



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

КУРСОВА РОБОТА

*Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю
141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»*

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2022

Математичні задачі енергетики: Курсова робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», освітньої програми «Електричні системи та мережі» / КПІ ім. Ігоря Сікорського; уклад.: О. М. Паненко. – Електронні текстові дані (1 Файл 0,9 МБ). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. - 58 с.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 5 від 26.05.2022р.)
за поданням Вченої ради Факультету електроенерготехніки та автоматики
(протокол № 9 від 17.05.2022 р.)*

Електронне мережне навчальне видання

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

КУРСОВА РОБОТА

Укладач: *Паненко Олена Миколаївна*

Відповідальний редактор: *Кацадзе Т. Л., канд. техн. наук, доц.*

Рецензент: *Дмитренко О. О., канд. техн. наук, доцент кафедри автоматизації енергосистем КПІ ім. Ігоря Сікорського*

Навчальний посібник містить теоретичний матеріал, необхідний для виконання курсової роботи з дисципліни "Математичні задачі енергетики" студентами всіх форм навчання та студентами-іноземцями спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» освітньої програми «Електричні системи та мережі». Матеріал навчального посібника може виявитися корисним під час виконання розрахунків режимів роботи електричних мереж в процесі рішення практичних задач та дипломного проектування студентами спеціальності.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ ЕНЕРГЕТИКИ	6
1.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ.....	6
1.2. РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ	8
МЕТОДОМ ЗЕЙДЕЛЯ	8
1.3. РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ НЬЮТОНА.....	10
1.4. РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ.....	15
МЕТОДОМ ГАУСА.....	15
2. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ РОЗРАХУНКУ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ.....	20
ЗАДАЧА 1. ФОРМУВАННЯ ВУЗЛОВОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ.....	20
ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ.....	20
ЗАДАЧА 2. РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ЗЕЙДЕЛЯ.	22
ЗАДАЧА 2. РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ НЬЮТОНА.....	28
ЗАДАЧА 4. РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ГАУСА.....	44
ДОДАТОК 1. БЛАНК ЗАВДАННЯ НА ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	56
ДОДАТОК 2. ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ТИТУЛЬНОГО АРКУША КУРСОВОЇ РОБОТИ ...	57
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	58

ВСТУП

Навчальний посібник містить теоретичний матеріал, для виконання курсової роботи з дисципліни "Математичні задачі енергетики" студентами всіх форм навчання та студентами-іноземцями спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» освітньої програми «Електричні системи та мережі». Також матеріал даного навчального посібника може виявитися корисним при виконанні розрахунків режимів електричних систем у процесі розв'язання практичних задач та дипломного проектування студентами спеціальності.

Основною метою курсової роботи є закріплення теоретичних знань, отриманих студентами при вивченні лекційного матеріалу дисципліни «Математичні задачі енергетики», здатність використовувати базові знання щодо основних методів розв'язку систем рівнянь усталених режимів роботи електроенергетичних систем та застосовувати ці знання при вирішенні практичних задач експлуатації та розвитку енергосистем, орієнтуючись на широке використання обчислювальної техніки.

У процесі виконання курсової роботи студент набуває навичок аналізу усталених режимів електричних систем, що з математичного погляду зводиться до формування та розв'язання скінченних рівнянь стану електричної системи. Під час формування, а також в процесі розв'язання рівнянь, визначає потрібні характеристики елементів електроенергетичних систем. Розв'язання систем рівнянь усталеного режиму електричної системи здійснюється заданими методами розрахунку і провадиться порівняльний аналіз щодо доцільності використання того чи іншого методу розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи.

Кожний студент отримує у викладача індивідуальний бланк завдання, у якому наведені такі вихідні дані:

- конфігурація схеми електричної мережі;
- дані про параметри ділянок розрахункової схеми електричної системи;
- дані про навантаження у вузлах схеми електричної системи;
- рівень напруги в балансуєчому пункті;
- номінальна напруга електричної мережі;
- інженерна точність ітераційних розрахунків.

Бланк завдання не дійсний без підпису викладача, який видав завдання, дати видачі та строку здачі роботи, відомостей про курс, групу та прізвище студента. Типовий бланк завдання на курсову роботу наведено в Додатку 1.

У курсовій роботі студент виконує розрахунки параметрів усталеного режиму електричної системи з використанням вузлової розрахункової моделі у вигляді системи нелінійних рівнянь і здійснює розв'язання цієї системи ітераційними методами.

Порядок виконання курсової роботи.

1. Формування вузлової моделі електричної системи.
2. Розв'язання системи рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи методом Зейделя.
3. Розв'язання системи рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи методом Ньютона.
4. Розв'язання системи рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи методом Гауса.

Результати виконання курсової роботи студент оформлює у надрукованому вигляді на аркушах формату А4. В пояснювальній записці студент надає опис методів розрахунку усталеного режиму електричної системи, виконані електротехнічні розрахунки, аналіз цих розрахунків, порівняння різних підходів до розв'язання задачі оцінки режимних параметрів електричної системи та обґрунтовані висновки. Пояснювальна записка повинна бути написана грамотно, чіткою інженерною технічною мовою. Розрахунки та дані до них повинні супроводжуватися короткими поясненнями і посиланнями на літературу. При оформленні курсової роботи необхідно обов'язково наводити формули за якими проводяться розрахунки, результати обчислень обов'язково вказуються з розмірністю отриманих величин. Результати розрахунку усталеного режиму електричної системи повинні бути представлені графічно на схемі електричної системи.

Теоретичні відомості, наведені в навчальному посібнику, доповнені розв'язаними типовими задачами, які будуть корисні при виконанні курсової роботи.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ З МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ ЕНЕРГЕТИКИ

1.1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ

Усталеним режимом називається стан електричної системи, який умовно не змінюється з часом, характеризується параметрами режиму та залежить від схеми з'єднання елементів, їх параметрів, а також від навантаження споживачів.

Метою розрахунків усталених режимів є визначення допустимості режиму напруги у вузлах електричної мережі, визначення перетоків потужності в лініях, перевірка можливості передачі заданої потужності від джерел електроенергії до споживачів.

Необхідно відзначити, що до теперішнього часу розроблена велика кількість розрахункових моделей усталеного режиму електричних систем та їх модифікацій, які базуються на різних підходах до формування аналітичних рівнянь усталеного режиму та методах розв'язання цих рівнянь. Вибір того або іншого методу рішення задачі визначення режимних параметрів електричної системи залежить від багатьох факторів, таких, як розмірність схеми електричної системи, ступінь її замкнутості та неоднорідності, наявність трансформаторних зв'язків і т.п..

Для розрахунку усталеного режиму електричної системи повинні бути відомими наступні дані: розрахункова схема електричної системи, активні та реактивні електричні опори ділянок схеми, потужності джерел електроенергії та споживачів, номінальна напруга електричної мережі. Навантаження вузлів, зазвичай, враховуються активними і реактивними потужностями, які в процесі розрахунку мають незмінні значення. В опорному вузлі необхідно задати напругу U_0 . Даний вузол виконує також роль балансуєчого. Потужність в цьому вузлі не фіксується. Небаланс між сумарною генерацією і споживанням потужності з урахуванням втрат в мережі покривається потужністю БП, яка визначається в кінці розрахунків. Результатами розрахунку усталеного режиму електричної системи є значення рівнів напруги у розрахункових вузлах схеми, струморозподіл, або потокорозподіл потужностей по ділянках схеми електричної системи та сумарні втрати потужності в мережі.

Математична модель усталеного режиму електричної системи ґрунтується на законах Ома і Кірхгофа і в загальному випадку становить систему нелі-

нійних алгебраїчних рівнянь, внаслідок нелінійної залежності потужності від струму та напруги. Систему рівнянь можна сформулювати на основі методу вузлових потенціалів або методу контурних струмів. В даній курсовій роботі використовується метод вузлових потенціалів і розрахункова модель електричної системи, сформована на основі цього метода називається вузловою моделлю.

Для кожного вузла розрахункової схеми рівняння балансу струмів можна записати наступним чином:

$$\underline{y}_{ii}\dot{U}_i + \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij}\dot{U}_j + \underline{y}_{i0}U_0 = \frac{\dot{S}_i}{U_i}, \quad (1.1)$$

де \underline{y}_{ii} - власна провідність i -го вузла; \underline{y}_{ij} - взаємна провідність між i -м вузлом та суміжним з ним j -м вузлом; \underline{y}_{i0} - провідність гілки, що з'єднує i -й вузол з балансуєчим; \dot{S}_i - вузлова потужність i -го вузла схеми.

Власна провідність вузла це сума провідностей всіх гілок розрахункової схеми, що з'єднані з даним вузлом :

$$\underline{y}_{ii} = -\sum_{j \in i}^n \underline{y}_{ij} \quad (1.2)$$

Взаємна провідність вузла – це провідність гілки, що з'єднує даний вузол з іншими вузлами схеми мережі.

Система рівнянь (1.1) в розгорнутій формі має наступний вигляд:

$$\begin{cases} \underline{y}_{11}\dot{U}_1 + \underline{y}_{12}\dot{U}_2 + \dots + \underline{y}_{1n}\dot{U}_n + \underline{y}_{01}U_0 = \frac{\dot{S}_1}{U_1} \\ \underline{y}_{21}\dot{U}_1 + \underline{y}_{22}\dot{U}_2 + \dots + \underline{y}_{2n}\dot{U}_n + \underline{y}_{02}U_0 = \frac{\dot{S}_2}{U_2} \\ \dots \\ \underline{y}_{n1}\dot{U}_1 + \underline{y}_{n2}\dot{U}_2 + \dots + \underline{y}_{nn}\dot{U}_n + \underline{y}_{0n}U_0 = \frac{\dot{S}_n}{U_n} \end{cases} \quad (1.3)$$

де: $\underline{y}_{11}, \underline{y}_{22}, \dots, \underline{y}_{nn}$ – власні провідності вузлів; $\dot{S}_1, \dot{S}_2, \dots, \dot{S}_n$ – значення потужності у вузлах; $\underline{y}_{01}, \underline{y}_{02}, \dots, \underline{y}_{0n}$ – провідності гілок, що з'єднують балансуєчий вузол з розрахунковими вузлами схеми електричної системи.

Система рівнянь (1.3) визначає співвідношення між параметрами схеми заміщення електричної мережі, електричними навантаженнями та режимом напруги у вузлах схеми. Розв'язок такої системи рівнянь дозволяє знайти рівні

напруги для всіх незалежних вузлів схеми електричної системи. І далі визначають параметри усталеного режиму електричної системи, а саме: струми та потоки потужності по ділянках схеми, втрати потужності на окремих ділянках та сумарні втрати потужності в електричній мережі.

Рівняння вузлової розрахункової моделі можна представити у формі балансу потужностей. Таку вузлову модель можна отримати як добуток рівняння (1.1) та спряженого комплексу вектора напруги \bar{U}_i

$$\underline{y}_{ii}U_i^2 + \bar{U}_i \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij} \dot{U}_j + y_{0i}U_0 \bar{U}_i = \dot{S}_i. \quad (1.4)$$

Для розв'язання систем рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи можливе використання тільки наближених ітераційних методів.

1.2 РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ЗЕЙДЕЛЯ

Метод Зейделя належить до ітераційних методів розв'язку систем нелінійних алгебраїчних рівнянь. Ітераційні методи рішення систем нелінійних рівнянь дозволяють знайти значення невідомих за певне багатократне виконання однакових кроків, які називаються послідовними наближеннями або ітераціями. Рішення можна отримати тільки з заданою інженерною точністю, до того ж, зі збільшенням точності зростає і кількість ітерацій.

Основна ідея метода Зейделя полягає в тому, що при визначенні уточненого значення рівня напруги у вузлі на поточній ітерації використовують вже уточнені на цій ітерації рівні напруги всіх інших вузлів, визначених з попередніх рівнянь [2].

Для розв'язання системи рівнянь (1.1) методом Зейделя треба записати її у наступному вигляді:

$$\dot{U}_i = \frac{1}{\underline{y}_{ii}} \left(\frac{\dot{S}_i}{\bar{U}_i} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \underline{y}_{ij} \dot{U}_j \right); \quad (1.5)$$

тобто виконати перетворення системи відносно невідомих напруг.

Відповідно до (1.5) система рівнянь (1.3) набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \dot{U}_1 = \frac{1}{y_{11}} \left(\frac{\dot{S}_1}{U_1} - y_{12} \dot{U}_2 - y_{13} \dot{U}_3 - \dots - y_{01} \dot{U}_0 \right); \\ \dot{U}_2 = \frac{1}{y_{22}} \left(\frac{\dot{S}_2}{U_2} - y_{21} \dot{U}_1 - y_{23} \dot{U}_3 - \dots - y_{02} \dot{U}_0 \right); \\ \dots \\ \dot{U}_n = \frac{1}{y_{nn}} \left(\frac{\dot{S}_n}{U_n} - y_{n1} \dot{U}_1 - y_{n2} \dot{U}_2 - \dots - y_{0n} \dot{U}_0 \right). \end{cases} \quad (1.6)$$

Для визначення чергового наближення рівня напруги використовують вже знайдені на поточній ітерації рівні напруги у вузлах схеми. У цьому випадку вираз (1.5) набуває вигляду:

$$\dot{U}_i^{(n)} = \frac{1}{y_{ii}} \left(\frac{\dot{S}_i}{U_i^{(n-1)}} - \sum_{j=1}^{i-1} y_{ij} \dot{U}_j^{(n)} - \sum_{j=i+1}^n y_{ij} \dot{U}_j^{(n-1)} \right). \quad (1.7)$$

З урахуванням (1.7) систему рівнянь (1.6) можна подати в ітераційній формі наступним чином:

$$\begin{cases} \dot{U}_1^{(i)} = \frac{1}{y_{11}} \left(\frac{S_1}{U_1^{(i-1)}} - y_{12} \dot{U}_2^{(i-1)} - y_{13} \dot{U}_3^{(i-1)} - \dots - y_{01} U_0 \right); \\ \dot{U}_2^{(i)} = \frac{1}{y_{22}} \left(\frac{S_2}{U_2^{(i-1)}} - y_{21} \dot{U}_1^{(i)} - y_{23} \dot{U}_3^{(i-1)} - \dots - y_{02} U_0 \right); \\ \dots \\ \dot{U}_n^{(i)} = \frac{1}{y_{nn}} \left(\frac{S_n}{U_n^{(i-1)}} - y_{n1} \dot{U}_1^{(i)} - y_{n2} \dot{U}_2^{(i)} - \dots - y_{0n} U_0 \right). \end{cases} \quad (1.8)$$

Алгоритм розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом Зейделя складається з наступного.

1. Формування у загальному вигляді системи нелінійних вузлових рівнянь усталеного режиму електричної системи, згідно з виразами (1.3).
2. Обчислення власних та взаємних провідностей вузлів схеми електричної системи відповідно до виразів (1.2).
3. Формування системи рекурентних рівнянь ітераційного уточнення режиму напруги в незалежних вузлах схеми, згідно з виразами (1.8).

4. За початкове наближення напруг у вузлах схеми приймають значення номінальної напруги електричної мережі:

$$\dot{U}_1^{(0)} = \dot{U}_2^{(0)} = \dots = \dot{U}_n^{(0)} = U_{ном}$$

5. Визначення чергового наближення рівня напруг у вузлах розрахункової схеми електричної системи, відповідно до виразів (1.8).

6. Перевірка закінчення розрахункового процесу. Ітераційний розрахунковий процес вважають завершеним, коли виконується умова:

$$\max \left\{ \left| \dot{U}_n^{(i)} - \dot{U}_n^{(i-1)} \right| \right\} \leq \varepsilon; \quad (1.9)$$

де ε – задана інженерна точність розрахунку. Тобто, якщо рівні напруг у вузлах схеми на двох суміжних ітераціях відрізняються на величину меншу за задану інженерну точність розрахунку ε , то процес завершують, в іншому разі перехід до пункту 5 алгоритму для виконання наступної ітерації.

7. За законом Ома визначають струми на всіх ділянках розрахункової схеми електричної системи:

$$\dot{I}_{ij} = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \underline{y}_{ij}. \quad (1.10)$$

8. Визначають потік розподіл потужностей по ділянках за виразами:

$$\dot{S}_{ij}^n = \dot{I}_{ij} \overline{U}_i; \quad \dot{S}_{ij}^k = \dot{I}_{ij} \overline{U}_j. \quad (1.11)$$

де \dot{S}_{ij}^n – потік потужності на початку ділянки; \dot{S}_{ij}^k – потік потужності в кінці ділянки, \overline{U}_j – спряжений комплекс вектору напруги в j -му вузлі.

9. Знаходять втрати потужності на всіх ділянках розрахункової схеми:

$$\Delta \dot{S}_{ij} = \dot{S}_{ij}^n - \dot{S}_{ij}^k = I_{ij}^2 \overline{U}_{ij}; \quad (1.12)$$

та сумарні втрати потужності в електричній мережі:

$$\Delta \dot{S}_\Sigma = \Sigma \Delta \dot{S}_i, \quad (1.13)$$

де $\Delta \dot{S}_i$ - втрати потужності на i -й ділянці розрахункової схеми.

1.3 РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ НЬЮТОНА

Ідея методу Ньютона полягає в послідовній заміні на кожній ітерації нелінійної системи рівнянь деякою лінійною, розв'язок якої дає значення невідомих, що більш близькі до рішення, ніж вихідне наближення. У даному випадку

система нелінійних вузлових рівнянь усталеного режиму (1.4) має бути записана у вигляді [3]:

$$\mathbf{W}(\mathbf{U}) = 0,$$

де \mathbf{W} – вектор-функція, а \mathbf{U} – вектор-стовпчик невідомих.

Припустимо, що відомо деяке k -те наближення $\mathbf{U}^{(k)}$ розв'язку системи $\mathbf{U}^{(*)}$. Якщо розв'язок системи розглядати як $\mathbf{U}^{(*)} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta\mathbf{U}^{(k)}$, то

$$\mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)} + \Delta\mathbf{U}^{(k)}) = 0.$$

За умови нерозривності вектор-функції в точці $\mathbf{U}^{(k)}$, отриману функцію можна розкласти в ряд Тейлора, і нехтуючи членами вище першого порядку, можна записати:

$$\mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)} + \Delta\mathbf{U}^{(k)}) = \mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)}) + \left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right]_k \cdot \Delta\mathbf{U}^{(k)} = 0.$$

З отриманого рівняння можна визначити поправку до вектора змінних на k -му кроці ітераційного процесу:

$$\Delta\mathbf{U}^{(k)} = - \left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right]_k^{-1} \cdot \mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)})$$

і потім наступне наближення невідомих:

$$\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta\mathbf{U}^{(k)}.$$

Оскільки, при розкладанні в ряд Тейлора був залишений лише лінійний член, маємо $\mathbf{U}^{(k+1)} \neq \mathbf{U}^{(*)}$, але при циклічному повторенні розрахунків процес сходиться дуже швидко завдяки квадратичній залежності точності від кількості ітерацій. Процес уточнення змінних закінчується по досягненні припустимих небалансів потужності для всіх вузлів, тобто при

$$\max_i \left| \omega_i(\mathbf{U}^{(k)}) \right| \leq \varepsilon.$$

Необхідно відзначити, що контроль збіжності за величиною поправки $\Delta\mathbf{U}^{(k)}$ може призвести до невірних результатів.

При застосуванні метода Ньютона для розв'язання системи рівнянь усталеного режиму електричної мережі використовують запис рівнянь вузлової розрахункової моделі у формі балансу потужностей.

Рівняння (1.4) балансу потужності в i -му вузлі схеми електричної мережі можна записати в наступному вигляді:

$$\dot{\omega}_i = \underline{y}_{ii} U_i^2 + \overline{U}_i \dot{I}_{0i} - \dot{S}_i = 0, \quad (1.14)$$

де $\dot{I}_{0i} = \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij} \dot{U}_j$ – допоміжний фіктивний струм.

Для розв'язку системи рівнянь методом Ньютона комплексні величини повинні бути розподілені на дійсні та уявні складові, оскільки операція спряження не є аналітичною і рівняння (1.14) не можна диференціювати по напрузі. Отже, маємо:

$$\begin{aligned} \dot{U}_i &= U'_i + jU''_i; & \overline{U}_i &= U'_i - jU''_i; \\ \underline{y} &= g + jb; & S_i &= P_i + jQ_i \end{aligned} \quad (1.15)$$

де U'_i, U''_i – дійсна та уявна складові вектора напруг в i -му вузлі схеми; \overline{U}_i – спряжений комплекс вектору напруги в i -му вузлі схеми.

Розділивши дійсні і уявні складові комплексного рівняння (1.14), можна отримати два рівняння балансу активної і реактивної потужностей у вигляді:

$$\omega_{P_i} = g_{ii} U_i^2 + U'_i I'_{0i} + U''_i I''_{0i} - P_i = 0; \quad (1.16)$$

$$\omega_{Q_i} = b_{ii} U_i^2 + U'_i I''_{0i} - U''_i I'_{0i} - Q_i = 0,$$

де: I'_{0i}, I''_{0i} – дійсна та уявна складові допоміжного фіктивного струму які знаходяться за виразами:

$$I'_{0i} = \sum_{j \in i} (g_{ij} \cdot U'_j - b_{ij} U''_j); \quad (1.17)$$

$$I''_{0i} = \sum_{j \in i} (g_{ij} \cdot U''_j + b_{ij} U'_j). \quad (1.18)$$

Алгоритм методу Ньютона передбачає на кожному кроці ітераційного процесу розв'язання системи лінеаризованих рівнянь відносно поправок до невідомих напруг наступного вигляду:

$$\left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right]^{(k)} \cdot \Delta \mathbf{U}^{(k)} = -\mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)}) \quad (1.19)$$

де: $\Delta \mathbf{U}^{(k)}$ – вектор-стовпчик поправок до значень невідомих напруг у незалеж-

них вузлах схеми; $\left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right]^{(k)}$ – матриця Якобі; $\mathbf{W}(\mathbf{U}^{(k)})$ – вектор-стовпчик нев'язок потужностей.

Систему (1.19) в матричному вигляді можна записати наступним чином:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_1} & \frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U''_1} & \dots & \frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_n} & \frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U''_n} \\ \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U'_1} & \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U''_1} & \dots & \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U'_n} & \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U''_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \omega_{Pn}}{\partial U'_1} & \frac{\partial \omega_{Pn}}{\partial U''_1} & \dots & \frac{\partial \omega_{Pn}}{\partial U'_n} & \frac{\partial \omega_{Pn}}{\partial U''_n} \\ \frac{\partial \omega_{Qn}}{\partial U'_1} & \frac{\partial \omega_{Qn}}{\partial U''_1} & \dots & \frac{\partial \omega_{Qn}}{\partial U'_n} & \frac{\partial \omega_{Qn}}{\partial U''_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta U'_1 \\ \Delta U''_1 \\ \dots \\ \Delta U'_n \\ \Delta U''_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \omega_{P1} \\ \omega_{Q1} \\ \dots \\ \omega_{Pn} \\ \omega_{Qn} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

де: $\Delta U'$, $\Delta U''$ – дійсна та уявна складові поправок до значень невідомих напруг у незалежних вузлах схеми.

Матриця коефіцієнтів при невідомих в системі (1.20) називається матрицею Якобі. Елементи матриці Якобі – це часткові похідні від нев'язок потужності по складових векторів напруг у незалежних вузлах схеми. Структура матриці Якобі цілком відповідає матриці власних і взаємних провідностей вузлів. Розрізняють діагональні та недіагональні елементи матриці Якобі.

Діагональні елементи матриці Якобі визначають за виразами:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U'_i} &= 2g_{ii}U'_i + I'_{0i}; \\ \frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U''_i} &= 2g_{ii}U''_i + I''_{0i}; \\ \frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial U'_i} &= 2b_{ii}U'_i + I''_{0i}; \\ \frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial U''_i} &= 2b_{ii}U''_i - I'_{0i}. \end{aligned} \quad (1.21)$$

де: g_{ii} , b_{ii} – власні активна та реактивна провідності i -го вузла; $I'_{0i} = \sum_{j \in i} (g_{ij} \cdot U'_j - b_{ij}U''_j)$; $I''_{0i} = \sum_{j \in i} (g_{ij} \cdot U''_j + b_{ij}U'_j)$ – дійсна та уявна складові допоміжного фіктивного струму.

Недіагональні елементи розраховують відповідно до виразів:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U'_j} &= g_{ij} U'_i + b_{ij} U''_i; \\
 \frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U''_j} &= -b_{ij} U'_i + g_{ij} U''_i; \\
 \frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial U'_j} &= b_{ij} U'_i - g_{ij} U''_i = -\frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U''_j}; \\
 \frac{\partial \omega_{Qi}}{\partial U''_j} &= g_{ij} U'_i + b_{ij} U''_i = \frac{\partial \omega_{Pi}}{\partial U'_j}.
 \end{aligned}
 \tag{1.22}$$

Загальний алгоритм розрахунку ustalеного режиму електричної системи методом Ньютона складається з наступного [4].

1. Формування у загальному вигляді вузлової моделі електричної системи, згідно з виразами (1.3).

2. Обчислення власних і взаємних провідностей вузлів схеми електричної системи за виразом (1.2).

3. Для всіх невідомих приймають початкові наближення. Зазвичай, при розв'язанні задачі розрахунку параметрів ustalеного режиму електричної системи методом Ньютона у якості початкового наближення для дійсної складової невідомих напруг приймають значення номінальної напруги електричної мережі, для уявної складової – нульове значення:

$$U_i^{(0)} = U_n; \quad U_i''^{(0)} = 0.$$

4. Визначення нев'язок потужностей ω_p , ω_q за виразами (1.16) в усіх незалежних вузлах схеми електричної мережі при поточному значенні невідомих. Якщо найбільша за абсолютним значенням нев'язка потужності

$$\max_i \left| \omega_i(U^{(k)}) \right| \leq \varepsilon \tag{1.23}$$

виявляється меншою за певну величину, що обумовлює інженерну точність розрахунків, то це свідчить, що розв'язок системи рівнянь знайдено і розрахунок завершують. Далі перехід до пункту 8 даного алгоритму.

5. Розрахунок елементів матриці Якобі на поточній ітерації $\left[\frac{\partial \mathbf{W}}{\partial \mathbf{U}} \right]^{(k)}$, відповідно до виразів (1.21) та (1.22).

6. Реалізація розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь вигляду (1.20) відносно поправок до значень невідомих напруг у вузлах розрахункової схеми.

7. Визначення чергового наближення невідомих напруг за виразом

$$\mathbf{U}^{(k+1)} = \mathbf{U}^{(k)} + \Delta\mathbf{U}^{(k+1)} \quad (1.24)$$

і перехід до пункту 4 даного алгоритму для виконання наступного циклу ітераційного обчислювального процесу.

8. За законом Ома визначають струми на всіх ділянках розрахункової схеми електричної системи, згідно з виразом (1.10).

9. Визначають потокорозподіл потужностей відповідно до виразів (1.11).

10. Знаходять втрати потужності на всіх ділянках розрахункової схеми та сумарні втрати потужності в електричній мережі за виразами (1.12) та (1.13).

1.4 РОЗВ'ЯЗАННЯ СИСТЕМ РІВНЯНЬ ВУЗЛОВОЇ МОДЕЛІ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ГАУСА

Рішення задач розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи найчастіше пов'язане з розв'язком систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Вузлові математичні моделі використовують розв'язок систем лінійних алгебраїчних рівнянь при лінеаризації вузлових потужностей або в методі Ньютона при визначенні поправок до невідомих в ітераційному процесі.

Метод Гауса – метод послідовного виключення невідомих. Відноситься до класу прямих методів рішення систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Тому вихідна нелінійна математична модель усталеного режиму (1.1) замінюється приблизно лінійною [1]:

$$\underline{y}_{ii}\dot{U}_i + \sum_{j \in i} \underline{y}_{ij}\dot{U}_j = \dot{J}_i, \quad (1.25)$$

де \dot{J}_i – струм навантаження i -го вузла.

Значення струмів навантаження розраховують за виразом:

$$\dot{J}_i = \frac{\dot{S}_i}{U_i} - \underline{y}_{0i}U_0, \quad (1.26)$$

$$\underline{y}_{-1j}^{(1)} = \frac{y_{-1j}}{y_{-11}}; \quad \dot{J}_1^{(1)} = \frac{J_1}{y_{-11}}; \quad (1.27)$$

$$\underline{y}_{ij}^{(1)} = y_{ij} - y_{i1} \underline{y}_{1j}^{(1)}; \quad \dot{J}_i^{(1)} = J_i - y_{i1} \dot{J}_1^{(1)}; \quad i, j = 2, \dots, n.$$

Очевидно, що для виконання операцій першого кроку необхідно, щоб елемент \underline{y}_{11} матриці коефіцієнтів системи рівнянь (1.25) був відмінним від нуля. Такий елемент називається ведучим на першому кроці виключення.

На другому кроці прямого ходу розглядається система рівнянь порядку $(n-1)$, до складу якої входять рівняння перетвореної системи починаючи з другого.

Другий крок полягає в виключенні змінної \dot{U}_2 з рівнянь системи, що була отримана на першому кроці, починаючи із третього рівняння, шляхом виконання аналогічних операцій. В якості ведучого приймають елемент $\underline{y}_{22}^{(1)}$.

Третій та наступні кроки виконуються в такий самий спосіб.

Формули розрахунку коефіцієнтів системи рівнянь на довільному k -му кроці наступні:

$$\underline{y}_{kj}^{(k)} = \frac{y_{kj}^{(k-1)}}{y_{kk}^{(k-1)}}; \quad \dot{J}_k^{(k)} = \frac{J_k^{(k-1)}}{y_{kk}^{(k-1)}}; \quad (1.28)$$

$$\underline{y}_{ij}^{(k)} = y_{ij}^{(k-1)} - y_{ik}^{(k-1)} \underline{y}_{kj}^{(k)}; \quad \dot{J}_i^{(k)} = J_i^{(k-1)} - y_{ik}^{(k-1)} \dot{J}_k^{(k)}; \quad i, j = k+1, \dots, n.$$

На останньому кроці ($k = n$) знаходять $\dot{J}_n^{(n)}$. Таким чином, при виконанні прямого ходу ведучими елементами послідовно виступають елементи $\underline{y}_{11}^{(1)}, \underline{y}_{22}^{(1)}$,

$$\underline{y}_{33}^{(2)}, \dots, \underline{y}_{nn}^{(n-1)}.$$

У результаті виконання n кроків отримуємо наступну систему рівнянь

$$\dot{J}_i^{(k)} = \frac{\dot{S}_i}{U_i^{(k)}} - y_{0i} U_0. \quad (1.30)$$

4. Формують та розв'язують систему рівнянь (1.25) відносно невідомих напруг у незалежних вузлах електричної мережі.

5. Якщо значення рівнів напруги в усіх незалежних вузлах схеми на поточній ітерації відрізняються від тих самих значень на попередній ітерації на величину, що менша за задану інженерну точність розрахунків

$$\max \left| \dot{U}_i^{(k)} - \dot{U}_i^{(k-1)} \right| \leq \varepsilon,$$

це свідчить про закінчення ітераційного розрахункового процесу і далі перехід до пункту 6 даного алгоритму. В іншому випадку виконується наступний крок розрахунків, починаючи з пункту 3 даного алгоритму.

6. За законом Ома визначають струми на всіх ділянках розрахункової схеми електричної системи, згідно з виразом (1.10).

7. Визначають потокорозподіл потужностей відповідно до виразів (1.11).

8. Знаходять втрати потужності на всіх ділянках розрахункової схеми та сумарні втрати потужності в електричній мережі за виразами (1.12) та (1.13).

Треба відмітити, що реалізація алгоритму пов'язана з розв'язком серії систем лінійних алгебраїчних рівнянь з однаковими матрицями коефіцієнтів, що становлять матрицю власних та взаємних провідностей вузлів розрахункової схеми, і відрізняються тільки вільними членами, які відповідають значенням вузлових струмів, що були уточнені на поточній ітерації.

2 ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ РОЗРАХУНКУ УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ

ЗАДАЧА 1 ФОРМУВАННЯ ВУЗЛОВОЇ РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ.

На рис.1 наведена розрахункова схема електричної мережі номінальною напругою 110 кВ. Параметри ділянок схеми позначені на рисунку числовими значеннями повного повздовжнього опору схеми заміщення під кожною з ділянок схеми та складають:

$$\begin{aligned}z_{12} &= 3,3 + j5,2 \text{ Ом}; & z_{03} &= 3,8 + j6,1 \text{ Ом}; \\z_{02} &= 1,3 + j2,7 \text{ Ом}; & z_{14} &= 4,1 + j7,4 \text{ Ом}; \\z_{24} &= 5,6 + j7,3 \text{ Ом} & z_{34} &= 5,3 + j8,4 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Потужності електричних навантажень в незалежних вузлах схеми:

$$\begin{aligned}\dot{S}_1 &= 17,3 - j10,5 \text{ МВА}; & \dot{S}_2 &= 11,3 - j7,4 \text{ МВА}; \\ \dot{S}_3 &= 22,3 - j14,9 \text{ МВА}; & \dot{S}_4 &= 21,2 - j10,4 \text{ МВА}.\end{aligned}$$

Рівень напруги в балансуєчому вузлі схеми дорівнює $U_0 = 112 \text{ кВ}$.

Записати систему нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі для наведеної електричної системи.

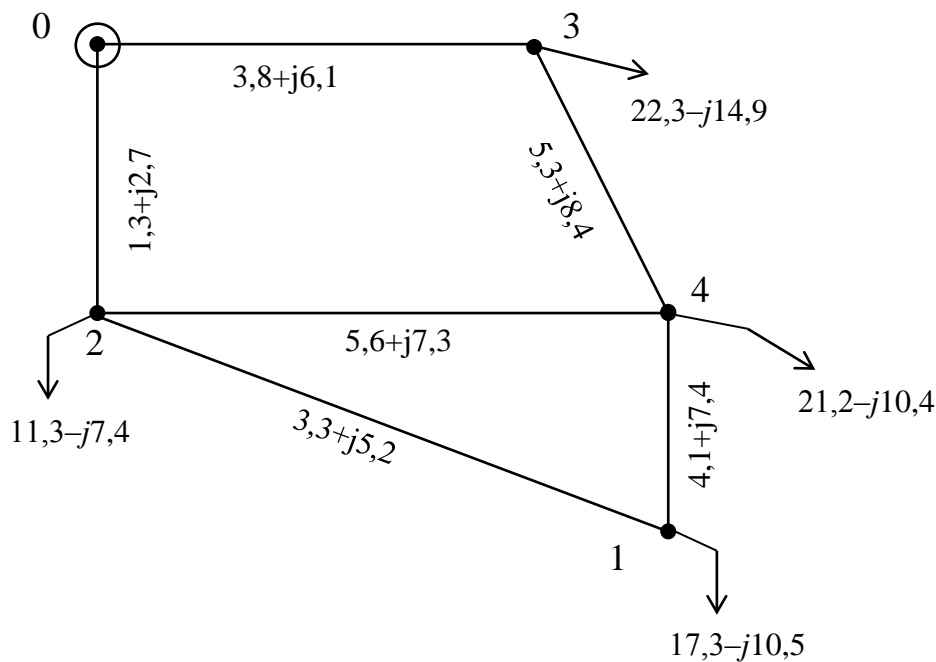


Рисунок 1 - Розрахункова схема електричної системи

В загальному вигляді систему рівнянь усталеного режиму електричної системи для схеми рис.1 можна записати наступним чином:

$$\begin{cases} \underline{y}_{11} \dot{U}_1 + \underline{y}_{12} \dot{U}_2 + \underline{y}_{14} \dot{U}_4 = \frac{\dot{S}_1}{U_1}; \\ \underline{y}_{21} \dot{U}_1 + \underline{y}_{22} \dot{U}_2 + \underline{y}_{24} \dot{U}_4 = \frac{\dot{S}_2}{U_2} - \underline{y}_{02} U_0; \\ \underline{y}_{33} \dot{U}_3 + \underline{y}_{34} \dot{U}_4 = \frac{\dot{S}_3}{U_3} - \underline{y}_{03} U_0; \\ \underline{y}_{41} \dot{U}_1 + \underline{y}_{42} \dot{U}_2 + \underline{y}_{44} \dot{U}_4 = \frac{\dot{S}_4}{U_4}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Визначимо характеристики вузлової розрахункової моделі, а саме власні та взаємні провідності :

Взаємні провідності чисельно дорівнюють оберненому опору відповідної ділянки схеми.

$$\begin{aligned} \underline{y}_{02} &= 1/\underline{z}_{02} = 1/(1,3 + j2,7) = 0,145 - j0,301 \text{ См}; \\ \underline{y}_{03} &= 1/\underline{z}_{03} = 1/(3,8 + j6,1) = 0,074 - j0,118 \text{ См}; \\ \underline{y}_{12} &= 1/\underline{z}_{12} = 1/(3,3 + j5,2) = 0,087 - j0,137 \text{ См}; \\ \underline{y}_{14} &= 1/\underline{z}_{14} = 1/(4,1 + j7,4) = 0,057 - j0,103 \text{ См}; \\ \underline{y}_{24} &= 1/\underline{z}_{24} = 1/(5,6 + j7,3) = 0,066 - j0,086 \text{ См}; \\ \underline{y}_{34} &= 1/\underline{z}_{34} = 1/(5,3 + j8,4) = 0,054 - j0,085 \text{ См}. \end{aligned}$$

Власні провідності визначаємо згідно виразу (1.2):

$$\begin{aligned} \underline{y}_{11} &= -(\underline{y}_{12} + \underline{y}_{14}) = -((0,087 - j0,137) + (0,057 - j0,103)) = -0,144 + j0,24 \text{ См}; \\ \underline{y}_{22} &= -(\underline{y}_{02} + \underline{y}_{12} + \underline{y}_{24}) = -((0,145 - j0,301) + (0,087 - j0,137) + 0,066 - j0,086) = \\ &= -0,298 + j0,524 \text{ См}; \\ \underline{y}_{33} &= -(\underline{y}_{03} + \underline{y}_{34}) = -((0,074 - j0,118) + (0,054 - j0,085)) = -0,127 + j0,203 \text{ См}. \\ \underline{y}_{44} &= -(\underline{y}_{14} + \underline{y}_{24} + \underline{y}_{34}) = -((0,057 - j0,103) + (0,066 - j0,086) + (0,054 - j0,085)) = \\ &= -0,177 + j0,275 \text{ См}. \end{aligned}$$

З урахуванням отриманих значень провідностей вузлів, система рівнянь (2.1) набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} (-0,144 + j0,24) \cdot \dot{U}_1 + (0,087 - j0,137) \dot{U}_2 + (0,057 - j0,103) \dot{U}_4 = \frac{17,3 - j10,5}{\bar{U}_1}; \\ (0,087 - j0,137) \dot{U}_1 + (-0,298 + j0,524) \cdot \dot{U}_2 + (0,066 - j0,086) \dot{U}_4 = \frac{11,3 - j7,4}{\bar{U}_2} - (0,145 - j0,301) \cdot 112; \\ (-0,127 + j0,203) \cdot \dot{U}_3 + (0,054 - j0,085) \dot{U}_4 = \frac{22,3 - j14,9}{\bar{U}_3} - (0,074 - j0,118) \cdot 112; \\ (0,057 - j0,103) \dot{U}_1 + (0,066 - j0,086) \dot{U}_2 + (0,054 - j0,085) \dot{U}_3 + (-0,177 + j0,275) \cdot \dot{U}_4 = \frac{21,2 - j10,4}{\bar{U}_4}. \end{cases} \quad (2.2)$$

Розв'язання отриманої системи нелінійних рівнянь усталеного режиму електричної системи реалізується ітераційними методами.

ЗАДАЧА 2. РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ЗЕЙДЕЛЯ.

Розрахункова схема замкненої електричної мережі напругою 110 кВ наведена на рис 1. Параметри розрахункової схеми наступні. Для ділянок схеми електричний опір складає:

$$\begin{aligned} \underline{z}_{12} &= 3,3 + j5,2 \text{ Ом}; & \underline{z}_{03} &= 3,8 + j6,1 \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{02} &= 1,3 + j2,7 \text{ Ом}; & \underline{z}_{14} &= 4,1 + j7,4 \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{24} &= 5,6 + j7,3 \text{ Ом}; & \underline{z}_{34} &= 5,3 + j8,4 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Для розрахункових вузлів потужності навантаження дорівнюють:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= 17,3 - j10,5 \text{ МВА}; & \dot{S}_2 &= 11,3 - j7,4 \text{ МВА}; \\ \dot{S}_3 &= 22,3 - j14,9 \text{ МВА}; & \dot{S}_4 &= 21,2 - j10,4 \text{ МВА}. \end{aligned}$$

Рівень напруги в балансуєчому вузлі схеми $U_0 = 112 \text{ кВ}$.

Виконати розрахунок усталеного режиму електричної мережі методом Зейделя. Вважати, що інженерна точність розрахунків дорівнює $1 \cdot 10^{-2} \text{ кВ}$.

Розрахунки параметрів усталеного режиму електричної системи проведемо за алгоритмом, наведеним в підрозділі 1.2. Зазначимо, що пункти 1 та 2 алгоритму виконано під час розв'язання задачі 1 і тому отримана система нелінійних рівнянь вузлової моделі та розраховані власні та взаємні провідності є вихідними даними для розв'язання даної задачі.

1. Сформуємо систему рекурентних рівнянь ітераційного уточнення режиму напруги в незалежних вузлах схеми, згідно з виразом (1.8):

$$\begin{cases} \dot{U}_1^{(i)} = \frac{1}{(-0,144 + j0,24)} \left(\frac{17,3 - j10,5}{\bar{U}_1^{(i-1)}} - (0,087 - j0,137)\dot{U}_2^{(i-1)} - (0,057 - j0,103)\dot{U}_4^{(i-1)} \right); \\ \dot{U}_2^{(i)} = \frac{1}{(-0,298 + j0,524)} \left(\frac{11,3 - j7,4}{\bar{U}_2^{(i-1)}} - (0,087 - j0,137)\dot{U}_1^{(i)} - (0,066 - j0,086)\dot{U}_4^{(i-1)} - (0,145 - j0,301) \cdot 112 \right); \\ \dot{U}_3^{(i)} = \frac{1}{(-0,127 + j0,203)} \left(\frac{22,3 - j14,9}{\bar{U}_3^{(i-1)}} - (0,054 - j0,085)\dot{U}_4^{(i-1)} - (0,074 - j0,118) \cdot 112 \right); \\ \dot{U}_4^{(i)} = \frac{1}{(-0,177 + j0,275)} \left(\frac{21,2 - j10,4}{\bar{U}_4^{(i-1)}} - (0,057 - j0,103)\dot{U}_1^{(i)} - (0,066 - j0,086)\dot{U}_2^{(i)} - (0,054 - j0,085)\dot{U}_3^{(i)} \right). \end{cases} \quad (2.3)$$

2. Приймаємо початкові наближення напруг у вузлах розрахункової схеми:

$$\dot{U}_1^{(0)} = \dot{U}_2^{(0)} = \dot{U}_3^{(0)} = \dot{U}_4^{(0)} = 110 \text{ кВ.}$$

4. Визначаємо уточнені значення рівнів напруги в незалежних вузлах схеми на першій ітерації відповідно до (2.3):

$$\begin{aligned} \dot{U}_1^{(1)} &= \frac{1}{-0,144 + j0,24} \left(\frac{17,3 - j10,5}{110} - (0,087 - j0,137) \cdot 110 - \right. \\ &\quad \left. - (0,057 - j0,103) \cdot 110 \right) = 109,42 - j0,306 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_2^{(1)} &= \frac{1}{-0,298 + j0,524} \left(\frac{11,3 - j7,4}{110} - (0,087 - j0,137) \cdot (109,42 - j0,306) - \right. \\ &\quad \left. - (0,066 - j0,086) \cdot 110 - (0,145 - j0,301) \cdot 112 \right) = 110,771 - j0,258 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_3^{(1)} &= \frac{1}{-0,127 + j0,203} \left(\frac{22,3 - j14,9}{110} - (0,054 - j0,085) \cdot 110 - \right. \\ &\quad \left. - (0,074 - j0,118) \cdot 112 \right) = 110,233 - j0,419 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_4^{(1)} &= \frac{1}{-0,177 + j0,275} \left(\frac{21,2 - j10,4}{110} - (0,057 - j0,103) \cdot (109,42 - j0,306) - \right. \\ &\quad \left. - (0,066 - j0,086) \cdot (110,771 - j0,258) - (0,054 - j0,085) \cdot (110,233 - j0,419) \right) = \\ &= 109,554 - j0,63 \text{ кВ.} \end{aligned}$$

5. Виконуємо розрахунок другої ітерації, згідно з виразами (2.3):

$$\dot{U}_1^{(2)} = \frac{1}{-0,144 + j0,24} \left(\frac{17,3 - j10,5}{109,42 + j0,306} - (0,087 - j0,137) \cdot (110,771 - j0,258) - (0,057 - j0,103) \cdot (109,554 - j0,63) \right) = 109,669 - j0,703 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_2^{(2)} = \frac{1}{-0,298 + j0,524} \left(\frac{11,3 - j7,4}{110,771 + j0,258} - (0,087 - j0,137) \cdot (109,669 - j0,703) - (0,066 - j0,086) \cdot (109,554 - j0,63) - (0,145 - j0,301) \cdot 112 \right) = 110,78 - j0,484 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_3^{(2)} = \frac{1}{-0,127 + j0,203} \left(\frac{22,3 - j14,9}{(110,233 - j0,419)} - (0,054 - j0,085) \cdot (109,554 - j0,63) - (0,074 - j0,118) \cdot 112 \right) = 110,047 - j0,68 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_4^{(2)} = \frac{1}{-0,177 + j0,275} \left(\frac{21,2 - j10,4}{109,554 + j0,63} - (0,057 - j0,103) \cdot (109,669 - j0,703) - (0,066 - j0,086) \cdot (110,78 - j0,484) - (0,054 - j0,085) \cdot (110,047 - j0,68) \right) = 109,581 - j0,931 \text{ кВ}.$$

6. Виконуємо перевірку закінчення розрахункового процесу, згідно з виразом (1.9).

Вектор-стовпчик нев'язок напруги :

$$\begin{pmatrix} \|U_1^{(2)} - U_1^{(1)}\| \\ \|U_2^{(2)} - U_2^{(1)}\| \\ \|U_3^{(2)} - U_3^{(1)}\| \\ \|U_4^{(2)} - U_4^{(1)}\| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \|(109,669 - j0,703) - (109,420 - j0,306)\| \\ \|(110,780 - j0,484) - (110,771 - j0,258)\| \\ \|(110,047 - j0,680) - (110,233 - j0,419)\| \\ \|(109,581 - j0,931) - (109,554 - j0,630)\| \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,469 \\ 0,226 \\ 0,320 \\ 0,303 \end{pmatrix} \gg \varepsilon$$

Як бачимо, умова (1.9) не виконується, отже потрібно продовжити ітераційний розрахунок. Результати обчислень на третій та наступних ітераціях наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1 - Ітераційне уточнення режиму напруги у вузлах схеми

Ітерація	\dot{U}_1	\dot{U}_2	\dot{U}_3	\dot{U}_4
0	110	110	110	110
1	109,420 – j0,306	110,771 – j0,258	110,233 – j0,419	109,554 – j0,630
2	109,669 – j0,703	110,780 – j0,484	110,047 – j0,680	109,581 – j0,931
3	109,685 – j0,958	110,800 – j0,606	110,056 – j0,805	109,592 – j1,100
4	109,699 – j1,098	110,812 – j0,673	110,061 – j0,875	109,601 – j1,194
5	109,709 – j1,175	110,819 – j0,710	110,064 – j0,913	109,606 – j1,245
6	109,716 – j1,218	110,824 – j0,730	110,067 – j0,935	109,610 – j1,274
7	109,720 – j1,242	110,827 – j0,741	110,068 – j0,946	109,613 – j1,289
8	109,722 – j1,255	110,828 – j0,748	110,069 – j0,953	109,614 – j1,298
9	109,724 – j1,262	110,829 – j0,751	110,070 – j0,957	109,615 – j1,303
10	109,726 – j1,270	110,831 – j0,755	110,071 – j0,961	109,617 – j1,308

Як видно з даних табл.2.1, після виконання десятої ітерації розрахункового процесу найбільша за модулем нев'язка напруги не перевищує значення інженерної точності:

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} U_1^{(10)} - U_1^{(9)} \\ U_2^{(10)} - U_2^{(9)} \\ U_3^{(10)} - U_3^{(9)} \\ U_4^{(10)} - U_4^{(9)} \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{l} |(109,726 - j1,270) - (109,724 - j1,262)| \\ |(110,831 - j0,755) - (110,829 - j0,751)| \\ |(110,071 - j0,961) - (110,070 - j0,957)| \\ |(109,617 - j1,308) - (109,615 - j1,303)| \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} 4,12 \cdot 10^{-3} \\ 2,24 \cdot 10^{-3} \\ 2,0 \cdot 10^{-3} \\ 2,24 \cdot 10^{-3} \end{array} \right\| < 0,01, \end{aligned}$$

тобто умова (1.9) виконується.

Таким чином, рівні напруги у вузлах схеми складають:

$$\dot{U}_1 = 109,725 - j1,266 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_2 = 110,830 - j0,753 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_3 = 110,070 - j0,959 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_4 = 109,616 - j1,305 \text{ кВ}.$$

Далі за законом Ома, відповідно до виразів (1.10) визначаємо струморозподіл по ділянках схеми:

$$\dot{I}_{02} = (U_0 - \dot{U}_2) \underline{y}_{02} = (112 - (110,831 - j0,755))(0,145 - j0,301) = 0,396 - j0,242 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{03} = (U_0 - \dot{U}_3) \underline{y}_{03} = (112 - (110,071 - j0,961))(0,074 - j0,118) = 0,255 - j0,157 \text{ кА};$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= (\dot{U}_2 - \dot{U}_1) \underline{y}_{12} = ((110,831 - j0,755) - (109,726 - j1,270))(0,087 - j0,137) = \\ &= 0,167 - j0,107 \text{ кА}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{14} &= (\dot{U}_1 - \dot{U}_4) \underline{y}_{14} = ((109,726 - j1,270) - (109,617 - j1,308))(0,057 - j0,103) = \\ &= 0,010 - j0,009 \text{ кА}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{24} &= (\dot{U}_2 - \dot{U}_4) \underline{y}_{24} = ((110,831 - j0,755) - (109,617 - j1,308))(0,066 - j0,086) = \\ &= 0,128 - j0,068 \text{ кА}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_{34} &= (\dot{U}_3 - \dot{U}_4) \underline{y}_{34} = ((110,071 - j0,961) - (109,617 - j1,308))(0,054 - j0,085) = \\ &= 0,054 - j0,020 \text{ кА}. \end{aligned}$$

Визначаємо поточкорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми за виразами (1.11).

Для ділянки 0-2 маємо такі результати:

$$\dot{S}_{02}^H = \dot{I}_{02} U_0 = (0,396 - j0,242) \cdot 112 = 44,374 - j27,133;$$

$$\dot{S}_{02}^K = \dot{I}_{02} \bar{U}_2 = (0,396 - j0,243) \cdot (110,831 + j0,755) = 44,093 - j26,551.$$

Для ділянки 0-3:

$$\dot{S}_{03}^H = \dot{I}_{03} U_0 = (0,255 - j0,157) \cdot 112 = 28,60 - j17,601;$$

$$\dot{S}_{03}^K = \dot{I}_{03} \bar{U}_3 = (0,255 - j0,157) \cdot (110,071 + j0,961) = 28,259 - j17,053.$$

Для ділянки 2-1:

$$\dot{S}_{21}^H = \dot{I}_{21} \bar{U}_2 = (0,167 - j0,107) \cdot (110,831 + j0,755) = 18,556 - j11,697;$$

$$\dot{S}_{21}^K = \dot{I}_{21} \bar{U}_1 = (0,167 - j0,107) \cdot (109,726 + j1,270) = 18,427 - j11,493.$$

Так само визначаємо поточкорозподіл потужностей по іншим ділянкам. Отримали наступні результати:

$$\dot{S}_{14}^H = \dot{I}_{14} \bar{U}_1 = 1,134 - j0,984 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{14}^K = \dot{I}_{14} \bar{U}_4 = 1,133 - j0,983 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{24}^H = \dot{I}_{24} \bar{U}_2 = 14,240 - j7,450 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{24}^K = \dot{I}_{24} \bar{U}_4 = 14,123 - j7,296 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{34}^H = \dot{I}_{34} \bar{U}_3 = 5,962 - j2,149 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{34}^K = \dot{I}_{34} \bar{U}_4 = 5,944 - j2,121 \text{ МВА}.$$

За виразом (1.12) знаходимо втрати потужності для кожної з ділянок.

Для ділянки 0-2 маємо такий результат:

$$\Delta \dot{S}_{02} = |I_{02}|^2 \bar{z}_{02} = (0,396^2 + 0,242^2)(1,3 - j2,7) = 0,280 - j0,582 \text{ МВА}.$$

Для ділянки 0-3 :

$$\Delta \dot{S}_{03} = |I_{03}|^2 \bar{z}_{03} = (0,255^2 + 0,157^2)(3,8 - j6,1) = 0,342 - j0,548 \text{ МВА.}$$

В такий самий спосіб визначаємо втрати потужності на інших ділянках

$$\Delta \dot{S}_{12} = |I_{12}|^2 \bar{z}_{12} = 0,129 - j0,204 \text{ МВА; } \Delta \dot{S}_{14} = |I_{14}|^2 \bar{z}_{14} = 0,0008 - j0,001 \text{ МВА;}$$

$$\Delta \dot{S}_{24} = |I_{24}|^2 \bar{z}_{24} = 0,118 - j0,154 \text{ МВА; } \Delta \dot{S}_{34} = |I_{34}|^2 \bar{z}_{34} = 0,018 - j0,028 \text{ МВА.}$$

Сумарні втрати потужності в електричній мережі за виразом (1.13) складають:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_{\Sigma} &= \Delta \dot{S}_{02} + \Delta \dot{S}_{03} + \Delta \dot{S}_{12} + \Delta \dot{S}_{14} + \Delta \dot{S}_{24} + \Delta \dot{S}_{34} = (0,280 - j0,582) + \\ &+ (0,342 - j0,548) + (0,129 - j0,204) + (0,0008 - j0,001) + \\ &+ (0,118 - j0,154) + (0,018 - j0,028) = 0,887 - j1,517 \text{ МВА.} \end{aligned}$$

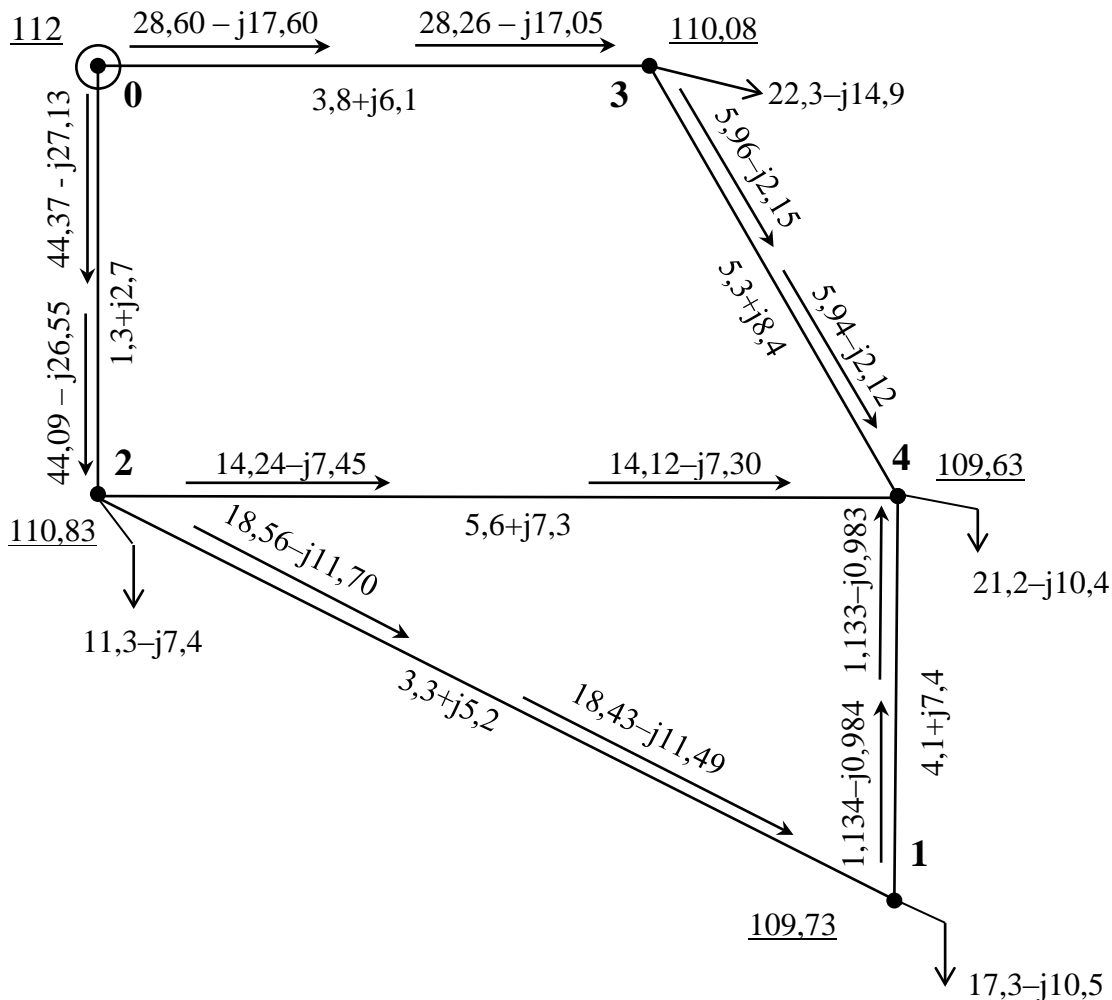


Рисунок 2 - Результати розрахунку усталеного режиму електричної системи методом Зейделя

ЗАДАЧА 2 РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ НЬЮТОНА

Розрахункова схема замкненої електричної мережі напругою 110 кВ показана на рис 1. Параметри розрахункової схеми наступні. Для ділянок схеми:

$$\begin{aligned}z_{03} &= 3,8 + j6,1 \text{ Ом}; & z_{12} &= 3,3 + j5,2 \text{ Ом}; \\z_{02} &= 1,3 + j2,7 \text{ Ом}; & z_{44} &= 4,1 + j7,4 \text{ Ом}; \\z_{24} &= 5,6 + j7,3 \text{ Ом}; & z_{34} &= 5,3 + j8,4 \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Для розрахункових вузлів потужності навантаження складають:

$$\begin{aligned}\dot{S}_1 &= 17,3 - j10,5 \text{ МВА}; & \dot{S}_2 &= 11,3 - j7,4 \text{ МВА}; \\ \dot{S}_3 &= 22,3 - j14,9 \text{ МВА}; & \dot{S}_4 &= 21,2 - j10,4 \text{ МВА}.\end{aligned}$$

Рівень напруги в балансуєчому вузлі схеми дорівнює $U_0 = 112 \text{ кВ}$.

Виконати розрахунок усталеного режиму електричної мережі методом Ньютона. Вважати, що інженерна точність розрахунків за нев'язками потужності дорівнює $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-3} \text{ МВА}$.

1. Система нелінійних алгебраїчних рівнянь вузлової моделі для заданої розрахункової схеми була сформована під час розв'язання задачі 1. Отриману систему рівнянь (2.2) треба розв'язати методом Ньютона.

2. Власні та взаємні провідності також були обчислені в задачі 1 і є вихідними даними для розв'язку даної задачі.

3. Приймаємо початкові наближення напруг у вузлах розрахункової схеми відповідно до виразу (1.23):

$$\begin{aligned}U_1^{(0)} &= U_2^{(0)} = U_3^{(0)} = U_4^{(0)} = U_n = 110 \text{ кВ}; \\ U_1''^{(0)} &= U_2''^{(0)} = U_3''^{(0)} = U_4''^{(0)} = 0.\end{aligned}$$

4. За виразами (1.16) – (1.18) визначаємо значення нев'язок потужностей у вузлах розрахункової схеми за поточних значень складових векторів напруг. Для вузла «1» відповідно до виразів (1.17) та (1.18) розраховуємо значення допоміжних струмів :

$$\begin{aligned}I'_{01} &= (g_{12} \cdot U_2' - b_{12} U_2'') + (g_{14} \cdot U_4' - b_{14} U_4'') = (0,087 \cdot 110 - (-0,137) \cdot 0) + \\ &+ (0,057 \cdot 110 - (-0,103) \cdot 0) = 15,84 \text{ кА};\end{aligned}$$

$$I''_{01} = (g_{12} \cdot U_2'' + b_{12} U_2') + (g_{14} \cdot U_4'' + b_{14} U_4') = (0,087 \cdot 0 + (-0,137) \cdot 110) + \\ + (0,057 \cdot 0 + (-0,103) \cdot 110) = -26,4 \text{ кА.}$$

і визначаємо нев'язки потужностей за виразом (1.16):

$$\omega_{P1} = g_{11} U_1^2 + U_1' I'_{01} + U_1'' I''_{01} - P_1 = -0,144 \cdot 110^2 + 110 \cdot 15,84 + 0 \cdot (-26,40) - \\ - 17,3 = -17,3 \text{ МВт};$$

$$\omega_{Q1} = b_{11} U_1^2 + U_1' I''_{01} - U_1'' I'_{01} - Q_1 = 0,24 \cdot 110^2 + 110 \cdot (-26,40) - 0 \cdot 15,84 + \\ + 10,5 = 10,5 \text{ МВАр.}$$

Для вузла «2»:

$$I'_{02} = (g_{21} \cdot U_1' - b_{21} U_1'') + (g_{24} \cdot U_4' - b_{24} U_4'') + (g_{02} \cdot U_0) = (0,087 \cdot 110 - (-0,137) \cdot 0) + \\ + (0,066 \cdot 110 - (-0,086) \cdot 0) + 0,145 \cdot 112 = 33,07 \text{ кА};$$

$$I''_{02} = (g_{21} \cdot U_1'' + b_{21} U_1') + (g_{24} \cdot U_4'' + b_{24} U_4') + (b_{02} U_0) = (0,087 \cdot 0 + (-0,137) \cdot 110) + \\ + (0,066 \cdot 0 + (-0,086) \cdot 110) + (-0,301) \cdot 112 = -58,242 \text{ кА.}$$

$$\omega_{P2} = g_{22} U_2^2 + U_2' I'_{02} + U_2'' I''_{02} - P_2 = -0,298 \cdot 110^2 + 110 \cdot 33,07 + 0 \cdot (-58,242) - \\ - 11,3 = 20,549 \text{ МВт};$$

$$\omega_{Q2} = b_{22} U_2^2 + U_2' I''_{02} - U_2'' I'_{02} - Q_2 = 0,524 \cdot 110^2 + 110 \cdot (-58,242) - 0 \cdot 33,07 - \\ - (-7,4) = -58,747 \text{ МВАр.}$$

Для вузла «3»:

$$I'_{03} = (g_{34} \cdot U_4' - b_{34} U_4'') + (g_{03} \cdot U_0) = (0,054 \cdot 110 - (-0,085) \cdot 0) + 0,074 \cdot 112 = \\ = 14,228 \text{ кА};$$

$$I''_{03} = (g_{34} \cdot U_4'' + b_{34} U_4') + (b_{03} U_0) = (0,054 \cdot 0 + (-0,085) \cdot 110) + (-0,118) \cdot 112 = \\ - 22,566 \text{ кА};$$

$$\omega_{P3} = g_{33} U_3^2 + U_3' I'_{03} + U_3'' I''_{03} - P_3 = -0,127 \cdot 110^2 + 110 \cdot 14,228 + 0 \cdot (-22,566) - \\ - 22,3 = -6,114 \text{ МВт};$$

$$\omega_{Q3} = b_{33} U_3^2 + U_3' I''_{03} - U_3'' I'_{03} - Q_3 = 0,203 \cdot 110^2 + 110 \cdot (-22,566) - 0 \cdot 14,228 - \\ - (-14,9) = -11,083 \text{ МВАр.}$$

Для вузла «4»:

$$\begin{aligned} I'_{04} &= (g_{41} \cdot U'_1 - b_{41} U''_1) + (g_{42} \cdot U'_2 - b_{42} U''_2) + (g_{43} \cdot U'_3 - b_{43} U''_3) = \\ &= (0,057 \cdot 110 - (-0,103) \cdot 0) + (0,066 \cdot 110 - (-0,086) \cdot 0) + \\ &+ (0,054 \cdot 110 - (-0,085) \cdot 0) = 19,47 \text{ кА}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I''_{04} &= (g_{41} \cdot U''_1 + b_{41} U'_1) + (g_{42} \cdot U''_2 + b_{42} U'_2) + (g_{43} \cdot U''_3 + b_{43} U'_3) = \\ &= (0,057 \cdot 0 + (-0,103) \cdot 110) + (0,066 \cdot 0 + (-0,086) \cdot 110) + \\ &+ (0,054 \cdot 0 + (-0,085) \cdot 110) = -30,14 \text{ кА}; \end{aligned}$$

$$\omega_{P4} = g_{44} U_4^2 + U'_4 I'_{04} + U''_4 I''_{04} - P_4 = -0,177 \cdot 110^2 + 110 \cdot 19,47 + 0 \cdot (-30,14) - 21,2 = -21,2 \text{ МВт};$$

$$\omega_{Q4} = b_{44} U_4^2 + U'_4 I''_{04} - U''_4 I'_{04} - Q_4 = 0,275 \cdot 110^2 + 110 \cdot (-30,14) - 0 \cdot 19,47 - (-10,4) = 10,4 \text{ МВАр}.$$

Отримані значення нев'язок потужностей свідчать, що умова закінчення ітераційного процесу (1.23) не виконується:

$$\begin{aligned} \max \left\{ \left| \omega_{P_i} \right|, \left| \omega_{Q_i} \right| \right\} &= \max \{ 17,3; 10,5; 20,549; 58,747; 6,114; 11,083; 21,2; 10,4 \} = \\ &= 58,747 > 0,001 \text{ МВА}, \end{aligned}$$

отже продовжуємо розрахунок для уточнення складових векторів напруг.

5. Виконуємо розрахунок елементів матриці Якобі на першій ітерації.

Для вузла «1».

Діагональні елементи відповідно до виразів (1.21):

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_1} = 2g_{11} U'_1 + I'_{01} = 2 \cdot (-0,144) \cdot 110 + 15,84 = -15,872;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U''_1} = 2g_{11} U''_1 + I''_{01} = 2 \cdot (-0,144) \cdot 0 + (-26,4) = -26,454;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U'_1} = 2b_{11} U'_1 + I''_{01} = 2 \cdot 0,24 \cdot 110 + (-26,4) = 26,454;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U''_1} = 2b_{11} U''_1 - I'_{01} = 2 \cdot 0,24 \cdot 0 - 15,84 = -15,872.$$

Недіагональні елементи відповідно до виразів (1.22):

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_2} = g_{12}U'_1 + b_{12}U''_1 = 0,087 \cdot 110 + (-0,137) \cdot 0 = 9,57 ;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U''_2} = -b_{12}U'_1 + g_{12}U''_1 = -(-0,137) \cdot 110 + 0,087 \cdot 0 = 15,08;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_4} = g_{14}U'_1 + b_{14}U''_1 = 0,057 \cdot 110 + (-0,103) \cdot 0 = 6,302;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U''_4} = -b_{14}U'_1 + g_{14}U''_1 = -(-0,103) \cdot 110 + 0,057 \cdot 0 = 11,373.$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U'_2} = b_{12}U'_1 - g_{12}U''_1 = (-0,137) \cdot 110 - 0,087 \cdot 0 = -15,08;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U''_2} = g_{12}U'_1 + b_{12}U''_1 = 0,087 \cdot 110 + (-0,137) \cdot 0 = 9,57;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U'_4} = b_{14}U'_1 - g_{14}U''_1 = (-0,103) \cdot 110 - 0,057 \cdot 0 = -11,37;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U''_4} = g_{14}U'_1 + b_{14}U''_1 = 0,057 \cdot 110 + (-0,103) \cdot 0 = 6,302.$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_3} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U''_3} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U'_3} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U''_3} = 0;$$

Для вузла «2» .

Діагональні елементи відповідно до виразів (1.21)

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U'_2} = 2g_{22}U'_2 + I'_{02} = 2 \cdot (-0,298) \cdot 110 + 33,07 = -32,482;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U''_2} = 2g_{22}U''_2 + I''_{02} = 2 \cdot (-0,298) \cdot 0 + (-58,242) = -58,241;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U'_2} = 2b_{22}U'_2 + I''_{02} = 2 \cdot 0,524 \cdot 110 + (-58,242) = 57,039;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U''_2} = 2b_{22}U''_2 - I'_{02} = 2 \cdot 0,524 \cdot 0 - 33,07 = -33,061.$$

Недіагональні елементи, згідно з виразами(1.22:)

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U'_1} = g_{21}U'_2 + b_{21}U''_2 = 0,087 \cdot 110 + (-0,137) \cdot 0 = 9,57;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U''_1} = -b_{21}U'_2 + g_{21}U''_2 = -(-0,137) \cdot 110 + 0,087 \cdot 0 = 15,08$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U'_4} = g_{24}U'_2 + b_{24}U''_2 = 0,066 \cdot 110 + (-0,086) \cdot 0 = 7,277;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U''_4} = -b_{24}U'_2 + g_{24}U''_2 = -(-0,086) \cdot 110 + 0,066 \cdot 0 = 9,486.$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U'_1} = b_{21}U'_2 - g_{21}U''_2 = -\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U''_1} = (-0,137) \cdot 110 - 0,087 \cdot 0 = -15,08;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U''_1} = g_{21}U'_2 + b_{21}U''_2 = \frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U'_1} = 0,087 \cdot 110 + (-0,137) \cdot 0 = 9,57;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U'_4} = b_{24}U'_2 - g_{24}U''_2 = -\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U''_4} = (-0,086) \cdot 110 - 0,066 \cdot 0 = -9,486 ;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U''_4} = g_{24}U'_2 + b_{24}U''_2 = \frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U'_4} = 0,066 \cdot 110 + (-0,086) \cdot 0 = 7,277.$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U'_3} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U''_3} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U'_3} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U''_3} = 0;$$

Для вузла «3».

Діагональні елементи відповідно до виразів (1.21):

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U'_3} = 2g_{33}U'_3 + I'_{03} = 2 \cdot (-0,127) \cdot 110 + 14,228 = -13,856;$$

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U''_3} = 2g_{33}U''_3 + I''_{03} = 2 \cdot (-0,127) \cdot 0 + (-22,566) = -22,594;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U'_3} = 2b_{33}U'_3 + I''_{03} = 2 \cdot 0,203 \cdot 110 + (-22,566) = 22,122;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U''_3} = 2b_{33}U''_3 - I'_{03} = 2 \cdot 0,203 \cdot 0 - 14,228 = -14,15.$$

Недіагональні елементи, згідно з виразами(1.22):

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U'_4} = g_{34}U'_3 + b_{34}U''_3 = 0,054 \cdot 110 + (-0,085) \cdot 0 = 5,91;$$

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_4''} = -b_{34}U_3' + g_{34}U_3'' - (-0,085) \cdot 110 + 0,054 \cdot 0 = 9,366;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_4'} = b_{34}U_3' - g_{34}U_3'' = (-0,085) \cdot 110 - 0,054 \cdot 0 = -9,366 ;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_4''} = g_{34}U_3' + b_{34}U_3'' = 0,054 \cdot 110 + (-0,085) \cdot 0 = 5,91;$$

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_1'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_1''} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_1'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_1''} = 0;$$

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_2'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_2''} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_2'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_2''} = 0;$$

Для вузла «4».

Діагональні елементи відповідно до виразів (1.21):

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_4'} = 2g_{44}U_4' + I_{04}' = 2 \cdot (-0,177) \cdot 110 + 19,47 = -19,488;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_4''} = 2g_{44}U_4'' + I_{04}'' = 2 \cdot (-0,177) \cdot 0 + (-30,14) = -30,226;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U_4'} = 2b_{44}U_4' + I_{04}'' = 2 \cdot 0,275 \cdot 110 + (-30,14) = 30,226;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U_4''} = 2b_{44}U_4'' - I_{04}' = 2 \cdot 0,275 \cdot 0 - 19,47 = -19,488.$$

Недіагональні елементи, згідно з виразами(1.22):

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_1'} = g_{41}U_4' + b_{41}U_4'' = 0,057 \cdot 110 + (-0,103) \cdot 0 = 6,302;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_1''} = -b_{41}U_4' + g_{41}U_4'' = -(-0,103) \cdot 110 + 0,057 \cdot 0 = 11,373;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_2'} = g_{42}U_4' + b_{42}U_4'' = 0,066 \cdot 110 + (-0,086) \cdot 0 = 7,277;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_2''} = -b_{42}U_4' + g_{42}U_4'' = -(-0,086) \cdot 110 + 0,066 \cdot 0 = 9,486;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_3'} = g_{43}U_4' + b_{43}U_4'' = 0,054 \cdot 110 + (-0,085) \cdot 0 = 5,91;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U_3''} = -b_{43}U_4' + g_{43}U_4'' - (-0,085) \cdot 110 + 0,054 \cdot 0 = 9,366;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_1} = b_{41}U'_4 - g_{41}U''_4 = -\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_1} = (-0,103) \cdot 110 - 0,057 \cdot 0 = -11,373;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_1} = g_{41}U'_4 + b_{41}U''_4 = \frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_1} = 0,057 \cdot 110 + (-0,103) \cdot 0 = 6,302;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_2} = b_{42}U'_4 - g_{42}U''_4 = -\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_2} = (-0,086) \cdot 110 - 0,066 \cdot 0 = -9,486;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_2} = g_{42}U'_4 + b_{42}U''_4 = \frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_2} = 0,066 \cdot 110 + (-0,086) \cdot 0 = 7,277;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_3} = b_{43}U'_4 - g_{43}U''_4 = -\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_3} = (-0,085) \cdot 110 - 0,054 \cdot 0 = -9,366;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_3} = g_{43}U'_4 + b_{43}U''_4 = \frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_3} = 0,054 \cdot 110 + (-0,085) \cdot 0 = 5,91.$$

6. Складаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно поправок до невідомих напруг у вузлах відповідно до виразу (1.20):

$$\begin{pmatrix} -15,872 & -26,454 & 9,570 & 15,080 & 0 & 0 & 6,302 & 11,373 \\ 26,454 & -15,872 & -15,080 & 9,570 & 0 & 0 & -11,373 & 6,302 \\ 9,570 & 15,080 & -32,482 & -58,241 & 0 & 0 & 7,277 & 9,486 \\ -15,080 & 9,570 & 57,039 & -33,061 & 0 & 0 & -9,486 & 7,277 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -13,856 & -22,594 & 5,910 & 9,366 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 22,122 & -14,15 & -9,366 & 5,910 \\ 6,302 & 11,373 & 7,277 & 9,486 & 5,910 & 9,366 & -19,488 & -30,226 \\ -11,373 & 6,302 & -9,486 & 7,277 & -9,366 & 5,910 & 30,226 & -19,488 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta U'_1 \\ \Delta U''_1 \\ \Delta U'_2 \\ \Delta U''_2 \\ \Delta U'_3 \\ \Delta U''_3 \\ \Delta U'_4 \\ \Delta U''_4 \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} -17,300 \\ 10,500 \\ 20,549 \\ -58,747 \\ -6,114 \\ -11,083 \\ -21,200 \\ 10,400 \end{pmatrix}$$

Розв'язок даної лінійної системи рівнянь дає наступні значення поправок до складових векторів напруг у вузлах розрахункової схеми на першій ітерації:

$$\begin{aligned} \Delta U'_1 &= -0,245; & \Delta U''_1 &= -1,279; \\ \Delta U'_2 &= 0,853; & \Delta U''_2 &= -0,753; \\ \Delta U'_3 &= 0,087; & \Delta U''_3 &= -0,963; \\ \Delta U'_4 &= -0,355; & \Delta U''_4 &= -1,317. \end{aligned}$$

7. Далі визначають уточнені значення рівнів напруги у вузлах електричної мережі на першій ітерації з урахуванням знайдених поправок за виразом (1.24):

$$\begin{aligned} U'_1^{(1)} &= U'_1^{(0)} + \Delta U'_1^{(1)} = 110 - 0,245 = 109,755 \text{ кВ}; \\ U''_1^{(1)} &= U''_1^{(0)} + \Delta U''_1^{(1)} = 0 - 1,279 = -1,279 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
U_2^{\prime(1)} &= U_2^{\prime(0)} + \Delta U_2^{\prime(1)} = 110 + 0,853 = 110,853 \text{ кВ}; \\
U_2^{\prime\prime(1)} &= U_2^{\prime\prime(0)} + \Delta U_2^{\prime\prime(1)} = 0 - 0,753 = -0,753 \text{ кВ}; \\
U_3^{\prime(1)} &= U_3^{\prime(0)} + \Delta U_3^{\prime(1)} = 110 + 0,087 = 110,087 \text{ кВ}; \\
U_3^{\prime\prime(1)} &= U_3^{\prime\prime(0)} + \Delta U_3^{\prime\prime(1)} = 0 - 0,963 = -0,963 \text{ кВ}; \\
U_4^{\prime(1)} &= U_4^{\prime(0)} + \Delta U_4^{\prime(1)} = 110 - 0,355 = 109,645 \text{ кВ}; \\
U_4^{\prime\prime(1)} &= U_4^{\prime\prime(0)} + \Delta U_4^{\prime\prime(1)} = 0 - 1,317 = -1,317 \text{ кВ}.
\end{aligned}$$

З новими значеннями напруг у вузлах розрахункової схеми продовжуємо розрахунок на другій ітерації, починаючи з пункту 4 наведеного алгоритму.

Для вузла «1» знаходимо значення допоміжних струмів відповідно до виразів (1.17) та (1.18):

$$\begin{aligned}
I_{01}' &= (0,087 \cdot 110,853 - (-0,137) \cdot (-0,753)) + (0,057 \cdot 109,645 - (-0,103) \cdot (-1,317)) = \\
&= 15,686 \text{ кА};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{01}'' &= (0,087 \cdot (-0,753) + (-0,137) \cdot 110,853) + (0,057 \cdot (-1,317) + (-0,103) \cdot 109,645) = \\
&= -26,675 \text{ кА}.
\end{aligned}$$

За виразами (1.16) визначаємо значення нев'язок потужностей у вузлах розрахункової схеми за поточних значень складових векторів напруг.

$$\begin{aligned}
\omega_{P1} &= -0,144 \cdot (109,755^2 + 1,279^2) + 109,755 \cdot 15,686 + (-1,279) \cdot (-26,675) - \\
&- 17,3 = 0,084 \text{ МВт};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{Q1} &= 0,24 \cdot (109,755^2 + 1,279^2) + 109,755 \cdot (-26,675) - (-1,279) \cdot 15,686 + \\
&+ 10,5 = 0,225 \text{ МВАр}.
\end{aligned}$$

Для вузла «2»:

$$\begin{aligned}
I_{02}' &= (0,087 \cdot 109,755 - (-0,137) \cdot (-1,279)) + (0,066 \cdot 109,645 - (-0,086) \cdot (-1,317)) + \\
&+ 0,145 \cdot 112 = 32,728 \text{ кА};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_{02}'' &= (0,087 \cdot (-1,279) + (-0,137) \cdot 109,755) + (0,066 \cdot (-1,317) + (-0,086) \cdot 109,645) + \\
&+ (-0,301) \cdot 112 = -58,376 \text{ кА};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{P2} &= -0,298 \cdot (110,853^2 + 0,753^2) + 110,853 \cdot 32,728 + (-0,753) \cdot (-58,376) - \\
&- 11,3 = -0,569 \text{ МВт};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{Q2} &= 0,524 \cdot (110,853^2 + 0,753^2) + 110,853 \cdot (-58,376) - (-0,753) \cdot 32,728 - \\
&- (-7,4) = 0,312 \text{ МВАр}.
\end{aligned}$$

Для вузла «3»:

$$I'_{03} = (0,054 \cdot 109,645 - (-0,085) \cdot (-1,317)) + 0,074 \cdot 112 = 14,019 \text{ кА};$$

$$I''_{03} = (0,054 \cdot (-1,317) + (-0,085) \cdot 109,645) + (-0,118) \cdot 112 = -22,635 \text{ кА};$$

$$\omega_{P3} = -0,127 \cdot (110,087^2 + 0,963^2) + 110,087 \cdot 14,019 + (-0,963) \cdot (-22,635) - 22,3 = -0,091 \text{ МВт};$$

$$\omega_{Q3} = 0,203 \cdot (110,087^2 + 0,963^2) + 110,087 \cdot (-22,635) - (-0,963) \cdot 14,019 - (-14,9) = 0,060 \text{ МВАр.}$$

Для вузла «4»:

$$I'_{04} = (0,057 \cdot 109,755 - (-0,103) \cdot (-1,279)) + (0,066 \cdot 110,853 - (-0,086) \cdot (-0,753)) + (0,054 \cdot 110,087 - (-0,085) \cdot (-0,963)) = 19,256 \text{ кА};$$

$$I''_{04} = (0,057 \cdot (-1,279) + (-0,103) \cdot 109,755) + (0,066 \cdot (-0,086) - (-0,086) \cdot 110,853) + (0,054 \cdot (-0,085) - (-0,085) \cdot 110,087) = -30,457 \text{ кА};$$

$$\omega_{P4} = -0,177 \cdot (109,645^2 + 1,317^2) + 109,645 \cdot 19,256 + (-1,317) \cdot (-30,457) - 21,2 = 0,056 \text{ МВт};$$

$$\omega_{Q4} = 0,275 \cdot (109,645^2 + 1,317^2) + 109,645 \cdot (-30,457) - (-1,317) \cdot 19,256 - (-10,4) = 0,287 \text{ МВАр.}$$

За отриманими значеннями нев'язок потужностей виконаємо перевірку умови (1.23).

$$\max \{ |\omega_{P_i}|, |\omega_{Q_i}| \} = \max \{ 0,084; 0,224; 0,569; 0,312; 0,091; 0,060; 0,056; 0,287 \} = 0,569 > 0,001 \text{ МВА.}$$

Очевидно, що найбільша за модулем нев'язка потужності перевищує значення заданої точності і це свідчить про необхідність продовження розрахунків.

Виконуємо розрахунок елементів матриці Якобі на другій ітерації. За виразами (1.21) знаходимо діагональні елементи матриці Якобі, а за виразами (1.22) недиагональні елементи.

Для вузла «1» . Діагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U'_1} = 2 \cdot (-0,144) \cdot 109,755 + 15,686 = -15,987;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_1''} = 2 \cdot (-0,144) \cdot (-1,279) + (-26,675) = -26,306;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U_1'} = 2 \cdot 0,24 \cdot 109,755 + (-26,675) = 26,115;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U_1''} = 2 \cdot 0,24 \cdot (-1,279) - 15,686 = -16,780;$$

недіагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_2'} = 0,087 \cdot 109,755 + (-0,137) \cdot (-1,279) = 9,724;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_2''} = -(-0,137) \cdot 109,755 + 0,087 \cdot (-1,279) = 14,936;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_4'} = 0,057 \cdot 109,755 + (-0,103) \cdot (-1,279) = 6,420;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_4''} = -(-0,103) \cdot 109,755 + 0,057 \cdot (-1,279) = 11,275;$$

$$\frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_3'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{P1}}{\partial U_3''} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U_3'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q1}}{\partial U_3''} = 0.$$

Для вузла «2»: Діагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_2'} = 2 \cdot (-0,298) \cdot 110,853 + 32,728 = -33,324;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_2''} = 2 \cdot (-0,298) \cdot (-0,753) + (-58,376) = -57,927;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_2'} = 2 \cdot 0,524 \cdot 110,853 + (-58,376) = 57,798;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_2''} = 2 \cdot 0,524 \cdot (-0,753) - 32,728 = -34,094;$$

недіагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_1'} = 0,087 \cdot 110,853 + (-0,137) \cdot (-0,753) = 9,748;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_1''} = -(-0,137) \cdot 110,853 + 0,087 \cdot (-0,753) = 15,132;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_4'} = 0,066 \cdot 110,853 + (-0,086) \cdot (-0,753) = 7,398;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_4''} = -(-0,086) \cdot 110,853 + 0,066 \cdot (-0,753) = 9,510;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_1'} = (-0,137) \cdot 110,853 - 0,087 \cdot (-0,753) = -15,132;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_1''} = 0,087 \cdot 110,853 + (-0,137) \cdot (-0,753) = 9,748;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_4'} = (-0,086) \cdot 110,853 - 0,066 \cdot (-0,753) = -9,510;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_4''} = 0,066 \cdot 110,853 + (-0,086) \cdot (-0,753) = 7,398;$$

$$\frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_3'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{P2}}{\partial U_3''} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_3'} = 0; \quad \frac{\partial \omega_{Q2}}{\partial U_3''} = 0.$$

Так само визначаємо діагональні та недіагональні елементи матриці Якобі для інших вузлів розрахункової схеми.

Для вузла «3» діагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_3'} = 2 \cdot (-0,127) \cdot 110,087 + 14,019 = -14,009;$$

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_3''} = 2 \cdot (-0,127) \cdot (-0,963) + (-22,635) = -22,389;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_3'} = 2 \cdot 0,203 \cdot 110,087 + (-22,635) = 22,116;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_3''} = 2 \cdot 0,203 \cdot (-0,963) - 14,019 = -14,634;$$

недіагональні:

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_4'} = 0,054 \cdot 110,087 + (-0,085) \cdot (-0,963) = 5,996;$$

$$\frac{\partial \omega_{P3}}{\partial U_4''} = -(-0,085) \cdot 110,087 + 0,054 \cdot (-0,963) = 9,322;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_4'} = (-0,085) \cdot 110,087 - 0,054 \cdot (-0,963) = -9,322;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q3}}{\partial U_4''} = 0,054 \cdot 110,087 + (-0,085) \cdot (-0,963) = 5,996;$$

Для вузла «4». Діагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_4} = 2 \cdot (-0,177) \cdot 109,645 + 19,256 = -19,595;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_4} = 2 \cdot (-0,177) \cdot (-1,317) + (-30,457) = -29,990;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_4} = 2 \cdot 0,275 \cdot 109,645 + (-30,457) = 29,801;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_4} = 2 \cdot 0,275 \cdot (-1,317) - 19,256 = -20,538;$$

Недіагональні елементи:

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_1} = 0,057 \cdot 109,645 + (-0,103) \cdot (-1,317) = 6,417;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_1} = -(-0,103) \cdot 109,645 + 0,057 \cdot (-1,317) = 11,261;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_2} = 0,066 \cdot 109,645 + (-0,086) \cdot (-1,317) = 7,367;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_2} = -(-0,086) \cdot 109,645 + 0,066 \cdot (-1,317) = 9,368;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U'_3} = 0,054 \cdot 109,645 + (-0,085) \cdot (-1,317) = 6,003;$$

$$\frac{\partial \omega_{P4}}{\partial U''_3} = -(-0,085) \cdot 109,645 + 0,054 \cdot (-1,317) = 9,265;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_1} = (-0,103) \cdot 109,645 - 0,057 \cdot (-1,317) = -11,261;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_1} = 0,057 \cdot 109,645 + (-0,103) \cdot (-1,317) = 6,417;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_2} = (-0,086) \cdot 109,645 - 0,066 \cdot (-1,317) = -9,368;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_2} = 0,066 \cdot 109,645 + (-0,086) \cdot (-1,317) = 7,367;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U'_3} = (-0,085) \cdot 109,645 - 0,054 \cdot (-1,317) = -9,265;$$

$$\frac{\partial \omega_{Q4}}{\partial U''_3} = 0,054 \cdot 109,645 + (-0,085) \cdot (-1,317) = 6,003.$$

Складаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно поправок до невідомих напруг відповідно до виразу (1.20):

$$\begin{pmatrix} -15,987 & -26,306 & 9,724 & 14,936 & 0 & 0 & 6,420 & 11,275 \\ 26,115 & -15,780 & -14,936 & 9,724 & 0 & 0 & -11,275 & 6,420 \\ 9,748 & 15,132 & -33,324 & -57,927 & 0 & 0 & 7,398 & 9,510 \\ -15,132 & 9,748 & 57,798 & -34,094 & 0 & 0 & -9,510 & 7,398 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -14,009 & -22,389 & 5,996 & 9,322 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 22,116 & -14,634 & -9,322 & 5,996 \\ 6,417 & 11,261 & 7,367 & 9,368 & 6,003 & 9,265 & -19,595 & -29,990 \\ -11,261 & 6,417 & -9,368 & 7,367 & -9,265 & 6,003 & 29,801 & -20,538 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta U_1' \\ \Delta U_1'' \\ \Delta U_2' \\ \Delta U_2'' \\ \Delta U_3' \\ \Delta U_3'' \\ \Delta U_4' \\ \Delta U_4'' \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} 0,084 \\ 0,224 \\ -0,569 \\ 0,312 \\ -0,091 \\ 0,060 \\ 0,056 \\ 0,287 \end{pmatrix}$$

Розв'язок даної лінійної системи рівнянь дає наступні значення поправок до складових векторів напруг у вузлах розрахункової схеми на другій ітерації:

$$\begin{aligned} \Delta U_1' &= -0,029 \text{ кВ}; & \Delta U_1'' &= 0,0082 \text{ кВ}; \\ \Delta U_2' &= -0,021 \text{ кВ}; & \Delta U_2'' &= -0,0024 \text{ кВ}; \\ \Delta U_3' &= -0,016 \text{ кВ}; & \Delta U_3'' &= 0,0017 \text{ кВ}; \\ \Delta U_4' &= -0,028 \text{ кВ}; & \Delta U_4'' &= 0,0084 \text{ кВ}. \end{aligned}$$

Визначимо рівні напруги у вузлах електричної мережі на другій ітерації з урахуванням знайдених поправок:

$$\begin{aligned} U_1^{(2)} &= U_1^{(1)} + \Delta U_1^{(2)} = 109,755 - 0,029 = 109,726 \text{ кВ}; \\ U_1^{(2)} &= U_1^{(1)} + \Delta U_1^{(2)} = -1,279 + 0,008 = -1,271 \text{ кВ}; \\ U_2^{(2)} &= U_2^{(1)} + \Delta U_2^{(2)} = 110,853 - 0,021 = 110,832 \text{ кВ}; \\ U_2^{(2)} &= U_2^{(1)} + \Delta U_2^{(2)} = -0,753 - 0,002 = -0,755 \text{ кВ}; \\ U_3^{(2)} &= U_3^{(1)} + \Delta U_3^{(2)} = 110,087 - 0,016 = 110,071 \text{ кВ}; \\ U_3^{(2)} &= U_3^{(1)} + \Delta U_3^{(2)} = -0,963 + 0,002 = 0,961 \text{ кВ}; \\ U_4^{(2)} &= U_4^{(1)} + \Delta U_4^{(2)} = 109,645 - 0,028 = 109,617 \text{ кВ}; \\ U_4^{(2)} &= U_4^{(1)} + \Delta U_4^{(2)} = -1,317 + 0,008 = -1,309 \text{ кВ}. \end{aligned}$$

І далі перехід до виконання пункту 4 даного алгоритму.

Результати ітераційного розрахунку режиму напруги у вузлах розрахункової схеми наведено в табл.2.2.

Таблиця 2.2 - Ітераційне уточнення режиму напруги у вузлах схеми електричної мережі методом Ньютона

№ ітерації	\dot{U}_1 , кВ	\dot{U}_2 , кВ	\dot{U}_3 , кВ	\dot{U}_4 , кВ	ω_{\max}
1	$109,755 - j1,279$	$110,853 - j0,753$	$110,087 - j0,963$	$109,645 - j1,317$	58,75
2	$109,727 - j1,271$	$110,831 - j0,755$	$110,071 - j0,961$	$109,617 - j1,309$	0,569
3	$109,726 - j1,270$	$110,831 - j0,755$	$110,071 - j0,961$	$109,617 - j1,309$	0,0001

Як бачимо, на третій ітерації найбільша на модулем нев'язка потужності не перевищує значення інженерної точності і це свідчить про закінчення ітераційного процесу.

Таким чином, рівні напруги у вузлах розрахункової схеми електричної мережі дорівнюють:

$$\dot{U}_1 = 109,726 - j1,270 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_2 = 110,831 - j0,755 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_3 = 110,071 - j0,961 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_4 = 109,617 - j1,309 \text{ кВ}.$$

Далі визначаємо струморозподіл по всіх ділянках розрахункової схеми відповідно до виразів (1.10).

Для ділянки 0-2:

$$\dot{I}_{02} = (\dot{U}_0 - \dot{U}_2) \underline{y}_{02} = (112 - (110,831 - j0,755))(0,145 - j0,301) = 0,396 - j0,242 \text{ кА};$$

для ділянки 0-3:

$$\dot{I}_{03} = (\dot{U}_0 - \dot{U}_3) \underline{y}_{03} = (112 - (110,071 - j0,961))(0,074 - j0,118) = 0,255 - j0,157 \text{ кА}.$$

В такий самий спосіб визначаємо струморозподіл на всіх інших ділянках:

$$\dot{I}_{12} = 0,167 - j0,107 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{14} = 0,010 - j0,009 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{24} = 0,128 - j0,068 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{34} = 0,054 - j0,019 \text{ кА}.$$

Визначаємо потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми, згідно з виразами (1.11).

Для ділянки 0-2:

$$\dot{S}_{02}^H = \dot{I}_{02} \dot{U}_0 = (0,396 - j0,242) \cdot 112 = 44,383 - j27,121 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{02}^K = \dot{I}_{02} \overline{\dot{U}}_2 = (0,396 - j0,242) \cdot (110,831 + j0,755) = 44,103 - j26,539 \text{ МВА}.$$

Для ділянки 0-3:

$$\dot{S}_{03}^H = \dot{I}_{03} U_0 = (0,255 - j0,157)112 = 28,604 - j17,596 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{03}^K = \dot{I}_{03} \bar{U}_3 = (0,255 - j0,157) \cdot (110,071 + j0,961) = 28,263 - j17,048 \text{ МВА}.$$

Так само визначаємо поточкорозподіл потужностей по інших ділянках розрахункової схеми:

$$S_{12}^H = \dot{I}_{12} \bar{U}_1 = 18,561 - j11,691 \text{ МВА}; \quad S_{12}^K = \dot{I}_{12} \bar{U}_2 = 18,432 - j11,487 \text{ МВА};$$

$$S_{14}^H = \dot{I}_{14} \bar{U}_1 = 1,132 - j0,987 \text{ МВА}; \quad S_{14}^K = \dot{I}_{14} \bar{U}_4 = 1,131 - j0,985 \text{ МВА};$$

$$S_{24}^H = \dot{I}_{24} \bar{U}_2 = 14,242 - j7,448 \text{ МВА}; \quad S_{24}^K = \dot{I}_{24} \bar{U}_4 = 14,124 - j7,295 \text{ МВА};$$

$$S_{34}^H = \dot{I}_{34} \bar{U}_3 = 5,963 - j2,148 \text{ МВА}; \quad S_{34}^K = \dot{I}_{34} \bar{U}_4 = 5,945 - j2,120 \text{ МВА}.$$

За виразами (1.12) визначаємо втрати потужності для кожної з ділянок розрахункової схеми.

Для ділянки 0-2:

$$\Delta \dot{S}_{02} = S_{02}^H - S_{02}^K = (44,383 - j27,121) - (44,103 - j26,539) = 0,280 - j0,582 \text{ МВА};$$

Для ділянки 0-3:

$$\Delta \dot{S}_{03} = S_{03}^H - S_{03}^K = (28,604 - j17,596) - (28,263 - j17,048) = 0,342 - j0,548 \text{ МВА}.$$

Втрати потужності на ділянках можна визначити і в такий спосіб:

для ділянки 0-2:

$$\Delta \dot{S}_{02} = |\dot{I}_{02}|^2 \cdot \bar{z}_{02} = (0,396^2 + 0,242^2)(1,3 - j2,7) = 0,280 - j0,582 \text{ МВА};$$

для ділянки 0-3

$$\Delta \dot{S}_{03} = |\dot{I}_{03}|^2 \cdot \bar{z}_{03} = (0,255^2 + 0,157^2)(3,8 - j6,1) = 0,342 - j0,548 \text{ МВА}.$$

Так само визначаємо втрати потужності на інших ділянках розрахункової схеми:

$$\Delta \dot{S}_{12} = |\dot{I}_{12}|^2 \cdot \bar{z}_{12} = 0,129 - j0,204 \text{ МВА}; \quad \Delta \dot{S}_{14} = |\dot{I}_{14}|^2 \cdot \bar{z}_{14} = 0,001 - j0,001 \text{ МВА};$$

$$\Delta \dot{S}_{24} = |\dot{I}_{24}|^2 \cdot \bar{z}_{24} = 0,118 - j0,154 \text{ МВА}; \quad \Delta \dot{S}_{34} = |\dot{I}_{34}|^2 \cdot \bar{z}_{34} = 0,018 - j0,028 \text{ МВА}.$$

Сумарні втрати потужності в електричній мережі відповідно до (1.13) складають:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_{\Sigma} = & \Delta \dot{S}_{02} + \Delta \dot{S}_{03} + \Delta \dot{S}_{12} + \Delta \dot{S}_{14} + \Delta \dot{S}_{24} + \Delta \dot{S}_{34} = (0,280 - j0,582) + \\ & + (0,342 - j0,548) + (0,129 - j0,204) + (0,001 - j0,001) + \\ & + (0,118 - j0,154) + (0,018 - j0,028) = 0,887 - j1,517 \text{ МВА.} \end{aligned}$$

Результати розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом Ньютона показані на рис.3: потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми та режим напруги у вузлах схеми.

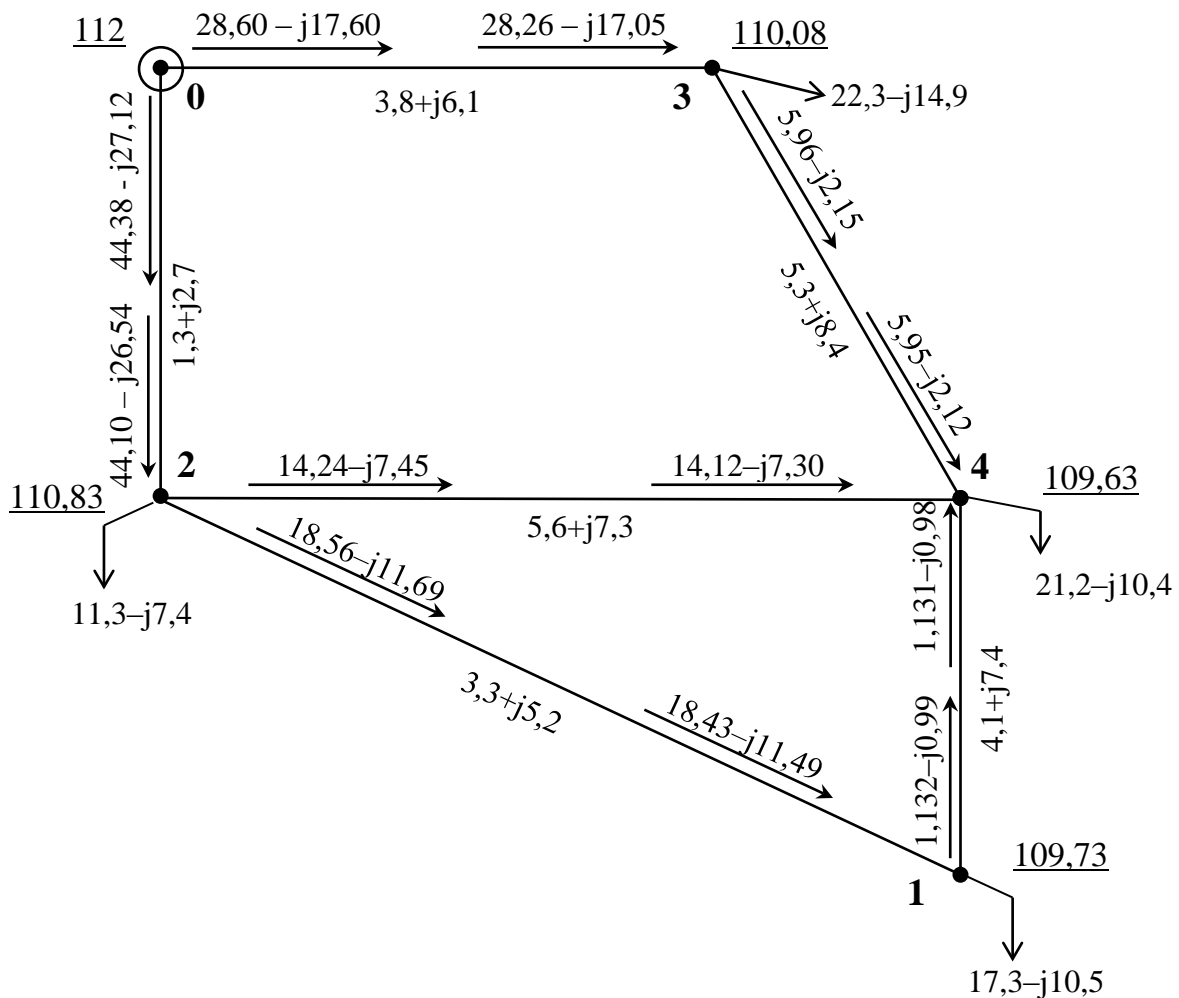


Рисунок 3 - Результати розрахунку усталеного режиму електричної системи методом Ньютона

ЗАДАЧА 4 РОЗРАХУНОК УСТАЛЕНОГО РЕЖИМУ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СИСТЕМИ МЕТОДОМ ГАУСА

На рис.1 наведена розрахункова схема електричної мережі номінальною напругою 110 кВ. Параметри ділянок схеми позначені на рисунку числовими значеннями повного повздожнього опору схеми заміщення під кожною з ділянок схеми та складають:

$$\begin{aligned} \underline{z}_{02} &= 1,3 + j2,7 \text{ Ом}; & \underline{z}_{03} &= 3,8 + j6,1 \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{12} &= 3,3 + j5,2 \text{ Ом}; & \underline{z}_{14} &= 4,1 + j7,4 \text{ Ом}; \\ \underline{z}_{24} &= 5,6 + j7,3 \text{ Ом} & \underline{z}_{34} &= 5,3 + j8,4 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Потужності електричних навантажень у вузлах схеми дорівнюють:

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= 17,3 - j10,5 \text{ МВА}; & \dot{S}_2 &= 11,3 - j7,4 \text{ МВА}; \\ \dot{S}_3 &= 22,3 - j14,9 \text{ МВА}; & \dot{S}_4 &= 21,2 - j10,4 \text{ МВА}. \end{aligned}$$

Рівень напруги в балансуєчому вузлі схеми дорівнює $U_0 = 112 \text{ кВ}$.

Виконати розрахунок усталеного режиму електричної мережі методом Гауса. Вважати, що інженерна точність розрахунків дорівнює $1 \cdot 10^{-3} \text{ кВ}$.

Розрахунки параметрів усталеного режиму електричної системи проведемо за алгоритмом, наведеним в підрозділі 1.4.

Ітераційний розрахунок системи рівнянь вузлової моделі усталеного режиму електричної системи (2.2) методом Гауса можливий шляхом лінеаризації даної системи. Систему рівнянь (2.2) запишемо наступним чином:

$$\begin{cases} (-0,144 + j0,24)\dot{U}_1 + (0,087 - j0,137)\dot{U}_2 + (0,057 - j0,103)\dot{U}_4 = \dot{J}_1 \\ (0,087 - j0,137)\dot{U}_1 + (-0,298 + j0,524)\dot{U}_2 + (0,066 - j0,086)\dot{U}_4 = \dot{J}_2 \\ (-0,127 + j0,203)\dot{U}_3 + (0,054 - j0,085)\dot{U}_4 = \dot{J}_3 \\ (0,057 - j0,103)\dot{U}_1 + (0,066 - j0,086)\dot{U}_2 + (-0,177 + j0,275)\dot{U}_4 = \dot{J}_4 \end{cases}$$

1. На підставі даних про параметри схеми заміщення окремих елементів електричної мережі та конфігурації схеми мережі формується матриця власних та взаємних провідностей вузлів розрахункової схеми.

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} -0,144 + j0,240 & 0,087 - j0,137 & 0 & 0,057 - j0,103 \\ 0,087 - j0,137 & -0,298 + j0,524 & 0 & 0,066 - j0,086 \\ 0 & 0 & -0,127 + j0,203 & 0,054 - j0,085 \\ 0,057 - j0,103 & 0,066 - j0,086 & 0,054 - j0,085 & -0,177 + j0,275 \end{pmatrix}$$

2. Приймаємо початкові наближення напруг у вузлах розрахункової схеми:

$$\dot{U}_1^{(0)} = \dot{U}_2^{(0)} = \dot{U}_3^{(0)} = \dot{U}_4^{(0)} = U_H = 110 \text{ кВ.}$$

3. Відповідно до виразу (1.24) розраховуємо струми в незалежних вузлах на поточній ітерації:

$$\dot{j}_1^{(1)} = \frac{\dot{S}_1}{\dot{U}_1^{(0)}} = \frac{17,3 - j10,5}{110} = 0,157 - j0,095 \text{ кА;}$$

$$\dot{j}_2^{(1)} = \frac{\dot{S}_2}{\dot{U}_2^{(0)}} - \underline{y}_{02} U_0 = \frac{11,3 - j7,4}{110} - (0,145 - j0,301) \cdot 112 = -16,111 + j33,608 \text{ кА;}$$

$$\dot{j}_3^{(1)} = \frac{\dot{S}_3}{\dot{U}_3^{(0)}} - \underline{y}_{03} U_0 = \frac{22,3 - j14,9}{110} - (0,074 - j0,118) \cdot 112 = -8,037 + j13,092 \text{ кА;}$$

$$\dot{j}_4^{(1)} = \frac{\dot{S}_4}{\dot{U}_4^{(0)}} = \frac{21,2 - j10,4}{110} = 0,193 - j0,095 \text{ кА.}$$

4. Сформуємо систему лінійних рівнянь вигляду (1.25) відносно невідомих напруг у незалежних вузлах електричної мережі в матричній формі:

$$\begin{pmatrix} -0,144 + j0,240 & 0,087 - j0,137 & 0 & 0,057 - j0,103 \\ 0,087 - j0,137 & -0,298 + j0,524 & 0 & 0,066 - j0,086 \\ 0 & 0 & -0,127 + j0,203 & 0,054 - j0,085 \\ 0,057 - j0,103 & 0,066 - j0,086 & 0,054 - j0,085 & -0,177 + j0,275 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{pmatrix}^{(1)} = \begin{pmatrix} 0,157 - j0,095 \\ -16,111 + j33,608 \\ -8,037 + j13,092 \\ 0,193 - j0,095 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

5. Для розв'язання системи будемо використовувати модифікацію метода Гауса зі зворотним ходом, що потребує дещо меншого обсягу обчислень.

Перший етап. Прямий хід.

Виконуємо перший крок перетворення системи з метою виключення змінної \dot{U}_1 . Розділимо всі елементи першого рядка системи рівнянь на елемент \underline{y}_{11} :

$$\underline{y}'_{11} = \frac{\underline{y}_{11}}{\underline{y}_{11}} = \frac{-0,144 + j0,240}{-0,144 + j0,240} = 1;$$

$$\underline{y}'_{12} = \frac{\underline{y}_{12}}{\underline{y}_{11}} = \frac{0,087 - j0,137}{-0,144 + j0,240} = -0,579 - j0,015;$$

$$\underline{y}'_{13} = 0; \quad \underline{y}'_{14} = \frac{y_{14}}{y_{11}} = \frac{0,057 - j0,103}{-0,144 + j0,240} = -0,421 + j0,015;$$

$$\underline{j}'_1 = \frac{\underline{j}_1}{y_{11}} = \frac{0,157 - j0,095}{-0,144 + j0,240} = -0,580 - j0,306.$$

Елементи другого, третього та четвертого рядків необхідно перерахувати, відповідно до виразів (1.27).

Для другого рядка нові значення елементів :

$$\underline{y}'_{21} = y_{21} - y_{21} \cdot \underline{y}'_{11} = (0,087 - j0,137) - (0,087 - j0,137) \cdot 1 = 0;$$

$$\underline{y}'_{22} = y_{22} - y_{21} \cdot \underline{y}'_{12} = (-0,298 + j0,524) - (0,087 - j0,137) \cdot (-0,579 - j0,015) = -0,246 + j0,446;$$

$$\underline{y}'_{23} = y_{23} - y_{21} \cdot \underline{y}'_{13} = 0 - (0,087 - j0,137) \cdot 0 = 0;$$

$$\underline{y}'_{24} = y_{24} - y_{21} \cdot \underline{y}'_{14} = (0,066 - j0,086) - (0,087 - j0,137) \cdot (-0,421 + j0,015) = 0,101 - j0,145;$$

$$\underline{j}'_2 = \underline{j}_2 - y_{21} \cdot \underline{j}'_1 = (-16,111 + j33,608) - (0,087 - j0,137) \cdot (-0,580 - j0,306) = -16,019 + j33,555.$$

Елементи третього рядка:

$$\underline{y}'_{31} = y_{31} - y_{31} \cdot \underline{y}'_{11} = 0 - 0 \cdot 1 = 0;$$

$$\underline{y}'_{32} = y_{32} - y_{31} \cdot \underline{y}'_{12} = 0;$$

$$\underline{y}'_{33} = y_{33} - y_{31} \cdot \underline{y}'_{13} = -0,127 + j0,203;$$

$$\underline{y}'_{34} = y_{34} - y_{31} \cdot \underline{y}'_{14} = 0,054 - j0,085;$$

$$\underline{j}'_3 = \underline{j}_3 - y_{31} \cdot \underline{j}'_1 = -8,037 + j13,092.$$

Елементи четвертого рядка:

$$\underline{y}'_{41} = y_{41} - y_{41} \cdot \underline{y}'_{11} = (0,057 - j0,103) - (0,057 - j0,103) \cdot 1 = 0;$$

$$\underline{y}'_{42} = y_{42} - y_{41} \cdot \underline{y}'_{12} = (0,066 - j0,086) - (0,057 - j0,103) \cdot (-0,579 - j0,015) = 0,101 - j0,145;$$

$$\underline{y}'_{43} = y_{43} - y_{41} \cdot \underline{y}'_{13} = (0,054 - j0,085) - (0,057 - j0,103) \cdot 0 = 0,054 - j0,085;$$

$$\underline{y}'_{44} = y_{44} - y_{41} \cdot \underline{y}'_{14} = (-0,177 + j0,275) - (0,057 - j0,103) \cdot (-0,421 + j0,015) = -0,155 + j0,230;$$

$$\underline{j}'_4 = \underline{j}_4 - y_{41} \cdot \underline{j}'_1 = (0,193 - j0,095) - (0,057 - j0,103) \cdot (-0,580 - j0,306) = 0,258 - j0,137.$$

Результатом виконання першого кроку перетворення буде система рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,579 - j0,015 & 0 & -0,421 + j0,015 \\ 0 & -0,246 + j0,446 & 0 & 0,101 - j0,145 \\ 0 & 0 & -0,127 + j0,203 & 0,054 - j0,085 \\ 0 & 0,101 - j0,145 & 0,054 - j0,085 & -0,155 + j0,230 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{pmatrix}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,580 - j0,306 \\ -16,019 + j33,555 \\ -8,037 + j13,092 \\ 0,258 - j0,137 \end{pmatrix}$$

Далі виконуємо другий крок перетворення системи з метою виключення змінної \dot{U}_2 .

На другому кроці повторюємо обчислення за такою ж схемою, але починаючи з другого рядка. Ділимо всі елементи другого рядка на коефіцієнт \underline{y}_{22}

$$\begin{aligned}\underline{y}'_{22} &= \frac{\underline{y}_{22}}{\underline{y}_{22}} = \frac{-0,246 + j0,446}{-0,246 + j0,446} = 1; \quad \underline{y}'_{23} = 0; \\ \underline{y}'_{24} &= \frac{\underline{y}_{24}}{\underline{y}_{22}} = \frac{0,101 - j0,145}{-0,246 + j0,446} = -0,345 - j0,036; \\ \underline{j}'_2 &= \frac{\underline{J}_2}{\underline{y}_{22}} = \frac{-16,019 + j33,555}{-0,246 + j0,446} = 72,917 - j4,234.\end{aligned}$$

Перераховуємо елементи третього та четвертого рядків матриці коефіцієнтів при невідомих та вектор-стовпчика вільних членів за виразами (1.28).

Елементи третього рядка :

$$\begin{aligned}\underline{y}'_{32} &= \underline{y}_{32} - \underline{y}_{32} \cdot \underline{y}'_{22} = 0 - 0 \cdot 1 = 0; \\ \underline{y}'_{33} &= \underline{y}_{33} - \underline{y}_{32} \cdot \underline{y}'_{23} = -0,127 + j0,203; \\ \underline{y}'_{34} &= \underline{y}_{34} - \underline{y}_{32} \cdot \underline{y}'_{24} = 0,054 - j0,085; \\ \underline{j}'_3 &= \underline{J}_3 - \underline{y}_{32} \cdot \underline{j}'_2 = -8,037 + j13,092.\end{aligned}$$

Елементи четвертого рядка:

$$\begin{aligned}\underline{y}'_{42} &= \underline{y}_{42} - \underline{y}_{42} \cdot \underline{y}'_{22} = (0,101 - j0,145) - (0,101 - j0,145) \cdot 1 = 0; \\ \underline{y}'_{43} &= \underline{y}_{43} - \underline{y}_{42} \cdot \underline{y}'_{23} = (0,054 - j0,085) - (0,101 - j0,145) \cdot 0 = 0,054 - j0,085; \\ \underline{y}'_{44} &= \underline{y}_{44} - \underline{y}_{42} \cdot \underline{y}'_{24} = (-0,155 + j0,230) - (0,101 - j0,145) \cdot (-0,345 - j0,036) = -0,115 + j0,184; \\ \underline{j}'_4 &= \underline{J}_4 - \underline{y}_{42} \cdot \underline{j}'_2 = (0,258 - j0,137) - (0,101 - j0,145) \cdot (72,917 - j4,234) = -6,478 + j10,881.\end{aligned}$$

Після виконання другого кроку перетворення система рівнянь матиме наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,579 - j0,015 & 0 & -0,421 + j0,015 \\ 0 & 1 & 0 & -0,345 - j0,036 \\ 0 & 0 & -0,127 + j0,203 & 0,054 - j0,085 \\ 0 & 0 & 0,054 - j0,085 & -0,115 + j0,184 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{pmatrix}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,580 - j0,306 \\ 72,917 - j4,234 \\ -8,037 + j13,092 \\ -6,478 - j10,881 \end{pmatrix}$$

Далі виконуємо третій крок перетворення системи з метою виключення змінної \dot{U}_3 .

На третьому кроці ділимо всі елементи третього рядка на коефіцієнт \underline{y}_{33}

$$\underline{y}'_{33} = \frac{\underline{y}_{33}}{\underline{y}_{33}} = \frac{-0,127 + j0,203}{-0,127 + j0,203} = 1;$$

$$\underline{y}'_{34} = \frac{y_{34}}{y_{33}} = \frac{0,054 - j0,085}{-0,127 + j0,203} = -0,420 - j0,0014;$$

$$\underline{j}'_3 = \frac{\dot{J}_3}{y_{33}} = \frac{-8,037 + j13,092}{-0,127 + j0,203} = 64,054 - j0,573.$$

Перераховуємо елементи четвертого рядка системи рівнянь за виразами (1.28).

$$\underline{y}'_{43} = y_{43} - y_{43} \cdot \underline{y}'_{33} = (0,054 - j0,085) - (0,054 - j0,085) \cdot 1 = 0;$$

$$\underline{y}'_{44} = y_{44} - y_{43} \cdot \underline{y}'_{34} = (-0,115 + j0,184) - (0,054 - j0,085) \cdot (-0,420 - j0,0014) = -0,092 + j0,148;$$

$$\underline{j}'_4 = \dot{J}_4 - y_{42} \cdot \underline{j}'_2 = (-6,478 - j10,881) - (0,054 - j0,085) \cdot (64,054 - j0,573) = -9,871 + j16,366.$$

Після виконання третього кроку перетворення система рівнянь (2.4) матиме наступний вигляд:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,579 - j0,015 & 0 & -0,421 + j0,015 \\ 0 & 1 & 0 & -0,345 - j0,036 \\ 0 & 0 & 1 & -0,420 - j0,0014 \\ 0 & 0 & 0 & -0,092 + j0,148 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{pmatrix}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,580 - j0,306 \\ 72,917 - j4,234 \\ 64,054 - j0,573 \\ -9,871 + j16,366 \end{pmatrix}$$

Далі виконуємо четвертий крок перетворення системи з метою виключення змінної \dot{U}_4 .

На четвертому кроці ділимо всі елементи четвертого рядка на коефіцієнт \underline{y}_{44}

$$\underline{y}'_{44} = \frac{y_{44}}{y_{44}} = \frac{-0,092 + j0,148}{-0,092 + j0,148} = 1;$$

$$\underline{j}'_4 = \frac{\dot{J}_4}{y_{44}} = \frac{-9,871 + j16,366}{-0,092 + j0,148} = 109,634 - j1,332.$$

Після виконання четвертого кроку перетворення отримуємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{pmatrix} 1 & -0,579 - j0,015 & 0 & -0,421 + j0,015 \\ 0 & 1 & 0 & -0,345 - j0,036 \\ 0 & 0 & 1 & -0,420 - j0,0014 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1 \\ \dot{U}_2 \\ \dot{U}_3 \\ \dot{U}_4 \end{pmatrix}^{(1)} = \begin{pmatrix} -0,580 - j0,306 \\ 72,917 - j4,234 \\ 64,054 - j0,573 \\ 109,634 - j1,332 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Як бачимо, в системі рівнянь (2.5) матриця коефіцієнтів при невідомих перетворена в верхню трикутну матрицю. На цьому прямий хід методу Гауса завершено.

Другий етап. Виконаємо зворотний хід методу Гауса. З четвертого рівняння системи (2.5) отримали значення рівня напруги у четвертому вузлі:

$$\dot{U}_4^{(1)} = 109,634 - j1,332 \text{ кВ.}$$

З третього рівняння системи (2.5) знаходимо $\dot{U}_3^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \dot{U}_3^{(1)} &= \dot{J}_3^{(1)} - \underline{y}_{34} \cdot \dot{U}_4^{(1)} = (64,054 - j0,573) - (-0,420 - j0,001) \cdot (109,634 - j1,332) = \\ &= 110,081 - j0,979; \end{aligned}$$

З другого рівняння системи (2.5) знаходимо $\dot{U}_2^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2^{(1)} &= \dot{J}_2^{(1)} - \underline{y}_{24} \cdot \dot{U}_4^{(1)} - \underline{y}_{23} \cdot \dot{U}_3^{(1)} = (72,917 - j4,234) - (-0,345 - j0,036) \cdot (109,634 - j1,332) - \\ &- 0 \cdot (110,081 - j0,979) = 110,839 - j0,767. \end{aligned}$$

З першого рівняння системи (2.5) знаходимо $\dot{U}_1^{(1)}$:

$$\begin{aligned} \dot{U}_1^{(1)} &= \dot{J}_1^{(1)} - \underline{y}_{14} \cdot \dot{U}_4^{(1)} - \underline{y}_{13} \cdot \dot{U}_3^{(1)} - \underline{y}_{12} \cdot \dot{U}_2^{(1)} = (-0,580 - j0,306) - (-0,421 + j0,015) \times \\ &\times (109,634 - j1,332) - 0 \cdot (110,081 - j0,979) - (-0,579 - j0,015) \cdot (110,839 - j0,767) = \\ &= 109,743 - j1,293. \end{aligned}$$

Знайдені значення рівнів напруги у вузлах розрахункової схеми є наближеними, оскільки для розрахунку вільних членів системи рівнянь (2.4) було використане номінальне значення напруги. Далі повторюємо розрахунок за наведеним алгоритмом на другій ітерації з новими уточненими значеннями напруг у вузлах розрахункової схеми.

Друга ітерація. Знаходимо значення вузлових струмів за виразом (1.24):

$$\dot{J}_1^{(2)} = \frac{\dot{S}_1}{\overline{U}_1^{(1)}} = \frac{17,3 - j10,5}{109,74 + j1,293} = 0,156 - j0,098 \text{ кА};$$

$$\dot{J}_2^{(2)} = \frac{\dot{S}_2}{\overline{U}_2^{(1)}} - \underline{y}_{02} U_0 = \frac{11,3 - j7,4}{110,839 + j0,767} - (0,145 - j0,301) \cdot 112 = -16,112 + j33,607 \text{ кА};$$

$$\dot{J}_3^{(2)} = \frac{\dot{S}_3}{\overline{U}_3^{(1)}} - \underline{y}_{03} U_0 = \frac{22,3 - j14,9}{110,081 + j0,979} - (0,074 - j0,118) \cdot 112 = -8,039 + j13,090 \text{ кА};$$

$$\dot{J}_4^{(2)} = \frac{\dot{S}_4}{\overline{U}_4^{(1)}} = \frac{21,2 - j10,4}{109,634 + j1,332} = 0,192 - j0,097 \text{ кА.}$$

Складаємо систему рівнянь з уточненими значеннями вектор-стовпчика вузлових струмів:

$$\begin{pmatrix} -0,144 + j0,240 & 0,087 - j0,137 & 0 & 0,057 - j0,103 \\ 0,087 - j0,137 & -0,298 + j0,524 & 0 & 0,066 - j0,086 \\ 0 & 0 & -0,127 + j0,203 & 0,054 - j0,085 \\ 0,057 - j0,103 & 0,066 - j0,086 & 0,054 - j0,085 & -0,177 + j0,275 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \dot{U}_1^{(2)} \\ \dot{U}_2^{(2)} \\ \dot{U}_3^{(2)} \\ \dot{U}_4^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,156 - j0,098 \\ -16,112 + j33,607 \\ -8,039 + j13,090 \\ 0,192 - j0,097 \end{pmatrix}$$

Розв'язуємо отриману систему методом Гауса в такий самий спосіб, що і на першій ітерації. Результати виконання прямого ходу наведено в табл.2.3.

Таблиця 2.3 - Результати виконання прямого ходу

Крок	\underline{y}_{i1}	\underline{y}_{i2}	\underline{y}_{i3}	\underline{y}_{i4}	\underline{J}_i
1	1	$-0,579 - j0,015$	0	$-0,421 - j0,015$	$-0,585 - j0,300$
	0	$-0,246 + j0,446$	0	$0,101 - j0,145$	$-16,02 + j33,553$
	0	0	$-0,127 + j0,203$	$0,054 - j0,085$	$-8,039 + j13,09$
	0	$0,101 - j0,145$	$0,054 - j0,085$	$-0,155 + j0,230$	$0,257 - j0,141$
2	1	$-0,579 - j0,015$	0	$-0,421 - j0,015$	$-0,585 - j0,300$
	0	1	0	$-0,345 - j0,036$	$72,916 - j4,230$
	0	0	$-0,127 + j0,203$	$0,054 - j0,085$	$-8,039 + j13,09$
	0	0	$0,054 - j0,085$	$-0,115 + j0,184$	$-6,480 + j10,877$
3	1	$-0,579 - j0,015$	0	$-0,421 - j0,015$	$-0,585 - j0,300$
	0	1	0	$-0,345 - j0,036$	$72,916 - j4,230$
	0	0	1	$-0,420 - j0,001$	$64,051 - j0,565$
	0	0	0	$-0,092 + j0,148$	$-9,873 + j16,361$
4	1	$-0,579 - j0,015$	0	$-0,421 - j0,015$	$-0,585 - j0,300$
	0	1	0	$-0,345 - j0,036$	$72,916 - j4,230$
	0	0	1	$-0,420 - j0,001$	$64,051 - j0,565$
	0	0	0	1	$109,617 - j1,308$

Виконуємо зворотний хід методу Гауса. З даних табл.3:

$$\dot{U}_4^{(2)} = 109,617 - j1,308.$$

Відповідно до (1.29) знаходимо:

$$\begin{aligned} \dot{U}_3^{(2)} &= \underline{J}_3^{(2)} - \underline{y}_{34} \cdot \dot{U}_4^{(2)} = (64,051 - j0,565) - (-0,420 - j0,001) \cdot (109,617 - j1,308) = \\ &= 110,071 - j0,960 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_2^{(2)} &= \underline{J}_2^{(2)} - \underline{y}_{24} \cdot \dot{U}_4^{(2)} - \underline{y}_{23} \cdot \dot{U}_3^{(2)} = (72,916 - j4,230) - (-0,345 - j0,036) \times \\ &\times (109,617 - j1,308) - 0 \cdot (110,071 - j0,960) = 110,831 - j0,755 \text{ кВ}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_1^{(2)} &= j_1^{(2)} - y_{14} \cdot \dot{U}_4^{(2)} - y_{13} \cdot \dot{U}_3^{(2)} - y_{12} \cdot \dot{U}_2^{(2)} = (-0,585 - j0,3) - (-0,421 + j0,015) \times \\ &\times (109,617 - j1,308) - 0 \cdot (110,071 - j0,960) - (-0,579 - j0,015) \cdot (110,831 - j0,755) = \\ &= 109,726 - j1,270 \text{ кВ.} \end{aligned}$$

Виконуємо перевірку закінчення розрахункового процесу відповідно до виразу (1.9).

Вектор-стовпчик нев'язок напруги :

$$\begin{aligned} \left\| \begin{array}{l} U_1^{(2)} - U_1^{(1)} \\ U_2^{(2)} - U_2^{(1)} \\ U_3^{(2)} - U_3^{(1)} \\ U_4^{(2)} - U_4^{(1)} \end{array} \right\| &= \left\| \begin{array}{l} |(109,726 - j1,270) - (109,743 - j1,293)| \\ |(110,831 - j0,755) - (110,839 - j0,767)| \\ |(110,071 - j0,960) - (110,081 - j0,979)| \\ |(109,617 - j1,308) - (109,634 - j1,332)| \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} 0,029 \\ 0,014 \\ 0,021 \\ 0,029 \end{array} \right\| > \varepsilon \end{aligned}$$

Оскільки умова (1.9) не виконується, це свідчить про необхідність виконання подальших обчислень. Такі розрахунки виконуємо за наведеним алгоритмом.

Результати ітераційного розрахунку режиму напруги у вузлах розрахункової схеми методом Гауса наведено в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 - Результати ітераційного уточнення режиму напруги методом Гауса

Ітерація	\dot{U}_1	\dot{U}_2	\dot{U}_3	\dot{U}_4
1	$109,743 - j1,293$	$110,839 - j0,767$	$110,081 - j0,979$	$109,634 - j1,332$
2	$109,726 - j1,270$	$110,831 - j0,755$	$110,071 - j0,960$	$109,617 - j1,308$
3	$109,726 - j1,270$	$110,831 - j0,755$	$110,071 - j0,961$	$109,617 - j1,309$

З даних табл.4 видно, що на третій ітерації умова закінчення ітераційного розрахунку (1.9) виконана, тобто:

$$\left\| \begin{array}{l} U_1^{(3)} - U_1^{(2)} \\ U_2^{(3)} - U_2^{(2)} \\ U_3^{(3)} - U_3^{(2)} \\ U_4^{(3)} - U_4^{(2)} \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} |(109,726 - j1,270) - (109,726 - j1,270)| \\ |(110,831 - j0,755) - (110,831 - j0,755)| \\ |(110,071 - j0,961) - (110,071 - j0,960)| \\ |(109,617 - j1,309) - (109,617 - j1,308)| \end{array} \right\| = \left\| \begin{array}{l} 1 \cdot 10^{-7} \\ 1 \cdot 10^{-7} \\ 1 \cdot 10^{-3} \\ 1 \cdot 10^{-5} \end{array} \right\| < \varepsilon$$

Розв'язком системи рівнянь (2.4) є наступні значення рівнів напруги у вузлах розрахункової схеми:

$$\dot{U}_1 = 109,726 - j1,270 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_2 = 110,831 - j0,755 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_3 = 110,071 - j0,961 \text{ кВ};$$

$$\dot{U}_4 = 109,617 - j1,309 \text{ кВ}.$$

Далі визначаємо струморозподіл по всіх ділянках розрахункової схеми відповідно до виразів (1.10).

Ділянка 0-2:

$$\dot{I}_{02} = (U_0 - \dot{U}_2) \underline{y}_{02} = (112 - (110,831 - j0,755))(0,145 - j0,301) = 0,396 - j0,242 \text{ кА};$$

для ділянки 0-3:

$$\dot{I}_{03} = (U_0 - \dot{U}_3) \underline{y}_{03} = (112 - (110,071 - j0,961))(0,074 - j0,118) = 0,255 - j0,157 \text{ кА}.$$

В такий самий спосіб визначаємо струморозподіл на всіх інших ділянках:

$$\dot{I}_{12} = 0,167 - j0,107 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{14} = 0,010 - j0,009 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{24} = 0,128 - j0,068 \text{ кА};$$

$$\dot{I}_{34} = 0,054 - j0,020 \text{ кА}.$$

Визначаємо потокорозподіл потужностей по ділянках розрахункової схеми, згідно з виразами (1.11).

Для ділянки 0-2:

$$\dot{S}_{02}^H = \dot{I}_{02} U_0 = (0,396 - j0,242) \cdot 112 = 44,383 - j27,121 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{02}^K = \dot{I}_{02} \bar{U}_2 = (0,396 - j0,242) \cdot (110,831 + j0,755) = 44,103 - j26,539 \text{ МВА}.$$

Для ділянки 0-3:

$$\dot{S}_{03}^H = \dot{I}_{03} U_0 = (0,255 - j0,157) \cdot 112 = 28,605 - j17,596 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{03}^K = \dot{I}_{03} \bar{U}_3 = (0,255 - j0,157) \cdot (110,071 + j0,961) = 28,263 - j17,048 \text{ МВА}.$$

Так само визначаємо потокорозподіл потужностей по інших ділянках розрахункової схеми:

$$\dot{S}_{12}^H = \dot{I}_{12} \bar{U}_1 = 18,561 - j11,690 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{12}^K = \dot{I}_{12} \bar{U}_2 = 18,432 - j11,487 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{14}^H = \dot{I}_{14} \bar{U}_1 = 1,132 - j0,987 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{14}^K = \dot{I}_{14} \bar{U}_4 = 1,131 - j0,986 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{24}^H = \dot{I}_{24} \bar{U}_2 = 14,242 - j7,448 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{24}^K = \dot{I}_{24} \bar{U}_4 = 14,124 - j7,295 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{34}^H = \dot{I}_{34} \bar{U}_3 = 5,963 - j2,148 \text{ МВА};$$

$$\dot{S}_{34}^K = \dot{I}_{34} \bar{U}_4 = 5,945 - j2,120 \text{ МВА}.$$

За виразами (1.12) визначаємо втрати потужності для кожної з ділянок розрахункової схеми.

Для ділянки 0-2:

$$\Delta \dot{S}_{02} = S_{02}'' - S_{02}^K = (44,383 - j27,121) - (44,103 - j26,539) = 0,280 - j0,582 \text{ МВА}$$

Для ділянки 0-3:

$$\Delta \dot{S}_{03} = S_{03}'' - S_{03}^K = (28,605 - j17,596) - (28,263 - j17,048) = 0,342 - j0,548 \text{ МВА.}$$

Втрати потужності на ділянках можна визначити і в такий спосіб.

Для ділянки 0-2:

$$\Delta \dot{S}_{02} = |\dot{I}_{02}|^2 \cdot \bar{z}_{02} = (0,396^2 + 0,242^2)(1,3 - j2,7) = 0,280 - j0,582 \text{ МВА};$$

для ділянки 0-3:

$$\Delta \dot{S}_{03} = |\dot{I}_{03}|^2 \cdot \bar{z}_{03} = (0,255^2 + 0,157^2)(3,8 - j6,1) = 0,342 - j0,548 \text{ МВА.}$$

Так само визначаємо втрати потужності на інших ділянках схеми:

$$\Delta \dot{S}_{12} = |\dot{I}_{12}|^2 \cdot \bar{z}_{12} = 0,129 - j0,204 \text{ МВА}; \quad \Delta \dot{S}_{14} = |\dot{I}_{14}|^2 \cdot \bar{z}_{14} = 0,001 - j0,001 \text{ МВА};$$

$$\Delta \dot{S}_{24} = |\dot{I}_{24}|^2 \cdot \bar{z}_{24} = 0,118 - j0,154 \text{ МВА}; \quad \Delta \dot{S}_{34} = |\dot{I}_{34}|^2 \cdot \bar{z}_{34} = 0,018 - j0,028 \text{ МВА.}$$

Сумарні втрати потужності в електричній мережі відповідно до (1.13):

$$\begin{aligned} \Delta \dot{S}_{\Sigma} &= \Delta \dot{S}_{02} + \Delta \dot{S}_{03} + \Delta \dot{S}_{12} + \Delta \dot{S}_{14} + \Delta \dot{S}_{24} + \Delta \dot{S}_{34} = (0,280 - j0,582) + \\ &+ (0,342 - j0,548) + (0,129 - j0,204) + (0,001 - j0,001) + \\ &+ (0,118 - j0,154) + (0,018 - j0,028) = 0,887 - j1,517 \text{ МВА.} \end{aligned}$$

Результати розрахунку параметрів усталеного режиму електричної системи методом Гауса показані на рис.4: на ділянки електричної мережі нанесено потокорозподіл потужностей на початку та в кінці ділянки, і значення модуля напруги у вузлах.

Таким чином, за результатами розрахунків можна зробити наступні висновки. Метод Зейделя відрізняється незначним об'ємом обчислень на кожному кроці, але потребує виконання більшої кількості ітерацій для досягнення заданої інженерної точності розрахунків. В методі Ньютона розв'язок системи рівнянь усталеного режиму електричної системи був отриманий за значно меншу кількість ітерацій, хоча обсяги обчислень на кожній ітерації збільшуються. Високою ефективністю відзначається також ітераційний метод з уточненням струмів навантажень у вузлах розрахункової схеми і розв'язанням лінійної системи рівнянь методом Гауса. Вибір того чи іншого методу залежить від мети розрахунків, розміру мережі, кількості вузлів, гілок, замкнених контурів.

ДОДАТОК 1. БЛАНК ЗАВДАННЯ НА ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО"

Кафедра електричних мереж та систем

ЗАВДАННЯ

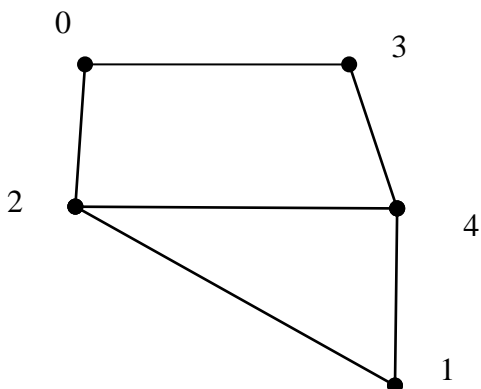
на курсову роботу з дисципліни

«МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ»

Студент _____

Група _____

1. Розрахункова схема



2. Потужності навантаження у вузлах схеми

Номер вузла	S_i , МВА
1	$17,3-j10,5$
2	$11,3-j7,4$
3	$22,3-j14,9$
4	$21,2-j10,4$

3. Дані про опори ділянок схеми [Ом]:

Ділянка	0-3	0-2	2-4	1-4	3-4	1-2
$\underline{Z} = R + jX$	$3,8+j6,1$	$1,3+j2,7$	$5,6+j7,3$	$4,1+j7,4$	$5,3+j8,4$	$3,3+j5,2$

3. Напряга балансуєчого пункту 112 кВ

4. Номінальна напряга мережі 110 кВ

5. Точність розрахунку ϵ 0,01

Дата видачі завдання _____

Керівник _____

ДОДАТОК 2. ЗРАЗОК ОФОРМЛЕННЯ ТИТУЛЬНОГО АРКУША КУРСОВОЇ РОБОТИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
"КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО"

Факультет електроенерготехніки та автоматики

Кафедра електричних мереж та систем

КУРСОВА РОБОТА

з дисципліни «Математичні задачі енергетики»
на тему «Методи розв'язання систем рівнянь усталеного режиму
електричної системи»

Студента 2 курсу групи _____

ПІБ

Спеціальність 141 «Електроенергетика,
електротехніка та електромеханіка»

Спеціалізація «Електричні системи і мережі»

Керівник _____

Оцінка _____ Кількість балів _____

Члени комісії _____

КИЇВ-20____

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бурбело М.Й. Математичні задачі електроенергетики. Математичне моделювання електропостачальних систем: навч. посібник / М.Й.Бурбело. - Вінниця: ВНТУ, 2016. - 185 с.
2. Перхач В.С. Математичні задачі енергетики. – Львів.: Вища шк. Вид. при Львів. Ун-ті, 1989. – 464 с.
3. Кириленко О.В. Математичне моделювання в електроенергетиці: Підручник / О.В. Кириленко, М.С. Сегеда, О.Ф. Буткевич, Т.А. Мазур. -Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2010. - 608 с.
4. Мельник В.П. Математичні моделі електроенергетичних систем. – К.: ІСДО, 1993. – 336 с.