

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ ПРАКТИКУМ

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Електронні компоненти і системи»
спеціальності 171 Електроніка

Укладач: К.С. Клен

Електронне мережне навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2023

Рецензент

Найда С.А., д.т.н., проф.
завідувач кафедри акустичних та мультимедійних електронних систем

Відповідальний
редактор

Вербицький Є.В., д.т.н., доц.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 5 від 23.02.2023 р.)
за поданням Вченої ради факультету електроніки
(протокол № 1/2023 від 30.01.2023 р.)*

У навчальному посібнику викладено інформацію щодо виконання найпростіших арифметичних операцій, алгебри логіки, мінімізації та факторизації логічних функцій, аналізу та синтезу скінченних автоматів.

Практикум містить інформацію по 5 практичних роботах. По кожній з робіт наведено послідовно тему, мету, завдання, теоретичні відомості, контрольні запитання та список рекомендованої літератури.

Навчальний посібник призначений для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Електронні компоненти і системи» спеціальності 171 Електроніка.

Реєстр. № НП 22/23-500. Обсяг 1,21 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Практична робота №1. Виконання найпростіших арифметичних операцій додавання, віднімання, множення та ділення	5
Практична робота №2. Алгебра логіки. Вивчення основних законів алгебри логіки та їх доведення з використанням логічних елементів «АБО», «І», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ І».....	8
Практична робота №3. Мінімізація логічних функцій методом Квайна. Факторизація логічних функцій.	20
Практична робота №4-5. Аналіз та синтез скінченних автоматів. Задання закону функціонування автомата. Мінімізація кількості внутрішніх станів автомата. Кодування станів автомата. Визначення функцій збудження елементів пам'яті і функції виходів, а також забезпечення їх мінімізації. Складання функціональної схеми автомата у вибраному елементному базисі.....	29

Вступ

Навчальна дисципліна «Методи моделювання інформаційних систем» належить до циклу вибіркових освітніх компонент з кафедрального Ф-каталогу за освітньою програмою «Електронні компоненти і системи», читається протягом одного семестру (8).

В процесі вивчення курсу студенти знайомляться з теорією представлення та мінімізації цифрових пристроїв, синтезом та аналізом цифрових автоматів за методикою Мілі та Мура синхронного та асинхронного типів із застосуванням сучасної інтегральної елементної бази.

У навчальному посібнику викладено інформацію щодо виконання найпростіших арифметичних операцій, алгебри логіки, мінімізації та факторизації логічних функцій, аналізу та синтезу скінченних автоматів.

Практикум містить інформацію по 5 практичних роботах. По кожній з робіт наведено послідовно тему, мету, завдання, теоретичні відомості, контрольні запитання та список рекомендованої літератури.

Практична робота № 1

Тема: Виконання найпростіших арифметичних операцій додавання, віднімання, множення та ділення.

Мета: Оволодіти логічним базисом, що представляє собою сукупність типів найпростіших арифметичних операцій.

Завдання

1. Скласти два додатніх числа $a = 1001_2$ і $b = 1101_2$.
2. Скласти два десяткових числа $a = +831_{10}$ і $b = -376_{10}$ з використанням додаткового коду.
3. Скласти два числа $a = \overline{0}10110_2$ і $b = \overline{1}01101_2$.
4. Обчислити суму $a = \overline{1}10110_2$ і $b = \overline{0}01101_2$.
5. Обчислити суму $a = +44_{10}$ і $b = -96_{10}$.
6. Виконати додавання двох чисел $a = 39_{10}$ і $b = 13_{10}$ у рамках розрядної сітки, що дорівнює шести розрядам.
7. Виконати додавання двох чисел $a = 52_{10}$ і $b = 13_{10}$ у рамках розрядної сітки, що дорівнює шести розрядам.
8. Виконати додавання двох чисел 999 і -999, рівних за модулем та протилежних за знаком.
9. Скласти два довільно вибрані від'ємні числа.
10. Виконати додавання двох чисел $a = 0,111_2$ і $b = 0,101_2$.
11. Визначити абсолютне значення добутку двох чисел $a = 1101_2$ і $b = 1011_2$.

Теоретичні відомості

Основною операцією, яка використовується в цифрових системах при виконанні різних обчислень, є операція *алгебраїчного додавання* [1, 2]. Вона виконується на основі правил виконання операцій у двійковій системі зображення чисел, які для однорозрядних чисел мають такий вигляд:

$$\begin{array}{r} + \quad 0 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad 1 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad 0 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad 1 \\ \hline 10 \end{array}$$

Перенесення до старшого розряду виконується тоді, коли в одному розряді обох складових є одиниці. Операція знаходження суми в багаторозрядних числах виконується послідовно, починаючи з молодшого розряду. У зв'язку з цим, починаючи з другого розряду, виконується складання трьох цифр – двох розрядних складових і перенесення з молодшого розряду [1, 2].

Операція *віднімання* в цифрових схемах виконується за допомогою операції додавання із зображенням від'ємника у доповнюючому коді. Про доповнюючий код нічого не сказано

Пряма операція віднімання з використанням операцій зайому зі старших розрядів застосовується лише при порівнянні двох кодів, адже відсутність чи наявність зайому зі старшого розряду дає можливість визначити, яке з порівнюваних чисел більше.

Для довільних чисел виконання операції множення зводиться до послідовного виконання операцій додавання та зсуву.

Контрольні запитання

1. Назвіть основні логічні функції.
2. Поясніть послідовність виконання арифметичних операцій додавання і віднімання в двійковій системі числення при різних знаках зменшуваного і від'ємника.
3. Поясніть особливість виконання арифметичних операцій у двійково-десятковому коді.
4. Поясніть послідовність виконання операції множення у двійковому коді.

5. Операція віднімання у двійковому коді виконується з використанням доповнюючого коду. Проаналізуйте і дайте пояснення, чи справедлива подібна послідовність виконання арифметичної операції, якщо числа задаються у двійково-десятковому коді; у коді «з надлишком 3».

Перелік посилань

1. J. Eldon Whitesitt Boolean Algebra and Its Applications. Courier Corporation, 1995. 182 pp.

2. Браммер Ю.А. Цифрові пристрої: Навч. посібник для вузів. - К.: Вищ. шк., 2004. -229 с.

Практична робота № 2

Тема: Алгебра логіки. Вивчення основних законів алгебри логіки та їх доведення з використанням логічних елементів «АБО», «І», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ І».

Мета: Вивчення основних законів алгебри логіки та їх доведення з використанням логічних елементів «АБО», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО», «І» та «ВИКЛЮЧАЮЧЕ І»

Завдання

1. Скласти таблиці істинності для двовходових елементів «АБО», «І», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО».
2. Привести карти Карно для вказаних у завданні № 1 логічних функцій.
3. Побудувати часові імпульсні діаграми, що ілюструють роботу двовходових логічних елементів «АБО», «ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО», «І» та «ВИКЛЮЧАЮЧЕ І».
4. Представити за допомогою карт Карно наступні функції трьох змінних:
 $y_1 = x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$, $y_2 = x_2 x_3$, $y_3 = \bar{x}_3$.
5. Представити за допомогою карт Карно наступні функції чотирьох змінних: $y_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 x_3 \bar{x}_4$, $y_2 = x_1 x_3 x_4$, $y_3 = \bar{x}_2 x_4$, $y_4 = \bar{x}_2$.
6. Мінімізувати логічні функції, представлені картами Карно (рис. 1 а, б, в), та реалізувати їх у базисі І, АБО, НІ.

x_1, x_2 x_3, x_4		x_1, x_2			
		00	01	11	10
00	1	0	0	1	
01	0	1	1	0	
11	0	1	1	0	
10	1	0	0	1	

а

x_1, x_2 x_3, x_4		x_1, x_2			
		00	01	11	10
00	0	1	1	0	
01	1	0	0	1	
11	1	0	0	1	
10	0	1	1	0	

б

Рис. 1

x_1, x_2 x_3, x_4		x_1, x_2			
		00	01	11	10
00	1	0	0	1	
01	0	1	1	0	
11	1	0	0	1	
10	1	0	0	1	

B

7. Таблицями істинності (табл.1) задані три логічні функції трьох змінних. Представити їх в аналітичній формі та мінімізувати. Реалізувати мінімізовані функції у базисі І, АБО, НІ.

Таблиця 1

X_3	X_2	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1

8. Побудувати таблиці істинності для наступних функцій трьох змінних:

- 1) сума за модулем два;
- 2) нерівність всіх аргументів один одному;
- 3) *ВИКЛЮЧАЮЧЕ АБО* – альтернатива, тобто один і тільки один;
- 4) диз'юнкція.

9. Мінімізувати логічну функцію: $y = x_1x_2x_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3$.

10. Довести тотожності:

- 1) $(x_1 + x_3) \cdot x_2 = x_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1x_2x_3 + x_1x_2x_3$;
- 2) $x_1x_3 + x_2\bar{x}_3 + x_1x_2 = x_1x_3 + x_2\bar{x}_3$;
- 3) $x_2x_3 + x_1x_4 = (x_1 + x_2) \cdot (x_2 + x_4) \cdot (x_1 + x_3) \cdot (x_3 + x_4)$;
- 4) $x_1x_2 + x_1x_2x_3 + x_1\bar{x}_2 = x_1$;
- 5) $\bar{x}_1x_2 + x_1\bar{x}_2 = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_1 + x_2)$.

11. Знайти заперечення для кожного із наступних виразів. Результати не спрощувати.

- 1) $y_1 = x_1 + \bar{x}_2x_3$;
- 2) $y_2 = x_1 \cdot (x_2 + x_3) + x_2\bar{x}_4 \cdot (\bar{x}_1 + x_3)$;
- 3) $y_3 = [x_1\bar{x}_2 + x_3 \cdot (\bar{x}_1 + x_4x_5)] \cdot [\bar{x}_2 + x_1x_3 \cdot (\bar{x}_4 + \bar{x}_2\bar{x}_3)]$;
- 4) $y_4 = \overline{x_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 + (x_1 + x_2 + x_3) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_3)}$;
- 5) $y_5 = \overline{(x_1 + x_2\bar{x}_3) \cdot (\bar{x}_2x_3 + \bar{x}_1) + (x_1x_2\bar{x}_3 + \bar{x}_2)}$.

12. Скласти таблицю істинності для наступних функцій:

- 1) $y_1 = x_1 + x_2\bar{x}_3$;
- 2) $y_2 = x_2x_4 + \bar{x}_1x_3 + \bar{x}_2\bar{x}_4$;

$$3) y_3 = x_1 x_3 + x_2 x_3 + x_1 x_2$$

$$4) y_4 = x_2 \bar{x}_4 + x_1 \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_4.$$

13. Використовуючи теорему де-Моргана, перетворити наступні функції:

$$1) y_1 = \overline{x_1 + x_2 + x_1 x_2 x_3 + \bar{x}_1 x_3};$$

$$2) y_2 = \overline{(x_1 x_2 + \bar{x}_2 x_3) + (x_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2)};$$

$$3) y_3 = \overline{(x_1 x_2 + \bar{x}_2 x_3) \cdot (x_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_3)};$$

$$4) y_4 = \overline{\overline{(x_1 + x_2)} + \overline{(x_1 + x_2) \cdot (\bar{x}_3 + \bar{x}_2)} + \overline{(x_3 + \bar{x}_2)}};$$

$$5) y_5 = \overline{\overline{(x_1 + \bar{x}_2 x_3 + \bar{x}_1 \bar{x}_2)} + \overline{(x_1 + x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_1)}};$$

$$6) y_6 = \overline{x_1 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + \bar{x}_2 x_3}.$$

14. Мінімізувати логічну функцію за допомогою карти Карно:

$$y = x_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_4 + \bar{x}_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_3 + x_1 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 x_4 + \bar{x}_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4.$$

15. Мінімізувати за допомогою карт Карно наступні функції:

$$1) y_1 = f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum 0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 13;$$

$$2) y_2 = f(x_1, x_2, x_3) = \sum 0, 1, 2, 3, 7;$$

$$3) y_3 = f(x_1, x_2, x_3) = \sum 3, 5, 6, 7.$$

16. Представити у мінімальній диз'юнктивній формі наступні функції:

$$1) y_1 = x_1(x_1 \oplus x_2 \oplus x_3);$$

$$2) y_2 = x_1(x_1 \otimes x_2 \otimes x_3);$$

$$3) y_3 = x_1 + (x_1 \oplus x_2 \oplus x_3);$$

$$4) y_4 = x_1 + (x_1 \otimes x_2 \otimes x_3).$$

17. Довести тотожності:

$$1) \overline{x_1 \oplus x_2 \oplus x_3} = x_1 \oplus x_2 \otimes x_3;$$

$$2) x_1 \otimes x_2 \otimes x_3 = x_1 \otimes x_2 \oplus x_3;$$

$$3) (x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2) \cdot (x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_3) = x_1 + x_2 x_3.$$

18. Мінімізувати функції та реалізувати їх у базисі І-НІ:

$$1) y_1 = f(x_1, x_2, x_3) = \sum 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6;$$

2) $y_2 = f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum 1, 3, 4, 5, 7, 9, 11.$

19. Використовуючи елементи І-НІ, реалізовувати наступні функції, не застосовуючи прийоми мінімізації:

1) $y_1 = x_1 \bar{x}_2 + (\bar{x}_2 + \bar{x}_3) \cdot x_1;$

2) $y_2 = (x_1 x_2 + x_3) \cdot (x_3 + \bar{x}_4) + x_1 (\bar{x}_2 + x_3) \cdot (x_4 + \bar{x}_5).$

20. Реалізувати наступну функцію на елементах І-НІ, що мають не більше трьох входів:

$$y = x_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_4 + x_2 \bar{x}_3 \bar{x}_4 + x_1 x_2 \bar{x}_4.$$

21. Використовуючи елементи АБО-НІ, реалізовувати наступні булеві функції:

1) $y_1 = x_1 (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (x_2 + \bar{x}_3 x_4);$

2) $y_2 = x_1 \cdot (x_2 + x_3 + x_4 x_5) \cdot (\bar{x}_2 + x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_5);$

3) $y_3 = (x_1 \bar{x}_3 + x_2 x_3) \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_3).$

22. Реалізувати на елементах АБО-НІ, що мають не більше трьох входів, функцію $y = \bar{x}_1 x_2 + x_2 \bar{x}_3 x_4 + x_1 \bar{x}_2 \bar{x}_4.$

23. Реалізувати логічну схему пристрою з непарною кількістю входів m , який дозволяє вирішити задачу голосування пристрою більшістю. Розв'язати задачу для $m=3$ та $m=5$.

24. При розробці електронного календаря виникає необхідність кодування днів тижня. Пропонується довільно закодувати ді тижня та розробити логічну схему пристрою кодування.

25. Для логічної функції, що задана картою Карно (рис. 2), значення функції у клітинках зі значком «*» є недовизначеними. Довизначити функцію з метою отримання мінімальної диз'юнктивної форми.

$x_3, x_4 \backslash x_1, x_2$	00	01	11	10
00	1	1	0	*
01	*	*	0	*
11	1	1	*	1
10	1	1	*	1

Рис. 2

26. Недовизначену функцію, що задана картою Карно (рис. 2), записати в мінімальній кон'юнктивній формі.

27. Визначити величину часової затримки трьох послівно включених мікросхем К155ЛА3 та порівняти з результатами затримок аналогічних мікросхем серій К555, 1533, К561.

28. На логічних мікросхемах серії К155 побудувати декілька варіантів схем, що реалізують логічну функцію $y = \overline{x_1 + x_3} + \overline{x_2 + x_3} + \overline{x_4}$.

29. Використовуючи мікросхеми з відкритим колектором, розробити схеми «монтажне АБО», «монтажне І».

30. На рис. 3 приведені логічні схеми монтажно́ї логіки. Пояснити, які логічні операції вони реалізують.

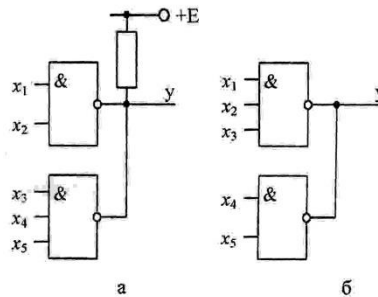


Рис. 3

31. Забезпечити розгалудження сигналу на число елементів, що перевищує коефіцієнт розгалудження по виходу елементу, що служить джерелом сигналу. Дати розв'язки як для невеликої кратності перевищення, так і перевищення в десятки разів.

32. На елементах серії К155 побудувати схеми елементів, які реалізують операції 16 – І та 16 – АБО.

33. Побудувати схему пристрою додавання за модулем 2 на вісім входів, використовуючи двовходові суматори за модулем 2.

34. Побудувати схему вузла мажорювання 2 з 3, що відновлює інформацію при відмові одного з трьох каналів. Побудувати вузол, що дозволяє виявити канал, який відмовив.

Теоретичні відомості

Математичний апарат, що оперує з аргументами та функціями, які набувають тільки двох значень – “0” та “1” – називається *двійковою (булевою) алгеброю* або *алгеброю логіки* [1, 2].

Якщо змінна x_i набуває значення $x_i = 1$, то таке її значення називають *істинним*. Протилежне $x_i = 0$ називають *хибним* і умовно позначають $\overline{x_i}$, що означає заперечення істинного значення аргументу. Два елементи булевої алгебри – подія істинна і подія хибна – називають її *константами*.

Булева функція позначається літерою y і є двійковою функцією двійкових аргументів. Умовне її позначення

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Функція повністю визначена, якщо задані її значення в усіх точках області визначеності. Якщо ж значення функції не задано в одній або кількох точках, то вона є неповністю визначеною.

Усі можливі логічні функції n змінних можна створити за допомогою трьох основних операцій [3]:

а) логічне заперечення (інверсія, операція **НІ**); позначається рискою над відповідною функцією або аргументом;

б) логічне додавання (диз’юнкція, операція **АБО**), яке позначається символами (V), (+);

в) логічне множення (кон’юнкція, операція **І**), яке позначається символами ($\wedge$), ($\cdot$), (&). Для позначення еквівалентності логічних виразів використовується знак (=).

Закони і тотожності алгебри логіки. Основні аксіоми та закони булевої алгебри (*переміщувальний (властивість комутативності); сполучний (властивість асоціативності); розподільний (властивість дистрибутивності); інверсії (теорема де Моргана)*) наведені у табл. 1.

Таблиця 1

Назва аксіоми чи закону	Вирази
Аксіоми (тотожності)	$0 \cdot x = 0$ $1 + x = 1$ $0 + x = x$ $x \cdot x = x$ $x + x = x$ $x \cdot \bar{x} = 0$ $x + \bar{x} = 1$ $\bar{\bar{x}} = x$
Закони комутативності	$x_1 + x_2 = x_2 + x_1$ $x_1 \cdot x_2 = x_2 \cdot x_1$
Закони асоціативності	$x_1 + x_2 + x_3 = x_1 + (x_2 + x_3) = (x_1 + x_2) + x_3 =$ $= (x_1 + x_3) + x_2$ $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = x_1 \cdot (x_2 \cdot x_3) =$ $= x_2 \cdot (x_1 \cdot x_3) = x_3 \cdot (x_1 \cdot x_2)$
Закони дистрибутивності	$x_1 \cdot (x_2 + x_3) = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3$ $x_1 + x_2 \cdot x_3 = (x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_3)$
Закони інверсії (теорема де Моргана, принцип подвійності)	$x_1 \cdot x_2 = \overline{x_1 + x_2}$ $\overline{x_1 + x_2} = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$
Закони поглинання	$x_1 + x_1 \cdot x_2 = x_1$ $x_1 \cdot (x_1 + x_2) = x_1$

Способи задання логічних функцій [3]. Аналітично логічна функція може бути записана різними комбінаціями кон'юнкцій та диз'юнкцій логічних змінних. Зазвичай логічні функції записуються або у вигляді суми добутків логічних змінних (диз'юнкція кон'юнкцій) або у вигляді логічного добутку їх сум (кон'юнкція диз'юнкцій). Наведення функції у вигляді диз'юнкції кон'юнкцій називають *диз'юнктивною нормальною формою (ДНФ)*, а запис у вигляді кон'юнкції диз'юнкцій – відповідно, *кон'юнктивною нормальною формою (КНФ)*. Інверсія у відповідності з теоремою де Моргана будь-якої функції, приведений в одній формі, призводить до заміни запису на іншу форму. Існує лише один вид ДНФ та КНФ, в яких функція може бути записана єдиним

чином. Такі форми називаються *досконалими диз'юнктивними (кон'юнктивними) нормальними формами (ДДНФ, ДКНФ)*. Вони характеризуються тим, що в **ДДНФ** кожна кон'юнкція, а в **ДКНФ** кожна диз'юнкція містять усі логічні змінні даної функції, з інверсіями або без них. Оскільки кожна кон'юнкція функції, що наведена у **ДДНФ**, визначає її істинне значення, відповідаюче “1”, то такі кон'юнкції називаються *конституєнтами одиниці (мінтермами)*. Аналогічно, диз'юнкції функції, що наведені у **ДКНФ**, називаються *конституєнтами нуля (макстермами)*.

Досконала диз'юнктивна нормальна форма запису дозволяє легко перейти до інших форм запису – *табличної та карт Карно*.

Таблиця 2.

x_1	x_0	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
0	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	0
1	1	x	1	0	1	1

У табл. 2 наведені функції $y_1 \dots y_5$ двох змінних x_0 та x_1 . Табличний спосіб полягає у тому, що функція задається у вигляді таблиці відповідності (таблиці істинності станів). У таблицю вписують усі можливі комбінації аргументів у порядку зростання їх індексів і при кожній комбінації встановлюється

значення функції. Кількість всіх можливих сполук аргументів, а, отже, і кількість значень функції дорівнює 2^n , де n – кількість логічних змінних. З табличної форми запису легко перейти до аналітичної, використовуючи досконалих диз'юнктивну форму запису логічних функцій. Для цього функція записується як диз'юнкція конституєнт одиниці.

У табл. 3 наведені всі елементарні функції двох змінних.

Карта Карно – це компактна форма представлення таблиці істинності логічної функції із застосуванням для позначення (кодування) комбінацій змінних циклічного коду Грея. Особливість карти Карно полягає в тому, що по горизонталі та по вертикалі задаються координати клітинок, якими виступають аргументи логічної функції. Тому кожна клітина має свою координату – 00, 01, 10, 11 – яка може бути представлена відповідною двійковою або десятковою цифрою. Значення функції записуються в відповідних клітинах нулями та одиницями.

Таблиця 3

N	x_0	0	1	0	1	Назва функції	Позначення
	x_1	0	0	1	1		
0		0	0	0	0	Константа нуль	0
1		0	0	0	1	Кон'юнкція, I	$x_1 \cdot x_0$
2		0	0	1	0	Заборона по x_0	$x_1 \cdot \overline{x_0}$
3		0	0	1	1	Змінна x_1	x_1
4		0	1	0	0	Заборона по x_1	$\overline{x_1} \cdot x_0$
5		0	1	0	1	Змінна x_0	x_0
6		0	1	1	0	Викл. АБО, сума за mod 2	$x_1 \oplus x_0$
7		0	1	1	1	Диз'юнкція, АБО	$x_1 + x_0$
8		1	0	0	0	АБО-НІ, функція Пірса	$\overline{x_1 + x_0}$
9		1	0	0	1	Рівнозначність, еквівалентність	$x_1 \equiv x_0$
10		1	0	1	0	Заперечення x_0	$\overline{x_0}$
11		1	0	1	1	Імплікація по x_0	$x_1 + \overline{x_0} \cdot x_0 \rightarrow x_1$
12		1	1	0	0	Заперечення x_1	$\overline{x_1}$
13		1	1	0	1	Імплікація по x_1	$x_1 \rightarrow \overline{x_0} \cdot x_1 + x_0$
14		1	1	1	0	Функція Шеффера I-НІ	$\overline{x_1 \cdot x_0}$
15		1	1	1	1	Константа 1	1

При використанні карт Карно для функцій з більшою кількістю логічних змінних кількість клітин у карті зростає відповідно до формули

$$N = 2^n.$$

Якщо задана функція неповністю визначена, то, подібно до таблиці, у відповідних клітинах записується знак невизначеності, що дає можливість повністю відобразити всі властивості функції.

Графічна інтерпретація ґрунтується на використанні умовних позначень логічних елементів, які є стандартними.

На рис. 4 приведені умовні позначення, характерні для стандартів, прийнятих у країнах СНД.

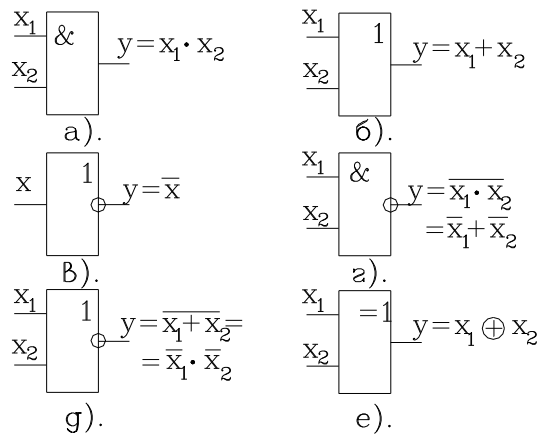


Рис. 4

Мінімізація логічних функцій. Метою мінімізації є зменшення вартості технічної реалізації логічних функцій незалежно від використовуваних апаратних засобів. Складність логічних функцій визначається кількістю логічних змінних, що входять до їх складу в прямому і інверсному виді, та кількістю простих логічних операцій над ними. Будь-яка логічна функція може бути записана різними аналітичними виразами різного рівня складності. Серед них можна знайти такі, які містять мінімальну кількість логічних змінних і операцій над ними. Задача знаходження таких аналітичних виразів називається *мінімізацією логічних функцій*. Звідси витікає, що *мінімізація логічної функції* – це заміна логічної функції, що представлена у вигляді логічної суми мінтермів або логічного добутку макстермів, іншою логічною функцією з мінімальною кількістю логічних змінних та операцій над ними.

Аналітичний спосіб мінімізації. Для зменшення складності логічних функцій здебільшого використовуються операції склеювання:

$$x_1 x_2 + x_1 \overline{x_2} = x_1 (x_2 + \overline{x_2}) = x_1 ;$$

$$(x_1 + x_2) (x_1 + \overline{x_2}) = x_1$$

та поглинання:

$$x_1 + x_1 x_2 = x_1 (1 + x_2) = x_1 ;$$

$$x_1 (x_1 + x_2) = x_1 .$$

Як приклад, розглянемо процедуру спрощення наступної функції:

$$\begin{aligned}
y &= x_1 x_2 x_3 + \overline{x_1} x_2 x_3 + \overline{x_1} x_3 \overline{x_2} + \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} = \\
&= x_1 x_2 x_3 + (\overline{x_1} x_2 + \overline{x_1} \overline{x_2})(x_3 + \overline{x_3}) = x_1 x_2 x_3 + \overline{x_1} x_2 + \overline{x_1} \overline{x_2} = \\
&= x_1 x_2 x_3 + \overline{x_1}(x_2 + \overline{x_2}) = x_1 x_2 x_3 + \overline{x_1}.
\end{aligned}$$

Одержана ДНФ має мінімальну складність.

Мінімізація за допомогою карт Карно (діаграм Вейча). Метод, оснований на використанні карт Карно, характеризується своєю простотою і наочністю. Основні властивості карт Карно:

- клітини карти, координати яких відрізняються лише параметрами однієї змінної, називаються *сусідніми*;
- сусідні клітини, значення функцій в яких або тільки істинні, або тільки хибні, можуть об'єднуватися в групи по 2^m клітин, де m – ціле число ($m = 0, 1, 2, 3, \dots$);
- при переході до аналітичної форми запису логічної функції з карти Карно вона може записуватись незмінними координатами об'єднаних груп клітин;
- у випадку неповністю визначеної функції невизначені клітини можуть бути довизначеними, виходячи з умови одержання більшої кількості об'єднаних клітин;
- одна клітина може об'єднуватись у декілька груп.

Використання карт Карно для мінімізації логічних функцій базується на наглядному використанні операції склеювання. Дійсно, дві сусідні клітки відрізняються лише однією змінною. Тому, об'єднуючи їх, ми записуємо лише незмінні координати, тобто виносимо їх за дужки. У дужках залишаються змінні координати, які об'єднуються в одну операцією склеювання. Для отримання мінімального значення функції, представленого картою Карно, окрім правил, викладених вище, необхідно користуватись загальним правилом: одиниці або нулі повинні об'єднуватись мінімальним числом найбільших контурів.

За допомогою карт Карно легко вирішуються задачі мінімізації функцій з кількістю змінних до шести включно. При більшій кількості змінних пошук мінімальних форм запису функцій значно ускладнюється і наочність карт Карно втрачається.

Контрольні запитання

1. Дайте визначення терміну “алгебра логіки” (“булева алгебра”).
2. У чому полягає суть принципу подвійності?
3. Дайте пояснення диз’юнктивній і кон’юнктивній формам запису логічних функцій, а також досконалим формам запису.
4. Перелічіть відомі Вам способи запису логічних функцій. Дайте пояснення взаємозв’язку між ними.
5. Яка функція називається *неповністю визначеною*? Як забезпечити перехід для неповністю визначеної функції від табличного способу запису до аналітичного?
6. Дайте пояснення суті теореми де Моргана. Приведіть приклади її використання.
7. Поясніть властивості карти Карно.
8. Які логічні операції використовуються для аналітичного способу мінімізації логічних функцій?
9. На яких властивостях карт Карно реалізується задача мінімізації логічних функцій?
10. На якій концепції базується мінімізація з використанням кубічних комплексів?
11. Поясніть особливість мінімізації неповністю визначених функцій.
12. У чому полягає особливість сумісної мінімізації декількох логічних функцій?

Перелік посилань

1. J. Eldon Whitesitt Boolean Algebra and Its Applications. Courier Corporation, 1995. 182 pp.
2. James A. Anderson. Discrete Mathematics with Combinatorics. – Oxford University Press, 2020.
3. Рябенський В.М., Жуйков В.Я., Гулий В.Д. Цифрова схемотехніка: Навч. посібник. – Львів: Новий світ – 2000, 2009, – 736 с.

Практична робота № 3

Тема: Мінімізація логічних функцій методом Квайна. Факторизація логічних функцій

Мета роботи: Вивчення методів сумісної мінімізації систем логічних функцій; аналізу і синтезу комбінаційних логічних схем з багатьма виходами. Закріпити знання та навички факторизації логічних виразів.

Завдання

1. Спростити методом Квайна логічну функцію задану таблицею.

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x ₁	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
x ₂	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
x ₃	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
x ₄	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
y	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1

2. Факторизувати логічну функцію $y = \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 + \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_4 x_5 + x_1 \bar{x}_2 x_4$.

Коефіцієнт навантажуваності $k_H = 3$, коефіцієнт розгалуження $k_P = 4$.

Теоретичні відомості

Сумісна мінімізація систем логічних функцій потрібна при проектуванні комбінаційних схем з багатьма виходами. Саме такі схеми описуються системою логічних функцій, число яких дорівнює числу виходів схеми.

Задача сумісної мінімізації системи m логічних функцій від n змінних полягає у виявленні та раціональному використанні *спільних логічних виразів*. Якщо виконувати незалежну мінімізацію окремо кожної функції системи, то хоч кожна з цих функцій буде мінімальною, але в цілому система найчастіше виявляється *немінімальною*.

Відомо кілька способів сумісної мінімізації [1, 2]. Ці способи ділять на дві групи. До першої групи відносять методи, що використовують нормальні (дворівневі) канонічні форми функцій. До другої групи відносять методи, що використовують багаторівневі представлення функцій.

Найпоширеніший метод сумісної мінімізації *першої групи* ґрунтується на знаходженні простих імплікант, якими покривається кожна функція заданої системи. Цей метод нагадує *метод Квайна* і може бути описаний наступним алгоритмом:

1. Записати кожен функцію заданої системи в досконалій диз'юнктивній нормальній формі (ДДНФ) і сформувати повну множину A мінтермів, які відповідають одиничним значенням всіх функцій системи. Кожному мінтерму множини A приписати ознаку входження в ДДНФ тої чи іншої функції системи.

2. Здійснити мінімізацію допоміжної функції Z , ДДНФ якої містить *всі* мінтерми множини A . В процесі мінімізації, виконуючи склеювання мінтермів або імплікант, результату склеювання присвоїти ознаку, що складається з номерів функцій, *спільних* для мінтермів або імплікант, що склеюються. Якщо ознаки мінтермів або імплікант не містять однакових номерів, склеювання *не здійснюється*. Поглинання здійснюється тільки для кон'юнкцій з однаковими ознаками. Отримані внаслідок склеювання і поглинання кон'юнкції називають *простими імплікантами системи функцій*.

3. Для допоміжної функції Z побудувати імплікантну таблицю, подібну до *матриці Квайна*, але для кожного мінтерма виділити стільки стовпців, скільки різних номерів функцій містить ознака цього мінтерма. Покриття мінтермів імплікантами здійснюється за методом Квайна.

Розглянемо реалізацію описаного алгоритму на прикладі.

Приклад 1. Виконати сумісну мінімізацію системи логічних функцій, заданої таблицею істинності (табл. 4). Побудувати комбінаційну схему для реалізації заданої системи функцій, використовуючи елементи І, АБО, НЕ.

№ набору	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2	y_3
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1
2	0	1	0	1	0	0
3	0	1	1	1	0	1
4	1	0	0	0	1	0
5	1	0	1	0	1	0
6	1	1	0	1	0	1
7	1	1	1	1	1	1

Розв'язання.

1. Перший крок при реалізації даного методу мінімізації - запис кожної з функцій системи в ДДНФ, тобто у вигляді диз'юнкції мінтермів, що відповідають одиничним значенням логічних функцій. Отже, спираючись на Таблицю 1, записуємо ДДНФ трьох заданих логічних функцій:

$$\begin{cases} y_1 = \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} + \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} + x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} + x_1 x_2 \overline{x_3} \\ y_2 = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} + x_1 \overline{x_2} x_3 + x_1 x_2 x_3 \\ y_3 = \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 + \overline{x_1} x_2 x_3 + x_1 \overline{x_2} x_3 + x_1 x_2 \overline{x_3} + x_1 x_2 x_3 \end{cases} \quad (3.1)$$

Наступний крок: формуємо множину $\mathbf{A}$ - з системи (5.1) виписуємо всі різні мінтерми, приписуючи кожному ознаку входження в функцію y_1 , y_2 , чи y_3 . Тут під ознакою маємо на увазі сукупність номерів функцій, ДДНФ яких містить даний мінтерм:

$$\begin{aligned} \overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3} &\rightarrow y_3 \Rightarrow (\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3})_3 \\ \overline{x_1} \overline{x_2} x_3 &\rightarrow y_2, y_3 \Rightarrow (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} \\ \overline{x_1} x_2 \overline{x_3} &\rightarrow y_1 \Rightarrow (\overline{x_1} x_2 \overline{x_3})_1 \\ \overline{x_1} x_2 x_3 &\rightarrow y_1, y_3 \Rightarrow (\overline{x_1} x_2 x_3)_{1,3} \\ x_1 \overline{x_2} \overline{x_3} &\rightarrow y_2 \Rightarrow (x_1 \overline{x_2} \overline{x_3})_2 \\ x_1 \overline{x_2} x_3 &\rightarrow y_2 \Rightarrow (x_1 \overline{x_2} x_3)_2 \\ x_1 x_2 \overline{x_3} &\rightarrow y_1, y_3 \Rightarrow (x_1 x_2 \overline{x_3})_{1,3} \\ x_1 x_2 x_3 &\rightarrow y_1, y_2, y_3 \Rightarrow (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \end{aligned}$$

З отриманої множини мінтермів **A** будуємо ДДНФ допоміжної функції **Z** (вказуємо при цьому ознаки):

$$Z = (\overline{x_1} \overline{x_2} \overline{x_3})_3 + (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} + (\overline{x_1} x_2 \overline{x_3})_1 + (\overline{x_1} x_2 x_3)_{1,3} + (x_1 \overline{x_2} \overline{x_3})_2 + (x_1 \overline{x_2} x_3)_2 + (x_1 x_2 \overline{x_3})_{1,3} + (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.2)$$

2. Далі приступаємо до знаходження простих імплікант за Квайном. Перед цим для зручності *пронумеруємо* кожний мінтерм функції **Z** (див. (3.2)).

Знаходження простих імплікант за Квайном зводиться до пошуку пар мінтермів та імплікант, що склеюються між собою. При цьому слід розрізняти (і не склеювати між собою) мінтерми, що входять до різних функцій, тобто такі мінтерми, ознаки яких не містять однакових номерів функцій.

Зауваження: процес пошуку простих імплікант є багатостадійним, причому максимальна кількість цих етапів на одиницю менша за кількість логічних змінних, від яких залежать функції системи. На першому етапі здійснюють всі можливі склеювання мінтермів функції **Z**. На другому етапі здійснюють склеювання імплікант, що утворилися як результат виконання першого етапу, тобто склеюють кон'юнкції, кількість змінних в яких на одиницю менша, ніж в мінтермах. І так далі, аж поки на останньому етапі не розглянуть можливість склеювання імплікант, що містять тільки дві змінні. Для нашого прикладу цей процес має два етапи (три логічні змінні), і поетапно буде виглядати так:

1-ий етап: на цьому етапі здійснюємо склеювання мінтермів функції **Z**. Етап можна умовно поділити на два кроки:

1) склеювання - в (2) відшукуємо всі пари мінтермів, що склеюються (мінтерми таких пар крім звичайних властивостей повинні мати в ознаці хоча б один спільний номер функції). При склеюванні результат записуємо як диз'юнкцію імпліканти і (не завжди) мінтермів, що склеювалися. Імпліканті присвоюємо ознаку, яка містить номери функцій, спільні для ознак обох мінтермів пари. Мінтерм, що брав участь в склеюванні, входить до результату склеювання, якщо його ознака не збігається повністю з ознакою імпліканти.

Мінтерм, ознака якого повністю збігається з ознакою імпліканти, до результату склеювання не входить (він *поглинається* імплікантою). У відповідності з викладеним для нашого прикладу отримаємо (зліва в дужках вказано номери мінтермів, що склеюються):

$$(1-2) \rightarrow (\overline{x_1} \overline{x_2})_3 + (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} \quad (3.3)$$

$(1-3) \rightarrow$ не склеюються, бо не містять спільних ознак

$(1-4) \rightarrow$ не склеюються

$$(2-4) \rightarrow (\overline{x_1} x_3)_3 + (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} + (\overline{x_1} x_2 x_3)_{1,3} \quad (3.4)$$

$$(2-6) \rightarrow (\overline{x_2} x_3)_2 + (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} \quad (3.5)$$

$$(3-4) \rightarrow (\overline{x_1} x_2)_1 + (\overline{x_1} x_2 x_3)_{1,3} \quad (5.6)$$

$$(3-7) \rightarrow (x_2 \overline{x_3})_1 + (x_1 x_2 \overline{x_3})_{1,3} \quad (3.7)$$

$$(4-8) \rightarrow (x_2 x_3)_{1,3} + (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.8)$$

$$(5-6) \rightarrow (x_1 \overline{x_2})_2 \quad (3.9)$$

$$(6-8) \rightarrow (x_1 x_3)_2 + (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.10)$$

$$(7-8) \rightarrow (x_1 x_2)_{1,3} + (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.11)$$

Отже, ми виконали всі можливі склеювання мінтермів. Інші пари мінтермів не склеюються. На основі результатів склеювання (3.3) – (3.11) записуємо новий варіант допоміжної функції **Z**. Для цього спочатку записуємо диз'юнкцію імплікант, отриманих при склеюванні (в даному випадку імпліканти - це кон'юнкції двох змінних); далі дописуємо диз'юнкцію мінтермів, що фігурують в результатах склеювання (3.3) – (3.11). **При цьому не допускаємо повторення однакових (включно з ознаками) імплікант і мінтермів.** Далі до отриманого результату необхідно обов'язково дописати диз'юнкцію тих мінтермів, які взагалі не були задіяні при склеюванні (аналіз на наявність таких мінтермів проводиться обов'язково!!!) - в нашому прикладі таких мінтермів немає.

Діючи в описаній послідовності, для нашого прикладу отримаємо (як і в

(2), всі кон'юнкції в (12) нумеруємо:

$$Z = (\overline{x_1} \overline{x_2})_3 + (\overline{x_1} x_3)_3 + (\overline{x_2} x_3)_2 + (\overline{x_1} x_2)_1 + (x_2 \overline{x_3})_1 + (x_2 x_3)_{1,3} + (x_1 \overline{x_2})_2 + (x_1 x_3)_2 + (x_1 x_2)_{1,3} + (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} + (\overline{x_1} x_2 x_3)_{1,3} + (x_1 x_2 \overline{x_3})_{1,3} + (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.12)$$

Наступним кроком є процедура *поглинання*.

2) поглинання - кожен мінтерм з (12) перевіряємо на предмет його поглинання одною з новоутворених імплікант. Причому поглинання можливе тільки за умови повного збігу ознак імпліканти і мінтерма. Поглинуті мінтерми викреслюємо з допоміжної функції **Z**. Так, в нашому прикладі мінтерм 11 поглинається імплікантою 6, а мінтерм 12 - імплікантою 9 (див. (12)). Викресливши згадані мінтерми з (12) і перенумерувавши заново кон'юнкції, отримаємо остаточно на першому етапі пошуку простих імплікант:

$$Z = (\overline{x_1} \overline{x_2})_3 + (\overline{x_1} x_3)_3 + (\overline{x_2} x_3)_2 + (\overline{x_1} x_2)_1 + (x_2 \overline{x_3})_1 + (x_2 x_3)_{1,3} + (x_1 \overline{x_2})_2 + (x_1 x_3)_2 + (x_1 x_2)_{1,3} + (\overline{x_1} \overline{x_2} x_3)_{2,3} + (x_1 x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.13)$$

2-ий етап: - на цьому етапі здійснюємо склеювання імплікант, отриманих при виконанні попереднього етапу (в даному прикладі це кон'юнкції двох змінних). При цьому діємо аналогічно до 1-го етапу:

1) склеювання - здійснюємо на основі (5.13) по відношенню до кон'юнкцій двох змінних:

$$(4-9) \rightarrow (x_2)_1 + (x_1 x_2)_{1,3} \quad (3.14)$$

$$(5-6) \rightarrow (x_2)_1 + (x_2 x_3)_{1,3} \quad (3.15)$$

Інші пари кон'юнкцій двох змінних в (5.13) не склеюються. До нового варіанту допоміжної функції **Z** увійде: **1)** - новоутворена імпліканта $(x_2)_1$ (вона однакова (*повторяється*) в результатах склеювання (14), (15)); **2)** кон'юнкції 6, 9 з (5.13), які брали участь в склеюванні і не були відразу (за умови повного збігу ознак) поглинуті новоутвореними імплікантами; **3)** кон'юнкції з (5.13), що не брали участь в склеюванні на цьому етапі, а саме (див. (5.13)): 1, 2, 3, 7, 8, 10, 11.

Отже в нашому прикладі, після операції склеювання і перенумерування новоутворених кон'юнкцій, допоміжна функція **Z** набуде вигляду:

$$Z = (\overset{1}{x_2})_1 + (\overline{x_1} \overset{2}{x_2})_3 + (\overline{x_1} \overset{3}{x_3})_3 + (\overline{x_2} \overset{4}{x_3})_2 + (x_2 \overset{5}{x_3})_{1,3} + (\overset{6}{x_1} \overline{x_2})_2 + (\overset{7}{x_1} x_3)_2 + \\ + (\overset{8}{x_1} x_2)_{1,3} + (\overline{x_1} \overline{x_2} \overset{9}{x_3})_{2,3} + (\overset{10}{x_1} x_2 x_3)_{1,2,3} \quad (3.16)$$

2) поглинання - всі кон'юнкції в (3.16) перевіряємо на предмет їх поглинання **новоутвореними** імплікантами - в даному прикладі імплікантою $(x_2)_1$. Оскільки поглинання ми здійснюємо тільки при повному збігу ознак, приходимо до висновку, що жодна з кон'юнкцій виразу (3.16) новоутвореною імплікантою *не поглинається*. Тому, а також через те, що новоутворена імпліканта містить тільки одну змінну, вираз (3.16) є остаточним на етапі знаходження простих імплікант за Квайном. Тобто приходимо до висновку, що вираз (3.16) містить тільки прості імпліканти, які більше не склеюються між собою.

Логічні мікросхеми мають обмежену навантажувальну здатність і кількість входів та виходів. Тому перед синтезом логічного пристрою, який описується логічною функцією, необхідно врахувати ці обмеження – факторизувати логічний вираз [1, 2]. Для факторизації виходів використовуються коефіцієнт навантажуваності k_H , входів – коефіцієнт розгалуження k_R .

Процес факторизації формалізується за допомогою таблиці імплікант $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_n$, які покривають логічну функцію. Логічна функція при цьому представляється у нормальній диз'юнктивній формі.

Факторизація виходів логічної функції з n змінними полягає у складанні таблиці, яка складається з $2n$ стовпчиків – для змінних і їх інверсій, а також m рядків для імплікант. В побудовану таблицю, на перетині імпліканти і логічної змінної ставиться позначка, за умови, що змінна входить до даної імпліканти. При заданому коефіцієнті k_H факторизації підлягають джерела змінних, які мають більше, ніж k_H виходів. Визначення цих змінних полягає у підрахунку позначок в кожному стовпчику таблиці. Якщо сума позначок у стовпчику більша, ніж k_H , змінна підлягає факторизації. Ці стовпчики відповідають

додатковим вентилям, які повинні бути зв'язані з джерелом цієї змінної. Для врахування цих зв'язків додати до таблиці відповідну кількість рядків і стовпчиків і записати до них додаткові імпліканти для змінної, яка факторизується.

Факторизація входів при заданому коефіцієнті розгалуження k_P здійснюється аналогічно розподіленням надлишкових одиниць по додатковим рядкам.

Приклад 2. Факторизувати логічну функцію $y = \bar{x}_1 x_2 x_3 x_4 \bar{x}_5 + \bar{x}_3 x_4 + x_1 x_4 x_5 + x_1 \bar{x}_2 x_4$. Коефіцієнт навантажуваності $k_H = 3$, коефіцієнт розгалуження $k_P = 4$.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_5$
φ_1		+	+	+		+				+
φ_2				+				+		
φ_3	+			+	+					
φ_4	+			+			+			

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_5$	Ψ_1
φ_1		+	+			+				+	+
φ_2								+			+
φ_3	+				+						+
φ_4	+			+			+				
Ψ_1				+							

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_5$	Ψ_1	Ψ_2
φ_1											+	+
φ_2								+			+	
φ_3	+				+						+	
φ_4	+			+			+					
Ψ_1				+								
Ψ_2		+	+			+				+		

Контрольні запитання

1. Дайте інтерпретацію імпліканти і покриття Квайна.
2. Поясніть суть мінімізації логічних функцій методом Квайна.
3. Дати визначення факторизації.

4. Дати визначення коефіцієнту навантажуваності та коефіцієнту розгалуження.

Перелік посилань

1. William J. Dally, John W. Poulton Digital Systems Engineering. Cambridge University Press New York, NY, USA, 2008. ISBN:052106175X 9780521061759
2. Б.Є.Рицар. Цифрова техніка. - К.: НМК ВО, 1991.

Практична робота № 4-5

Тема: Аналіз та синтез скінченних автоматів. Задання закону функціонування автомата. Мінімізація кількості внутрішніх станів автомата. Кодування станів автомата. Визначення функцій збудження елементів пам'яті і функції виходів, а також забезпечення їх мінімізації. Складання функціональної схеми автомата у вибраному елементному базисі.

Мета: навчитися проектувати цифрові автомати з пам'яттю.

Завдання

1. Проаналізувати роботу синхронного автомата, схема якого приведена на рис. 5. Скласти таблицю переходів, записати рівняння збудження, зобразити часову діаграму роботи автомата.

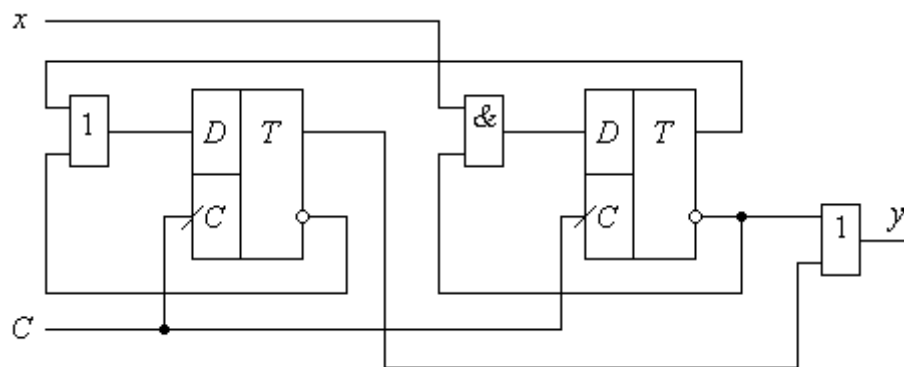


Рис. 5

- Повторити завдання 1, замінивши місцями елементи **2АБО** та **2І**. Порівняти таблиці переходів, дати пояснення.
- Побудувати граф переходів для скінченного автомата, що описується таблицею переходів (табл. 5).

Таблиця 5

$Q \backslash X$	$x_1 x_0$				Y
	00	01	11	10	
Q_0	Q_1	Q_1	Q_2	Q_2	0
Q_1	Q_3	Q_3	Q_2	Q_2	0
Q_2	Q_1	Q_1	Q_4	Q_4	0
Q_3	Q_3	Q_3	Q_4	Q_2	1
Q_4	Q_1	Q_3	Q_4	Q_4	1

4. Побудувати граф-схему автомата, заданого таблицею переходів (табл. 6).

Таблиця 6

$\begin{matrix} X \\ Q \end{matrix}$	$x_1 x_0$				Y
	00	01	11	10	
Q_0	Q_0	Q_1	Q_2	Q_1	1
Q_1	Q_1	Q_2	Q_3	Q_2	0
Q_2	Q_2	Q_3	Q_0	Q_3	0
Q_3	Q_3	Q_0	Q_1	Q_0	0

5. Побудувати граф-схему автомата, заданого таблицею переходів (табл. 7).

Таблиця 7

$\begin{matrix} X \\ Q \end{matrix}$	x	
	0	1
A	B	A
B	B	C
C	B	D
D	E	A
E	B	F
F	B	G
G	E	H
H	B	A

6. Розробити таблицю переходів і виходів скінченного автомата, заданого граф-схемою, що приведена на рис. 6. Під позначеннями станів $Q_0 \div Q_7$ вказані значення виходів $y_1 y_2$ автомата.

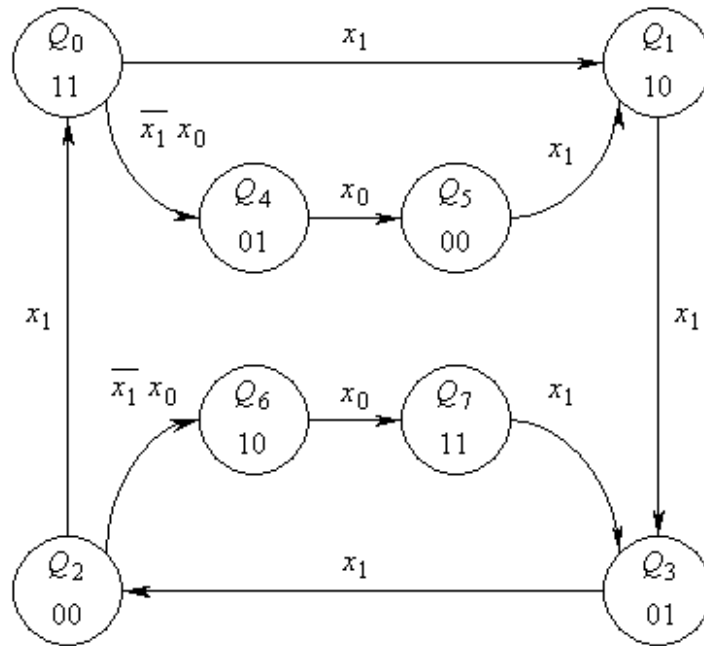


Рис. 6

7. Виконати аналіз роботи синхронного автомата, функціональна схема якого приводиться на рис. 7. Побудувати часові діаграми його роботи, записати рівняння збудження D -тригерів, скласти таблицю переходів і граф-схему переходів автомата.

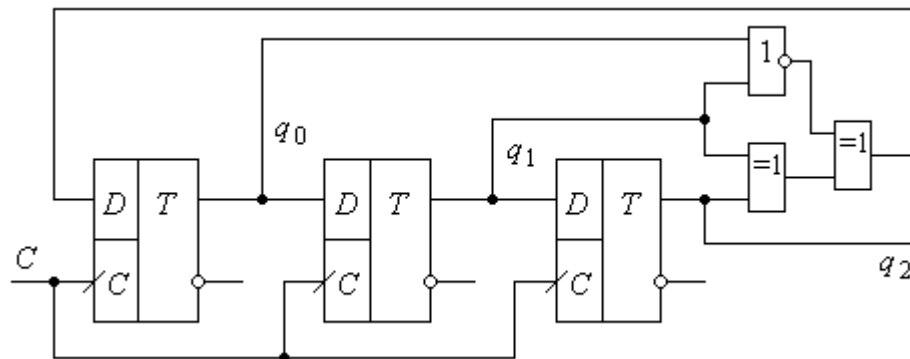


Рис. 7

8. За аналогією з вправою 7, виконати аналіз роботи синхронного автомата, функціональна схема якого приведена на рис. 8.

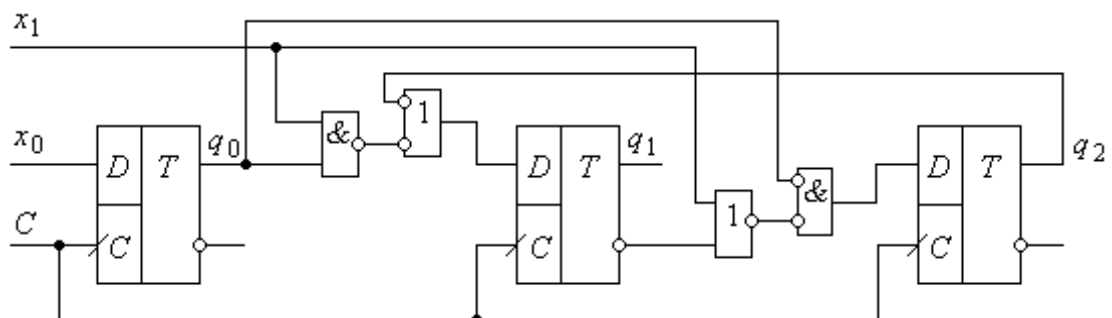


Рис. 8

9. За аналогією з вправою 7, виконати аналіз роботи синхронного автомата, функціональна схема якого приведена на рис. 9. Аналіз провести для $x=1$, починаючи з нульового початкового стану $Q_0 = q_1 q_0 = 00$.

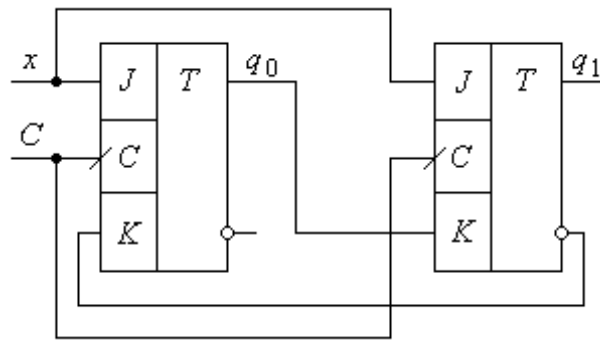


Рис. 9

10. За аналогією з вправою 7, виконати аналіз роботи синхронного скінченного автомата, функціональна схема якого приведена на рис. 10. Аналіз виконати при умові $x=1$.

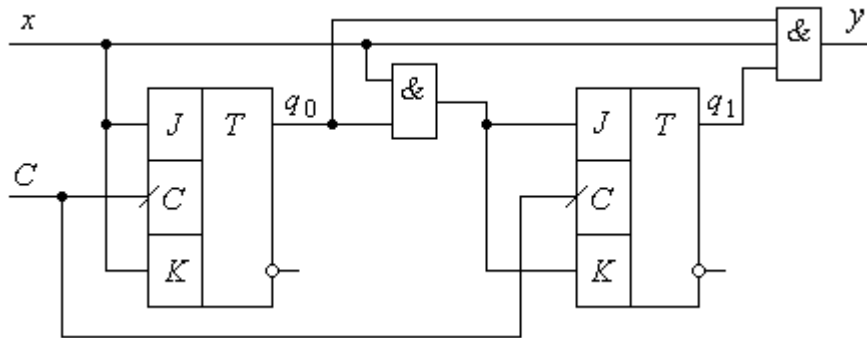


Рис. 10

11. За аналогією з попередніми вправами, виконати аналіз синхронного скінченного автомата, функціональна схема якого приведена на рис. 11. Автомат виготовлений на T -тригерах з дозволяючими входами L -.

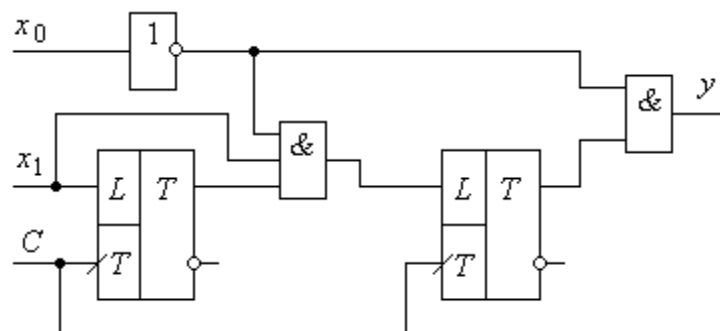


Рис. 11

12. Спроекувати синхронний автомат Мура і описати його роботу за допомогою часових діаграм. Автомат має два входи x_1 та x_0 і один вихід y . Як тільки вхід x_0 встановиться в **1**, на виході y з'явиться низький рівень вихідного сигналу ($y=0$). Якщо x_0 змінить своє значення в **0**, то y залишатиметься на низькому рівні при $x_1=0$ протягом двох тактів і перейде в **1** на наступних двох тактах. При $x_1=1$ автомат відразу перейде в стан $y=1$ і залишатиметься у такому стані до моменту часу, поки x_0 знову не встановиться в **1**.

13. Спроекувати синхронний тактований автомат Мура, який виконував би перевірку лінії послідовних даних, що приймаються, на парність. Автомат повинен мати два входи – вхід синхронізації C - і вхід даних D -, а також вхід тактового генератора, і один вихід y , високий рівень якого вказує на помилку в передачі даних. В автоматі потрібно забезпечити можливість перевірки слова довжиною в 1 байт. В схемі можна використовувати D - або JK -тригери.

14. Спроекувати синхронний тактований автомат Мура, який виконував би перевірку лінії даних, що передаються, на парність. Автомат повинен мати два входи – вхід синхронізації C - і вхід даних D -, а також вхід тактового генератора, і один вихід y , високий рівень якого встановлює дев'ятий біт в **1**, якщо кількість одиниць в однобайтовому слові непарна. При непарній кількості одиниць $y=0$. В схемі можна використовувати D - або JK -тригери.

15. Спроекувати тактований синхронний автомат на основі таблиці переходів (табл. 8). Для синтезу автомата використовуйте D -тригери.

Таблиця 8

$Q \backslash X$	x		y
	0	1	
Q_0	Q_1	Q_3	0
Q_1	Q_2	Q_1	0
Q_2	Q_1	Q_0	1
Q_3	Q_1	Q_2	0

16. Повторити завдання **15** з використанням JK -тригерів.

17. Виконати аналіз автомата, функціональна схема якого приведена на рис. 12. Скласти таблицю переходів, побудувати граф-схему та часові діаграми його роботи.

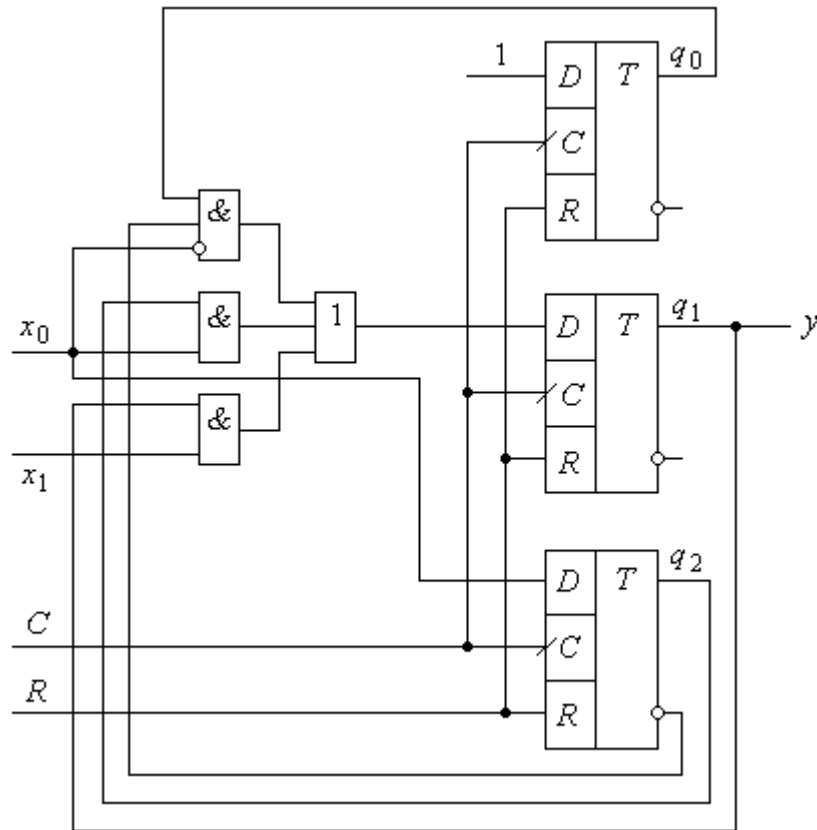


Рис. 12

18. Виконати синтез автомата за результатами завдання 17 з використанням JK -тригерів.

19. Таблиця 8 описує автомат, в якому початковий стан Q_0 призначений для його коректного запуску. Якщо цей стан видалити, автомат також працюватиме коректно, якщо керуючі сигнали будуть подані після встановлення перехідних процесів при подачі живлення. Синтезувати новий автомат з використанням D -тригерів зі скороченою кількістю станів.

20. Виконати завдання 19 з використанням JK -тригерів.

21. Розробити схему пристрою для виконання операції додавання двох чотирьохбітних слів у послідовному форматі з запам'ятовуванням сигналу переносу на один такт.

22. Розробити схему кодового замка (асинхронного автомата), який спрацює після правильного послідовного натискання чотирьох цифр.

23. З використанням *RS*-, *D*- і *JK*-тригерів розробити схеми цифрових автоматів для порівняння двох двійкових чисел у послідовному форматі. Порівнювані числа $X (x_{n-1}, \dots, x_1, x_0)$ та $Y (y_{n-1}, \dots, y_1, y_0)$. При порівнянні необхідно встановити їх співвідношення: $X > Y$; $X < Y$; $X = Y$, які описуються за допомогою функцій:

$$F_1(X > Y) = \begin{cases} 1 & \text{при } X > Y; \\ 0 & \text{при } X \leq Y; \end{cases}$$

$$F_2(X < Y) = \begin{cases} 1 & \text{при } X < Y; \\ 0 & \text{при } X \geq Y; \end{cases}$$

$$F_3(X = Y) = \begin{cases} 1 & \text{при } X = Y; \\ 0 & \text{при } X \neq Y. \end{cases}$$

24. Розробити асинхронний автомат для сортування деталей **A**, **B**, **C**, що переміщуються на конвеєрі у довільному порядку.

25. Задача про подачу води в водонапірну вежу. Два насоси ρ_1 і ρ_2 використовуються для подачі води в водонапірну вежу. Обидва починають працювати, коли вода опуститься нижче рівня мітки 1, і працюють до того часу, поки рівень води не підніметься до мітки 2. При цьому насос ρ_1 зупиниться, а насос ρ_2 продовжуватиме роботу до того часу, поки рівень води не підніметься до мітки 3, після чого він зупиниться. Запуститися обидва насоси повинні тоді, коли вода опуститься до мітки 1. Розробити автомат керування насосами.

26. Задача визначення кількості відвідувачів музею. Спроекувати автомат, який повинен підрахувати кількість відвідувачів музею за визначений інтервал часу. В якості датчика використовуються дві оптичари O_1 та O_2 , рознесені на відстань 1 м. Відвідувач фіксується, якщо він перетне спочатку промінь першої оптичари, а потім другої. Зворотний процес не враховується.

Теоретичні відомості

Цифрові пристрої з m тригерами ($m > 1$), стан виходів яких залежить не тільки від значень вхідних сигналів у заданий момент часу, а й від стану використовуваних тригерів у даний та попередній моменти часу, називаються *цифровими автоматами* [1, 2].

Скінченні автомати можуть бути *синхронними*, зміна станів яких відбувається в тактові моменти часу, що задаються зовнішнім генератором. В *асинхронних* автоматах зміна станів відбувається внаслідок дії вхідних сигналів без затримок. Тому асинхронні автомати вважаються більш швидкодіючими і знаходять використання у швидкодіючих інформаційних пристроях вимірювання і керування різноманітними процесами, де необхідна миттєва реакція на зміну вхідних сигналів.

Синхронні автомати в силу специфіки своєї роботи вносять у процес вимірювання або керування затримку, що визначається величиною періоду синхросигналу.

Здебільшого асинхронні автомати будуються на основі асинхронних елементів пам'яті – асинхронних тригерів. Синхронні автомати будуються з використанням синхронних тригерів.

Автомати Мілі і Мура. На практиці використання цифрових автоматів можна виділити невелику кількість типових алгоритмів їх функціонування. Найбільшого розповсюдження набули два типи автоматів – *автомати Мілі і Мура*.

Закон функціонування автомата Мілі задається рівняннями:

$$\begin{cases} Q(t+1) = f_p [Q(t), X(t)]; \\ Y_k(t) = \lambda [Q(t), X(t)]; \end{cases} \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

Закон функціонування автомата Мура описується рівняннями:

$$\begin{cases} Q(t+1) = f_p [Q(t), X(t)]; \\ Y_k(t) = \lambda [Q(t)]; \end{cases} \quad t = 0, 1, 2, \dots \quad (4.2)$$

Різниця між автоматами Мілі і Мура полягає лише в тому, що вихідний сигнал останнього залежить тільки від внутрішнього стану, у той час як в автоматі Мілі значення вихідного сигналу залежить також і від вхідного сигналу.

Структура автомата Мілі зображена на рис. 13.

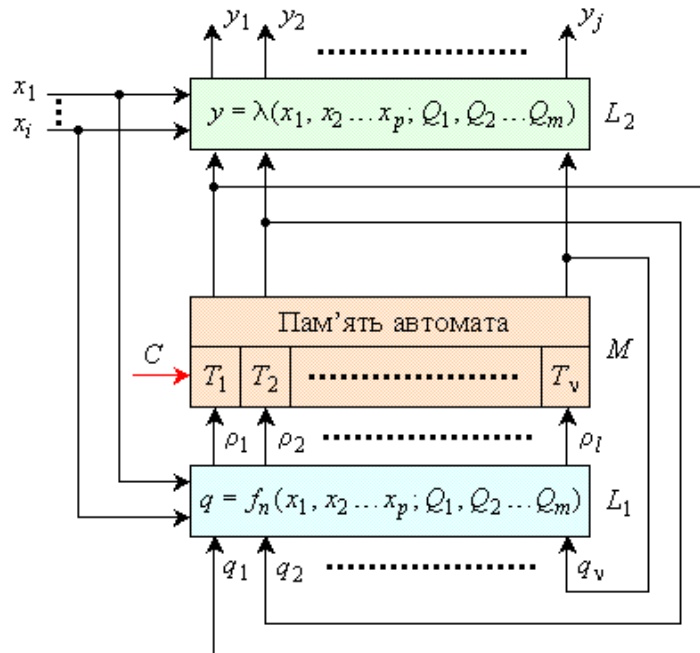


Рис. 13

Автомат складається з набору елементарних автоматів (тригерів $T_1, T_2, \dots, T_n$), стани яких $q_1, q_2, \dots, q_n$ в кожний момент часу визначають внутрішній стан автомата в цілому. Під дією вхідних сигналів $x_1 \dots x_i$, які подаються в дискретні моменти часу, відбувається формування сигналів $\rho_1 \dots \rho_l$, що забезпечують послідовне перемикання тригерів $T_1 \dots T_n$. Таким шляхом відбувається послідовна зміна станів автомата. Оскільки комбінаційна схема L_1 формує керуючі сигнали тригерів в залежності від значень виходів тригерів у момент подачі тактового сигналу (для синхронних схем) або в моменти подачі вхідних сигналів (для асинхронних), то значення виходів тригерів у послідуочий момент часу i , відповідно, стан автомата однозначно визначається вхідними сигналами і станом автомата в попередній момент часу.

Сигнали керування тригерами $\rho_1 \dots \rho_l$ формуються комбінаційним пристроєм L_1 , структура якого визначає функцію переходів автомата. Функція

виходів реалізується комбінаційним пристроєм L_2 , який формує сигнали $y_1 \dots y_j$ як функції виходів пам'яті (для автоматів Мура) або як функції виходів пам'яті і вхідних сигналів (для автоматів Мілі).

Переходячи до відносного часу роботи, формули (4.1), (4.2) можна зобразити у вигляді:

- для автомата Мілі:

$$\begin{cases} Y_{n+1} = L_2(Q_{n+1}, X_n); \\ Q_{n+1} = L_1(Q_n, X_n); \end{cases} \quad (4.3)$$

- для автомата Мура:

$$\begin{cases} Y_{n+1} = L_2(Q_{n+1}); \\ Q_{n+1} = L_1(Q_n, X_n). \end{cases} \quad (4.4)$$

Рівняння (4.3), (4.4) можуть бути заданими аналітично або у вигляді таблиць станів (таблиць відповідностей).

Взаємозв'язок між поточними Q_n і послідовними значеннями Q_{n+1} виходів визначається характеристичними рівняннями використовуваних тригерів.

Поєднуючи характеристичні рівняння тригерів і рівняння комбінаційних схем, можна проводити аналіз роботи існуючого автомата або виконувати його синтез.

Способи опису роботи автоматів. В практиці аналізу і синтезу цифрових автоматів використовують різні способи опису їх роботи. Найбільш поширеними є *табличний і графічний способи*.

Розглянемо спочатку опис роботи автомата з використанням таблиць переходів та виходів. Стовбці (рядки) цих таблиць позначають символами з множини Q , а рядки (стовбці) – символами з множини X .

Кількість рядків таблиці переходів визначається кількістю комбінацій вхідних сигналів ρ , а кількість стовбців – відповідно, кількість станів M автомата.

У табл. 9 зображена таблиця автомата з $\rho = 3$, $M = 2^m = 4$.

Таблиця 9

$X \backslash Q$	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
X_1	Q_3	Q_2	Q_1	Q_0
X_2	Q_0	Q_3	Q_2	Q_1
X_3	Q_1	Q_0	Q_3	Q_2

В кожній клітці таблиці переходів записується стан, в який переходить автомат з попереднього стану (стану, що стоїть у заголовку стовпця) при дії відповідного вхідного сигналу. Так, наприклад, якщо автомат знаходиться у стані Q_0 , то при дії сигналу X_1 він перейде в стан Q_3 ; при дії сигналу X_2 залишиться в стані Q_0 , а при дії сигналу X_3 перейде в стан Q_1 .

Таблиця виходів (табл. 10) відрізняється від таблиці переходів лише тим, що у кожній клітці записується відповідне значення вихідного сигналу автомата.

Таблиця 10

$X \backslash Q$	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
X_1	Y_0	Y_1	Y_2	Y_3
X_2	Y_3	Y_0	Y_1	Y_2
X_3	Y_2	Y_3	Y_0	Y_0

Таблиці переходів і виходів автомата Мілі можуть бути представлені у вигляді однієї суміщеної таблиці, у клітках якої вказані значення як станів, так і виходів.

Функції переходів і виходів автомата Мура задаються однією таблицею переходів, яка будується так само, як і таблиця переходів автомата Мілі. Різниця полягає лише в тому, що над заголовками кожного стовпця встановлюється окремим рядком значення виходів автомата (табл. 11).

	Y_2	Y_1	Y_0
$Q \backslash X$	Q_0	Q_1	Q_2
X_1	Q_2	Q_1	Q_2
X_2	Q_0	Q_2	Q_1
X_3	Q_1	Q_0	Q_0

Для частково заданих автоматів, у яких функції виходів і функції переходів визначені не для всіх комбінацій Q_m і X_p , відповідні клітки залишаються незаповненими.

В тому випадку, коли X_1 є тактовим сигналом, що діє лише на тригери, а стани автомата змінюються упорядковано в зростаючому або спадаючому напрямку, автомат називається *лічильним автоматом*, або *лічильником*.

Більш наочним є спосіб опису автоматів з допомогою графів, подібно до того, як описувалася робота тригерів. Різниця полягає в тому, що автомат може мати суттєво більшу кількість станів. На рис. 14 показані граф-схеми автоматів Мілі і Мура, які задані табл. 9 – 10 (рис. 14, а), Табл.22 (рис. 14, б).

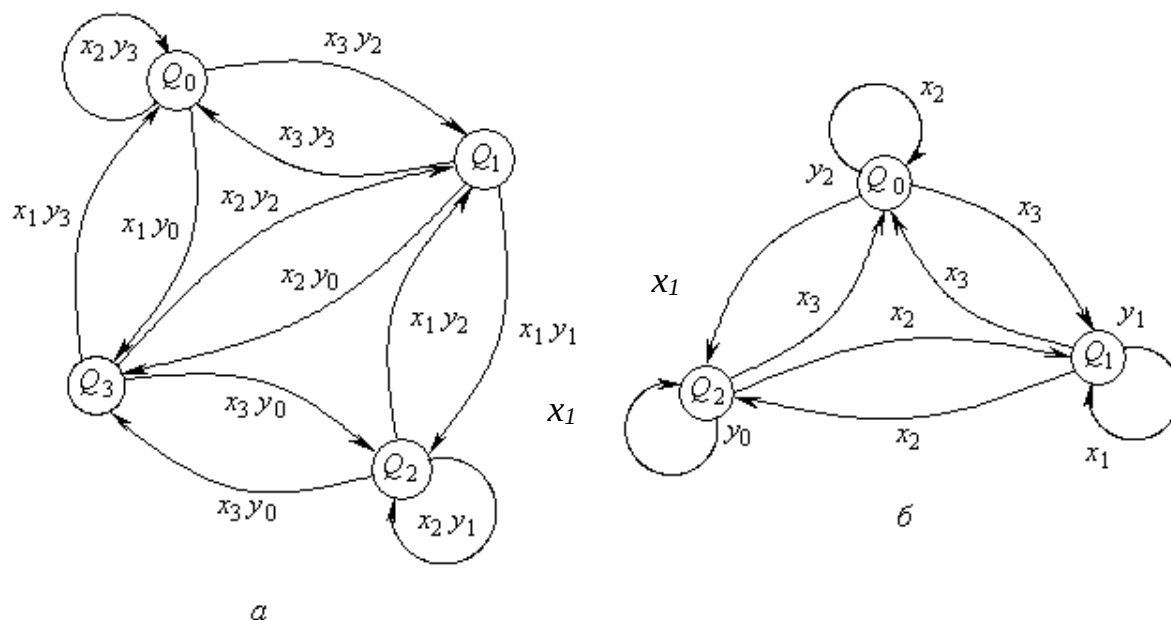


Рис. 14

Граф-схеми широко використовуються як при аналізі, так і при синтезі автоматів, а також при переході від словесного до формалізованого їх опису. За допомогою таблиць переходів і виходів, як і за допомогою граф-схеми завжди

можна знайти вихідну реакцію автомата на будь-яке вхідне слово, що належить множині X .

Однією з форм зображення автомата є його *дерево переходів і виходів*. Дерево може мати декілька ярусів, у кожному з яких за допомогою гілок показуються можливі переходи, починаючи з нульового стану. На рис. 15 приводиться приклад дерева переходів, що відповідає табл. 9.

Еквівалентні перетворення автоматів. Для будь-якого автомата Мілі можна побудувати відповідний автомат Мура, і навпаки. Розглянемо алгоритми таких переходів на прикладі автомата Мура, що заданий табл. 12 і табл. 13.

Таблиця 12

$X \backslash Q$	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
x_1	Q_1	Q_2	Q_0	Q_2
x_2	Q_3	Q_0	Q_0	Q_0
x_3	Q_2	Q_3	Q_2	Q_3

Таблиця 13

$X \backslash Q$	Q_0	Q_1	Q_2	Q_3
x_1	Y_3	Y_2	Y_1	Y_1
x_2	Y_2	Y_1	Y_3	Y_3
x_3	Y_1	Y_2	Y_2	Y_3

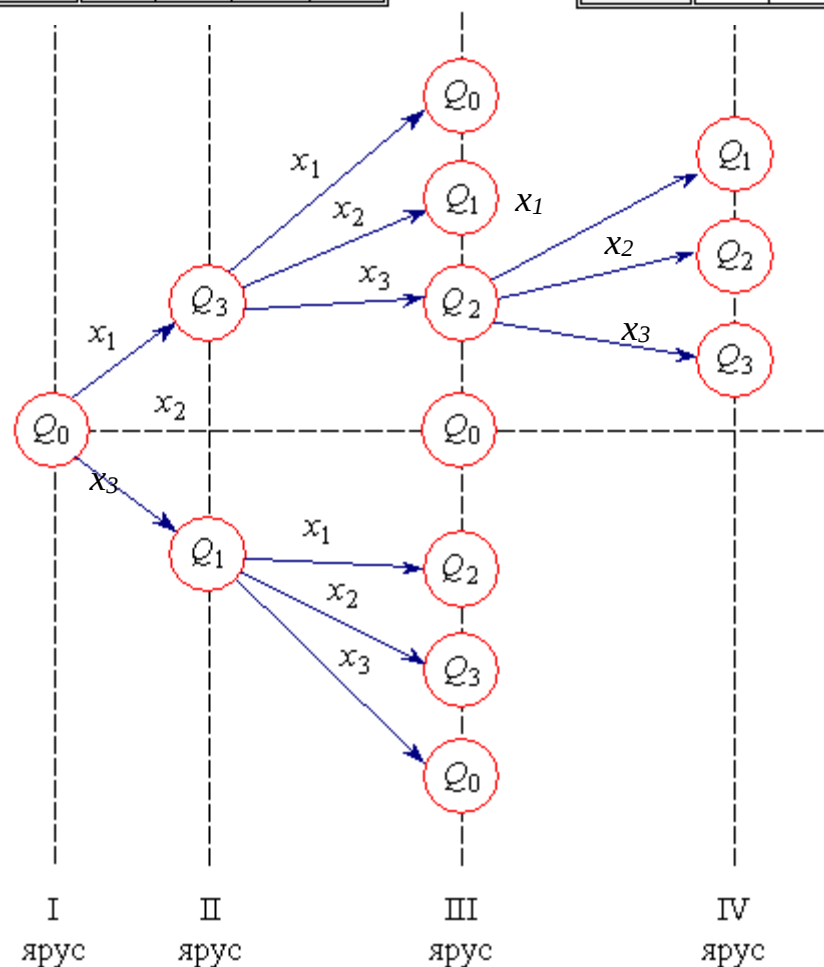


Рис. 15

Поставимо у відповідність кожній парі Q_m та X_p автомата Мілі стан Q_{mp} автомата Мура. До множини станів автомата Мура включимо початковий стан автомата Мілі Q_0 , але позначимо його Q_{00} . Для прикладу, що розглядається, така відповідність приведена в табл. 14.

Таблиця 14

$X \backslash Q$	Q_0 Q_{00}	Q_1	Q_2	Q_3
x_1	Q_1 Q_{01}	Q_2 Q_{11}	Q_0 Q_{21}	Q_2 Q_{31}
x_2	Q_3 Q_{02}	Q_0 Q_{12}	Q_0 Q_{22}	Q_0 Q_{32}
x_3	Q_2 Q_{03}	Q_3 Q_{13}	Q_2 Q_{23}	Q_3 Q_{33}

Якщо автомат Мілі має m станів і p вхідних сигналів, то відповідний йому автомат Мура матиме $mp+1$ станів. З табл. 14 витікає той факт, що стан Q_0 автомата Мілі співпадає зі станами Q_{00} , Q_{21} , Q_{12} , Q_{22} , Q_{32} автомата Мура. Тобто має місце наступна тотожність: $Q_0 = Q_{00} = Q_{21} = Q_{12} = Q_{22} = Q_{32}$. Аналогічно, $Q_1 = Q_{01}$; $Q_2 = Q_{03} = Q_{11} = Q_{23} = Q_{31}$; $Q_3 = Q_{02} = Q_{13} = Q_{33}$.

Така відповідність означає, що одному переходу автомата Мілі з Q_0 в Q_1 повинні бути відповідними всі переходи автомата Мура зі станів Q_{00} , Q_{21} , Q_{12} , Q_{22} , Q_{32} в стан Q_{01} ; переходу з Q_1 в Q_2 повинні бути відповідні всі переходи автомата Мура зі стану Q_{01} в стани Q_{03} , Q_{11} , Q_{23} , Q_{31} , і т.д. Зі сказаного витікає наступний висновок: якщо стан Q_{mp} входить до множини станів, що співпадає зі станом, наприклад, Q_1 , то стовбець таблиці переходів для стану Q_{mp} співпадатиме з стовбцем таблиці переходів для стану Q_1 . Значення m функції виходів для еквівалентного автомата Мура: $\lambda(Q_{mp}) = \lambda(Q_m, X_p)$ при $Q_{mp} \neq Q_{00}$.

Для початкового стану Q_{00} значення вихідного сигналу вибирається довільно.

Внаслідок описаних відповідностей і перетворень можна побудувати таблицю переходів і виходів еквівалентного автомата Мура (табл. 15).

	Y_3	Y_3	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_3	Y_2	Y_1	Y_3	Y_3
	Q_{00}	Q_{01}	Q_{02}	Q_{03}	Q_{11}	Q_{12}	Q_{13}	Q_{21}	Q_{22}	Q_{23}	Q_{31}	Q_{32}	Q_{33}
X_1	Q_{01}	Q_{11}	Q_{31}	Q_{21}	Q_{21}	Q_{01}	Q_{31}	Q_{01}	Q_{01}	Q_{21}	Q_{21}	Q_{01}	Q_{31}
X_2	Q_{02}	Q_{12}	Q_{02}	Q_{22}	Q_{22}	Q_{02}	Q_{32}	Q_{02}	Q_{02}	Q_{22}	Q_{22}	Q_{12}	Q_{32}
X_3	Q_{03}	Q_{13}	Q_{33}	Q_{23}	Q_{23}	Q_{03}	Q_{33}	Q_{33}	Q_{33}	Q_{23}	Q_{23}	Q_{33}	Q_{33}

Якщо f_{p1} і λ_k функції переходів і виходів автомата Мура, то функції переходів $f_{p2}(Q, X)$ і виходів $\lambda_2(Q, X)$ еквівалентного автомата Мілі:

$$f_{p2}(Q, X) = f_{p1}(Q, X); \lambda_2(Q, X) = \lambda_1(f_{p1}(Q, X)).$$

Звідси витікає, що таблиця переходів еквівалентного автомата Мілі співпадає з таблицею переходів автомата Мура, а в кожену клітку таблиці виходів записується символ, яким відмічений стан автомата Мура в заданій клітці.

При такому перетворенні граф автомата Мілі відрізняється від графу автомата Мура лише тим, що вихідні сигнали з вузлів графа перенесені на всі гілки, що входять у даний вузол.

Основи аналізу цифрових автоматів. Аналіз роботи автомата виконується з метою визначення його стану в послідовний тактовий момент часу і передбачення послідовних станів [1, 2]. Такі задачі з'являються при вивченні роботи невідомих схем, при налагодженні пристроїв цифрової схемотехніки. Задачі аналізу є досить складними і розв'язуються поетапно.

Рекомендуються наступні кроки:

- визначаються стани на послідовному тактовому моменті часу і значення виходів вхідної та вихідної комбінаційних функцій L_1 і L_2 ;
- використовуються функції L_1 і L_2 для побудови таблиці станів, яка повністю визначає послідовний стан і значення виходу схеми для кожної комбінації поточного стану і виходів;
- будується діаграма станів, яка містить інформацію з попереднього кроку (граф переходів).

Основи синтезу скінченних автоматів. Задача синтезу (проектування) скінченних автоматів майже діаметрально протилежна попередній задачі аналізу [1, 2].

У ряді літературних джерел приводиться послідовність кроків, які поетапно необхідно робити в процесі розробки автомата. Приблизно такі кроки можна описати як етапи проектування:

1. Задається закон функціонування автомата;
2. Мінімізується кількість внутрішніх станів автомата;
3. Кодуються стани автомата;
4. Визначаються функції збудження елементів пам'яті і функції виходів, а також забезпечується їх мінімізація;
5. Складається функціональна схема автомата в вибраному елементному базисі.

Перші три етапи відносяться до *абстрактного синтезу* автомата, при якому по значеннях вхідних і вихідних сигналів визначаються і кодуються його стани.

При абстрактному синтезі на основі словесного, табличного, за допомогою часових діаграм і інших засобів опису роботи автомату виявляється закон його функціонування і задаються функції переходів і виходів. На цьому етапі забезпечується мінімізація кількості станів і визначається кількість елементів пам'яті, необхідних для побудови автомата.

Решта станів забезпечують процедуру одержання структурних схем автоматів, що задаються кодованими таблицями входів і виходів. Така процедура називається *структурним синтезом*.

Задача структурного синтезу полягає у виборі типів елементарних автоматів (тригерів) і знаходження такого способу їх з'єднання між собою, який забезпечить функціонування автомата у відповідності до заданих кодованими таблицями переходів і виходів.

Основною задачею цього етапу є синтез комбінаційних схем з урахуванням вибраних тригерів, знаходження мінімальних форм функцій збудження і виходів. Етап закінчується побудовою функціональної схеми автомата.

Контрольні питання

1. Дайте визначення цифрового автомату.
2. Нарисуйте структурну схему автомата Мілі.
3. Нарисуйте структурну схему автомата Мура.
4. Чим відрізняється цифровий автомат Мілі від цифрового автомата Мура.
5. З яких етапів складається структурний синтез цифрових автоматів.

Перелік посилань

1. Самофалов К.Г., Романкевич А.М., та ін Прикладна теорія цифрових автоматів. - Київ. «Вища школа» 1987.
2. Рябенський В.М., Жуйков В.Я., Гулий В.Д. Цифрова схемотехніка: Навч. посібник. – Львів: Новий світ – 2000, 2009, – 736 с.