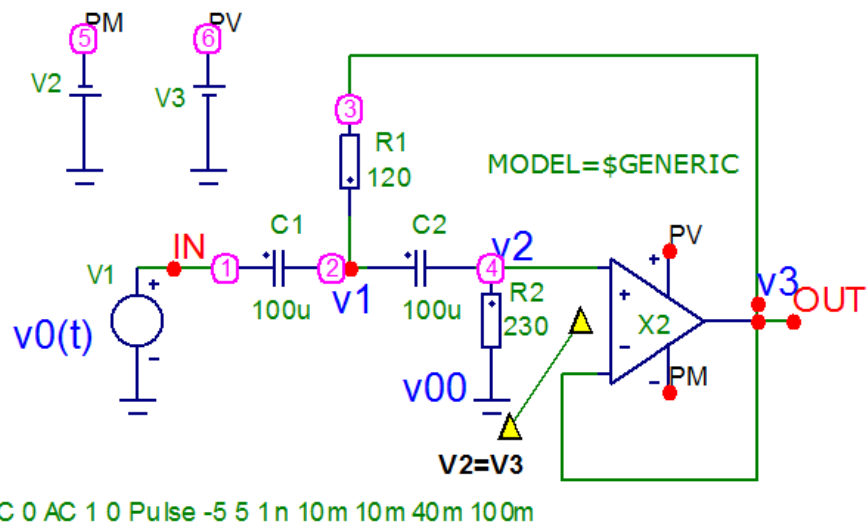
11



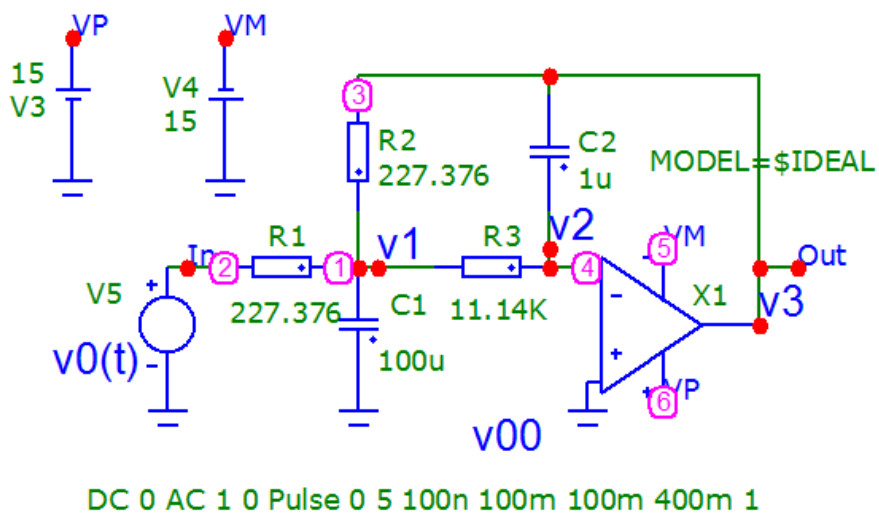
12



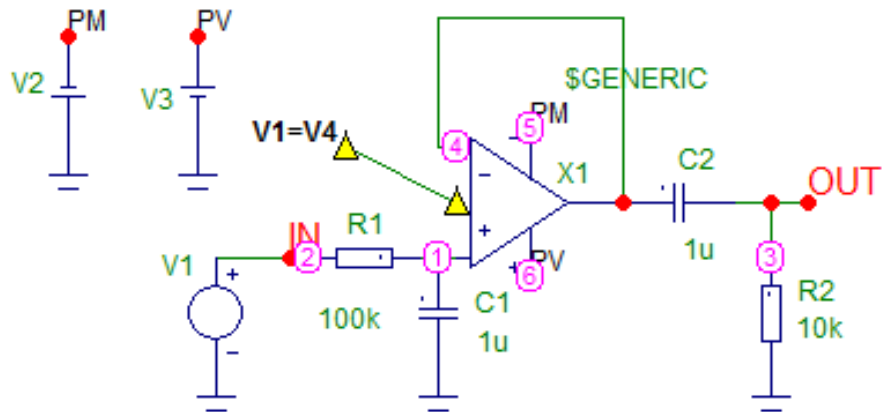
13



14

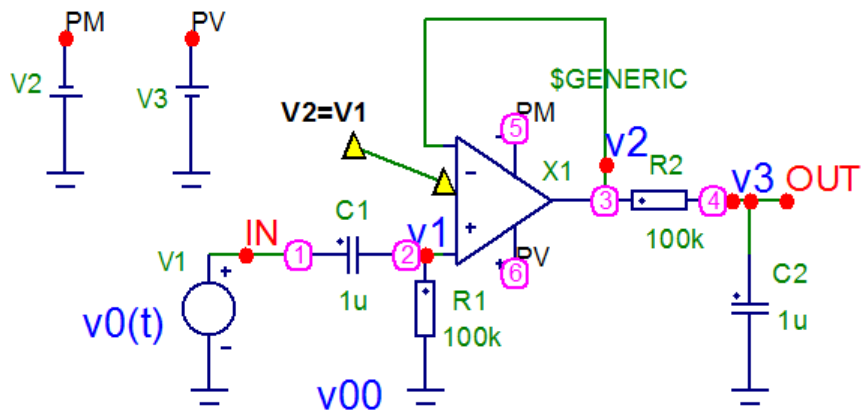


15



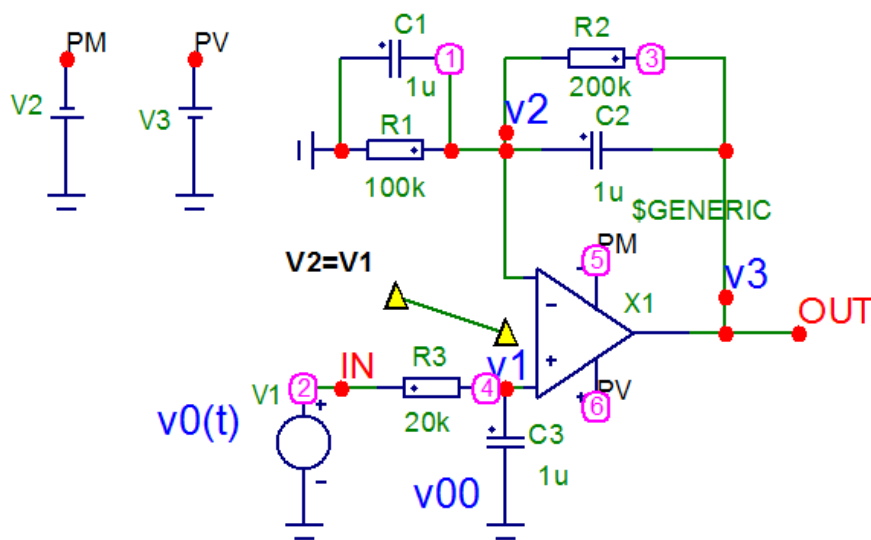
DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1

16



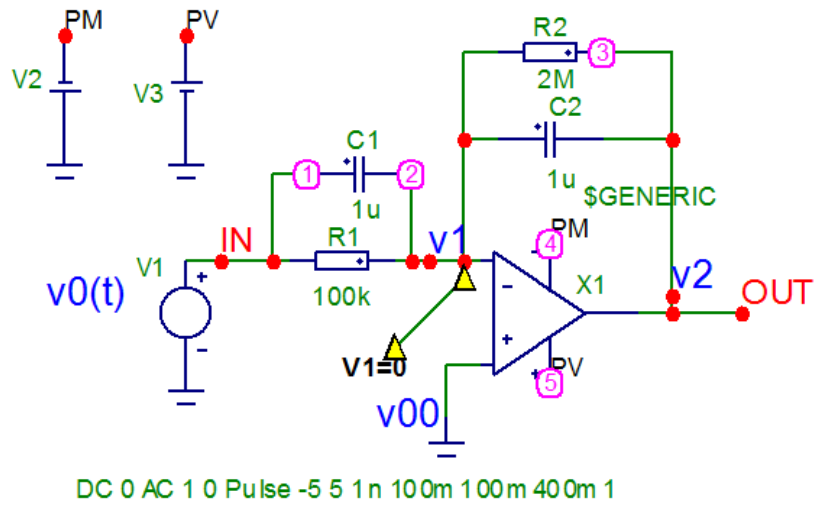
DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1

17

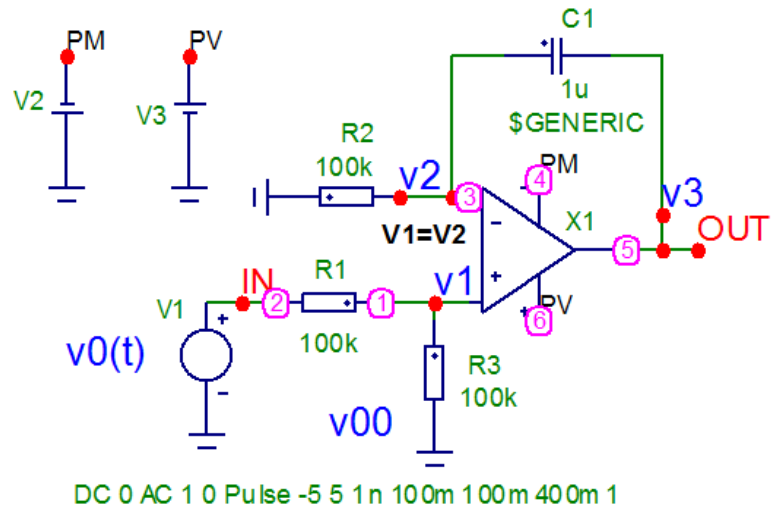


DC 0 AC 1 0 Pulse -5 5 1n 100m 100m 400m 1

18



19



20

Додаток Б. Титульна сторінка

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний технічний університет України «Київський політехнічний
інститут імені Ігоря Сікорського»
Кафедра інформаційно-вимірювальних технологій

КУРСОВА РОБОТА

з курсу
Теорія електричних сигналів та кіл

на тему: Аналіз складних розгалужених електричних кіл у часовій і
частотній області та порівняння методів аналізу

3 варіант (приклад)

Перевірив:

Шумков Ю. С.

Оцінка _____

Підпис _____

Дата «__» «_____»

Виконав:

студент групи ПВ-01 (приклад)

Микитин І.А. (приклад)

зач. кн. № ПВ0106 (приклад)

Київ-2021

Додаток В. Зразок завдання на курсову роботу

Завдання на курсову роботу

Завдання на курсову роботу (приклад)
з курсу «Теорія електричних сигналів та кіл», семестр: 3

Варіант № 19

Микитин Ірина (приклад)

Тема: «Аналіз розгалужених електричних R, L, C – кіл в часовій і частотній області та порівняння методів розрахунку»

Для кола, наведеного на рис. В.1,

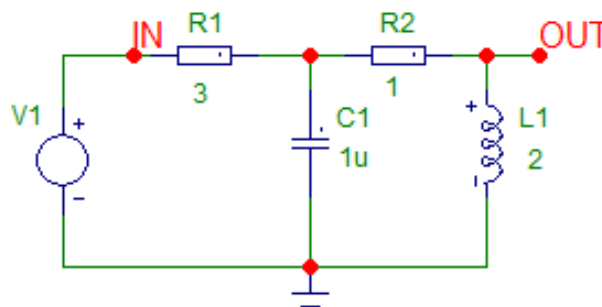


Рис. В.1

провести наступні дослідження.

1. Скласти нормальну систему динамічних диференціальних рівнянь першого порядку в формі Коші за методом змінних стану.

2.1. В середовищі Mathcad, використовуючи стандартну процедуру типу $Rkadapt(x,t1,t2,n,D)$, яка повертає матрицю розв'язків задачі Коші за методом Рунге-Кутта, розв'язати систему диференціальних рівнянь відносно змінних стану та побудувати їх часові діаграми.

2.2. Через змінні стану знайти вузлові напруги, вихідну реакцію кола та побудувати їх часові діаграми (графіки).

Аналіз виконується за наступних умов:

- при $v_0(t) = 0, t > 0$ (власна реакція), якщо $v_{C1}(0) = 0$ В, $i_{L1}(0) = 1$ А;
- за нульових початкових умов, якщо $v_0(t) = V_0 \cdot 1(t)$, де $V_0 = 1$ В;
- при $v_0(t) = V_0 \cos(2\pi f t) \cdot 1(t), 0 < t < \infty$, де $V_0 = 1$ В; $f = 1/T = \omega/2\pi$ Гц, якщо $v_{C1}(0) = 0$ В, $i_{L1}(0) = 1$ А (повна реакція);
- за нульових початкових умов, якщо $v_0(t) = V_0 \text{sign}[\sin(2\pi f t)] \cdot 1(t)$, де $V_0 = 1$ В; $f = \omega/2\pi$ Гц.

3. Знайти системну функція за нульових початкових умов, власну реакцію та повну реакцію кола операторним методом у випадках за п. 2.2 та порівняти результати. Знайти реакцію кола при складному впливі.

4. Знайти вихідну реакцію кола за методом інтегралів згортки (за нульових початкових умов) у випадках за п. 2.2. Порівняти методи розрахунку.

5. Знайти моделі типових ланок нульового та першого порядку, на які можна розбити системну функцію кола. За допомогою асимптотичних діаграм Бode типових ланок побудувати амплітудно-частотну та фазочастотну характеристики всього кола. Знайти частоту f_{\max} точці максимуму АЧХ.

6. Спектральний метод. Розклад вхідного періодичного сигналу складної форми та синтез вихідного сигналу рядами Фур'є. Знайти амплітудний спектр вхідного сигналу. Розрахунок реакції кола робить на частотах $f = 0,1 f_{\max}$; $f = 1 f_{\max}$; $f = 10 f_{\max}$. Визначити, як впливає АЧХ кола на спектр вихідного сигналу.

7. Знайти системну функцію електричного кола на операційному підсилювачі та дослідити його динамічні характеристики.

8. Висновки. Порівняння методів аналізу.

9. **Вимоги до роботи.** Всі розрахунки робить в середовищі Mathcad, комп'ютерне моделювання електричного кола, перевірку результатів – в середовищі програми схемотехнічного моделювання Micro-CAP.

До роботи додається ілюстративний матеріал – фрагменти документів Mathcad, які пояснюють розрахунки за всіма пунктами завдання, результати моделювання в середовищі Micro-CAP (електричні схеми, графіки тощо).

10. Строк здачі роботи: 20 грудня 2022 р.

Керівник



Ю.С.Шумков

Додаток Д

Типові випробувальні сигнали

- одиночний імпульс складної форми $v(t) \neq 0, t \in [0, T]; v(t) = 0, t < 0, t > T$, що має вигляд, як на рис. 1, де T – тривалість одиночного імпульсу, P – параметри форми, якщо $T = 1/f_c; T = 10 \cdot 1/f_c; T = 0,1 \cdot 1/f_c$ тощо.

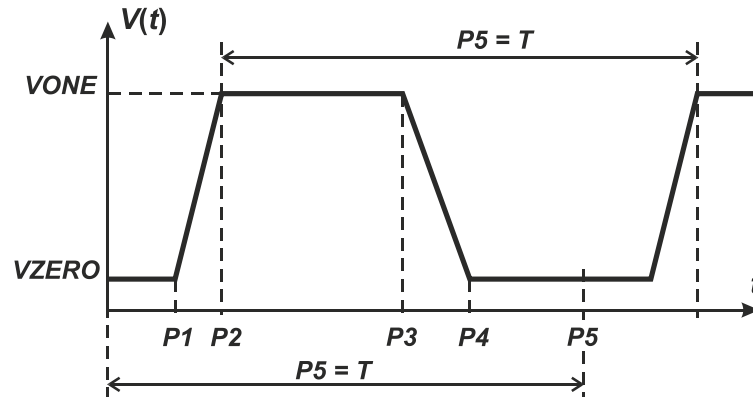


Рис. Д.1. Форма імпульсного сигналу в форматі МС

VZERO	VONE	P1	P2	P3	P4	P5
-1	2	0	0,25	0,5T	0,75T	1T

- періодична послідовність імпульсів складної форми, як на рис. 1, $-\infty < t < +\infty$, де T – період, $T = 1/f_c$.

- гармонічна напруга $v(t) = V_0 \cos(2\pi f t)$, $t \geq 0$, $V_0 = 1B$, $f = f_c; f = 10 \cdot f_c; f = 0,1 \cdot f_c$ тощо;

- $v(t) = V_x \left| \sin \frac{2\pi t}{T} \right|$ – "випрямлена" синусоїда (сигнал на виході перетворювача середньовипрямленої напруги);

- $v(t) = \left(V_x \cos \frac{2\pi t}{T} \right)^2$ – сигнал на виході вимірювального перетворювача середньоквадратичної напруги;

- $v(t) = V_0 \cdot V_x \sin \left[\frac{2\pi t}{T} + \varphi_x \right] \times \text{sign} \left(\sin \frac{2\pi t}{T} \right)$ – напруга на виході синхронного детектора

ключового типу, де $\varphi_x = 0, \pm \frac{\pi}{4}, \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{4}, \pm \pi$ – фазовий зсув між вимірювальним і опорним сигналами;

- $v(t) = V_0 \cos(2\pi f t) + (0,1 \div 0,2) \cdot V_0 \cdot \Delta_{\Pi}(t)$ – полігармонічний сигнал, де $\Delta_{\Pi}(t) = m_{10} \cdot \cos(2\pi \cdot 10 f t) + m_{20} \cos(2\pi \cdot 20 f t) + \dots$, $f = 1/T = \omega/2\pi$, $T = 1/f_c$; $\Delta_{\Pi}(t)$ - похибка, високочастотна завада тощо, f_c – частота зрізу АЧХ кола.

Дослідити, як змінюється реакція, якщо період сигналу зменшити в 2, 10 разів або збільшити в 2, 10 разів відносно $T = 1/f_c$, де f_c – частота зрізу АЧХ.

Додаток Е

ДЖЕРЕЛА СИГНАЛІВ У ПРОГРАМІ MICRO-CAP

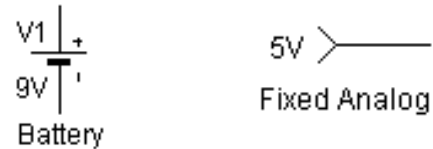
Е1.1. Незалежні джерела напруги і струму

1. Джерела постійної напруги (**Battery**) або фіксованого зміщення для аналогових кіл (**Fixed Analog**)

Формат схем МС:

Атрибут **PART**: <ім'я>

Атрибут **VALUE**: <значення>



Джерела постійного струму (**Isource**)

Формат схем МС:

Атрибут **PART**: <ім'я>

Атрибут **VALUE**: <значення>



2. Джерела сигналу, який залежить від часу – це джерело синусоїдальної напруги (**Sine source**) і джерело імпульсної напруги (**Pulse source**):



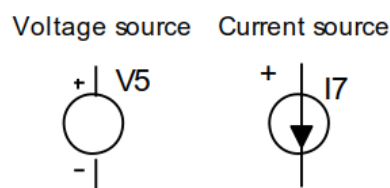
Е1.2. Незалежні джерела напруги і струму (V і I) складної форми (Waveform sources)

Незалежні джерела напруги (**V**) і струму (**I**) дозволяють створювати вхідні сигнали різноманітної форми: імпульсні, синусоїдальні, експоненціальні, кусково-лінійні, з частотною модуляцією.

Формат схем МС:

Атрибут **PART**: <ім'я>

Атрибут **VALUE**: <список параметрів>



В <стисок параметрів> вноситься та ж інформація, що і в форматі SPICE, за виключенням імені компонента и номерів вузлів його підключення.

Імпульсний сигнал (PULSE) задається параметрами, наведеними в табл. Е.1.

Нижче також (рис. Е.1) наведено вікно задання параметрів імпульсного джерела **V (I)**.

Примітка. Звернемо увагу, що тут джерело імпульсного сигналу напруги чи струму задається іншим способом в порівнянні з раніше розглянутим джерелом імпульсної напруги PULSE.

Таблиця Е.1

Параметри імпульсного сигналу незалежного джерела **V** або **I**

Позначення	Параметр	Розмірність	Значення по замовчуванню
V1	Початкове значення	<i>B</i> або <i>A</i>	—
V2	Максимальне значення	<i>B</i> або <i>A</i>	—
TD	Початок переднього фронту	<i>c</i>	0
TR	Довжина переднього фронту	<i>c</i>	TSTEP*
TF	Довжина заднього фронту	<i>c</i>	TSTEP*
PW	Довжина плоскої частини імпульсу	<i>c</i>	TSTOP"
PER	Період повторення	<i>c</i>	TSTOP**

*TSTEP - крок виведення на друк.
**TSTOP - кінцевий час аналізу перехідного процесу (параметри TSTEP і TSTOP задаються в директиві TRAN).

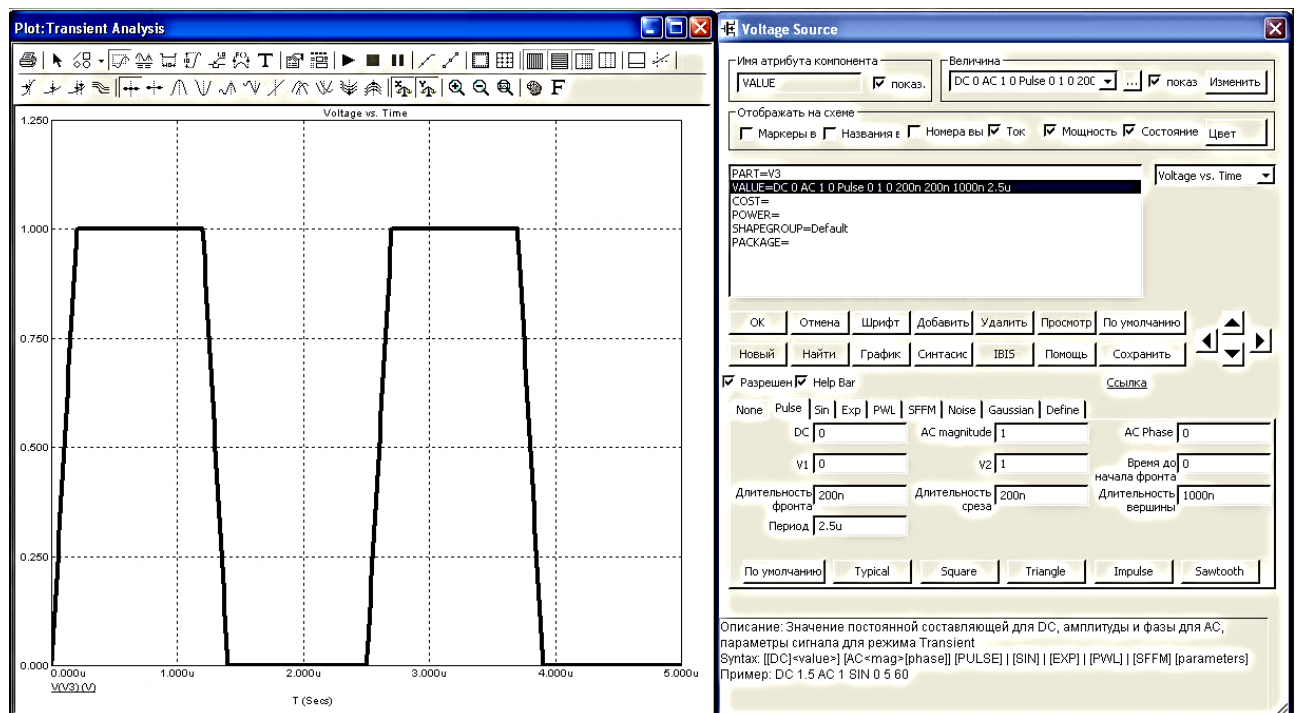


Рис. Е.1. Задання параметрів незалежного джерела **V (I)** імпульсного сигналу (**PULSE**)

Синусоїдальний сигнал (SIN) описується виразом:

$$V(t) = \begin{cases} V_0 + V_A \cdot \sin\left[\frac{2\pi \cdot PH}{360}\right], & \text{при } 0 < t \leq TD \\ V_0 + V_A \cdot e^{-(t-TD) \cdot DF} \sin\left[2\pi F(t-TD) + \frac{2\pi \cdot PH}{360}\right], & \text{при } t > TD \end{cases}$$

Його параметри наведені в табл. Е.2, а вікно параметрів з виведеним в ньому графіком – на рис. Е.2.

Таблиця Е.2

Параметри синусоїдального сигналу незалежного джерела **V** (або **I**)

Позначення	Параметр	Розмірність	Значення по замовчуванню
V0	Постійна складова	B або A	—
VA	Амплітуда	B або A	—
F	Частота	Гц	1/TSTOP
TD	Затримка	c	0
DF	Коефіцієнт затухання	1/c	0
PH	Фаза	град.	0

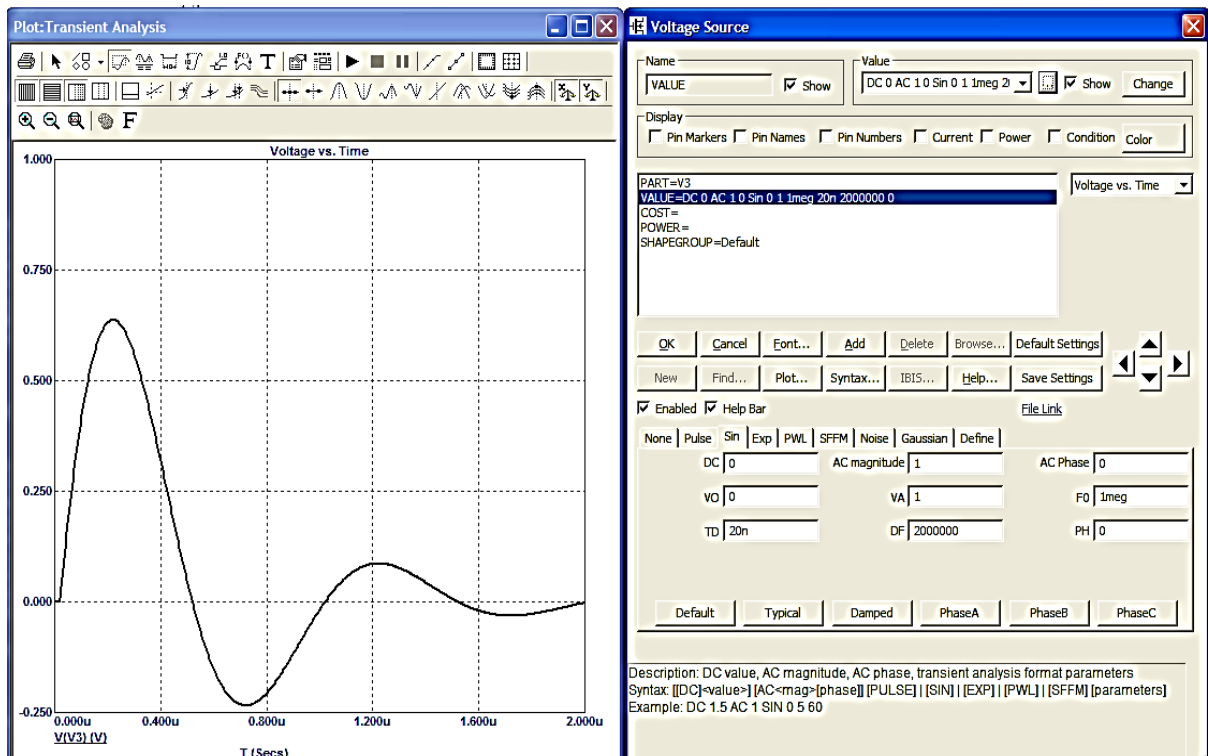


Рис. Е.2. Задання параметрів незалежного джерела **V** (**I**) синусоїдального сигналу (**SIN**)

Експоненціальна функція (EXP) описується виразом (рис. Е.3):

$$V(t) = \begin{cases} V1 & \text{при } 0 < t \leq TD1 \\ V1 + (V2 - V1) \cdot \left(1 - e^{-\frac{-(t-TD1)}{TC1}} \right) & \text{при } TD1 < t \leq TD2 \\ V1 + (V2 - V1) \cdot \left[e^{-\frac{-(t-TD2)}{TC2}} - e^{-\frac{-(t-TD1)}{TC1}} \right] & \text{при } TD2 < t \end{cases}$$

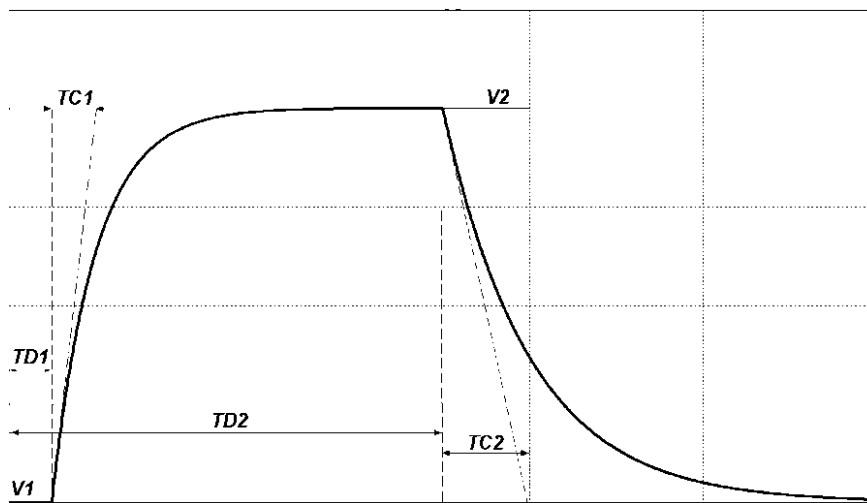


Рис. Е.3. Експоненціальна функція

Призначення її параметрів пояснюється в табл. 3, вікно вводу параметрів показано на рис. Е.4

Таблиця Е.3

Параметри незалежного джерела (**V** або **I**) експоненціального сигналу

Позначення	Параметр	Розмірність	Значення по замовчуванню
V1	Початкове значення	В або А	—
V2	Максимальне значення	В або А	—
TD1	Початок переднього фронту	с	0
TC1	Постійна часу переднього фронту	с	TSTEP *
TD2	Початок заднього фронту	с	td+ TSTEP
TC2	Постійна часу заднього фронту	с	TSTEP

* TSTEP — крок по часу виведення на друк результатів розрахунків перехідних процесів (задається в директиві TRAN).

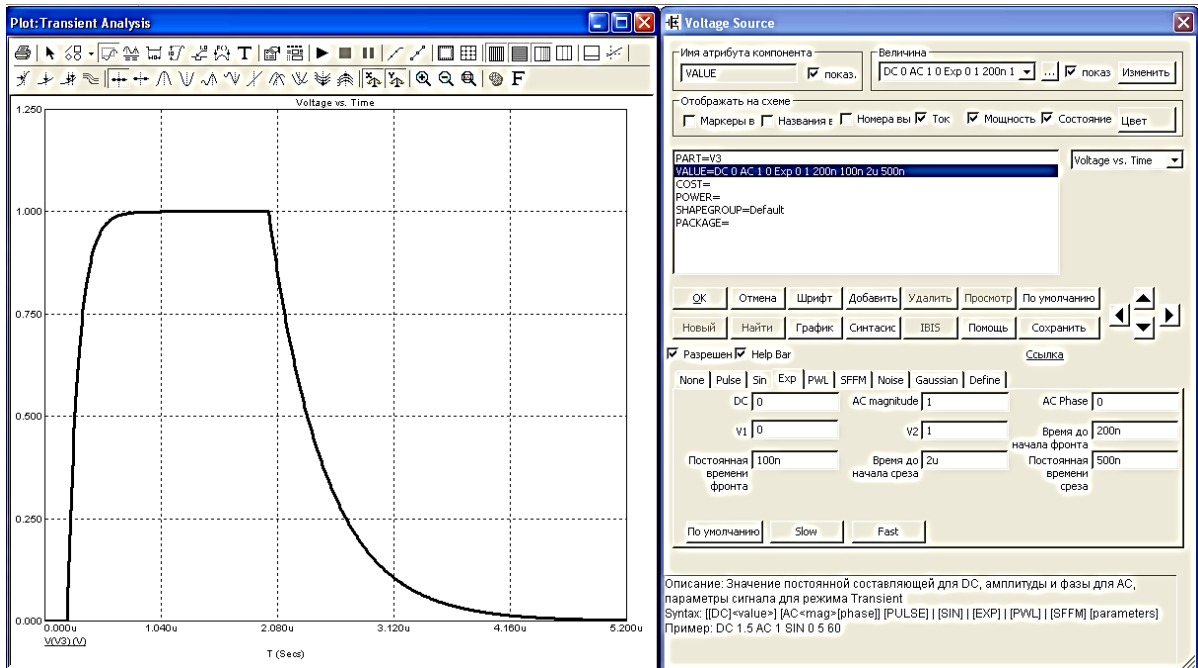


Рис. Е.4. Задання параметрів незалежного джерела $V(I)$ експоненціального сигналу (EXP)

Синусоїдальна функція з частотною модуляцією (SFFM), яка описується виразом:

$$V(t) = V_0 + V_A \cdot \sin \left[2\pi \cdot F_0 \cdot t + M_I \cdot \sin(2\pi \cdot F_M \cdot t) \right]$$

Її параметри наведені в табл. Е.4.

Таблиця Е.4

Параметри незалежного джерела (V або I) синусоїдального сигналу з частотною модуляцією

Позначення	Параметр	Розмірність	Значення по замовчуванню
V_0	Постійна складова	V або A	—
V_A	Амплітуда	V або A	—
F_0	Частота несучої	Гц	$1/TSTOP$
M_I	Індекс частотної модуляції	—	0
F_M	Частота модуляції	Гц	$1/TSTOP$

Нижче наведено вікно введення параметрів незалежного джерела синусоїдальної напруги з частотною модуляцією.

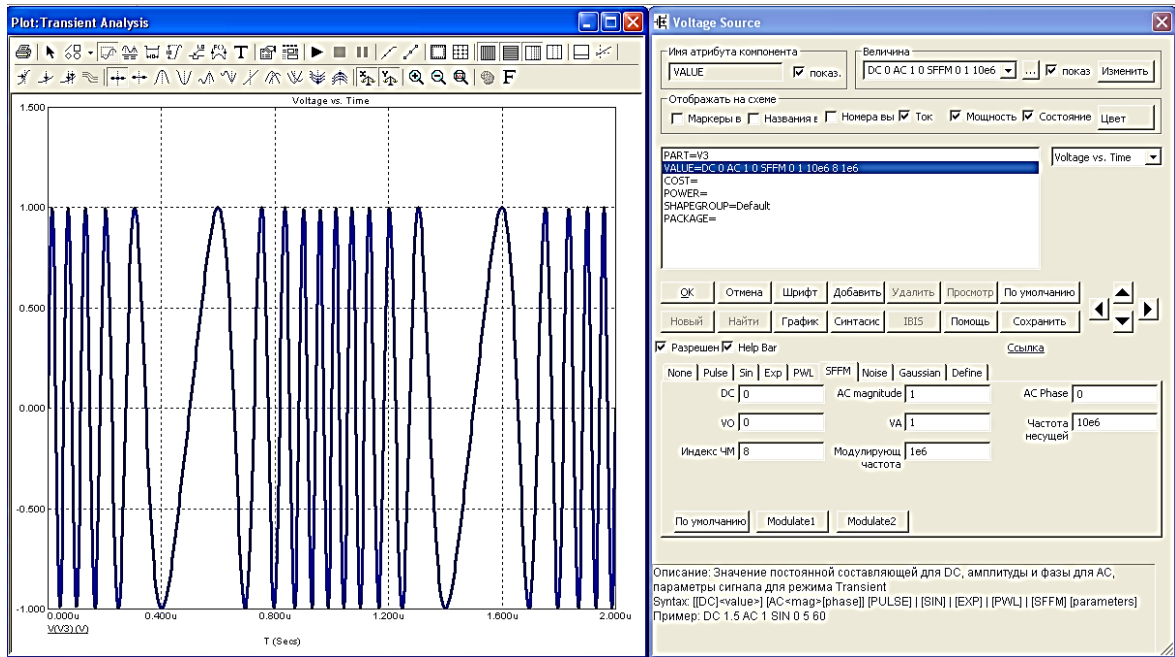


Рис. Е.5. Задання параметрів незалежного джерела $V(I)$ синусоїдального сигналу з частотною модуляцією (SFFM)

Кусково-лінійний сигнал (PWL) (рис. Е.6).

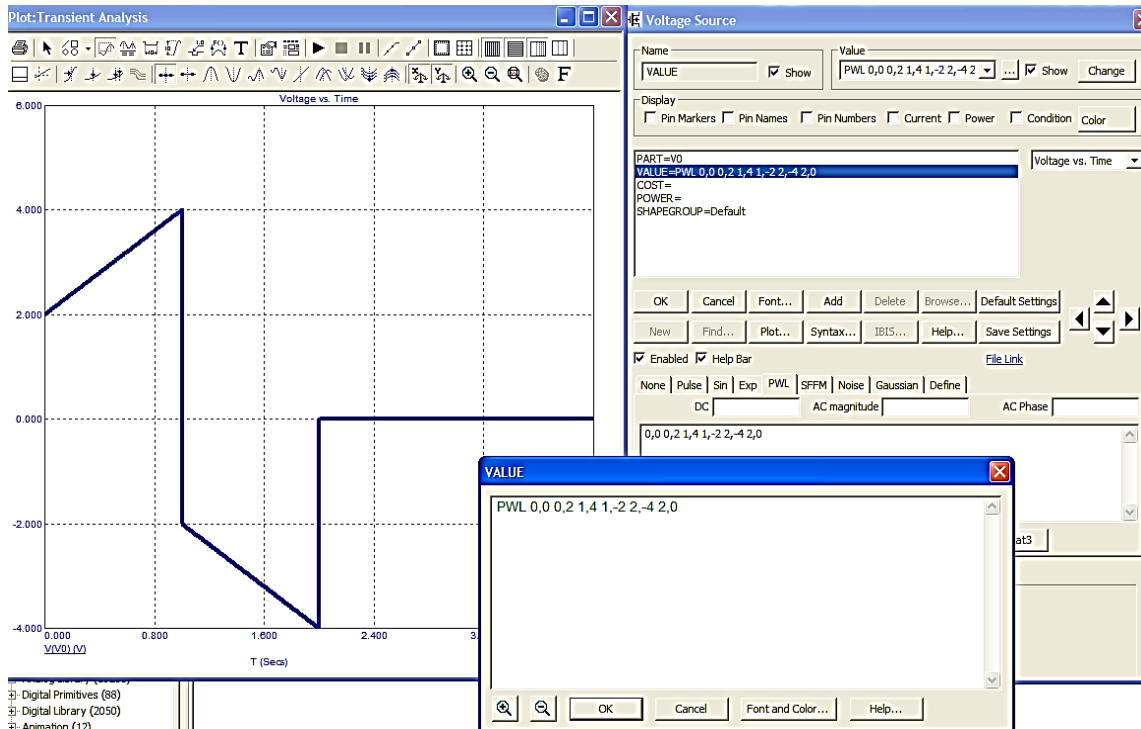


Рис. Е.6. Задання параметрів незалежного джерела $V(I)$ сигналу (PWL) у вигляді кусково-лінійної функції

Форма кусково-лінійного сигналу (PWL) задається координатами точок зламу (t_i, y_i)

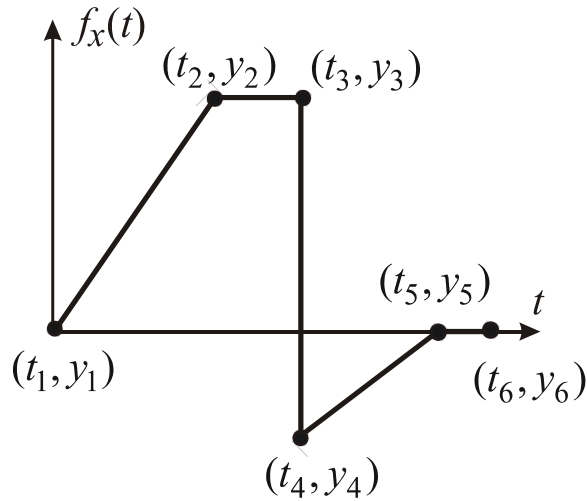


Рис. Е.7. Приклад кусково-лінійного сигналу (PWL) з координатами точок зламу (t_i, y_i)

Синтаксис: $(t_1, y_1) (t_2, y_2) \dots (t_n, y_n)$ //або $t_1, y_1 t_2, y_2 \dots t_n, y_n$ //.

Е1.3. Залежні джерела (Dependent Sources)

Лінійні залежні джерела

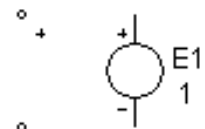
Формат схем МС:

Атрибут **PART**: <ім'я>

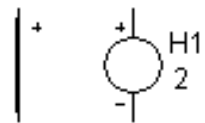
Атрибут **VALUE**: <коефіцієнт передачі>

В МС є чотири лінійних залежних джерела напруги і струму:

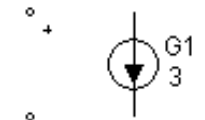
VofV – джерело напруги, кероване напругою (ДНКН);



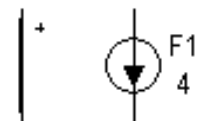
VofI – джерело напруги, кероване струмом (ДНКС);



IofV – джерело струму, кероване напругою (ДСКН);



IofI – джерело струму, кероване струмом (ДСКС).



Задаються єдиним параметром – коефіцієнтом передачі.

E1.4. Функціональні джерела сигналів (Function Sources)

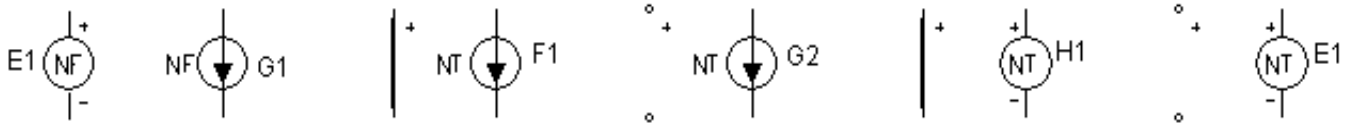


Рис. E.8. Function sources

Джерела **Function sources**, назви яких починаються на N, задаються функціональними залежностями в часовій області.

Формат схем MC:

Атрибут **PART**: $\langle im'я \rangle$

Атрибут **VALUE** для джерел **NFV** і **NFI**: $\langle формула \rangle$

Атрибут **TABLE** для джерел **NTIofI**, **NTIofV**, **NTVofV**, **NTVofI**:
 $\langle x2 \rangle, \langle y2 \rangle \dots \langle xk \rangle, \langle yk \rangle$.

E1.5. Лінійні керовані джерела, що задаються перетвореннями Лапласа (Laplace Sources) і Z- перетвореннями (Z Transform Sources)

Лінійні чотириполюсники можуть задаватися передатними функціями за допомогою керованих джерел. Назви таких джерел починаються з символу **L** (**Laplace Sources**) або **Z** (**Z Transform Sources**). Передатні функції задаються за допомогою формул – тоді після символу **L** вказується **F**, або табличною залежністю – додається символ **T** (для **Laplace Sources**). Наприклад, **LFVofV** – джерело напруги, яке задається формулою передатної функції та керується напругою. Ці джерела використовуються не тільки при розрахунку частотних характеристик, але і при здійсненні всіх інших видів аналізу.

Laplace Sources

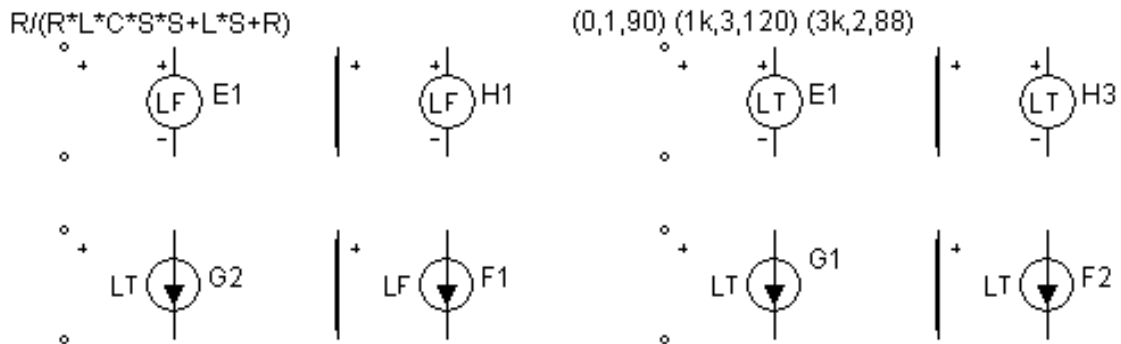


Рис. Е.9. Laplace sources

Формат схем MC:

Атрибут **PART**: <ім'я>

Атрибут **LAPLACE** для джерел **LFIOfl**, **LFIOfV**, **LFVofV**, **LFVofI**: <вираз>

Атрибут **FREQ** для джерел **LTIOfl**, **LTIOfV**, **LTVofV**, **LTVofI**:
<<частота>,<модуль>,<фаза>>*

Атрибут **KEYWORD**: [[DB | MAG] [DEG | RAD]] | [R_I]

Ключові слова, що входять до цих позначень, означають наступне:

DB – модуль передатної функції задається в децибелах (по замовчуванню);

MAG – модуль передатної функції задається в абсолютних одиницях;

DEG – фаза передатної функції в градусах (по замовчуванню);

RAD – фаза передатної функції в радіанах;

R_I – таблиця містить дійсні та уявні частини передатної функції.

Для джерел типу **LFIOfV**, **LFIOfl**, **LFVofV** і **LFVofl** в якості параметра задається формула передатної функції комплексної змінної S . Наприклад, на рис. 11 наведено моделювання фільтра нижніх частот ФНЧ

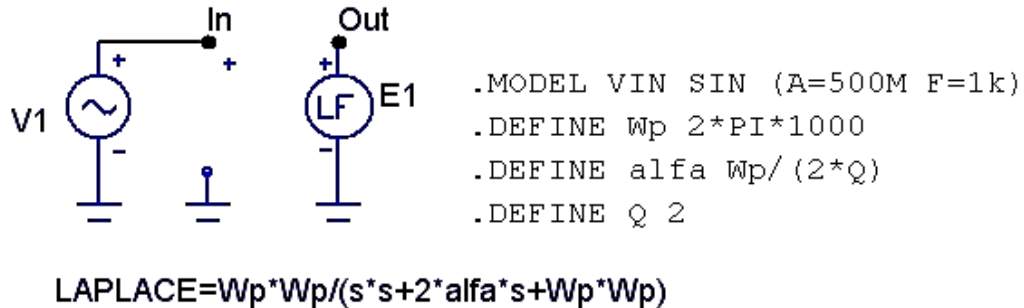


Рис. Е.10. Моделювання динамічного кола другого порядку з властивостями фільтра нижніх частот ФНЧ

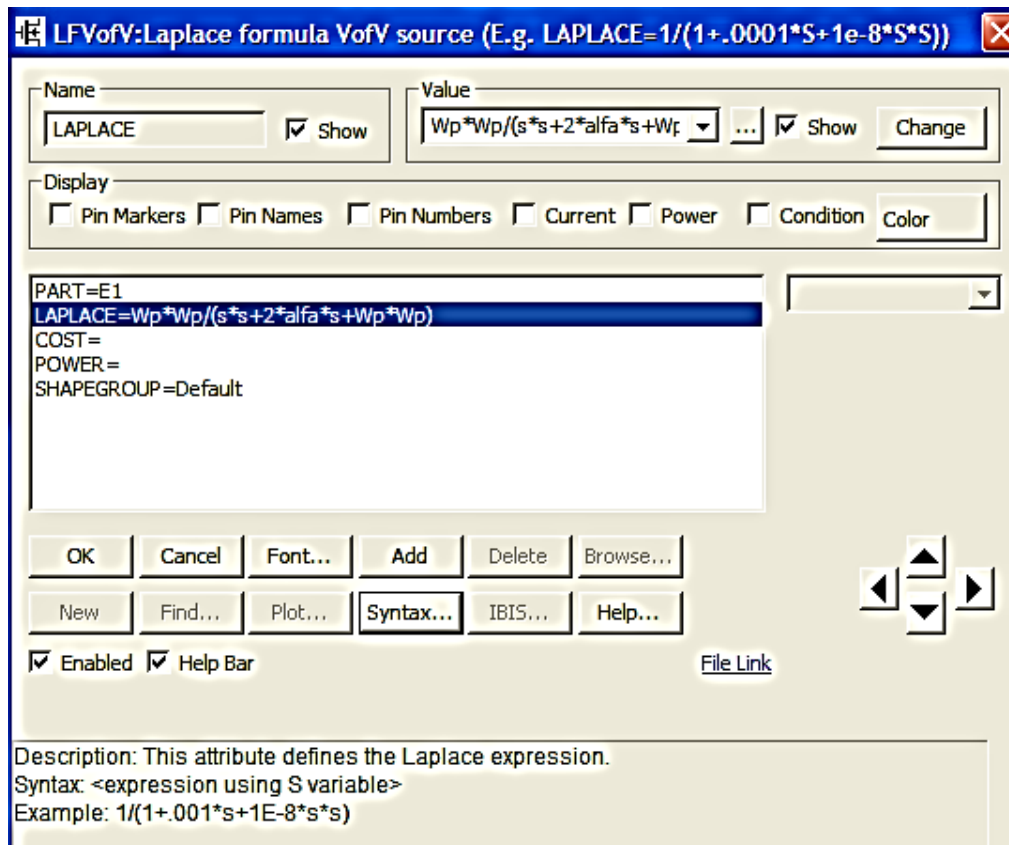


Рис. Е.11. Задання **LFIOfV** Laplace sources

При розрахунку частотних характеристик (режим **AC Analysis**) змінна S замінюється на $j2\pi F$. При розрахунку режиму за постійним струмом (режим **DC Analysis**) приймається $S = 0$.

При розрахунку перехідних процесів (режим **Transient Analysis**) встановлюється імпульсна перехідна характеристика чотириполюсника шляхом

оберненого перетворення Фур'є його передатної функції, потім за допомогою згортки імпульсної характеристики з вхідним сигналом знаходимо вихідне коливання.

Для джерел типу **LTiofV**, **LTiofl**, **LTVofV** і **LTVofl** задається таблиця передатної функції. Частота задається в герцах, модуль передатної функції в децибелах або в абсолютних одиницях, фаза в градусах або радіанах. При введенні ключового слова **R_I** замість модуля і фази передатної функції задаються значення її дійсної і уявної частин. Значення передатної функції даються в порядку зростання частоти. Для розрахунку передатної функції між опорними точками використовується лінійна інтерполяція в логарифмічному масштабі. Значення передатної функції за межами заданого діапазону частот приймаються рівними її значенням в крайніх точках.

Z Transform Sources

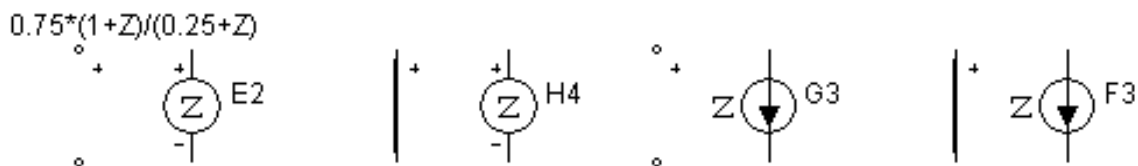


Рис. Е.12. Джерела **Z Transform sources**

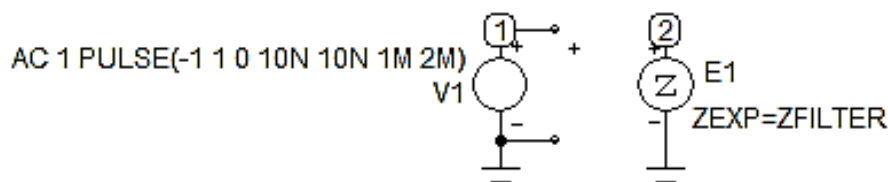
Формат схем МС:

Атрибут **PART**: <ім'я >

Атрибут **ZEXP**: <вираз для Z – перетворення>

Атрибут **CLOCK FREQUENCY**: <частота дискретизації для Z – перетворення>

Наприклад, на рис. Е.13 наведено цифровий фільтр



```
.DEFINE ZFILTER (.10285*(Z+1)*(POW(Z,2)-.70621*Z+1))/
((Z-.55889)*(POW(Z,2)-1.1579*Z+.76494))
```

Рис. Е.13. Цифровий фільтр

з передатною функцією

$$H(z) = \frac{0.10285 \cdot (z+1) \cdot (z^2 - 0.070621 \cdot z + 1)}{(z - 0.55889) \cdot (z^2 - 1.1579 \cdot z + 0.76494)},$$

яка задається за допомогою керованого джерела E1.

Атрибуту **ZEXP** (рис. E.13) при схемному введенні дають значення у вигляді змінної **ZFILTER**, яка, в свою чергу, призначається за допомогою директиви **.DEFINE**:

```
.DEFINE ZFILTER .10285*(Z+1)*(Z* Z-.070621*Z+1)/((Z-.55889)*(Z* Z-1.1579*Z+.76494))
```

Частота дискретизації 24 кГц задається за допомогою атрибута **CLOCK FREQUENCY=24k**.

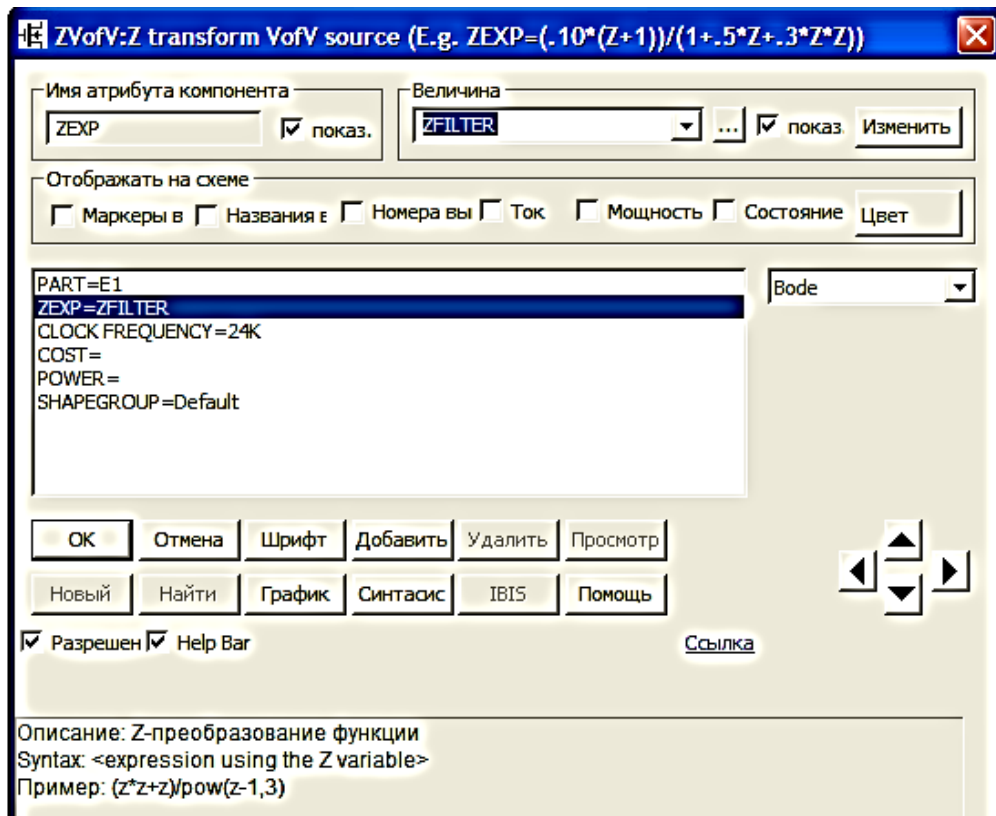




Рис. E.14. Задання Z Transform Sources

Додаток Ж

Виведення числових даних в програмі Micro-CAP

Результати розрахунку змінних, відмічених натисканням кнопок  у відповідних рядках вікна **Transient Analysis Limits** (або **AC Analysis Limits**), заносяться в текстовий файл *< ім'я схеми >.TNO* (файл *< ім'я схеми >.ANO*).

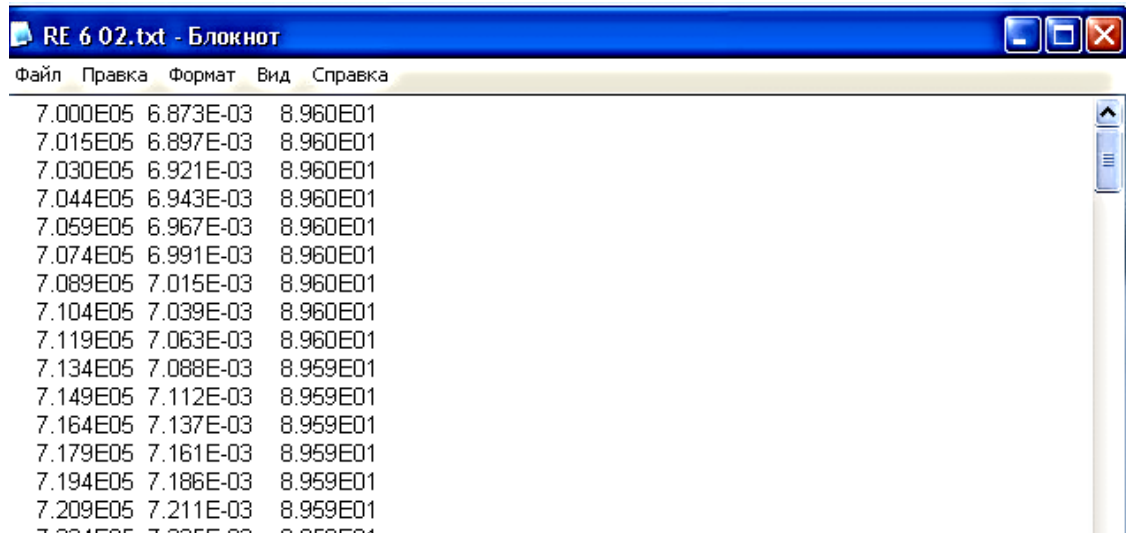
Перегляд їх вмісту виконується натисненням на піктограму  або по команді **Numeric Output (F5)** в меню **Transient** або **AC**. На початку файлів результатів моделювання знаходяться значення режиму по постійному струму (вузлові потенціали, струми через індуктивності і логічні стани цифрових вузлів, стан напівпровідникових *p-n*-переходів). Далі наведені параметри лінійних моделей діодів і транзисторів, розрахованих в режимі за постійним струмом.

В завершення файлів результатів моделювання приводиться таблиця дискретних відліків вихідних змінних, графіки яких показані у вікні **Analysis Plot**. Кількість рядків в цій таблиці дорівнює значенню параметра **Number of Points**, який задається в меню **Transient Analysis Limits** або в меню **AC Analysis Limits** (якщо обраний постійний крок по частоті) або розраховується у відповідності до заданої точності розрахунків.

Додаток З

Зчитування числових даних у системі Mathcad

Для зчитування даних з файлу насамперед його необхідно відкрити в будь-якому текстовому редакторі і виділити тільки таблицю дискретних відліків вихідних змінних – приклад на рис. 3.1.



Файл	Правка	Формат	Вид	Справка
7.000E05	6.873E-03	8.960E01		
7.015E05	6.897E-03	8.960E01		
7.030E05	6.921E-03	8.960E01		
7.044E05	6.943E-03	8.960E01		
7.059E05	6.967E-03	8.960E01		
7.074E05	6.991E-03	8.960E01		
7.089E05	7.015E-03	8.960E01		
7.104E05	7.039E-03	8.960E01		
7.119E05	7.063E-03	8.960E01		
7.134E05	7.088E-03	8.959E01		
7.149E05	7.112E-03	8.959E01		
7.164E05	7.137E-03	8.959E01		
7.179E05	7.161E-03	8.959E01		
7.194E05	7.186E-03	8.959E01		
7.209E05	7.211E-03	8.959E01		
7.224E05	7.235E-03	8.959E01		

Рис. 3.1. Текстовий файл з даними

В системі Mathcad для зчитування даних із файлу використовується функція $\text{READPRN}(\text{"ім'я файлу"})$. Функція READPRN повертає матрицю, значення елементів якої однозначно пов'язані зі значеннями елементів файлу. Тобто, кожний рядок або стовпець матриці, що повертається, подібні відповідним рядкам або стовпцям текстового представлення файлу.

Приклад зчитування даних в системі Mathcad наведений на рис. 2.

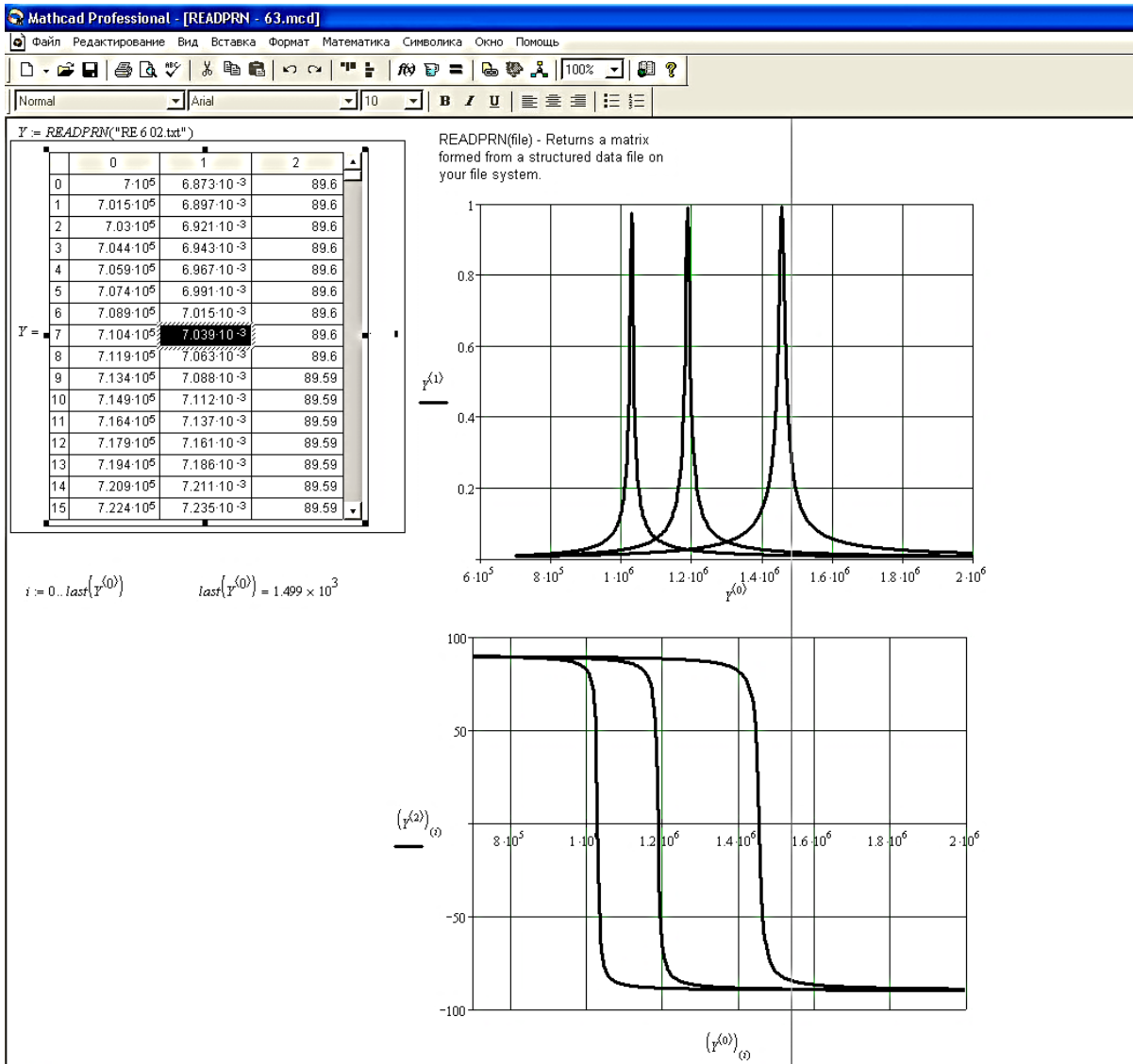


Рис. 3.2. Зчитування числових даних в системі Mathcad

5. СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Туз, Ю.М. Теорія електричних кіл і сигналів [Текст]: навч. посібн. / Ю. М. Туз, Ю. С. Шумков; за заг. ред. Ю.М. Туза. – К.: "Корнійчук", 2012. – 448 с. – ISBN 978-966-7599-73-7. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46984>
2. *Основи* технічної електроніки. У 2 кн. Кн. 1. Теорія електронних кіл [Текст]: Підручник / М.Б. Гумен, А.М. Гуржій, В.М. Співак та ін. – К.: Вища шк., 2008. – 727 с. ISBN 978-966-642-341-5.
3. *Основи* теорії кіл [Текст]: Підручник. Ч. 1 / Ю.О. Коваль, Л.В. Гринченко, І.О. Милютченко, О.І. Рибін. – 2-ге вид. – Харків: ТОВ «Компанія СМІТ», 2006. – 492 с. ISBN 966-8530-59-4.
4. Desoer, C.A., and Kuh, E.S. *Basic Circuit Theory*. New-York: McGraw-Hill, 1969.
5. Siebert, W. McC. *Circuits, Signals, and Systems*. Cambridge, Mass. : MIT Press ; New York : McGraw-Hill Book Company, 1986.

Додаткова

6. *Теорія* електричних сигналів і кіл. Лабораторний практикум [Електронний ресурс]: навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Інформаційні вимірювальні технології» спеціальності 152 «Метрологія та інформаційно-вимірювальна техніка» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад. Ю. М. Туз, Ю. С. Шумков, О. В. Козир. – Електронні текстові дані (1 файл: 11,88 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 158 с. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/45799>
7. Туз, Ю.М. Автоматизація аналізу вимірювальних пристроїв [Текст]: навчальний посібник / Ю.М. Туз, Ю.С. Шумков, О.В. Козир; за заг. ред. Ю.М. Туза. – Одеса: Видавничий дім «Гельветика», 2022. – 312 с. ISBN 978-966-992-770-5. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/46983>
8. Зіньковський, Ю.Ф. Моделювання елементної бази електронних апаратів у комп'ютерному середовищі Мікро-Сар [Текст]: моногр. / Ю.Ф. Зіньковський, А.В. Коваль. – К.: НТУУ "КПІ", 2010. – 464 с. ISBN 978-966-622-376-3.

9. *Mathcad 2001 Professional Reference Manual*. MathSoft, Inc. 101 Main Street Cambridge, MA 02142. – 528 p. – <http://www.mathsoft.com>
10. Vlach, J., and Singhal, K. *Computer Methods for Circuit Analysis and Design*. Department of Electrical Engineering and Systems Design University of Waterloo, Ontario, Canada. New-York: Van Nostrand Reinhold Company, 1988.
11. Chua, L.O., and Pen-Min Lin. *Computer-aided Analysis of Electronic Circuits*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1975.
12. Antognetti, P., and Massobrio, G. *Semiconductor Device Modeling with SPICE*. McGraw-Hill, Second Edition, 1993. – <http://www.spectrum-soft.com>
13. *Micro-CAP 9 Electronic Circuit Analysis Program Reference Manual*. Copyright 1982-2008 by Spectrum Software 1021 South Wolfe Road Sunnyvale, CA 94088. – 916 p. – <http://www.spectrum-soft.com>
14. *Book-mc.rar*
http://drive.google.com/file/d/0B_zuGjoSJdggdW5NbnlGcl9KZG8/edit?usp=sharing
15. Peyton, A.J., and Volsh, V. *Analog electronics on operational amplifiers*. Cambridge University Press, 1993.