

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

І.Ф.СКІЦЬКО, Н.М.БРУКВА

**Дослідження впливу температури
на опір металів та напівпровідників**
Навчальний посібник
(інструкція до лабораторної роботи)

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Безпека державних інформаційних ресурсів» за спеціальністю 125 «Кібербезпека та захист інформації», освітньою програмою «Спеціальні системи електронних комунікацій» за спеціальністю 172 «Електронні комунікації та радіотехніка»

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2025

Автори: Скіцько Іван Федорович, канд.фіз.-мат. наук, доцент
Бруква Наталія Миколаївна, старший викладач

Рецензент: Савченко Д. В. д-р фіз.-мат. наук, доцент, в.о. зав. кафедри ЗФ та моделювання фізичних процесів КПІ ім. Ігоря Сікорського.

Відповідальний редактор: Лінчевський І. В. д.ф.-м. н., професор, професор кафедри загальної фізики КПІ ім.Ігоря Сікорського.

Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського (протокол № 9 від 26. 06.2025 р.) за поданням вченої ради фізико-математичного факультету (протокол № 7 від 04.06. 2025 р.)

С42

Скіцько І. Ф., Бруква Н. М. Дослідження впливу температури на опір металів та напівпровідників. Інструкція до лабораторної роботи [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою освітньою «Безпека державних інформаційних ресурсів» за спеціальністю 125 «Кібербезпека та захист інформації», освітньою програмою «Спеціальні системи електронних комунікацій» за спеціальністю 172 «Електронні комунікації та радіотехніка»/ КПІ ім. Ігоря Сікорського. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 46 с.

Посібник забезпечує проведення лабораторної роботи: «Дослідження впливу температури на опір металів та напівпровідників» за програмою навчальної дисципліни “Фізика”. Детально розглядається теорія лабораторної роботи, методика проведення дослідження і обробки результатів вимірювань.

Призначений для студентів-здобувачів ступеня бакалавра за спеціальністю 125 «Кібербезпека та захист інформації» та спеціальністю 172 «Електронні комунікації та радіотехніка» буде корисним і для студентів інших технічних спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 538.9

Реєстр. № НП 24/25-597. Обсяг 4,03 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056, <https://kpi.ua>

Свідцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© Скіцько І. Ф., Н. М.Бруква 2025

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025

Дослідження впливу температури на опір металів та напівпровідників

Мета роботи:

1. Ознайомитись з природою впливу температури на електропровідність металів та напівпровідників.

2. Дослідити експериментально залежність опору металу та напівпровідника від температури.

3. Визначити температурний коефіцієнт опору металу.

4. Визначити ширину забороненої зони напівпровідника та енергію активації домішки (якщо напівпровідник домішковий).

5. Опрацювати експериментальні дані за допомогою програми. Оцінити невизначеність величин: ширини забороненої зони та температурного коефіцієнта опору.

6. Правильно записати кінцевий результат визначення ши-

рини забороненої зони та температурного коефіцієнта опору.

7. Проаналізувати отримані результати та зробити висновки по роботі.

Теоретичні відомості

Дослідження впливу температури на опір металів.

Опір провідника протіканню струму зовсім не така проста річ, як може здатися на перший погляд. Тут не обійтись без поняття кванта. Але спочатку спробуємо обійтись без його допомоги.

Класична теорія

В класичній теорії не використовується поняття квант. У багатьох книжках і підручниках написано, що електричний опір металів є результатом зіткнення електронів, які переносять заряд, з іонами кристалічної решітки. Таке розуміння опору металів

виражає класична теорія. Проте, вона не може пояснити ряд основних особливостей електричного опору. В класичній теорії безумовно справедливо одне: опір виникає від того, що електрони передають частину своєї енергії і імпульсу (кількості руху) кристалічній решітці. Але яким чином відбувається ця передача – питання зовсім не просте.

Температурна залежність. Опір чистих металів сильно зростає з температурою. Для багатьох із них зростання в основному пропорційне абсолютній температурі. При низьких температурах така проста залежність порушується. Це добре видно із рис.1, де показано, як змінюється з температурою питомий опір міді – провідника,

який найбільш широко використовується для передачі струму.

Як видно із рис.1, в області високих температур залежність прямолінійна. Але якщо цю пряму продовжити в сторону низьких температур (на рис.1 показано пунктиром), то вона

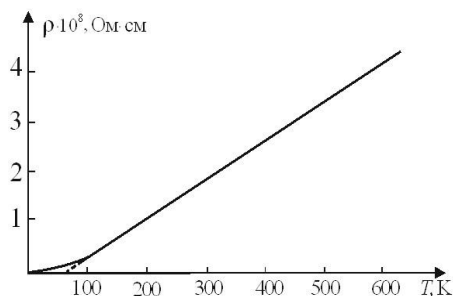


Рис.1. Графік залежності питомого опору міді від температури.

йде не в абсолютний нуль, а в дещо вищу температуру – для міді біля 60K. При низьких температурах залежність $\rho(T)$ є більш складною ($\rho \sim T^5$). При наближенні до абсолютного нуля опір металів стає дуже малий. Є група металів, у яких опір зни-

кає зовсім при температурах на декілька градусів вище абсолютного нуля (явище надпровідності).

Якщо пояснювати існування електричного опору зіткненнями електронів з іонами, то температурна залежність опору чистих металів стає зовсім незрозумілою. Справа виглядає так, начебто електрони зіштовхуються тільки з іонами (атомами), які здійснюють тепловий рух, але вільно пролітають мимо нерухомих. Виглядає так, що електрону легше потрапити в атом, який рухається. Звичайно, що це не правильно. Таким чином класична теорія не здатна пояснити залежність $\rho(T)$ для металів.

Залишковий опір. Коли вимірюють опір чистих металів при дуже низьких температурах, то виявляється цікавий факт.

Продовжуючи криву $\rho(T)$ (аналогічно як на рис.1) до абсолютного нуля, отримують опір, який повинен би зменшуватись, якщо б на досліді можна було досягнути абсолютного нуля. Його так і називають залишковим опором. Виявляється, що він сильно змінюється від зразка до зразка. Залишковий опір дуже чутливий до невеликої кількості домішок, до механічної і термічної обробки металу. Очищаючи метал, обробляючи його так, щоб добитись майже досконалої кристалічної структури, можна зменшити залишковий опір, і не має меж цьому зменшенню. І так досвід підштовхує до такого висновку: ідеальний кристал при температурі абсолютного нуля не повинен мати електричного опору. Іншими словами: електричний опір чистих металів

обумовлений порушеннями кристалічної решітки, які викликаються тепловим рухом, домішками, дефектами (неправильностями) кристалічної решітки.

Атомні коридори. Якби електрони рухались за законом класичної механіки, вони повинні були би зіштовхуватись з

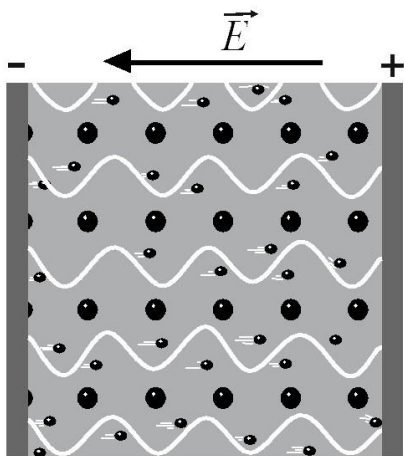


Рис.2. Рух електронів і розповсюдження електронних хвиль в ідеальному кристалі. Позначення: $\bullet$ — іони кристалічної решітки; $\bullet$ — електрони.

іонами (атомами) незалежно від того, розташовані атоми в строгому порядку (як в кристалі), чи по іншому. Звичайно, між пра-

вильними рядами атомів є начебто коридори (рис.2), але щоб направити електрон по такому коридору, необхідна точна орієнтація кристала по відношенню до електричного поля, яке прикладене до зразка. Але, як правило, мають справу не з одним

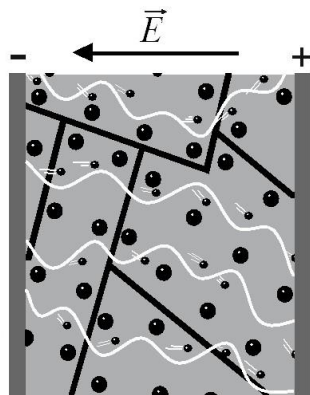


Рис.3. Схема руху електронів атомними лабіринтами в полікристалічному зразку. Прямі лінії $\blacksquare$ — границі мікрокристалів; $\bullet$ — іони кристалів; $\bullet$ — електрони.

кристалом, а із великою кількістю дрібних кристалів, які орієнтовані випадковим чином (рис.3). Одиноким правильним кристалом називають монокриста-

лом, а з'єднання багатьох кристалів – полікристалічним агрегатом.

Точні вимірювання показують, що опір полікристалічних агрегатів дуже мало відрізняється від опору монокристалів. Особливо важливо те, що опір полікристалічних агрегатів сильно зменшується із зниженням температури. Це не можна пояснити рухом електронів атомними коридорами за законами класичної механіки. При переході із одного кристала в інший атомний коридор різко змінює свій напрямок (рис.3) і електрон повинен був би з розгону вдаритись об "стіну". А він продовжує свій рух атомним лабіринтом.

Деяка цікава інформація. Давно відомо, що механічна і термічна обробка суттєво впливає на електричний опір металів.

При 20°C звичайна технічна мідь має питомий опір 17,2 нОм·м. Після холодного протягування питомий опір мідного дроту зростає до 17,7 нОм·м. Навіть намотка проводу на котушку призводить до зростання його опору. Якщо провід відпалити, тобто довгий час нагрівати, а потім знову охолодити до 20°C, то значення опору повертається до нормальної величини. Очевидно, що опір чутливий до невеликих порушень кристалічної структури. Ще більше опір чутливий до мізерної кількості домішок. Старанне очищення зменшує питомий опір міді при $t = 20^\circ\text{C}$ до 16,9 нОм·м. Ця обставина має велике значення для техніки, так як вона дозволяє зменшити опір проводів і таким чином зменшити непотрібні ви-

трати електроенергії на нагрівання. Якщо до міді додати 1% марганцю, то питомий опір її зростає до 48 нОм·м, тобто майже в 3 рази, і дорівнює опору чистого марганцю (50 нОм·м). Таким же чином впливають добавки заліза, кобальту, іридію та інші. Якби опір виникав від зіткнення електронів з атомами домішки, то ці домішки повинні були би впливати у сто раз слабше. З точки зору класичної теорії такий сильний вплив домішок на опір пояснити неможливо.

Спеціально розроблені сплави з високим питомим опором: нікелін, манганін, константан, ніхром та інші. Опір цих сплавів в декілька раз більший, ніж у їхніх складових. Так константан, який містить 60% міді і

40% нікелю має питомий опір 440 нОм·м, в той час як у чистої міді він дорівнює 17 нОм·м, а у нікелю – 72 нОм·м. У ніхрома питомий опір біля 1000 нОм·м.

Температурна залежність опору сплавів значно слабша, ніж у чистих металів. Наприклад, у константана в інтервалі температур від 0°C до 400°C питомий опір змінюється тільки від 441 до 448 нОм·м.

З точки зору класичної теорії постійний опір сплавів мало зрозумілий так же, як і пропорційність між опором і температурою для чистих металів. Опір сплавів повинен був би за змістом цієї теорії складатись із опору складових частин за простим правилом змішування, а опір чистих металів пропорційний $\sqrt{T}$.

Квантова теорія

Для теоретичного обґрунтування залежності питомого опору металів від температури візьмемо за основу одне з основних тверджень класичної електронної теорії електропровідності, що

$$\sigma = enu, \quad (1)$$

де $\sigma = 1/\rho$ – питома електропровідність металу (ρ – питомий опір), n – концентрація електронів провідності (так званих “вільних” електронів), u – рухливість електронів.

Вираз (1) має дві величини, які принципово можуть залежати від температури – це n і u .

Згідно зонної теорії металів, концентрація електронів провідності (електронів в зоні провідності) дорівнює при температурі $T=0$

$$n = \frac{8\pi}{3h^3} (2m_n^*)^{3/2} (W_F(0))^{3/2}. \quad (2)$$

де h – стала Планка, m_e^* – ефективна маса електрона в зоні провідності, яка практично дорівнює масі вільного електрона $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $W_F(0)$ – енергія Фермі (енергія рівня Фермі, який знаходиться в зоні провідності металу) при $T = 0$.

Для металів енергія Фермі практично не залежить від температури. Наприклад,

$$\frac{W_F(T)}{W_F(0)} \approx 10^{-3} \div 10^{-4}$$

де $W_F(T)$ – енергія фермі при температурі плавлення металу ($T=1000$ K). Тому можна вважати, що концентрація «вільних електронів» n не залежить від температури, тобто практично є сталою. Залишається вивчити залежність від температури рухливості електронів.

Згідно квантової механіки електрон має одночасно властивості частинки і хвилі (співвідношення де Бройля $\lambda = h/(m_e v)$). Ширина атомних коридорів близька до довжини хвилі електрона і тому при русі такими коридорами хвильові властивості електрона проявляються в повній мірі.

В радіотехніці сантиметрових хвиль широко застосовуються хвилеводи. Це – металічні трубки круглого або прямокутного перерізу. Радіохвилі розповсюджуються по хвилеводу, ідучи за всіма його згинами. Світло теж електромагнітні хвилі і його можна передавати по світловодах (трубки із дзеркальними стінками). Дія світловода із дзеркальними стінками зрозуміла. Світлові хвилі весь час відбиваються

від стінок і, таким чином, залишаються всередині світловода. Радіохвилі теж добре відбиваються від гладких металічних поверхонь. Якщо поверхня шерстка, то хвиля якби розривається об зазубринки і в результаті розсіюється і поглинається. При цьому енергія хвилі переходить в тепло.

У квантовій теорії протікання електричного струму через метал представляється як розповсюдження електронних хвиль атомними коридорами, які грають роль хвилеводів. Якщо атоми розташовані на площині в ідеальному порядку, на однакових відстанях один від одного, то така площа повністю відбиває електронні хвилі – як ідеальне дзеркало. Розсіювання і поглинання електронних хвиль відбувається тільки при пору-

шенні строгого порядку в розташуванні атомів. Цей висновок вперше був отриманий досить складним математичним шляхом із рівнянь квантової механіки.

Розглянемо якісно причину існування електричного опору. В ідеальному правильному кристалі хвилеводи досконало гладкі. Всякі порушення атомного порядку діють як шерсткість стінок хвилеводу. Електронні хвилі розсіюються порушеннями решітки. Частина енергії електронів поглинається і переходить в тепло. *Це і є квантовий механізм електричного опору.* Правильність атомних хвилеводів порушується тепловими коливаннями іонів кристалічної решітки, на яких розсіюються електронні хвилі (рис.4). Звідси виникає тепла частина елект-

ричного опору, яка залежить від



Рис.4. Порушення правильності атомного хвилеводу тепловим рухом атомів. Позначення: ● — іони кристалічної решітки; • — електрони.

температури. Охолоджуючи метал, її можна зробити скільки завгодно малою. При цьому залишається залишковий, або структурний опір, зв'язаний з постійними дефектами (порушеннями) кристалічної структури. Дефекти є у всякого кристала. Додаткові дефекти виникають при холодній механічній обробці – протягуванні проводу і навіть при намотці його на катушку. Від цього і збільшується опір. При тривалому нагріванні (відпалі) атоми повертаються на

свої місця і дефекти заліковуються – опір зменшується.

Проникнення чужеродних атомів викликає серйозні порушення кристалічної решітки. При цьому один атом домішки може вибити з місця сотні атомів кристала – "господаря". Тому – то домішки і підвищують опір. Встановлено, що дія домішки тим сильніша, чим більше її атоми відрізняються від атомів «господаря» за розмірами та іншими факторами, чим сильніше вони порушують правильність кристалічної решітки.

Якщо охолоджувати метал, то тепла (причиною якої є тепловий рух) частина опору падає. Коли вона стає значно меншою, ніж структурна частина, яка незалежить від температури, то при подальшому охолодженні опір майже не змінюється. У

сплавів з неупорядкованою будовою структурна частина опору настільки велика, що навіть при високих температурах більша від теплової. Цим і пояснюється слабка залежність електричного опору сплавів від температури.

Пояснення температурної залежності опору. Тепловий рух в твердому тілі (металі) можна уявити як коливання атомів (іонів) біля своїх положень рівноваги. Але частинки в твердому тілі не можуть коливатись незалежно. Вони всі міцно зв'язані між собою і здійснюють колективні коливання. Колективні коливання великої кількості частинок речовини – це теж саме, що звукові хвилі.

Якщо вивести будь-яку частинку із положення рівноваги, то збурення буде розповсюджуватися по тілу із швидкістю зву-

ку. Виявляється, що тепловий рух у твердому тілі можна розглядати як розповсюдження звукових хвиль. Нагріваючи тіло, ми примушуємо його звучати. На щастя для нас частота цих коливань в мільярди раз вища тих, які може чути наше вухо.

Так з'являється зв'язок між електричним опором і звуком. Електрони розсіюються на звукових хвилях, які збуджуються тепловим рухом кристалічної решітки. Але всякі хвилі *квантуються*. У звукової хвилі це фонони, які здатні існувати тільки всередині речовини (у вакуумі фононів бути не може). Якщо звукову хвилю описувати як потік фононів, то і електрони можна вважати частинками, забувши про їх хвильові властивості. Тепер ми повертаємось до простого пояснення опору: елек-

тронам заважає вільно рухатись те, що вони зіштовхуються з іншими частинками – звуковими квантами (фононами).

Будемо вважати для простоти, що всі фонони мають однакову частоту ν . Це припущення неправильне, але помилка із-за нього невелика. Енергія фонуна, як і всякого кванта, дорівнює $h\nu$, де h – стала Планка, а ν — частота хвилі. Число фононів є $W/(h\nu)$, де $W = kT$ енергія теплового руху, яка пропорційна абсолютній температурі T , k – стала Больцмана. Тоді число фононів

$$N = \frac{W}{h\nu} = \frac{kT}{h\nu}, \quad (3)$$

Число фононів в твердому тілі пропорційне абсолютній температурі. Значить рухливість електронів у формулі (1) буде

обернено пропорційною числу фононів. Тобто

$$u \sim \frac{1}{N} \sim \frac{1}{T}.$$

Це означає, що $\sigma \sim 1/T$, а питомий опір металів буде пропорційний абсолютній температурі. Тому можемо записати, що

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha t), \quad (4)$$

де t – температура в градусах Цельсія, ρ – питомий опір при температурі t , ρ_0 – питомий опір при $t = 0$ °C, α – температурний коефіцієнт опору, що дорівнює:

$$\alpha = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt}. \quad (5)$$

α характеризує відносну зміну питомого опору при зміні температури на один градус.

Зазначимо, що цей результат є справедливий тільки при достатньо високих температурах. Виходячи із змісту квантової теорії число фононів не може

бути меншим одиниці. Подивимось, при якій температурі воно дорівнює одиниці. Цю температуру називають температурою Дебая і позначають грецькою буквою θ . У формулі (3) прийнявши $N = 1$, знаходимо що

$$\theta = hv/k. \quad (6)$$

Температура Дебая (або дебаєвська температура) відіграє дуже важливу роль у фізиці твердого тіла. За її допомогою число фононів, яке нас цікавить, виражається зовсім просто:

$$N = T/\theta. \quad (7)$$

При температурах нижчих дебаївської число $N < 1$. Це означає, що можна говорити тільки про середнє число фононів і розрахунок ускладнюється. Але величина T/θ як і раніше залишається мірою числа фононів в твердому тілі, а значить, і

числа зіткнень електронів з фононами.

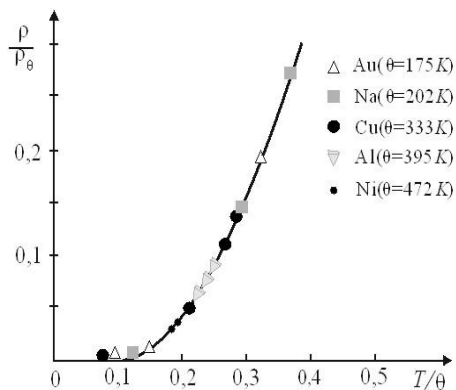


Рис.5. Узагальнена крива температурної залежності питомого опору чистих металів.

Виходячи із цього була висунута наступна гіпотеза: температурна залежність електричного опору чистих металів виражається універсальною функцією від міри числа фононів T/θ . Математично ця гіпотеза записується так:

$$\frac{\rho}{\rho_{\theta}} = F\left(\frac{T}{\theta}\right), \quad (8)$$

де ρ – питомий опір при температурі T , ρ_{θ} – питомий опір при температурі θ , F – функція, вид

якої може бути знайдений із дослідів. Важливо те, що функція F – універсальна для різних чистих металів. Як добре ця гіпотеза підтверджується на практиці видно із рис.5.

Методика визначення температурного коефіцієнта опору металу

Температурний коефіцієнт опору металу може бути визначений з експериментальних даних залежності питомого опору матеріалу від температури (4) або залежності опору металу від температури

$$R = R_0(1 + \alpha t), \quad (9)$$

де $R = \rho(l/S)$. В цій формулі зміною розмірів при нагріванні можна знехтувати. Можна вважати, що довжина проводу l і площа його поперечного перерізу S не залежать від температури.

Запишемо (9) для двох довільних значень температури t_1 та t_2 :

$$R_1 = R_0(1 + \alpha t_1);$$

$$R_2 = R_0(1 + \alpha t_2).$$

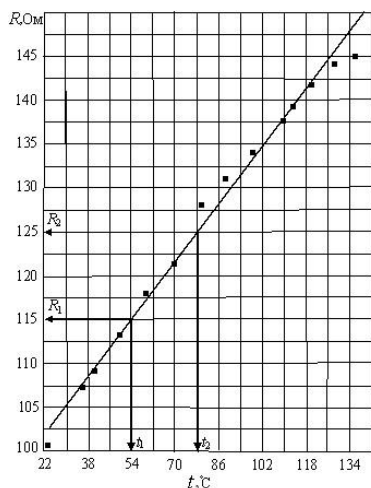


Рис.6. Залежність опору металу від температури.

Визначимо із цих виразів коефіцієнт α . Отримаємо, що

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1} \text{ град}^{-1}. \quad (10)$$

Для визначення α нанесемо експериментальні точки залежності $R=f(t(^{\circ}\text{C}))$ опору металу від температури на координатну

площину (вісь $y - R$, вісь $x - t(^{\circ}\text{C})$) (рис.6). Між точками провести пряму лінії таким чином, щоб кількість експериментальних точок з обох сторін прямої лінії була, по можливості, однаковою. На прямій лінії виберемо дві точки з координатами (R_1, t_1) і (R_2, t_2) і за формулою (10) розрахуємо температурний коефіцієнт опору металу.

Підкреслимо, що значення R і t потрібно брати для точок, які належать прямій лінії, а не за даними вимірювань (див.рис.6), тому що, проводячи пряму лінію, тим самим враховуються випадкові похибки вимірювань.

Якщо у формулі (9) розкрити дужки, то матимемо:

$$R = R_0 + R_0 \alpha t = at + b$$

де $b = R_0$, тоді температурний коефіцієнт опору металу:

$$\alpha = a/b$$

Дослідження впливу температури на опір напівпровідників

В загальному випадку електропровідність напівпровідника визначається за такою формулою:

$$\sigma = e n u_n + e p u_p, \quad (11)$$

де n – концентрація електронів провідності, p – концентрація дірок провідності, u_n і u_p – рухливості електронів і дірок, відповідно (визначаються за формулою $u = e \langle \tau \rangle / m$, e – заряд носія за модулем, m – маса, $\langle \tau \rangle$ – час вільного пробігу).

Власний напівпровідник. Це напівпровідник з ідеальною кристалічною решіткою, яка не містить ні домішок, ні ніяких дефектів. Енергетична діаграма тако-

го напівпровідника приведена на рис.7. При температурі $T \neq 0$

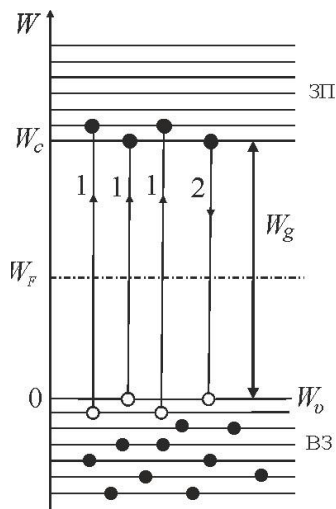


Рис.7. Енергетична діаграма власного напівпровідника. Світлі кружечки – дірки, темні кружечки електрони. Температура $T \neq 0$. ЗП – зона провідності, ВЗ – валентна зона. W_c – енергія дна зони провідності, W_v – енергія стелі валентної зони, прийнята за початок відліку енергії, W_F – енергія рівня Фермі, $W_g = W_c - W_v$ – ширина забороненої зони.

носії заряду: електрони в зоні провідності (ЗП) і дірки у валентній зоні (ВЗ) появляються внаслідок «переходу» електронів із ВЗ в ЗП (процеси 1 на рис.7) – процеси генерації. Одночасно

мають місце і зворотні процеси – процеси рекомбінації електронів провідності і дірок (процеси 2 на рис.7). При сталій температурі між процесами 1 і 2 встановлюється рівновага.

Таким чином з'являється рівноважна концентрація електронів провідності n_i і дірок провідності p_i , які однакові між собою.

Тому формула (11) для власного напівпровідника може бути записана так:

$$\sigma = en_i(u_n + u_p), \quad (12)$$

де

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \cdot \exp\left\{-\frac{W_g}{2kT}\right\} \quad (13)$$

У формулі (13) W_g - ширина забороненої зони напівпровідника, k – стала Больцмана, N_c , N_v – ефективні густини станів біля дна ЗП і біля стелі ВЗ,

відповідно. Вони визначаються формулами:

$$N_c = \frac{2}{h^3} (2\pi m_n^* kT)^{3/2}, \quad (14)$$

$$N_v = \frac{2}{h^3} (2\pi m_p^* kT)^{3/2}, \quad (15)$$

де h – стала Планка, k – стала Больцмана, m_n^* і m_p^* - ефективні маси електронів в ЗП і дірок у ВЗ, відповідно.

Рухливості u_n і u_p (визначаються за формулою $u = e\langle\tau\rangle / m$, e – заряд носія за модулем, m – їхня маса, $\langle\tau\rangle$ – час вільного пробігу) різні за величиною внаслідок різних ефективних мас m_n^* і m_p^* і часу вільного пробігу електрона і дірки, які залежать від механізмів розсіювання електронів і дірок в кристалічній решітці.

Можна виділити декілька основних механізмів розсіювання носіїв заряду:

1) на теплових коливаннях структурних елементів кристалічної решітки;

2) на іонізованих домішках (іони домішки);

3) на нейтральних домішках (атом домішки);

4) на дефектах кристалічної решітки;

5) на носіях заряду.

Четвертим і п'ятим видами розсіювання в теорії напівпровідників, як правило, нехтують. При високих температурах (кімнатній і вищій) перший вид розсіювання відіграє основну роль. Оскільки абсолютно чистих з ідеальною кристалічною решіткою напівпровідників не існує, то на відміну від металів, рухливості

$$u_n \sim T^{-\frac{3}{2}} \text{ і } u_p \sim T^{-\frac{3}{2}}. \quad (16)$$

Тоді формула (12) із урахуванням (14), (15) і (16) переписується так:

$$\sigma_i = \sigma_{0i} \exp \left\{ -\frac{W_g}{2kT} \right\}, \quad (17)$$

де $\sigma_{0i} = e \sqrt{N_c N_v} (u_n + u_p)$ – стала, яка слабо залежить від температури.

Якщо формулу (17) прологарифмувати, то

$$\ln \sigma_i = \ln \sigma_{0i} - \frac{W_g}{2k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (18)$$

Тобто залежність $\ln \sigma_i$ від оберненої температури $1/T$ є лінійною, що дає можливість визначити коефіцієнт $W_g/(2k)$, який містить такий важливий параметр напівпровідника, як ширина забороненої зони W_g .

Домішковий напівпровідник. Енергетична діаграма домішкового напівпровідника показана на рис.8. Для області ни-

зьких температур ($kT < \Delta W_n$, $kT < \Delta W_p$) утворення власних

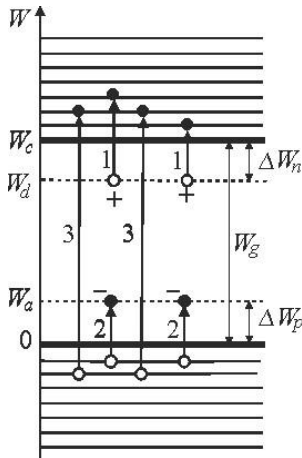


Рис.8. Механізм теплової генерації рухливих носіїв заряду в домішкових напівпровідниках. Світлими кружечками позначені дірки, чорними – електрони. Знаками “+” і “-” позначені іонізовані донори і акцептори. ΔW_n – енергія активації донорних домішок, ΔW_p – енергія активації акцепторних домішок, W_d і W_a – енергія донорних і акцепторних рівнів, відповідно.

носіїв заряду (рис.8, процеси 3) малоюмовірне. Тому електрони в ЗП появляються внаслідок іонізації донорів (процеси 1, рис.8), а дірки у ВЗ появляються внаслідок іонізації акцепторів (процеси 2, рис.8). Звичайно мають

місце і зворотні процеси (процеси рекомбінації). Тому в стані рівноваги концентрація електронів в ЗП буде:

$$n_n = \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}} \exp \left\{ -\frac{\Delta W_n}{2kT} \right\}, \quad (19)$$

а дірок у ВЗ

$$p_p = \sqrt{\frac{N_v N_a}{2}} \exp \left\{ -\frac{\Delta W_p}{2kT} \right\}, \quad (20)$$

де N_d і N_a – концентрації донорних і акцепторних атомів, відповідно. На практиці частіше всього зустрічаються напівпровідники з одним типом домішок або донорні, або акцепторні. Тому і є два типи напівпровідників: напівпровідники n -типу з електронною провідністю і напівпровідники p -типу з дірковою провідністю.

Для напівпровідника n – типу для області низьких температур провідність буде така:

$$\sigma_n = \sigma_{0n} \exp \left\{ -\frac{\Delta W_n}{2kT} \right\}, \quad (21)$$

де $\sigma_{0n} = e \sqrt{\frac{N_c N_d}{2}} u_n$ – деяка стала, що слабо залежить від температури.

Якщо формулу (21) прологарифмувати, то

$$\ln \sigma_n = \ln \sigma_{0n} - \frac{\Delta W_n}{2k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (22)$$

Тобто $\ln \sigma_n$ лінійно залежить від оберненої температури $1/T$. Це дає змогу визначити коефіцієнт лінійної залежності $\frac{\Delta W_n}{2k}$ і таким чином визначити енергію активації домішки.

В загальному випадку електропровідність напівпровідника n – типу буде:

$$\sigma = \sigma_{0i} \exp \left\{ -\frac{W_g}{2kT} \right\} + \sigma_{0n} \exp \left\{ -\frac{\Delta W_n}{2kT} \right\}, \quad (23)$$

де перший доданок власна провідність в області високих температур, а другий доданок до-

мішкова провідність в області низьких температур. На рис.9 приведена схематична залежність $\ln \sigma$ від оберненої температури $1/T$ для домішкового напівпровідника.

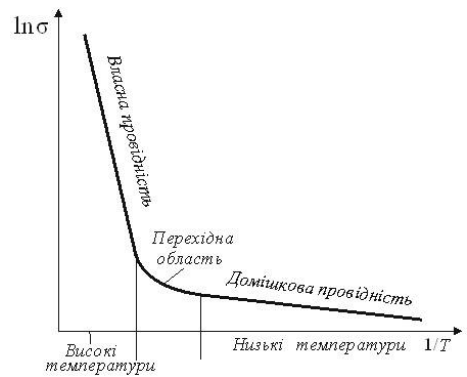


Рис.9.

Оскільки $\Delta W_n < W_g$, то домішкова та власна провідності, як правило, реалізуються при різних температурах, оскільки електрони використовують енергію теплового руху. Домішкова провідність реалізується при більш низьких температурах, при яких енергія руху кристалі-

чної ґратки вже достатня для генерації домішкових носіїв, але ще не достатня для активної генерації власних носіїв, а тому власною провідністю (перша складова у формулі (23)) можна знехтувати.

Навпаки, при більш високій температурі, коли домішкові центри вже себе вичерпали (повністю іонізовані), починає діяти механізм генерації власних носіїв. Оскільки власних атомів завжди більше, ніж домішкових ($10^6:1$), то при більш високих температурах власних носіїв утворюється значно більше, ніж домішкових, і тепер можна знехтувати домішковою провідністю (друга складова у формулі (23)).

При проміжних температурах можуть працювати обидва

механізми провідності (рис.9, перехідна область).

Методика визначення ширини забороненої зони та енергії активації домішок

Ширина забороненої зони та енергія активації домішок можуть бути визначені за допомогою співвідношень (18) і (22) на основі експериментальних даних залежності питомої електропровідності напівпровідника від температури. Однак на практиці для зменшення об'єму роботи замість залежності $\sigma = f(T)$ використовують залежність $R = f(T)$, так як R і σ зв'язані простим співвідношенням: $R = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{l}{S}$, де R – опір зразка напівпровідника, σ – його провідність, l – довжина зразка, S – його площа поперечного

перерізу. Саме опір зразка вимірюється в дослідах. Тобто

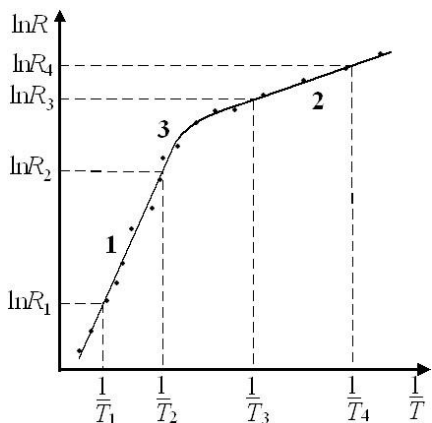


Рис.10.

$\sigma \sim \frac{1}{R}$. Це означає, що формулу

(23) можна переписати так:

$$R = R_{0i} \exp \left\{ \frac{W_g}{2kT} \right\} + R_{0n} \exp \left\{ \frac{\Delta W_n}{2kT} \right\} \quad (24)$$

і тоді для власної провідності:

$$\ln R = \ln R_{0i} + \frac{W_g}{2k} \cdot \frac{1}{T}, \quad (25)$$

а для домішкової –

$$\ln R = \ln R_{0n} + \frac{\Delta W_n}{2k} \cdot \frac{1}{T}. \quad (25')$$

Схематично залежність $\ln R$ від оберненої температури

приведена на рис.10. Більш крута ділянка графіка відображає власну провідність напівпровідника, а похила ділянка – домішкову провідність. Тому згідно формули (25) ширину забороненої зони можна визначити так:

$$W_g = 2k \frac{\ln R_2 - \ln R_1}{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}} = 2ka_1, \quad (26)$$

а енергію активації домішки:

$$\Delta W_n = 2k \frac{\ln R_4 - \ln R_3}{\frac{1}{T_4} - \frac{1}{T_3}} = 2ka_2 \quad (27)$$

де a_1, a_2 – кутові коефіцієнти прямих 1 і 2 на рис.10.

Експериментальна частина

Прилади і приладдя

1. Шафа термічна лабораторна.
2. Зразок металу (спіраль із вольфраму).
3. Пластика напівпровідника.
4. Термопара.
5. Мультиметри для вимірювання температури в шафі, опорів провідника і напівпровідника.

Опис установки

Установка (рис.11) для дослідження залежності опору $R = f(t(^{\circ}\text{C}))$ металу і напівпровідника складається із шафи термічної лабораторної (1), в якому знаходиться досліджуваний зразок провідника (2), опір якого вимірюється мультиметром (6), напівпровідника (3), опір якого вимірюється мультиметром (7). Для вимірювання температури в термостаті використовується термопара (4), електрорушійна сила якої реєструється за допомогою мультиметра, а шкала проградуєвана в градусах Цельсія (5). Температура може змінюватися від кімнатної до 110°C та регулюватися згідно інструкції на робочому місці.

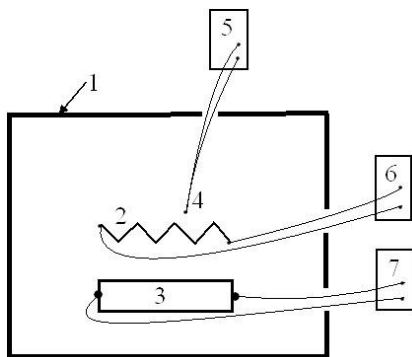


Рис.11. Схема експериментальної установки для вимірювання залежності опору металу і напівпровідника від температури. Позначення на схемі: 1- шафа термічна лабораторна, 2- метал (спіраль вольфраму), 3- напівпровідник, 4- термопара, 5- мультиметр (показчик температури), 6 - мультиметр (вимірює опір металу), 7- мультиметр (вимірює опір напівпровідника).

Порядок виконання роботи

1. Ознайомитися із експериментальною установкою та вимірювальними приладами. Інструкція використання лабораторної установки знаходиться на робочому місці.
2. Виміряти опір зразка металу та напівпровідника при різних температурах. Результати записати в таблицю 1. Для

визначення енергії активації домішки необхідно в інтервалі температур 20-40°C виміри проводити з кроком 2-5°C з таким розрахунком щоб мати в цьому інтервалі не менше п'яти вимірів. Далі змінювати температуру з кроком 10°C.

Обробка експериментальних даних.

1. Нанести експериментальні точки залежності $R=f(t(^{\circ}\text{C}))$ опору металу від температури на координатну площину (вісь $y - R$, вісь $x - t(^{\circ}\text{C})$).

2. Між точками провести пряму лінії таким чином, щоб кількість експериментальних точок з обох сторін прямої лінії була, по-можливості, однаковою. На прямій лінії вибрати дві точки з координатами (R_1, t_1) і (R_2, t_2) і за формулою (10)

розрахувати температурний коефіцієнт опору металу та порівняти результат з табличними значеннями.

3. Побудувати графік $\ln R = f(1/T)$ для напівпровідника та проаналізувати його, намагаючись, якщо це можливо, виділити ділянки власної та домішкової провідностей. Провести прямі лінії так, як показано на рис.10.

4. Використовуючи формулу (26) та прямолінійну залежність $\ln R = f(1/T)$ визначити ширину забороненої зони W_g по ділянці (1) (рис.10.)

5. Аналогічно пункту 5 визначити, якщо це можливо, енергію активації домішок ΔW_n по ділянці (2) (рис.10) за формулою (27).

6. За отриманим значенням ширини забороненої зони W_g визначити тип напівпровідника.

7. Опрацювати експериментальні дані за допомогою програми Excel. Оцінити невизначеність величини ширини забороненої зони та температурного коефіцієнта опору.

8. Правильно записати кінцевий результат визначення ширини забороненої зони та температурного коефіцієнта опору в таблицю 2.

9. Проаналізувати отримані результати та зробити висновки по роботі.

Контрольні питання

1. Пояснити принцип поділу речовин на метали та напівпровідники.

2. Як пояснює залежність опору металів від температури класична теорія?

3. Які є труднощі в класичної теорії при поясненні температурної залежності опору металів?

4. Як залежить концентрація «вільних» електронів в металах від температури? Відповідь пояснити.

5. Як якісно пояснює існування електричного опору металів квантова теорія?

6. Чому опір сплавів слабо залежить від температури?

7. Квантова теорія електропровідності металів та її залежність від температури.

8. Який фізичний зміст температури Дебая?

9. Дати визначення температурного коефіцієнта опору.

10. Чому температурний коефіцієнт опору металів практично не залежить від температури? Де можна знайти

його значення для різних металів?

11. За якою методикою визначають температурний коефіцієнт опору металів в даній лабораторній роботі?

12. Які напівпровідники є власними, а які домішковими?

13. Як змінюється концентрація носіїв заряду у напівпровідниках із збільшенням температури?

14. Як залежить рухливість носіїв заряду від температури у напівпровідниках?

15. Пояснити механізм електропровідності напівпровідників.

16. Якими формулами визначається залежність електропровідності напівпровідників від температури?

17. Пояснити вигляд залежності опору напівпровідника

від температури (привести графік).

18. Як визначити ширину забороненої зони та енергію активації домішок у напівпровідниках?

19. Намалюйте експериментальну установку та поясніть призначення її окремих приладів?

20. Який порядок виконання лабораторної роботи?

Таблиця 1

№	$t, ^\circ\text{C}$	$R_{\text{м}}, \text{Ом}$	$R_{\text{нп}}, \text{Ом}$	$T, \text{К}$	$1/T, \text{К}^{-1}$	$\ln R_{\text{нп}}$
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						

Таблиця 2

Відповідь:				Кінцевий запис	
$R_0, \text{Ом}$		$U(R_0)$		$R_0, \text{Ом}$	$(\pm)$
$\alpha, \text{град}^{-1}$		$U(\alpha)$		$\alpha, \text{град}^{-1}$	
Wg, eB		$U(Wg)$		Wg, eB	
$\Delta Wn, \text{eB}$		$U(\Delta Wn)$		$\Delta Wn, \text{eB}$	

Додаток 1. Приклад обробки результатів експерименту.

1. Будуємо графік залежності $R_M = f(t(^{\circ}\text{C}))$ опору металу від температури (рис.д.1.1).

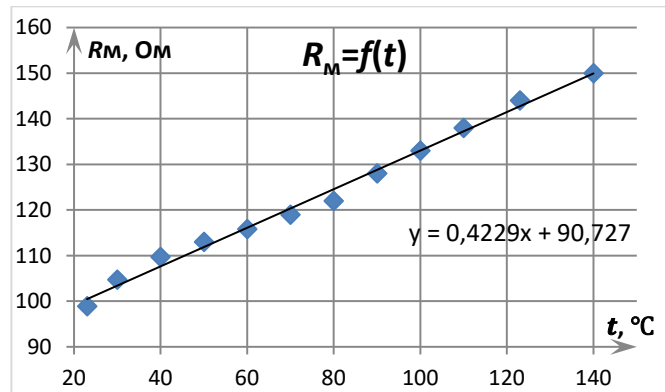


Рис.д.1.1

2. Проводимо пряму, на якій вибираємо дві точки і за формулою (10) вираховуємо температурний коефіцієнт опору металу.

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 t_2 - R_2 t_1} = \frac{150 - 115,8}{115,8 \cdot 140 - 150 \cdot 60} = 0,00474 \text{ град}^{-1}$$

Математична обробка результатів експерименту (табл. д.2.1) дає значення кутового коефіцієнта a лінійної апроксимації залежності $R_M = f(t) = ax + b$ і параметра b . Порівнюючи з формулою (9), можемо визначити, що $R_0 = b$, а температурний коефіцієнт опору металу як a/b .

$$R_0 = 90,73 \text{ Ом};$$

$$\alpha = \frac{0,4229}{90,73} = 0,00466 \text{ град}^{-1}.$$

Середня квадратична похибка кутового коефіцієнта $\sigma_a = 0,011$, параметра b - $\sigma_b = 0,38$, їх приймаємо за невизначеність типу А. Тоді розширена невизначеність величини R_0 -

$U(b) = 2\sigma_b \approx 0,76$ з ймовірністю довіри $P = 95\%$. Відносна невизначеність R_0 :

$$\delta_{R_0} = \frac{2\sigma_b}{b} = \left(\frac{0,76}{90,73} \right) \cdot 100 \% \approx 0,9 \%$$

Якщо прийняти середню квадратичну похибку за невизначеність типу А, то можна оцінити невизначеність температурного коефіцієнта опору металу за формулою [4]:

$$U_A(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{1}{b} U_A(a) \right)^2 + \left(\frac{a}{b^2} U_A(b) \right)^2}. \quad (\text{д.1.1})$$

$$U_A(\alpha) = \sqrt{\left(\frac{0,011}{90,73} \right)^2 + \left(\frac{0,4229}{90,73^2} 0,38 \right)^2} = 0,00012 \text{ град}^{-1}$$

Тоді розширена невизначеність величини α – $U(\alpha) = 2U_A(\alpha) \approx 0,00024 \text{ град}^{-1}$ з ймовірністю довіри $P = 95 \%$. Відносна невизначеність α :

$$\delta_\alpha = \frac{2U_A(\alpha)}{\alpha} = \frac{0,00024}{0,00466} \cdot 100\% \approx 5,2\%.$$

Остаточно: $R_0 = (90,73 \pm 0,76) \text{ Ом та}$

$\alpha = (0,00466 \pm 0,00024) \text{ град}^{-1}$.

3. Для побудови наступного графіка переводимо значення температури $t(^{\circ}\text{C})$ в $T(\text{K})$, вираховуємо значення $1/T$ і $\ln R_{\text{нп}}$.

4. Будуємо графік $\ln R_{\text{нп}} = f(1/T)$ залежності логарифма опору напівпровідника від оберненого значення температури (див. рис.д.1.2). Як бачимо більшість точок лежать на одній прямій (червона лінія) в області високих температур, що відображає власну провідність, і тільки три точки лежать на другій прямій (зелена лінія), що характеризує домішкову провідність.

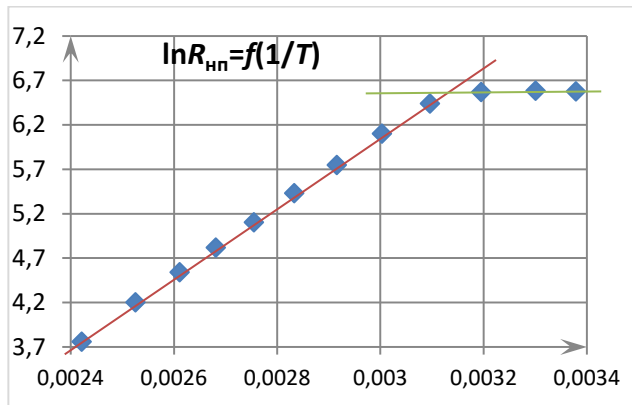


Рис.д.1.2

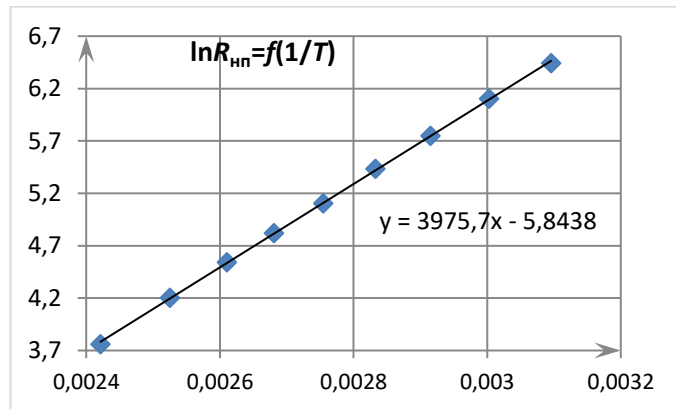


Рис.д.1.3

5. Для більш точного визначення кутового коефіцієнта будуюмо графіки $\ln R_{\text{нп}} = f(1/T)$ для кожної ділянки окремо (див рис.д.1.3 і д.1.4).

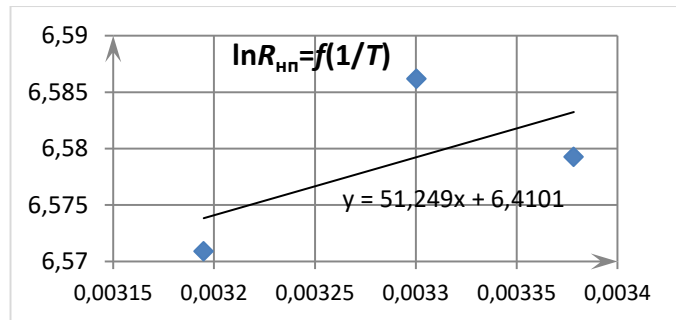


Рис.д.1.4

Математична обробка результатів експерименту (табл.д.2.2) дає значення кутових коефіцієнтів та їх середньо квадратичні похибки залежності величини $\ln R_{\text{нп}} = f(1/T)$: для першої прямої - $a_1 = 3975,74$ і $\sigma_{a1} = 19,96$. за цими даними порахуємо ширину забороненої зони по формулі (26) та її невизначеність:

$$W_g = 2ka_1 = 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 3975,74 =$$

$$= 1,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,686 \text{ еВ},$$

$$\sigma W_g = 2k\sigma_{a1} = 0,0034 \text{ еВ}.$$

Її приймаємо за невизначеність типу А. Тоді розширена невизначеність величини W_g – $U(W_g) = 2\sigma_{W_g} \approx 0,007 \text{ еВ}$ з ймовірністю довіри $P = 95 \%$. Відносна невизначеність W_g –

$$\delta_{W_g} = \frac{2\sigma_{W_g}}{W_g} = 0,007 / 0,686 \cdot 100\% \approx 1\%.$$

Тоді остаточно: $W_g = (0,686 \pm 0,007) \text{ еВ}$.

Для другої прямої – $a_2 = 51,25$ і $\sigma_{a2} = 37,8$. за цими даними порахуємо енергію активації домішки по формулі (27) та її невизначеність:

$$\Delta W_n = 2ka_2 = 2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 51,25 =$$

$$= 1,1 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} = 0,0088 \text{ еВ},$$

$$\sigma \Delta W_n = 2k\sigma_{a2} = 0,0065 \text{ еВ}.$$

Тоді розширена невизначеність величини ΔW_n – $U(\Delta W_n) \approx 0,013 \text{ еВ}$ з ймовірністю довіри $P = 95 \%$. Розширена невизначеність більша за саму величину вказує на недостовірний результат, але знаходиться в даному інтервалі $\Delta W_n = (0,009 \pm 0,013) \text{ еВ}$.

Аналіз отриманих результатів (висновки):

1. Отриманий температурний коефіцієнт опору металу $\alpha = (0,00466 \pm 0,00024) \text{град}^{-1}$ порівнюємо з табличними даними і найближчий до нього у вольфраму.

2. Отримане значення ширини забороненої зони $W_g = (0,686 \pm 0,007) \text{ еВ}$ досить добре узгоджується з табличними даними для германію.

3. Щоб точно визначити енергію активації домішки потрібно мати набагато більше трьох точок на графіку.

Додаток 2. Приклад обробки результатів експерименту лабораторної роботи «Дослідження впливу температури на опір металів і напівп-

ровідників» за допомогою програми Excel.(див.табл.д2.1 і д2.2)

Для розрахунків можемо скористатися Excel файлом «3-18 Робоча прогр. мет. наймен. квадрат», який окремо додається до завдання, його необхідно *завантажити*, відкрити, створити новий файл для цієї роботи, для цього перейти на вкладку «файл», і натиснути кнопку «запам'ятати як». Назву файлу обираємо таким чином: номер роботи і ваше прізвище, наприклад: «3-18. Ілько».

1. Аналізуємо роботу і розрахункові формули (26), (27), бачимо що в роботі необхідно побудувати три графіки, з яких визначити кутові коефіцієнти та їх середньо квадратичні

похибки, а в формулах використовуються такі сталі величини:

- заряд електрона $e=1,6022 \cdot 10^{-19}$ Кл;

- стала Больцмана $k=1,38065 \cdot 10^{-23}$ Дж/К;

Ці величини заносимо до відповідних комірок, в прикладі стовпчик N клітинки 14 і 15, а в стовпчику M навпроти кожного числа – їх загальноприйняте позначення та розмірність. Точність цих величин не менше чотирьох знаків після коми.

Формат величини степеня сталої Больцмана k може бути як «10⁻²³» або «E-23».

2. Перш за все необхідно скопіювати та зробити копії програми найменших квадратів, для цього потрібно виділити комірки A3 – K25,

натиснути кнопку «Копіювати», навести курсор на комірку A28, натиснути праву кнопку миші, натиснути кнопку «Вставити». Потім навести курсор на комірку M28, натиснути на неї, а потім – на кнопку «Вставити». Тепер маємо три програми.

3. Приступаємо до створення і одночасного заповнення таблиці. Для цього обираємо комірку L1 і заносимо в неї символ - «№», нижче в комірки L2 і L3 вносимо числа 1 та 2, виділяємо ці комірки так щоб курсор став на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд знака «+» затискуємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на 10-15 комірок (відповідно кі-

лькості дослідів), при цьому програма сама пронумерує клітинки в виділеній області.

4. В наступному стовпчику будуть значення температур в градусах Цельсія, в комірці M1 заносимо літери « t , °C» - символ температури та її розмірність, а в комірках M2, M3 і т.д. заносимо їх значення з таблиці даних.

5. Опір металу займатиме наступний стовпчик, в комірці N1 заносимо літери « R_m , Ом» - символ опору та його розмірність, а в комірках N2, N3 і т.д. заносимо значення опору металу з таблиці даних.

6. Приступаємо до побудови графіка. Для цього натискаємо на комірку M2, затискаємо ліву кнопку миші, опускаємо курсор до остан-

ньої комірки M13, відпускаємо кнопку миші, натискаємо кнопку «копіювати», наводимо курсор на X1 (відповідна комірка B5) на виділеній області методу найменших квадратів, натискаємо на неї, і натискаємо кнопку «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку під «вставити значення», в комірках з'являться такі ж числа як в комірках стовпчика M. Так само потрібно перенести значення стовпчика N до комірок Y графіка (відповідні комірки C5-C16).

7. Дана програма визначає кутовий коефіцієнт a та точку перетину з віссю ординат b лінійної апроксимації: $y = ax + b$ та їх серед-

ньо квадратичні похибки. В цій роботі кутовий коефіцієнт: $a=0,42289$ (значення комірки F5) з похибкою $\sigma_a=0,01058$ (значення комірки F8) та параметр $b=90,73$ (значення комірки F6) з похибкою $\sigma_b=0,38$ (значення комірки F9). Тоді можемо визначити $R_{0m}=(90,7\pm0,7)\text{Ом}$, а також – температурний коефіцієнт опору металу, запишемо в комірку M17 літери « α , град $^{-1}$ », а в комірку N17 - формулу, тоді в рядку формул буде: « $=F5/F6$ ».

8. До комірки M18 запишемо літери « $U(\alpha)$, град $^{-1}$ » - символ невизначеності температурного коефіцієнту опору металу та його розмірність, а до комірки N18 – формулу

(д.24.1), тоді в рядку формул будемо мати: « $=\text{SQRT}((F9/F6)^2+(F5*F10/F6^2)^2)$ ».

9. В комірку N19 запишемо остаточне значення температурного коефіцієнту опору металу « $(4,66\pm0,24)\text{Е-3}$ », а до комірки M19 – літери « α , град $^{-1}$ ».

10. Продовжуємо заповнювати таблицю. В комірку O1 записуємо літери « R_{np} , Ом» - позначення опору напівпровідника та його розмірність, а в комірки O2, O3 і т.д. заносимо їх значення з таблиці даних.

11. Наступний стовпчик міститиме значення температур в Кельвінах. До комірки P1 заносимо літери « T , К» - символ температури та її розмірність, а до комірки P2 – формулу.

Для цього виконуємо наступні дії: наводимо курсор на комірку P2, натискаємо праву кнопку миші, натискаємо знак дорівнює на клавіатурі «=», наводимо курсор на комірку з температурою M2 і натискаємо ліву кнопку миші, на клавіатурі набираємо знак додавання «+» і число 273,15 потім обов'язково натиснути кнопку «Enter» При цьому в рядку формул має бути: «=M2+273,15», а в комірці з'явиться результат. Тепер продублюємо цю формулу до наступних комірок цього стовпчика, для цього знову натискаємо на комірку P2, курсор наводимо на нижній правий кут і сам курсор прийняв вигляд жирного знака «+», затискаємо ліву кнопку мишки і тягнемо вниз на 10-12

комірок, при цьому програма сама впише формулу в наступні комірки в виділеній області, і в них появиться результат.

12. Наступний стовпчик міститиме обернені значення температур. До комірки Q1 заносимо літери « $1/T, K^{-1}$ », а до комірки P2 – формулу, тоді в рядку формул буде: «=1/P2» (на закінчення вводу формули не забуваємо натискати кнопку «Enter»), яку дублюємо до наступних комірок цього стовпчика, як описано в пункті 11.

13. Наступний стовпчик міститиме значення логарифма опору напівпровідника. До комірки R1 заносимо літери « $\ln R_{\text{нп}}$ », а до комірки R2 – формулу, і в рядку формул будемо

мати: « $\ln(O_2)$ », дублюємо її до наступних комірок цього стовпчика.

14. Приступаємо до побудови графіку $\ln R_{\text{нп}} = f(1/T)$. Виділяємо комірки Q2 – Q13 та R2 – R13 (кількість комірок залежить від кількості дослідів), для цього наводимо курсор на комірку Q2, затискаємо ліву кнопку миші, зміщуємо курсор на одну комірку вправо та вниз до комірки R13, відпускаємо ліву кнопку миші, натискаємо вгорі кнопки «Вставлення», потім – діаграма «точкова», при цьому появляється віконце з п'ятьма діаграмами і вибрати – «точкова діаграма із гладкими лініями» (при наведенні курсору на кожну з іконок з'являється їхня назва). З'явиться графік на вільних комір-

ках посередині екрану, його варто перенести на комірки S1 – S13 та внести його назву. Для цього натискаємо вгорі кнопку «макет», потім зверху натиснути на іконку «Назва діаграми», появляється віконце, в якому натискаємо на «Назва в центрі з накладанням», або «Над діаграмою», на графіку з'явиться напис «Назва діаграми», який змінюємо на « $\ln R_{\text{нп}} = f(1/T)$ », потім натискаємо на «Ряд 1» і кнопку «Backspace». Щоб перенести графік потрібно навести курсор на вільне місце графіку, при цьому він прийме вигляд перехрещених відрізків зі стрілочками на кінцях та появиться віконце з написом «область діаграми», затиснути ліву кнопку миші та встановити на обране місце.

15. Додамо назви осей. Натискаємо на іконку «Назви осей», потім на «Назва головної горизонтальної осі» і «Назва під віссю», на графіку внизу з'явиться напис «Назва осі», яку змінюємо на « $1/T$, K^{-1} ». Тепер цей напис помістимо над горизонтальною віссю справа, для цього натискаємо на нього та рухаємо курсор в межах цього напису так щоб він прийняв форму перехрестя зі стрілочками на кінцях, затискуємо ліву кнопку миші та тягнемо напис на бажане місце.

Таким же порядком додаємо назву вертикальної осі: «Назви осей», «Назва головної вертикальної осі» і вибираємо «Назва по горизонталі», на графіку напис «Назва осі» зміню-

ємо на « $\ln R_{\text{нп}}$ », та зміщуємо його вверх та справа від вертикальної осі.

16. При додаванні назв осей змінилася область побудови графіку, вона стала дещо меншою. Щоб її змінити потрібно навести курсор на вільне місце між осями (має з'явитися віконце зі словами: «область побудови»), натиснути кнопку миші, з'явиться рамка навколо області побудови з виділеними вісьмома активними точками, наводимо курсор на нижню ліву точку, затискуємо ліву кнопку миші (появляється подвійна рамка зі штриховими лініями) і тягнемо його вниз і вліво так, щоб більша рамка співпадала з межами графіка, такі ж маніпуляції проводимо з верхньою правою точ-

кою. Положення осей змінилося і необхідно знову перемістити назви осей на постійне місце.

17. Тепер змінимо масштаб осі X. Наводимо курсор на будь яке число на осі X, натискаємо праву кнопку миші, з'являється віконце, в якому слід натиснути кнопку «Формат осі», з'являється ще одне віконце, в якому можемо змінити налаштування «параметри осі» з «автоматично» на «фіксовано»: вибираємо «мінімальне значення», ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комірку записуємо найменше значення оберненої температури з таблиці даних (наприклад 0,0024); за необхідності таким же чином можна змінити «максимальне зна-

чення», «ціна основних поділок», «ціна проміжних поділок». В цьому ж вікні натискаємо зліва кнопку «тип лінії» натискаємо на віконце справа слів «тип закінчення», та натискаємо на стрілочку, у віконечку нижче можемо її збільшити, та натискаємо кнопку «Закрити».

Знову натискуємо налюбє число горизонтальної осі, потім – на праву кнопку миші, у віконечку, що з'явилося, натискуємо кнопку «додати основні лінії сітки». Якщо необхідно додати проміжні лінії сітки, то ще раз натискуємо налюбє число горизонтальної осі, праву кнопку миші та кнопку «додати проміжні лінії сітки».

Таким же чином змінюємо параметри осі Y: «мінімальне значення», ставимо прапорець біля «фіксовано» та в комірку записуємо число 3,7, зліва натискаємо кнопку «тип лінії», вибираємо стрілочку на закінчення лінії та її розмір (такі ж самі як для осі X).

За потреби можна збільшити графік. Рамка графіка має вісім активних точок (кутові та посередині кожної сторони), якщо навести на них курсор, то він змінює свою форму, якщо затиснути любую кнопку миші, то можна змінювати розміри графіку.

18. Аналізуємо графік $\ln R_{\text{нп}} = f(1/T)$ залежності логарифма опору напівпровідника від оберненого значення температури (див.

рис.д.24.2). В даному прикладі більшість точок лежать на одній прямій (червона лінія) в області високих температур, що відображає власну провідність, і тільки три точки лежать на другій прямій (зелена лінія), що характеризують домішкову провідність за низьких температур. Вам необхідно самостійно вирішити які і скільки точок будуть відноситися першої прямої, а які – до другої в вашій роботі. Можливо будуть точки, які відносяться до проміжної області, їх відкидаємо.

19. В даному прикладі три перші виміри (три останні точки на графіку) відносяться до домішкової провідності, їх заносимо до комірок останньої програми «метод найменших

квадратів»: для цього натискаємо на комірку Q2, затискаємо ліву кнопку миші, опускаємо курсор до останньої комірки Q4, відпускаємо кнопку миші, натискаємо кнопку «копіювати», наводимо курсор на X1 (відповідна комірка N30) на виділеній області методу найменших квадратів, натискаємо на неї, і натискаємо кнопку «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку під «вставити значення», в комірках з'являться такі ж числа як в трьох перших комірках стовпчика Q. Так само потрібно перенести три перших значення стовпчика R до комірок Y графіка (відповідні комірки O30-O32).

Решту значень (досліди №4 - 12) записуємо до другої програми «метод найменших квадратів». Для цього натискаємо на комірку Q5, затискаємо ліву кнопку миші, опускаємо курсор до останньої комірки Q13, відпускаємо кнопку миші, натискаємо кнопку «копіювати», наводимо курсор на X1 (відповідна комірка B30) на виділеній області методу найменших квадратів, натискаємо на неї, і натискаємо кнопку «вставити», при цьому біля комірки спливає віконце «параметри вставлення», в якому слід відмітити першу іконку під «вставити значення», в комірках з'являться такі ж числа як в комірках стовпчика Q. Так само по-

трібно перенести значення стовпчика R до комірок Y графіка (відповідні комірки C30-C38).

20. Друга програма визначає кутовий коефіцієнт a та його середньо квадратичну похибку: $a=3979,0$ (значення комірки F30) з похибкою $\sigma_a=19,946$ (значення комірки F34), за якими порахуємо ширину забороненої зони та її невизначеність. Запишемо в комірку M20 літери « Wg , Дж» - позначення та розмірність ширини забороненої зони, а в комірку N20 - формулу, тоді в рядку формул буде: « $=2*N15*F30$ ». Переводимо в електрон-Вольти, запишемо в комірку M21 літери « Wg , eВ», а в комірку N21 - формулу, тоді в рядку формул буде: « $=N20/N14$ ». Визначимо

середньо квадратичну похибку ширини забороненої зони, в комірку M22 запишемо літери « σWg , eВ», а в комірку N22 - формулу, тоді в рядку формул буде: « $=2*N15*F34/N14$ ». Тоді остаточно $Wg=(0,686\pm 0,007)$ – запишемо в комірку L23 літери « Wg , eВ», а в комірку M23 її значення.

21. Остання програма визначає кутовий коефіцієнт a та його середньо квадратичну похибку: $a=51,299$ (значення комірки R30) з похибкою $\sigma_a=37,83$ (значення комірки R34), за якими порахуємо енергію активації домішки та її невизначеність. Запишемо в комірку M24 літери « ΔWn , eВ» - позначення та розмірність енергії активації домішки, а в комірку N24 -

формулу, тоді в рядку формул буде: « $=2*N15*R30/N14$ ». Визначимо середньо квадратичну похибку енергії активації домішки, в комірку M25 запишемо літери « $\sigma \Delta Wn$, eВ», а в комірку N25 - формулу, тоді в рядку формул

Література

1.Скіцько І.Ф., Скіцько О.І. Фізика (Фізика для інженерів): Підручник /: — Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017.—513с.- Назва з екрану. -

Доступ:

<http://ela.kpi.ua/handle/123456789/19035>.

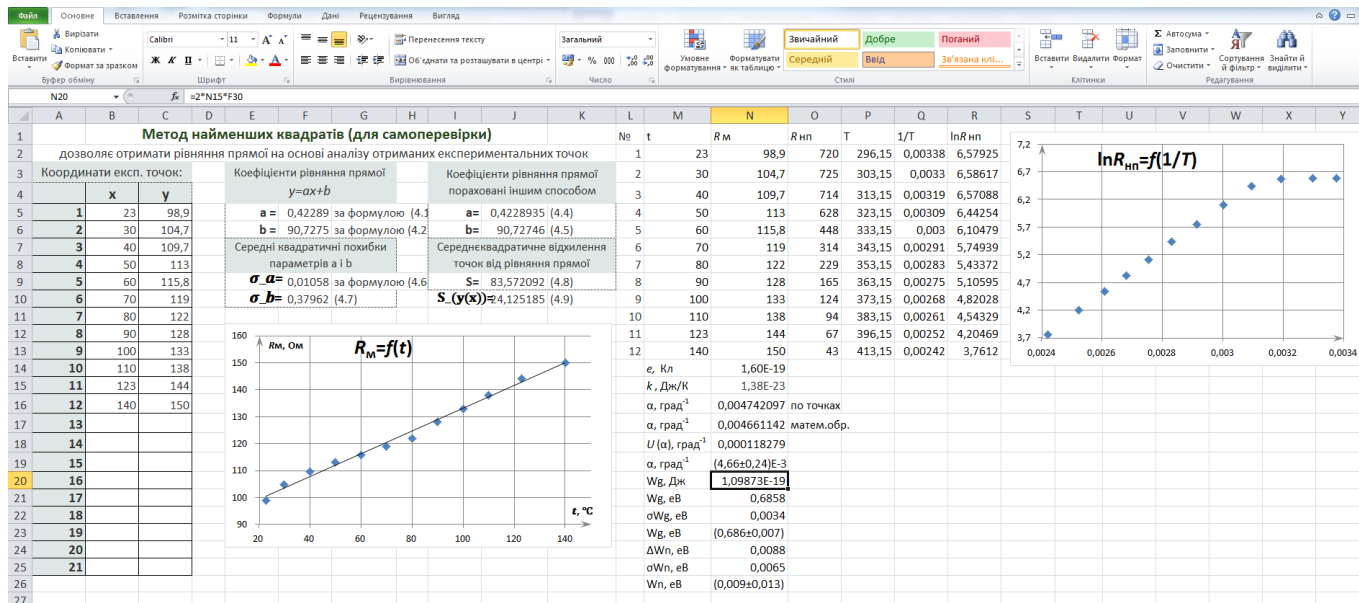
2. Е.С. Лопатинський, І. Р. Зачек, Г. А. Ільчук, Б.М. Романишин. Фізика. Підручник. — Львів: Афіша, 2009.-386с.

3.Кучерук І.М., Горбачук І.Т. Загальний курс фізики. Оптика. Квантова фізика. Том 3, - К: Техніка, 1999р., с.180-197.

буде: « $=2*N15*R34/N14$ ». Тоді остаточно $Wn=(0,009\pm0,013)$ – запишемо в комірку L26 літери « Wn , eВ», а в комірку M26 її значення.

4. Скіцько І.Ф., Скіцько О.І. Обробка результатів фізичних вимірювань: навч. посіб./ КПІ ім. Ігоря Сікорського/: — Київ, 2018. – 88 с. - Доступ: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/25320>.

Таблиця д2.1



Таблиця д2.2

Excel Interface: Файл, Основне, Вставлення, Розмітка сторінки, Формули, Дані, Рецензування, Вигляд										
Вставити Вирізати, Копіювати, Формат за зразком, Буфер обміну Шрифт Стилі Звичайний, Середній, Добре, Поганий, Вид, За'явна клі... Вставити, Видалити, Формат, Картинки Σ Автозаповнити, Заповнити, Сортувати, Знайти й фільтр, Редагування										
U32 Середньоквадратичне відхилення точок від рівняння прямої										
27	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
28	Координати експ. точок:			Коефіцієнти рівняння прямої $y=ax+b$			Коефіцієнти рівняння прямої порашовані іншим способом			
29		x	y							
30	1	0,00309	6,44254		a = 3979,04 за формулою (4.1)		a = 3979,0355 (4.4)			
31	2	0,003	6,10479		b = -5,8483 за формулою (4.2)		b = -5,848293 (4.5)			
32	3	0,00291	5,74939		Середні квадратичні похибки параметрів a і b		Середньоквадратичне відхилення точок від рівняння прямої			
33	4	0,00283	5,43372							
34	5	0,00275	5,10595		σ _a = 19,9457 за формулою (4.6)		S = 0,0018001 (4.8)			
35	6	0,00268	4,82028		σ _b = 0,0042 (4.7)		S _{(y(x))} = 0,0006 (4.9)			
36	7	0,00261	4,54329							
37	8	0,00252	4,20469							
38	9	0,00242	3,7612							
39	10									
40	11									
41	12									
42	13									
43	14									
44	15									
45	16									
46	17									
47	18									
48	19									
49	20									
50	21									
51										

Координати експ. точок:										
	x	y								
1	0,003376667	6,57925								
2	0,003298697	6,58617								
3	0,003193358	6,57088								
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										
11										
12										
13										
14										
15										
16										
17										
18										
19										
20										
21										

Коефіцієнти рівняння прямої $y=ax+b$										
	a	b								
1	51,2995 за формулою (4.1)									
2	6,41002 за формулою (4.2)									
3	Середні квадратичні похибки параметрів a і b									
4										
5	σ _a = 37,8324 за формулою (4.6)									
6	σ _b = 0,00284 (4.7)									

Коефіцієнти рівняння прямої порашовані іншим способом										
	a	b								
1	51,2995 (4.4)									
2	6,41002 (4.5)									
3	Середньоквадратичне відхилення точок від рівняння прямої									
4										
5	S = 0,37479 (4.8)									
6	S _{(y(x))} = 0,21638 (4.9)									

$\ln R_{np} = f(1/T)$
 $y = 3979x - 5,8483$

$\ln R_{np} = f(1/T)$