

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2021 р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Удосконалення конічно-циліндричного редуктора установки КМ-50
для дослідження деформування матеріалів при крученні»

Виконав (-ла): студент (-ка) IV курсу групи МП-72 Пархомін Андрій Сергійович _____
(підпис)

Керівник: к.т.н., доц. Онищенко Євген Євгенович _____
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з
праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2021 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)

«___» _____ 2021 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Пархоміну Андрію Сергійовичу

1. Тема роботи «Удосконалення конічно-циліндричного редуктора установки КМ-50 для дослідження деформування матеріалів при крученні», керівник роботи Онищенко Євген Євгенович, доцент, к.т.н., затверджені наказом по університету від 18.05.2021 р. № 1203-с.
2. Термін подання студентом роботи 08.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка КМ-50 для механічних випробувань матеріалів в умовах складного напруженого стану, максимальний крутний момент на захваті – 15 кНм, кутова швидкість захвата – 3,5 1/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розв'язання задачі методами теорії пружності, розрахунок деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 11 слайдів у презентації, записка містить 86 сторінок, 31 ілюстрацію, 8 таблиці, додаток та 17 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2020 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2020 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2021 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2021 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2021 р.	
5	Передзахист	09.06.2021 р.	
6	Захист дипломної роботи	16.06.2021 р.	

Студент

Андрій ПАРХОМІН

Керівник

Євген ОНИЩЕНКО

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки КМ-50 для механічних випробувань матеріалів в умовах складного напруженого стану.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроектовані усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення PROF Z було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану стержня при крученні моментом. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу FEMAP досліджено напружено-деформований стан тонкостінного зразка для випробувань на кручення. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. В останньому розділі визначено вплив шпонкового пазу на напружено-деформований стан валу. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 86 сторінок, 31 рисунок, 8 таблиці, додаток.

Ключові слова: *випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, циліндрична передача, конічна передача, розрахунок валів, підшипники, зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, коливання, власні частоти, власні форми.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the testing machine KM-50 for the mechanical testing of materials under complex stress-strain state.

In this work, the drive and gearbox were modified by selection of the most optimal details and their working conditions. All of the reduction gear units were designed and the gear train was improved via PROF Z software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. The methods of the theory of elasticity were used to calculate the stress-strain state of the rod during torsional moment. Stress-strain state of a hollow infinite cylinder under surface axisymmetric load was calculated by the elasticity theory methods. With the help of finite element method and FEMAP software the stress-strain state of a thin-walled specimen for torsion tests was calculated. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods. In the last section the influence of the keyway on the stress-strain condition of the shaft is determined. General conclusions were formulated.

The note contains 86 pages, 31 figures, 8 tables, an application.

Keywords: *test setup, reducer, kinematic scheme, cylindrical transmission, bevel gear, calculation of shafts, substrates, sample, stress-strain state, base plate, oscillations, normal modes.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings' specifications.

Зміст

1	Проектування і розрахунок привода випробувальної установки КМ-50	8
1.1	Опис випробувальної установки.....	8
1.2	Вибір електродвигуна	10
1.3	Кінематичний і силовий розрахунок привода.....	11
1.4	Розрахунок передач редуктора	13
1.4.1	Розрахунок зубчастої конічної прямозубої передачі	13
1.4.2	Розрахунок зубчастої циліндричної косозубої передачі	18
1.5	Розрахунок валів редуктора та опор.....	23
1.5.1	Розрахунок вхідного вала	23
1.5.2	Розрахунок проміжного вала.....	26
1.5.3	Розрахунок вихідного вала	29
2	Оптимізація циліндричної зубчастої передачі привода установки за геометричними показниками якості зачеплення.....	33
2.1	Постановка задачі.....	33
2.2	Дослідження некорегованих зубців.....	34
2.3	Геометричні характеристики некорегованих зубів.....	36
2.4	Корегування зубців	38
2.4.1	Геометричні характеристики корегованих зубців.....	40
2.5	Порівняння результатів розрахунків	42
2.6	Висновки	42
3	Розрахунок круглої ступінчастої пластини	43
3.1	Перший розрахунок.....	45
3.2	Другий розрахунок.....	46
3.3	Визначення параметрів стану пластини.....	47
4	Визначення напружено-деформованого стану стержня при крученні моментом....	51
5	Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка на кручення.....	56
5.1	Вибір зразка, та його розрахункової моделі	56
5.2	Постановка крайової задачі лінійної пружності	57
5.3	Формули методускінчених елементів для розв'язування крайової задачі лінійної пружності	59
5.4	Розрахункова схема.....	61

5.5 Результати розрахунків.....	62
6 Визначення власних частот та відповідних форм крутих коливань системи з двома ступенями вільності.....	64
6.1 Чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутих коливань системи з двома ступенями вільності	64
6.2 Числові розрахунки власних частот та відповідних форм згинальних коливань системи з двома ступенями вільності	68
6.2.1 Визначення власних частот методом сил.....	68
6.2.2 Визначення першої власної частоти методом Релея.....	72
6.2.3 Визначення першої власної частоти методом Донкерлі.....	73
7 Дослідження напруженого стану валу, послабленого шпонковим пазом з використанням методу скінчених елементів	75
7.1 Розрахунок напружень методом скінчених елементів	75
7.2 Аналітичний розрахунок напружень.....	80
7.3 Висновок	82
8 Список літератури	85

1 Проектування і розрахунок привода випробувальної установки КМ-50

1.1 Опис випробувальної установки

Установка КМ-50 призначена для дослідження матеріалів на кручення за статичного та циклічного навантаження.

Навантаження на зразок 1 передається від нижнього захвата 2, що може вільно обертатись навколо своєї осі, а захват 23 нерухомо закріплений.

Крутний момент на захват 2 передається гвинтом 3 від черв'ячної передачі 5, що знаходиться всередині установки. Для реверсивного навантаження необхідно забезпечити досить високу жорсткість установки. Це забезпечується нерухомим закріпленням зразка в спеціальних захватах. Електродвигун 13, що знаходиться в основі машини, обертає конічно-циліндричний редуктор, що передає крутний момент на черв'як, який в свою чергу обертає черв'ячне колесо з встановленим на ньому гвинтом. На гвинт передається крутний момент, який зумовлює обертання захватів і відповідно кручення зразка моментом T .

Схема установки показана на Рис. 1.1, де 1 – зразок; 2 – захват нижній; 3 – гвинт; 4 – зубчасте колесо; 5 – червячне колесо; 6 – стопорна гайка; 7,8 – зубчасті колеса; 9 – валик; 10 – зубчаста передача; 11 – черв'ячна передача; 12 – вилка переключення швидкостей; 13 – електродвигун; 14 – ланцюгова передача; 15 – циліндричний редуктор; 16 – барабан; 17 – лімб; 18 – ролик; 19 – стрілка; 20 – тяга; 21 – важіль; 22 – ролик; 23 – верхній захват; 24 – противага; 25 – стрічка.

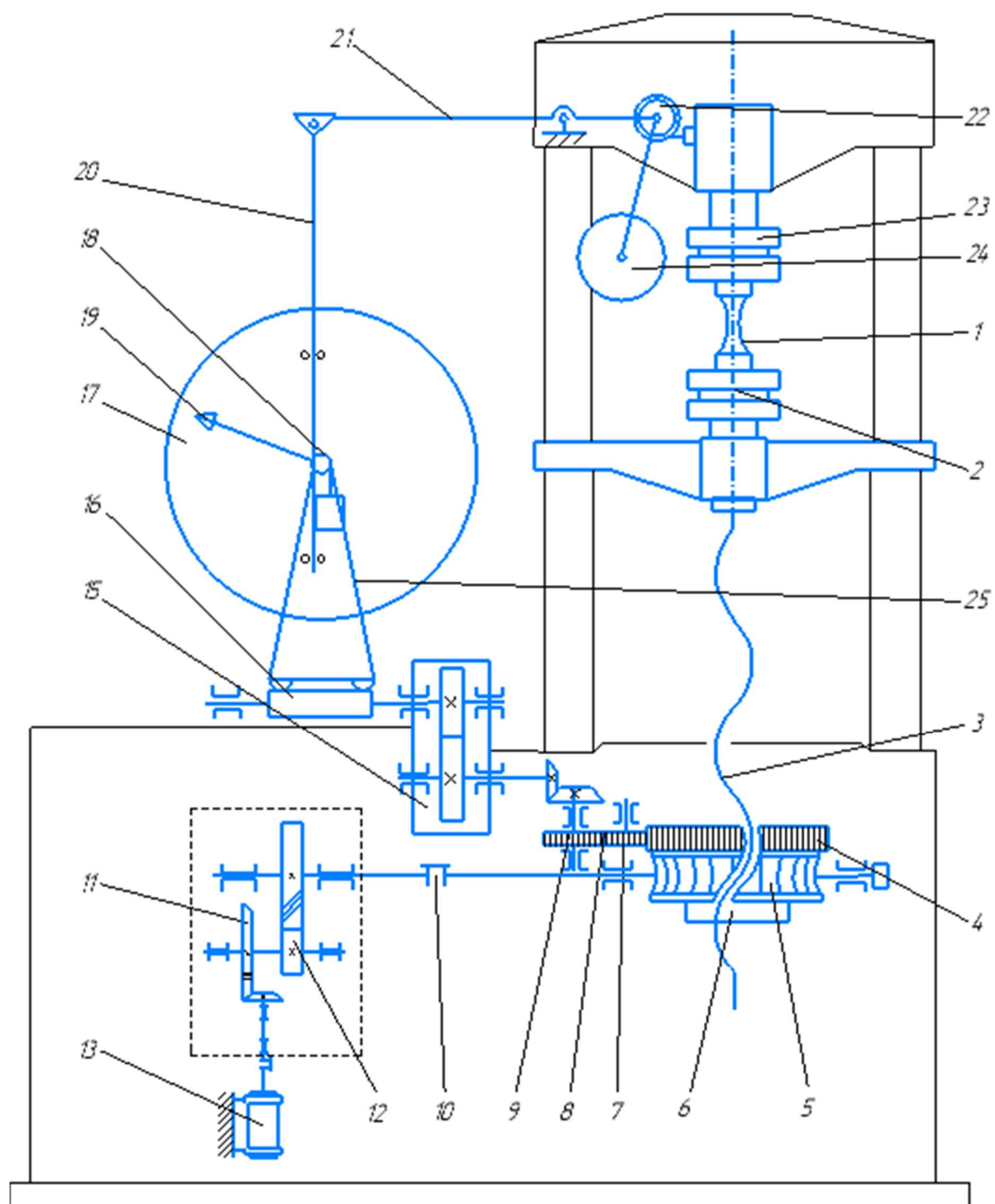


Рис. 1.1. Схема випробувальної установки КМ-50

1.2 Вибір електродвигуна

Визначаємо загальний ККД привода:

$$\eta_{\text{заг}} = \eta_{\text{кон}} \cdot \eta_{\text{цил}} \cdot \eta_{\text{черв}} \cdot \eta_{\text{г.г}} \cdot \eta_{\text{муф}} \cdot \eta_{\text{під}} = \\ = 0,961 \cdot 0,98 \cdot 0,72 \cdot 0,614 \cdot 0,99^2 \cdot 0,995^3 = 0,4 ,$$

де ККД зубчатої конічної передачі $\eta_{\text{кон}} = 0,96$; зубчатої циліндричної $\eta_{\text{цил}}=0,98$; черв'ячна передача $\eta_{\text{черв}} = 0,72$; передача гвинт-гайка $\eta_{\text{кон}}=0,61$; муфт $\eta_{\text{муф}}=0,99$; підшипників $\eta_{\text{під}}=0,995$;

Визначаємо номінальну потужність, і потужність на валу двигуна

$$P_{\text{н}}=T \cdot \omega=15000 \cdot 0,05833=875 \text{ Вт} ,$$

$$P_{\text{л}} = \frac{P_{\text{н}}}{\eta_{\text{заг}}} = \frac{875}{0,4} = 2183,37 \text{ Вт} ,$$

де $T = 15000$ Нм – заданий максимальний крутний момент; $\omega=3,5$ об/сек – задана кутова швидкість захвата.

Визначаємо загальне орієнтовне передатне число привода:

$$i' = i'_{\text{кон}} \cdot i'_{\text{цил}} \cdot i'_{\text{черв}} = 3,15 \cdot 3,3 \cdot 8,26 = 85,8627 ,$$

де попереднє передатне число зубчатої конічної передачі $i'_{\text{кон}}=3,15$; зубчатої циліндричної $i'_{\text{цил}} = 3,3$; черв'ячної передачі $i'_{\text{черв}}=8,26$.

Визначаємо орієнтовну частоту обертання вала двигуна:

$$n'_{\text{дв}} = n \cdot i' = 33,422 \cdot 85,8627 = 2869,749 \text{ об/хв}$$

$$\text{де частота обертання захвата } n = 30\omega/\pi = 30 \cdot 3,5/\pi = 33,422 \text{ об/хв}$$

Вибираємо синхронну частоту обертання ротора двигуна, яка найближча за значенням до величини $n'_{\text{дв}}$:

$$n_{\text{дв}}=2870 \text{ об/хв}$$

Вибираємо тип двигуна , враховуючи його номінальну потужність і синхронну частоту обертання ротора(табл.1).

Таблиця 1.2.1 Характеристика двигуна

Потужність $P_{дв, кВт}$	Типорозмір двигуна	Частота обертання, $n_{дв, хв^{-1}}$	$\frac{T_{пуск}}{T_{ном}}$	$\frac{T_{max}}{T_{ном}}$	ККД, %	Cosφ
2,2	4A80B2У3	2870	2	2,2	83	0,99

1.3 Кінематичний і силовий розрахунок привода

Визначаємо частоти обертання швидкохідного n_1 , проміжного n_2 і тихохідного валу n_3 :

$$n_1 = n_{дв} = 2870 \text{ хв}^{-1}$$

$$n_2 = \frac{n_1}{u_{кон}} = \frac{2870}{3,15} = 911,11 \text{ хв}^{-1}$$

$$n_3 = \frac{n_2}{u_{цил}} = \frac{911,11}{3,3} = 279,094 \text{ хв}^{-1}$$

Оскільки відхилення частоти обертання вихідного валу редуктора від заданої частоти обертання:

$$\Delta = \frac{n - n_3}{n} \cdot 100 = \frac{33,422 - 33,425}{33,422} \cdot 100 = 0,008\%$$

не перевищує 5 %, що є допустимим.

Визначаємо потужність на валах привода:

$$P_1 = P_{ндв} \cdot \eta_{муф} = 2,2 \cdot 0,99 = 2,178 \text{ кВт}$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_{кон} = 2,178 \cdot 0,961 = 2,093 \text{ кВт}$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_{цил} = 2,093 \cdot 0,98 = 2,0511 \text{ кВт}$$

$$P_4 = P_3 \cdot \eta_{муф} = 2,0511 \cdot 0,99 = 2,03 \text{ кВт}$$

$$P_5 = P_4 \cdot \eta_{черв} = 2,03 \cdot 0,72 = 1,462 \text{ кВт}$$

Визначаємо крутний момент на валу електродвигуна:

$$T_1 = 9550 \frac{P_1}{n_1} = 9550 \frac{2,178}{2870} = 7,32 \text{ Нм}$$

$$T_2 = 9550 \frac{P_2}{n_2} = 9550 \frac{2,093}{911,11} = 21,93 \text{ Нм}$$

$$T_3 = 9550 \frac{P_3}{n_3} = 9550 \frac{2,0511}{279,094} = 70,944 \text{ Нм}$$

$$T_4 = 9550 \frac{P_4}{n_4} = 9550 \frac{2,03}{33,425} = 417,7044 \text{ Нм}$$

Таблиця 1.3.1 Основні розміри вибраного електродвигуна

Тип двигуна	Габаритні розміри			Установлювальні та приєднувальні розміри, мм						Маса, кг
	l_{30}	h_{31}	d_{30}	l_1	l_{10}	d_1	b_{10}	h	h_5	
4A80B2Y3	320	218	186	50	100	22	125	80	24,5	19,5

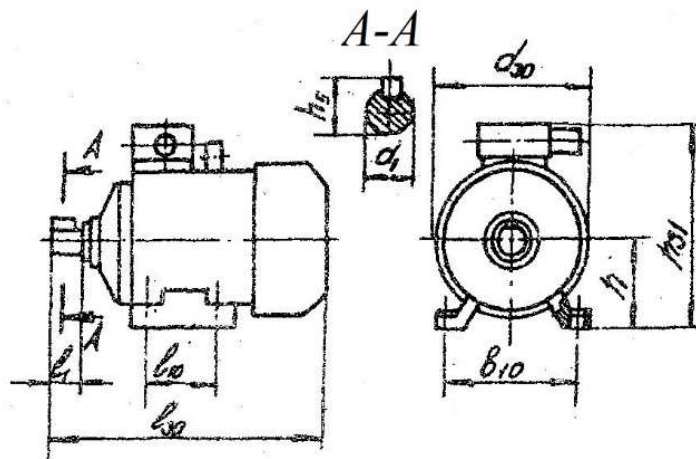


Рис 1.3.1 Основні розміри вибраного електродвигуна

1.4 Розрахунок передач редуктора

1.4.1 Розрахунок зубчастої конічної прямозубої передачі

Вихідні дані:

Тип передачі: конічна прямозуба

Потужність на швидкохідному валу: $P_2 = 2,178$ кВт

Частота обертання вала:

швидкохідного: $n_1 = 2870 \text{ хв}^{-1}$;

проміжного: $n_2 = 911,11 \text{ хв}^{-1}$

Передатне число зубчастої передачі: $i_3 = \frac{n_1}{n_2} = \frac{2870}{911,11} = 3,15$

Строк служби передачі: $t = 20000 \text{ год}$

Призначаємо: для шестерні – Сталь 20ХГНР границя плинності: $\sigma_T = 355$ МПа; границя міцності: $\sigma_B = 600$ МПа, для колеса – Сталь 50Г ($\sigma_T = 392$ МПа; $\sigma_B = 600$ МПа). Термообробка – поліпшення. Твердість зубців після обробки: шестерні – 600 НВ₁; колеса – 290 НВ₂.

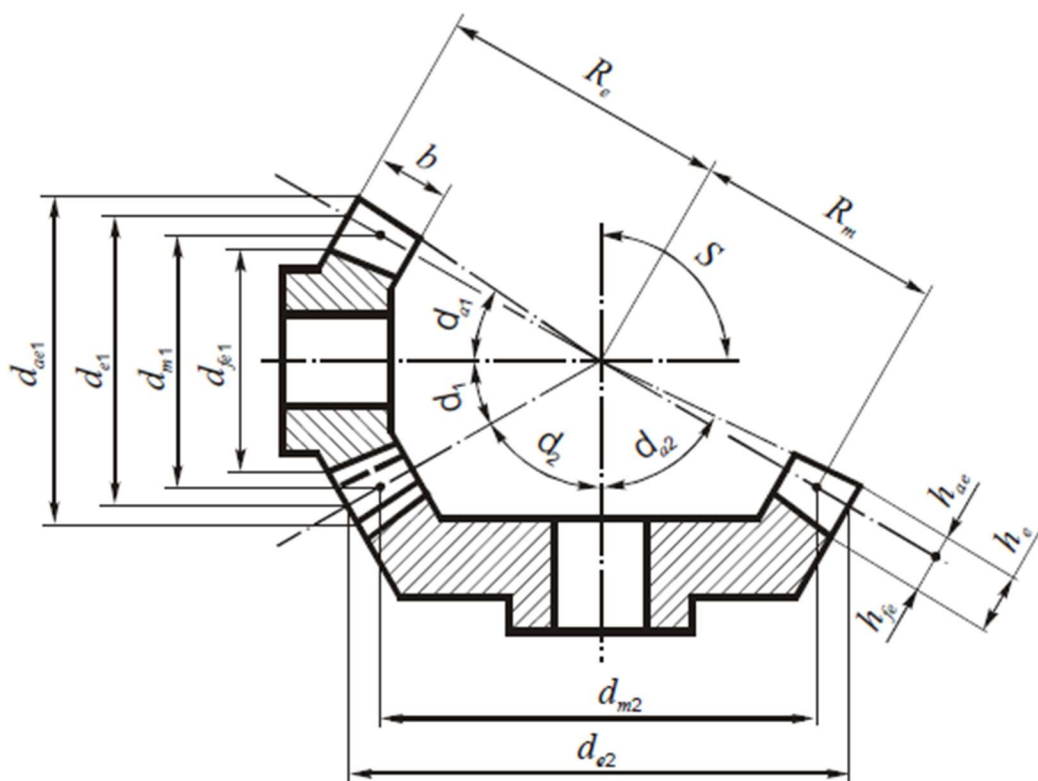


Рис 1.2 Кінематична схема зубчастої передачі

Розраховуємо допустимі напруження на контактну витривалість за формулою: $[\sigma_H] = \frac{\sigma_{Hlimb}}{s_H} \cdot Z_R \cdot K_{HL}$

Для шестерні:

$$\sigma_{Hlimb} = (23 \cdot HRC) = (23 \cdot 59) = 1357 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{HO} = 30HB^{2,4} = 30 \cdot 600^{2,4} = 1,39 \cdot 10^8$$

$$N_{\Sigma} = \frac{1800 \cdot \omega \cdot h \cdot v}{\pi} = \frac{1800 \cdot 300,545 \cdot 2 \cdot 10^4}{\pi} = 3,44 \cdot 10^9$$

$$N_{HE} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma} = 0,25 \cdot 3,44 \cdot 10^9 = 8,61 \cdot 10^8$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO}}{N_{HE}}} = \sqrt[6]{\frac{1,39 \cdot 10^8}{8,61 \cdot 10^8}} = 0,738 (N_{HE} > N_{HO}) \Rightarrow K_{HL_1} = 1$$

Коефіцієнт запасу міцності $S_{H_1} = S_{H_2} = 1,1$ (при термообробці об'ємне загартування).

Визначаємо допустимі контактні напруження:

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{Hlimb}}{s_H} \cdot Z_R \cdot K_{HL} = \frac{1357}{1,1} \cdot 1 \cdot 1 = 865,34 \text{ МПа}$$

Для колеса:

$$\sigma_{Hlimb} = (2 \cdot HB + 70) = (2 \cdot 290 + 70) = 650 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{HO} = 30HB^{2,4} = 30 \cdot 480^{2,4} = 8,16 \cdot 10^7$$

$$N_{\Sigma} = \frac{1800 \cdot \omega \cdot h \cdot v}{\pi} = \frac{1800 \cdot 95,411 \cdot 2 \cdot 10^4}{\pi} = 1,093 \cdot 10^9$$

$$N_{HE} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma} = 0,25 \cdot 1,093 \cdot 10^9 = 2,73 \cdot 10^8$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO}}{N_{HE}}} = \sqrt[6]{\frac{8,16 \cdot 10^7}{2,73 \cdot 10^8}} = 0,668 (N_{HE} > N_{HO}) \Rightarrow K_{HL_2} = 1$$

Коефіцієнт запасу міцності $S_{H_1} = S_{H_2} = 1,1$ (при термообробці об'ємне загартування).

Визначаємо допустимі контактні напруження:

$$[\sigma_H] = \frac{\sigma_{Hlimb}}{S_H} \cdot Z_R \cdot K_{HL} = \frac{650}{1,1} \cdot 1 \cdot 1 = 375,21 \text{ МПа}$$

Визначаємо допустимі напруження для розрахунку на витривалість зубців при згині окремо для шестерні та колеса за формулою:

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{Flimb}}{S_F} \cdot K_{FC} \cdot K_{FL}$$

Шестерні: $\sigma_{Flimb1} = 800 \text{ МПа}$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{FE1} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,14 \cdot 3,44 \cdot 10^9 = 4,821 \cdot 10^8$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO1}}{N_{FE}}} = \sqrt[6]{\frac{4 \cdot 10^6}{4,821 \cdot 10^8}} = 0,449 \quad (N_{FE} > N_{F0}) \Rightarrow K_{FL1} = 1$$

Допустимі напруження:

$$[\sigma_{F1}] = \frac{\sigma_{Flimb}}{S_{F1}} = \frac{800}{1,75} \cdot 1 \cdot 1 = 457,14 \text{ МПа}$$

Коефіцієнт запасу міцності $S_{F1} = S_{F2} = 1,75$

Колеса:

$$\sigma_{Flimb} = 1,8 \cdot HB_2 = 1,8 \cdot 290 = 522 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{FE2} = \frac{N_{FE1}}{i_1} = \frac{4,821 \cdot 10^8}{3,15} = 1,53 \cdot 10^8$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO2}}{N_{FE2}}} = \sqrt[6]{\frac{4 \cdot 10^6}{1,53 \cdot 10^8}} = 0,544 \quad (N_{FE} < N_{F0}) \Rightarrow K_{FL} \leq 2,08$$

Допустимі напруження:

$$[\sigma_{F2}] = \frac{\sigma_{Flimb}}{S_{F2}} = \frac{522}{1,75} \cdot 1 \cdot 0,544 = 162,49 \text{ МПа}$$

Визначаємо граничні допустимі напруження на згин для попередження залишкових деформацій або крихкого злому зубців (при перевантаженнях):

Допустимі напруження в розрахунках на міцність на згин при перенавантаженнях:

Шестерня:

$$[\sigma_F]_{max} = \frac{\sigma_{FlimM}}{s_F} = \frac{4,8 \cdot 600}{1,75} = 1645,71 \text{ МПа}$$

Колесо:

$$[\sigma_F]_{max} = \frac{\sigma_{FlimM}}{s_F} = \frac{4,8 \cdot 290}{1,75} = 795,42 \text{ МПа}$$

Визначаємо мінімальний зовнішній діаметр ділильного діаметра конічного колеса:

$$d_{e2min} = K_d \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_{H\beta} \cdot i^2}{K_{be}(1-K_{be}) \cdot [\sigma]_H^2}} = 1000 \cdot \sqrt[3]{\frac{7,246 \cdot 1,12 \cdot 3,15^2}{0,3 \cdot (1-0,3) \cdot 558,25^2}} = 107,16 \text{ мм}$$

$K_{be}=0,3$ - коефіцієнт ширини зубчатого вінця

$K_{H\beta} = 1,12$ - коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчатого вінця.

Визначаємо модуль зубчастої передачі:

Попередньо вибираємо числа зубів шестірні і колеса:

$$\text{Прийmemo } z_1=20$$

$$z_2 = z_1 \cdot i_{\text{кон}} = 20 \cdot 3,15 = 63$$

Зовнішній коловий модуль зубців:

$$m'_e = \frac{d_{e2min}}{z_2} = \frac{107,16}{63} = 1,7$$

Узгоджуємо зі стандартним: $m_e=2$

Зовнішні ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_{e1} = m_e \cdot z_1 = 2 \cdot 20 = 40 \text{ мм}$$

$$d_{e2} = m_e \cdot z_2 = 2 \cdot 63 = 126 \text{ мм}$$

Зовнішня конусна відстань:

$$R_e = \frac{m_e}{2} \sqrt{z_1^2 + z_2^2} = \frac{2}{2} \sqrt{20^2 + 63^2} = 66,098 \text{ мм}$$

Ширина зубчатих вінців:

$$b = b_1 = b_2 = K_{be} \cdot R_e = 0,3 \cdot 66,098 = 19,829 \text{ мм}$$

Середня конусна відстань:

$$R_m = R_e - 0,5b = 66,098 - 0,5 \cdot 19,829 = 56,183 \text{ мм}$$

Середні ділильні діаметри шестерні та колеса:

$$d_{m1} = m_m \cdot z_1 = 1,7 \cdot 20 = 34 \text{ мм}$$

$$d_{m2} = m_m \cdot z_2 = 1,7 \cdot 63 = 107,1 \text{ мм}$$

Кути при вершинах ділильних конусів шестерні та колеса:

$$\delta_1 = \arctg \frac{z_1}{z_2} = \arctg \frac{20}{63} = 17,612^\circ$$

$$\delta_2 = 90^\circ - \delta_1 = 90^\circ - 17,612^\circ = 72,388^\circ$$

Еквівалентні числа зубців конічних шестерні та колеса:

$$z_{v1} = z_1 \frac{\sqrt{i^2 + 1}}{i} = 20 \cdot \frac{\sqrt{3,15^2 + 1}}{3,15} = 20,983$$

$$z_{v2} = z_2 \cdot \sqrt{i^2 + 1} = 63 \cdot \sqrt{3,15^2 + 1} = 208,209$$

Коефіцієнт торцевого перекриття зубців:

$$\varepsilon_a = 1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_{v1}} + \frac{1}{z_{v2}} \right) = 1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{20,983} + \frac{1}{208,209} \right) = 1,712$$

Колова сила у зачепленні:

$$F_t = \frac{2 \cdot T_1}{d_{m1}} = \frac{2 \cdot 7,246}{(34/1000)} = 426,282 \text{ Н}$$

Середній модуль зубців:

$$m_m = m_e \cdot \frac{R_m}{R_e} = 2 \cdot \frac{56,183}{66,098} = 1,7$$

1.4.2 Розрахунок зубчастої циліндричної косозубої передачі

Вихідні дані:

Тип передачі: циліндрична косозуба

Потужність на проміжному валу: $P_2 = 2,093$ кВт

Частота обертання вала:

проміжного:
$$n_2 = \frac{n_1}{i_{\text{кон}}} = \frac{2870}{3,15} = 911,11 \text{ хв}^{-1} ;$$

тихохідного:
$$n_3 = 279,094 \text{ хв}^{-1}$$

Передатне число зубчастої передачі:
$$i_3 = \frac{n_2}{n_3} = \frac{911,11}{279,094} = 3,3$$

Строк служби передачі:
$$t = 20000 \text{ год}$$

Призначаємо: для шестерні – Сталь АЦ45 границя плинності: $\sigma_T = 355$ МПа; границя міцності: $\sigma_B = 600$ МПа, для колеса – Сталь АЦ45 ($\sigma_T = 355$ МПа; $\sigma_B = 600$ МПа). Термообробка – об'ємне гартування. Твердість зубців після обробки: шестерні – 480 НВ₁; колеса – 480 НВ₂.

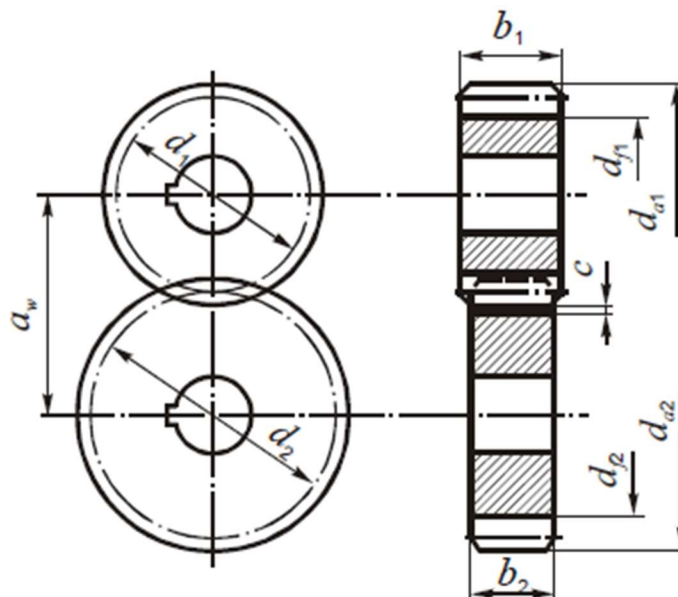


Рис 1.3 Кінематична схема зубчастої передачі

Розраховуємо допустимі контактні напруження окремо для шестерні та колеса за формулою:

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{Hlimb}}{S_H} Z_R \cdot K_{HL}$$

Для шестерні:

$$\sigma_{H\ limb1} = (18HRC + 150) = (18 \cdot 50 + 150) = 1050 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{HO1} = 30HB_1^{2,4} = 30 \cdot 480^{2,4} = 8,16 \cdot 10^7$$
$$N_{\Sigma 1} = \frac{1800 \cdot \omega \cdot h \cdot v}{\pi} = \frac{1800 \cdot 95,411 \cdot 2 \cdot 10^4}{\pi} = 1,09 \cdot 10^9$$
$$N_{HE} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,25 \cdot 1,09 \cdot 10^9 = 2,73 \cdot 10^8$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO1}}{N_{HE1}}} = \sqrt[6]{\frac{8,16 \cdot 10^7}{2,73 \cdot 10^8}} = 0,81 (N_{HE1} > N_{HO}) \Rightarrow K_{HL1} = 1$$

Коефіцієнт запасу міцності $S_{H1} = S_{H2} = 1,1$ (при термообробці об'ємне гартування)

Визначаємо допустимі контактні напруження:

$$[\sigma]_{H1} = \frac{1050}{1,1} \cdot 1 \cdot 1 = 954,545 \text{ МПа}$$

Для колеса:

$$\sigma_{H\ limb2} = (18HRC + 150) = (18 \cdot 50 + 150) = 1050 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{HO2} = 30HB_2^{2,4} = 30 \cdot 480^{2,4} = 8,16 \cdot 10^7$$
$$N_{\Sigma 2} = \frac{N_{\Sigma 1}}{i_{\text{цил}}} = \frac{1,09 \cdot 10^9}{3,3} = 3,31 \cdot 10^8$$
$$N_{HE2} = K_{HE} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,25 \cdot 3,31 \cdot 10^8 = 8,28 \cdot 10^7$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{HL2} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO2}}{N_{HE2}}} = \sqrt[6]{\frac{8,16 \cdot 10^7}{8,28 \cdot 10^7}} = 0,99 (N_{HE} > N_{HO1}) \Rightarrow K_{HL1} = 1$$

Коефіцієнт запасу міцності $S_{H1} = S_{H2} = 1,1$ (при термообробці поліпшення).

$$[\sigma]_{H1} = \frac{1050}{1,1} \cdot 1 \cdot 1 = 954,545 \text{ МПа}$$

Визначаємо допустимі напруження для розрахунку на витривалість зубців при згині окремо для шестерні та колеса за формулою:

$$[\sigma_F] = \frac{\sigma_{Flimb}}{S_F} \cdot K_{FC} \cdot K_{FL}$$

Шестерні: $\sigma_{Flimb} = 700 \text{ МПа}$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{FE_1} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 1} = 0,14 \cdot 1,09 \cdot 10^9 = 1,53 \cdot 10^8$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO1}}{N_{FE}}} = \sqrt[6]{\frac{4 \cdot 10^6}{1,53 \cdot 10^8}} = 0,66 \quad (N_{FE} > N_{F0}) \Rightarrow K_{FL} = 1$$

Допустимі напруження:

$$[\sigma_{F1}] = \frac{\sigma_{Flimb1}}{S_{F1}} \cdot K_{FC} \cdot K_{FL} = \frac{700}{1,75} \cdot 1 \cdot 1 = 400 \text{ МПа}$$

Коефіцієнт запасу міцності $S_{F1} = S_{F2} = 1,75$ (при термообробці об'ємне гартування).

Колеса:

$$\sigma_{Flim} = 700 \text{ МПа}$$

Еквівалентне число циклів напружень:

$$N_{FE_2} = K_{FE} \cdot N_{\Sigma 2} = 0,14 \cdot 3,31 \cdot 10^8 = 4,63 \cdot 10^7$$

Коефіцієнт довговічності:

$$K_{FL2} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO2}}{N_{FE}}} = \sqrt[6]{\frac{4 \cdot 10^6}{4,63 \cdot 10^7}} = 0,66 \quad (N_{FE} < N_{F0}) \Rightarrow K_{FL2} = 1$$

Допустимі напруження:

$$[\sigma_{F2}] = \frac{\sigma_{Flim}}{S_{F2}} \cdot K_{FC} \cdot K_{FL} = \frac{700}{1,75} \cdot 1 \cdot 1 = 400 \text{ МПа}$$

Допустимі напруги в розрахунках на міцність на згин при перенавантаженнях:

Шестерня:

$$[\sigma_F]_{max} = \frac{\sigma_{FlimM}}{S_F} = \frac{4,8 \cdot 480}{1,75} = 1316,57 \text{ МПа}$$

Колесо:

$$[\sigma_F]_{max} = \frac{\sigma_{FlimM}}{s_F} = \frac{4,8 \cdot 480}{1,75} = 1316,57 \text{ МПа}$$

Визначаємо орієнтовне значення міжосьової відстані за формулою:

$$a_{wmin} = K_a \cdot (u_{цил} + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta}}{[\sigma]^2 \cdot u \cdot \psi_{ba}}} = 430 \cdot (3,3 + 1) \cdot \sqrt[3]{\frac{21,93 \cdot 1,1}{954,54^2 \cdot 3,3 \cdot 0,5}} = 46,78 \text{ мм}$$

де $K_a = 430 \text{ МПа}^{1/3}$ (для косозубих передач),

крутний момент на шестерні $T_2 = 21,93 \text{ Нм}$;

допустиме контактне напруження $[\sigma]_H = 954,54 \text{ МПа}$ (розраховане вище);

$\psi_{ba} = 0,5$ коефіцієнт ширини зубчатого вінця колеса;

$K_{H\beta} = 1,1$ - коефіцієнт, що враховує нерівномірність розподілу навантаження по ширині зубчатих вінців.

Визначаємо модуль зубчастої передачі:

$$m'_n = \frac{2 \cdot a_{wmin} \cdot \cos\beta}{z_1 + z_2} = \frac{2 \cdot 46,78 \cdot \cos 17,14^\circ}{40 + 132} = 0,6$$

Приймаємо $m_n = 1$.

Уточнення міжосьової відстані:

$$a'_w = \frac{0,5(z_1 + z_2) \cdot m_n}{\cos\beta} = \frac{0,5(40 + 132) \cdot 1}{\cos 17,14^\circ} = 90,0002 \text{ мм}$$

Приймаємо $a = 90 \text{ мм}$.

Визначаємо ширину зубчатих вінців:

$$b_2 = \psi_{ba} \cdot a_w = 0,5 \cdot 90 = 45 \text{ мм}$$

$$b_1 = 1,07 \cdot b_2 = 1,07 \cdot 45 = 48,15 \text{ мм}$$

Приймаємо $b_2 = 48 \text{ мм}$

Визначаємо основні діаметри шестерні та колеса:

$$\text{шестерні: } d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos\beta} = \frac{40}{\cos 17,14^\circ} = 41,86 \text{ мм}$$

$$d_{a1} = 2m + d_1 = 2 + 41,86 = 43,86 \text{ мм}$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m = 41,86 - 2,5 = 39,36 \text{ мм}$$

$$\text{колеса:} \quad d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos \beta} = \frac{132}{\cos 17,14^\circ} = 138,13 \text{ мм}$$

$$d_{a2} = 2m + d_2 = 2 + 138,13 = 140,13 \text{ мм}$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m = 138,13 - 2,5 = 135,63 \text{ мм}$$

Визначаємо колову швидкість зубчастих коліс, м/с:

$$V = 0,5 \cdot \omega_1 \cdot d_1 = 0,5 \cdot 95,411 \cdot (41,86/1000) = 1,99 \text{ м/с}$$

В залежності від колової швидкості обираємо 9 ступінь точності

$$\text{Висота головки зубця:} \quad h_a = m_n = 1 \text{ мм}$$

$$\text{Висота ніжки зубця:} \quad h_f = 1,25m_n = 1,25 \text{ мм}$$

$$\text{Висота зубця:} \quad h = 2,25m_n = 2,25 \text{ мм}$$

Еквівалентні числа зубців шестерні та колеса:

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos^3 \beta} = \frac{40}{\cos^3 17,14^\circ} = 45,84$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos^3 \beta} = \frac{132}{\cos^3 17,14^\circ} = 151,28$$

Коефіцієнт торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \right] \cos \beta = \left[1,88 - 3,2 \left(\frac{1}{40} + \frac{1}{132} \right) \right] \cos 17,14^\circ = 1,69$$

Коефіцієнт осьового перекриття:

$$\varepsilon_\beta = \frac{b_2 \cdot \sin \beta}{\pi \cdot m_n} = \frac{45 \cdot \sin 17,14^\circ}{\pi} = 4,22$$

Колова сила у зачепленні:

$$F_t = \frac{2T_2}{d_1} = \frac{2 \cdot 21,93}{(41,86/1000)} = 1048,108 \text{ Н}$$

1.5 Розрахунок валів редуктора та опор

1.5.1 Розрахунок вхідного вала

Вихідні дані:

Потужність на швидкохідному валі: $P_1 = 2,178$ кВт;

Частота обертання вала: $n_1 = 2870 \text{ хв}^{-1}$;

Строк служби: $t = 20000$ год;

Діючі на вал навантаження:

- Крутний момент: $T_1 = 7,246$ Нм;
- Колове зусилля: $F_t = 1048,108$ Н;
- Радіальне зусилля: $F_r = 399$ Н;
- Осьова сила: $F_a = 323,37$ Н;

Вибираємо для валу сталь Ст5.

Механічні характеристики:

- Границя плинності: $\sigma_t = 320$ МПа;
- Границя міцності: $\sigma_B = 540$ МПа;

Визначаємо орієнтовний діаметр валу з умови міцності:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_1}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 7,246}{\pi \cdot 24}} = 12,69 \text{ мм}$$

Оскільки на вал діє не тільки крутний, а ще й згинальний момент, то допустиме напруження беремо $[\tau] = 24$ МПа. Прийmemo діаметр валу $d_1 = 20$ мм, оскільки він має з'єднуватись з двигуном, у якого вал має діаметр $d_{\text{дв}} = 22$ мм.

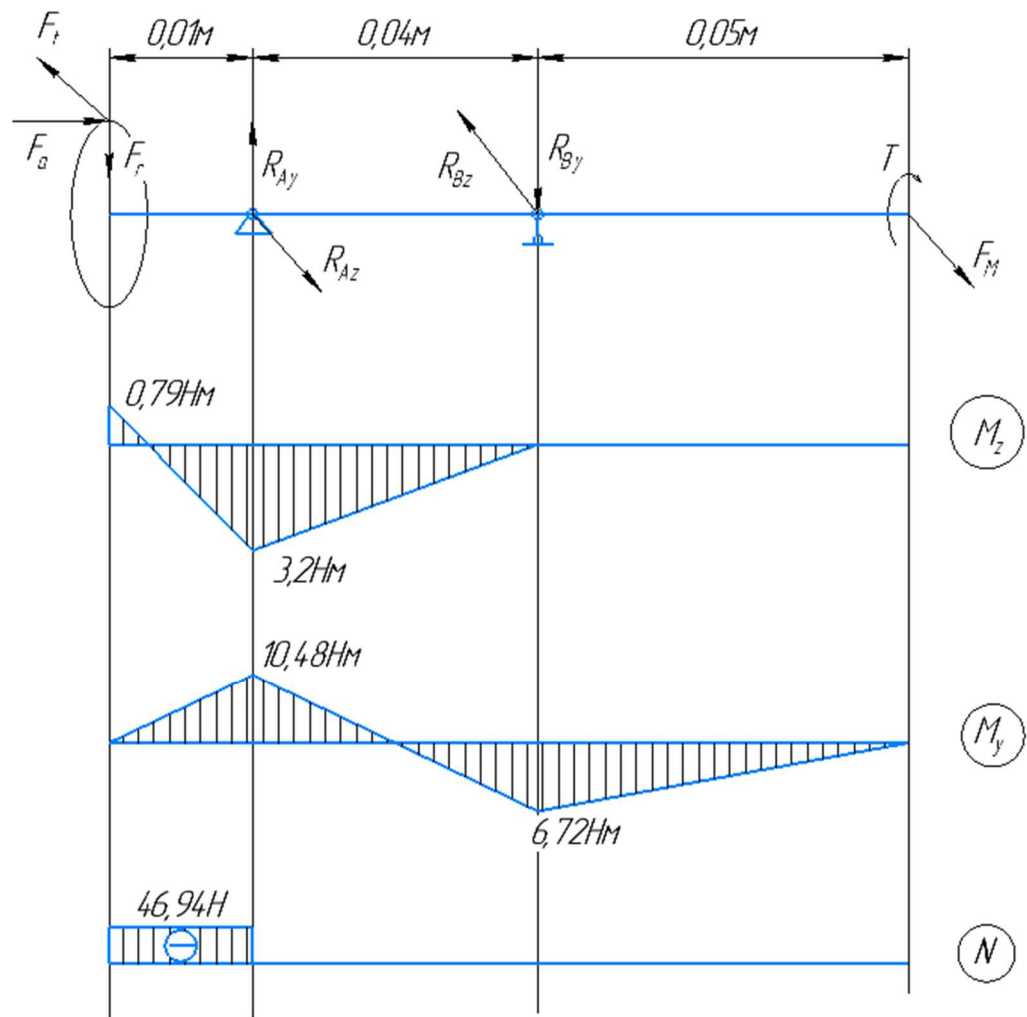


Рис. 4.1 Розрахункова схема вхідного валу

Знайдемо реакції в опорах:

$$\sum M_{Az} = 0: F_a \cdot \frac{d_1}{2} - F_r \cdot 0,01 + R_{By} \cdot 0,04 = 0$$

$$R_{By} = 75,188H$$

$$\sum y = 0: -F_r + R_{Ay} - R_{By} = 0$$

$$R_{Ay} = 474,18H$$

$$\sum M_{Ay} = 0: F_t \cdot 0,01 - R_{Bz} \cdot 0,04 + F_M \cdot 0,09 = 0$$

$$R_{Bz} = 564,85H$$

$$\sum z = 0: F_t - R_{Az} + R_{Bz} - F_M = 0$$

$$R_{Az} = 1478,36H$$

Сили, що діють на підшипники:

Осьова сила: $F_a = 46,94 \text{ Н}$

Реакція опори по осі у: $R_y = 1478,36 \text{ Н}$

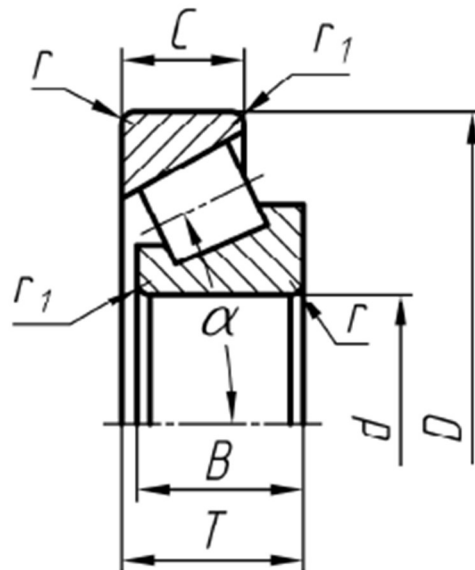
Реакція опори по осі z: $R_z = 474,18 \text{ Н}$

Повне радіальне навантаження:

$$R_r = \sqrt{R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{1478,36^2 + 474,18^2} = 1552,54 \text{ Н}$$

Передача конічна прямозуба, тому, за методичними рекомендаціями беремо роликові конічні підшипники. Цапфа під підшипник має діаметр $d_n=25 \text{ мм}$. Обираємо підшипник легкої серії 7205.

Характеристики обраного підшипника:



d	D	T	B	c	r	r ₁	C,кН	C ₀ ,кН
25	52	16,25	15	13	1,5	0,5	24	17,5

Перевірка підшипників на динамічну вантажність:

$$R = (XVR_r + YR_a) \cdot K_6 \cdot K_T = (1552,54 + 0 \cdot 46,94) \cdot 1,2 = 1863,05 \text{ Н}$$

де $X=1$ і $Y=0$ - коефіцієнти радіального та осьового навантаження; $V=1$ - коефіцієнт обертання; коефіцієнт безпеки $K_6=1,2$; температурний коефіцієнт $K_T=1$.

Еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R_E = K_E \cdot R = 0,4 \cdot 1863,05 = 745,221 \text{ Н}$$

де $K_E = 0,4$ – коефіцієнт інтенсивності режиму навантаження (легкий).

Довговічність:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{R_E}\right)^{10/3} = 0,62 \cdot 0,65 \cdot \left(\frac{24000}{745,221}\right)^{10/3} = 42827,7 \text{ млн об}$$

де, коефіцієнт для підшипників підвищеної надійності $a_1=0,62$; коефіцієнт якості матеріалу $a_{23}=0,65$ (для роликових конічних);

Розрахунок довговічності в годинах:

$$L_h = 1745 \cdot \frac{L}{\omega} = 1745 \cdot \frac{42827,7}{300,545} = 248662 \text{ годин}$$

Стандарти запроваджують довговічність для зубчастих передач 10000год.

1.5.2 Розрахунок проміжного вала

Вихідні дані:

Потужність на проміжному валі: $P_2 = 2,093 \text{ кВт};$

Частота обертання вала: $n_2 = 911,11 \text{ хв}^{-1};$

Строк служби: $t = 20000 \text{ год};$

Діючі на вал навантаження:

- Крутний момент: $T_2 = 22,82 \text{ Нм};$
- Колова сила на конічному колесі: $F_t = 426,28 \text{ Н};$
- Радіальна сила на конічному колесі: $F_r = 46,94 \text{ Н};$
- Осьова сила від конічного колеса: $F_a = 147,88 \text{ Н};$
- Колова сила на циліндричній шестерні: $F_t = 1048,108 \text{ Н};$
- Радіальна сила на циліндричній шестерні: $F_r = 399 \text{ Н};$
- Осьова сила від циліндричної шестерні: $F_a = 323,37 \text{ Н};$

Призначаємо для виготовлення вала *Сталь Ст5*.

Механічні характеристики:

- Границя плинності: $\sigma_t = 320 \text{ МПа};$

- Границя міцності: $\sigma_B = 540 \text{ МПа};$

Визначаємо орієнтовний діаметр валу з умови міцності:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_1}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 22,82}{\pi \cdot 24}} = 18,61 \text{ мм}$$

Оскільки на вал діє не тільки крутний, а ще й згинальний момент, то допустиме напруження беремо $[\tau] = 24 \text{ МПа}.$

Прийmemo діаметр валу $d_1 = 20 \text{ мм}.$

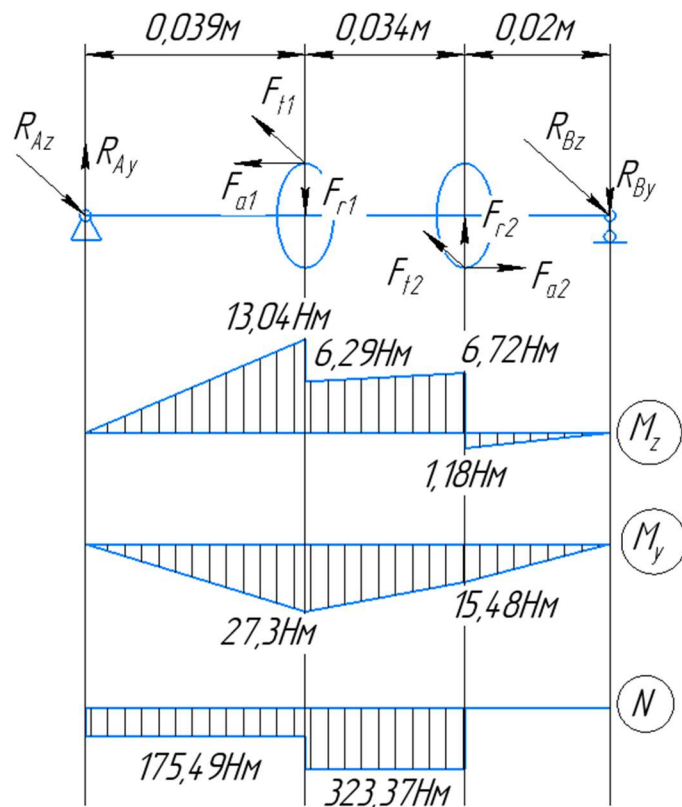


Рис. 4.2. Розрахункова схема проміжного валу

Знайдемо реакції в опорах:

$$\sum M_{Ay} = 0: F_{t1} \cdot 0,039 + F_{t2} \cdot 0,073 - R_{Bz} \cdot 0,093 = 0$$

$$R_{Bz} = 774,13 \text{ Н}$$

$$\sum F_z = 0: -R_{Az} + F_{t1} + F_{t2} - R_{Bz} = 0$$

$$R_{Az} = 700,25 \text{ Н}$$

$$\sum M_{Az} = 0: F_{a2} \frac{d_1}{2} - F_{r2} \cdot 0,039 + F_{a1} \frac{d_2}{2} + F_{r1} \cdot 0,073 - R_{By} \cdot 0,093 = 0$$

$$R_{By} = 59,44H$$

$$\sum y = 0: R_{Ay} - F_{r2} + F_{r1} - R_{By} = 0$$

$$R_{Ay} = 334,5H$$

Сили, що діють на підшипники:

Осьова сила: $F_a = 175,49 H$

Реакція опори по осі y: $R_y = 334,5 H$

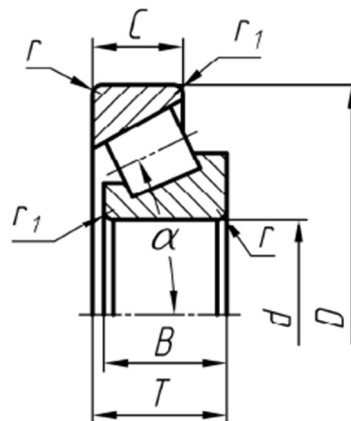
Реакція опори по осі z: $R_z = 700,25 H$

Повне радіальне навантаження:

$$R_r = \sqrt{R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{334,5^2 + 700,25^2} = 776,041 H$$

Передача конічна прямозуба, тому, за методичними рекомендаціями беремо роликові конічні підшипники. Цапфа під підшипник має діаметр $d_{\text{п}}=20$ мм. Обираємо підшипник легкої серії 7204.

Характеристики обраного підшипника:



d	D	T	B	c	r	r ₁	C,кН	C ₀ ,кН
20	47	15,25	14	12	1,5	0,5	21	13

Перевірка підшипників на динамічну вантажність:

$$R = (XVR_r + YR_a) \cdot K_6 \cdot K_T = (776,041 + 0 \cdot 175,49) \cdot 1,2 = 931,25 H$$

де $X=1$ і $Y=0$ - коефіцієнти радіального та осевого навантаження; $V=1$ - коефіцієнт обертання; коефіцієнт безпеки $K_6=1,2$; температурний коефіцієнт $K_T=1$.

Еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R_E = K_E \cdot R = 0,4 \cdot 931,25 = 372,5 \text{ Н}$$

де $K_E = 0,4$ – коефіцієнт інтенсивності режиму навантаження (легкий).

Довговічність:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{R_E}\right)^{10/3} = 0,62 \cdot 0,65 \cdot \left(\frac{21000}{372,5}\right)^{10/3} = 276874 \text{ млн об}$$

де, коефіцієнт для підшипників підвищеної надійності $a_1=0,62$; коефіцієнт якості матеріалу $a_{23}=0,65$ (для роликових конічних);

Розрахунок довговічності в годинах:

$$L_h = 1745 \cdot \frac{L}{\omega} = 1745 \cdot \frac{276874}{95,41} = 5063831 \text{ годин}$$

Стандарти запроваджують довговічність для зубчастих передач 10000год.

1.5.3 Розрахунок вихідного вала

Вихідні дані:

Потужність на вихідному валі: $P_3 = 2,051 \text{ кВт};$

Частота обертання вала: $n_3 = 279,094 \text{ хв}^{-1};$

Строк служби: $t = 20000 \text{ год};$

Діючі на вал навантаження:

- Крутний момент: $T_3 = 70,94 \text{ Нм};$
- Колова сила на циліндричному колесі: $F_t = 1048,108 \text{ Н};$
- Радіальна сила на циліндричному колесі: $F_r = 399 \text{ Н};$
- Осьова сила від циліндричному колесі: $F_a = 323,37 \text{ Н};$

Призначаємо для виготовлення вала Сталь Ст5.

Механічні характеристики:

- Границя плинності: $\sigma_t = 320 \text{ МПа};$
- Границя міцності: $\sigma_B = 540 \text{ МПа};$

Визначаємо орієнтовний діаметр валу з умови міцності:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T_3}{\pi \cdot [\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 70,94}{\pi \cdot 24}} = 27,16 \text{ мм}$$

Оскільки на вал діє не тільки крутний, а ще й згинальний момент, то допустиме напруження беремо $[\tau] = 24 \text{ МПа}$.
Прийmemo діаметр валу $d_1 = 30 \text{ мм}$.

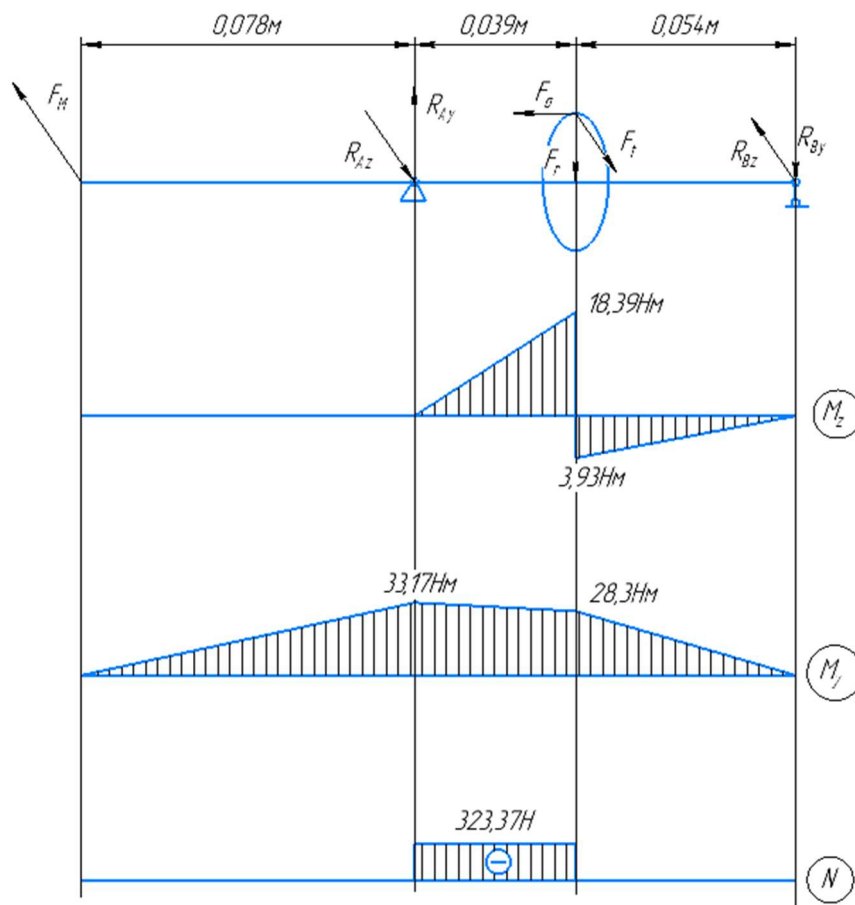


Рис. 4.3. Розрахункова схема вихідного валу

Знайдемо реакції в опорах:

$$\sum M_{Ay} = 0: F_M \cdot 0,078 + F_t \cdot 0,039 - R_{Bz} \cdot 0,093 = 0$$

$$R_{Bz} = 524,09 \text{ Н}$$

$$\sum z = 0: F_M - R_{Az} - F_t + R_{Bz} = 0$$

$$R_{Az} = 550,47 \text{ Н}$$

$$\sum M_{Az} = 0: -F_r \cdot 0,039 + F_a \frac{d_2}{2} - R_{By} \cdot 0,093 = 0$$

$$R_{By} = 72,78 \text{ Н}$$

$$\sum y = 0: R_{Ay} - F_r - R_{By} = 0$$

$$R_{Ay} = 471,78 \text{ Н}$$

Сили, що діють на підшипники:

Осьова сила: $F_a = 323,37 \text{ Н}$

Реакція опори по осі y: $R_y = 550,47 \text{ Н}$

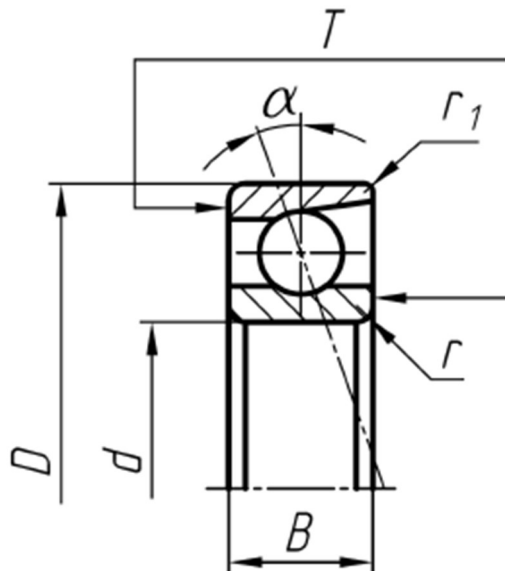
Реакція опори по осі z: $R_z = 471,78 \text{ Н}$

Повне радіальне навантаження:

$$R_r = \sqrt{R_y^2 + R_z^2} = \sqrt{550,47^2 + 471,78^2} = 724,97 \text{ Н}$$

Передача циліндрична косозуба, тому, за методичними рекомендаціями беремо кулькові радіально-упорні підшипники. Цапфа під підшипник має діаметр $d_{\text{п}}=30 \text{ мм}$. Обираємо підшипник легкої серії 36206.

Характеристики обраного підшипника:



d	D	T	B	r	r ₁	C,кН	C ₀ ,кН
30	63	16	16	1,5	0,5	22	12

Перевірка підшипників на динамічну вантажність:

$$R = (XVR_r + YR_a) \cdot K_\phi \cdot K_T = (724,97 \cdot 0,45 + 1,5 \cdot 323,27) \cdot 1,2 = 973,55 \text{ Н}$$

де $X=0,45$ і $Y=1,5$ - коефіцієнти радіального та осьового навантаження; $V=1$ - коефіцієнт обертання; коефіцієнт безпеки $K_\phi=1,2$; температурний коефіцієнт $K_T=1$.

Еквівалентне навантаження на підшипник:

$$R_E = K_E \cdot R = 0,4 \cdot 973,55 = 389,422 \text{ Н}$$

де $K_E = 0,4$ – коефіцієнт інтенсивності режиму навантаження (легкий).

Довговічність:

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C}{R_E}\right)^p = 0,62 \cdot 0,75 \cdot \left(\frac{22000}{389,422}\right)^3 = 83841,8 \text{ млн об}$$

де, коефіцієнт для підшипників підвищеної надійності $a_1=0,62$; коефіцієнт якості матеріалу $a_{23}=0,75$ (для кулькових); $p=3$ для кулькових підшипників.

Розрахунок довговічності в годинах:

$$L_h = 1745 \cdot \frac{L}{\omega} = 1745 \cdot \frac{83841,8}{28,91} = 5060226 \text{ годин}$$

Стандарти запроваджують довговічність для зубчастих передач 10000 год.

2 Оптимізація циліндричної зубчастої передачі привода установки за геометричними показниками якості зачеплення

2.1 Постановка задачі

У редукторі циліндрична передача передає крутний момент з проміжного валу на вихідний. Колесо встановлюється на вихідний вал, а шестерня на проміжний. Всі характеристики передачі розраховувалися виходячи з навантажень, що будуть діяти на передачу, матеріалів колеса та шестерні, а також передатного числа, що розраховане під час вибору двигуна. Корекція зубів проводиться для того, щоб усунути підрізання, або загострення. Також корекція дозволяє покращити показники якості зачеплення.

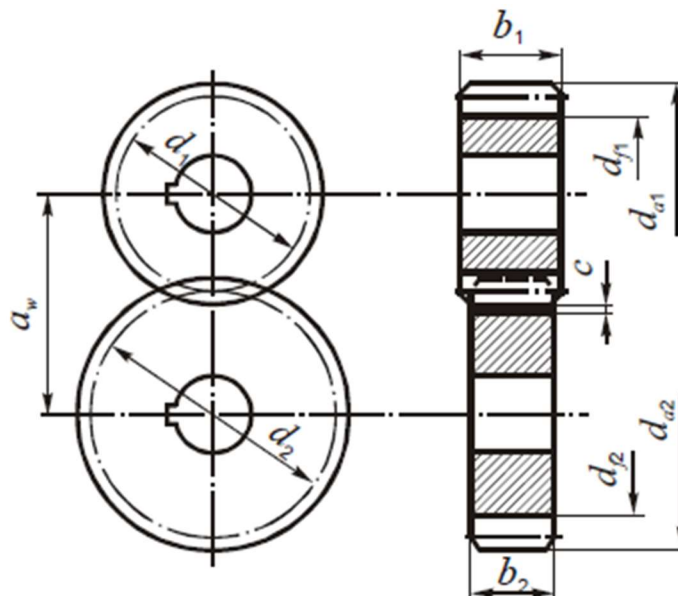


Рис. 2.1 Кінематична схема зубчастої передачі

Вхідні дані:

Тип передачі: циліндрична косозуба

Потужність на проміжному валу: $P_2 = 2,093$ кВт

Кількість зубів колеса: 132

Кількість зубів шестерні: 40

Кут нахилу зубів: $17,14^\circ$

Модуль: 1 мм

Міжосьова відстань: 90мм

При виконанні дипломної частини з теорії механізмів і машин проводився синтез евольвентного зачеплення за довільного вибору міжосьової відстані за допомогою комп'ютерної програми PROF Z. В нашому випадку потрібно покращити характеристики зубчатої передачі, не змінюючи міжосьової відстані, знайденої з умови контактної міцності зуба. Разом з цим, незмінними мають залишитися також модуль і кількість зубців коліс передачі.

2.2 Дослідження некорегованих зубців

Першочергово досліджуються геометричні характеристики і показники якості зубців для колеса і шестерні без зміщення інструменту, тобто без корегування.

До геометричних показників якості належать:

- коефіцієнт питомого ковзання λ ;
- коефіцієнт торцевого перекриття ϵ_α ;
- коефіцієнт питомого тиску θ .

Важливо не забувати про коефіцієнт товщини зубця у вершині, оскільки занадто велике загострення зубця може призвести до надмірного зниження його міцності у вершині в перший момент контакту.

Для роботи з програмою PROF Z потрібно дотримуватися такої послідовності дій:

- 1) Запуск програми.
- 2) Вводять дані:
 - кількість зубців z_1, z_2 ;
 - модуль зачеплення m ;
 - кут нахилу зубця β .

Підтвердивши, що задана міжосьова відстань, вводять її значення.

- 3) Задають діапазон зміни x_1 в межах від -1 до 1.
- 4) Вибирають оптимальну комбінацію коефіцієнтів зміщення x_1 та x_2 .

Після виконання даних пунктів, програма видає таблицю з якісними характеристиками, що залежать від коефіцієнтів зміщення x_1 та x_2 .

Табл.2.1 Результати обчислень якісних характеристик для значень x_1 від -1 до 1

x_1	x_2	sk_1	sk_2	ea	λ_{a1}	λ_{a2}	$teta$
-1.000	1.000	.882	.764	1.679	2.934	.000	.183
-.800	.800	.886	.788	1.700	2.199	.030	.183
-.600	.600	.880	.810	1.709	1.675	.059	.183
-.400	.400	.865	.829	1.707	1.282	.088	.183
-.200	.200	.841	.845	1.696	.977	.116	.183
.000	.000	.809	.858	1.677	.733	.145	.183
.200	-.200	.770	.869	1.649	.534	.174	.183
.400	-.400	.722	.876	1.615	.367	.204	.183
.600	-.600	.667	.881	1.573	.226	.233	.183
.800	-.800	.605	.883	1.525	.105	.263	.183
1.000	-1.000	.535	.882	1.470	.000	.293	.183

Обираємо коефіцієнти зміщення $x_1=0$ та $x_2=0$ (без зміщення). Після цього програма розрахує координати та геометричні характеристики для побудови евольвенти зубу шестерні та колеса.

Проаналізуємо дані таблиці. Для шестерні і колеса обрано сталь АЦ45 з термообробкою об'ємне загартовування. Для даного способу термообробки граничним значенням коефіцієнту товщини зубця є $S_a \geq 0,35 \dots 0,4$. А як результат розрахунку програми отримали $S_a=0,809$ для шестерні, та $S_a=0,858$ для колеса. Тобто умова не загострення зубців виконується. Коефіцієнт перекриття нульового зміщення у нашому випадку має значення $\varepsilon_a=1,677 > [\varepsilon_a] = 1,2$, що також задовольняє умову неперервності зачеплення. Дотримуючись умови відсутності зміщення зубчастої передачі отримуємо наступні результати $\lambda_1 = 0,733$ $\lambda_2 = 0,145$, як наслідок спрацювання колеса та шестерні буде проходити нерівномірно [5].

2.3 Геометричні характеристики некорегованих зубів

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань	$a_w = 90.000$
Кут зачеплення	$altw = 20.852^\circ$
Висота зуба	$hi = 2.250$
Коефіцієнт торцевого перекриття	$ea = 1.677$
Коефіцієнт тиску в полюсі	$teta = .183$

Параметри шестерні:

Радіус ділильного кола	$r = 20.930$
Радіус початкового кола	$rw = 20.930$
Радіус кола вершин	$ra = 21.930$
Радіус кола западин	$rf = 19.680$
Радіус основного кола	$rb = 19.559$
Коефіцієнт товщини по колу вершин	$sk = .809$
Коефіцієнт питомого товзання	$lam = .733$

Параметри колеса:

Радіус ділильного кола	$r = 69.070$
Радіус початкового кола	$rw = 69.070$
Радіус кола вершин	$ra = 70.070$
Радіус кола западин	$rf = 67.820$
Радіус кола западин	$rb = 64.546$
Коефіцієнт товщини по колу вершин	$sk = .858$
Коефіцієнт питомого товзання	$lam = .145$

Координати шестерні

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	1.47857	19.61852
2	Прхд	1.27245	19.68890
3	Прхд	1.15533	19.79961
4	Прхд	1.09632	19.90013
5	Прхд	1.06346	19.98971
6	Прхд	1.04343	20.07535
7	Эвлв	1.02578	20.16673
8	Эвлв	1.00486	20.26485
9	Эвлв	.98040	20.36963
10	Эвлв	.95214	20.48096
11	Эвлв	.91982	20.59872
12	Эвлв	.88318	20.72281
13	Эвлв	.84197	20.85310
14	Эвлв	.79593	20.98945
15	Эвлв	.74481	21.13172
16	Эвлв	.68838	21.27978
17	Эвлв	.62638	21.43345
18	Эвлв	.55859	21.59258
19	Эвлв	.48477	21.75700
20	Эвлв	.40470	21.92654

Координати колеса

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	1.54569	67.79597
2	Прхд	1.35407	67.84865
3	Прхд	1.24610	67.93602
4	Прхд	1.19396	68.00861
5	Прхд	1.16631	68.06467
6	Прхд	1.14949	68.11065
7	Эвлв	1.10855	68.23777
8	Эвлв	1.06609	68.36691
9	Эвлв	1.02210	68.49805
10	Эвлв	.97653	68.63117
11	Эвлв	.92937	68.76627
12	Эвлв	.88059	68.90332
13	Эвлв	.83016	69.04231
14	Эвлв	.77807	69.18324
15	Эвлв	.72427	69.32608
16	Эвлв	.66876	69.47082
17	Эвлв	.61150	69.61743
18	Эвлв	.55247	69.76591
19	Эвлв	.49164	69.91624
20	Эвлв	.42899	70.06841

За цими даними будується профіль некорегованих зубів.

2.4 Корегування зубців

Подальша робота буде спрямована на оптимізацію зачеплення за геометричними показниками якості шляхом корегування зубчастих коліс, тобто на визначення оптимальних коефіцієнтів зміщення.

Для цього потрібно шляхом поступового наближення програмі обрати коефіцієнти зміщення x_1 та x_2 такі, щоб коефіцієнти питомого ковзання λ_1 та λ_2 були однаковими, або дуже близькими.

Аналізуючи першу таблицю даних можна побачити, що коефіцієнт питомого ковзання може сходитися у діапазоні значень x_1 від 0,4 до 0,6. Тому розраховуємо показники якості за цими коефіцієнтами.

Табл.2.2 Результати обчислень якісних характеристик для значень x_1 від 0,4 до 0,6

x_1	x_2	sk_1	sk_2	ea	λ_{a1}	λ_{a2}	τ_{eta}
.400	-.400	.722	.876	1.615	.367	.204	.183
.420	-.420	.717	.877	1.611	.352	.207	.183
.440	-.440	.712	.878	1.607	.337	.210	.183
.460	-.460	.706	.878	1.603	.323	.213	.183
.480	-.480	.701	.879	1.599	.308	.215	.183
.500	-.500	.696	.879	1.595	.294	.218	.183
.520	-.520	.690	.880	1.591	.280	.221	.183
.540	-.540	.684	.880	1.587	.266	.224	.183
.560	-.560	.679	.880	1.582	.253	.227	.183
.580	-.580	.673	.881	1.578	.239	.230	.183
.600	-.600	.667	.881	1.573	.226	.233	.183

Наступне наближення робиться в діапазоні від 0,58 до 0,6.

Табл.2.3 Результати обчислень якісних характеристик для значень x_1 від 0,58 до 0,6

x_1	x_2	sk_1	sk_2	ea	λ_{a1}	λ_{a2}	$teta$
.580	-.580	.673	.881	1.578	.239	.230	.183
.582	-.582	.672	.881	1.577	.238	.231	.183
.584	-.584	.672	.881	1.577	.237	.231	.183
.586	-.586	.671	.881	1.577	.235	.231	.183
.588	-.588	.671	.881	1.576	.234	.231	.183
.590	-.590	.670	.881	1.576	.233	.232	.183
.592	-.592	.669	.881	1.575	.231	.232	.183
.594	-.594	.669	.881	1.575	.230	.232	.183
.596	-.596	.668	.881	1.574	.229	.233	.183
.598	-.598	.668	.881	1.574	.228	.233	.183
.600	-.600	.667	.881	1.573	.226	.233	.183

Очевидно, що при коефіцієнтах $x_1=0,59$ та $x_2=-0,59$ значення λ_1 та λ_2 мають дуже близькі значення, тому обираємо їх як коефіцієнти зміщення для корегованої зубчатої передачі.

Порівняємо отримані значення показників якості з допустимими їх значеннями. Відразу можна побачити, що виконується умова незагострення зубців, оскільки $S_a=0,67$ для шестерні, та $S_a=0,881$ для колеса, що більше від допустимого на 0,27 для шестерні, та на 0.481 для колеса. Коефіцієнт перекриття також задовольняє необхідні умови і має значення $\varepsilon_a=1,576 > [\varepsilon_a] = 1,2$, тобто неперервність зачеплення забезпечується. Коефіцієнти питомого ковзання на ніжках зубців шестерні і колеса збігаються з точністю до другого знаку $\lambda_1 = 0,233$ $\lambda_2 = 0,232$. При цьому досягається вирівнювання зносу зубців коліс передачі, що призводить до збільшення її загального ресурсу [5].

Для цих коефіцієнтів далі програмно розраховуються геометричні характеристики і координати, за якими будується профіль зубів.

2.4.1 Геометричні характеристики корегованих зубців

Параметри з'єднання:

Міжосьова відстань	$a_w = 90.000$
Кут зачеплення	$altw = 20.852^\circ$
Висота зуба	$hi = 2.250$
Коефіцієнт торцевого перекриття	$ea = 1.677$
Коефіцієнт тиску в полюсі	$teta = .183$

Параметри шестерні:

Радіус ділительного кола	$r = 20.930$
Радіус початкового кола	$rw = 20.930$
Радіус кола вершин	$ra = 22.520$
Радіус кола западин	$rf = 20.270$
Радіус основного кола	$rb = 19.559$
Коефіцієнт товщини по колу вершин	$sk = .670$
Коефіцієнт питомого ковзання	$lam = .233$

Параметри колеса :

Радіус ділительного кола	$r = 69.070$
Радіус початкового кола	$rw = 69.070$
Радіус кола вершин	$ra = 69.480$
Радіус кола западин	$rf = 67.230$
Радіус основного кола	$rb = 64.546$
Коефіцієнт товщини по колу вершин	$sk = .881$
Коефіцієнт питомого ковзання	$lam = .232$

Координати шестерні

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	1.52498	20.23421
2	Прхд	1.34059	20.29534
3	Прхд	1.24128	20.38444
4	Прхд	1.19666	20.45365
5	Прхд	1.17537	20.50289
6	Прхд	1.16405	20.53929
7	Эвлв	1.13346	20.65096
8	Эвлв	1.09918	20.76794
9	Эвлв	1.06101	20.89014
10	Эвлв	1.01876	21.01744
11	Эвлв	.97224	21.14975
12	Эвлв	.92126	21.28695
13	Эвлв	.86563	21.42891
14	Эвлв	.80516	21.57553
15	Эвлв	.73968	21.72666
16	Эвлв	.66902	21.88218
17	Эвлв	.59298	22.04195
18	Эвлв	.51141	22.20582
19	Эвлв	.42413	22.37365
20	Эвлв	.33098	22.54529

Координати колеса

N	Уч-к	xk	yk
1	Прхд	1.53161	67.17870
2	Прхд	1.32751	67.23548
3	Прхд	1.20813	67.33385
4	Прхд	1.14557	67.42348
5	Прхд	1.10837	67.50246
6	Прхд	1.08289	67.57716
7	Эвлв	1.04725	67.69740
8	Эвлв	1.01015	67.81980
9	Эвлв	.97155	67.94433
10	Эвлв	.93144	68.07098
11	Эвлв	.88978	68.19974
12	Эвлв	.84655	68.33058
13	Эвлв	.80171	68.46351
14	Эвлв	.75525	68.59849
15	Эвлв	.70712	68.73553
16	Эвлв	.65732	68.87460
17	Эвлв	.60580	69.01568
18	Эвлв	.55255	69.15877
19	Эвлв	.49753	69.30384
20	Эвлв	.44072	69.45087

Остаточно, побудувавши 4 профілі зубів (2 для колеса і 2 для шестерні),
можемо проаналізувати результати.

2.5 Порівняння результатів розрахунків

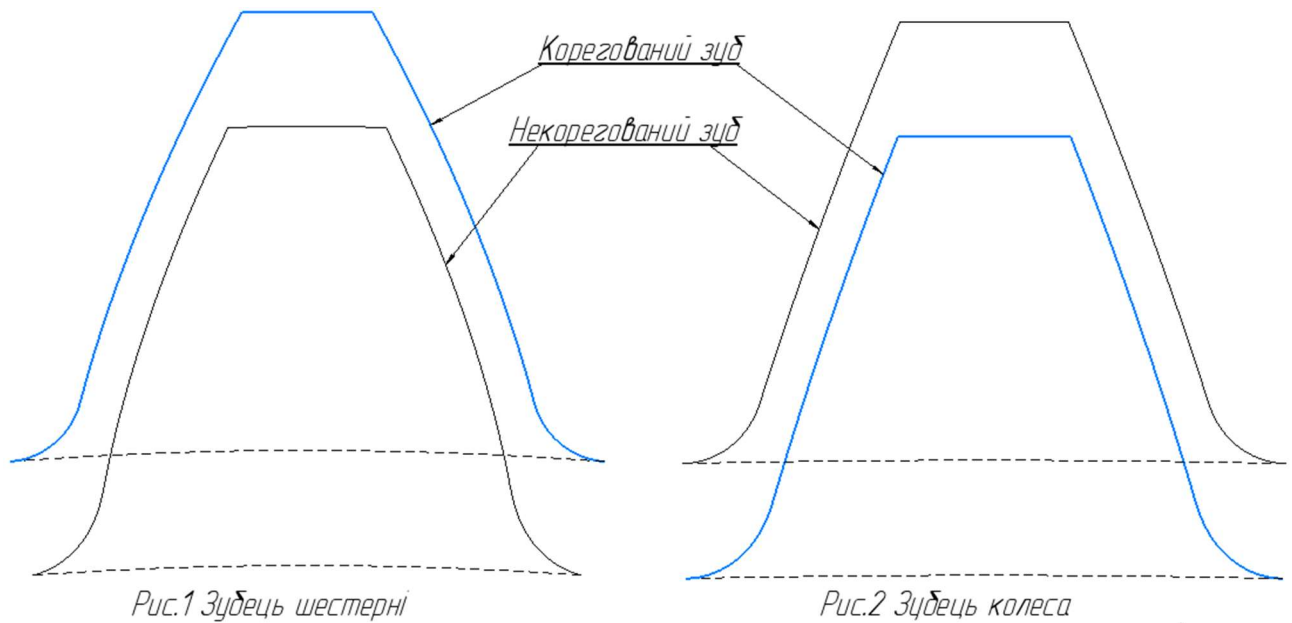


Рис.2 Порівняння форми корегованих і некорегованих зубів

Дивлячись на ці форми можна зробити висновок, що форми зубів лишилися практично незмінними, змінилися у більшій мірі радіуси западин та вершин. Однак це було заздалегідь відомо, що при моїй кількості зубів шестерні та колеса суттєво нічого у формі не зміниться, бо цей метод наочніше працює при малій кількості зубів шестерні і великій кількості зубів колеса.

2.6 Висновки

У цій роботі було проведено корегування зубів за допомогою програми PROF Z. Завдяки цьому підвищилися якісні характеристики передачі, а це свідчить і про підвищення коефіцієнту корисної дії та зменшення зносу передачі через вирівнювання коефіцієнтів питомого ковзання. А оскільки ККД підвищується, то на двигун йде менше навантаження, за цим слідує зменшення витрат на електроенергію, що витрачає електродвигун. Отже, навіть покращення характеристик однієї з передач може вплинути на економічну складову виготовлення і подальшої роботи редуктора.

3 Розрахунок круглої ступінчастої пластини

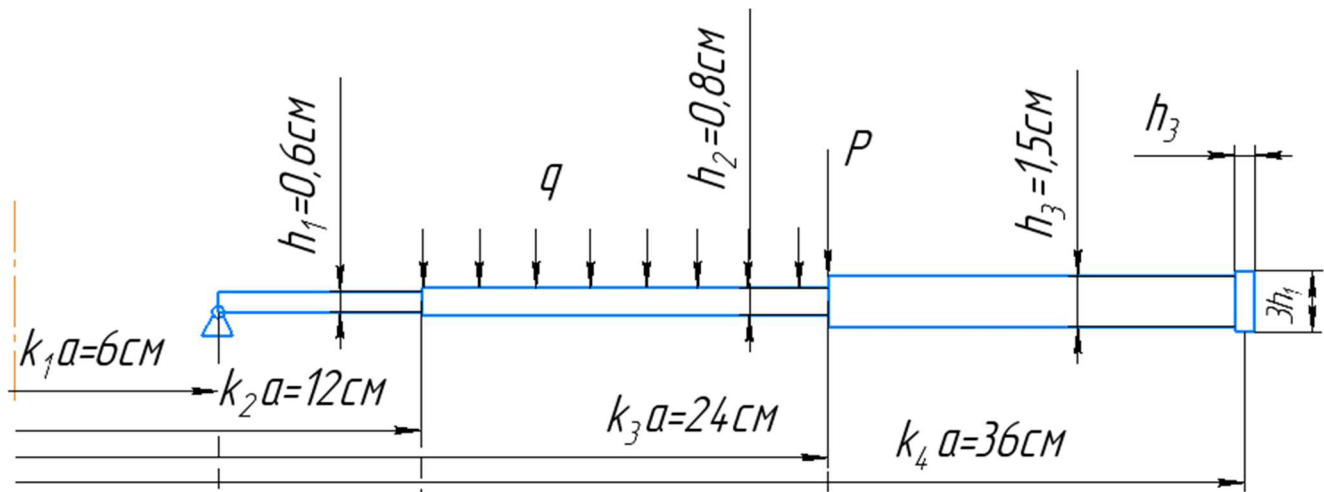


Рис.3.1 Схема навантаження пластини

Дано:

$$a = 3\text{см}, k_1 = 2, k_2 = 4, k_3 = 8, k_4 = 12, h_1 = 0,6\text{см}, h_2 = 0,8\text{см}, h_3 = 1,5\text{см}$$

$$q_2 = 3q, P = 3q, [\sigma] = 160\text{МПа}, E = 2 \cdot 10^5\text{МПа}, \mu = 0,3$$

Для колової ступінчастої пластини необхідно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль, прогинів і визначити допустиме навантаження використовуючи 4 теорію міцності.

Пластина складається з трьох ділянок, для яких можемо визначити безрозмірну характеристику ділянок λ_i :

$$\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}}$$

$$\lambda_1 = \frac{6}{12} = 0.5, \quad \lambda_2 = \frac{12}{24} = 0.5, \quad \lambda_3 = \frac{24}{36} = 0.65$$

Знайдемо циліндричну жорсткість ділянок пластини :

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1-\mu^2)} = 3,9 \cdot 10^3 \text{ Нм}$$

$$D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1-\mu^2)} = 9,37 \cdot 10^3 \text{ Нм};$$

$$D_3 = \frac{Eh_3^3}{12(1-\mu^2)} = 61,8 \cdot 10^3 \text{ Нм.}$$

Момент інерції ребра відносно осі x :

$$I_x = \frac{bh_c^3}{12} = 0.729 \text{ см}^4$$

Визначимо матрицю переходу через ділянки пластини:

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_i}{D_1} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

З урахуванням числових значень отримаємо :

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,375 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix}$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,156 \\ 0,819 & 0,7375 \end{pmatrix}$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,6246 & 0,018 \\ 4,16 & 0,7979 \end{pmatrix}$$

Матриця переходу через ребро

$$L_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{EI_x}{RD_1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,03 & 1 \end{pmatrix}$$

Вектори навантаження для ділянки визначають за формулою:

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{r\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \psi_{rq}(\lambda_i) \end{pmatrix}$$

З урахуванням, що сили прикладені по колу, сила на початку ділянок:

$$P_{21} = q_2(\pi r_{22}^2 - \pi r_{21}^2) = 3,4q$$

$$P_{31} = 0$$

$$P_{21} = P_{11}$$

Рзподілене навантаження на всіх ділянках має такі значення:

$$q_1 = 0 \qquad q_2 = 3q \qquad q_3 = 0$$

Знаходимо вектори навантаження для всіх ділянок пластини

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \psi_{\theta\rho}(0,025) \\ \frac{P_{11}}{D_1} \psi_{r\rho}(0,092) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,17 \cdot 10^{-5} \\ 8,02 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix};$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_2} \psi_{\theta\rho}(0,025) + \frac{q_2 r_{22}^2}{D_2} \psi_{\theta q}(1,527 \cdot 10^{-2}) \\ \frac{P_{21}}{D_1} \psi_{r\rho}(0,0926) + \frac{q_2 r_{22}^2}{D_1} \psi_{r q}(0,0902) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8,78 \cdot 10^{-6} \\ 7,67 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix};$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

3.1 Перший розрахунок

Знайдемо вектори стану пластини, які характеризують напружений і деформований стан на кожній ділянці:

$X = \bar{X}C + \bar{\bar{X}}$, де C – не визначений коефіцієнт.

З початку знайдемо вектор $\bar{X}$, який розраховується без врахування зовнішніх навантажень.

$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, так як внутрішній край закріплено шарнірно.

Використавши матрицю переходу, отримаємо

$$\bar{X}_{12} = L_1 \bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,375 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5125 \\ 0,3412 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{12} = \bar{X}_{21};$$

$$\bar{X}_{22} = L_2 \bar{X}_{21} = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,156 \\ 0,819 & 0,7375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,5125 \\ 0,3412 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,315 \\ 0,671 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{22} = \bar{X}_{31};$$

$$\bar{X}_{32} = L_3 \bar{X}_{31} = \begin{pmatrix} 0,6246 & 0,018 \\ 4,16 & 0,7979 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,315 \\ 0,671 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,208 \\ 1,845 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{3R} = L_R \bar{X}_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,03 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,208 \\ 1,845 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,208 \\ 2,059 \end{pmatrix}.$$

3.2 Другий розрахунок

Оскільки по внутрішньому контуру пластина шарнірно закріплена, і не навантажена зовнішніми силами і моментом, можемо визначити вектор стану в початковій точці у вигляді:

$$\bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вектори стану другого розв'язку визначаються за формулою:

$$\bar{\bar{X}}_{12} = L_1 \bar{\bar{X}}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,375 \\ 0,3412 & 0,7375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2,17 \cdot 10^{-5} \\ 8,02 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,17 \cdot 10^{-5} \\ 8,02 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix};$$

$$\bar{\bar{X}}_{12} = \bar{\bar{X}}_{21};$$

$$\bar{\bar{X}}_{22} = L_2 \bar{\bar{X}}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} 0,5125 & 0,156 \\ 0,819 & 0,7375 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2,17 \cdot 10^{-5} \\ 8,02 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8,78 \cdot 10^{-6} \\ 7,67 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3,24 \cdot 10^{-5} \\ 1,39 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix};$$

$$\bar{\bar{X}}_{22} = \bar{\bar{X}}_{31};$$

$$\bar{\bar{X}}_{32} = L_3 \bar{\bar{X}}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 0,6246 & 0,018 \\ 4,16 & 0,7979 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3,24 \cdot 10^{-5} \\ 1,39 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,21 \cdot 10^{-5} \\ 2,45 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix};$$

$$\bar{\bar{X}}_{3R} = L_R \bar{\bar{X}}_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,03 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2,21 \cdot 10^{-5} \\ 2,45 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2,21 \cdot 10^{-5} \\ 2,67 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix}.$$

Вибираємо сталу C так, щоб задовольнялись граничні умови на зовнішньому контурі:

$$\left(\frac{M_r}{D_1} \right)_{3R} \cdot \frac{r_{cp} D_1}{EI_x} = \left(\frac{\theta}{r} \right)_{3R}$$

$$\left[\left(\frac{\bar{M}_r}{D_1} \right)_{3R} C + \left(\frac{\bar{\bar{M}}_r}{D_1} \right)_{3R} \right] \cdot \frac{r_{cp} D_1}{EI_x} = \left(\frac{\bar{\theta}}{r} \right)_{3R} C + \left(\frac{\bar{\bar{\theta}}}{r} \right)_{3R}$$

Так з граничних умов визначаємо:

$$2,059C + 2,67 \cdot 10^{-4} = 0$$

$$C = -1,29 \cdot 10^{-4}$$

Після цього знаходимо сумарний вектор стану на кожній ділянці

$$X_{11} = \bar{X}_{11} C + \bar{\bar{X}}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot (-1,29 \cdot 10^{-4}) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1,29 \cdot 10^{-4} \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$X_{12} = \bar{X}_{12} C + \bar{\bar{X}}_{12} = \begin{pmatrix} 0,5125 \\ 0,3412 \end{pmatrix} \cdot (-1,29 \cdot 10^{-4}) + \begin{pmatrix} 2,17 \cdot 10^{-5} \\ 8,02 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,44 \cdot 10^{-5} \\ 3,61 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix};$$

$$X_{21} = X_{12};$$

$$X_{22} = \bar{X}_{22}C + \bar{\bar{X}}_{22} = \begin{pmatrix} 0,315 \\ 0,671 \end{pmatrix} (-1,29 \cdot 10^{-4}) + \begin{pmatrix} 3,24 \cdot 10^{-5} \\ 1,39 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8,23 \cdot 10^{-6} \\ 5,24 \cdot 10^{-5} \end{pmatrix};$$

$$X_{22} = X_{31};$$

$$X_{32} = \bar{X}_{32}C + \bar{\bar{X}}_{32} = \begin{pmatrix} 0,208 \\ 1,845 \end{pmatrix} (-1,29 \cdot 10^{-4}) + \begin{pmatrix} 2,21 \cdot 10^{-5} \\ 2,45 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,73 \cdot 10^{-6} \\ 6,99 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix};$$

$$X_{3R} = \bar{X}_{3R}C + \bar{\bar{X}}_{3R} = \begin{pmatrix} 0,208 \\ 2,059 \end{pmatrix} (-1,29 \cdot 10^{-4}) + \begin{pmatrix} 2,21 \cdot 10^{-5} \\ 2,67 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4,73 \cdot 10^{-6} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

3.3 Визначення параметрів стану пластини

Знаходимо величину радіального і кругового згинальних моментів M_r та M_t .

З початку знайдемо величину радіального моменту:

$$M_{r_{11}} = 0 \cdot 3,9 \cdot 10^3 = 0 \text{ Нм};$$

$$M_{r_{12}} = 3,61 \cdot 10^{-5} \cdot 3,9 \cdot 10^3 = 0,14 \text{ Нм};$$

$$M_{r_{21}} = M_{r_{12}} \text{ Нм};$$

$$M_{r_{22}} = 5,24 \cdot 10^{-5} \cdot 3,9 \cdot 10^3 = 0,204 \text{ Нм};$$

$$M_{r_{31}} = M_{r_{22}} \text{ Нм};$$

$$M_{r_{32}} = 6,99 \cdot 10^{-6} \cdot 3,9 \cdot 10^3 = 0,027 \text{ Нм}.$$

Коловий момент обчислимо за формулою:

$$M_{t_{ij}} = \mu M_{r_{ij}} + \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} (1 - \mu^2) D_1;$$

$$M_{t_{11}} = 0,3 \cdot 0 + (-1,29 \cdot 10^{-4})(1 - 0,3^2) \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -0,45 \text{ Нм};$$

$$M_{t_{12}} = 0,3 \cdot 0,14 + (-4,44 \cdot 10^{-5})(1 - 0,3^2) \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -0,11 \text{ Нм};$$

$$M_{t_{21}} = 0,3 \cdot 0,14 + (-4,44 \cdot 10^{-5})(1 - 0,3^2) \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -0,33 \text{ Нм};$$

$$M_{t_{22}} = 0,3 \cdot 0,204 + (-8,23 \cdot 10^{-6})(1 - 0,3^2) \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -0,008 \text{ Нм};$$

$$M_{t_{31}} = 0,3 \cdot 0,204 + (-8,23 \cdot 10^{-6})(1 - 0,3^2) \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -0,4 \text{ Нм};$$

$$M_{t_{32}} = 0,3 \cdot 0,027 + (-4,73 \cdot 10^{-6})(1 - 0,3^2) \cdot 3,9 \cdot 10^3 = -0,25 \text{ Нм}.$$

Визначимо відповідні напруження σ_r та σ_t :

$$\sigma_{rij} = \frac{6M_{rij}}{h_i^2};$$

$$\sigma_{r11} = \frac{6 \cdot 0}{0,006^2} = 0 \text{ Па};$$

$$\sigma_{r12} = \frac{6 \cdot 0,14}{0,006^2} = 23333,3 \text{ Па};$$

$$\sigma_{r21} = \frac{6 \cdot 0,14}{0,008^2} = 13125 \text{ Па};$$

$$\sigma_{r22} = \frac{6 \cdot 0,204}{0,008^2} = 19125 \text{ Па};$$

$$\sigma_{r31} = \frac{6 \cdot 0,204}{0,015^2} = 5440 \text{ Па};$$

$$\sigma_{r32} = \frac{6 \cdot 0,027}{0,015^2} = 720 \text{ Па}.$$

$$\sigma_{tij} = \frac{6M_{tij}}{h_i^2};$$

$$\sigma_{t11} = \frac{-6 \cdot 0,45}{0,006^2} = -75000 \text{ Па};$$

$$\sigma_{t12} = \frac{-6 \cdot 0,11}{0,006^2} = -18333,3 \text{ Па};$$

$$\sigma_{t21} = \frac{-6 \cdot 0,33}{0,008^2} = -30937,5 \text{ Па};$$

$$\sigma_{t22} = \frac{-6 \cdot 0,008}{0,008^2} = -750 \text{ Па};$$

$$\sigma_{t31} = \frac{-6 \cdot 0,4}{0,015^2} = -10666,6 \text{ Па};$$

$$\sigma_{t32} = \frac{-6 \cdot 0,25}{0,015^2} = -6666,6 \text{ Па}.$$

Тепер ми маємо можливість визначити $\sigma_{\text{екв}}^{IV}$ за 4 теорією міцності:

$$\sigma_{\text{екв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_r \sigma_t};$$

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{екв}11}^{IV} &= 75000 \text{ Па;} \\ \sigma_{\text{екв}12}^{IV} &= 36170,8 \text{ Па;} \\ \sigma_{\text{екв}21}^{IV} &= 39184,8 \text{ Па;} \\ \sigma_{\text{екв}22}^{IV} &= 19510,8 \text{ Па;} \\ \sigma_{\text{екв}31}^{IV} &= 14191,4 \text{ Па;} \\ \sigma_{\text{екв}32}^{IV} &= 7054,2 \text{ Па.}\end{aligned}$$

Знайшовши найбільше напруження, яке діє на ділянці, ми можемо визначити з умови міцності величину q .

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{екв}max}^{IV} q &\leq [\sigma] \\ q &\leq \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв}max}^{IV}} = \frac{160 \cdot 10^6}{75000} = 2133,3 \\ q &\leq 2133,3\end{aligned}$$

Знайдемо повний кут повороту θ :

$$\begin{aligned}\theta_{rij} &= \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} r_{ij} \cdot q \\ \theta_{11} &= -7,74 \cdot 10^{-6} \\ \theta_{12} &= -5,328 \cdot 10^{-6} \\ \theta_{12} &= \theta_{21} \\ \theta_{22} &= -1,97 \cdot 10^{-6} \\ \theta_{22} &= \theta_{31} \\ \theta_{32} = \theta_{3R} &= -1,702 \cdot 10^{-6}\end{aligned}$$

Також знайдемо переміщення W_{ij} :

$$\begin{aligned}W_{i2} - W_{i1} &= -r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} - \left(\frac{P_{i1}}{D_1}\right) \left(\frac{D_1}{D_i}\right) r_{i2}^2 \psi_{wp}(\lambda_i) \\ &\quad - \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) \psi_{wq}(\lambda_i). \\ W_{11} &= 0; \\ W_{12} &= 3,95 \cdot 10^{-7} \text{ м;}\end{aligned}$$

$$W_{12} = W_{21}$$

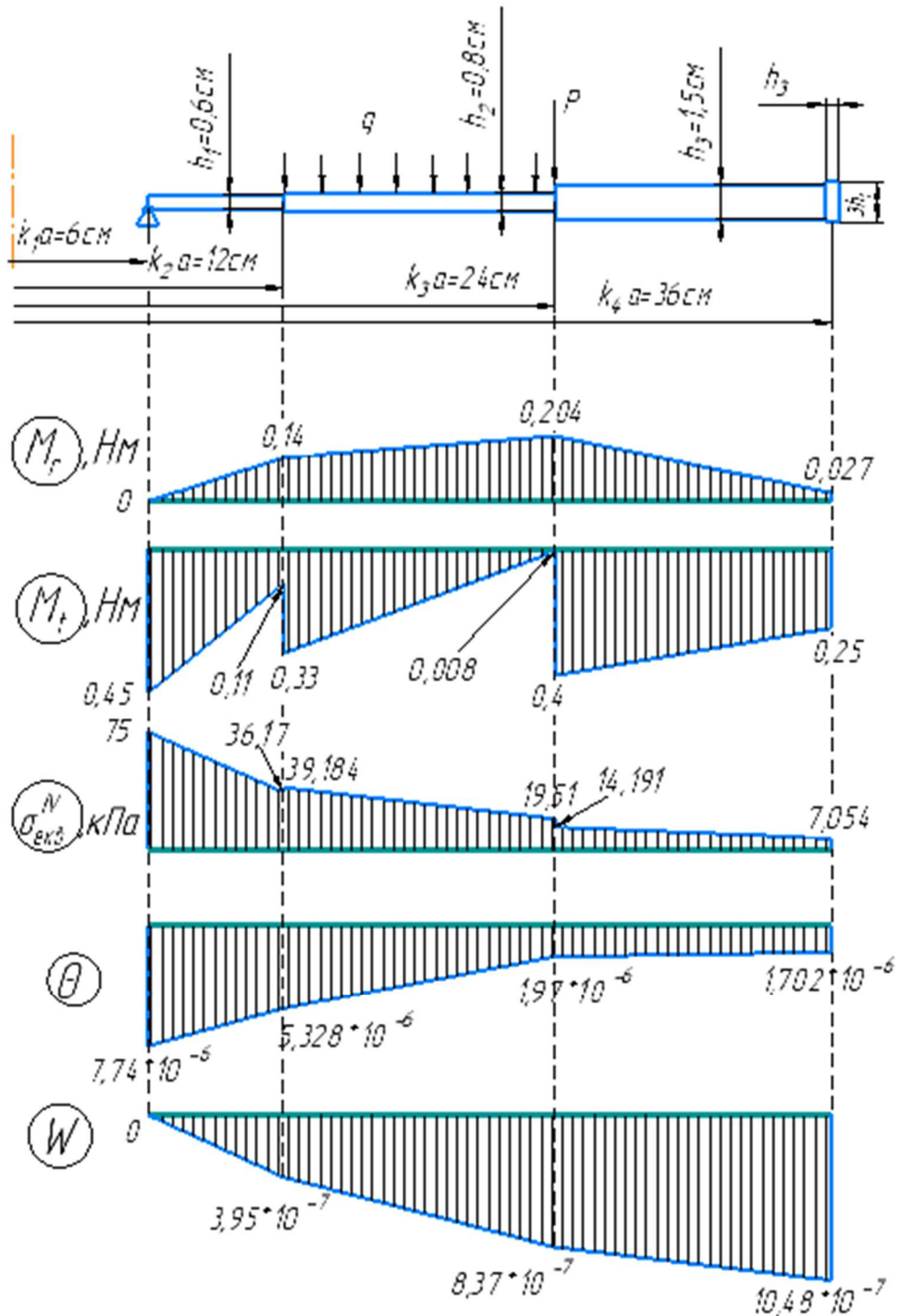
$$W_{22} = 8,37 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

$$W_{22} = W_{31}$$

$$W_{32} = 10,48 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$

Отже, максимальне переміщення дорівнює :

$$W_{max} = 10,48 \cdot 10^{-7} \text{ м};$$



4 Визначення напружено-деформованого стану стержня при крученні моментом

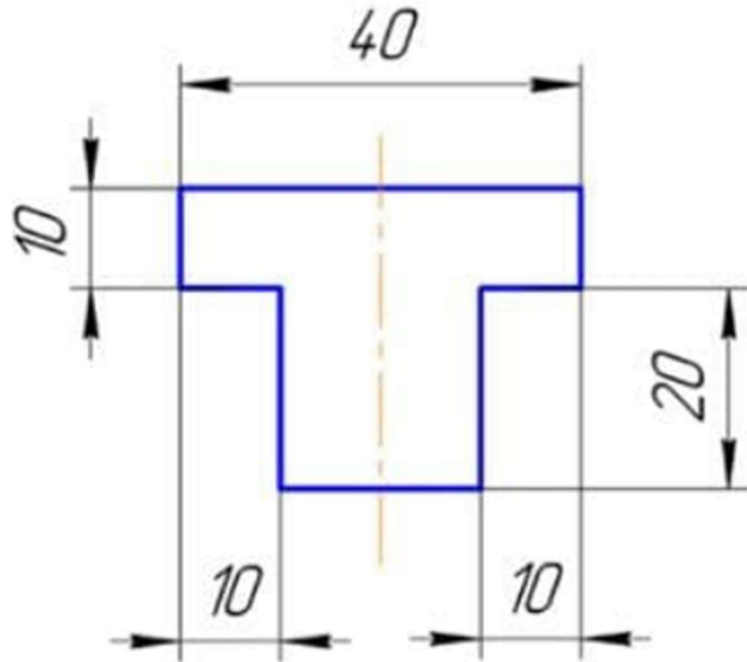


Рис. 4.1 Геометричні характеристики перерізу стержня

Всередині даного перерізу має виконуватися рівняння Пуассона

$$\nabla_1^2 \psi(x_1, x_2) = -2\mu\omega$$

Граничні умови на цьому контурі будуть: $\psi = 0$.

Розглянемо функцію $\psi = \psi_1$ в верхньому прямокутнику.

Представимо функцію ψ_1 у вигляді:

$$\psi_1 = \mu\omega(a^2 - x_1^2) + \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (A_n \operatorname{ch} \nu_n x_2 + B_n \operatorname{sh} \nu_n x_2) \cos \nu_n x_1$$

$$\nu_n = \frac{n\pi}{2a}$$

Також цей вираз можна записати у вигляді:

$$\psi_1 = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} (P_n + A_n \operatorname{ch} \nu_n x_2 + B_n \operatorname{sh} \nu_n x_2) \cos \nu_n x_1$$

$$P_n = \frac{32a^2\mu\omega}{n^3\pi^3} (-1)^{\frac{n-1}{2}}$$

Виконання граничної умови $\psi_1(x_1, b) = 0$ приводить до наступного зв'язку між коефіцієнтами B_n та A_n :

$$B_n = -\frac{P_n}{sh\lambda_n} - A_n cth\lambda_n$$

$$\lambda_n = v_n b$$

В області нижнього прямокутника представимо функцію ψ_2 у вигляді ряду:

$$\psi_2 = \sum_{m=1,3..}^{\infty} (Q_m + C_m ch\delta_m x'_2 + D_m sh\delta_m x'_2) \cos\delta_m x_1$$

$$Q_m = \frac{32c^2\mu\omega}{m^3\pi^3} (-1)^{\frac{m-1}{2}}$$

$$\delta_m = \frac{m\pi}{2c}$$

Умова $\psi_2(x_1, h) = 0$ приводить до наступної залежності між коефіцієнтами C_m та D_m :

$$D_m = -\frac{Q_m}{sh\beta_m} - C_m cth\delta_m$$

$$\beta_m = \delta_m h$$

Запишемо умови неперервності:

$$\psi_1(x_1, 0) = \psi_2(x_1, 0)$$

$$\frac{\partial\psi_1(x_1, 0)}{\partial x_2} = \frac{\partial\psi_2(x_1, 0)}{\partial x'_2}$$

на проміжку $-c \leq x_1 \leq c$

З першої умови маємо:

$$\sum_{n=1,3..}^{\infty} (P_n + A_n) \cos v_n x_1 = \sum_{m=1,3..}^{\infty} (Q_m + C_m) \cos\delta_m x_1 \quad (*)$$

Потрібно задовольнити граничні умови $\psi = 0$ при $-a < x_1 < -c$, $c < x_1 < a$

Представимо $\cos \delta_m x_1$ в вищенаписаному співвідношенні у вигляді:

$$f_m(x_1) = \begin{cases} 0 & -a < x_1 < -c \\ \cos \delta_m x_1 & -c \leq x_1 \leq c \\ 0 & \text{при } c < x_1 < a \end{cases}$$

Функцію $f_m(x_1)$ представимо у вигляді ряду Фур'є по косинусам:

$$f_m(x_1) = \frac{4m\rho}{\pi} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{\cos \frac{n}{2} v \cos v_n x_1}{m^2 - \left(\frac{n}{\rho}\right)^2}$$

$$v = \frac{c\pi}{a} \quad \rho = \frac{c}{a}$$

і підставимо її в праву частину граничного рівняння (*):

$$A_n = \frac{32a^2\mu\omega}{n^3\pi^3} \left[\frac{4}{\pi\rho^3} \cos \frac{nv}{2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2 \left(m^2 - \frac{n^2}{\rho^2}\right)} - \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \right] + \frac{4}{\pi\rho^3} \cos \frac{n\gamma}{2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{m(-1)^{\frac{m-1}{2}} C_m}{m^2 - \left(\frac{n}{\rho}\right)^2}$$

Розкладемо множник $\cos v_n x_1$ в ряді для ψ_1 :

$$g_n(x_1) = \cos v_n x_1 \quad -c \leq x_1 \leq c$$

В ряд Фур'є по $\cos \delta_m x_1$:

$$g_n(x_1) = \frac{4\rho^2}{\pi} \cos \frac{n\gamma}{2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{(-1)^{\frac{m-1}{2}} m \cos \delta_m x_1}{m^2 \rho^2 - n^2}$$

З другої умови неперервності знаходимо залежність між B_n та D_m :

$$D_m = \frac{4\rho}{\pi} (-1)^{\frac{m-1}{2}} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{n B_n \cos \frac{n\gamma}{2}}{m^2 \rho^2 - n^2}$$

Виключимо з рівнянь величини A_n, C_m, D_m .

Отримаємо нескінченну систему неоднорідних рівнянь для коефіцієнтів B_n :

$$B_n + \frac{16\rho^2}{\pi^2} \cos \frac{n\nu}{2} cth\nu_n b \sum_{k=1,3..}^{\infty} k B_k \cos \frac{k\nu}{2} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \frac{mth\delta_m h}{(-m^2\rho^2 + n^2)(-m^2\rho^2 + k^2)} =$$

$$= \frac{2\mu\omega a^2}{\pi^2} \left[\frac{4}{\pi\rho} \cos \frac{n\nu}{2} cth\nu_n b \sum_{m=1,3..}^{\infty} \frac{1}{m^2(n^2 - m^2\rho^2)} \left(1 - \frac{1}{ch\delta_m h} \right) + \frac{(-1)^{\frac{n-1}{2}}}{n^3} \cdot \frac{ch\nu_m b - 1}{sh\nu_n b} \right], n = 1, 3..$$

Остаточно, функція напружень буде представлена у вигляді:

$$\psi(x_1, x_2) = \sum_{n=1,3..}^{\infty} (P_n + A_n ch\nu_n x_2 + B_n sh\nu_n x_2) \cos\nu_n x_1$$

$$+ \sum_{m=1,3..}^{\infty} (Q_m + C_m ch\delta_m x'_2 + D_m sh\delta_m x'_2) \cos\delta_m x_1$$

Жорсткість при крученні бруса отримаємо за формулою:

$$D = \frac{2}{\omega} \left[\int_{-a}^a \int_a^b \psi_1 dx_1 dx_2 + \int_{-c}^c \int_0^h \psi_1 dx_1 dx_2 \right] = \frac{4}{3} \mu a^3 b + \frac{4}{3} \mu c^3 h +$$

$$+ \frac{8a^2}{\pi^2 \omega} \sum_{n=1,3..}^{\infty} [A_n sh\nu_n b + B_n (ch\nu_n b - 1)] + \frac{8c^2}{\pi^2 \omega} \sum_{m=1,3..}^{\infty} \frac{1}{m^2} [C_m sh\delta_m h - D_m (ch\delta_m b - 1)]$$

Знайдемо напруження в перерізі за формулами:

$$\tau_{x_1 z} = G \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \quad \tau_{x_2 z} = G \frac{\partial \psi}{\partial x_1}$$

Продиференціювавши функцію напружень по x_2 та по x_1 отримаємо формули для визначення напружень:

$$\tau_{x_1 z} = G \cdot \left(\sum_{n=1,3..}^{\infty} (A_n sh\nu_n x_2 + B_n ch\nu_n x_2) \nu_n \cos\nu_n x_1 \right.$$

$$\left. + \sum_{m=1,3..}^{\infty} (C_m sh\delta_m x_2 + D_m ch\delta_m x_2) \delta_m \cos\delta_m x_1 \right)$$

$$\tau_{x_2 z} = G \cdot \sum_{n=1,3..}^{\infty} (P_n + A_n ch v_n x_2 + B_n sh v_n x_2) (-sin v_n x_1) v_n$$

$$+ \sum_{m=1,3..}^{\infty} (Q_m + C_m ch \delta_m x'_2 + D_m sh \delta_m x'_2) (-sin \delta_m x_1) \delta_m$$

Провівши розрахунок напружень, будемо епюру розподілу напружень в перерізі від крутного моменту:

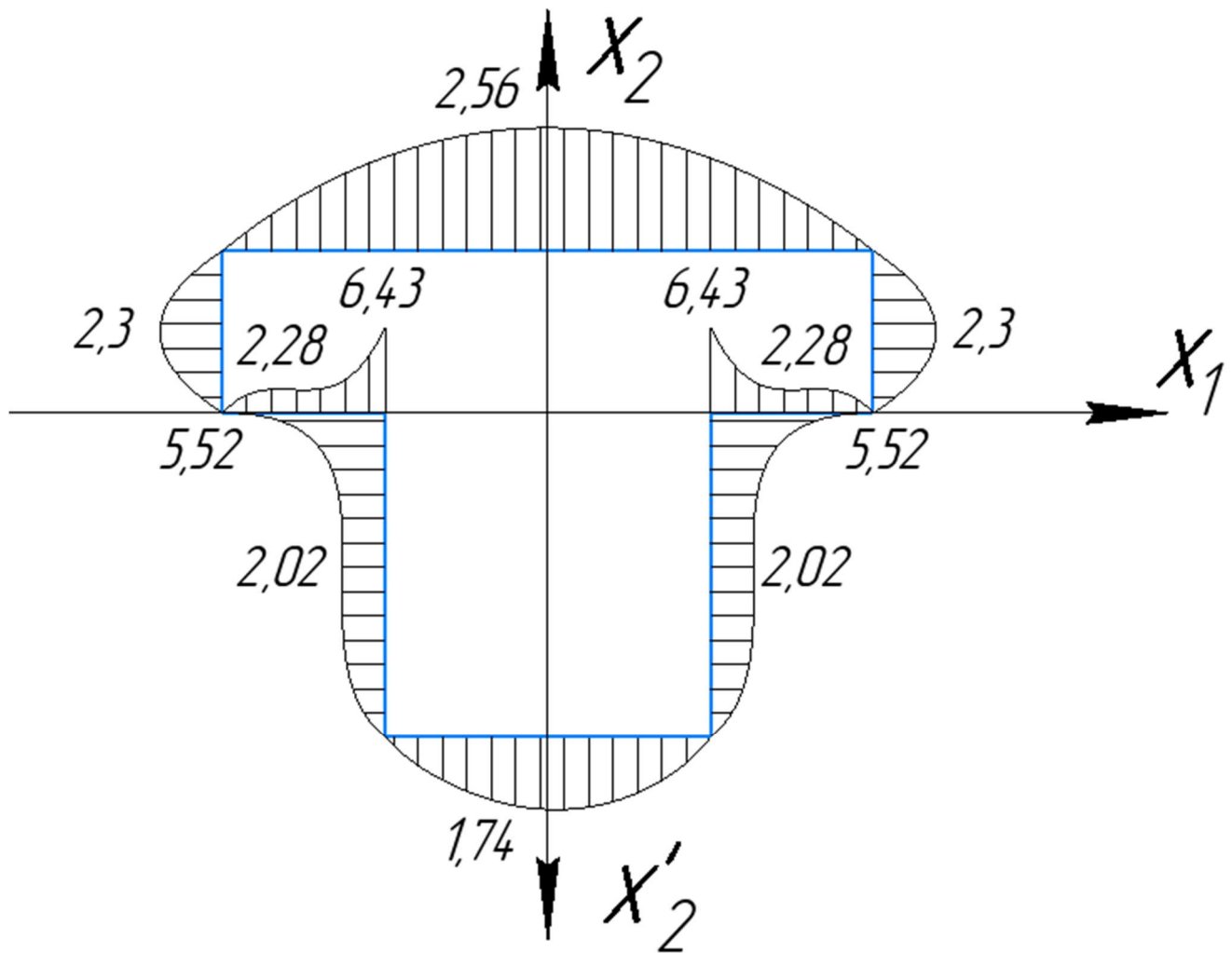


Рис. 4.2 Розподіл дотичних напружень в перерізі

5 Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка на кручення

5.1 Вибір зразка, та його розрахункової моделі

Для початку необхідно обрати тип зразка, відповідно до установки. Обираємо зразок для кручення, оскільки ми розглядаємо установку КМ-50, яка призначена для дослідження матеріалів на кручення за статичного та циклічного навантаження. Для визначення геометричних характеристик скористаємось формулами опору матеріалів. Маємо такі характеристики:

Модуль Юнга: $E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа.

Коефіцієнт Пуассона: $\mu = 0,29$.

Границя міцності: $\sigma_B = 1100$ МПа.

Гарантований запас потужності устаткування: $k = 2,0$.

Максимально допустимий коефіцієнт концентрації напружень: $\alpha = 1,05$.

Максимальний крутний момент $T_{max} = 15$ кНм.

З умови міцності, обираємо необхідний момент опору поперечного перерізу зразка. Оскільки $T = \frac{T_{max}}{k}$ та $\sigma_{max} = \frac{\sigma_B}{\alpha}$, то:

$$A \geq \frac{N_{max} \cdot \alpha}{\sigma_B \cdot k} = \frac{15 \cdot 10^6 \cdot 1,05}{1100 \cdot 2} = 7159,09 \text{ мм}^3$$

A – це момент опору перерізу труби. Згідно з таблицею 10, при $A = \frac{W_k}{\sqrt{3}}$, де для трубчастого перерізу момент спротиву перерізу дорівнює полярному моменту спротиву перерізу: $W_k = W_p$.

Розрахуємо полярний момент спротиву для тонкостінної труби за формулою Бредта. Оскільки площа, яку охоплює серединною лінією товщини трубки $\omega = \frac{\pi D^2}{4}$, тому формула буде мати вигляд:

$$W_p \approx 2\omega\delta = \frac{\pi D^2 \delta}{2}$$

Незалежні характеристики – дві: D та δ , а значення A – одне. Тому введемо співвідношення $\frac{D}{\delta}$.

Приймемо $\frac{D}{\delta} = 10$, тоді $A = \frac{\pi(10\delta)^2 \delta}{2\sqrt{3}} = 28,86\pi\delta^3$, звідси:

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{A}{28,86\pi}} = \sqrt[3]{\frac{7159,09}{28,86\pi}} = 4,29 \text{ мм}$$

Приймаємо $\delta = 4$ мм, тоді $D=40$ мм, а $d_b=D-\delta = 36$ мм. Найближче значення внутрішнього діаметра зі стандартного ряду $d_b=36$ мм. Отже, отримуємо значення наріжного діаметра $d_n = d_b + 2\delta = 44$ мм. Але ці розміри завеликі для захвату, тому зменшимо їх у 2 рази. Остаточного маємо такі розміри:

$$\delta = 2 \text{ мм}$$

$$d_n = 22 \text{ мм}$$

$$D = 20 \text{ мм}$$

$$d_b = 18 \text{ мм}$$

Визначаємо розміри робочої частини зразків на кручення:

Діаметр голівки: $D_{\text{гол}} = 36$ мм.

Довжина голівки: $L_{\text{гол}} = 30$ мм.

Робоча довжина зразка (циліндра): $L_{\text{цил}} = 5d_n = 110$ мм.

Загальна довжина зразка: $L = 190$ мм.

Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 7^\circ$

Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 40$ мм, $r_2 = 4$ мм.

5.2 Постановка крайової задачі лінійної пружності

В даній роботі розглядаємо напружено-деформований стан задачі пружності. Результати – поля переміщень, деформацій, напружень. Все ці дані можна використовувати для прогнозу міцнісних і деформаційних характеристик тіла.

Сформулюємо постановку цих задач та методи їх розв'язування. Для цього з самого початку приймемо, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею

S ; застосовуються Лагранжеві координати; фізичні величини: напруження, деформації, зусилля, переміщення; матеріал вважається ізотропним; деформації вважаються малими. [11,12,13]

Припустимо, що в початковий момент t_0 в розглядуваному тілі переміщення $U_{ij}(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Нехай після цього в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $P_m(\vec{x}, t)$ - поверхневі сили на S_P ; відбулися переміщення $U_i(\vec{x}, t)$ - на S_U . Тоді для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ - переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ - деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ - напружень – маємо наступну крайову задачу [11,12,13]:

➤ рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху, в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} = 0; \quad (5.1)$$

➤ геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i), \quad (5.2)$$

а також умова присутності тільки пружних деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.3)$$

➤ фізичні рівняння:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.4)$$

де E_{mnij} – тензор модулів пружності.

Додатково залучаються ГУ на S_U і S_P :

$$U_i|_{S_U} = U_i; \quad (5.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = P_m. \quad (5.6)$$

Для розв'язування крайової задачі зручно мати її варіаційну постановку.

Для отримання варіаційної постановки задачі використовуються співвідношення (5.1), (5.2), (5.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гауса-Остроградського. В підсумку можна отримати наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{S_p} P_m \delta U_m dS = 0, \quad (5.7)$$

що в поєднанні з кінематичними ГУ на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє лінійним фізичним рівнянням зв'язків напружень з повними деформаціями, тобто (5.3), (5.4) [11,12,13].

5.3 Формули методускінчених елементів для розв'язування крайової задачі лінійної пружності

Переміщення у скінченних елементах визначаються за формулою

$$\{U\} = [\varphi] \{q\}_e, \quad (5.8)$$

де $\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_M\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M}\}^T$ – вектор переміщень в вузлах СЕ; $[\varphi]$ – матриця базисних функцій [11,12,13].

Лінійний закон Гука (5.4) записують у вигляді

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon^e\}, \quad (5.9)$$

де $[D]$ – матриця модулів пружності.

У випадку пружної ізотропії матеріалу матриця

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

де $2G = E / (1 + \mu)$; $a = (1 - \mu) / (1 - 2\mu)$; $b = \mu / (1 - 2\mu)$; $c = 0,5$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона [11,12,13].

Всі деформації – пружні:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}, \quad (5.11)$$

тому вираз (5.9) приймає вигляд:

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\}. \quad (5.12)$$

Геометричні рівняння (5.2) записують у вигляді

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e, \quad (5.13)$$

де $[B]$ – матриця диференціювання за глобальними координатами. Матриця $[B]$ пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат [11,12,13].

Функціонал (5.7) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, зумовленої тим, що СЕ взаємодіють один з одним у вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T [D][B]\{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{S_p^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{p\} dS = 0, \quad (5.14)$$

де позначено вектор навантажень $\{p\} = \{p_1, p_2, p_3\}^T$; S_p^e – сторона СЕ, що виходить на S_p тіла; знак $\sum_e$ означає додавання по всіх СЕ, що містять розглядуваний ступінь свободи вузла [11,12,13].

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ і $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (5.14), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{ \delta q \}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \cdot \{q\}_e + \sum_e \{ \delta q \}_e^T \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS = 0. \quad (5.15)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \quad (5.16)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_p^e} [\varphi]^T \{p\} dS. \quad (5.17)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) = 0 \quad (5.18)$$

Оскільки варіації переміщень – довільні, то отримаємо СЛАР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} \quad (5.19)$$

відносно глобального вектору дійсних переміщень $\{q\}$ у вузлах СЕ сітки. В (5.18) позначено додавання за ступенями свободи вузлів: $[K] = \sum_e [K]_e$; $\{P\} = \sum_e \{P\}_e$

. Вектор $\{P\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями. У СЛАР ще необхідно врахувати кінематичні ГУ (5.5) [11,12,13].

5.4 Розрахункова схема

В даній частині дипломної роботи розглядалося кручення зразка, який має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки.

Для спрощення розрахунків будемо розглядати тільки половину зразка використовуючи симетрію зразка (рис.5.1). Момент, який скручує зразок, задаємо у вигляді пари зосереджених сил, що діють на виточки голівки. Закріплення приймаємо консольним, оскільки при крученні звуження стержня не передбачається, і накладаємо його на торець розсічення зразка навпіл.

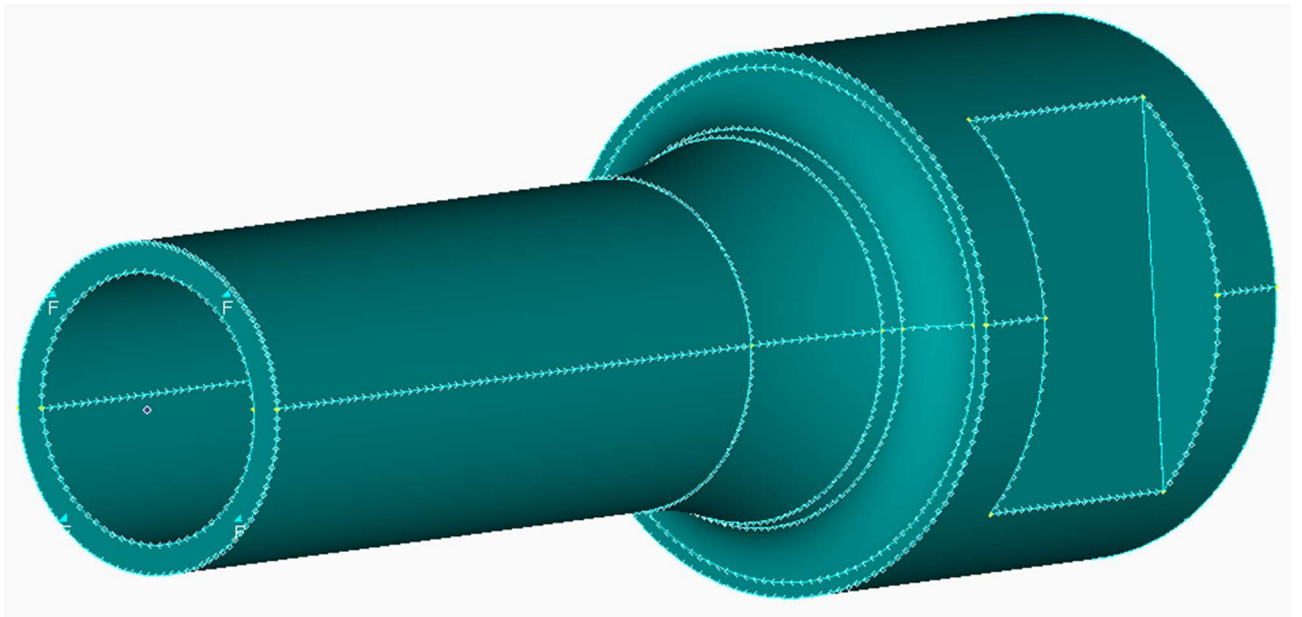


Рис. 5.1. Розрахункова схема зразка

5.5 Результати розрахунків

За допомогою програмного забезпечення FEMAP було розраховано напружено-деформований стан зразка в пружній області. Також були побудовані графіки розподілу напружень від зусилля, що скручує зразок (рис.5.3). Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення.

Номінальні напруження беремо з місця розсічення зразка, а максимальні – в перехідній частині зразка. На рис.5.2 зображений графік розподілення напружень від закріплення зразка, до заокруглення. З цього графіка визначаємо коефіцієнт концентрації напружень. Отже, коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом

$$\alpha_B = \frac{\sigma_{\text{конц}}}{\sigma_{\text{ном}}} = \frac{2735}{2653} = 1.0309 < 1.05.$$

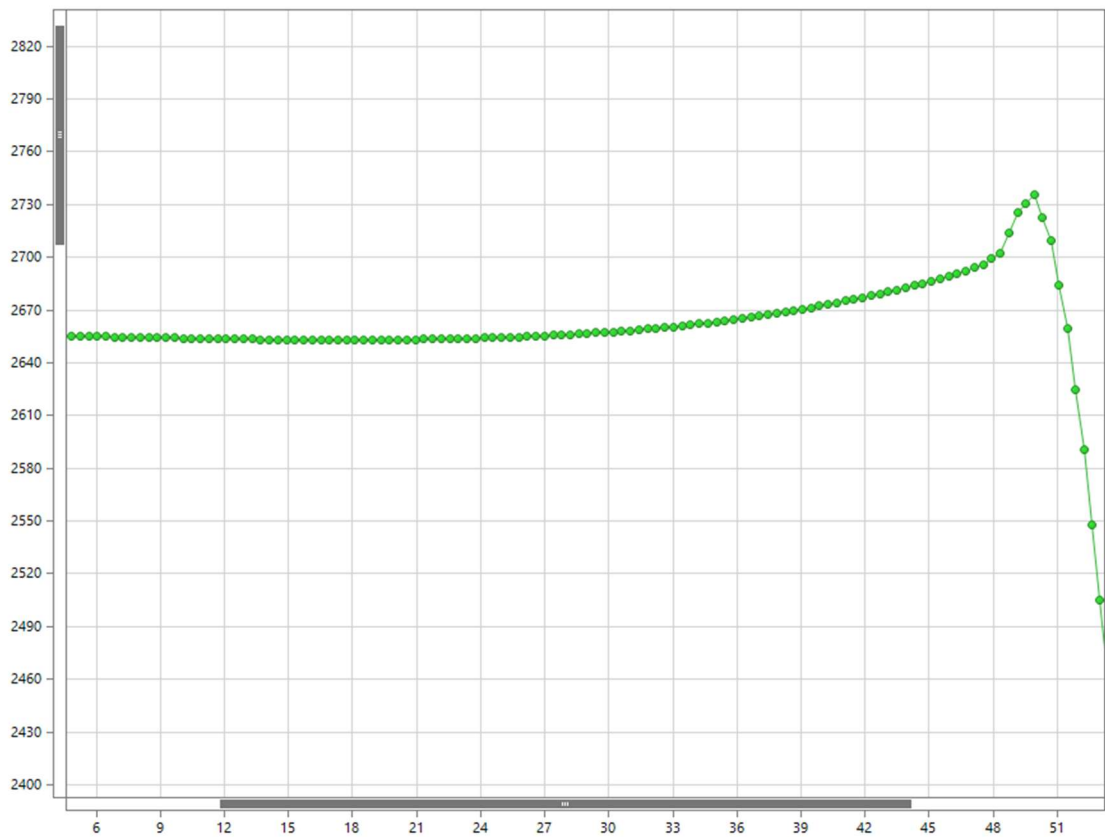


Рис. 5.2. Графік розподілення напружень вздовж зразка

Проаналізувавши результат, бачимо відсутність великих збуджень концентрації напружень, тобто зразок спроектовано вірно.

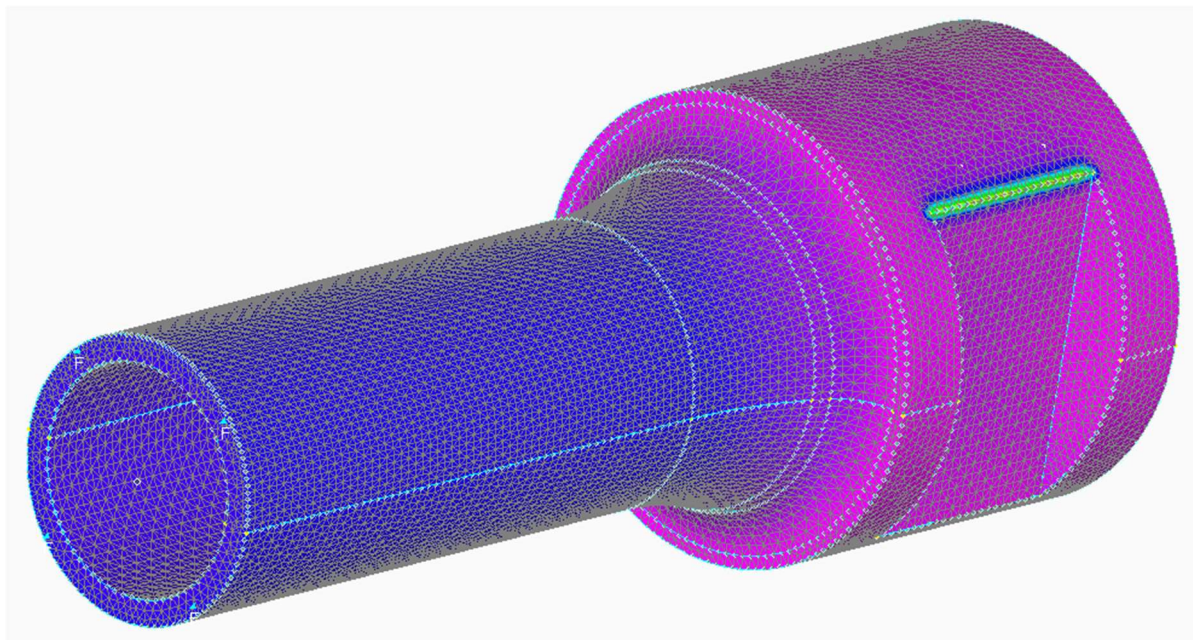


Рис.5.3. Розподілення напружень за Мізесом по поверхні, МПа.

6 Визначення власних частот та відповідних форм крутних коливань системи з двома ступенями вільності

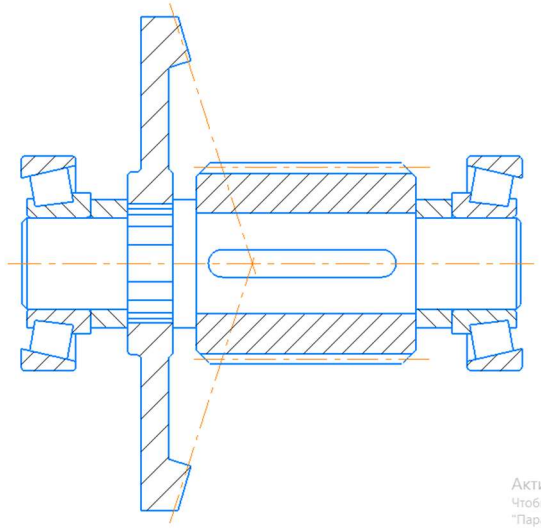


Рис. 6.1. Схема вала

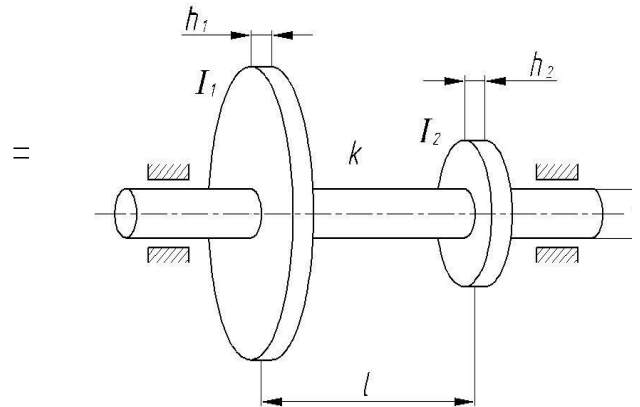


Рис.6.2 Розрахункова схема

6.1 Чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутних коливань системи з двома ступенями вільності

φ_1, φ_2 – кути повороту відповідно шестерні та черв'ячного колеса, які являють собою узагальнені координати;

матеріал шестерні – сталь АЦ45;

матеріал конічного колеса – сталь 50Г;

значення густини матеріалів:

- для сталі $\rho = 7,85 \times 10^3 \frac{\text{Н} \cdot \text{с}^2}{\text{м}^4},$

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа};$

жорсткість стержня визначається по формулі $k = \frac{G \cdot I_p}{l},$

де I_p - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою:

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (20 \times 10^{-3})^4}{32} = 1.57 \times 10^{-8} \text{ м}^4$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \times 10^{10} \cdot 1.57 \times 10^{-8}}{34 \times 10^{-3}} = 0.369 \times 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

Значення I_1, I_2 – осьових моментів інерції для шестерні та конічного колеса знайдемо за формулою:

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7.85 \times 10^3 \cdot 10 \times 10^{-3} (107 \times 10^{-3})^4}{32} = 1.01 \times 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7.85 \times 10^3 \cdot 48 \times 10^{-3} (41.8 \times 10^{-3})^4}{32} = 0.112 \times 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м}.$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів шестерні та конічного колеса, h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенційної енергії:

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2;$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2.$$

Підставляючи значення кінетичної і потенційної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k \varphi_1 - k \varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k \varphi_1 + k \varphi_2 = 0 \end{cases}$$

Складемо матриці інерції та жорсткості:

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді:

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Рішення шукаємо у вигляді: $\begin{Bmatrix} \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Phi \end{Bmatrix} \cos(\omega t - \beta)$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо:

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння $\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k(I_1 + I_2) = 0;$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k(I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{1.307 \times 10^5 (1.01 + 0.112) \times 10^{-3}}{1.01 \cdot 0.112 \times 10^{-6}} = 1.296 \times 10^9 \text{ c}^{-2} \end{bmatrix};$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{12} = 1$$

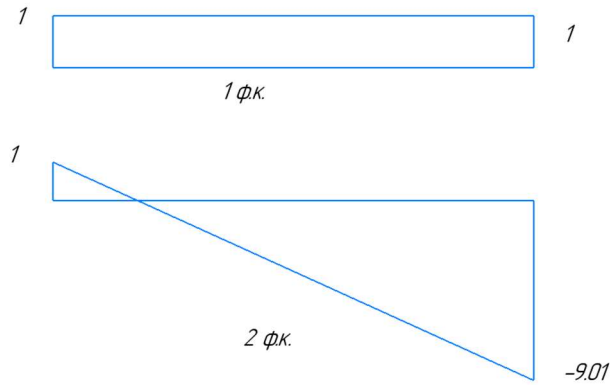
$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \quad \Rightarrow \quad \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1.01}{0.112} = -9.01$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді:



Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме:

$$\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_s = 0$$

$$\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_s = 0$$

-У першому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 1.01 & 0 \\ 0 & 0.112 \end{bmatrix} \left\{ -\frac{1.01}{0.112} \right\} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 1.01 \\ -1.01 \end{Bmatrix} = 1.01 - 1.01 = 0;$$

-У другому випадку перевірка:

$$\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{I_1} \\ -\frac{1}{I_2} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = 3.19 \times 10^5 \left(1 + \frac{1.01}{0.112} \right) - 3.19 \times 10^5 \left(1 + \frac{1.01}{0.112} \right) = 0$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу $\omega_l^2 = \frac{\{\Phi\}_l^T [c] \{\Phi\}_l}{\{\Phi\}_l^T [a] \{\Phi\}_l}$; підставляючи відповідні значення

отримаємо:

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0;$$

$$\begin{aligned}
\omega_2^2 &= \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{I_1} \\ -\frac{1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{1}{I_1} \\ -\frac{1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\begin{Bmatrix} 1 & -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \\
&= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\
&= \frac{1.307 \times 10^5 \cdot (1.01 + 0.112) \times 10^{-3}}{1.01 \cdot 0.112 \times 10^{-6}} = 1.29 \times 10^7 \text{ c}^{-2};
\end{aligned}$$

Отже,
$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{1.29 \times 10^7} = 3591.6 \text{ c}^{-1} \end{cases}$$

6.2 Числові розрахунки власних частот та відповідних формзгинальних коливань системи з двома ступенями вільності

6.2.1 Визначення власних частот методом сил

$$m = \rho V$$

$$m_1 = 7.85 \cdot 10^{-3} \cdot \left[3.14 \cdot \left(\frac{107}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} - 3.14 \cdot \left(\frac{22}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \right] = 6.76 \text{ кг}$$

$$m_2 = 7.85 \cdot 10^{-3} \cdot \left[3.14 \cdot \left(\frac{41.86}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 48 \cdot 10^{-3} - 3.14 \cdot \left(\frac{22}{2} \cdot 10^{-3} \right)^2 \cdot 48 \cdot 10^{-3} \right] = 3.753 \text{ кг}$$

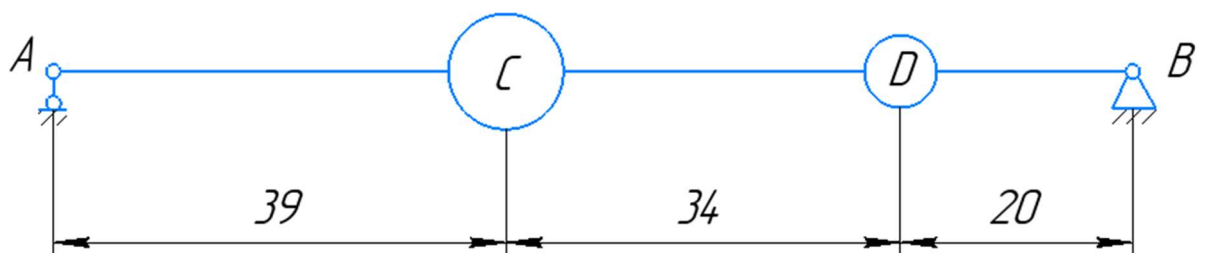


Рис. 6.3 Система з двома ступенями свободи

$$EI = 2.1 \cdot 10^{11} \cdot 7.853 \cdot 10^{-9} = 1649 \text{ H} \cdot \text{м}^2$$

Момент інерції:

$$I = \frac{\pi \cdot d_B^4}{64} = \frac{\pi \cdot (20 \times 10^{-3})^4}{64} = 7.853 \times 10^{-9} \text{ м}^4$$

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри (Рис. 6.4) від дії одиничних сил $\overline{X}_1 = 1, \overline{X}_2 = 1$ відповідно.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.022 \cdot 0.039 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.022 + \frac{1}{2} \cdot 0.022 \cdot 0.054 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.022 \right] = 9.09 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.022 \cdot 0.039 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.216 \cdot 0.039 + \frac{1}{2} \cdot 0.015 \cdot 0.02 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.015 + \right. \\ \left. + 0.008 \cdot 0.034 \cdot \left(0.008 + \frac{1}{2} \cdot 0.013 \right) + \frac{1}{2} \cdot 0.034 \cdot 0.006 \left(0.008 + \frac{1}{3} \cdot 0.013 \right) \right] = 5.52 \cdot 10^{-9}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 0.015 \cdot 0.073 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.015 + \frac{1}{2} \cdot 0.02 \cdot 0.015 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0.015 \right] = 4.22 \cdot 10^{-9}$$

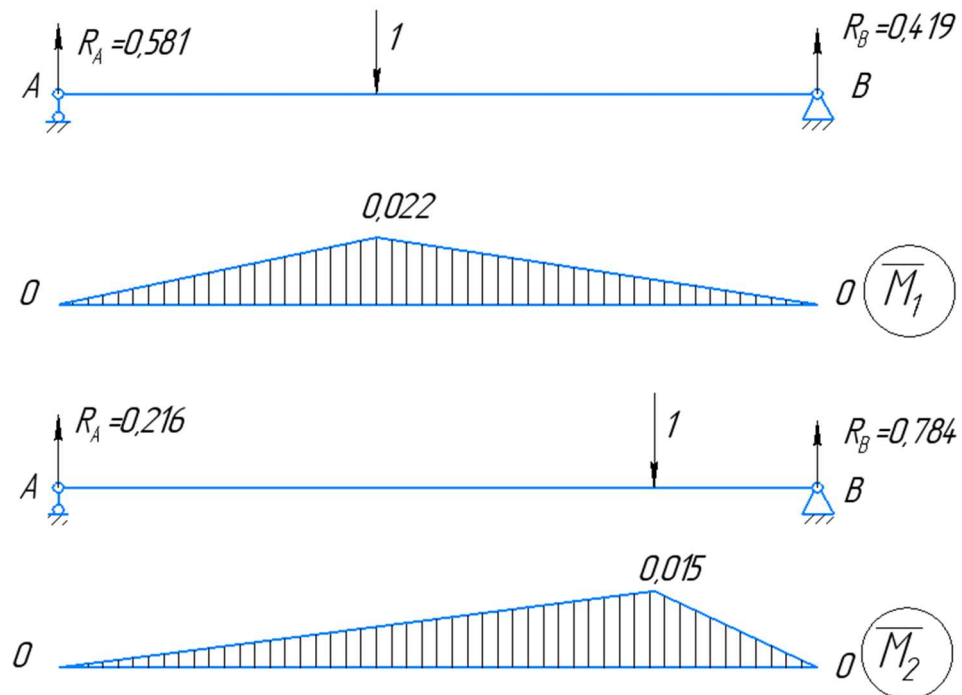


Рис. 6.4 Епюри моментів від одиничних сил

Запишемо диференційні рівняння в переміщеннях:

$$\begin{cases} w_1 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ w_2 = -\ddot{w}_1 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 - \ddot{w}_2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 \end{cases} \quad (6.56)$$

Шукаємо переміщення у вигляді

$$w_i = W_i \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (6.57)$$

Підставимо (6.57) в (6.56) отримаємо:

$$\begin{cases} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) \cdot W_1 + \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \cdot W_2 = 0 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 \cdot W_1 + (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \cdot W_2 = 0 \end{cases} \quad (6.58)$$

Оскільки маємо отримати не тривіальний розв'язок маємо, що детермінант останньої матриці(6.58) має бути рівний нулю:

$$\det \begin{bmatrix} (\omega^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} = 0 \quad (6.59)$$

Розкриваючи визначник, отримуємо характеристичне рівняння відносно ω^2 , з якого знаходимо ω_1^2, ω_2^2 :

$$(\omega^2 m_1 \delta_{11} - 1)(\omega^2 m_2 \delta_{22} - 1) - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 m_1 m_2 \delta_{11} \delta_{22} - \omega^2 m_1 \delta_{11} - \omega^2 m_2 \delta_{22} + 1 - \omega^4 m_1 m_2 \delta_{12} \delta_{21} = 0;$$

$$\omega^4 (\delta_{11} \delta_{22} - \delta_{12} \delta_{21}) m_1 m_2 - \omega^2 (m_2 \delta_{22} + m_1 \delta_{11}) + 1 = 0;$$

Визначили власні частоти: $\omega_1^2 = 1.34 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2}$, $\omega_2^2 = 3.72 \cdot 10^8 \text{ c}^{-2}$

$$\omega_1 = 3660 \text{ c}^{-1}, \omega_2 = 19287 \text{ c}^{-1}$$

Знаходимо власні форми коливань та перевіряємо умови ортогональності. Оскільки кожній частоті відповідає своя форма коливань, то розглянемо два

можливих випадки, підставляючи до відповідної матриці значення знайдених двох частот та знайдемо W_{1i}, W_{2i} .

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.61)$$

При $\omega_1^2 = 1.34 \cdot 10^7 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_{11} = 1$ отримаємо з розв'язку рівняння таку першу власну форму:

$$\begin{bmatrix} (\omega_1^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_1^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_1^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_1^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.61)$$

$$W_{21} = 0.637$$

Аналогічно при $\omega_2^2 = 3.72 \cdot 10^8 \text{ c}^{-2}$ і нормованій $W_{12} = 1$

$$\begin{bmatrix} (\omega_2^2 \cdot \delta_{11} \cdot m_1 - 1) & \omega_2^2 \cdot \delta_{12} \cdot m_2 \\ \omega_2^2 \cdot \delta_{21} \cdot m_1 & (\omega_2^2 \cdot \delta_{22} \cdot m_2 - 1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_{12} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = 0 \quad (6.63)$$

$$W_{22} = -2.83$$

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, то перевірмо виконання цієї умови:

$$\{W\}_2^T [a] \{W\}_1 = 0; \quad (6.65)$$

$$\{W\}_1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.83 \end{Bmatrix}, \quad \{W\}_2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0.637 \end{Bmatrix}$$

$$\cdot \begin{Bmatrix} 1 & 0.637 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 6.76 & 0 \\ 0 & 3.753 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ -2.83 \end{Bmatrix} = -0.0039 \approx 0$$

Зобразимо отримані власні форми згинальних коливань на
 рисунку(Рис. 6.5):

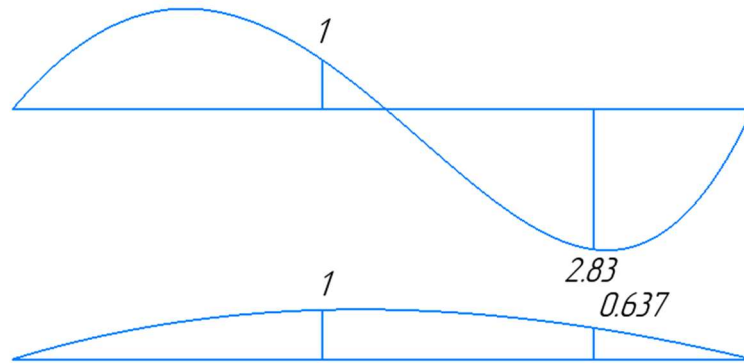


Рис.6.5. Власні форми коливань

6.2.2 Визначення першої власної частоти методом Релея

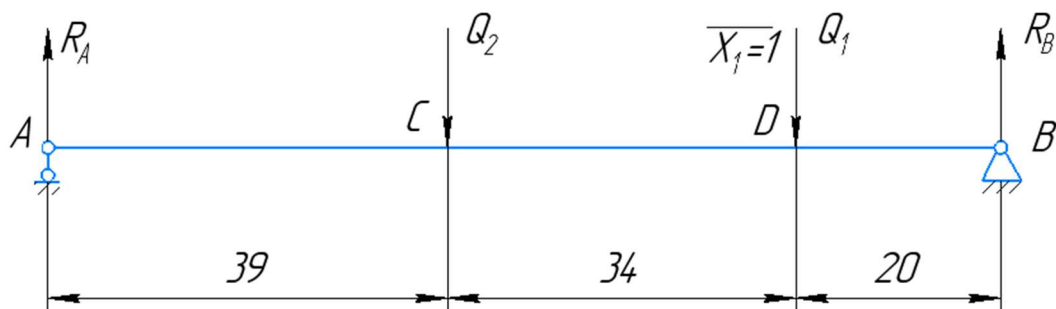


Рис. 6.6 Система з двома ступенями свободи

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 Q_i W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i W_i^2}; \quad Q_i = m_i g;$$

$$Q_1 = m_1 g = 6,76 \cdot 10 = 67.6H$$

$$Q_2 = m_2 g = 3.753 \cdot 10 = 37.53H$$

$$\sum M_{iA} = 0;$$

$$\sum M_{iB} = 0;$$

$$R_B = 68.8H$$

$$R_A = 36.53H$$

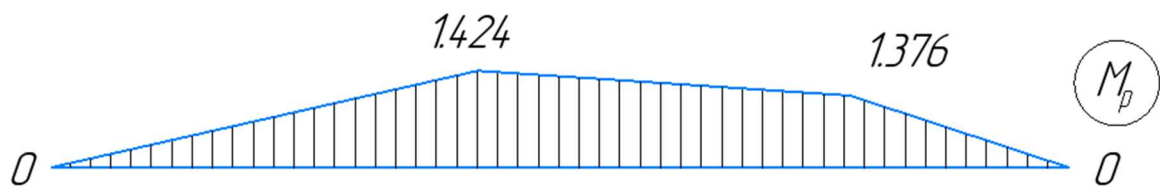


Рис. 6.7 Епюри моментів зовнішніх сил

Значення W_i [м] знаходимо за допомогою методу Верещагіна.

$$W_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 0.022 \cdot 0.039 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.424 + \frac{1}{2} \cdot 0.008 \cdot 0.02 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.376 + 0.008 \cdot 0.034 \cdot \left(1.376 + \frac{1}{2} \cdot 0.048 \right) + \frac{1}{2} \cdot 0.014 \cdot 0.034 \cdot \left(1.376 + \frac{2}{3} \cdot 0.048 \right) \right] = 2.25 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$W_2 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 0.008 \cdot 0.039 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.424 + \frac{1}{2} \cdot 0.015 \cdot 0.02 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1.376 + 0.008 \cdot 0.034 \cdot \left(1.376 + \frac{1}{2} \cdot 0.048 \right) + \frac{1}{2} \cdot 0.007 \cdot 0.034 \cdot \left(1.376 + \frac{1}{3} \cdot 0.048 \right) \right] = 5.04 \cdot 10^{-7} \text{ м}$$

$$\omega_1^2 = \frac{67.6 \cdot 5.04 \cdot 10^{-7} + 37.53 \cdot 2.25 \cdot 10^{-7}}{6.76 \cdot (5.04 \cdot 10^{-7})^2 + 3.753 \cdot (2.25 \cdot 10^{-7})^2} = 2.229 \cdot 10^7 \text{ с}^{-2}$$

$$\omega_1 = 3721.2 \text{ с}^{-1}$$

6.2.3 Визначення першої власної частоти методом Донкерлі

$$\frac{1}{\omega_1^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2};$$

$$\frac{1}{(\omega'_1)^2} = m_1 \delta_{11} = 6.76 \cdot 9.09 \cdot 10^{-9} = 6.14 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{(\omega'_2)^2} = m_2 \delta_{22} = 3.753 \cdot 4.22 \cdot 10^{-9} = 1.583 \cdot 10^{-8}$$

$$\frac{1}{\omega_1^2} = 6.14 \cdot 10^{-8} + 1.583 \cdot 10^{-8} = 7.723 \cdot 10^{-8}$$

$$\omega_1 = 3598.3 \text{ с}^{-1}$$

Для порівняння, значення першої власної частоти згинних коливань:

- методом сил : $\omega_1 = 3660 \text{ c}^{-1}$
- методом Релея: $\omega_1 = 3721.2 \text{ c}^{-1}$
- методом Донкерлі: $\omega_1 = 3598.3 \text{ c}^{-1}$

Похибка результатів:

$$\delta_{\text{Релея}} = \left| \frac{3721.2 - 3660}{3721.2} \right| \cdot 100\% = 1,64\%$$

$$\delta_{\text{Донкері}} = \left| \frac{3660 - 3598.3}{3660} \right| \cdot 100\% = 1.6\%$$

7 Дослідження напруженого стану валу, послабленого шпонковим пазом з використанням методу скінченних елементів

У дипломній частині, яка посвячується проектуванню редуктора на вхідному і вихідному валу створюються шпонкові пази. Це обумовлено тим, що редуктору потрібно приймати і передавати крутний момент на муфту. Створення шпонкових пазів приводить до зменшення площі перерізу і виникненню концентраторів напружень, а це, в свою чергу, до підвищення напружень. При цьому вал найчастіше знаходиться в складному напруженому стані під впливом крутного і згинального моментів. Розрахунки будемо проводити методом скінчених елементів у програмі FEMAP. Цей метод був обраний через те, що він дозволяє досить точно розраховувати напружено-деформований стан моделі з невеликими часовими затратами у порівнянні з аналітичним розрахунком. Також можна регулювати точність розрахунків шляхом збільшення або зменшення кількості скінчених елементів.

7.1 Розрахунок напружень методом скінчених елементів

Вхідні дані:

Момент на вихідному валу: $T=70,944 \text{ Нм}$

Сила, що створена муфтою: $F_m = 50\sqrt{T} = 425,38 \text{ Н}$

Діаметр валу: $D=26 \text{ мм}$

Розміри шпонки: 8x7x42 ГОСТ 23360-78

Матеріал валу: Ст5

Матеріал шпонки: Сталь 45

Дослідження напружено-деформованого стану проведено в просторі Femap. Для отримання скінченно-елементної моделі були обрані елементи у формі тетраедрів (Рис. 7.1.). Розмір скінчених елементів вибирався виходячи з товщини стінки труби за формулою $Element Size = \frac{\delta}{2,4} = 0,8 \text{ мм}$, тобто буде створено 3 СЕ по товщині. Це потрібно через те, що напруження по товщині труби мають різні значення.

Умови закріплення та навантаження валу в скінченно-елементному представленні можуть бути описані як наступні: Один торець вала жорстко защемлений, другий торець вільний. Крутний момент представлений у вигляді розподіленого навантаження, що діє на бокову площину шпонкового пазу. Також до вільного торця вала прикладена сила від муфти, що створює згинальний момент.

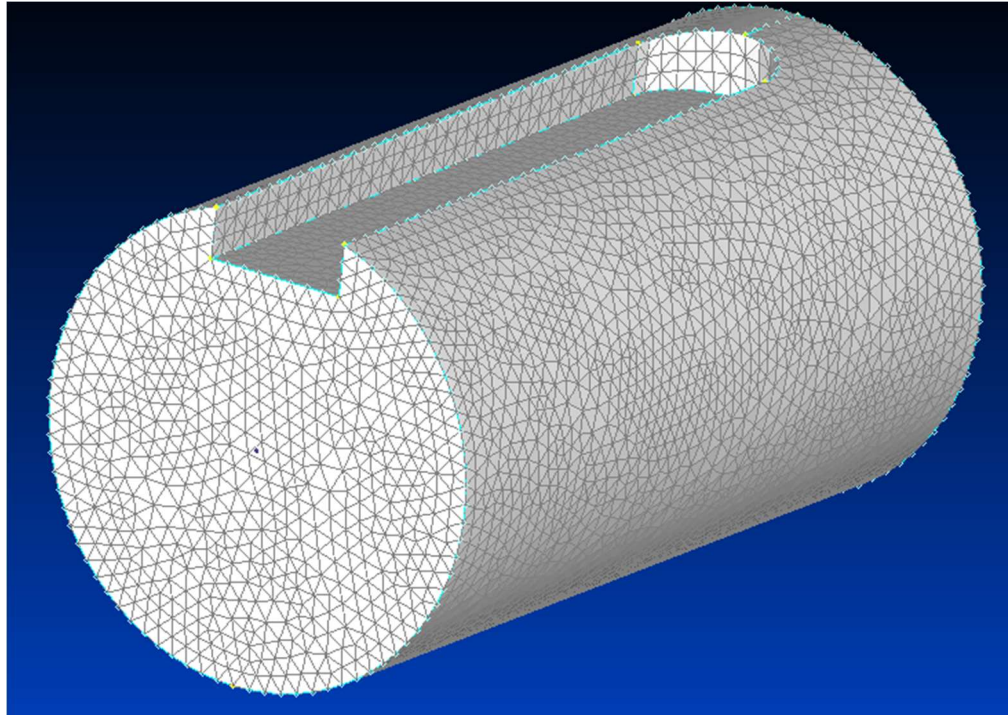


Рис. 7.1. Скінченно-елементна модель

Для розрахунку величини розподіленого навантаження, що прикладено на бічну поверхню шпонкового пазу знайдемо за формулою:

$$P = \frac{T}{r \cdot S}$$

тут T -крутний момент, що діє на вал;

r -відстань від осі валу до центру бічної поверхні шпонкового пазу;

S -площа бічної поверхні шпонкового пазу.

Провівши розрахунок маємо таке значення: $P = 5,65 \cdot 10^7 \frac{H}{m^2}$

Силу, що створена муфтою, прикладаємо у напрямку, що створює найбільші напруження, а саме перпендикулярно до бічної стінки шпонкового пазу у напрямку розподіленого навантаження, що створює крутний момент.

Навантажена модель з закріпленнями представлена на Рис. 8.2, але скінченно-елементна сітка скрита для того, щоб краще було видно величини і напрямки сил.

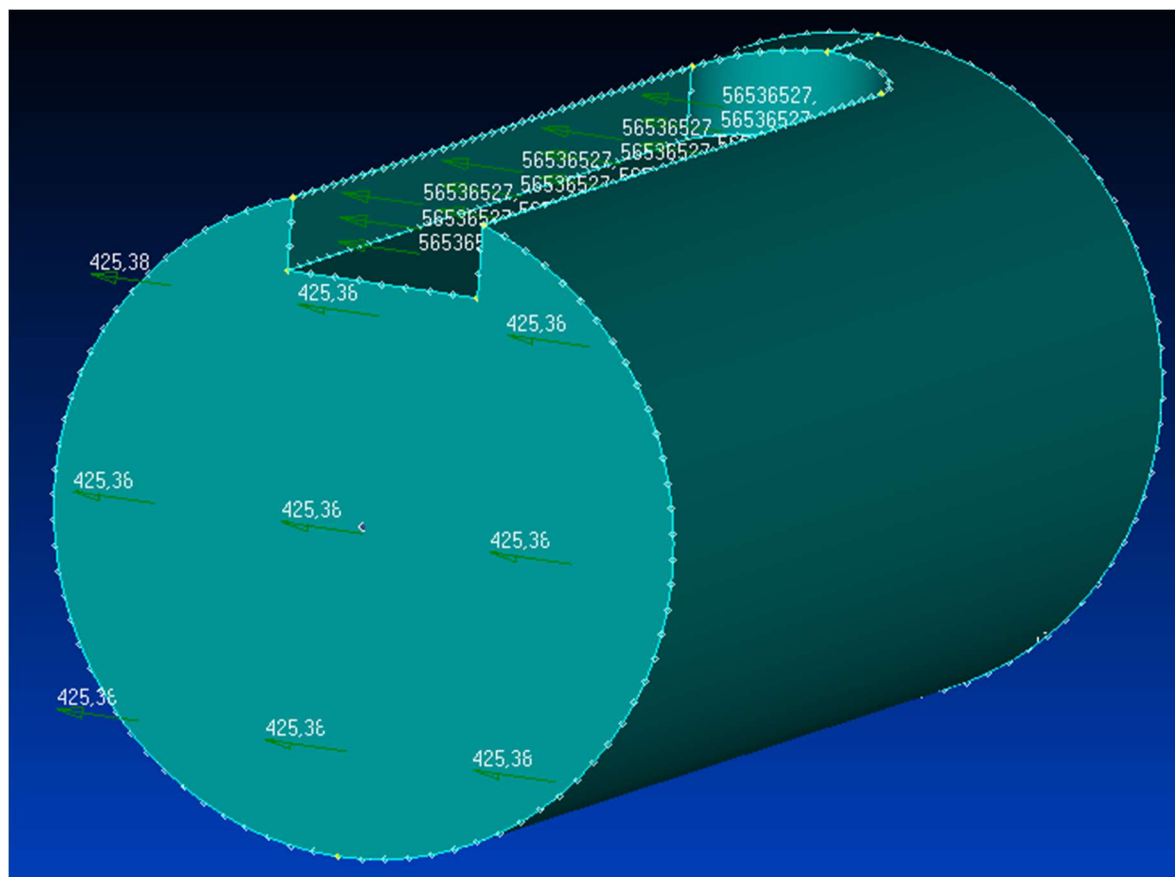


Рис. 7.2. Вузові навантаження, що прикладені до моделі

В результаті розрахунку при статичному навантаженні знайдено розподіл найбільш небезпечних у розглянутому випадку нормальних напружень вздовж осі X (рис. 8.3.) та еквівалентних напружень за Мізесом (рис. 8.4.). Найбільші значення нормальних напружень вздовж осі X спостерігаються біля бічної поверхні шпонкового пазу, еквівалентні напруження за Мізесом зростають від вільного торця до жорсткого защемлення.

Оцінити величину впливу згинального та крутного моментів на деформований стан валу з шпонковим пазом можна прибравши з розрахунку одну з сил. Нижче представлений розподіл напружень окремо для випадку з

прикладеною згинальною силою та окремо з прикладеним крутним моментом (Рис. 8.5 та Рис. 8.6, відповідно).

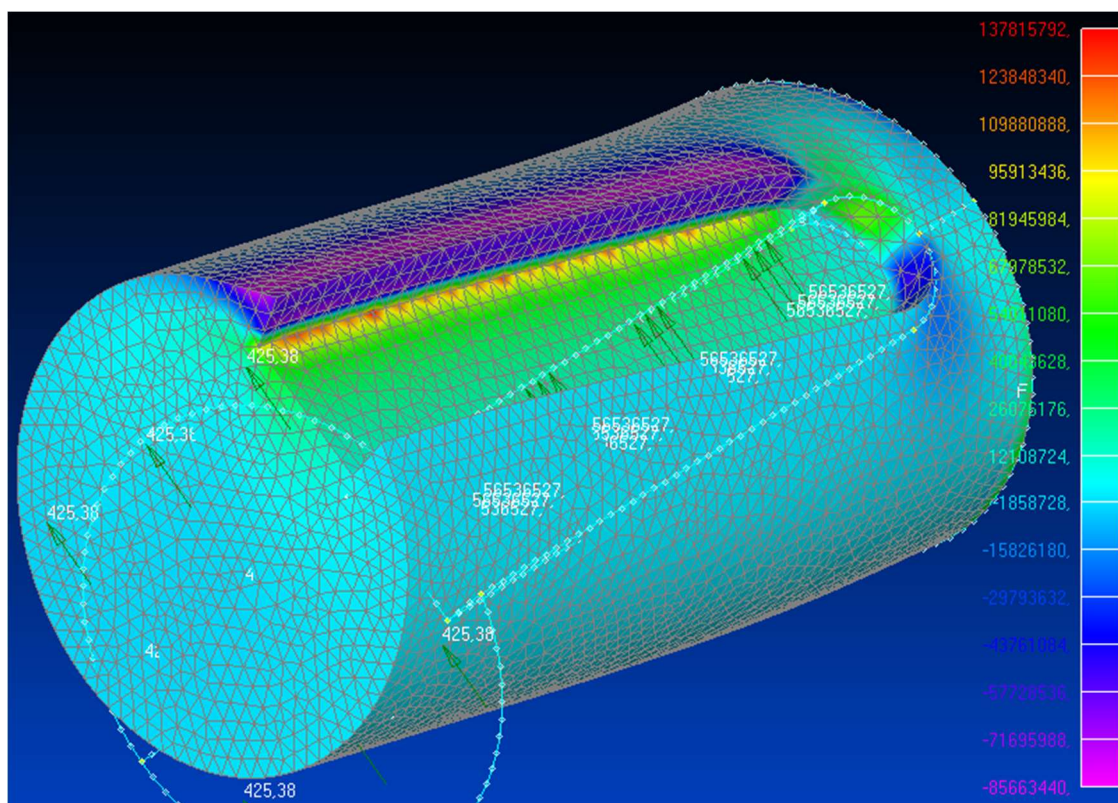


Рис. 7.3. Розподіл нормальних напружень вздовж осі X

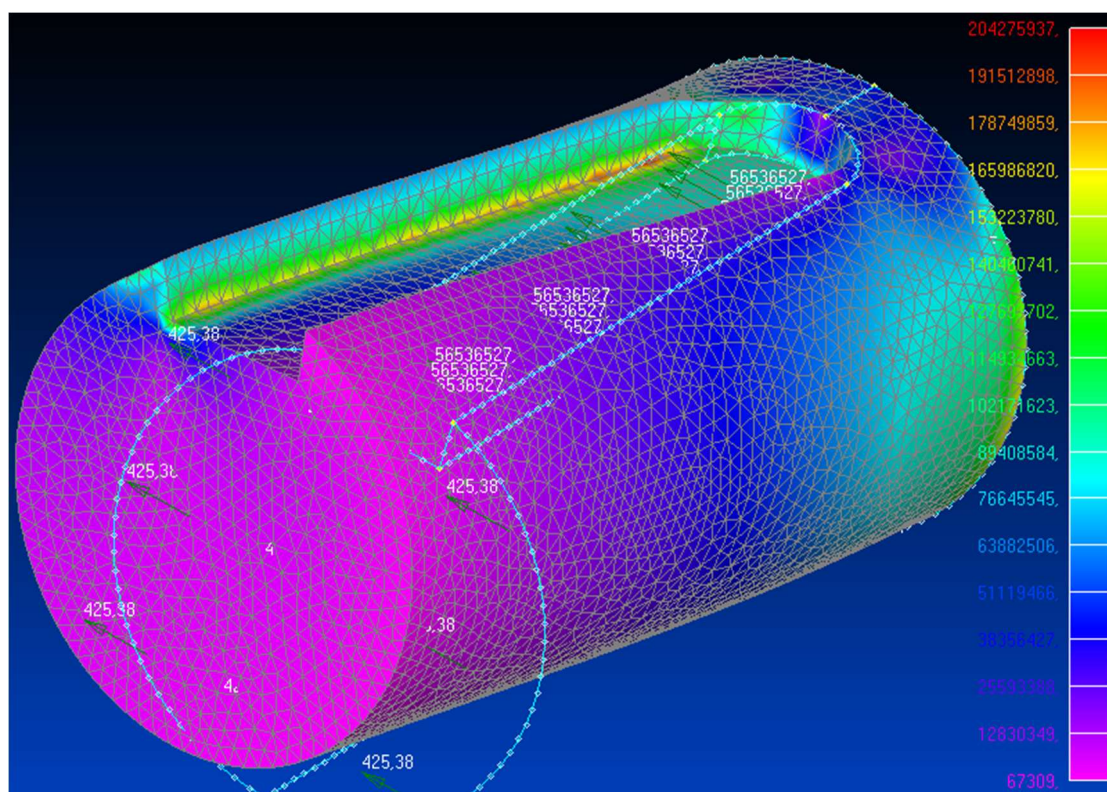


Рис. 7.4. Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом

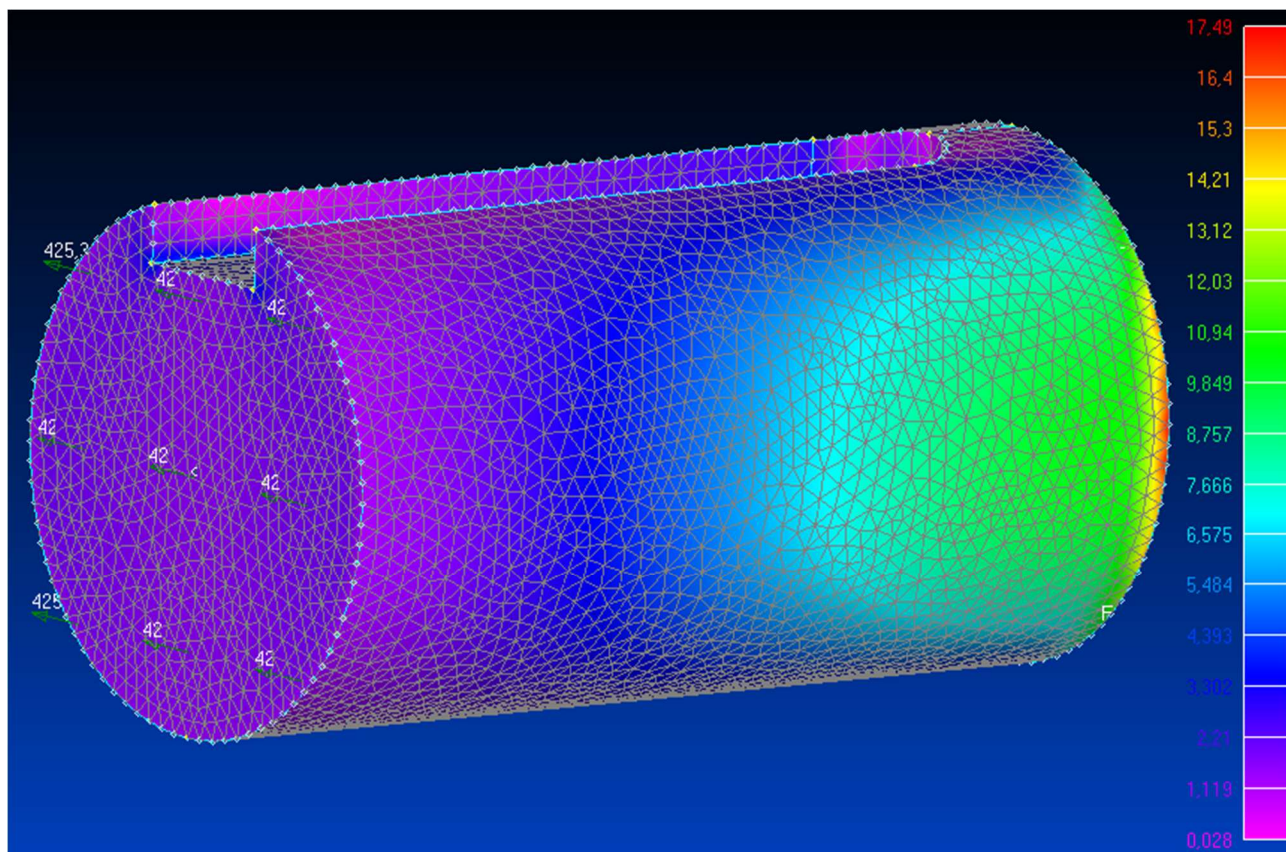


Рис. 7.5. Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом від згинальної сили

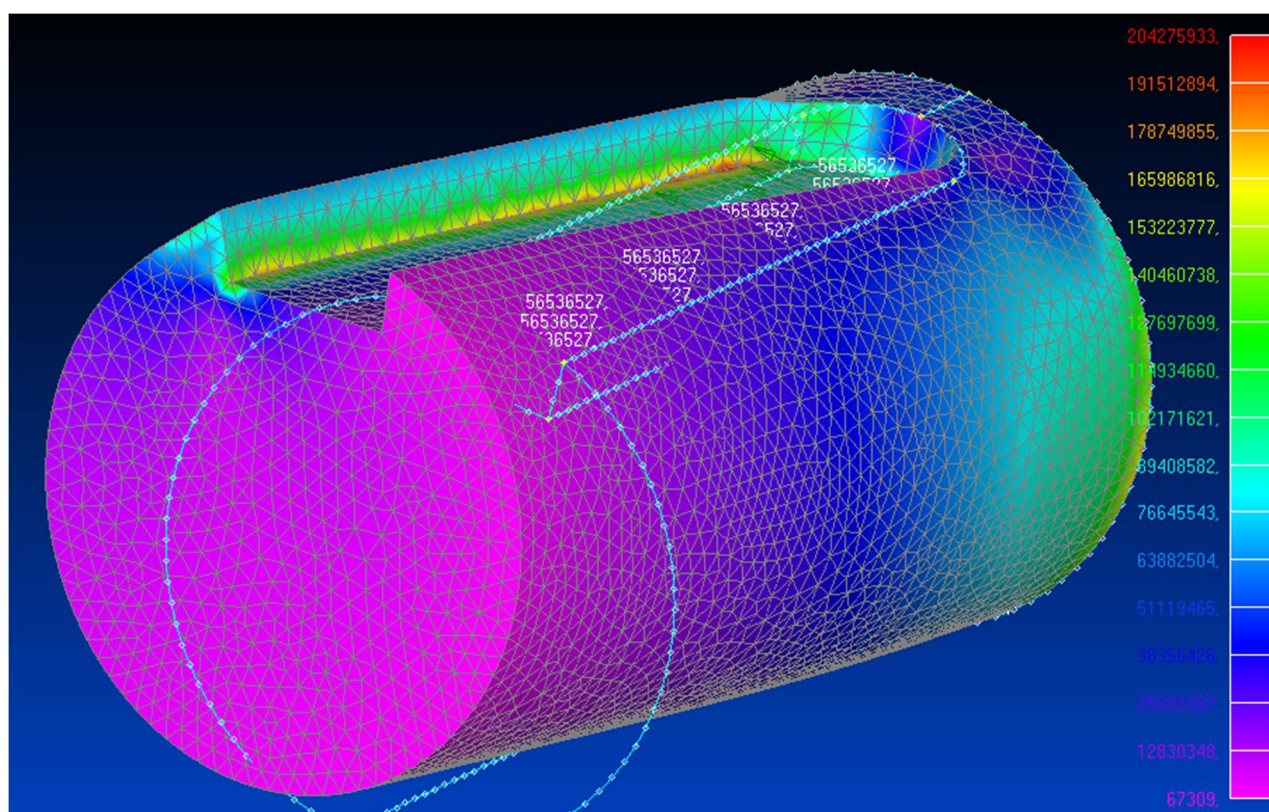


Рис. 7.6. Розподіл еквівалентних напружень за Мізесом від крутного моменту

Порівнюючи результати розрахунків на Рис. 8.5. та Рис. 8.6. можна сказати, що згинаюча сила, яка створює напруження у 17,49 Па майже не впливає на напружено-деформований стан, якщо порівнювати з напруженнями від крутного моменту, що дорівнюють 204,27 МПа. Максимальні напруження від обох навантажень складають 204,27 МПа та мають місце в нижньому ребрі шпонкового пазу. В цілому, вал працює в пружній зоні та має достатній запас міцності. Границя міцності для матеріалу вала $[\sigma_{\text{екв}}] = 256$ МПа, для розрахунку навантаженості валу скористаємося формулою:

$$\delta = \frac{[\sigma_{\text{екв}}] - \sigma_{\text{екв max}}}{[\sigma_{\text{екв}}]} \cdot 100\% = 20,2\%.$$

Тобто вал недовантажений на 20,2%.

Також варто сказати, що схема закріплення і навантаження валу не у повній мірі відображає дійсні умови роботи: за рахунок деформування шпонки може виникнути перерозподіл тиску на вал, також за наявності ступиці може підвищитися жорсткість системи. Таким чином, для більш повного відтворення дійсної картини навантажень необхідно будувати більш складну скінченно-елементну модель.

7.2 Аналітичний розрахунок напружень

Для порівняння результатів знайдемо напруження валу за формулами опору матеріалів. Найбільше напруження при крученні буде виникати в перерізі, де є шпонковий паз, оскільки згинальна сила практично не впливає на напружено-деформований стан, тому її враховувати не будемо.

Момент опору при крученні перерізу з призматичним шпонковим пазом:

$$\begin{aligned} W_k &= \frac{\pi d^3}{16} - \frac{(b \cdot t) \cdot (d - t)^2}{2d} = \frac{\pi \cdot 0,026^3}{16} - \frac{(0,008 \cdot 0,0035) \cdot (0,026 - 0,0035)^2}{2 \cdot 0,026} \\ &= 3,178 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \end{aligned}$$

Дотичні напруження, що діють в цьому перерізі:

$$\tau = \frac{M}{W_k} = \frac{70,94}{3,178 \cdot 10^{-6}} = 22,32 \text{ МПа}$$

За третьою теорією міцності розрахуємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{4\tau^2} = \sqrt{4 \cdot 22,32^2} = 44,64 \text{ МПа}$$

Щоб дізнатися як форма шпонки впливає на напруження, розрахуємо також круглу шпонку. Розміри визначимо з умови, що кругла і призматична шпонки мають мати однакові площі перерізу.

$$\text{Площа призматичної шпонки } S_{\text{пр}} = b \cdot t = 8 \cdot 7 = 56 \text{ мм}^2$$

З формули площі круглого перерізу знайдемо діаметр:

$$d = \sqrt{\frac{4S_{\text{кр}}}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 56}{\pi}} = 8,44 \text{ мм}$$

З книги “Опір матеріалів” Писаренка Г.С.

d/D	α	β	d/D	α	β
0,00	1,57	1,57	0,40	0,76	1,22
0,05	0,80	1,56	0,60	0,66	0,92
0,10	0,81	1,56	0,80	0,52	0,63
0,20	0,82	1,46	1,00	0,38	0,38

Рис. 8.7. Таблиця коефіцієнтів в залежності від співвідношення діаметрів

З таблиці обираємо $\beta = 1,069$

$$W_k = \beta \frac{D^3}{8} = 1,069 \cdot \frac{0,026^3}{8} = 2,348 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

Бачимо, що при такій формі шпонкового пазу момент опору буде менший, але у цьому випадку будуть менші концентрації напружень за рахунок круглої форми.

Дотичні напруження, що діють в перерізі з круглою шпонкою:

$$\tau = \frac{M}{W_k} = \frac{70,94}{2,348 \cdot 10^{-6}} = 30,21 \text{ МПа}$$

За третьою теорією міцності розрахуємо еквівалентні напруження:

$$\sigma_{\text{екв}} = \sqrt{4\tau^2} = \sqrt{4 \cdot 30,21^2} = 60,42 \text{ МПа}$$

З створенням шпонкового пазу також створюється значний концентратор напружень, який треба враховувати. Розрахуємо напруження в концентраторі за допомогою теоретичного коефіцієнту напружень.

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень: $\alpha_\tau = 5$

з умови, що радіус заокруглення $\rho = 0,2$ мм, а діаметр валу 26 мм.

Тоді напруження в концентраторі знаходяться за формулою:

$$\tau_{max} = \alpha_\tau \cdot \tau = 5 \cdot 22,32 = 111,6 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{екв} = \sqrt{4\tau^2} = \sqrt{4 \cdot 111,6^2} = 223,2 \text{ МПа}$$

Порівнюючи цей результат з програмним можна помітити незначні розбіжності у напруженнях. $\delta = \frac{\sigma_{екв ан} - \sigma_{екв пр}}{\sigma_{екв ан}} \cdot 100\% = 8,48\%$

7.3 Висновок

У даній частині дипломної роботи було проведено аналіз напружено-деформованого стану за допомогою програми Femap. Після того, як була побудована скінченно-елементна сітка, накладені навантаження, та накладені умови закріплення був проведений аналіз, в результаті якого можна зробити висновок. Найбільші напруження виникають у нижній частині шпонкового пазу. І ростуть вони вздовж осі валу від вільного краю, до жорсткого защемлення. Свого найбільшого значення вони набувають в нижньому ребрі шпонкового пазу. У порівнянні із еквівалентними напруженнями валу без шпонкового пазу вони у 5,43 разів більші і становлять 223,2 МПа, що менше на 20,2% за допустимі.

Форм	Зона	Поз.	Позначення	Назва	Кол.	Додатк и
А1			МП72.КМ50.00.00.00	<u>Документація</u>	1	
				Редуктор конічно-		
				<u>Деталі</u>		
		1		Оглядова кришка	1	
		2		Маслопоказчик/віддушина	1	
		3		Основа корпусу	1	
		4		Кришка корпусу	1	
		5		Вхідний вал	1	
		6		Проміжний вал	1	
		7		Вихідний вал	1	
		8		Конічне колесо	1	
		9		Циліндричне колесо	1	
		10		Кришка вхідного валу	1	
		11		Кришка проміжного валу	2	
		12		Кришка вихідного валу	1	
		13		Кришка вихідного валу	1	
		14		Стакан	1	
		15		Втулка	2	
		16		Втулка	1	
		17		Зливна пробка	1	
			МП72.КМ50.00.00.00			
			РЕДУКТОР конічно-циліндричний			
					НТУУ "КПІ"	

Додаток 1 (продовження)

[illegible]

8 Список літератури

1. Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. Методичні вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студентів спеціальності «Динаміка і міцність машин» – К.: НТУУ «КПІ», 2011.
2. Павлице В.Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вища шк., 1993.
3. Курмаз Л.В., Курмаз О.Л. Конструирование узлов и деталей машин: Справочное учебно-методическое пособие. – М.: Высш. шк., 2007.
4. Детали машин. Атлас конструкций. Под редакцией Д.Н. Решетова. Изд. 5-е в двух частях. – М.: Машиностроение, 1992.
5. Профілювання циліндричного евольвентного зачеплення з використанням персональної ЕОМ. Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни «Теорія механізмів і машин» для студентів спеціальності «Динаміка і міцність машин» / Укл.: О.П.Заховайко, О.Б.Овсієнко, О.М.Проташук та ін.- К.: НТУУ «КПІ», 2000. – 40 с.
6. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв'язування задач симетричного згину круглих пластин з дисципліни «Будівельна механіка машин» для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
7. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин. Учебное пособие для студентов вузов, «Машиностроение», 1973
8. Арутюнян, Абрамян Кручение упругих тел. – М.: Физматлит, 1963. – 686с.
9. Опір матеріалів / Підручник. Під ред. Г.С.Писаренка. К.: Вища школа, 1993. – 655 с.
10. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
11. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук,

К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.

12. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ "КПІ", 2007. – 379 с.

13. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. – 317 с. Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с. Режим доступа : <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>.

14. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. – 525с.

15. «Теорія коливань та стійкості руху» Збірник завдань до курсового проектування та практичних занять для студентів спеціальності «Динаміка та міцність машин» / Укл. Бобир М.І., Бабенко А.Є., Боронко О.О. Трубачов С.І.-К.: НТУУ «КПІ», 2010.- 171 с.

16. Теория упругости / В.В. Новожилов. – СПб.: Политехника, 2012. – 409 с.: ил. ISBN 978-5-7325-0956-4.

17. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напрямку 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І. Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.