

УДК 517.91

Ю.Ю. Хазанович, студент гр. ПМ-81мн, старший викладач Толочко Т.О.

КПІ ім. Ігоря Сікорського

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ У СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Анотація. В даній роботі розглядаються способи отримання розв'язків диференційних рівнянь в середовищі MatLab, а також шляхом моделювання у Simulink. Освітлені способи отримання інтегральної кривої у символьному, табличному, графічному вигляді. Також в роботі досліджується вплив початкових умов на розв'язки диференційних рівнянь різного вигляду, а також проаналізовано причини саме такого впливу.

Ключові слова: диференційне рівняння, початкові умови, інтегрування

ВСТУП

Для розв'язування диференційних рівнянь у MatLab передбачено досить багато різних способів, які дозволяють отримати розв'язок у табличному, графічному та символьному вигляді. Приведемо конкретний приклад.

Функція $[x, y] = \text{ode45}(' < \text{ім'я функції} > ', x_0, x_{\text{final}}, y_0, \text{tol}, \text{trase})$ інтегрує диференційне рівняння. Вхідні параметри цієї функції:

- ❖ ' $< \text{ім'я функції} > '$ – текстова змінна, яка є ім'ям М-файлу, у якому обчислюється права частина диференційного рівняння;
- ❖ x_0 – початкове значення аргументу;
- ❖ x_{final} – кінцеве значення аргументу;
- ❖ y_0 – початкові умови;
- ❖ tol – точність (по замовчуванню для ode45 $\text{tol}=10^{-6}$);
- ❖ trase – по замовчуванню рівний нулю, що не допускає виведення проміжних результатів.

Вихідні параметри – інтегральна крива у вигляді таблиці, а саме:

- ❖ x – масив-стовпчик значень аргументу;
- ❖ y – масив-стовпчик значень функції $[1, 2, 3, 4]$.

ПРИКЛАД РОЗРАХУНКУ

Згідно вище наведеному, для отримання інтегральної кривої створимо функцію у текстовому файлі fun.m , яка повертатиме значення похідної:

$\text{function dy}=\text{fun}(x,y)$

де $\text{dy}=2*x-y$ – права частина диференційного рівняння.

Створену функцію викликаємо з командного вікна:

$[x,y]=\text{ode45}(@\text{fun},[0,10],0)$

де $[0,10]$ – інтервал зміни аргументу x ;

0 – початкові умови: $y(0)=0$.

Отримуємо вектори-стовпчики x та y з координатами точок інтегральної кривої (дивись рис.1).

Графік інтегральної кривої $y(x)$ можна побудувати за допомогою вбудованої функції $\text{plot}(x,y)$ (дивись рис. 1 та рис.2).

Можна також на інтегральній кривій колами показати значення функції $y(x)$ в точках вектора-стовпчика x командою: « $\text{hold on; plot}(x,2*x + 2*\exp(-x) - 2, 'ro');$ »; hold off » (дивись рис. 1 та рис.2 б).

У MatLab диференційне рівняння також можливо розв'язати і у символьному вигляді за допомогою стандартної процедури dsolve, командою «dsolve('Dy=2*x-y','y(0)=0')».

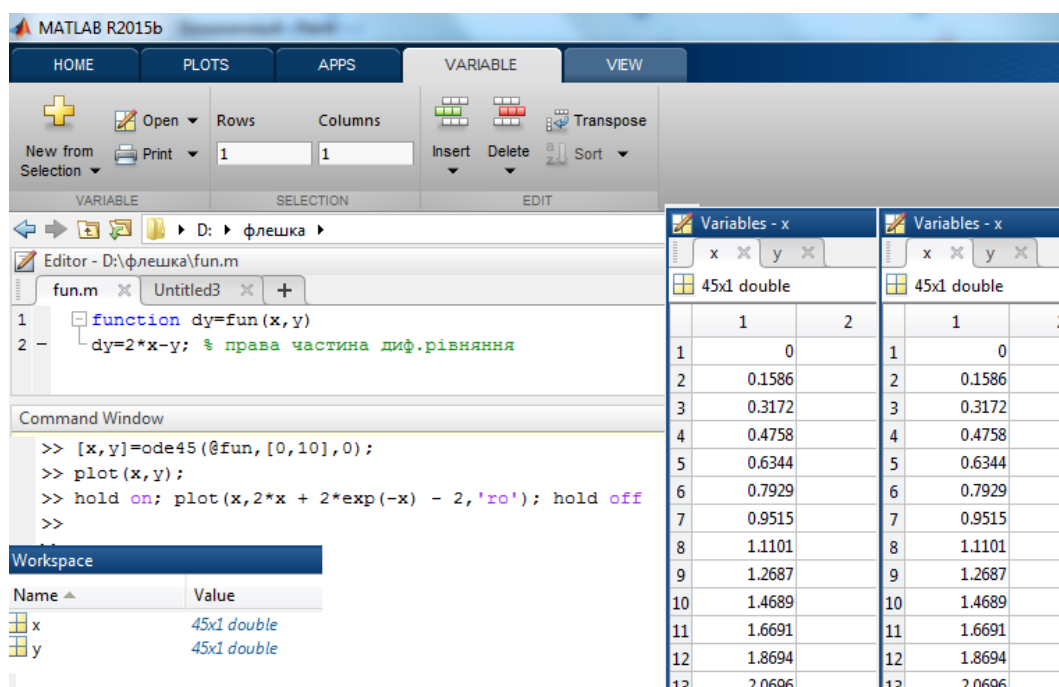


Рисунок 1. Розв'язування диференційного рівняння

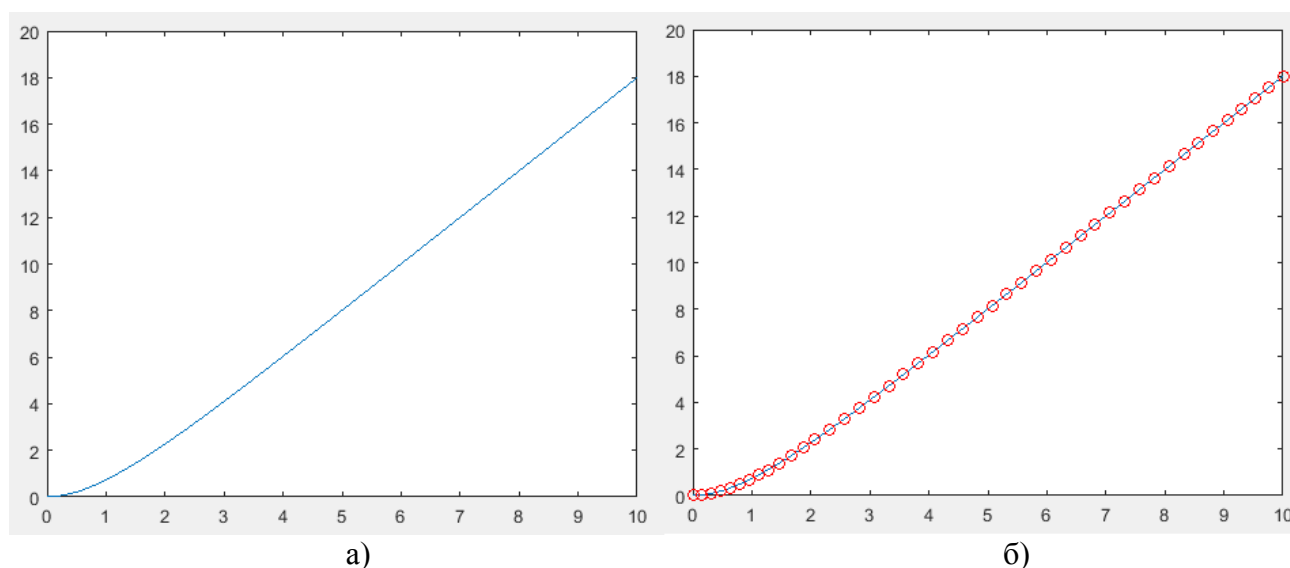


Рисунок 2. Інтегральна крива

З допомогою моделювання у Simulink, використовуючи інтегруючий блок, розв'яжемо диференційне рівняння з різними початковими умовами, а саме:

$$y'(x) = 2 * x \quad (1)$$

- ❖ $y(0) = -20$;
- ❖ $y(0) = 0$;
- ❖ $y(0) = 20$.

Розв'язками є сімейство ідентичних кривих $y(x)$, які зсунуті одна відносно одної по вертикалі (дивись рис. 3). Це пояснюється тим, що при інтегруванні без

врахування початкових умов з'являється невизначеність у вигляді константи, яка може набувати будь-якого значення. І тому розв'язком диференційного рівняння без врахування початкових умов є нескінченна множина подібних між собою кривих. Конкретне значення цієї константи і відповідно розташування інтегральної кривої залежить від заданих початкових умов.

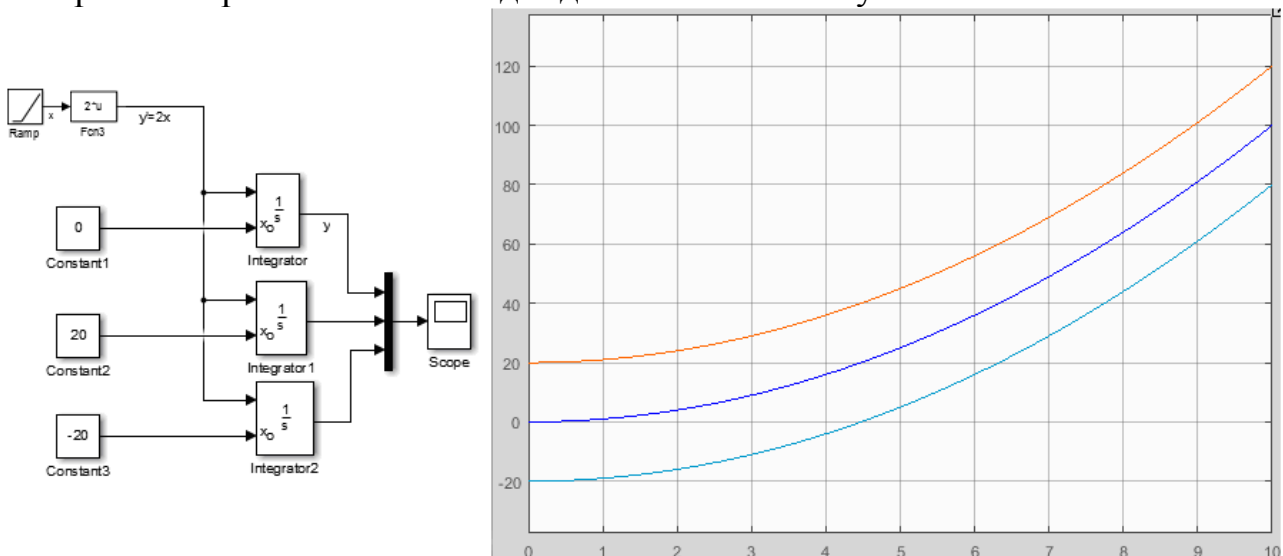


Рисунок 3. Розв'язування диференційного рівняння $y'(x)=2x$ з різними початковими умовами

Змінимо диференційне рівняння щоб результат інтегрування віднімався від самої похідної: $y'(x)=2x-y(x)$. Розв'язавши його з різними початковими умовами, отримаємо графіки $y(x)$, які проходять через точки з координатами початкових умов, але в подальшому, у нескінченності, вони зливаються у одну криву з певною похибкою. Дійсно, адже розв'язок має вигляд:

$$y(x) = 2 * (x - 1) + e^{-x} * C \quad (2)$$

Де C – константа.

Значення C залежить від початкових умов, але при збільшенні x значення e^{-x} стрімко зменшується ($e^{-5}=0,007$), нівелюючи вплив C і відповідно початкових умов на вигляд інтегральної кривої (дивись рис. 4).

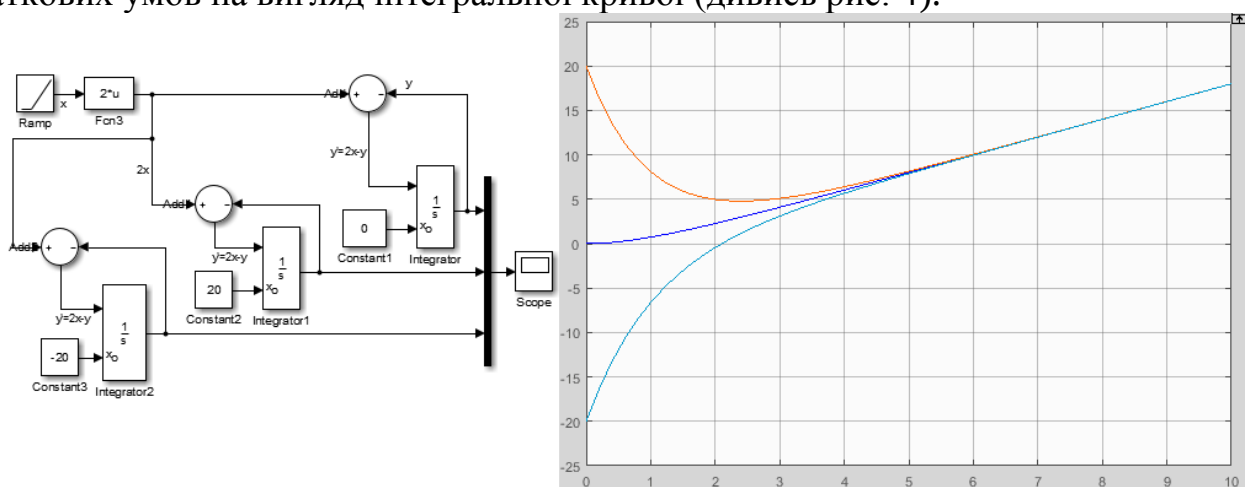


Рисунок 4. Розв'язування диференційного рівняння $y'(x)=2x- y(x)$ з різними початковими умовами

Блок-модель, що дозволяє змінювати диференційне рівняння і прослідкувати вплив початкових умов на розв'язки диференціальних рівнянь виду $y'(x)=f(x)$ та $y'(x)=f(x)-y(x)$ (дивись рис. 5).

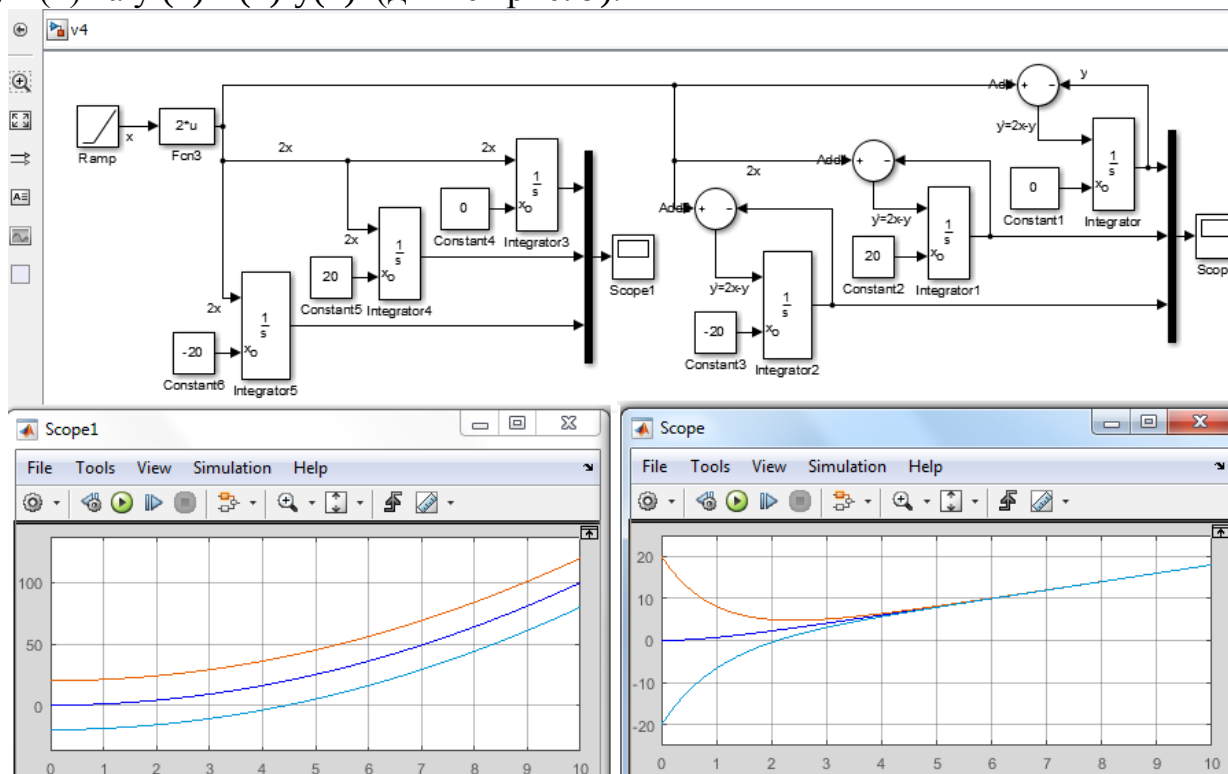


Рисунок 5. Блок-модель розв'язання диференціальних рівнянь виду $y'(x)=f(x)$ та $y'(x)=f(x)-y(x)$

ВИСНОВОК

У середовищі MatLab досить просто отримати розв'язок диференціальних рівнянь у табличному, графічному та символьному вигляді.

Моделювання у MatLab дозволило наглядно розглянути вплив початкових умов на розв'язки диференціальних рівнянь виду $y'(x)=f(x)$ та $y'(x)=f(x)-y(x)$ і впевнитись, що при наявності складової $-y(x)$ початкові умови на інтегральну криву суттєво впливають лише при певних малих значеннях x , а із збільшенням x вплив швидко зникає.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Дьяконов В. П. MATLAB 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя. — М.: Солон, 2002. 768 с.
- [2] Кудрявцев Е. М. GPSS World. Основы имитационного моделирования различных систем. — М.: ДМК Пресс, 2004. 320 с.
- [3] Кетков Ю. Л., Кетков А.Ю., Шульц М. М. MATLAB 7: программирование, численные методы. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 752 с.
- [4] Справочник по MatLab. Exponenta.ru образовательный математический сайт.

— Режим ————— доступа:
<http://old.exponenta.ru/soft/matlab/potemkin/book2/chapter8/ode23.asp> —
 04.03.17г.