НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Приладобудівний факультет

Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації

До захисту допущено:

Завідувач кафедри

________ Надія БУРАУ

«___»____________2021 р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерно - інтегровані технології та системи навігації і керування»

спеціальності 151 «Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології»

на тему: «Одновісна система керування положенням супутника з врахуванням кінцевої жорсткості його конструкції.»

Виконав:
студент IV курсу, групи ПГ-71
Позняк Даніїл Олександрович ___________

Керівник:

Доцент кафедри ПСОН, к.т.н., доц. Мураховський С.А.

____

Рецензент:

____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____________

Київ – 2021 року

Національний технічний університет України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Приладобудівний факультет

Кафедра приладів і систем орієнтації і навігації

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології

Освітньо-професійна програма «Комп'ютерно-інтегровані технології та системи навігації та керування»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_______ Надія БУРАУ

«___»____________20__ р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Позняку Даніілу Олександровичу

1. Тема роботи «Одновісна система керування положенням супутника з врахуванням кінцевої жорсткості його конструкції», керівник роботи Мураховський Сергій Анатолійович, к.т.н., затверджені наказом по університету від «___»_________ 20__ р. №_____

2. Термін подання студентом роботи 10.06.2021 р.

3. Вихідні дані до роботи

Маса супутника - до 200 кг, осьовий момент інерції до 70 кгм^2, моменти інерції панелей до 4 кгм^2, коефіцієнт жорсткості панелей 32 Нм, коефіцієнт дисипації 0,48 Нмс.

4. Зміст роботи

Вступ. Огляд та аналіз попередніх робіт. Динамічна модель об’єкта керування. Аналіз та моделювання динаміки об’єкта. Варіанти побудови систем керування. Вибір та синтез зворотного зв’язку. Моделювання замкненої системи керування положенням супутника. Висновки.

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)

Презентація 15-20 слайдів. Рисунки, схеми в пояснювальній записці.

6. Консультанти розділів роботи*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання ____

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	12.05.2021	
2	Огляд систем керування	17.05.2021	
3	Розробка математичної моделі	17.05.2021	
4	Розробка програмної моделі. Моделювання	24.05.2021	
5	Оформлення пояснювальної записки	10.06.2021	

Студент Даніїл ПОЗНЯК

Керівник Сергій МУРАХОВСЬКИЙ

* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено керівника дипломної роботи.

Зміст

Анотація

Системи керування положенням супутників з жорсткими та гнучкими компонентами вимагають дедалі кращих характеристик, що призводить до розробки декількох методів керування. З цієї причини доступні в даний час методи проектування керування, включаючи оцінку параметрів і станів, надійне та адаптивне керування, а також лінійну та нелінійну теорію, потребують додаткових досліджень, щоб знати їх можливості та обмеження. У цій роботі досліджуваною методикою є метод H-Infinity у роботі системи контролю відношення жорсткого гнучкого супутника.

Застосування гнучких конструкцій у просторовій зоні - ще одна проблема систем керування, яка теж зростає. Гнучкі системи мають кілька переваг у порівнянні з жорсткою системою. Деякими перевагами є відносно менші виконавчі механізми, нижча загальна маса, швидша реакція, нижче споживання енергії, загалом, і менша вартість. З вивченням систем автоматичного керування (САК) космічних конструкцій з гнучкими антенами та / або панельними та роботизованими маніпуляторами стають все складніше, в той час як розміри таких конструкцій збільшуються внаслідок необхідності врахування більшої кількості режимів вібрації в її моделі для того, щоб покращити точність моделі.

Ключові слова: керування супутниками, орієнтація і орбіта, датчики, виконавчі механізми, системи координат, система відліку, оцінка стану і фільтрація Калмана, земна гравітація, магнітні поля.

Abstract

Satellite position control systems with rigid and flexible components require increasingly better performance, leads to the development of several control methods. For this reason, currently available control design techniques, including parameter and state estimation, robust and adaptive control, and linear and nonlinear theory, require additional research to know their capabilities and limitations. The technique investigated in this paper is the H-Infinity method in the operation of a rigid flexible satellite attitude control system.

The application of flexible structures in the spatial area is another problem of control systems that is also growing. Flexible systems have several advantages over a rigid system. Some advantages are relatively smaller actuators, lower overall mass, faster response, lower energy consumption, and generally lower cost. As automatic control systems (ACS) for space structures with flexible antennas and/or panel and robotic arms become more complex, while the size of such structures increases due to the need to account for more modes of vibration in its model in order to improve model accuracy.

Keywords: satellite control, orientation and orbit, sensors, actuators, coordinate systems, reference system, state estimation and Kalman filtering, terrestrial gravity, magnetic fields.

Вступ

Системи керування положенням супутників з жорсткими та гнучкими компонентами вимагають дедалі кращих характеристик, що призводить до розробки декількох методів керування. З цієї причини доступні в даний час методи проектування керування, включаючи оцінку параметрів і станів, надійне та адаптивне керування, а також лінійну та нелінійну теорію, потребують додаткових досліджень, щоб знати їх можливості та обмеження. У цій роботі досліджуваною методикою є метод H-Infinity у роботі системи контролю відношення жорсткого гнучкого супутника.

Складність систем та процесів безпосередньо зростає. Ці системи, які підлягають контролю, стимулювали розробку удосконалених методів аналізу та проектування. Їх також називають передовими методами. Теорія керування H-Infinity ($H\infty$) була винайдена Замесом. Вона є однією з передових методик. Через це, дуже швидко зростає її популярність у ряді задач керування.

Застосування гнучких конструкцій у просторовій зоні - ще одна проблема системи керування, яка теж зростає. Гнучкі системи мають кілька переваг у порівнянні з жорсткою системою. Деякими перевагами є відносно менші виконавчі механізми, нижча загальна маса, швидша реакція, нижче споживання енергії, загалом, і менша вартість. З вивченням систем автоматичного керування (САК) космічних конструкцій з гнучкими антенами та / або панельними та роботизованими маніпуляторами стають все складніше, в той час як розміри таких конструкцій збільшуються внаслідок необхідності врахування більшої кількості режимів вібрації в її моделі для того, щоб покращити точність моделі.

РОЗДІЛ 1

1.1. Супутники на навколоземній орбіті і роль системи керування

Перший штучний супутник Землі (радянський Супутник), "Найпростіший супутник" (SS-1), був запущений 4 жовтня 1957 року. Цей супутник був запущений після розробки радянської міжконтинентальної балістичної ракети Р-7 (8 К71). Проте, він поклав початок новій ері освоєння людиною космосу (рис. 1). Технічні характеристики SS-1 наступні:

- Маса 83,6 кг; герметизований з двох однакових півсфер діаметром 0,58 м; термін служби 3 місяці; два передавачі потужністю 1 Вт (ВЧ, 20,005 і УКВ, 40,002 МГц) з чотирма односпрямованим розгортаються антенами (чотири металевих стрижня довжиною 2,4-2,9 м); електричні батареї, срібно-цинкові; вистачає на 2 тижні.
- Орбіта: перигей 215 км, апогей 939 км, період 96,2 хв, ексцентриситет 0,05, кут нахилу 65,10 град.
- Усередині сфера-супутник була заповнена азотом, а температура підтримувалася в межах 20-23 град. С за допомогою автоматичної системи терморегуляції-вентиляції (термометр-вентилятор).
- Супутник не мав системи орієнтації і вільно обертався навколо свого центру мас на орбіті, зберігаючи початкову кутову швидкість, що забезпечується розділовим імпульсом після відділення від ракети-носія. Однак завдяки чотирьом стрижневим антенам, які забезпечували односпрямовану радіопередачу в двох радіодіапазонах - ВЧ і УКХ, SS-1 явно демонстрував свою присутність в космосі для всіх людей у всьому світі. Навіть радіоаматори з аматорськими приймачами могли приймати знамениті сигнали: БІП, БІП, БІП ... !!! (Рис. 2).

Рис. 1 Радянські конструктори-розробники першого орбітального штучного супутника Землі СС-1 С. Королев - генеральный конструктор ракеты-носителя, М. Хомяков - ведущий конструктор

Рис. 2 SS-1 в зібраному вигляді (зліва), відкриті дві півсфери (праворуч).

Після запуску SS-1 до 2018 року було запущено близько 8378 супутників. Перші запуски супутників були екстраординарними подіями і демонстрували величезні досягнення запускає держави - СРСР (4 жовтня 1957, SS-1), США (31 січня 1958, Explorer 1) і Канади (29 вересня 1962 року народження, Alouette, запущений американською двоступеневої ракетою Thor -Agena), але з часом запуски супутників стали звичайними і як правило мали певну військову або цивільну місію.

Серед цивільних місій (супутників) можна виділити наступні типи, що вже стали традиційними: навігація, зв'язок, спостереження Землі, наукові, геофізика і геодезія, демонстрація технологій і навчання дослідників. Ці супутники зазвичай оснащуються будь-якою системою(ами) корисного навантаження (радіо / телевізійний передавач / перетворювач, радар, телескоп або інший науковий прилад і т.д.) для виконання певної спеціальної космічної місії. Наприклад, перший канадський супутник спостереження Землі RADARSAT-1 (4 листопада 1995 - 10 травня 2013; рис. 3) був оснащений радаром бокового огляду з синтезованою апертурою (SAR), на борту Міжнародної космічної станції (листопад 1998 МКС; рис. 4) був встановлений канадський роботизований маніпулятор для його збірки і обслуговування.

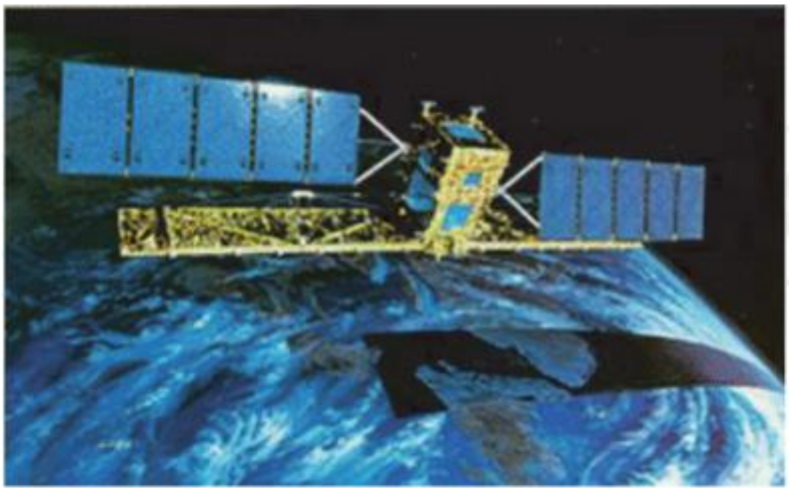

Рис. 3 Перший канадський супутник спостереження за Землею RADARSAT-1.

По висоті супутника їх орбіти можна класифікувати як низько висотні, 200-2000 км; середньовисотні , 5000-20 000 км; і сильно висотні, $h >$ 20 000 км; по ексцентриситету: близькі до кругових $e < 0,01$; еліптичні $0,01 < e < 0,3$; високо еліптичні $0,3 < e < 0,8$.

Існують супутники з особливим типом орбіти, такі як полярна ($i = 90$ градусів), екваторіальна геостаціонарна (GEO, $i = 0$ і $h = 35\ 800$ км) і сонячно-синхронна, що забезпечує прецесію орбіти, що дорівнює річній швидкості Сонця (і залежить від періоду супутника) (рис. 5).

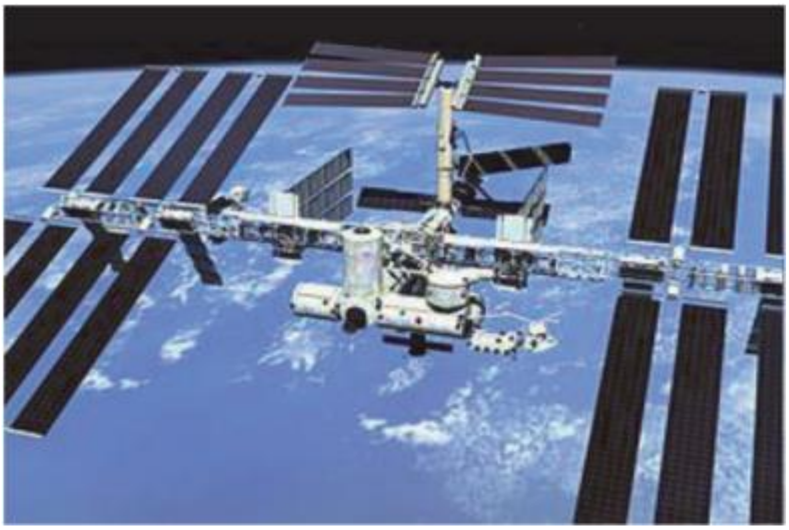

Рис. 4 Міжнародна космічна станція.

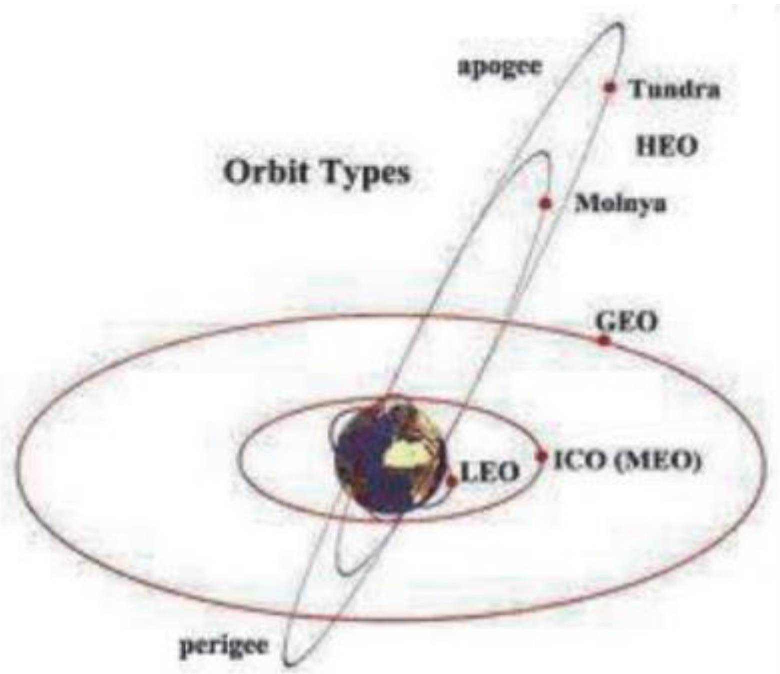

Рис. 5 Типи орбіт супутників ("Тундра" і "Блискавка" - російські супутники зв'язку на високоекліптіческіх орбітах).

До мініатюрним дешевим супутникам відносяться: малі супутники (100-500 кг), мікросупутники (менше 100 кг) і наносупутники (менше 10 кг).

В даний час в космосі знаходиться велика різноманітність супутників, що виконують різні місії. Поширена точка зору полягає в тому, що всі вони є транспортними платформами, які завдають і перевозять на орбіту призначену для запланованої космічної місії корисне навантаження, подібно VIPпасажирові. Наприклад, це може бути листоноша для поштової кінної карети багато років назад. А саме, супутник зі своєю системою керування (ССУ) забезпечує корисне навантаження всі умови, необхідні для виконання місії (орбіту, орієнтацію, потужність, тиск, температуру, радіаційний захист і зв'язок з наземним центром керування польотами). Тому з точки зору інтеграції місії, ССУ можна розглядати як інтеграційні основи космічних сегментів, що задають відповідний порядок їх розробки і експлуатації. У свою чергу, ССУ як підсистема супутника також може бути переглянута і встановлена в архітектурі бортового обладнання супутника, об'єднуючи групу підсистем, призначених для вирішення завдань визначення та керування орбітою і положенням. Це може бути зроблено швидше з точки зору системної інженерії, ніж з точки зору комерційної практики, і значно спростить порядок розробки супутника і ступінь відповідальності всіх розробників.

Слід зазначити, що така група авіаційного обладнання в авіації отримала назву GN & C Avionics, отже, для космосу вона може бути названа Spacetronics, і спадщина розробки та інтеграції систем всюди, де це можливо, повинно бути збережено. Істотною відмінністю від авіоніки для космоелектроніки є те, що вона повинна працювати протягом заданого терміну служби в космічному середовищі (на виділеній орбіті) після механічних стартових впливів (перевантаження, вібрація), пов'язаних з виведенням на орбіту. Перевірка цієї можливості зазвичай проводиться в спеціальних наземних випробуваннях, які імітують вплив запуску і космічного середовища за допомогою термовакуумних і радіаційних камер, механічних навантажень і вібраційних стендів.

1.2. Архітектура та компоненти супутникової системи керування

1.2.1. Архітектура ССУ

Сьогодні для багатьох супутників бортове обладнання GN & C може бути представлено наступними підсистемами, які виконують відповідні функції, пераховані нижче:

- Глобальна система позиціонування (GPS) на борту супутника для визначення орбіти і часу
- Рушійна система-орбіта / система керування висотою
- Система визначення і керування положенням (СВКП) - визначення і керування положенням супутника

Інтеграція цих підсистем може бути названа системою визначення орієнтації і орбіти і керування або системою Spacetronic. Як правило, СВКП включає в себе наступні компоненти:

- Бортова комп'ютерна система (БКС) або виділені для СВКП електронні карти в центральній супутникової комп'ютерній системі (наприклад, комп'ютер керування і обробки даних).
- датчики
- приводи

Базова архітектура СВКП представлена на рисунку 6.

OBCS - бортова комп'ютерна система; TLM - телеметричні дані і команди; PL - корисне навантаження; PS - рухова установка; RW - інерційні реактивні двигуни; MTR - магнітні тяги; GPS - супутникова навігаційна система глобального позиціонування; MAG - 3-осьовий магнітометр; SS - 2-осьовий датчик Сонця; HS - датчик горизонтальній площині; ST - зоряний трекер; RS - датчик кутової швидкості; EP - електроенергія; TR - регулювання температури; VP - вакуумна захист; RP - радіаційний захист.

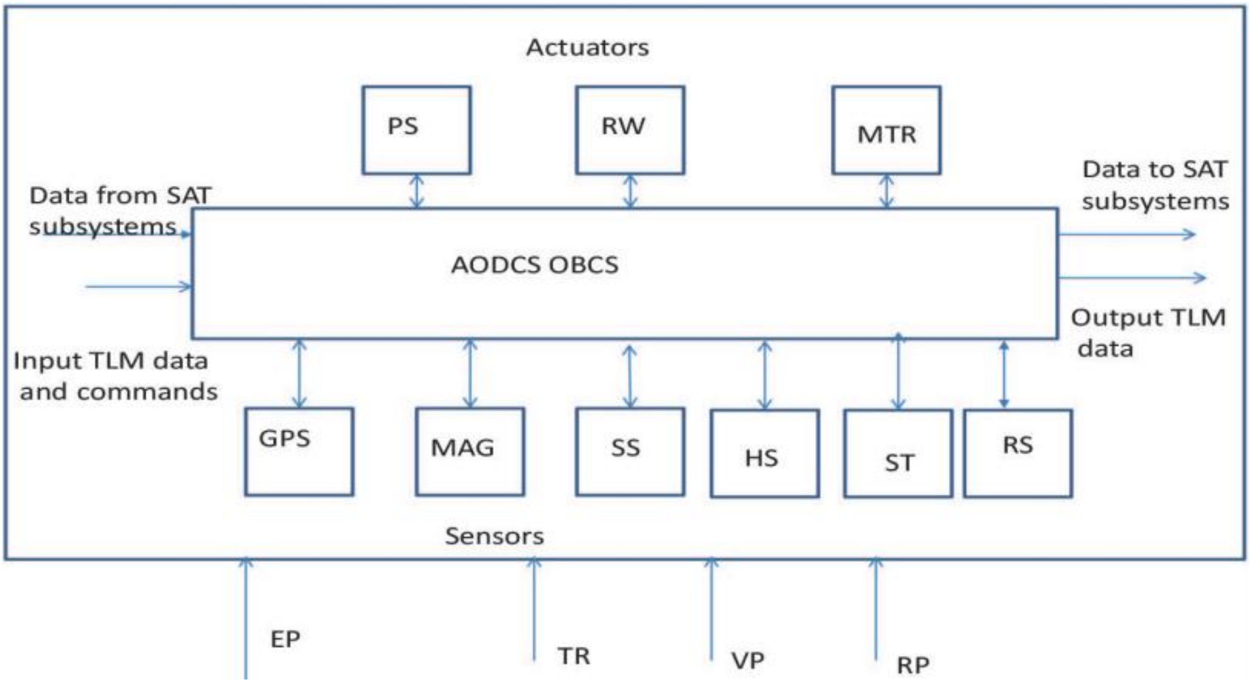

Рис. 6 Система визначення орієнтації і орбіти супутника і керування ним

В залежності від необхідної надійності і терміну служби кожен компонент може бути єдиним або резервним. На відміну від літаків, супутник - це безлюдний космічний апарат, який управляється з землі. Керування зазвичай здійснюється через двосторонню телеметричну радиолинию в S-діапазоні (2,0-2,2 ГГц). Передача даних корисного навантаження по радіолінії зазвичай здійснюється через X-діапазон (7,25-7,75 ГГц;). Для обох ліній зв'язку зазвичай застосовуються одні і ті ж стандарти протоколів передачі даних Рис. 7.

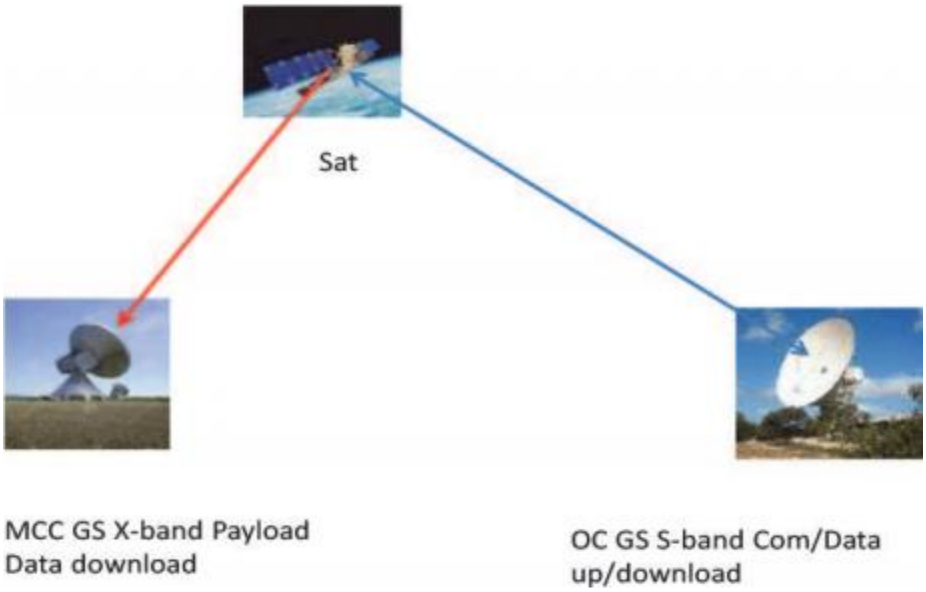

Рис. 7 Супутниковий зв'язок з наземними станціями.

В архітектурі СВКП можна виділити дві підсистеми, а саме підсистему визначення і контролю орбіти (ПВКО) і підсистему визначення і контролю орієнтації (СВКП). Практично обидві підсистеми динамічно не пов'язані між собою, однак керування орбітою вимагає від супутника певного ставлення (а також знання орбіти), а керування ставленням вимагає знання орбіти. Отже, орбіта (її знання) по суті постійно потрібно на борту супутника, де вона поширюється спеціальним орбітальним розповсюджувачем (ОР). Через збурень орбіти (залишкове атмосферний опір, гравітаційні і магнітні збурення, сонячне тиск) орбіта супутника з часом змінюється, і ОР накопичує помилки, його точність знижується.

До застосування супутникових бортових GPS-приймачів положення і швидкість супутника періодично визначалися на землі наземними радіостанціями стеження (GS, тарілчаста антена), а розраховані наземні орбітальні параметри періодично завантажувалися в супутникову БКС для корекції ОР, щоб забезпечити доступну точність. В даний час при використанні супутника GPS орбіта може розраховуватися на борту автономно, і ОР може поширювати дані тільки під час відносно коротких періодів відключення GPS. Для деяких додатків орбітальні дані, завантажені з землі, все ще можуть використовуватися, принаймні, для порівняння з ОР на основі GPS.

Для недавно створених супутників з GPS орбітальні маневри (корекція, сходження з орбіти, запобігання зіткнень, польоти в спеціальних формаціях і місії по обслуговуванню орбіти) можуть виконуватися автономно на борту в запланований час або наземними операторами з використанням знань про орбіти і команд TLM для активації двигунів керування орбітою супутника.

1.2.2. Компоненти СВКП

Нижче представлені компоненти СВКП, щоб показати їх загальні принципи, які можуть допомогти в розумінні і моделюванні системи. Загальні вимоги до проектування представлені в [3].

1.2.2.1. Датчики

Датчики СВКП призначені для вимірювання орбітального і орієнтаційної положення і швидкості супутника. З найбільш загальної точки зору їх можна розглядати як Рис. 7. Супутниковий зв'язок з наземними станціями. Супутникові системи - проектування, моделювання, імітація і аналіз Векторні вимірювальні пристрої. Пристрій може вимірювати в просторі фізичний вектор R_m, який може бути відомий (прив'язаний) в опорній системі координат R_r. Вимірюються три параметра: модуль вектора R і два кути його орієнтації A_z і E_l (рис. 8).

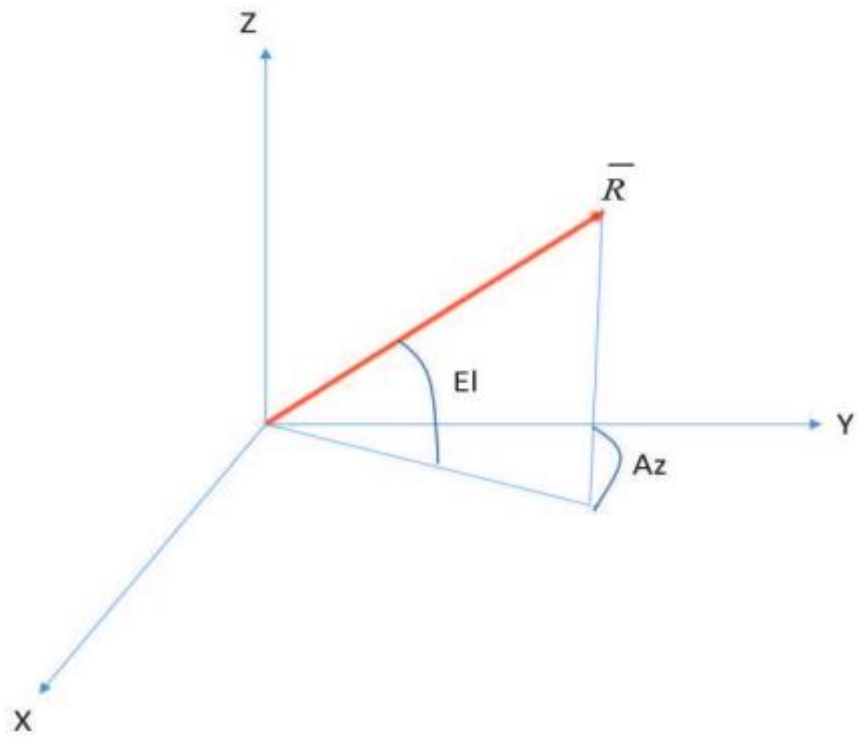

Рис. 8 Вектор R в декартовой системе координат XYZ.

Модуль вектора і його орієнтація можуть бути виражені як функції його проекцій R_x, R_y, R_z наступним чином:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$
$$A_z = \tan^{-1}\frac{R_x}{R_y} \qquad (1.1)$$
$$El = \tan^{-1}\frac{R_z}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$$

Можна відзначити, що вимірювання опорних векторів може бути використано для визначення положення супутника або кутовий орієнтації. Для визначення положення супутника потрібно мінімум три вектора, а для визначення його орієнтації - два. Якщо вимірюється більше векторів, що забезпечують інформаційну надмірність, то можуть бути застосовані такі статистичні методи оцінки, як метод найменших квадратів (МНК) та фільтр Калмана (ФК). Швидкість і кутова швидкість супутника можуть бути отримані шляхом диференціювання його положення і орієнтації із застосуванням фільтра, рекомендованого теорією фільтрації і оцінювання.

Слід також зазначити, що якщо для визначення положення вимірюється векторна орієнтація, то повинна бути відома орієнтація супутника, і навпаки.

Спеціальної автономної супутниковою навігаційною системою (датчиком) є інерціальна навігаційна система (INS / inertial measurement unit (IMU)). Вона може використовуватися для визначення положення супутника, швидкості, орієнтації і кутової швидкості одночасно. INS заснована на вимірі лінійними акселерометрами і датчиками кутової швидкості ("гіроскопами") двох векторів: лінійного активного прискорення супутника a і кутової швидкості ω. Після інтеграції система видає положення, швидкість, орієнтацію і кутову швидкість супутника. В теорії INS також передбачається, що вектор гравітаційного прискорення Землі g не вимірюються акселерометрами системи, а обчислюється по математичної моделі гравітаційного поля Землі. Істотним недоліком INS є те, що її похибки зростають з часом. Тому її доводиться періодично коригувати за допомогою таких навігаційних засобів, як пара INS, використовуваних для прямого визначення орієнтації. Нижче коротко розглядається тільки використання датчиків кутової швидкості ("гіроскопів") для визначення орієнтації супутника.

1.2.2.2. Визначення положення та швидкості супутника (GPS)

Сьогодні супутникова GPS може надати на борту точні дані про стан, швидкості і часу (рис. 9).

Точність: стан - 15 м (2σ); швидкість - 1,5 м / с (2σ); час - 1 мкс.

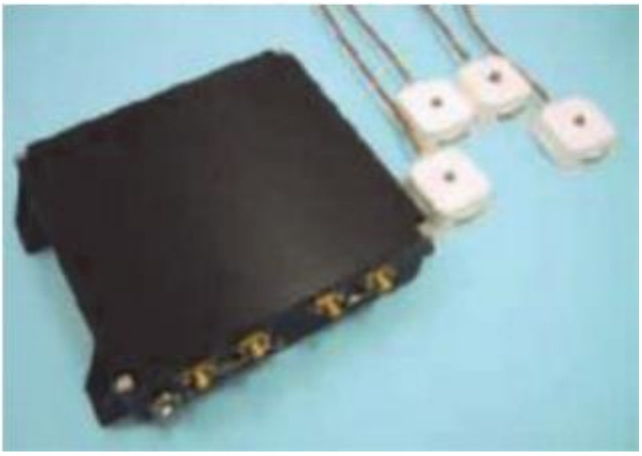

Рис. 9 Супутникова система GPS SRG-10. Подвійне резервування з парою зенітної і надірним антен

GPS-приймач - це пристрій вимірювання радіодіапазоні, яке вимірює відстань від потрібного супутника до угруповання навігаційних супутників (NAVSTAR, США; ГЛОНАСС, Росія; і GALILEO, Європа) і обчислює його положення і швидкість. GPS вимірює відстань R $(R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2})$ вектора від потрібного супутника до навігаційного супутника, і ця система інваріантна до орієнтації системи (положенню супутника). Відстань між потрібним супутником і навігаційним супутником вимірюється шляхом вимірювання тимчасової затримки Δt між часом t s радіоімпульсу, переданого навігаційним супутником, і часом його прийому GPS-приймачем, встановленим на потрібному супутнику $\Delta t = t_r - t_s$. Вимірювання відстані дозволяє визначити відносне положення потрібного супутника (щодо навігаційного супутника), а використання відомого положення навігаційного супутника, яке безперервно приймається приймачем для кожного супутника стеження в навігаційному повідомленні, перетворює його в абсолютне положення.

Для визначення положення і швидкості приймач повинен одночасно відстежувати як мінімум три навігаційні супутники. Тоді положення супутника - це точка перетину трьох сферичних поверхонь рівняння стану R^i = const, i = 1, 2, 3. Якщо є більшу кількість відслідковуються супутників, то надлишкова інформація може бути використана для калібрування бортового годинника (за чотирма супутникам) і для використання методу найменших квадратів або фільтра Калмана. Для визначення положення супутника за допомогою GPS-приймача зазвичай використовуються чотири нелінійних алгебраїчних рівняння (далекоміри):

$$R^i = \sqrt{(x - x^i)^2 + (y - y^i)^2 + (z - z^i)^2} + c\tau \qquad (1.2)$$
$$i = 1, 2, 3, 4$$

де R^i - відстань до і-го відстежуваного навігаційного супутника, x^i, y^i, z^i - декартові координати навігаційного супутника, отримані в НМ, x, y, z - декартові координати потрібного супутника, c = 299 792 458 км\с і - швидкість руху , τ - зміщення годин GPS-приймача. Положення супутника може бути знайдено шляхом чисельного рішення (1.1). Воно також може бути лінеаризоване шляхом використання надлишкових вимірювань ($t > 4$) за допомогою LSM або KF. Швидкість супутника може бути визначена шляхом диференціювання його положення. Нарешті, GPS-приймач може надати в AODC OBC поточний стан і швидкість супутника в опорній (наприклад, інерційної (ECI)системі координат x, y, z, V_x, V_y, V_z і синхронізований (по GPS) бортовому часу t_s) .

1.2.3. Визначення положення супутника та кутової швидкості

1.2.3.1. Метод TRIAD (MAG, SS, HS)

Метод TRIAD застосовується, коли вимірюються два різних вектора. Зазвичай це можуть бути будь-які з трьох пар в поєднанні з наступними трьома векторами: вектор магнітної індукції Землі B (вимірюється за допомогою трьохосьового MAG), вектор Сонця S (вимірюється за допомогою двовісний SS), і місцевий вертикальний r (перпендикулярний місцевої поверхні температури інфрачервоного випромінювання , вимірюється за допомогою HS). Для визначення орієнтації супутника необхідно виміряти як мінімум два різних НЕ колінеарних вектора (їх орієнтацію), які тут розглядаються як косинусна матриця напрямки супутника і пов'язані з нею три кути Ейлера певного порядку обертання (наприклад, 3-2-1).

Припустимо, що два різних фізичних вектора $U = S$ і $V = r$ вимірюються U_m, V_m двома векторними вимірювальними приладами (SS і HS), встановленими на борту супутника, і обидва ці вектора позначаються в системі відліку як U_r, V_r. Виберемо U як основний вектор, а V - в якості допоміжного. Тоді ортогональна система координат (система відліку) з базисними одиничними векторами q, r і s може бути визначена наступним чином:

$$\vec{q} = \frac{\vec{U}}{|\vec{U}|}$$
$$\vec{r} = \frac{\vec{U} \times \vec{V}}{|\vec{U} \times \vec{V}|} \qquad (1.3)$$
$$\vec{s} = \vec{q} \times \vec{r}$$

Ці одиничні вектори, виражені в даний момент часу вимірюваними значеннями в системі вимірювань або системі тіл і опорними значеннями в системі відліку, визначають дві матриці обертання, C_m і C_r, в такий спосіб:

$$\mathbf{C_m} = [\mathbf{q_m}; \mathbf{r_m}; \mathbf{s_m}]$$
$$\mathbf{C_r} = [\mathbf{q_r};\ \ \mathbf{r_r};\ \ \mathbf{s_r}] \qquad (1.4)$$

де вектори q, r, s записані в матричної формі у вигляді стовпців матриці.

Матриця обертання C_{br}, що визначає ставлення в системі координат тіла щодо системи відліку, визначається за такою формулою:

$$\mathbf{C_{br}} = \mathbf{C_m} \cdot \mathbf{C_r} \qquad (1.5)$$

Три Ейлерових кута повороту, крен (φ), тангаж (θ) і рискання (ψ), можуть бути виражені через елементи матриці C_{br}. Деякі тригонометричні формули залежать від угоди про порядок обертання тіл. Для порядку 3-2-1 матриця C_{br} має такий вигляд:

$$\mathbf{C}_{\mathbf{br}} = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi & s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & s\phi c\theta \\ c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

де *c* і *s* означають косинус і синус кута. Тоді формули для кутів Ейлера можуть бути отримані з (1.6):

$$\begin{aligned} \phi &= \tan^{-1}\frac{C_{23}}{C_{33}}, \\ \theta &= -\sin^{-1}C_{13}, \\ \psi &= \tan^{-1}\frac{C_{12}}{C_{11}} \end{aligned} \quad (1.7)$$

Датчики з векторних вимірювань

Якщо вимірюється пара з трьох векторів (B, S, r-запис у вигляді векторів), то можна використовувати такі ВМД в парі: SS (рис. 10), HS (рис. 11) і MAG (рис. 12).

Рис. 10 Датчик S-вектора Bradford тонкий датчик сонця, точність, 0,2 град. (2σ).

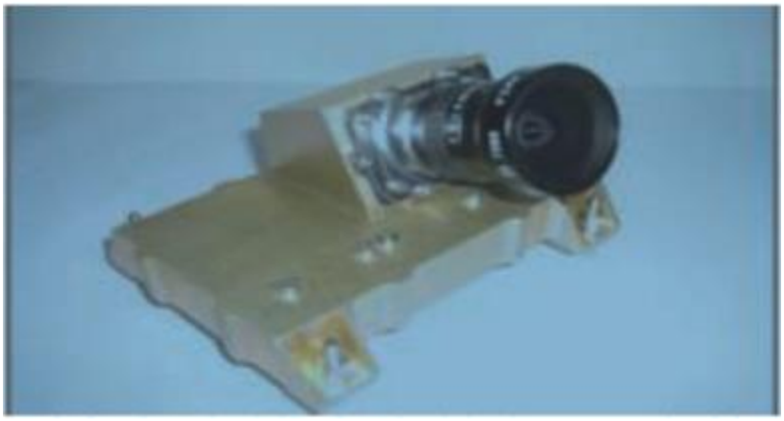

Рис. 11 r-векторний датчик HS CMOS / SRAM-модульний інфрачервоний датчик горизонту, точність, 0,4 град. (2σ).

Рис. 12 Датчик B-вектора MAG TFM100-S, точність, 10mG (2σ).

1.2.3.2. Метод LSM для відстежувача зірок (ST)

Якщо для визначення орієнтації виміряна доступно більше двох векторів, то можна застосувати метод LSM-BATCH, щоб використовувати інформаційну надмірність для підвищення точності стохастичною оцінки. Цей метод в може бути застосований для будь-якого набору ВМД, але особливо зручний для зоряного трекера, коли певна кількість (n) навігаційних зірок знаходиться в полі зору пристрою і виявляється і відстежується одночасно, забезпечуючи виміряні вектори R_m для цих зірок, які посилаються на каталог простору пристрою R_r (рис. 10-13)

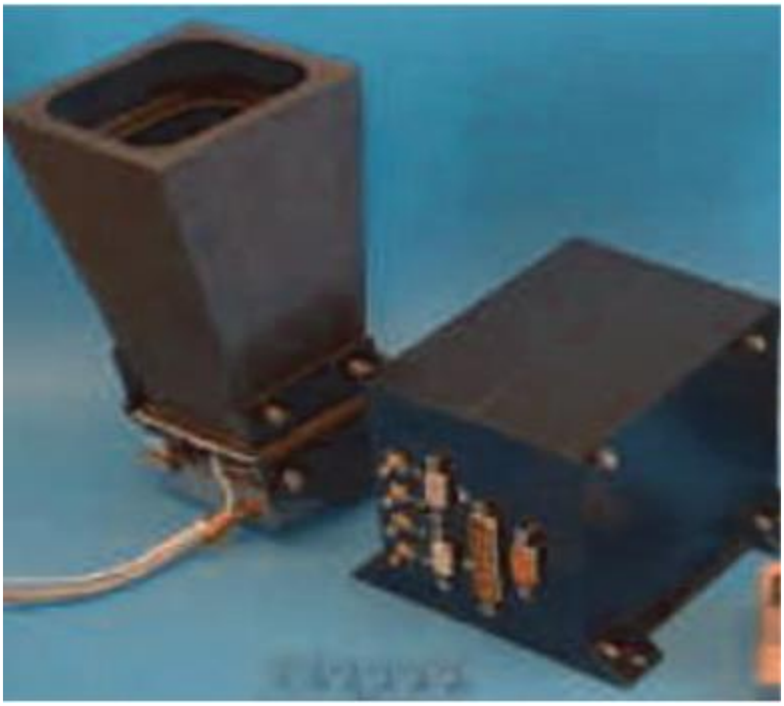

Рис. 13 Вимірюваний датчик R-вектора зоряного напрямки (оптичний і комп'ютерний блоки). Вдосконалений зоряний компас, точність, 2" - 16" (2σ).

Розглянемо перетворення опорного вектора R_r в супутниковій системі координат, де він вимірюється за допомогою відстежувала зірок

$$\mathbf{R_m} = \mathbf{CR_r} \tag{1.8}$$

де *C* - обертання з системи відліку в систему відліку тіла супутника, а вектори R_r і R_m записані в матричної формі у вигляді стовпців матриці.

Якщо ST знаходиться в режимі стеження, утримуючи в своєму полі зру деякі n виявлених навігаційних зірок, то можна припустити, що C є матрицею малих кутів, яка не залежить від порядку обертання і може бути виражена таким чином:

$$\mathbf{C} \approx \begin{bmatrix} 1 & \alpha_z & -\alpha_y \\ -\alpha_z & 1 & \alpha_x \\ \alpha_y & -\alpha_x & 1 \end{bmatrix} \tag{1.9}$$

де α_x, α_y, α_z - малі кути повороту супутника навколо осей *X*, *Y*, *Z*, відповідно. Потім, віднімаючи з (1.8) R_r, можна записати наступне рівняння:

$$\mathbf{\delta R} = \mathbf{\delta C R_r} \tag{1.10}$$

$$\mathbf{\delta R} = \mathbf{R_m} - \mathbf{R_r},\ \mathbf{\delta C} \approx \begin{bmatrix} 0 & \alpha_z & -\alpha_y \\ -\alpha_z & 0 & \alpha_x \\ \alpha_y & -\alpha_x & 0 \end{bmatrix}.$$

Перетворюючи в (1.10) матричний добуток і з огляду на випадкові помилки вимірів, це рівняння можна представити в наступному вигляді:

$$\mathbf{\delta R} = \mathbf{R_r \delta C} + \mathbf{V} \tag{1.11}$$

$$\mathbf{\delta R} = \begin{bmatrix} \delta R_x \\ \delta R_y \\ \delta R_z \end{bmatrix}, \mathbf{R_r} = \begin{bmatrix} 0 & -R_{rz} & R_{ry} \\ R_{rz} & 0 & -R_{rx} \\ -R_{ry} & R_{rx} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{\delta C} = \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix}, \mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix},$$

V - вектор випадкової похибки вимірювання (розглядається як білий гауссовский шум, який має коварiацiйну матрицю R = rI).

Тоді це рівняння можна розглядати як "стандартне" лінійне алгебраїчне рівняння:

$$\begin{gathered} \mathbf{z_i} = \mathbf{h_i x} + \mathbf{V_i} \\ i = 1, 2, ..n - \text{number of measured vectors} \end{gathered} \tag{1.12}$$

$$\mathbf{z_i} = \mathbf{\delta R_i},\ \mathbf{h_i} = \mathbf{R_{ri}} = \begin{bmatrix} 0 & -R_{rz} & R_{ry} \\ R_{rz} & 0 & -R_{rx} \\ -R_{ry} & R_{rx} & 0 \end{bmatrix}_i, \mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}_i \ \mathbf{x} = \mathbf{\delta C} = \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \alpha_x \\ \alpha_y \\ \alpha_z \end{bmatrix}.$$

Якщо $n = 1$, то вимірюється тільки один вектор, тоді det$\mathbf{h}_i$ = *RrxRryRrz* + *RrxRryRrz* = 0, і, отже, визначення всіх трьох кутів установки супутника неможливо. Якщо прийняти інформаційну **надмірність**, то оптимальну оцінку (що забезпечує мінімум середньоквадратичного відхилення помилок установки супутника) можна знайти за такою формулою LSM:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \mathbf{Kz} \tag{1.13}$$

$$K = \left(H^T R^{-1} H\right)^{-1} H^T R^{-1} H, H = [h_1\, h_2\, h_3..h_n]^T.$$

1.3. Визначення кутової швидкості

1.3.1. Пряме вимірювання

Кутова швидкість супутника ω (вектор абсолютної кутової швидкості) може бути виміряна безпосередньо трехосевим датчиком швидкості (ДШ), який може мати механічну, оптичну або мікроелектромеханічних систем (МЕМС) конструкцію (рис. 14). Традиційно, незалежно від типу конструкції, ці ДС зазвичай називають "гіроскопами", з огляду на їх історичне поява для цілей керування аерокосмічними апаратами у вигляді механічного гіроскопа (рис. 15).

Виміряний вектор кутової швидкості ω може бути використаний для визначення орієнтації супутника шляхом інтегрування матричного кінематичного рівняння Пуассона:

$$\dot{\mathbf{C}} = \breve{\boldsymbol{\omega}}\mathbf{C}, \mathbf{C}(\mathbf{0}) = \mathbf{C_0} \tag{1.14}$$

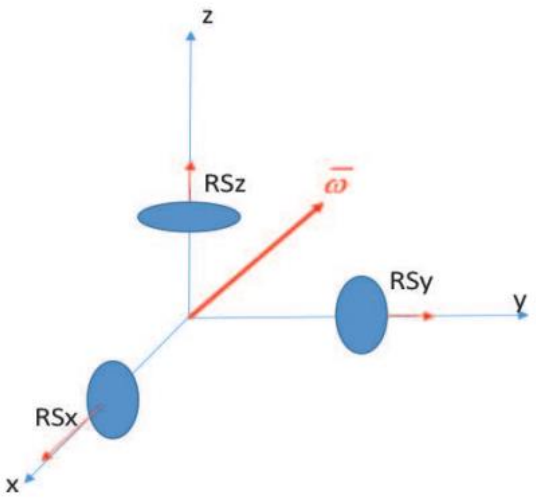

Рис. 14 Вимірювання кутової швидкості супутника ω за допомогою трьох датчиків швидкості RSx, RSy, RSz.

Рис. 15 ω-векторний датчик, Однокоординатний датчик швидкості тіла BEI QRS-11, точність - 7deg\h = 0: 0019deg\s (2σ).

де C = Cib C = Cib - між інерційної рамкою з центром на Землі і рамкою тіла супутника і $\breve{\omega} = \begin{bmatrix} 0 & \omega_z & -\omega_y \\ -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix}$ кососиметрична матриця, виміряна в рамці супутника компонентами вектора абсолютної кутової швидкості супутника. Після визначення спрямована косинусна матриця, ставлення супутника в трьох кутах Ейлера може бути отримано за допомогою рівняння (1.7) вище. На жаль, дрейф гіроскопа призводить до необмеженого росту похибки в інтегральній установці, що вимагає періодичної корекції від двох векторних вимірювальних приладів, що вимірюють установку безпосередньо (рис. 10-12).

1.3.2. Оцінювач швидкості руху тіла

Часто, саме для режиму стабілізації орієнтації (підтримання або наведення), кутова швидкість супутника оцінюється за допомогою так званого оцінювача швидкості тіла і не вимірюється безпосередньо датчиком швидкості. Дійсно, використовуючи для режиму підтримки орієнтації малі кути і лінійне наближення, ми можемо спростити модель динаміки орієнтації супутника до трьох одноосьових рівнянь стану і представити її зі стохастичними впливами наступним чином:

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{w} \\ \dot{\boldsymbol{\alpha}} = \boldsymbol{\omega} \\ \mathbf{z} = \boldsymbol{\alpha} + \mathbf{v} \end{cases} \tag{1.15}$$

де ω - кутова швидкість, α - кут відхилення супутника від бажаного напрямку, z - вимір кута відхилення супутника з випадковою гауссовской похибкою білого шуму v. У реальності це корельований процес з широким спектром, компоненти якого мають спектральну щільність ri = $2\sigma^2_{vi}\ T_{vi}$, $i = x$, y, z (σ_{vi} - стандартне відхилення випадкової помилки v_i, T_{vi} - час кореляції $v_{i\eth}$ t), wi - шум збудливого кутового прискорення зі спектральної щільністю q_i = $2\sigma^2\ w_i T_{wi}$ (σ_{wi} - стандартне відхилення випадкового кутового прискорення w_i = $M_i\ J_i$, M_i - збурюючиий зовнішній випадковий момент, J_i - момент інерції супутника, T_{wi} - час кореляції).

Лінійний ФК може бути застосований для синтезу оцінювача для оптимальної оцінки вектора кута α і вектора кутової швидкості ω, використовуючи зашумлені вимірювання z:

$$\begin{cases} \dot{\hat{\boldsymbol{\omega}}} = \mathbf{k}_{12}(\mathbf{z} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}) \\ \dot{\hat{\boldsymbol{\alpha}}} = \hat{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{k}_{22}(\mathbf{z} - \hat{\boldsymbol{\alpha}}) \end{cases} \tag{1.16}$$

де α ^ і ω ^ - оптимальні оцінки кута α і кутової швидкості ω відповідно.

Матриця ФК (1.16) розділяється на три незалежних скалярних каналу для осей X, Y, Z. Її вагові коефіцієнти k12 і k22 можуть бути визначені шляхом вирішення рівняння Ріккаті ФК для кожного з цих трьох окремих каналів незалежно. Можна показати, що в даному випадку коефіцієнти ФК в стаціонарному стані (t! ∞) визначаються наступними формулами (однаково для осей X, Y, Z, i = 1,2,3):

$$\begin{cases} k_{12_i} = \sqrt{\xi_i} \\ k_{22_i} = \sqrt{2\xi_i\sqrt{\xi_i}} \end{cases} \tag{1.17}$$

Де $\xi_i = \frac{q_i}{r_i}$ відношення спектральних густин шуму обурює моменту супутника і шуму вимірюється помилки орієнтації (в припущенні, що обидва є білими гауссовскими шумами). Цей параметр можна розглядати як індекс фільтрованості. Рівняння (1.16) можна представити у вигляді передавальної функції (оператор Лапласа) як диференціальне рівняння другого порядку:

$$\begin{cases} \hat{\omega}_i = \dfrac{s}{T_i{}^2 s^2 + 2d_i T_i s + 1} z_i \\ \hat{\alpha} = \dfrac{2dT_i s + 1}{T_i{}^2 s^2 + 2d_i T_i s + 1} z_i \end{cases} \qquad (1.18)$$

де s - оператор Лапласа, Ti - постійна часу, а di - питомий коефіцієнт демпфірування, який визначається за такими формулами:

$$\begin{cases} T_i = \dfrac{1}{\sqrt{k_{12_i}}} = \dfrac{1}{\sqrt[4]{\xi_i}} \\ d_i = \dfrac{k_{22_i}}{2\sqrt{k_{12i}}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 0.707 \end{cases} \qquad (1.19)$$

або, іншими словами, постійна часу обернено пропорційна показнику фільтрованості (в ¼ ступеня), а питома коефіцієнт демпфірування є умовним для такої установки другого порядку 0,707 для кожного з трьох каналів.

1.3.3. Мультисенсорний сенсорний блок (МСБ)

Як видно з розглянутого вище, використання безпосередньо вимірювальних приладів для визначення орієнтації і швидкості тіла має недолік. На виході приладів присутні випадкові шуми, які необхідно фільтрувати в замкнутому контурі керування орієнтацією супутника, що накладає певні обмеження на вибір коефіцієнтів закону керування. Однак при використанні непрямого вимірювання швидкості тіла, оцінювач стану (фільтр) неминуче вносить додаткову фазову затримку в контур керування через послідовного включення цього фільтра в контур керування. Автономне використання УС (гіроскопа) та інтегратора для визначення швидкості тіла і орієнтації протягом тривалого часу неможливо через накопичених похибок орієнтації, викликаних інтеграцією дрейфу гіроскопа. Вільної від зазначених вище недоліків можна вважати наступну схему (поширену в авіації). Припустимо, що орієнтація супутника визначається двома способами: безперервним інтеграцією кутової швидкості і за допомогою ВМД, наприклад, відстежувач зірок. Потім цей відстежувач зірок використовується для корекції відносини, отриманого інтеграцією виходу RS. Ідея МСБ показана на рисунку 16.

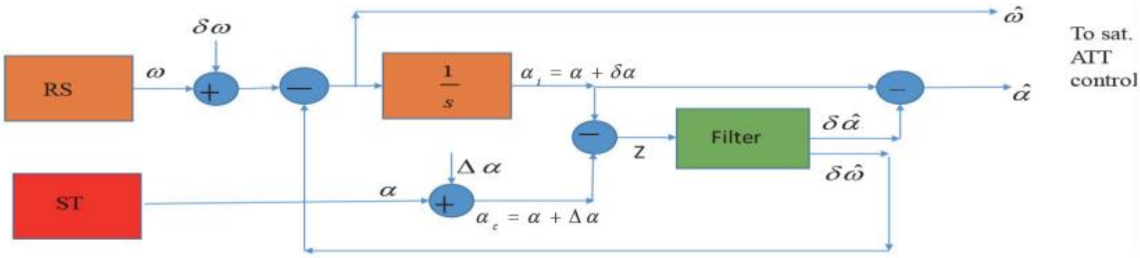

Рис. 16 Інтеграція одноосьового каналу мультисенсорного сенсорного блоку.

При інтегрованої установці IMU (IMU = RS + інтегратор), як на рисунку 14 вище (три однакових каналу), α_i (інерційних кут) зростає з детермінованою за часом похибкою δ_α через інтегрування зміщення RS δω, а відстежувач зірок має випадкову зашумленну похибку ΔαΔα . Різниця цих сигналів дорівнює різниці похибок системи z = δα - Δα. Ця різниця використовується для оцінки похибок IMU за допомогою своєрідного фільтра, і після компенсації на виході системи оцінки (α і ω) можуть бути використані для керування супутником. Як видно, в цій схемі фільтр не підключений в контур керування, отже, не вносить додаткової фазової затримки, проте схема все одно виконує свою роботу по фільтрації шуму та оцінці зміщення РС. Ця схема може бути дуже ефективною на практиці. Вона може бути представлена аналогічно рівнянням (1.15) і (1.16) у такий спосіб:

$$\text{IMU model equations}: \begin{cases} \delta\dot{\omega} = w_1 \\ \delta\dot{\alpha} = \delta\omega \\ z = \delta\alpha + \Delta\alpha \end{cases} \qquad (1.20)$$

де δω - похибка УС при вимірюванні кутової швидкості; δα - похибка установки після інтегрування сигналу УС; z - вимір похибки установки IMC з випадковою гауссовской похибкою білого шуму v $\Delta\alpha = v$, має спектральну щільність $r_1 = 2\sigma^2_{\Delta\alpha}T_{\Delta\alpha}$ ($\sigma_{\Delta\alpha}$ - середнє відхилення випадкової похибки Δ_α, $T_{\Delta\alpha}$ - час її кореляції); і w_1 - збудливий шум випадкового дрейфу RS зі спектральної щільністю $q_1 = 2\sigma^2 w_1 T_{w1}$ (σ_{w1} - стандартне відхилення випадкового дрейфу, T_w - час кореляції).

$$\text{KF equations}: \begin{cases} \delta\hat{\dot{\omega}} = k_{12}(z - \delta\hat{\alpha}) \\ \delta\hat{\dot{\alpha}} = \delta\hat{\omega} + k_{22}(z - \delta\hat{\alpha}) \end{cases} \tag{1.21}$$

де коефіцієнти ФК k_{12} і k_{22} визначаються по (1.17), підставляючи туди q_1 і r_1 замість q і r.

1.4. Виконавчий елемент маневрів

Після того як орієнтація апарату визначена і якщо вона відрізняється від необхідної, негайно видаються команди «виконавчим органам», наприклад, мікродвигуна на стиснутому газі або рідкому паливі. Зазвичай такі двигуни працюють в імпульсному режимі: короткий поштовх, щоб почати поворот, і тут же новий в протилежному напрямку, щоб не «проскочити» потрібне положення. Теоретично досить мати 8-12 таких двигунів (по дві пари для кожної осі обертання), однак для надійності їх ставлять більше. Чим точніше потрібно витримувати орієнтацію апарату, тим частіше доводиться включати двигуни, що призводить до зростання споживання палива.

Іншу можливість керування орієнтацією забезпечують силові гіроскопи - гіродіни. Їх робота заснована на законі збереження моменту імпульсу. Якщо під впливом зовнішніх чинників станція стала розгортатися в певному напрямку, досить «підкрутити» маховик гіродіна в ту ж сторону, він «прийме обертання на себе» і небажаний поворот станції припиниться.

За допомогою гіродінов можна не тільки стабілізувати супутник, а й змінювати його орієнтацію, причому іноді навіть точніше, ніж за допомогою ракетних двигунів. Але щоб гіродіни були ефективні, вони повинні володіти великим моментом інерції, що передбачає значну масу і розміри. Для великих супутників силові гіроскопи можуть бути дуже великі. Наприклад, три силових гіроскопа американської станції «Скайлеб» важили по 110 кілограмів кожен і робили близько 9000 об / хв. На Міжнародній космічній станції (МКС) гіродіни - це пристрої розміром з велику пральну машину, кожне масою близько 300 кілограмів. Незважаючи на вагу, використовувати їх все ж вигідніше, ніж забезпечувати станцію паливом.

Однак великий гіродін не можна розганяти швидше декількох сотень або максимум тисяч обертів на хвилину. Якщо зовнішні обурення постійно закручують апарат в одну і ту ж сторону, то з часом маховик виходить на граничні обороти і його доводиться «розвантажувати», включаючи двигуни орієнтації.

Для стабілізації апарату досить трьох гіродінов з взаємно перпендикулярними осями. Але зазвичай їх ставлять більше: як і будь-яке виріб, що має рухомі деталі, гіродіни можуть ламатися. Тоді їх доводиться ремонтувати або замінювати.

РОЗДІЛ 2

Використання методу контролю Н-нескінченності в системі контролю відношення нерухомого гнучкого супутника

2.1. Моделювання системи та збурень

Кінематичні рівняння відношення супутника наведені нижче,

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + [q\sin\phi + r\cos\phi]\tan\theta \\ \dot{\theta} &= q\cos\phi - r\sin\phi \\ \dot{\psi} &= [q\sin\phi + r\cos\phi]\sec\theta\end{aligned} \tag{2.1}$$

в якому φ, θ та ψ - це крен, тангаж і рискання, $\boldsymbol{\omega}_{RB}^{B} = [p, q, r]^{\mathrm{T}}$ - вектор кутової швидкості орбітальної системи відліку відносно рамки тіла, зазначеної в рамці тіла. Згідно з визначенням, центр опорної рамки орбіти відповідає центру мас супутника, вісь Z_R спрямована до центру Землі, вісь X_R - у напрямку швидкості супутника, а вісь Y_R вертикально до площини орбіти так, щоб перетворити систему відліку в правобічну ортогональную систему відліку. Рамка тіла буде обрана таким чином, щоб її осі збігалися з головними осями інерції. Вектор $\boldsymbol{\omega}_{RB}^{B}$ задовольняє рівняння

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\omega} &= \boldsymbol{\omega}_{BR}^{B} + \boldsymbol{\omega}_{RI}^{B} \\ &= \boldsymbol{\omega}_{BR}^{B} - \omega_0 \begin{bmatrix} C\theta \cdot S\psi \\ C\phi \cdot C\psi + S\phi \cdot S\theta \cdot S\psi \\ -S\phi \cdot C\psi + C\phi \cdot S\theta \cdot S\psi \end{bmatrix}\end{aligned} \tag{2.2}$$

в якому ω_0 - велика швидкість орбіти, C і S відповідно для cos і sin і $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^{\mathrm{T}}$ кутова швидкість рамки тіла щодо інерціальній рамки, яка буде отримана з рівнянь моментів Ейлера. Якщо припустити, що осі рами тіла збігаються з головними інерційними осями, то рівняння моментів Ейлера матимуть вигляд

$$\boldsymbol{T}_d + \boldsymbol{T}_G = \begin{bmatrix} \dot{h}_x + \dot{h}_{wx} + (\omega_y h_z - \omega_z h_y) + (\omega_y h_{wz} - \omega_z h_{wy}) \\ \dot{h}_y + \dot{h}_{wy} + (\omega_z h_x - \omega_x h_z) + (\omega_z h_{wx} - \omega_x h_{wz}) \\ \dot{h}_z + \dot{h}_{wz} + (\omega_x h_y - \omega_y h_x) + (\omega_x h_{wy} - \omega_y h_{wx}) \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

де T_d - збурюючий момент, h - вектор кутового моменту жорсткого тіла супутника, h_w - вектор кутового моменту реактивного колеса і T_G - момент градієнта сили тяжіння, який буде отриманий з рівняння (2.4).

$$\boldsymbol{T}_G = \begin{bmatrix} 1.5\omega_0^2 (I_z - I_y) \sin 2\phi \cos^2\theta \\ 1.5\omega_0^2 (I_z - I_x) \sin 2\theta \cos\phi \\ 1.5\omega_0^2 (I_x - I_y) \sin 2\theta \sin\phi \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Рівняння (2.1) - (2.4) утворюють динамічні нелінійні рівняння стану супутника.

Тут для створення моменту використовуються три маховика в напрямку осей тіла. Блок-схема реактивного колеса для управління становищем супутника показана на рис. 17. На цьому рисунку u - вихід контролера, а w_h - момент, що діє на супутник в напрямку пов'язаної осі.

Передавальна функція рисунка 17 приблизно виглядає наступним чином:

$$\frac{\dot{h}_w}{u}(s) \approx 1 \tag{2.5}$$

Таким чином, комбінація рівнянь супутника і виконавчих механізмів приблизно дорівнює рівнянням супутника, а контролер для рівнянь супутника буде розроблений окремо від рівнянь маховика. Оскільки бажаний кут, який повинен відслідковувати супутник, знаходиться близько нульового кута, а також для використання концепції лінійного управління і спрощення аналізу, рівняння (2.1) - (2.4) можуть бути лінеаризоване. При лінеаризації цих рівнянь навколо нульової точки, лінійна форма простору станів динамічних рівнянь орієнтації супутника матиме вигляд:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ y = CX + Du \end{cases} \tag{2.6}$$

Де $\boldsymbol{X} = \left[\phi, \theta, \psi, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}, h_{wx}, h_{wy}, h_{wz}\right]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{u} = \left[\dot{h}_{wx}, \dot{h}_{wy}, \dot{h}_{wz}\right]^{\mathrm{T}}$

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-4\omega_0^2}{I_x}\left(I_y - I_z\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{I_x}\left(I_x - I_y + I_z\right) & 0 & 0 & \frac{\omega_0}{I_x} \\ 0 & \frac{-3\omega_0^2}{I_y}\left(I_x - I_z\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-\omega_0^2}{I_z}\left(I_y - I_x\right) & \frac{-\omega_0}{I_z}\left(I_x + I_z - I_y\right) & 0 & 0 & \frac{-\omega_0}{I_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\dfrac{1}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & -\dfrac{1}{I_z} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{D}=0$$

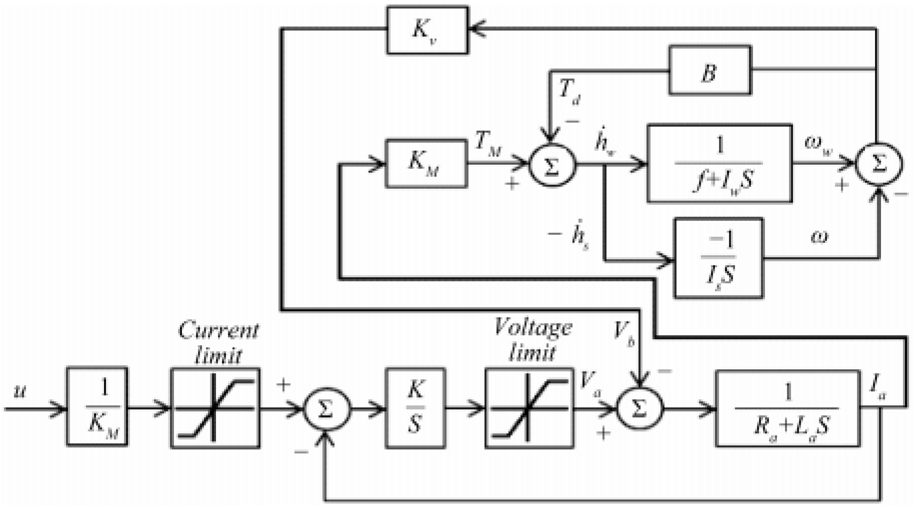

Рис. 17 Блок-схема маховика для управління положенням супутника

Конфігурація супутника наведена на рисунку 18. Реакція системи, заданої в таблиці 1, на один крок з амплітудою 10^{-5} Нм показана на рисунку 19. Як видно, система нестійка за всіма трьома показниками: крену, тангажу і рискання.

2.2. Моделювання збурень

Однією з ключових завдань в управлінні становищем супутників є збурювання навколишнього середовища, які відхиляють положення супутника від бажаного стану, і ігнорування цих збурень робить розроблений контролер абсолютно марним.

Магнітний момент: магнітний момент впливає на конфігурацію супутника через магнітного поля Землі і магнітних матеріалів супутника. Цей момент буде отримано наступним чином:

$$\boldsymbol{T}_m = \boldsymbol{M} \times \boldsymbol{B} \tag{2.7}$$

де **M** - залишкові магнітні моменти супутника, обумовлені постійним і індукованим магнетизмом і генеруються супутником струмовими ланцюжками, а **B** - щільність геоцентричного магнітного потоку. Вектор **B** буде отримано в орбітальній системі відліку в такий спосіб:

$$\boldsymbol{B} = \frac{\mu_f}{|\boldsymbol{r}|^3} \begin{bmatrix} \cos\omega_0 t \sin i_m \\ \cos i_m \\ 2\sin\omega_0 t \cos i_m \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

в якому μ_f = · 7,9 $\times 10^{15}$ Wb · m і r - промінь орбіти супутника, а m і - кут орбіти супутника по відношенню до геомагнитному екватора.

Аеродинамічний момент: через рух супутника в верхніх шарах атмосфери Землі на супутник діє аеродинамічний момент. Цей момент може бути отриманий як:

$$\boldsymbol{T}_a = \frac{1}{2}\rho|\boldsymbol{v}|^2 C_d A_a \left(\boldsymbol{u}_a \times \boldsymbol{s}_{cp}\right) \tag{2.9}$$

в якій ρ - щільність атмосфери, **v** - швидкість супутника, C_d - коефіцієнт опору, $\mathbf{u}_a$ - одиничний вектор уздовж напрямку швидкості, A_a – площа вертикальної поверхні на $\mathbf{u}_a$ і $\mathbf{s}_{cp}$ - вектор від центру мас супутника до центру тиску.

Сонячний момент: через контакт частинок сонячного випромінювання із супутником на супутник діє обурює сила. Ця сила може бути отримана приблизно наступним чином:

$$\boldsymbol{F}_s = \frac{1367}{c} A_s \left(1+q\right)\cos\gamma\, \boldsymbol{u}_s \tag{2.10}$$

в якому c - швидкість світла, A_s - площа, що протистоїть сонячному випромінюванню, q - коефіцієнт реакції, γ - кут випромінювання, $\mathbf{u}_s$ - одиничний вектор уздовж напрямку сонячного випромінювання, $\mathbf{C}_{cp}$ - відстань від центру мас супутника до центру сонячного тиску.

Тепер, розглянувши динамічні рівняння орієнтації супутника і маховика, необхідно спроектувати систему управління орієнтацією, як показано на рисунку 19.

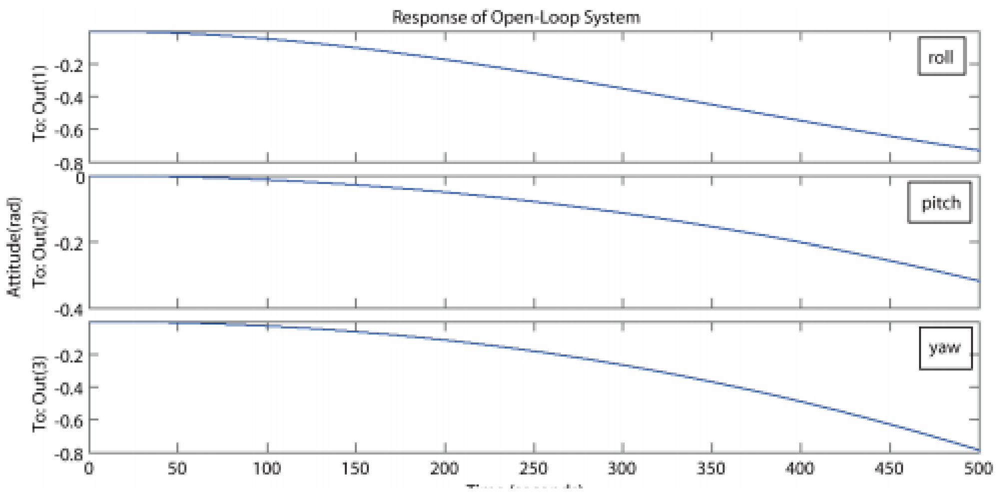

Рис. 18 Реакція системи з розімкненим контуром.

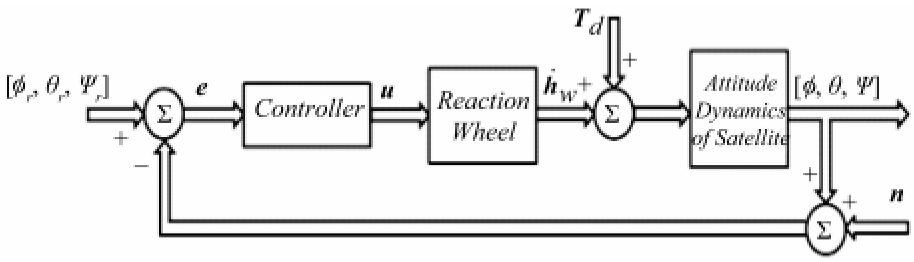

Рис. 19 Блок-схема системи управління орієнтацією супутника

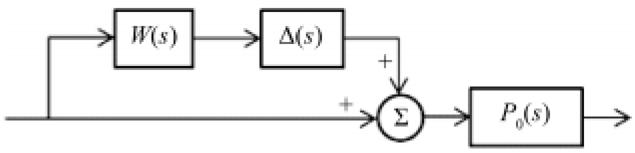

Рис. 20 Блок-схема збуреної моделі P з мультипликативною неструктурованою невизначеністю.

2.3. Вибір номінальної моделі і необхідних Вагових функцій

Моделювання гнучкого супутника буде проводитися таким чином, що буде обрана номінальна модель $P_0(s)$, а ефекти гнучкості будуть розглядатися як невизначеність навколо номінальної моделі. Ці невизначеності призводять до обурених моделям P (s). Рівняння (2.6) з номінальними сумами з таблиці 1 будуть розглядатися як номінальна модель. Для обліку ефектів гнучкості передбачається, що моменти інерції супутника мають 30-відсоткову невизначеність. Оскільки система має не змодельовані гнучкі частини, невизначеність буде розглядатися як мультиплікативна неструктурована. Для системи SISO структура обуреної моделі P(s), заснована на номінальної моделі $P_0(s)$, мультипликативному блоці неструктурованою невизначеності Δ (s) і ваговій функції невизначеності W (s), має вигляд:

$$P(s) = \left[1 + \Delta(s) W(s)\right] P_0(s) \tag{2.11}$$

блок-схема якого показана на рисунку 20.

Вагова функція W(s) повинна бути обрана таким чином, щоб відношення відповідало:

$$\forall \omega : \left|w(s)\right| \geq \left|\frac{P(s)}{P_0(s)} - 1\right| \tag{2.12}$$

за умовою $\|\Delta_\infty\| \leq 1$ буде встановлена для всіх збурених моделей P(s). Матриця передавальної функції лінеаризованої системи отримують у такий спосіб:

$$P_0(s) = \begin{bmatrix} P_{0_{11}}(s) & 0 & P_{0_{13}}(s) \\ 0 & P_{0_{22}}(s) & 0 \\ P_{0_{31}}(s) & 0 & P_{0_{33}}(s) \end{bmatrix} \tag{2.13}$$

Положення супутника є MIMO системою, тому для кожного елемента цієї матриці вагова функція $w_{ij}(s)$ повинна бути обрана таким чином, щоб вона задовольняла співвідношенню (2.12) для i, j = 1, 2, 3. Для елементів з нульовим значенням вагова функція невизначеності може бути дорівнює 1. Бодова діаграма $|P_{ij}(s) \setminus P_{ij}(s) - 1|$ для ненульових елементів рівняння (2.13) показана на рисунку 20. Видно, що за винятком $\left|P_{22}(s)/P_{22_0}(s)-1\right|$, інші фігури мають великі проскакування через розміщення деяких полюсів на уявної осі. Таким чином, вагові функції $w_{ij}(s)$, що відповідають тим, які повинні задовольняти співвідношенню (2.12), також мають такі ж проскакування, що призведе до ускладнень при проектуванні надійного регулятора. Полюса ненульових елементів рівняння (2.13) мають вигляд:

$$p_1 = 0,\ p_{2,3} = \pm i\sqrt{1.508\times 10^{-6}},\ p_{4,5} = \pm i\sqrt{9.308\times 10^{-6}}$$

Одним із способів усунення цієї проблеми є невелике зміщення полюсів. Але тут величини моментів інерції супутника такі, що полюса системи, що знаходяться на уявної осі, дуже близькі до початку координат, і проблема не буде вирішена і цим зміщенням.

Для подолання цієї проблеми рівняння повинні бути змінені таким чином, щоб полюси досить віддалялися від уявної осі. Відповідно до нової ідеї, згідно з рисунком 20, дві поодинокі внутрішні зворотні зв'язки в основний нелінійної установці будуть здійснюватися з виходів по крену і рискання на перший і третій входи відповідно. Таким чином, форма простору станів модифікованої лінеаризованої установки буде мати вигляд:

$$\begin{cases} \dot{X} = A_{\text{new}} X + Bu' \\ y = CX + Du' \end{cases} \qquad (2.14)$$

Де

$$A_{\text{new}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{-4\omega_0^2\left(I_y - I_z\right)+1}{I_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dfrac{\omega_0}{I_x}\left(I_x - I_y + I_z\right) & 0 & 0 & \dfrac{\omega_0}{I_x} \\ 0 & \dfrac{-3\omega_0^2}{I_y}\left(I_x - I_z\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{-\omega_0^2\left(I_y - I_x\right)+1}{I_z} & \dfrac{-\omega_0}{I_z}\left(I_x - I_y + I_z\right) & 0 & 0 & \dfrac{-\omega_0}{I_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

і рисунок 20 зміниться на рисунок 21. Матриця передавальної функції модифікованої установки матиме вигляд рівняння (2.15).

$$\mathcal{P}_0(s) = \begin{bmatrix} \mathcal{P}_{0_{11}}(s) & 0 & \mathcal{P}_{0_{13}}(s) \\ 0 & \mathcal{P}_{0_{22}}(s) & 0 \\ \mathcal{P}_{0_{31}}(s) & 0 & \mathcal{P}_{0_{33}}(s) \end{bmatrix} \tag{2.15}$$

Полюсами ненулевих елементів керування (2.15) являються $p_1 = 0,\ p_{2,3} = \pm 1,\ p_{4,5} = \pm 0.7071$.

Бодов діаграма $\left|\mathcal{P}_{ij}(s)/\mathcal{P}_{ij\,0}(s) - 1\right|$ - для ненульових елементів рівняння (2.15) показана на рисунку 22. Видно, що проскакування усунені. Тепер вагові функції $w_{ij}(s)$ будуть обрані таким чином, щоб задовольнити рівняння (2.12) для модифікованої установки. Це зроблено і показано на рисунку 22.

Умовою стійкої стабільності для системи SISO є

$$\left\| w(s)T(s) \right\|_\infty < 1 \tag{2.16}$$

в якому T(s) - передавальна функція бажаної замкнутої системи, а w(s) - вагова функція невизначеності. Оскільки елементи рівняння (2.15) не можуть бути отримані окремо, матриця ваговій функції буде обрана у вигляді

$$W(s) = \begin{bmatrix} w_1(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_2(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_3(s) \end{bmatrix} \tag{2.17}$$

Де

$$\forall \omega : \left| w_i(s) \right| \geq \max_{j=1,2,3} \left| w_{ij}(s) \right| \tag{2.18}$$

Таким чином, вагові функції будуть отримані у вигляді рівнянь (2.19).

$$\begin{aligned} W_1(s) &= 10^{-\frac{5}{20}} (s+0.0025)^2 \Big/ (s+0.8)^2 \\ W_2(s) &= 10^{-\frac{18}{20}} (S+0.02) \Big/ (S+0.0005) \\ W_3(s) &= 10^{-\frac{3}{20}} (s+0.0015)^2 \Big/ (s+0.8)^2 \end{aligned} \tag{2.19}$$

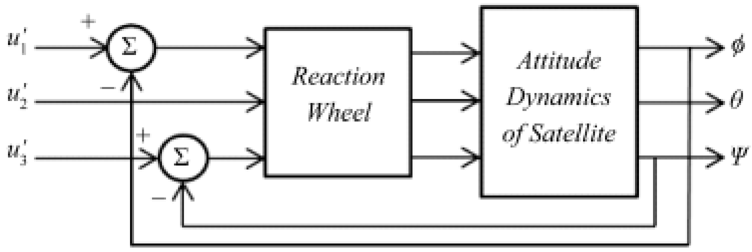

Рис. 21 Для створення внутрішнього зворотного зв'язку в основній системі.

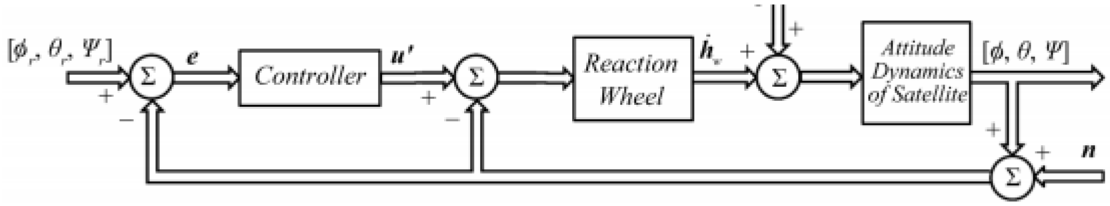

Рис. 22 Блок-схема управління орієнтацією супутника з внутрішньої зворотним зв'язком.

Умова номінальної продуктивності для системи SISO має вигляд:

$$\left\| w_s(s) s(s) \right\|_\infty < 1 \tag{2.20}$$

в якому s(s) - передавальна функція помилки на опорний вхід, а w_s (s) - вагова функція чутливості. Тут бажано, щоб вихід замкнутої системи відстежував синусоїдальний маршрут з мінімальним зусиллям управління і помилкою менш 2˚. Таким чином, матриця ваговій функції чутливості для даної системи методом проб і помилок буде обрана як

$$W_s(s)=\begin{bmatrix} w_{s_1}(s) & 0 & 0 \\ 0 & w_{s_2}(s) & 0 \\ 0 & 0 & w_{s_3}(s) \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Для обмеження виходу регулятора, крім вагових функцій невизначеності і чутливості, буде обрана пов'язана вагова функція $w_U(s) = 0.001$.

РОЗДІЛ 3

Синтез одноканальної системи керування положенням супутника

Системи керування положення супутників з жорсткими та гнучкими компонентами вимагають дедалі кращих характеристик, що призводить до розробки декількох методів керування. З цієї причини доступні в даний час методи проектування керування, включаючи оцінку параметрів і станів, надійне та адаптивне керування, а також лінійну та нелінійну теорію, потребують додаткових досліджень, щоб знати їх можливості та обмеження. У цій роботі досліджуваною методикою є метод H-Infinity у роботі системи контролю відношення жорсткого гнучкого супутника.

Швидке збільшення складності систем та процесів, що підлягають контролю, стимулювало розробку складних методів аналізу та проектування, які називаються передовими методами. Теорія керування H-Infinity ($H\infty$), запроваджена Замесом і є однією з передових методик, і її застосування в ряді проблем керування швидко зростає.

Застосування гнучких конструкцій у просторовій зоні - ще одна проблема системи керування, яка теж зростає. Гнучкі системи мають кілька переваг у порівнянні з жорсткою системою. Деякими перевагами є відносно менші виконавчі механізми, нижча загальна маса, швидша реакція, нижче споживання енергії, загалом, і менша вартість. З вивченням САК космічних конструкцій з гнучкими антенами та / або панельними та роботизованими маніпуляторами стає все складніше, коли розміри таких конструкцій збільшуються внаслідок необхідності врахування більшої кількості режимів вібрації в її моделі для того, щоб для покращення вірності моделі. Прикладами проектів, що залучають гнучкі космічні структури, є Міжнародна космічна станція МКС (ISS), Місячний розвідувальний орбітер LRO, Місячний супутник LCROSS для спостереження та зондування кратерів, космічний телескоп Хаббла тощо.

У нерухомому гнучкому супутнику RFS (Rigid-Flexible Satellite) функція САК полягає в стабілізації та орієнтації супутника під час його місії, протидії зовнішнім збурювальним моментам та силам. У цій роботі досліджено багатоваріантний метод керування $H\infty$ для керування позицією RFS, що складається з твердого корпусу та двох гнучких панелей. Супутникове моделювання було побудоване за підходом Лагранжа і дискретизація проводилася за методом передбачуваних режимів. Отримані рівняння руху були записані у формі модального простору станів.

3.1. Модель нерухомого гнучкого супутника

На рисунку 1 показано зображення супутника, використаного в цій роботі, який складається з твердого тіла кубічної форми та двох гнучких панелей. Центр мас супутника знаходиться в точці 0 початку координат системи координат *X, Y, Z*, яка збігається з головною віссю інерції. Еластичні відростки з форматом променя з'єднані в центральній частині тіла і розглядаються як точна маса на вільному кінці. Довжина панелі представлена *L*, маса - *m*, $v(x,t)$- пружний зсув відносно осі *Z*. Момент інерції твердого тіла супутника відносно центру мас дорівнює J_0. Момент інерції панелі щодо власного центру мас задається J_p.

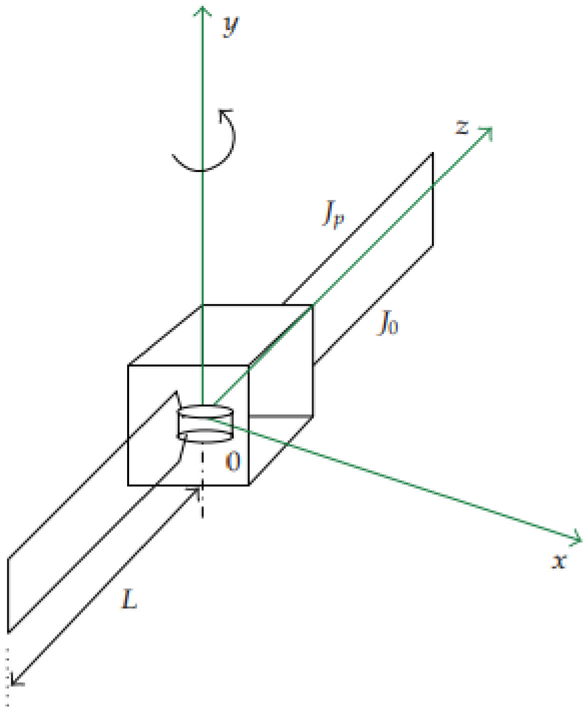

Рис. 23 Модель супутника

3.2. Рівняння руху

У підході Лагранга розглядаються рівняння руху супутника навколо в Y та пружне зміщення панелей. Рівняння Лагранжа для задачі можна записати у такому вигляді:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L^*}{\delta \dot{\theta}}\right) - \frac{\delta L^*}{\delta \theta} = \tau \qquad (3.1)$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\delta L^*}{\delta \dot{q}_i}\right) - \frac{\delta L^*}{\delta \dot{q}_i} + \frac{\delta M}{\delta q_i} = 0 \qquad (3.2)$$

У (3.1) τ - крутовий момент реакційного колеса, $L^* = T - V$ – з методу Лагранжа, а θ - кут повороту супутника навколо осі Y. У (3.2) M - енергія розсіювання. Вона пов'язана з деформацією панелі q_i вона представляє кожну з узагальнених координат задачі.

Змінна відхилення променя $v(x,t)$ дискретизується за допомогою розширення

$$v(x,t) = \sum_{i=1}^{n} \phi_i(x) q_i(t) \qquad 0 \leq x \leq L, \qquad (3.3)$$

де n являє собою кількість манер, які слід застосувати при дискретизації, а

$\varphi_i(x)$ представляє кожен із власних режимів системи. Допустимі функції $\varphi_i(x)$ задані [4]

$$\phi_i(x) = \cosh(a_i x) - \cos(a_i x) - \alpha_i(\sinh(a_i x) - \sin(a_i x)), \tag{3.4}$$

Де:

$$\alpha_i = \frac{\cosh(a_i L) + \cos(a_i L)}{\sinh(a_i L) + \sin(a_i L)}, \tag{3.5}$$

а $a_i L$ - власні значення вільної системи і вони незатухаючі.

Для повної системи загальна кінетична енергія T задається $T = T_{Супутник} + T_{Панелі}$;

отже,

$$T = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 + \left[\rho A' \int_0^L \left[\dot{v}(x,t)^2 + 2(\dot{v}(x,t)) x \dot{\theta} + (x\dot{\theta})^2 + (\dot{\theta} \cdot \dot{v}(x,t))^2 \right] dx \right], \tag{3.6}$$

де ρ - щільність панелей, а A' - площа. Функція енергії розсіювання становить:

$$M = \dot{v}(x,t)^2 K_d, \tag{3.7}$$

де K_d - постійна розсіювання. Тож $L^* = T - V$ задано формулою:

$$L^* = \frac{1}{2} J_0 \dot{\theta}^2 + \left[\rho A' \int_0^L \left[\dot{v}(x,t)^2 + 2(\dot{v}(x,t)) x \dot{\theta} + (x\dot{\theta})^2 + (\dot{\theta} \cdot \dot{v}(x,t))^2 \right] dx \right] - v(x,t)^2 \cdot K. \tag{3.8}$$

У (3.8) K - постійна пружність панелей. Після деяких маніпуляцій (3.8) та використання властивості ортогоналізації режимів вібрації промінь, один має:

$$\int_0^L \phi_i \phi_j dx = 1 \quad \text{if } i = j, \qquad \int_0^L \phi_i \phi_j dx = 0 \quad \text{if } i \neq j. \tag{3.9}$$

Нарешті, виходять два рівняння. Ці рівняння представляють динаміку обертального руху супутника та пружне зміщення панелей відповідно:

$$\ddot{\theta}\left(1 + a \sum_{i=1}^{n} q_i^2\right) + \alpha_i \cdot a \sum_{i=1}^{n} \ddot{q}_i = \frac{1}{J_1}\tau. \tag{3.10}$$

$$\ddot{q}_i + \alpha_i \ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 q_i + d \cdot \dot{q}_i + c \cdot q_i = \tau_q. \tag{3.11}$$

де термін нелінійний α_i в (3.10) визначається як доцентрова жорсткість, а в (3.11) τ_q - п'єзоелектричний привід, пристосований для наступних моделювань, де буде розглядатися $i = 1$ (один режим), а константи задані формулою:

$$a = \frac{2\rho A'}{J_1}, \qquad J_1 = J_0 + 2J_p, \qquad c = \frac{K}{\rho A'}, \qquad d = \frac{K_d}{\rho A'}. \tag{3.12}$$

3.3. Моделювання

У цій роботі передбачається розробити надійний контроль над положенням для гнучкого супутника з бажаною точністю та характеристиками щодо невизначеності в моделі супутника та матриці інерції, а також за наявності вхідних обмежень управління та наявності екологічних порушень та шуму вимірювання. Решта цієї статті така. У розділі 2 отримано динамічні рівняння положення гнучкого супутника та виконавчого механізму маховика та обговорено збурення космічного середовища. Оскільки бажане відношення відстеження супутника має невеликі кути навколо нуля, виведені рівняння супутника будуть лінеаризовані та об'єднані.

Динамічна модель об'єкта керування може бути представлена у вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}(1 + aq_1^2) + a\ddot{q}_1 = \dfrac{1}{J_1}\tau \\ \ddot{q}_1 + \ddot{\theta} - \dot{\theta}^2 q_1 + d\dot{q}_1 + cq_1 = \tau_q \end{cases} \tag{3.13}$$

Де $a = \frac{2\rho S}{J_1}$, $C = \dfrac{K}{\rho S}, d = \dfrac{kd}{\rho s}$

Будемо вважати, що коливання сонячних панель відбувається на першій моді, що позначено індексом 1 при q_1. Модель об'єкту керування у формі рівнянь (3.13) є нелінійною. Якщо вважати амплітуди коливань малими величинами, то можна знехтувати значеннями 1-го порядку малості

$aq^2{}_1, \dot{\theta}^2 q_1$. Таким чином лінеризована модель об'єкту керування матиме вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} + a\ddot{q}_1 = \dfrac{1}{J_1}\tau \\ \ddot{q}_1 + \ddot{\theta} + d\dot{q}_1 + cq_1 = \tau_q \end{cases} \qquad (3.14)$$

Запишемо систему рівнянь (3.14) у формі простору станів:

Де $X = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ q_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}$ - вектор станів $U = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ q_1 \\ \dot{q}_1 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{ac}{1-a} & \dfrac{ad}{1-a} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \dfrac{-c}{1-a} & \dfrac{-d}{1-a} \end{bmatrix}$ - матриця стану

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \dfrac{1}{J_1(1-a)} & 0 \\ 0 & 0 \\ \dfrac{1}{J_1(1-a)} & \dfrac{1}{1-a} \end{bmatrix}$$

Оскільки реалізація керуючого впливу по координаті q є технічно складною задачею, обмежимося керуванням тільки по θ, тобто матриці U,B приймають вигляд:

U = [τ]

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \dfrac{1}{J_1(1-a)} \\ 0 \\ \dfrac{1}{J_1(1-a)} \end{bmatrix}$$

Перевіримо умову керованості системи при формулюванні керуючого впливу. Для цього визначимо матриці $A \cdot B$, $A^2 \cdot B$,$A^3 \cdot B$

$$AB=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{J_1(1-a)}\\ \dfrac{-ad}{J_1(1-a)^2}\\ \dfrac{-1}{J_1(1-a)}\\ \dfrac{d}{J(1-a)^2}\end{bmatrix}\qquad A^2B=\begin{bmatrix}\dfrac{-ad}{J_1(1-a)^2}\\ \dfrac{ad^2-acJ_1(1-a)}{J_1(1-a)^3}\\ \dfrac{d}{J_1(1-a)^2}\\ \dfrac{cJ_1(1-a)-d^2}{J_1(1-a)^3}\end{bmatrix}\qquad A^3B=\begin{bmatrix}\dfrac{a(ac+d^2-c)}{J_1(1-a)^3}\\ \dfrac{ad(2c-2ac-d^2)}{J_1(1-a)^4}\\ \dfrac{c-ac-d^2}{J_1(1-a)^3}\\ \dfrac{d(2c-2ac+d^2)}{J_1(1-a)^4}\end{bmatrix}$$

Матриця керованості:

$$Q=\left[B\vdots AB\vdots A^2B\vdots A^3B\right]$$

Має ранг 4, тобто одним керуючим впливом можна керувати всіма змінами стану $\theta,\dot{\theta},q_1,\dot{q}_1$,

Коефіцієнти зворотнього зв'язку $H=[h_1 \quad h_2 \quad h_3 \quad h_4]$ визначимо з умови:

$$\det(pE-A+BH)=p^4+4\omega_0p^3+6\omega^2{}_0p^2+4\omega^3{}_0p+\omega_0^4$$

Де ω_0 - власна частота замкненої системи.

В результаті отримано наступні значення коефіцієнтів:

h1 = 12000

h2 = $4.7982\cdot 10^4$

h3 = $-2.5456\cdot 10^3$

h4 = $3.8382\cdot 10^4$

Результати моделювання системи керування положенням супутника наведено на рис. 24

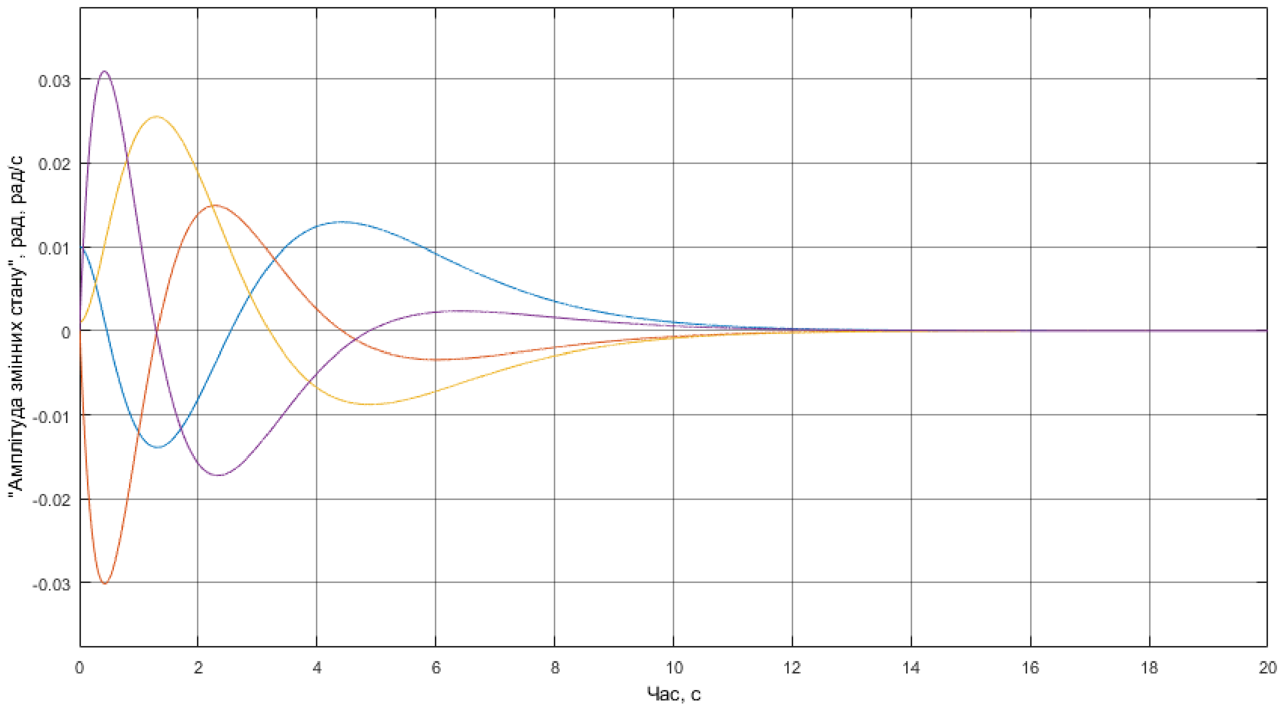

Рис. 24 Графіки лінійної моделі

При розрахунках власна частота замкненої системи прийнята $\omega_0 = 1\,{}^1\!/_C$. В такому випадку перехідний режим в системі триває 10-20 с. Збільшення ω_0 приводить до збільшення амплітуди керуючого моменту, а отже і до збільшення енергії, що не є бажано.

Повернемося до розгляду нелінійної системи, що описується рівняннями (3.13). Перетворимо систему рівнянь (3.13) до наступного вигляду:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = (ad\dot{q}_1 + acq_1 + \dfrac{1}{J_1}\tau - a\dot{\theta}^2 q_1)/(1 - a + a\dot{q}_1) \\ \ddot{q}_1 = \dot{\theta}q_1 - (ad\dot{q}_1 + acq_1 + \dfrac{1}{J_1}\tau - a\dot{\theta}^2 q_1)/(1 - a + aq_1^2) - d\dot{q}_1 - cq_1 \end{cases} \tag{3.15}$$

Системи рівнянь (3.15) відповідає схемі моделювання в Simulink що представлена на рис. 25

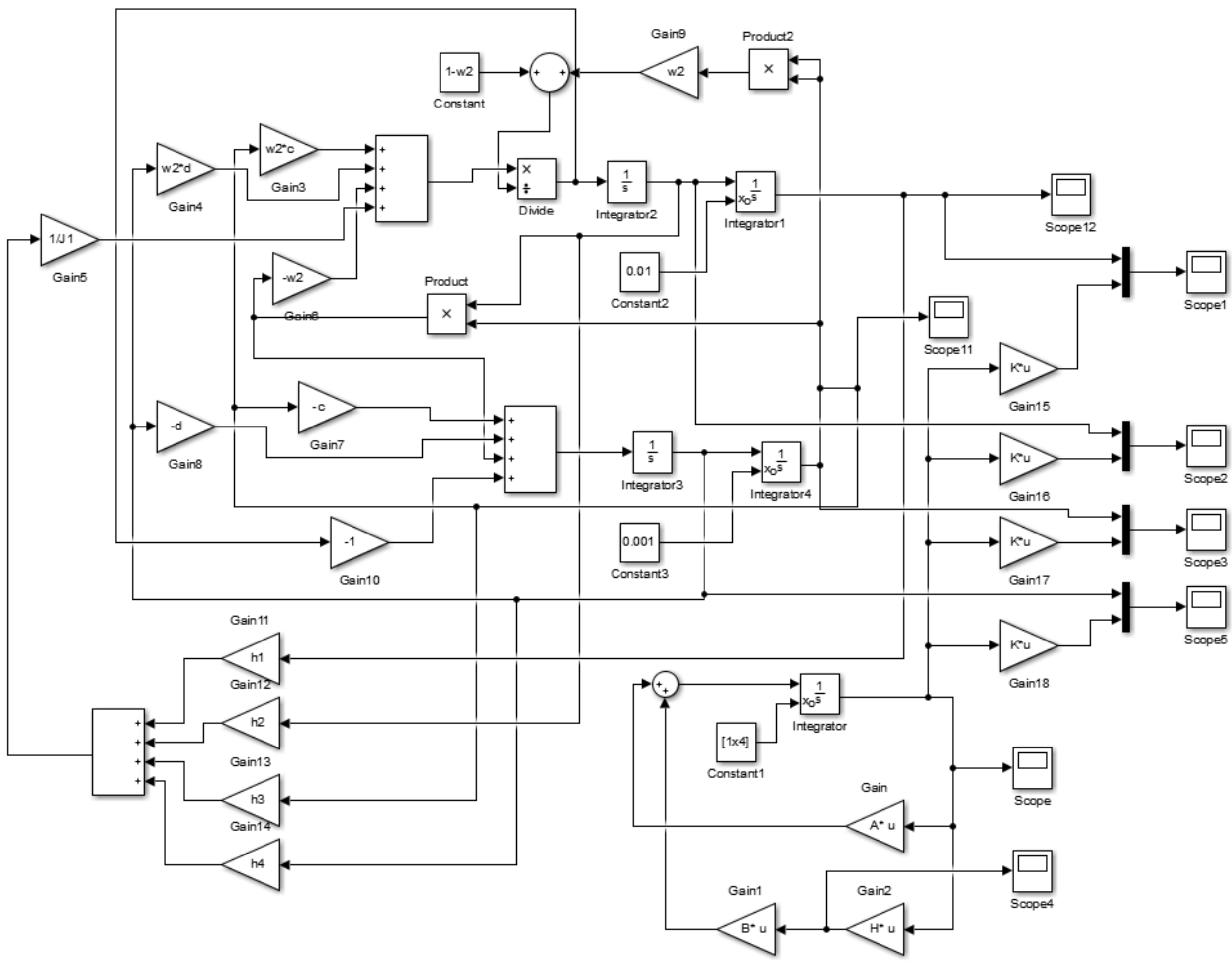

Рис. 25 схема моделювання в Simulink

Результати моделювання роботи системи керування з нелінійного модельного об’єкта наведено на рис 26,27,28,29:

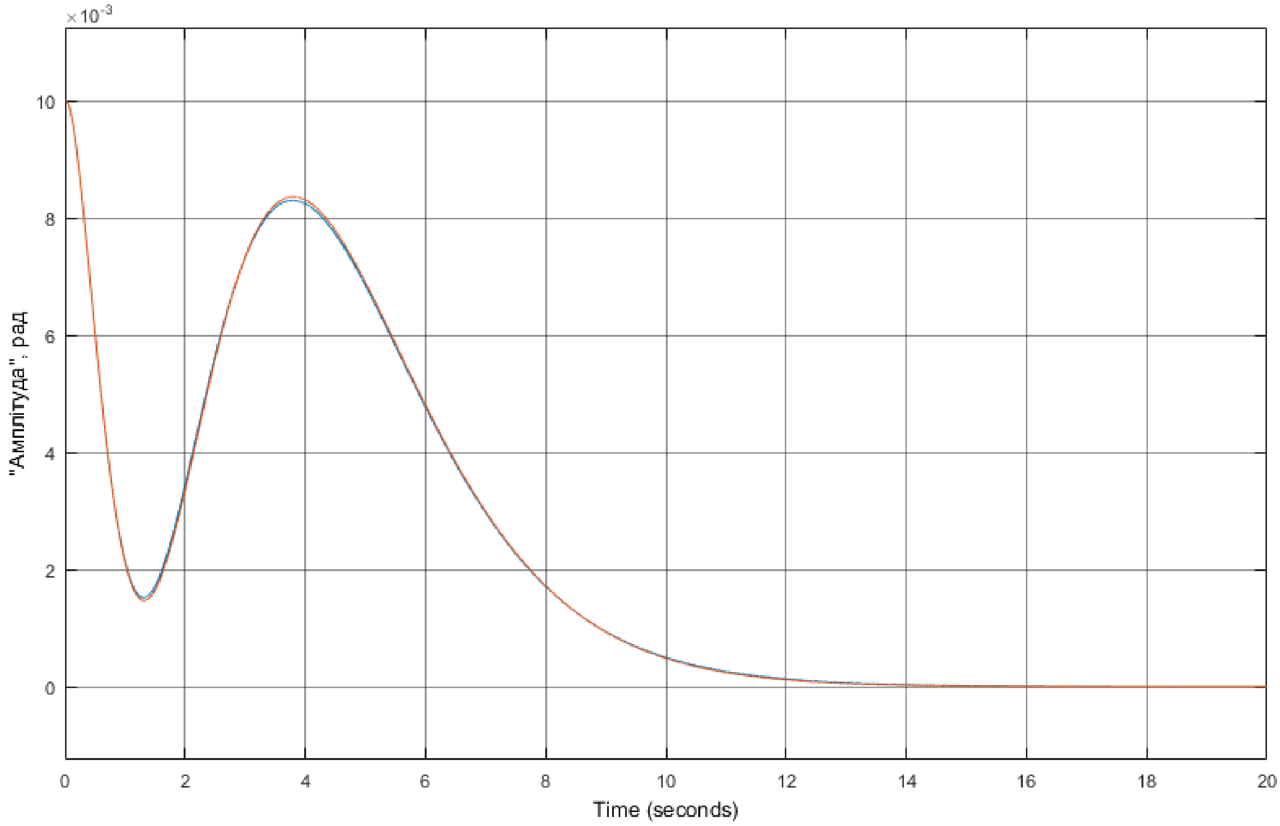

Рис. 26 Графік зміни кута θ, при довжині панелі L = 2 м

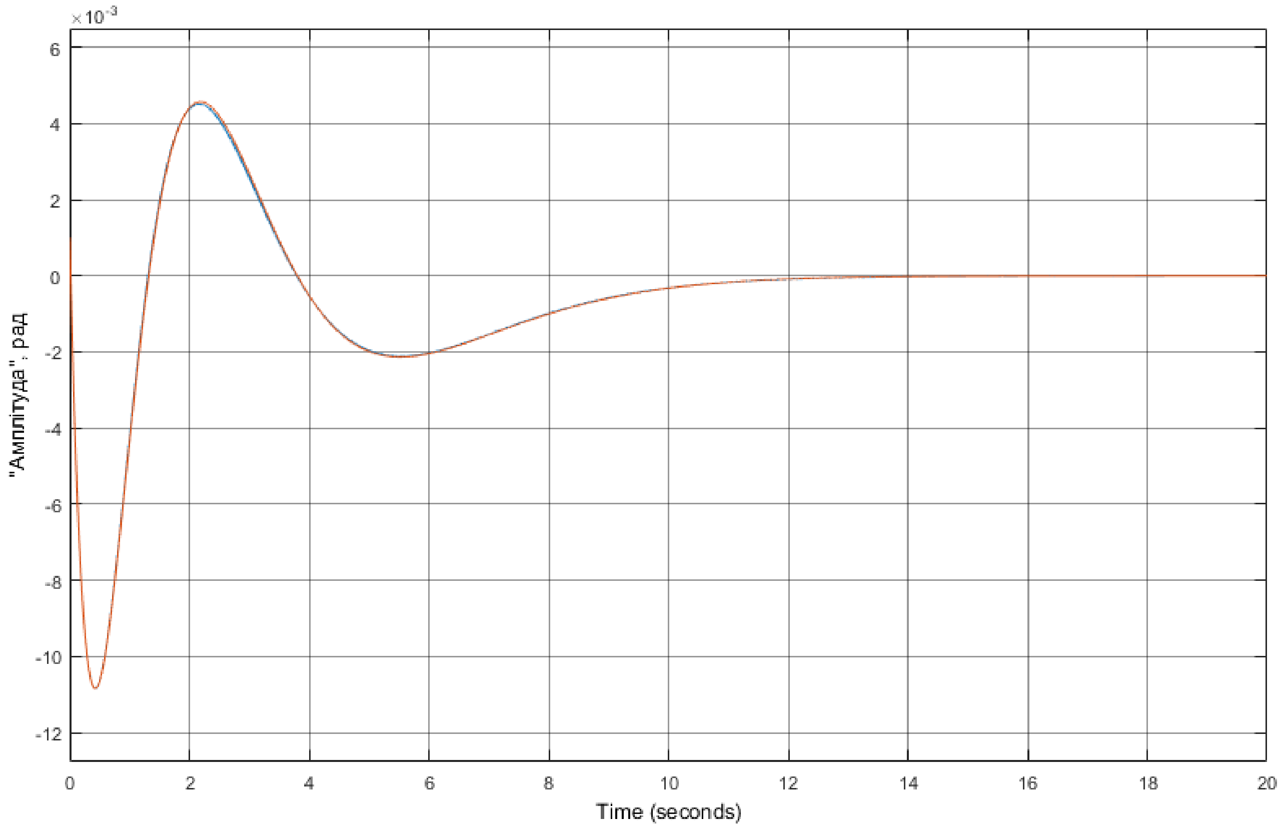

Рис. 27 Графік зміни кутової швидкості $\dot{\theta}$, при довжині панелі L = 2 м

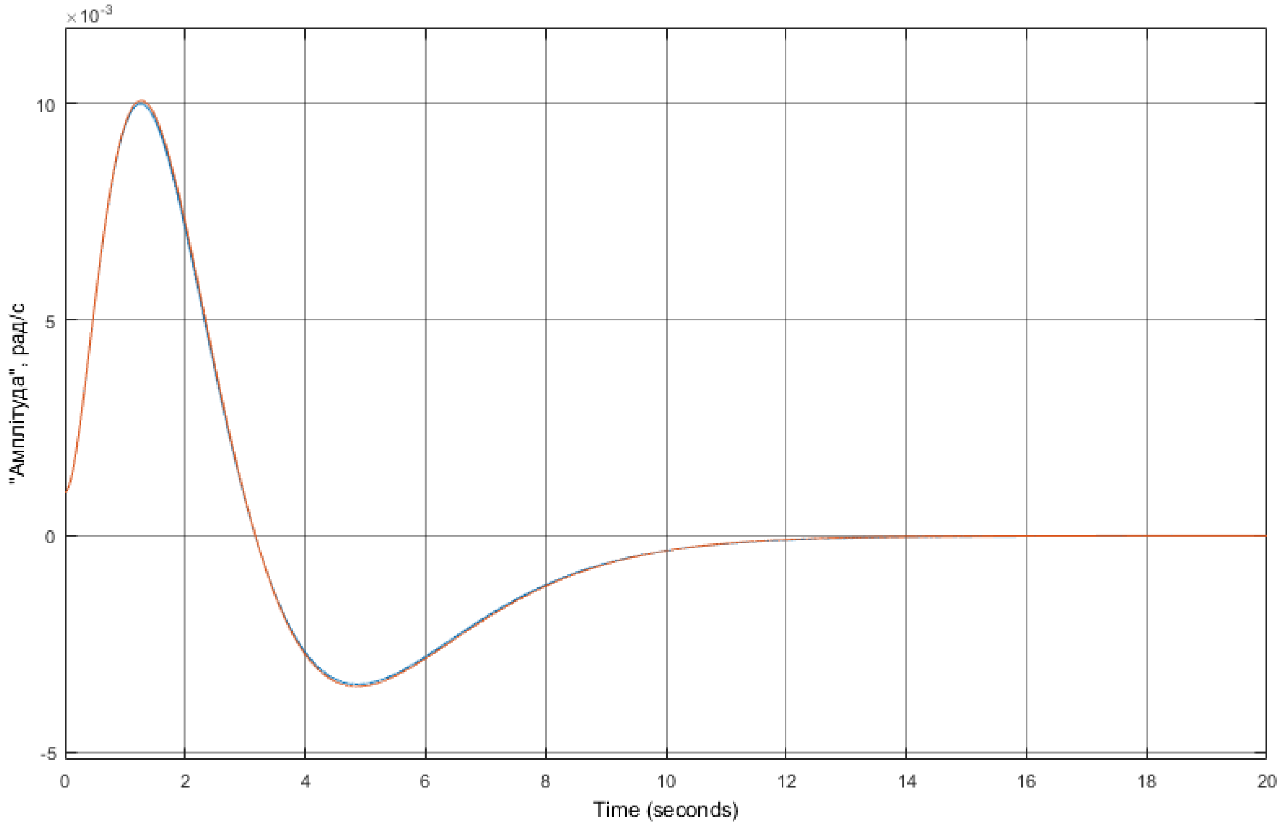

Рис. 28 Графік зміни кута повороту панелі q_1, при довжині панелі L = 2 м

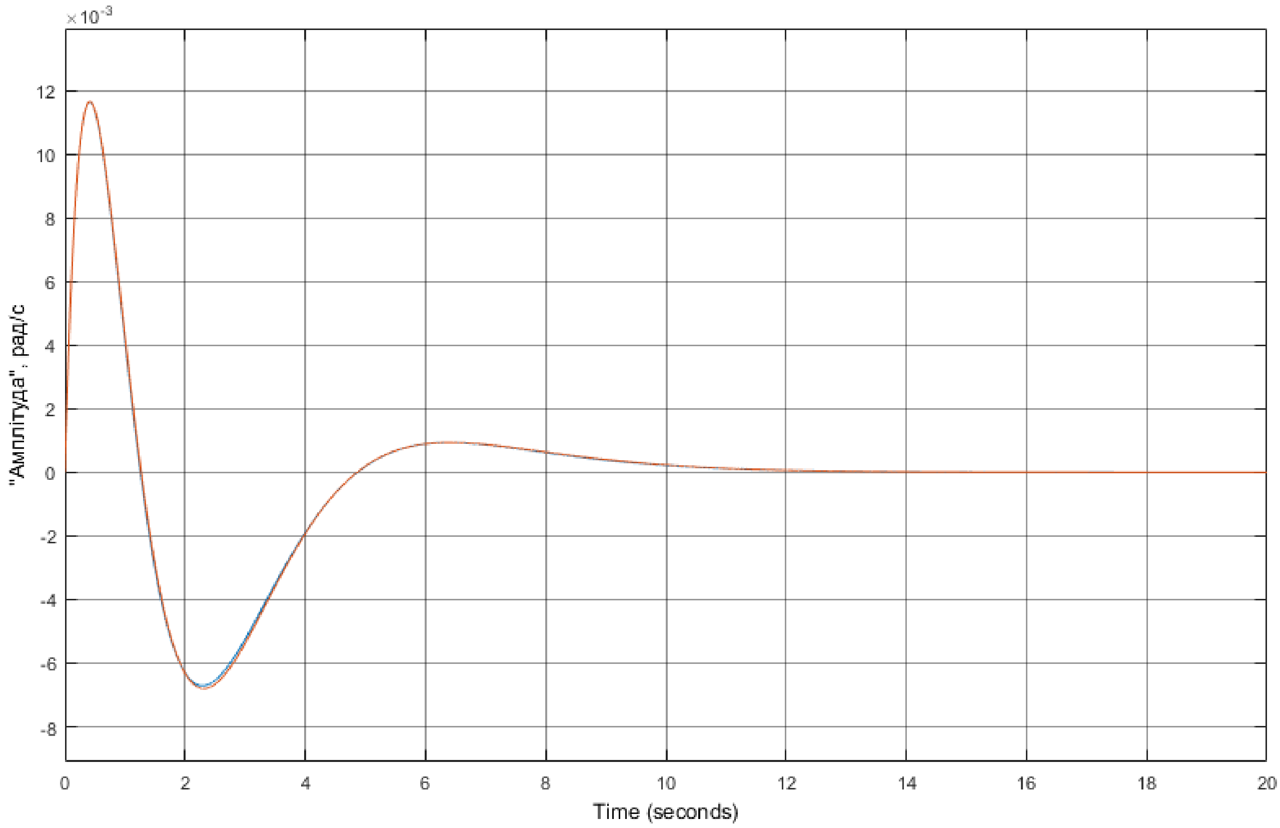

Рис. 29 Графік зміни кутової швидкості повороту панелі $\dot{q}_1$, при довжині панелі L = 2 м

Як видно з представлених графіків (рис.26-29) попереднє припущення, щодо малості впливу нелінійних складових в рівняннях (3.12), було обґрунтованим. Визначені коефіцієнти зворотнього зв’язку в системі також забезпечують стійкість процесу керування з врахуванням не лінійності об’єкта.

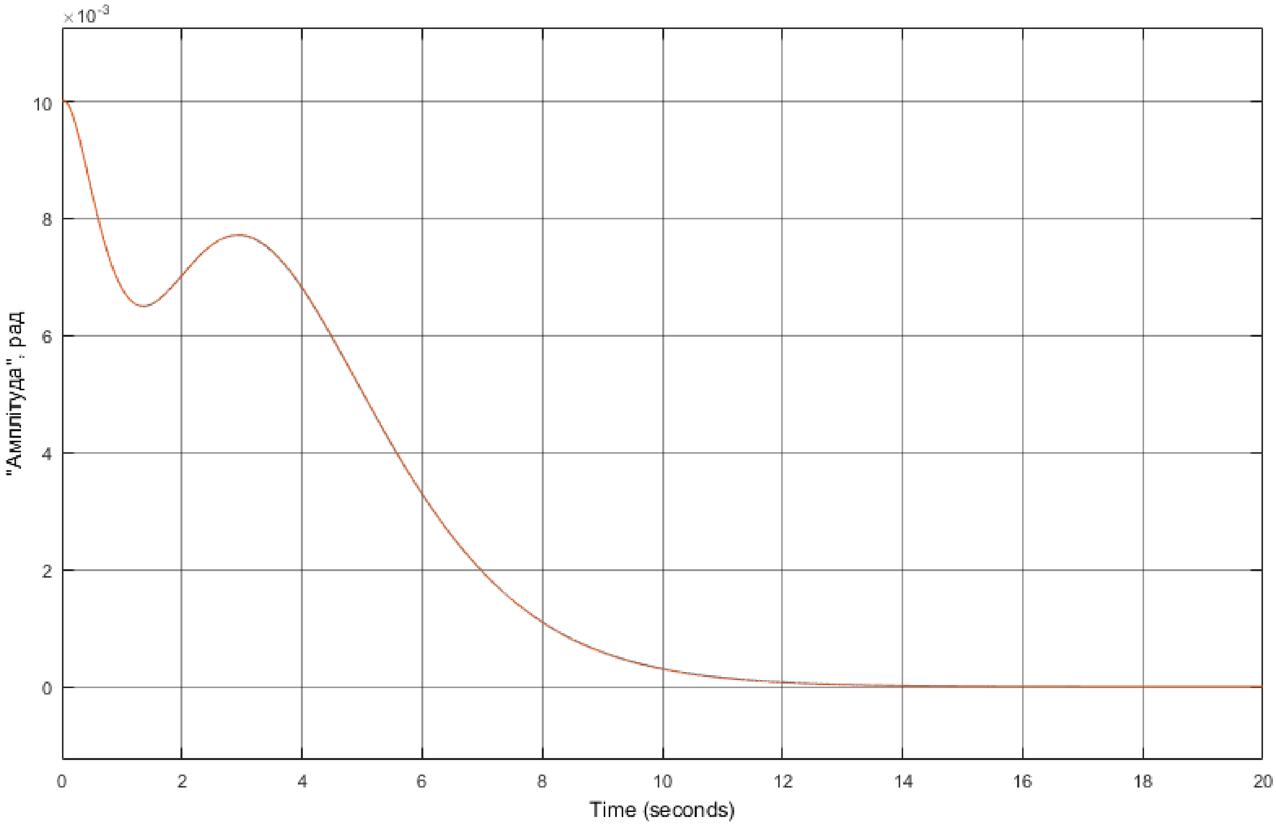

Рис. 30 Графік зміни кута , при довжині панелі L = 1 м

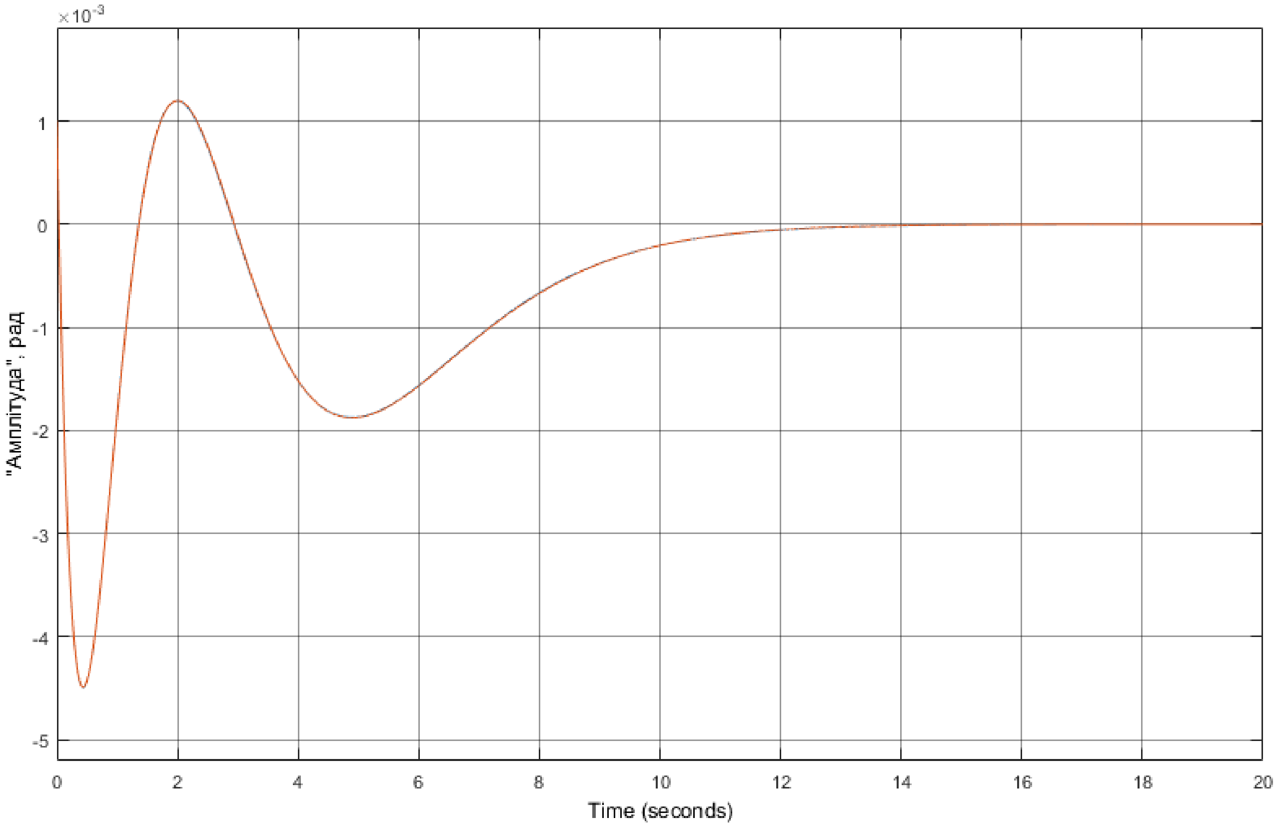

Рис. 31 Графік зміни кутової швидкості , при довжині панелі L = 1 м

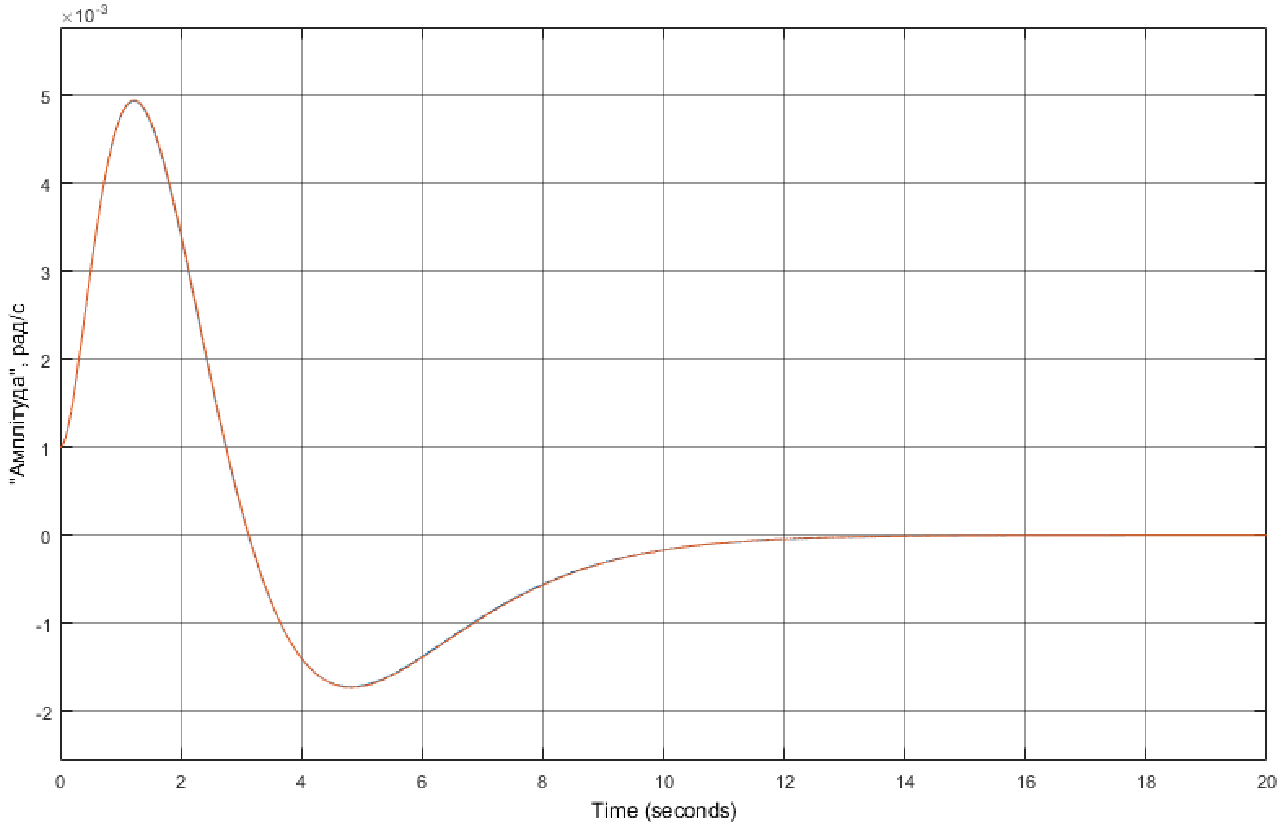

Рис. 32 Графік зміни кута повороту панелі q1, при довжині панелі L = 1 м

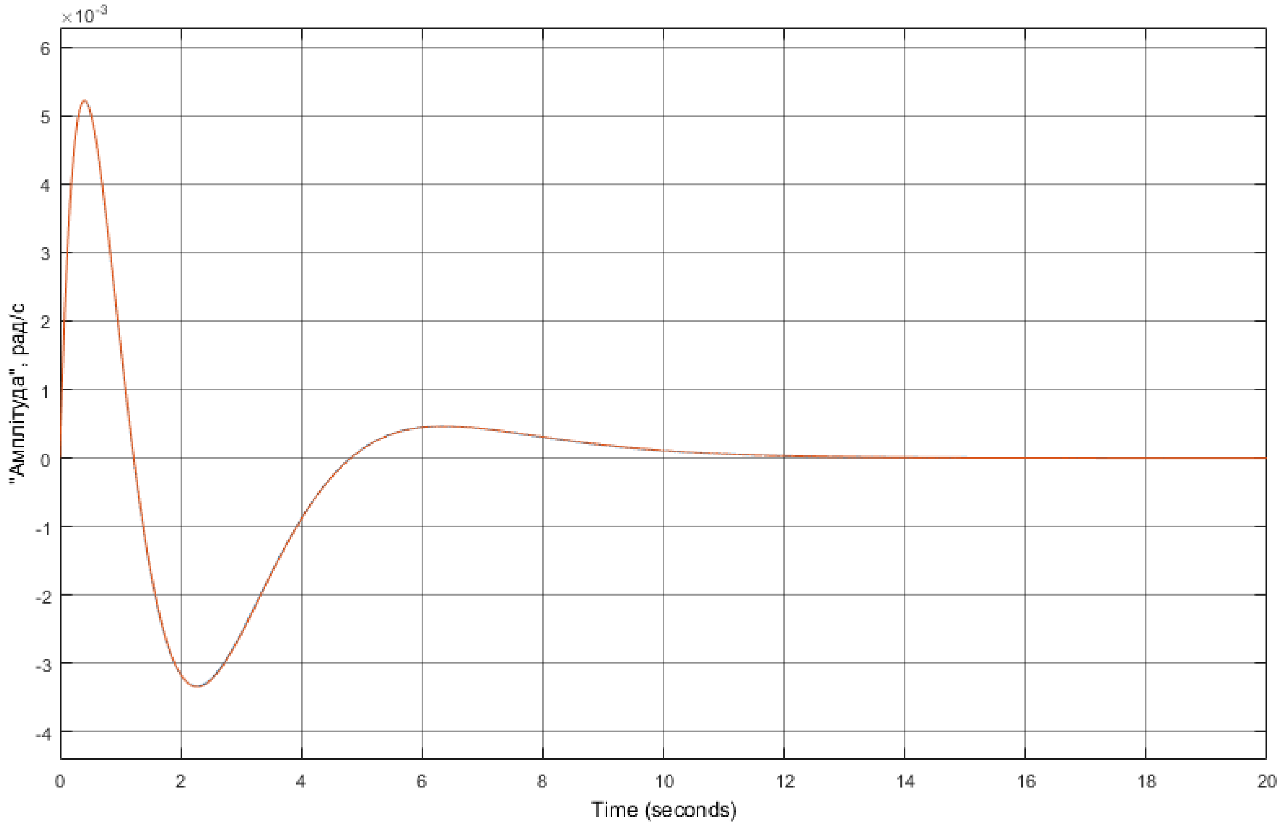

Рис. 33 Графік зміни кутової швидкості повороту панелі , при довжині панелі L = 1 м

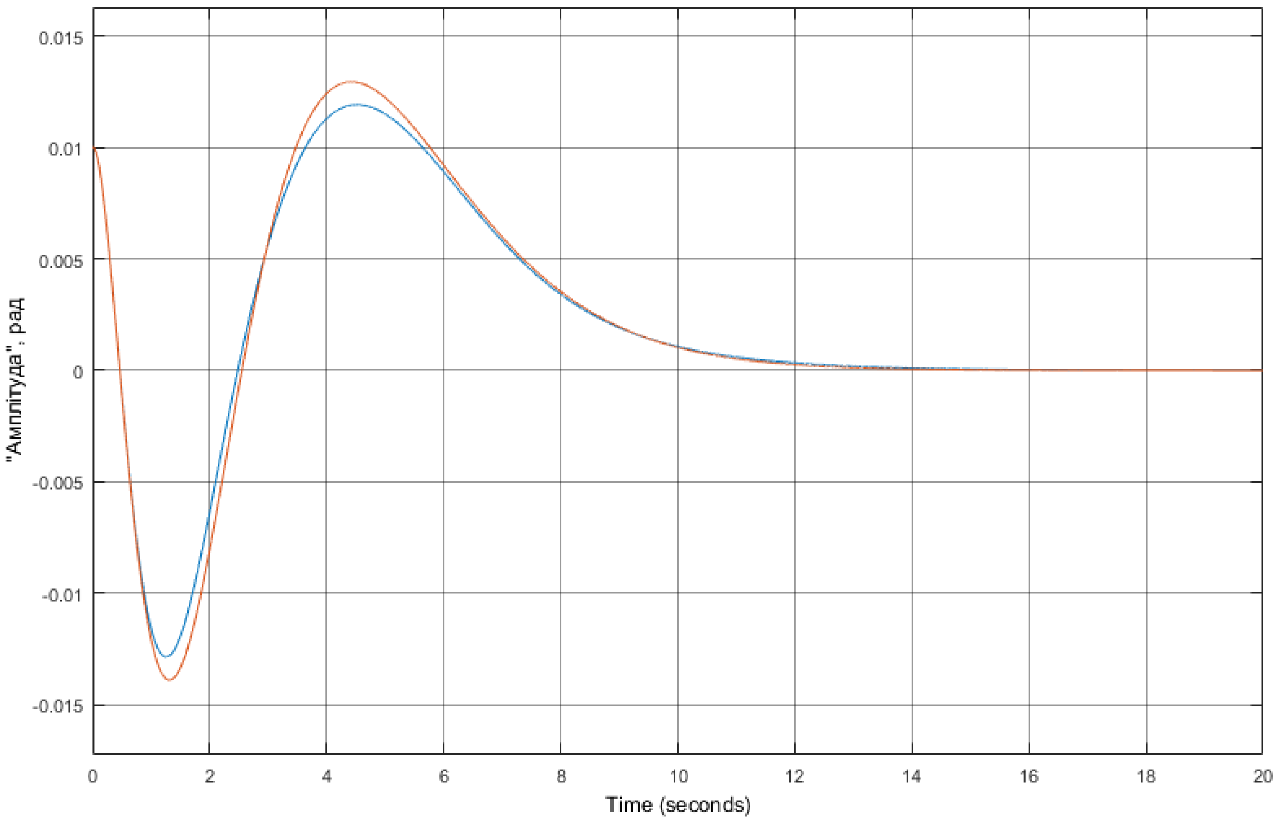

Рис. 34 Графік зміни кута , при довжині панелі L = 5 м

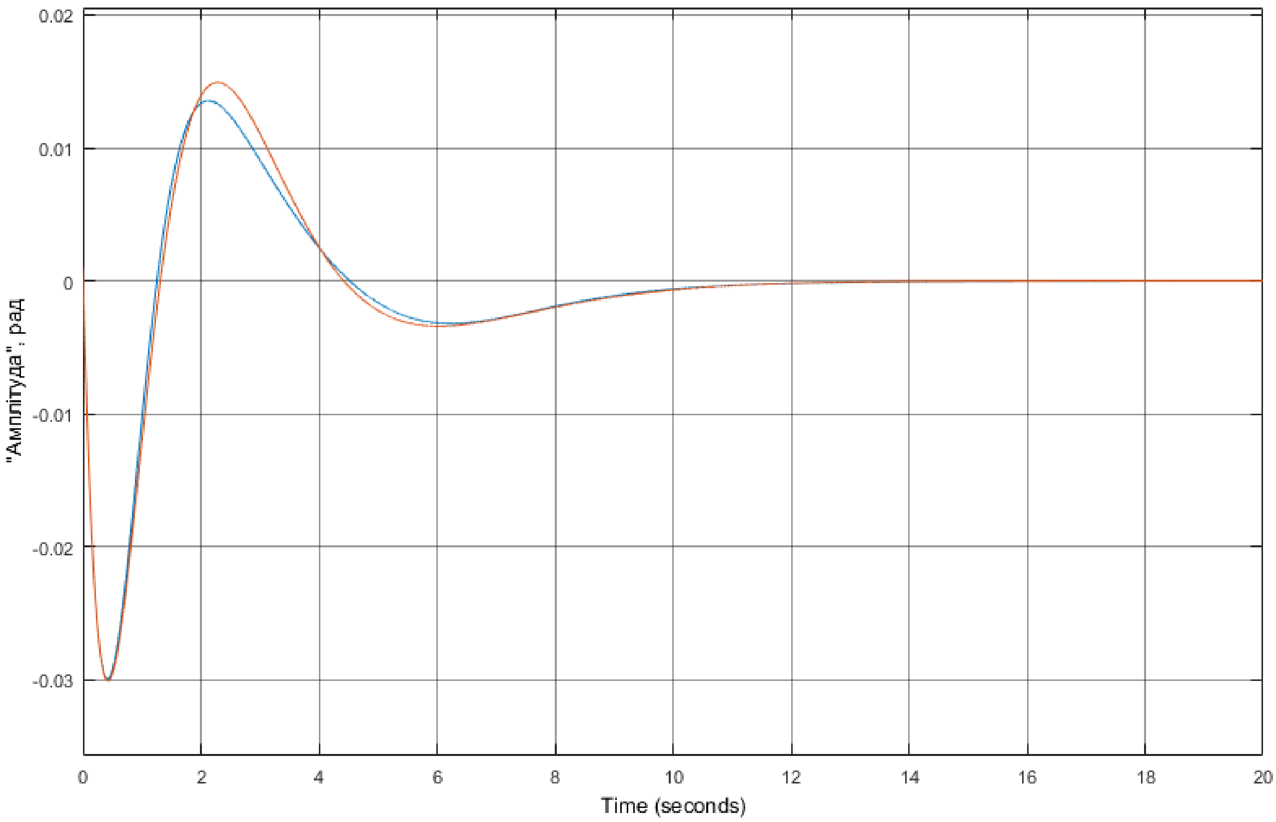

Рис. 35 Графік зміни кутової швидкості , при довжині панелі L = 5 м

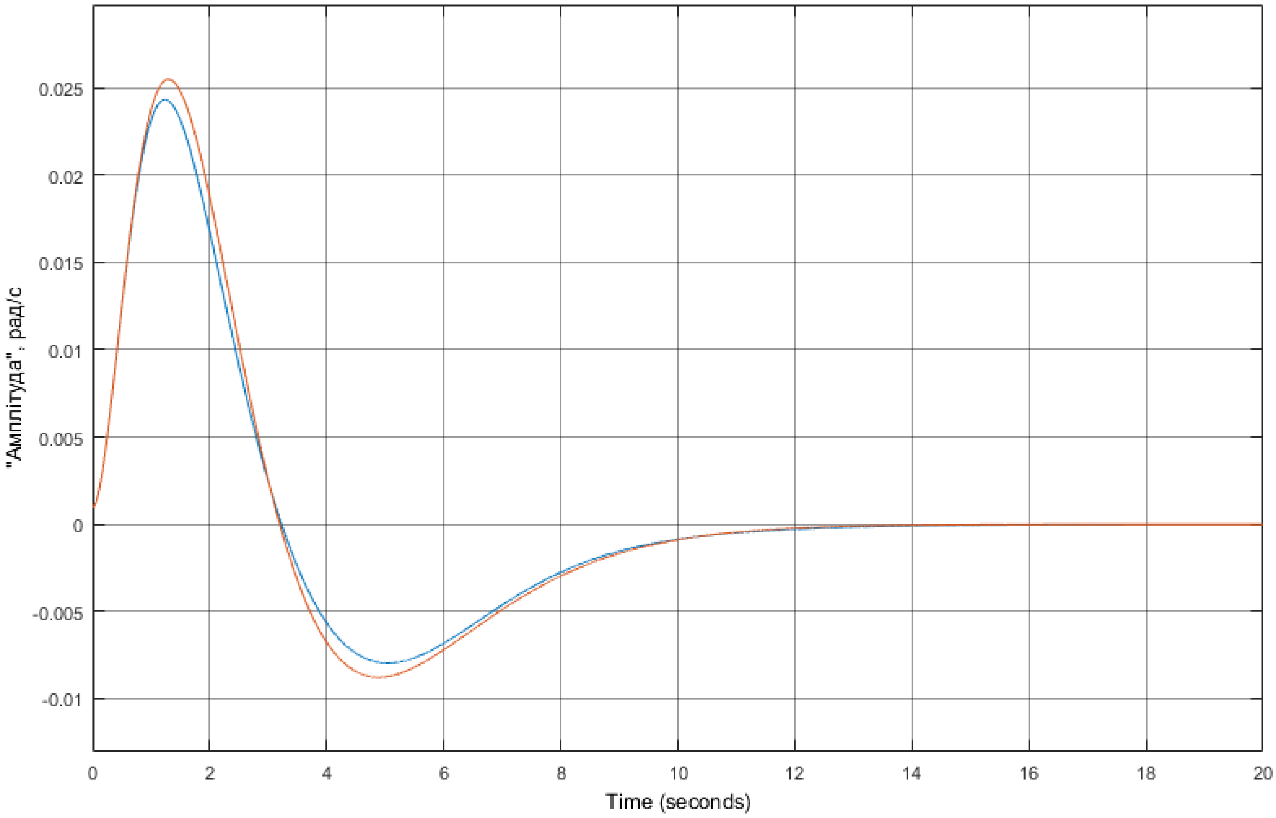

Рис. 36 Графік зміни кута повороту панелі q1, при довжині панелі L = 5 м

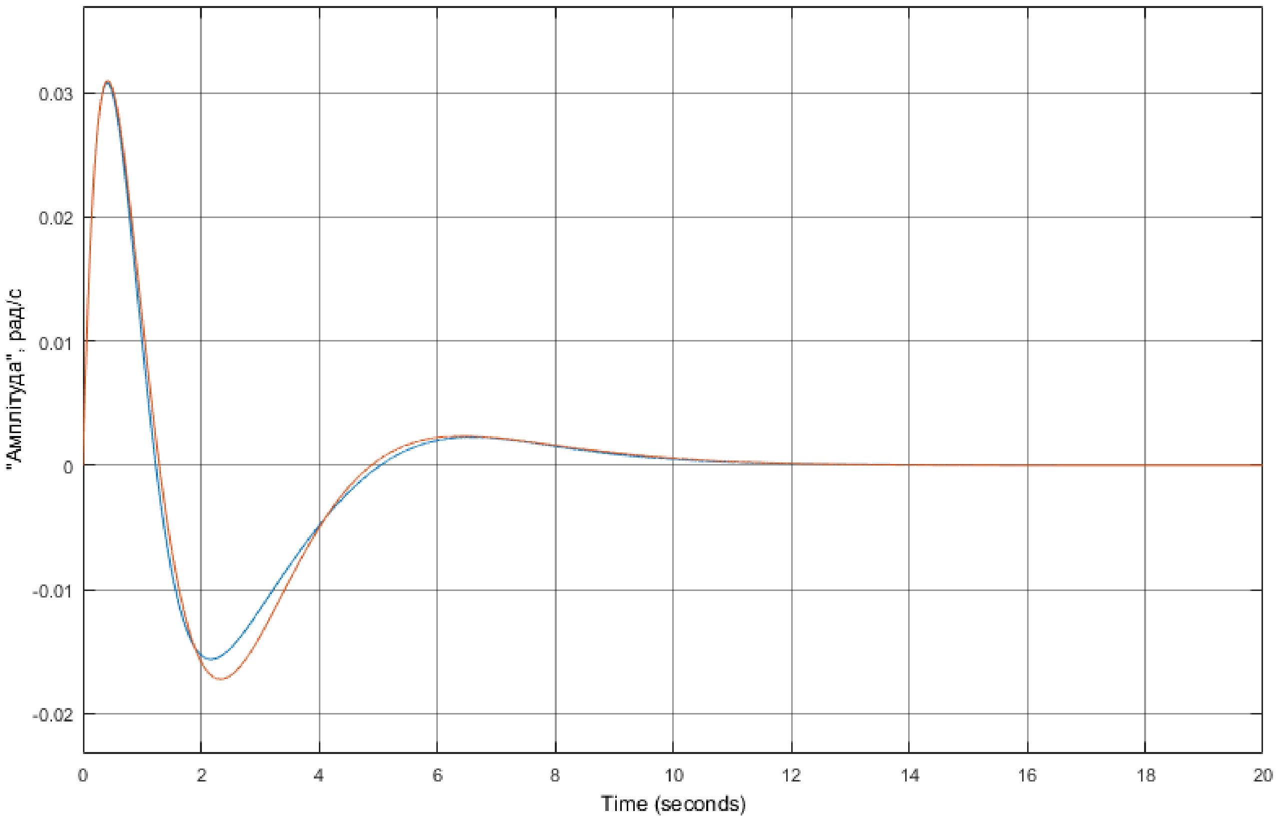

Рис. 37 Графік зміни кутової швидкості повороту панелі , при довжині панелі L = 5 м

На графіках 29-37 можна побачити результати роботи системи керування при лінійній та нелінійній моделях обєкта. При невеликій довжині сонячних панелей вихідні сигнали практично не відрізняється, а при більших довжинах - видно, що з’являється похибка орієнтації в перехідному режимі роботи системи керування. Для зменшення похибки в подальшому можливо реалізація інших алгоритмів керування, наприклад на основі робастних критеріїв якості.

Висновки

1. Розглянуто основні методи керування положенням супутника на орбіті. Проаналізовано склад та структуру типових систем керування: датчики положення, алгоритми керування, виконавчі елементи.
2. Проведено аналіз математичної моделі кутового руху супутника відносно центру мас. Розглянуто основні збурення, що впливають на точність орієнтації.
3. Розроблено одновісну систему керування положенням супутника, яка враховує кінцеву жорсткість його конструкції. Проведено моделювання роботи системи, на основі якого показано, що незважаючи лінеаризацію моделі об'єкту керування для визначенні коефіцієнтів зворотного зв'язку, запропонована система може використовуватись для роботи в з нелінійним об'єктом.

Список використаної літератури

1. Satellite Control System: Part I - Architecture and Main Components Yuri V. Kim [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/342474568_Satellite_Control_System_Part_I_-_Architecture_and_Main_Components
2. DESIGN OF A SINGLE AXIS SIMULATOR FOR SATELLITE CONTROL SYSTEM TESTING AND FOR LOW TORQUE MEASUREMENT [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/268556452_Design_and_Development_of_the_Small_Satellite_Attitude_Control_System_Simulator
3. Attitude Control of a Flexible Satellite by Using Robust Control Design Methods [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://www.scirp.org/pdf/ICA_2013080911060952.pdf
4. Using of H-Infinity Control Method in Attitude Control System of Rigid-Flexible Satellite [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://pdfs.semanticscholar.org/2d41/47200f296565d957bfb61041a007cc646253.pdf?_ga=2.199477933.262108126.1623656881-763806222.1620723374
5. H infinity controller design to a rigid-flexible satellite with two vibration modes [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/641/1/012030/pdf
6. Robust Output Regulation of a Flexible Satellite [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S240589632032485X?via%3Dihub
7. СТАТЬИ ЖУРНАЛА "ВОКРУГ СВЕТА" Как выжить в космосе? [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://www.vokrugsveta.ru/vs/article/6501/

8. СТАТЬИ ЖУРНАЛА "ВОКРУГ СВЕТА" Анатомия спутника [Електронний ресурс]. - Режим доступа: https://www.vokrugsveta.ru/vs/article/6330/