

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА КОНСТРУЮВАННЯ МАШИН

«На правах рукопису»
УДК _____

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Олександр Саленко
«__» _____ 2026 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-науковою програмою «Прикладна механіка»

зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»

**на тему: «Дослідження зміни силових характеристик системи "шпиндель-
цанговий патрон-заготовка" за кутом повороту шпинделя»**

Виконав:
студент II курсу, групи МК-41мн
Батура Є. В. _____

Керівник:
Проф., д.т.н., проф., Данильченко Ю.М. _____

Рецензент:
Зав. каф. ТМ, д.т.н., проф., Охрименко О.А. _____

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних посилань.
Студент _____

Київ – 2026 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА КОНСТРУЮВАННЯ МАШИН

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітня програма «Прикладна механіка»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Олександр Саленко

«___» _____ 2026 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Батурі Єгору Валентиновичу

1. Тема дисертації «Дослідження зміни силових характеристик системи «шпindelь-цанговий патрон-заготовка» за кутом повороту шпindelя», науковий керівник дисертації Данильченко Ю.М., д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від « 30 » березня 2026 р. № 1330-с

2. Термін подання студентом дисертації 18 травня 2026р

3. Об'єкт дослідження – процес пружного деформування системи «шпindelь – цанговий патрон – заготовка» під дією радіальних навантажень

4. Предмет дослідження – кутова нерівномірність жорсткості цангових затискних механізмів.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити – 1. Провести аналіз існуючих підходів до моделювання пружно-деформаційного стану шпindelьних вузлів та затискних патронів. 2. Розробити математичну модель системи «шпindelь – цанговий патрон – заготовка», що враховує зміну жорсткості по куту повороту шпindelя залежно від кількості пелюсток цанги. 3. Розробити 3D модель цанги та дослідити її пружно-деформаційні характеристики із використанням програмного середовища Ansys. 4. Розробити конструкцію та виготовити експериментальний стенд для дослідження радіальної піддатливості затискних механізмів. 5. Провести серію експериментальних досліджень із фіксацією пружних відтисків заготовки при різних кутах повороту шпindelя. 6.

Виконати ідентифікацію емпіричних коефіцієнтів математичної моделі на основі отриманих експериментальних даних.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу: 1. Складальне креслення стенда; креслення цангового патрона, 3D модель цанги 2. Результати аналізу н/т інформації за темою 3. Опис математичної моделі 4. Результати теоретичних і експериментальних досліджень.

7. Орієнтовний перелік публікацій – участь у НТК з публікацією тез.

8. Дата видачі завдання – жовтень 2025

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз завдання	Січень 2025	виконано
2	Пошук інформації	Травень 2025	виконано
3	Підготовка та проведення експерименту	Березень 2026	виконано
4	Обробка результатів	Квітень 2026	виконано
5	Оформлення пояснювальної записки та креслень	Травень 2026	виконано
6	Підготовка презентації та доповіді	Травень 2026	виконано

Студент Єгор Батура

Науковий керівник Юрій Данильченко

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: 71 с., 24 рис., 1 табл., 15 джерел.

Об'єкт дослідження – процес пружного деформування системи «шпиндель – цанговий патрон – заготовка» під дією радіальних навантажень.

Мета роботи – розробка експериментального стенда для дослідження кутової нерівномірності жорсткості цангових затискних механізмів за кутом повороту шпинделя та ідентифікація параметрів жорсткості системи «шпиндель – цанговий патрон – заготовка» залежно від кута повороту шпинделя, під дією радіальних навантажень.

Методи дослідження – аналітичне моделювання взаємодії, чисельне моделювання напружено-деформованого стану методом скінченних елементів (ANSYS), натурні стендові випробування.

У роботі розроблено математичну модель, яка враховує будову цанг типу ER (наявність конструктивних прорізів). Спроековано та виготовлено експериментальний стенд для вимірювання радіальних відтисків заготовки. За допомогою МСЕ доведено теоретичне існування кутової нерівномірності жорсткості. На реальному обладнанні експериментально зафіксовано фактичну кутову нерівномірність жорсткості патрона ER32 на рівні 15% за один оберт шпинделя (зміна відтиску від 139 до 160 мкм при навантаженні 940 Н).

Визначено емпіричні коефіцієнти контактної піддатливості (C та m) для різних зон цанги. Отримані результати доводять вплив конструктивної дискретності та експлуатаційного зносу на просторову жорсткість вузла, що дозволяє суттєво уточнити розрахунки статичної точності металорізальних верстатів.

Ключові слова: шпиндельний вузол, цанговий патрон, радіальна жорсткість, кутова нерівномірність, контактна піддатливість, експериментальний стенд.

ABSTRACT

Master's Thesis: 71 p., 24 fig., 1 tabl., 15 sources.

Object of research – the process of elastic deformation of the "spindle – collet chuck – workpiece" system under the action of radial loads.

Purpose of the work – development of an experimental test rig for investigating the angular non-uniformity of stiffness in collet clamping mechanisms depending on the spindle rotation angle, and identification of the stiffness parameters of the "spindle – collet chuck – workpiece" system based on the spindle rotation angle under radial loads.

Research methods – analytical modeling of interaction, numerical modeling of the stress-strain state using the finite element method (ANSYS), and full-scale test rig experiments.

In this work, a mathematical model was developed that takes into account the design of ER-type collets (specifically, the presence of structural slots). An experimental test rig was designed and manufactured to measure the radial displacement of the workpiece. Using FEM, the theoretical existence of angular stiffness non-uniformity was proven. On the actual equipment, an actual angular non-uniformity of the ER32 chuck stiffness was experimentally recorded at the level of 15% per single spindle revolution (the displacement changed from 139 to 160 μm under a load of 940 N).

Empirical coefficients of contact compliance (C and m) were determined for different zones of the collet. The obtained results prove the influence of structural discontinuity and operational wear on the spatial stiffness of the assembly, which allows for a significant improvement in the accuracy of static calculations for metal-cutting machine tools.

Keywords: spindle assembly, collet chuck, radial stiffness, angular non-uniformity, contact compliance, experimental test rig.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	10
1 АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ДОСЛІДЖЕНЬ ЖОРСТКОСТІ ЗАТИСКНИХ МЕХАНІЗМІВ ВЕРСТАТІВ	12
1.1. Вплив статичної жорсткості затискного механізму на точність формоутворення	12
1.2. Механіко-фізичні принципи функціонування.....	15
1.3. Аналітичне моделювання та моделювання за методом скінченних елементів жорсткості системи.	16
1.4. Розвиток методу RCSA у моделюванні верстатних систем.	17
1.5. Методології ідентифікації параметрів затиску.....	19
1.6. Вплив конструктивних особливостей інструментальних оправок. 21	
1.7. Деградація затискних механізмів: фретинг-знос і теплові процеси 23	
1.8. Стохастичне моделювання та смарт-системи	24
1.9. Взаємозв'язок кутової анізотропії статичної жорсткості з динамічними процесами при різанні/	25
Висновки	26
2. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ, ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО СТЕНДА ТА МЕТОДИКИ СТЕНДОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРУЖНО- ДЕФОРМАЦІЙНОГО СТАНУ ЦАНГОВОГО ЗАТИСКУ.....	28
2.1. Побудова аналітичної моделі системи «шпіндель – патрон – заготовка»	28
2.2. Математичне моделювання кутової нерівномірності жорсткості дискретної цанги	31
2.2.1 Аналітичне визначення варіації жорсткості для шестипелюсткової системи	31
2.2.2 Вплив контактного тиску на нерівномірність.	33
2.3. Розрахунок контактної жорсткості за степеневим законом	34
2.3.1. Математичний опис контактного зближення	34
2.3.2. Визначення питомого тиску в цанговому затиску	35
2.4. Конструкція та принципова схема експериментального стенда..	35

2.4.1. Загальна компоновка та механічна частина.	36
2.4.2. Робочий вузол затиску та система навантаження	37
2.4.3. Вимірювальна система стенда	37
2.5. Визначення розрахункової жорсткості затискного механізму методом скінченних елементів	38
2.5.1. Визначення розрахункової жорсткості пелюстки цанги методом скінченних елементів.....	38
2.5.2. Визначення розрахункової жорсткості пелюстки цанги методом скінченних елементів.....	40
2.6. Обґрунтування вибору контрольно-вимірювальної апаратури...	42
2.7. Методика проведення експерименту та градуювання вимірювальних засобів.....	43
2.7.1. Градуювання динамометра камертонного типу	44
2.7.2. Підготовка стенда та перевірка биття.....	46
2.7.3. Алгоритм вимірювання кутової нерівномірності жорсткості.....	46
2.8. Оцінка похибок та статистична обробка результатів вимірювань 48	
2.8.2. Статистична обробка та випадкові похибки	48
2.8.3. Сумарна похибка експерименту	49
Висновки	49
3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ.....	51
3.1. Реалізація експериментальних досліджень жорсткості цангового патрона	51
3.2. Результати вимірювань та побудова полярних діаграм жорсткості 52	
3.3. Чисельний аналіз результатів МСЕ та оцінка теоретичної кутової нерівномірності затиску	54
3.4. Аналіз причин виникнення кутової нерівномірності жорсткості	59
3.5. Апробація аналітичної моделі кутової варіації жорсткості за результатами експерименту.....	61
Висновки	66
ВИСНОВКИ	67

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	69
ДОДАТКИ.....	72

ВСТУП

Актуальність теми

Підвищення точності та продуктивності механічної обробки на верстатах з ЧПК безпосередньо залежить від характеристик шпиндельного вузла. Основним джерелом похибок при операціях є пружні відтиски в системі «шпиндель – патрон – заготовка». Традиційні методи розрахунку часто розглядають затискні механізми як суцільні тіла з рівномірною жорсткістю. Проте широке використання цанг, вносить у систему нерівномірність пружних властивостей по куту повороту. Це призводить до виникнення додаткових вібрацій та неконтрольованої зміни піддатливості за один оберт шпинделя, що негативно впливає на якість поверхні деталей. Отже, розробка математичних моделей, що враховують переривчасту структуру затиску, та створення експериментальної бази для їх верифікації є актуальною інженерною задачею.

Об’єкт дослідження – процес пружного деформування системи «шпиндель – цанговий патрон – заготовка» під дією радіальних навантажень.

Предмет дослідження – кутова нерівномірність жорсткості цангових затискних механізмів.

Мета роботи – розробка експериментального стенда для дослідження кутової нерівномірності жорсткості цангових затискних механізмів за кутом повороту шпинделя та ідентифікація параметрів жорсткості системи «шпиндель – цанговий патрон – заготовка» під дією радіальних навантажень.

Завдання дослідження:

1. Провести аналіз існуючих підходів до моделювання пружно-деформаційного стану шпиндельних вузлів та затискних патронів.
2. Розробити математичну модель системи «шпиндель – цанговий патрон – заготовка», що враховує зміну жорсткості по куту повороту шпинделя залежно від кількості пелюсток цанги.

3. Розробити 3D модель цанги та дослідити її пружно-деформаційні характеристики із використанням програмного середовища Ansys.

4. Розробити конструкцію та виготовити експериментальний стенд для дослідження радіальної піддатливості затискних механізмів.

5. Провести серію експериментальних досліджень із фіксацією пружних відтисків заготовки при різних кутах повороту шпинделя.

6. Виконати ідентифікацію емпіричних коефіцієнтів математичної моделі на основі отриманих експериментальних даних.

Наукова новизна отриманих результатів:

- Розроблено аналітичну модель кутової варіації жорсткості шестипелюсткової цанги, яка базується на суперпозиції контактної піддатливості окремих робочих сегментів.

- Отримано експериментальні дані щодо амплітуди коливань жорсткості за один оберт шпинделя для патронів стандарту ER32.

- Встановлено характер зміни емпіричних коефіцієнтів C та m степеневого закону контактної взаємодії при переході вектора сили з тіла пелюстки в зону конструктивного прорізу.

Практичне значення роботи:

1. Створено діючий експериментальний стенд, який може бути використаний для діагностики стану затискних механізмів.

2. Запропоновано методику оцінки зносу цанг на основі аналізу відхилень фактичної полярної діаграми жорсткості від теоретичної.

3. Отримані результати дозволяють більш точно призначати режими різання та орієнтацію інструмента в патроні для мінімізації похибок обробки.

1 АНАЛІЗ СУЧАСНОГО СТАНУ ДОСЛІДЖЕНЬ ЖОРСТКОСТІ ЗАТИСКНИХ МЕХАНІЗМІВ ВЕРСТАТІВ

1.1. Вплив статичної жорсткості затискного механізму на точність формоутворення

Забезпечення заданої точності розмірів та форми деталей під час механічної обробки безпосередньо залежить від здатності шпиндельного вузла чинити опір пружним деформаціям. Під час фрезерування на інструмент діє радіальна складова сили різання P_y . Вона передається через оправку на затискний патрон і шпиндель, викликаючи відхилення осі інструмента від номінальної траєкторії.

Згідно з дослідженнями, наведеними в монографії Ю. М. Данильченка [3], шпиндельний вузол є багатоланковою пружною системою (Рисунок 1.1). Сумарний відтиск кінця інструмента формується не стільки за рахунок власного згину металу вала, скільки через деформації в підшипникових опорах та стикових спраженнях. Найбільш піддатною зоною цієї системи є стик «внутрішній конус шпинделя – зовнішня поверхня цанги».

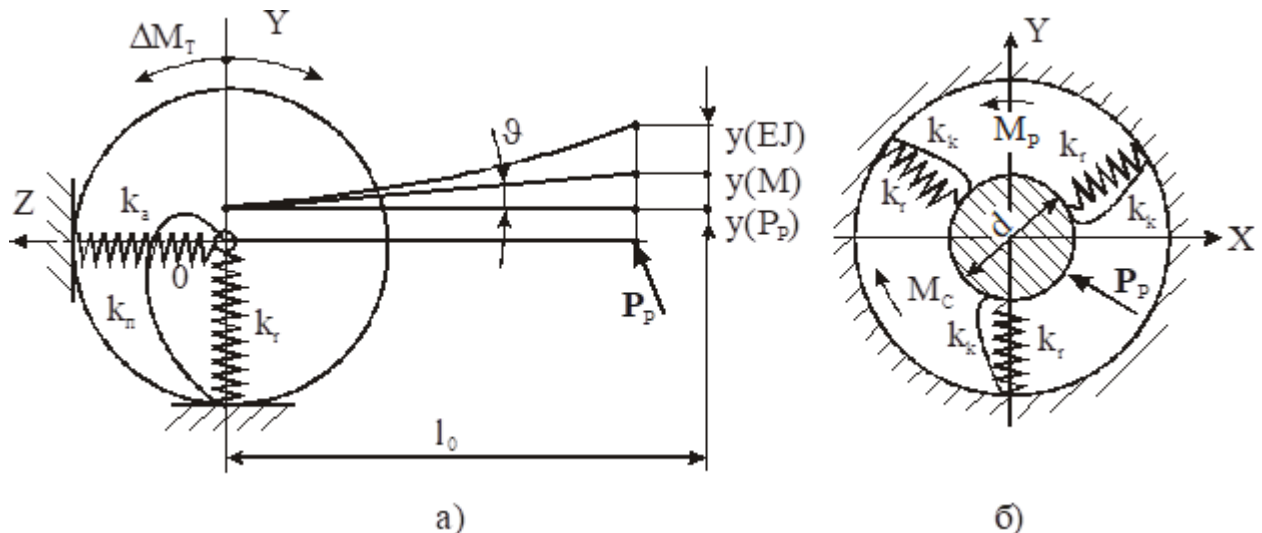


Рисунок 1.1 – Модель пружної системи патрон-заготовка в поздовжньому (а) і поперечному (б) перетинах [3].

Статична радіальна жорсткість вузла розраховується як відношення прикладеного зусилля до отриманого переміщення:

$$j = \frac{P_y}{y} \quad (1.1)$$

де y — сумарний пружний відтиск контрольної оправки в точці прикладання сили, мкм.

Деформування затискного стику має виражений нелінійний характер. На відміну від суцільного металу, де діє закон Гука, пружні переміщення в зоні контакту цанги з конусом шпинделя описуються степеневою залежністю:

$$y = C \cdot P_y^m \quad (1.2)$$

де C — коефіцієнт контактної піддатливості спряження, що залежить від якості обробки поверхонь;

m — показник степеня нелінійності.

Ця нелінійність зумовлена процесами змінання мікронерівностей та вибиранням первинних мікрозазорів між конусними поверхнями під час зростання навантаження.

Застосування багатопелюсткових цанг типу ER32 створює додатковий фактор піддатливості через дискретну структуру їхньої поверхні. Тіло цанги поділене на окремі пелюстки за допомогою зустрічних прорізів (Рисунок 1.2). Ці прорізи є суто конструктивними елементами — вони закладені в геометрію деталі для забезпечення необхідної пружності при радіальному стисканні інструмента. Без них цанга була б жорсткою втулкою, нездатною передавати зусилля затягування від гайки на хвостовик оправки.



Рисунок 1.2 — Будова затискного механізму з цангою ER32.

Незважаючи на функціональну необхідність, конструктивні прорізи фізично розривають суцільність плями контакту між цангою та внутрішнім конусом шпинделя. Це призводить до того, що радіальна жорсткість системи втрачає ізотропність і стає величиною, залежною від кутового положення шпинделя.

Механіка цього явища полягає в наступному. Якщо вектор радіальної сили діє строго по осі симетрії пелюстки, навантаження передається через суцільний масив металу на конус шпинделя. У цьому положенні площа контакту максимальна, а пружний відтиск — мінімальний. При повороті шпинделя на половину кутового кроку пелюсток (на 30° для шестипелюсткової цанги) вектор сили спрямовується в зону конструктивного прорізу. Оскільки в самому прорізі метал відсутній, пряма передача зусилля неможлива, і навантаження перерозподіляється на крайові ділянки сусідніх пелюсток. Опір конструкції згину та зминанню в цій зоні значно нижчий, що супроводжується локальним падінням жорсткості вузла.

У реальних умовах механічної обробки така конструктивна нерівномірність жорсткості призводить до формування систематичних похибок:

- Зміна величини відтиску інструмента за один оберт шпинделя копіюється на оброблювану поверхню у вигляді огранки.
- Нерівномірність опорних реакцій пелюсток викликає радіальний перекис осі оправки, що порушує циліндричність і перпендикулярність стінок при фрезеруванні.
- Циклічне перерозподілення контактного тиску в зонах поблизу прорізів пришвидшує локальне зношування поверхонь (фретинг-знос), що з часом додатково збільшує амплітуду коливань жорсткості.

Таким чином, для прогнозування статичної точності верстата традиційних моделей «суцільного ізотропного стику» недостатньо. Необхідно враховувати дискретну структуру затискного механізму та експериментально визначати параметри його кутової нерівномірності затиску.

1.2. Механіко-фізичні принципи функціонування.

Цанговий патрон розглядається як складний клиновий просторовий механізм. [6] Процес передачі зусиль у ньому визначається кутом нахилу клина, коефіцієнтами тертя та власною структурною жорсткістю системи. (Рисунок 1.3)

Радіальна сила затиску суттєво залежить від типу приводу (штовхаючого чи тягнучого) та геометричної узгодженості поверхонь. [6] Важливою вадою затискних механізмів цангового типу є те, що вони мають змінну характеристику жорсткості по куту повороту. Ця нестабільність радіальної жорсткості системи «патрон-деталь» по куту повороту шпинделя призводить до виникнення похибок обробки детермінованого характеру. [5].

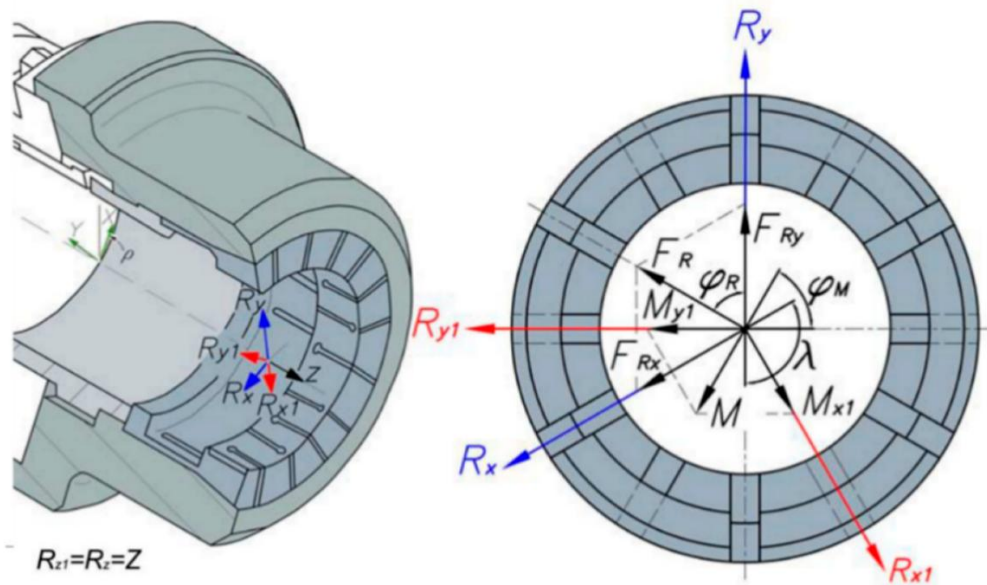


Рисунок 1.3 – Координатні системи та розподіл радіальних сил і згинальних моментів у цанговому механізмі під час обробки [6].

Особлива увага в літературі приділяється впливу відцентрових сил. Низка дослідників звертає увагу на те, що відцентрова сила зростає пропорційно квадрату швидкості обертання. [7] У той час як класичні моделі припускали лінійну втрату сили затиску, передові математичні дослідження з використанням теорії пружності довели, що значна частина відцентрової сили витрачається на пружну деформацію самої системи затиску. [6]

1.3. Аналітичне моделювання та моделювання за методом скінченних елементів жорсткості системи.

Розроблено аналітичні моделі просторового напружено-деформованого стану системи. Запропоновані залежності описують результуючу радіальну силу F_R , що розкладається на компоненти по осях x та y :

$$F_{Rx} = F_g \cos(\rho - \chi_H) \pm F_c \quad (1.3)$$

$$F_{Ry} = F_p + F_g \sin(\rho - \chi_H) \quad (1.4)$$

Кут повороту φ_F є функцією початкового кута :

$$\varphi_{F0} = \arctan\left(\frac{F_{Rx}}{F_{Ry}}\right) \quad (1.5)$$

Окрім радіальних навантажень, враховують згинальні моменти, які спричиняють нахил заготовки. Формула для комплексної радіальної жорсткості в точці затиску $k_{r,T}$ враховує статичну силу затиску F_s та локальні жорсткості :

$$k_{r,T} = \frac{F_s}{\frac{F_s}{k_{r,s}} + F_s \frac{(d_p + d_{am})}{(d_p + d_{am})} k_{f,s} + \frac{F_s}{k_{r,p}} + F_s d_p d_{am} k_{f,p}} \quad (1.6)$$

Для верифікації складних диференціальних моделей більшість авторів використовують метод скінченних елементів (FEA), наприклад, у середовищі ANSYS, моделюючи затискні механізми за допомогою пружних поверхневих елементів.[8] Статичні випробування зазвичай полягають у прикладанні контрольованих навантажень та вимірюванні деформацій індикаторами годинникового типу. [5]

1.4. Розвиток методу RCSA у моделюванні верстатних систем.

Методологія RCSA глибоко досліджена у працях. Вона концептуально складається з чотирьох основних етапів: вимірювання FRF окремих підсистем (шпиндель-оправка та інструмент), розробка аналітичних моделей цих підсистем, математичне з'єднання підсистем через їхні рецептенси (зворотні жорсткості) та фінальне прогнозування динамічних характеристик усієї збірки. (Рисунок 1.4)

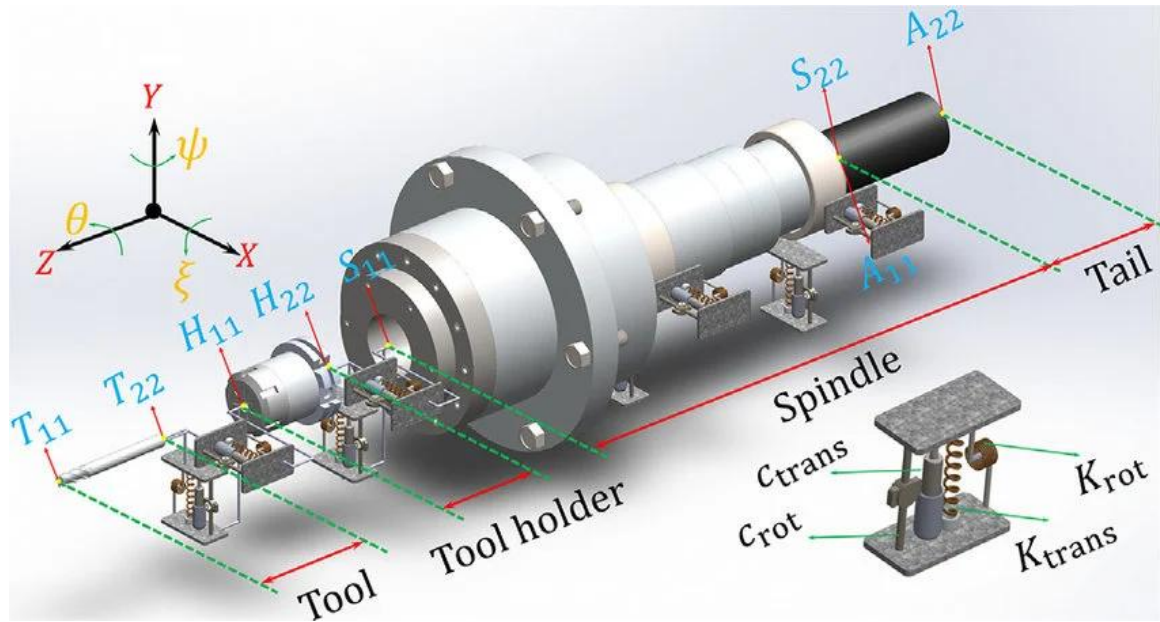


Рисунок 1.4 – Розбиття системи верстата на підсистеми для аналізу RCSA. [9]

Динамічний відгук у точці з'єднання формалізується через зв'язок переміщень із силами та згинальними моментами [10]:

$$X_{A1} = H_{A1A1}F_{A1} + L_{A1A1}M_{A1} \quad (1.7)$$

$$\theta_{A1} = N_{A1A1}F_{A1} + P_{A1A1}M_{A1} \quad (1.8)$$

Підсумкова характеристика (матриця $[C_{11}]$) генерується за допомогою матричної інверсії:

$$[C_{11}] = [A_{11}] - [A_{12}]([A_{22}] + [K])^{-1}[A_{21}] \quad (1.9)$$

Значним відкриттям стало виявлення RCSA «ефекту динамічного абсорбера», який створює острови стабільності. Подальший розвиток RCSA призвів до переходу від зосередженої моделі до багатоточкового аналізу підсистем (multi-point RCSA), що є фізично адекватнішим для клинових механізмів. (Рисунок 1.5) [10]

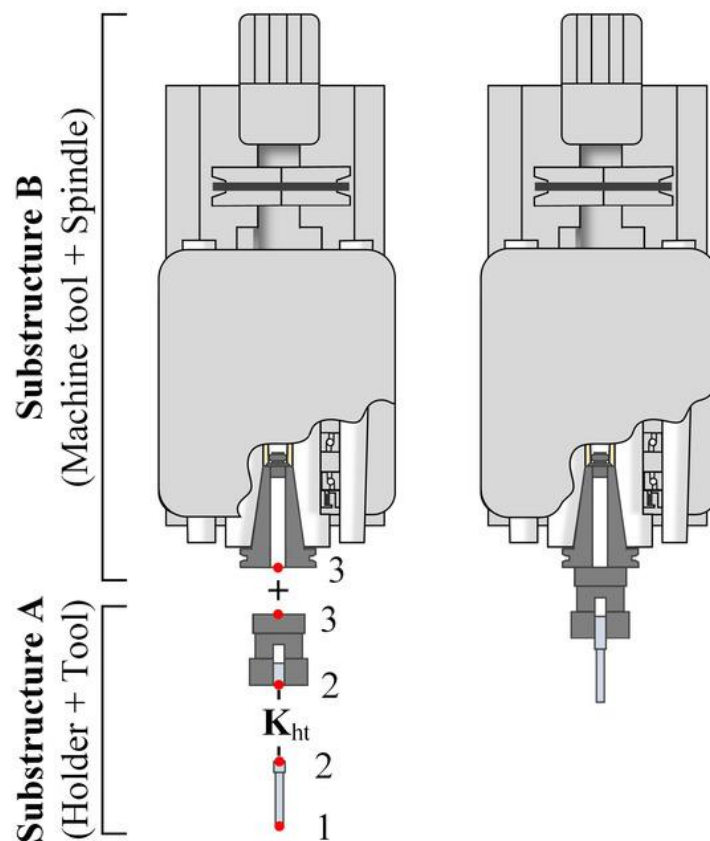


Рисунок 1.5 – Процес отримання FRF на кінці інструмента шляхом пружного з'єднання підсистем.[10]

1.5. Методології ідентифікації параметрів затиску.

Визначення матриці $[K]$ зазвичай здійснюється методом оберненого аналізу. Для дослідження динамічних характеристик цангових патронів на практиці застосовується методика експериментального визначення жорсткостей контактних груп. Вона полягає у проведенні серій вимірювань пружних відтискань деталі при радіальному навантаженні на кожну з пелюсток патрона за фіксованих поворотів шпинделя на певний кут. При динамічних дослідженнях (імпульсному збуренні) здійснюється запис амплітудно-частотного спектра та кривої загасання; на основі цих даних визначається перша власна частота, логарифмічний декремент загасання та розраховується коефіцієнт демпфування. [5]

Сучасні дослідження також пропонують дві методики для цехових умов:

- **Метод множинних інструментів**, де використовуються інструменти з однаковим діаметром, але різним вильотом.
- **Метод змінної довжини затискання**, заснований на аналітичній моделі «двох пружин послідовно». (Рисунок 1.6)

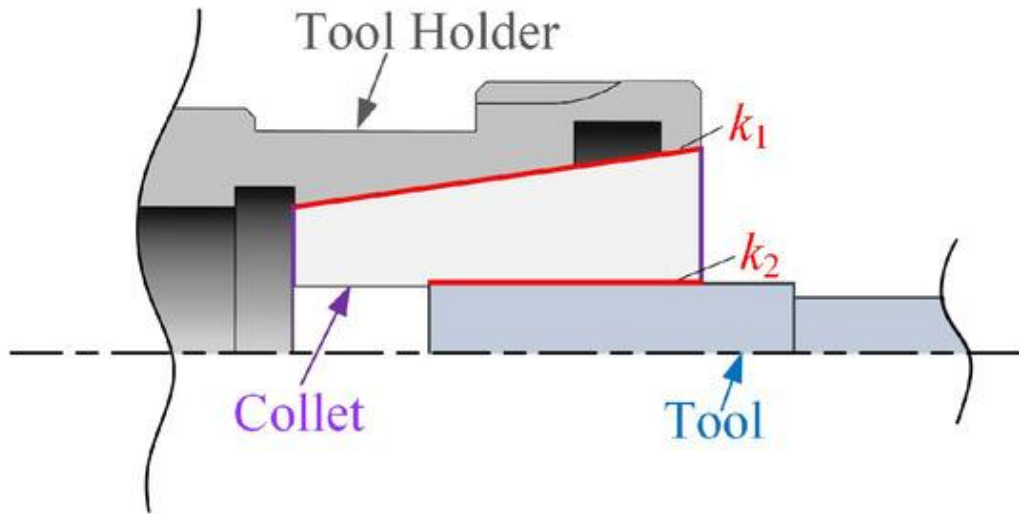


Рисунок 1.6 – Аналітична модель послідовного з'єднання пружин (springs in series) для ER 32. [5]

Ці методи нібито дають похибку по власній частоті десь до 3.78%. Щоб комп'ютер підбирав параметри, масиви даних проганяють через алгоритм рою часток (PSO).

Але якщо аналізувати ці підходи критично, з'являється багато проблем. Головний недолік класичної ідентифікації — використання зосереджених (lumped) параметрів. Ми знаходимо матрицю жорсткості для однієї конкретної збірки, але варто змінити виліт фрези чи взяти інший інструмент, як ці параметри перестають нормально працювати. Тому зараз є тенденція переходити на багатоточкові (distributed) моделі контакту вздовж усієї довжини посадки в цанзі. [11]

Ще одна фундаментальна проблема — ігнорування мікрорельєфу. Класичний RCSA вважає стик ідеально гладким циліндром чи конусом.

Насправді жорсткість контакту жорстко залежить від шорсткості цанги та хвостовика інструмента. Недавні дослідження доводять, що якщо ввести в розрахунок фрактальну теорію шорсткуватих поверхонь і рахувати фактичну площу контакту мікронерівностей, похибка моделювання стику падає з 25% до 4.7%. Тобто класична константа жорсткості k_{xf} — це надто грубе наближення, яке сильно обмежує можливості RCSA на практиці. [11]

1.6. Вплив конструктивних особливостей інструментальних оправок.

Огляд літератури демонструє значну варіативність динамічних характеристик залежно від конструкції патрона. Порівняльний аналіз найбільш розповсюджених систем цангового затиску — ER (DIN 6499), SK (DIN 6341) та OZ (DIN 6388) — дозволяє визначити межі їх ефективного застосування в шпиндельних вузлах.

Найбільшу універсальність демонструє система ER (Рисунок 1.7). Завдяки конструктивному використанню двох зон стиснення, ці цанги забезпечують широкий діапазон затискання (до 1,0 мм на одну цангу), що значно перевищує можливості систем OZ (0,5 мм) та SK (лише 0,1 мм). Це дозволяє суттєво скоротити номенклатуру оснащення на виробництві. Проте висока універсальність ER супроводжується середніми показниками точності — биття складає 0,005–0,01 мм, що поступається прецизійним системам.



Рисунок 1.7 – Цанга ER

Для операцій, де критичним є мінімальне биття інструмента, доцільним є використання патронів типу SK (Рисунок 1.8). Вони забезпечують найвищу точність центрування (биття в межах 0,002–0,005 мм) та високу жорсткість за рахунок меншого кута конуса. Однак жорсткі вимоги до відповідності діаметра оправки та цанги (допуск лише 0,1 мм) обмежують їх використання виключно високоточними роботами.



Рисунок 1.8 – Цанга SK

Система OZ (Рисунок 1.9), на відміну від попередніх, орієнтована на важкі умови обробки та чорнове фрезерування. Завдяки збільшеній довжині контакту та специфічній геометрії пелюсток, ці патрони забезпечують максимальне зусилля затиску. Проте за показниками точності (биття 0,01–0,02 мм) вони значно програють системам SK та ER, що обмежує їх застосування в прецизійних шпиндельних вузлах.



Рисунок 1.9 – Цанга OZ

Таким чином, для дослідження обрано систему ER32, як найбільш збалансовану за критеріями «універсальність–точність–зусилля». Її широке розповсюдження в машинобудуванні робить вивчення кутової нерівномірності жорсткості саме цього типу патронів найбільш практично значущим.

1.7. Деградація затискних механізмів: фретинг-знос і теплові процеси

При розбиранні шпиндельних вузлів часто видно іржаво-коричневі плями в посадковому гнізді цанги. Це типовий фретинг-знос. Оскільки стик пружний, під навантаженням хвостовик мікрозміщується відносно цанги. Частинки металу вириваються, окислюються і починають працювати як абразив. На мікрорівні йде накопичення деформацій і дифузія по дислокаціях. Плюс, від нагріву під час різання сталь трохи розм'якшується.

Зношена цанга одразу знижує контактну жорсткість. Через це резонансні частоти пливуть, розрахована діаграма SLD стає неактуальною, і верстат

починає вібрувати. З досвіду, вчасна заміна цанг відбивається фінансово за пару місяців просто за рахунок зменшення браку деталей. [13]

1.8. Стохастичне моделювання та смарт-системи

Більшість статей з RCSA пишуться для ідеальних лабораторних умов, де виліт інструмента — це абсолютна константа. Але в цеху оператор ніколи не ловить виліт "в нуль" з мікронною точністю. Навіть міліметрова похибка установки (clamping length error) суттєво зміщує власні частоти системи. Тому сучасний тренд — не шукати одну ідеальну тонку криву стабільності, а будувати «смуги стабільності» (SLD bands). Вони враховують стохастичний розкид вильоту та похибки затиску, гарантуючи, що різання буде безвібраційним навіть якщо оператор трохи помилився з довжиною інструмента. Експерименти показують, що цей розкид може давати невизначеність до 60 об/хв по швидкості шпинделя. [12]

Також треба зважати на нелінійність опор шпинделя: на малих навантаженнях підшипники працюють як «м'яка пружина», на великих — як «жорстка».

Зараз на сучасних верстатах починають ставити смарт-патрони (Рисунок 1.10). У них є датчики, які міряють деформацію деталі прямо під час затиску і самі дотягують зусилля. [1]

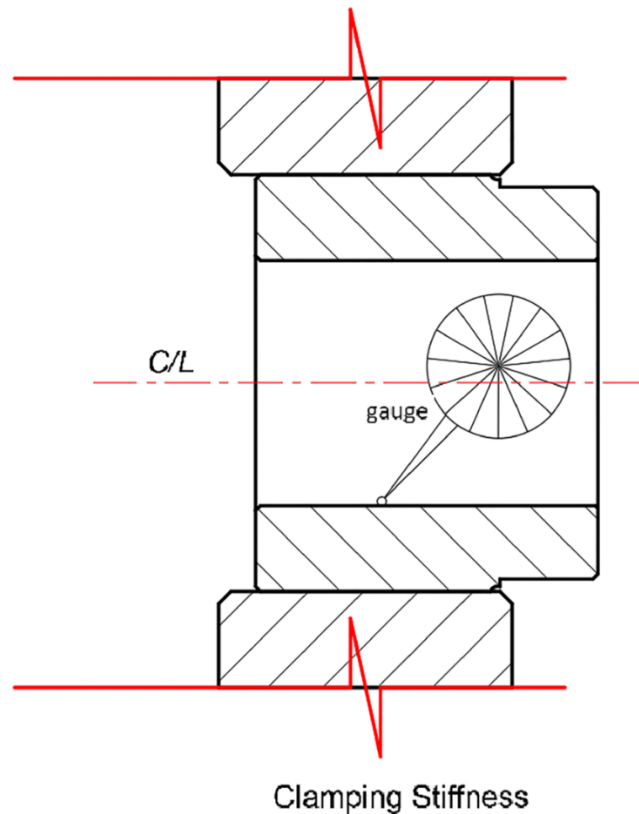


Рисунок 1.10 – Вимірювання радіального биття (TIR) смарт-патрона для підтвердження його високої жорсткості. [5]

Також концепції шпиндельних вузлів зі змінною жорсткістю активно досліджуються у працях. Контрольована зміна попереднього натягу дозволяє динамічно адаптувати статичні та динамічні властивості шпинделя під час різання. [14]

1.9. Взаємозв'язок кутової нерівномірності статичної жорсткості з динамічними процесами при різанні

Процес механічної обробки кінцевими фрезами є за своєю природою динамічним через переривчастий характер врізання зубів інструмента в матеріал заготовки. Проте першопричиною та базою для формування динамічних коливань системи є її первинні статичні характеристики, зокрема просторова нерівномірність жорсткості затискного механізму.

При аналізі динаміки шпиндельного вузла методом субструктурного моделювання (зокрема, за алгоритмами RCSA — Receptance Coupling Substructure Analysis) затискний патрон розглядається як матриця пружних зв'язків між валом та інструментом. У більшості існуючих методик ці зв'язки приймаються як сталі, ізотропні величини. Проте реальна конструктивна дискретність цанги ER32 повністю спростовує це припущення.

Висновки

Експерименти та розрахунки доводять, що контактна жорсткість системи «шпиндель-цанга-інструмент» — це не якась константа. Вона плаває від відцентрових сил, зусилля затягування ключем та банального зносу поверхонь. Використання методу RCSA дозволяє один раз зняти частотні характеристики шпинделя, а далі рахувати динаміку системи ШПЗ для будь-яких заготовок/інструментів аналітично. Це економить час на підготовку до роботи. Але метод не ідеальний: класичні моделі дають похибку через ігнорування мікрошорсткості стику, складнощі з вимірюванням моментних характеристик та зміну поведінки при різних вильотах заготовки/інструменту. Щоб прогнози були точнішими, варто переходити на багатоточкові моделі еластичних з'єднань з урахуванням фрактальної площі контакту, і обов'язково закладати в розрахунки SLD – діаграми для оптимізації режимів оброблення.

Виходячи з вищезазначеного, основними задачами магістерської дисертації є:

1. Розробка аналітичної пружної моделі системи «шпиндель-цанговий патрон-заготовка» за кутом повороту шпинделя.
2. Створення спеціалізованого експериментального стенда (на базі стійка настільного свердлильного верстата із хрестовим столом) для дослідження кутової нерівномірності жорсткості.

3. Проведення експериментальних досліджень відтискань заготовки, закріпленої в цанговому патроні при різних кутових положеннях пелюсток відносно вектора навантаження.

4. Верифікація аналітичної моделі та оцінка впливу виявленої нерівномірності жорсткості на параметри процесу обробки.

2. РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ, ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО СТЕНДА ТА МЕТОДИКИ СТЕНДОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПРУЖНО- ДЕФОРМАЦІЙНОГО СТАНУ ЦАНГОВОГО ЗАТИСКУ.

2.1. Побудова аналітичної моделі системи «шпиндель – патрон – заготовка»

Для проведення аналітичного дослідження пружних властивостей шпиндельного вузла (ШВ) необхідно представити його у вигляді еквівалентної розрахункової схеми. За основу взято ШВ розглядається як складна пружна система з розподіленими та зосередженими параметрами (Рисунок 2.1), де ключову роль відіграють стики між основними вузлами.

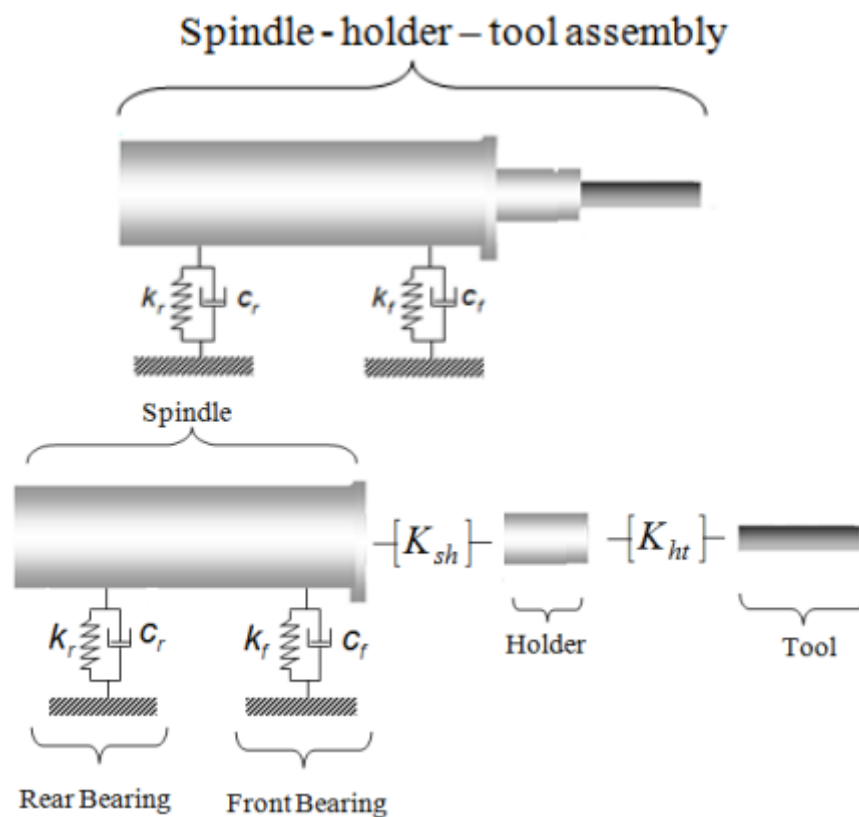


Рисунок 2.1 – Модель системи «шпиндель – патрон – оправка»

Згідно з методикою аналізу, загальну систему розділяємо на три базові ланки:

Вал шпинделя — розглядається як балка на двох опорах змінної жорсткості, встановлена на пружних опорах (підшипниках).

Затискний патрон (цанга) — представляється як проміжний пружний елемент, що має власну лінійну та кутову піддатливість.

Заготовка (інструмент) — консольно закріплена балка, на яку діє зовнішнє силове навантаження P (сила різання) на вільоті L .

Сумарне радіальне зміщення y_{Σ} у точці прикладання сили різання визначається векторною сумою пружних деформацій усіх елементів ланцюга. Для спрощення аналізу приймемо плоску модель деформації, де загальне відхилення описується рівнянням:

$$y_{\Sigma} = y_{\text{шп}} + y_{\text{п}} + y_{\text{конт}} + y_{\text{заг}} \quad (2.1)$$

де: $y_{\text{шп}}$ — зміщення переднього кінця шпинделя внаслідок деформації самого вала та опор;

$y_{\text{п}}$ — власна пружна деформація корпусу патрона та пелюсток цанги;

$y_{\text{конт}}$ — зміщення, викликане контактною піддатливістю у стиках «конус шпинделя – патрон» та «цанга – заготовка»;

$y_{\text{заг}}$ — вигин самої заготовки як консолі.

Критичним аспектом моделювання є врахування кутових зміщень θ у затискному механізмі. На відміну від жорсткого закладення, цанговий затиск дозволяє заготовці здійснювати мікроповороти в межах пружної деформації пелюсток. Це призводить до виникнення «ефекту важеля», коли незначний кутовий перекид θ у патроні трансформується у значне лінійне зміщення на кінці заготовки: $\Delta y = \theta \cdot L$.

Математично зв'язок між вектором зовнішніх навантажень (радіальна сила P та згинальний момент $M = P \cdot L$) та вектором зміщень $\{y, \theta\}$ описується через матрицю піддатливості $[e]$:

$$\left\{ \frac{y}{\theta} \right\} = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \end{bmatrix} \times \left\{ \frac{P}{M} \right\} \quad (2.2)$$

Коефіцієнти e_{ij} цієї матриці є функціями жорсткості опор шпинделя, геометричних параметрів цанги та умов тертя в контактних зонах. У подальших розрахунках ця модель буде розширена для врахування дискретності затискних пелюсток, що дозволить ідентифікувати причини кутової нерівномірності жорсткості.

Такий підхід дозволяє не лише оцінити статику системи, а й закласти основу для динамічного аналізу, оскільки матриця жорсткості $[K] = [e]^{-1}$ безпосередньо використовується при побудові амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) шпиндельного вузла.

Для точного прогнозування точності обробки необхідно враховувати, що кожна ланка системи «шпиндель – патрон – заготовка» робить свій внесок у загальну похибку. Сумарне радіальне зміщення y_{Σ} розглядається як суперпозиція деформацій [1, 6]:

- **Зміщення шпинделя** ($y_{\text{шп}}$) зумовлене пружними деформаціями вала як балки на пружних опорах. Основний внесок тут робить передня опора, жорсткість якої визначається типом підшипників та величиною їх попереднього натягу. [3]

- **Деформація патрона** ($y_{\text{п}}$) включає розкриття пелюсток цанги під дією радіальної складової сили різання та пружне «дихання» корпусу патрона.

- **Контактні зміщення** ($y_{\text{конт}}$) є найбільш нестабільною складовою. Вони виникають у стиках «конус шпинделя – патрон» та «цанга – заготовка». Через мікронерівності фактична площа контакту значно менша за номінальну, що призводить до нелінійної залежності деформації від тиску: $\delta = C \cdot q^m$.

Окремої уваги заслуговує **вигин заготовки** ($y_{\text{заг}}$). Для заготовок простої циліндричної форми зміщення розраховується за класичною формулою балки:

$y_{\text{заг}} = \frac{PL^3}{3EI}$. Проте, якщо заготовка має складну ступінчасту форму або перемінний

переріз, використання елементарних залежностей призводить до значних похибок. У таких випадках розрахунок проводиться з використанням **інтеграла Мора**:

$$y_{\text{заг}} = \int_0^L \frac{M(x) \cdot m(x)}{EI(x)} dx \quad (2.3)$$

де $M(x)$ — момент від прикладеної сили,

$m(x)$ — момент від одиничної сили, прикладеної в точці визначення зміщення.

Зношена цанга одразу зменшує контактну жорсткість $y_{\text{конт}}$. Через це резонансні частоти плывуть, розрахована діаграма SLD стає неактуальною, і верстат починає вібрувати. Вчасна заміна цанг має фінансову окупність пару місяців просто за рахунок зменшення браку деталей.

2.2. Математичне моделювання кутової нерівномірності жорсткості дискретної цанги

Радіальна жорсткість цангового патрона не є ізотропною величиною. Через наявність прорізів між пелюстками, опір системи навантаженню залежить від кутової орієнтації вектора сили P відносно осей пелюсток.

2.2.1 Аналітичне визначення варіації жорсткості для шестипелюсткової системи

Розглянемо шестипелюсткову цангу ($N = 6$) з кутовим кроком між пелюстками $\Delta\phi = 60^\circ$. Загальна радіальна жорсткість системи $K(\theta)$ у довільному кутовому положенні θ визначається як сума проекцій індивідуальних жорсткостей кожної пелюстки на лінію дії сили P (Рисунок 2.2) [4]:

$$K(\theta) = \sum_{i=1}^6 k_i \cdot \cos^2(\phi_i - \theta) \quad (2.4)$$

де: k_i — радіальна жорсткість

i -ї пелюстки;

ϕ_i — кутова координата центру i -ї пелюстки;

θ — поточний кут повороту шпинделя.

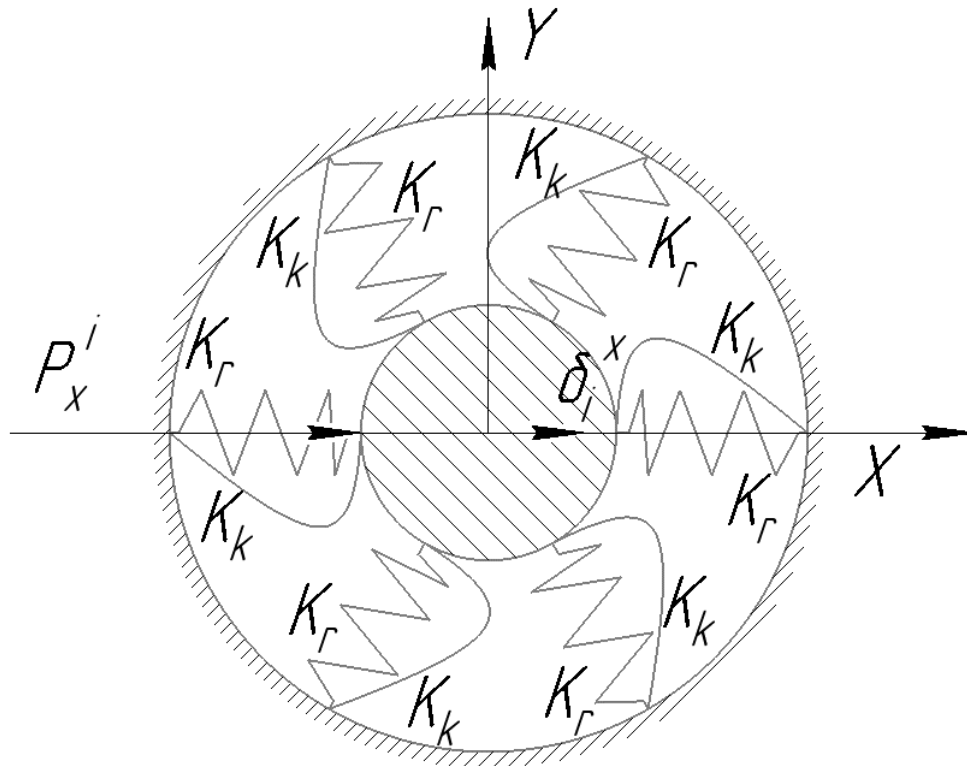


Рисунок 2.2 – Схема розподілу сил у стиках цангового патрона ER32

У випадку ідеально виготовленої цанги, де жорсткість усіх пелюсток однакова ($k_1 = k_2 = \dots = k_6 = k_p$), сумарна жорсткість теоретично має бути константою. Проте в реальних умовах виникає нерівномірність через:

- Геометричну похибку: Нерівномірність товщини пелюсток або похибки кроку прорізів.
- Контактну асиметрію: Нерівномірність прилягання пелюсток до конуса шпинделя через биття.

- Знос: Нерівномірний фреттинг-корозійний знос окремих сегментів.

[15]

Оскільки в реальній цанзі жорсткість окремих пелюсток відрізняється через експлуатаційний знос або похибки виготовлення, виразимо фактичну жорсткість i -ї пелюстки (k_i) через номінальну еталонну жорсткість (k_p) та безрозмірний коефіцієнт стану λ_i :

$$k_i = k_p \cdot \lambda_i \quad (2.5)$$

Підставляємо це у нашу базову суму. Оскільки номінальна жорсткість k_p є константою, одразу виносимо її за знак суми:

$$K(\theta) = k_p \sum_{i=1}^6 \lambda_i \cdot \cos^2(\phi_i - \theta) \quad (2.6)$$

2.2.2 Вплив контактного тиску на нерівномірність.

Жорсткість кожної пелюстки k_i не є лінійною і залежить від зусилля затягування F_{ax} . Згідно з дослідженнями [3], радіальний тиск q_r у зоні контакту визначається як:

$$q_r = \frac{F_{ax} \cdot (1 - \mu \tan \alpha)}{\pi D L (\tan \alpha + \mu)} \quad (2.7)$$

де α — кут конуса цанги,

μ — коефіцієнт тертя. [3]

Збільшення тиску q_r призводить до зростання фактичної площі контакту, що експоненціально підвищує жорсткість стиків і дещо нівелює кутову нерівномірність за рахунок вибору зазорів. Проте при критичному зносі («злизанні» граней пелюсток) навіть високий тиск не здатен стабілізувати систему, що призводить до появи низькочастотних вібрацій. [15]

2.3. Розрахунок контактної жорсткості за степеневим законом

Найбільш критичним елементом, що визначає сумарну піддатливість системи, є контакт у конусному стику «патрон – цанга» та на робочих поверхнях «пелюстка – заготовка». На відміну від об'ємних деформацій, контактні зміщення мають нелінійний характер і суттєво залежать від якості обробки поверхонь та зусилля затиску. [13]

2.3.1. Математичний опис контактного зближення

Згідно з теорією для розрахунків прецизійних верстатних систем, контактне зміщення δ у стику залежить від питомого тиску q за степеневим законом [3]:

$$\delta = C \cdot q^m \quad (2.8)$$

де: C — коефіцієнт піддатливості стику, що залежить від матеріалу, шорсткості та виду обробки (шліфування, притирання);

m — показник степеня (для сталевих шліфованих поверхонь ШВ зазвичай приймається $m \approx 0,3 \dots 0,5$).

Виходячи з цієї залежності, контактна жорсткість j_{cont} визначається як похідна тиску за зміщенням:

$$j_{cont} = \frac{dq}{d\delta} = \frac{1}{C \cdot m} \cdot q^{(1-m)} \quad (2.9)$$

Аналіз виразу показує, що жорсткість стику не є константою: вона зростає при збільшенні тиску. Це пояснює фізику «обкатки» та необхідність попереднього натягу в цангових патронах.

2.3.2. Визначення питомого тиску в цанговому затиску

Для практичного застосування моделі необхідно пов'язати тиск q із параметром, який ми можемо контролювати — осьовим зусиллям затягування F_{ax} . Радіальний тиск q_r у зоні контакту пелюсток з конусом розраховується за формулою [3]:

$$q_r = \frac{F_{ax} \cdot (1 - \mu \cdot \tan \alpha)}{\pi \cdot D \cdot L \cdot (\tan \alpha + \mu)} \quad (2.10)$$

де: α — кут нахилу конуса цанги (для стандарту ER зазвичай $\alpha = 8^\circ$);

μ — коефіцієнт тертя в контактній парі (залежить від наявності мастила та стану поверхні);

D, L — номінальний діаметр та довжина зони контакту.

Висновок: чим вище q_r , тим більша пляма фактичного контакту (через зім'яття мікрогребенів), що експоненціально підвищує жорсткість стиків і стабілізує положення заготовки. Проте надмірне зусилля призводить до фреттинг-зносу. Зношена цанга через деградацію мікропрофілю («злизування») різко змінює коефіцієнт C , що призводить до зниження жорсткості навіть при номінальному зусиллі затиску. [3]

2.4. Конструкція та принципова схема експериментального стенда.

Для реалізації розробленої методики та верифікації математичної моделі дискретного затиску було спроектовано та виготовлено спеціалізований експериментальний стенд (Рисунок 2.3). Конструкція установки дозволяє імітувати силові навантаження, що виникають у реальному шпиндельному вузлі (ШВ) під час обробки, та з фіксувати пружні відхилення заготовки.

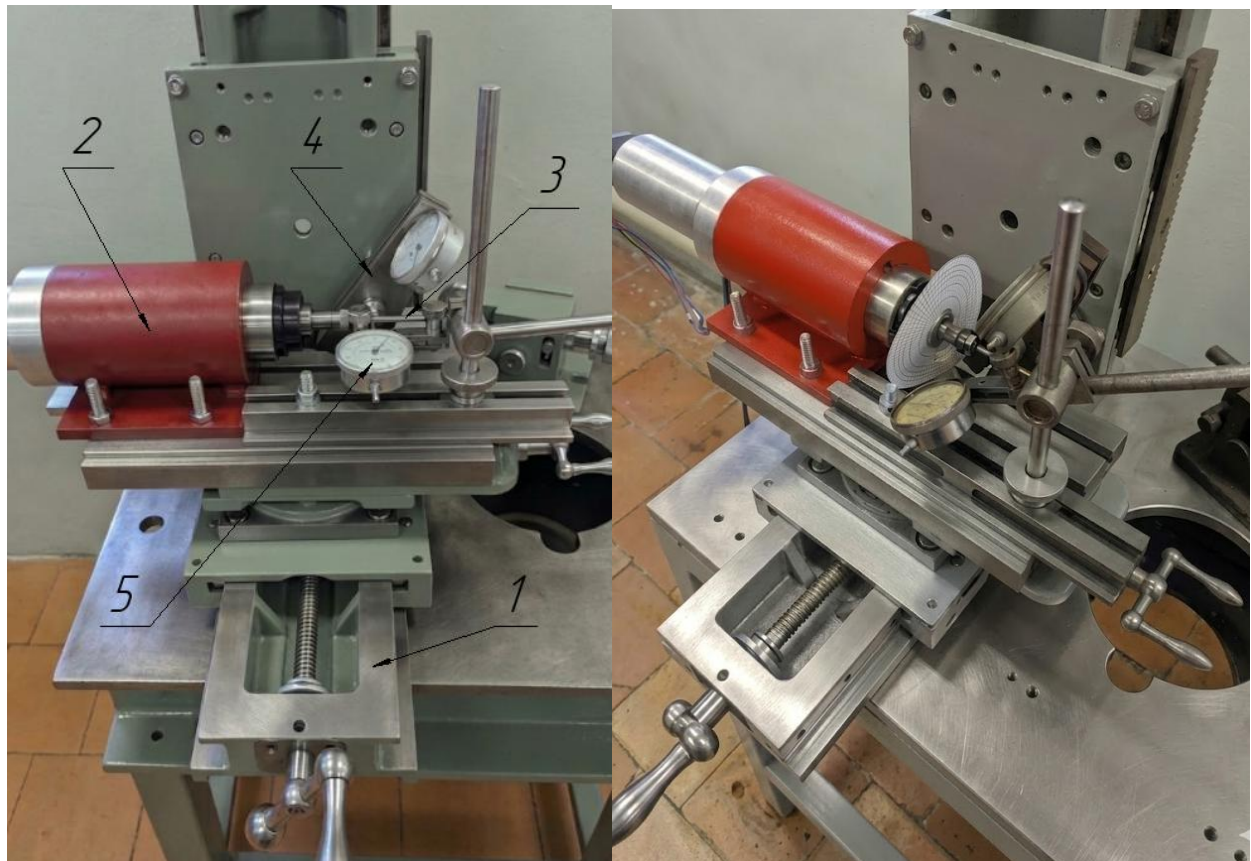


Рисунок 2.3 – експериментальний стенд для дослідження жорсткості:

1 – стійка стенду; 2 – шпиндельний вузол з цангою ER32; 3 – оправка; 4 – динамометр; 5 – індикатор на стійці.

2.4.1. Загальна компоновка та механічна частина.

В основі стенда лежить стійка 1 свердлильного верстата. Вибір матеріалу обумовлений необхідністю забезпечення стабільності геометричних параметрів під час випробувань. Корпус шпинделя 2 разом зі стійкою індикатора 5 жорстко кріпиться до плити перехресного столу, що створює сталу вимірювальну базу. Також на стійці закріплено динамометр 4, через який створюється навантаження на оправку 3, закріплену в цанзі.

2.4.2. Робочий вузол затиску та система навантаження

На передньому кінці вала виконано внутрішній конус під цанговий патрон стандарту ER32. Для дослідження кутової нерівномірності використовується шестипелюсткова цанга. Особливістю стенда є наявність кутового лімба на затискній гайці (або безпосередньо на шпинделі), що дозволяє точно орієнтувати пелюстки цанги відносно вектора прикладеної сили з кроком 30° .

Для імітації сили різання P використано гвинтовий навантажувальний пристрій. Навантаження передається на шліфований контрольний валик (імітатор інструмента), закріплений у цанзі. Величина сили контролюється за допомогою тарованого камертонного динамометра, встановленого в розрив кінематичного ланцюга навантаження.

2.4.3. Вимірювальна система стенда

Реєстрація пружних зміщень у здійснюється за допомогою комплексу індикаторів годинникового типу з ціною поділки 0,01 мм. Вимірювальні наконечники встановлюються в безпосередній близькості до торця цангового патрона (для фіксації контактних деформацій) та на робочому вильоті заготовки (для оцінки сумарної жорсткості). Зношена цанга або неякісно підготовлений стенд одразу призводять до нестабільності показів. Такий контроль дозволяє уникнути помилкових висновків про жорсткість через вплив сторонніх вібрацій чи перекосів.

2.5. Визначення розрахункової жорсткості затискного механізму методом скінченних елементів

2.5.1. Визначення розрахункової жорсткості пелюстки цанги методом скінченних елементів

Для перевірки адекватності розробленої математичної моделі та визначення власної структурної жорсткості затискного елемента проведено моделювання напружено-деформованого стану (НДС) цанги ER32 методом скінченних елементів (МСЕ) у розрахунковому комплексі ANSYS Workbench.

Граничні умови та схема навантаження. Твердотільну геометрію цанги імпортовано в розрахунковий модуль Static Structural. Для матеріалу деталі задано константи пружинної сталі: модуль поздовжньої пружності $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0,3$.

Базування цанги в патроні імітувалося через жорстке закріплення (Fixed Support) по її задній суцільній кільцевій частині, що повністю обмежує всі ступені вільності для базового торця. При цьому пружні пелюстки, розділені конструктивними прорізами, залишалися вільними для згину. Скінченно-елементна сітка побудована на основі тетраедричних елементів із контрольованим ущільненням у зонах концентраторів напружень (в основах прорізів).

Розрахунок виконувався для випадку статичного радіального навантаження (Рисунок 2.4). Зусилля $P_y = 1000$ Н прикладалося до внутрішньої циліндричної поверхні однієї з пелюсток. Вектор сили спрямовано вздовж осі Y від центру назовні, що моделює локальний тиск від оправки при її відтиску.

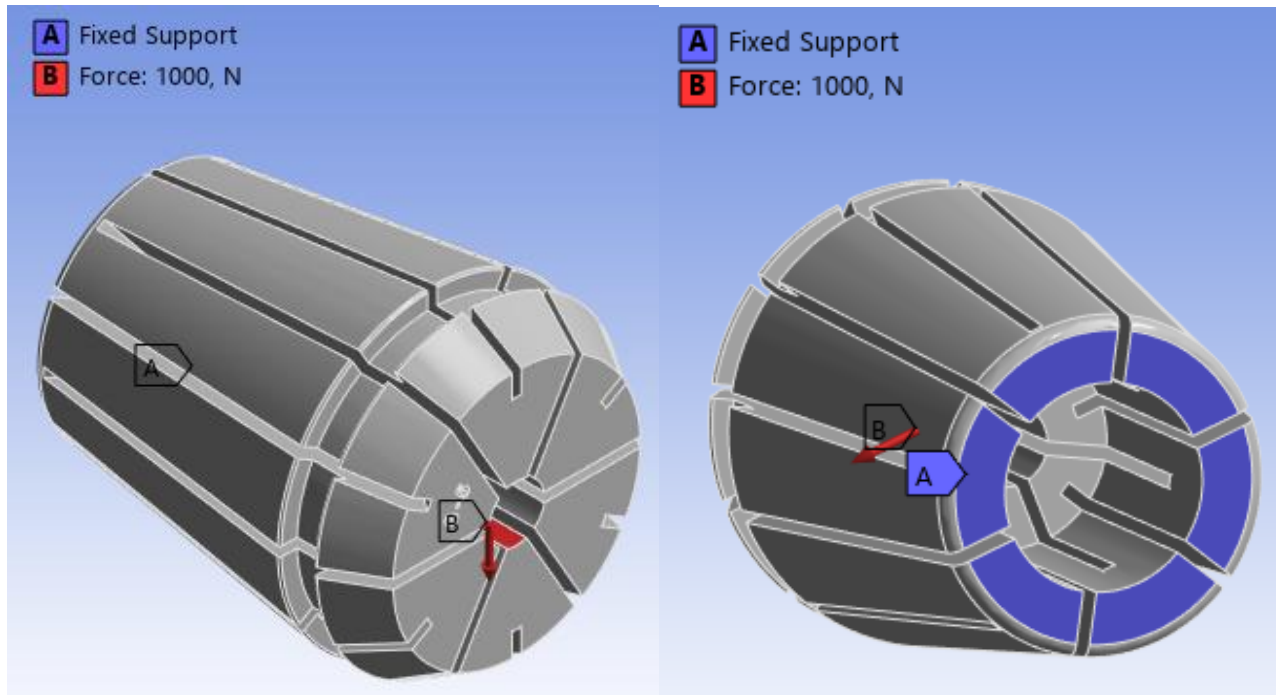


Рисунок 2.4 – Розрахункова схема та навантаження пелюстки цанги

Аналіз результатів моделювання. Основним критерієм оцінки жорсткості конструкції є отримане поле направлених деформацій (Directional Deformation) вздовж осі Y, яка збігається з напрямком дії навантаження.

Розподіл пружних переміщень за тілом цанги показано на (Рисунку 2.5). Як видно з отриманої епюри, характер деформування пелюстки повністю відповідає роботі консольної балки складної форми. Мінімальні переміщення (синя зона) зафіксовані біля суцільного опорного пояса цанги. Градієнт деформацій плавно зростає вздовж конструктивних прорізів у напрямку до переднього торця деталі.

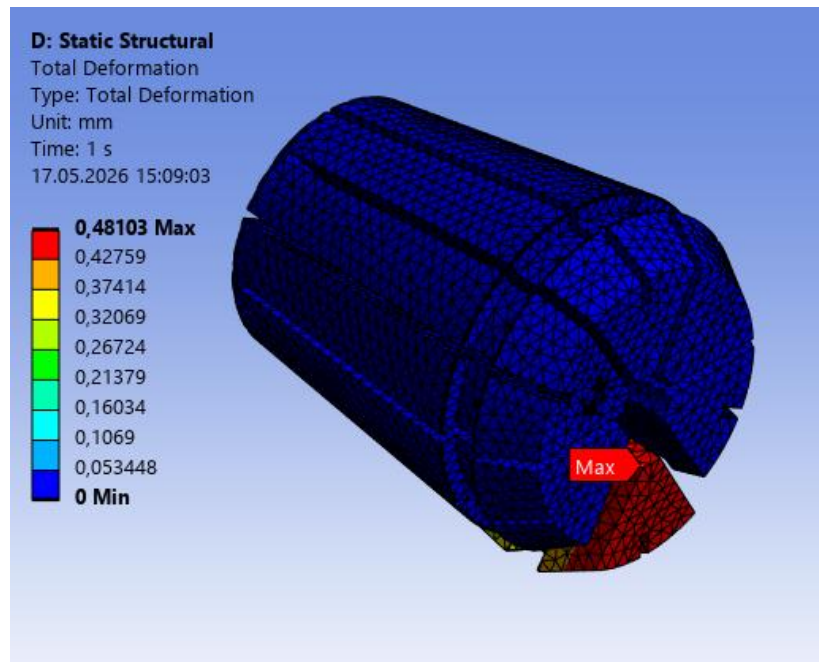


Рисунок 2.5 — Деформації пелюстки цанги ER32 під дією радіальної сили 1000 Н

Максимальний радіальний відтиск локалізований на самому краї навантаженої пелюстки (червона зона) і становить:

$$y_{\text{MCE}} = 0,48103 \text{ мм.}$$

Виходячи з отриманого значення деформації, власна структурна радіальна жорсткість однієї пелюстки цанги ER32 становить:

$$j_{\text{розр}} = \frac{P_y}{y_{\text{MCE}}} \quad (2.11)$$

$$j_{\text{розр}} = \frac{1000\text{Н}}{0,48103\text{мм}} \approx 2078,8 \text{ Н/мм.}$$

2.5.2. Визначення розрахункової жорсткості пелюстки цанги методом скінченних елементів

Для визначення сумарної радіальної жорсткості затискного механізму та спрощення розрахункової схеми було реалізовано одностадійне статичне моделювання системи в середовищі ANSYS Workbench. На відміну від

двокрокового аналізу, ця методика не включає попереднє моделювання осьового зусилля затягування гайки (F_{ax}). Компоненти збірки (передній кінець вала шпинделя, цанга ER32, затискна гайка та контрольна оправка) позиціоновані у номінальному затиснутому положенні, що дозволяє оцінити чистий вплив радіальної сили на деформації стиків.

Граничні умови та контактні взаємодії. На зовнішніх поверхнях шпинделя в місцях розташування опор підшипників задано жорстку фіксацію (Fixed Support), яка повністю блокує переміщення та повороти шпинделя, відтворюючи його базування в корпусі шпинделя.

Оскільки осьова сила затяжки в даній схемі не моделюється, стабільність нелінійного контактного розрахунку та передача навантаження забезпечуються через коректне налаштування контактних пар:

- **Конус шпинделя – Цанга:** тип контакту — Frictional із коефіцієнтом тертя $\mu = 0,15$. Для компенсації відсутності попереднього осьового натягу в налаштуваннях контакту активовано опцію Adjust to Touch, що ліквідує можливі початкові зазори між конусами та забезпечує миттєвий силовий контакт.
- **Внутрішній отвір цанги – Оправка:** тип контакту — Frictional ($\mu = 0,15$), що імітує фрикційне утримання інструмента пелюстками.
- **Гайка – Цанга та Гайка – Шпиндель:** задано жорсткий контакт Bonded, оскільки в затягнутому стані ці елементи утворюють умовно монолітну фіксовану групу.

Дискретизацію збірки виконано за допомогою тетраедричних скінченних елементів. У зонах спряження конусних поверхонь та поблизу конструктивних прорізів цанги розмір елементів зменшено до 0,5 мм (Sizing) для адекватного розрахунку контактного тиску. Схему навантаження. Розрахунок реалізовано в один крок (1 Step). Радіальна сила $P_y = 940$ Н прикладалася безпосередньо до вільної консольної частини контрольної оправки на відстані 50 мм від торця затискної гайки. Вектор дії сили спрямовано по осі Y, строго вздовж осі симетрії однієї з пелюсток цанги та по осі Z, строго вздовж прорізі між пелюстками цанги.

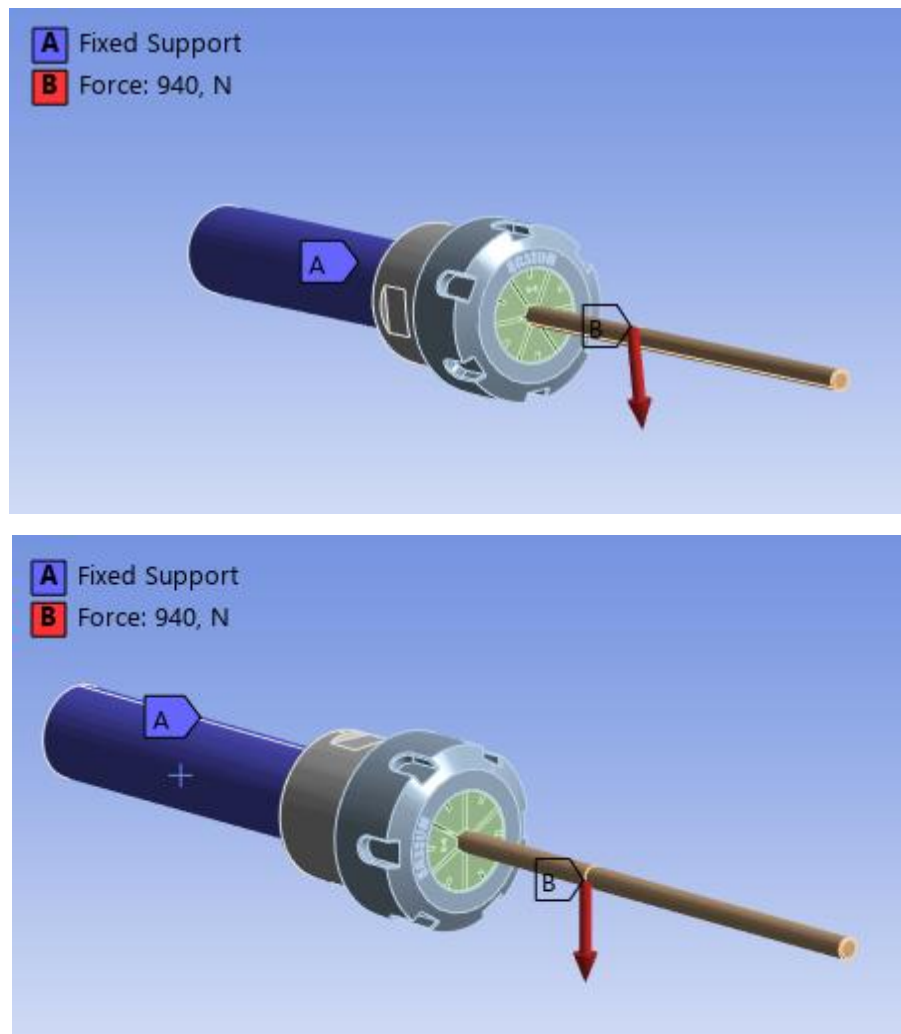


Рисунок 2.4 – Розрахункова схема та навантаження системи «Ш-П-О»

2.6. Обґрунтування вибору контрольно-вимірювальної апаратури

Для отримання достовірних експериментальних даних щодо пружних зміщень у системі «шпиндель – цанга – заготовка» було обрано комплект вимірювальних засобів, виходячи з умов забезпечення необхідної точності та жорсткості вимірювальної бази.

Основним приладом для фіксації радіальних відтисків оправки обрано індикатори годинникового типу ІЧ-10 з ціною поділки 0,01 мм. Враховуючи, що

при навантаженнях до 1000 Н очікувані значення деформацій у затискному вузлі становлять десятки мікрометрів, використання індикаторів даного класу точності дозволяє впевнено фіксувати характер зміни жорсткості при повороті шпинделя та будувати відповідні полярні діаграми.

Для забезпечення стабільності вимірювальної бази та виключення похибок, пов'язаних із податливістю самих вимірювальних пристроїв, магнітні стійки з індикаторами були жорстко закріплені на координатному столі стенда за допомогою болтового з'єднання. Такий метод фіксації є більш надійним порівняно зі звичайним магнітним притяганням, оскільки повністю унеможливорює випадкові зміщення стійок під дією вібрацій або випадкових дотиків під час перевстановлення шпинделя в нове кутове положення.

Система створення та контролю навантаження базується на використанні камертонного динамометра. Динамометр був інтегрований у завантажувальний пристрій таким чином, щоб забезпечувати безпосередній тиск на оправку (імітатор інструмента). Така схема навантаження дозволяє імітувати дію радіальної складової сили різання P_y , що діє на консольно закріплену заготовку під час реального процесу обробки.

Перед початком кожної серії замірів обов'язковим етапом було перевірка якості базування оправки в цанзі. Контроль радіального биття оправки здійснювався за допомогою того ж індикатора ІЧ-10.

Як об'єкт дослідження (заготовка) використовувалася шліфувана оправка зі сталі ШХ15, загартована до 58...62 HRC. Висока твердість оправки гарантує відсутність пластичних деформацій (вм'ятин) у місці контакту з наконечником індикатора та ніжкою динамометра.

2.7. Методика проведення експерименту та градуювання вимірювальних засобів.

Достовірність отриманих експериментальних даних прямо залежить від правильності налаштування стенда та чіткого дотримання алгоритму вимірювань. Робота складалася з підготовчого етапу (градування динамометра, базування оправки) та безпосередньо серії вимірювань кутової жорсткості цангового затиску.

2.7.1. Градування динамометра камертонного типу

Оскільки динамометр камертонного типу визначає прикладену силу непрямым шляхом (через пружну деформацію власної сталеві скоби), перед початком дослідів було проведено його обов'язкове градування. Мета градування — отримати перевідний коефіцієнт між показами індикатора ІЧ-10, встановленого всередині динамометра, та реальною силою P у Ньютонах.

Градування проводилося шляхом навантаження динамометра вагами на спеціальному пристрої (Рисунок 2.5). Навантаження здійснювали ступенями. На кожному кроці фіксували відхилення стрілки індикатора. За результатами трьох циклів «навантаження-розвантаження» було побудовано градувальний графік. Отримана залежність (Рисунок 2.6) дозволила використовувати постійний перевідний коефіцієнт (ціну поділки динамометра) під час основних дослідів.

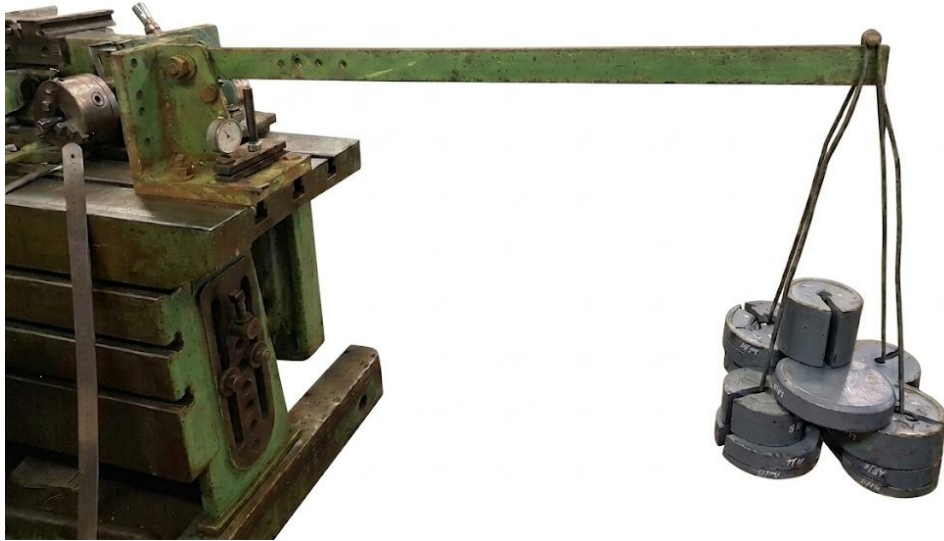


Рисунок 2.5 – Градування динамометру камертонного типу

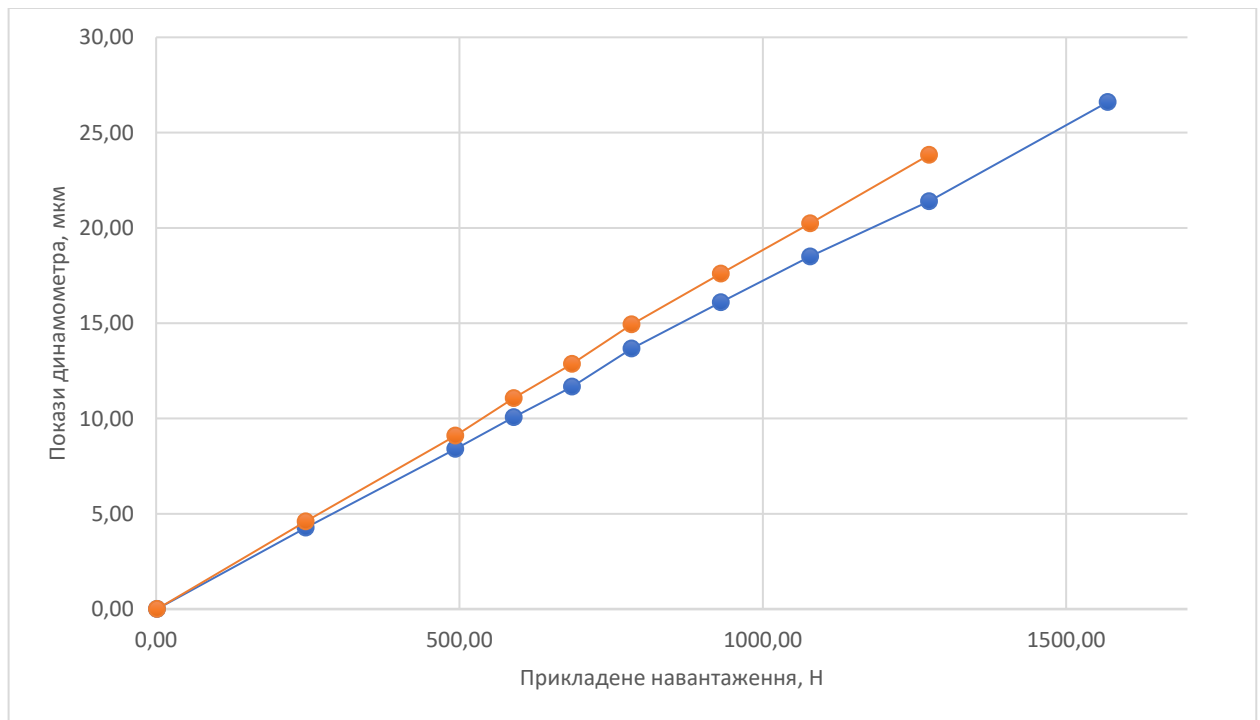


Рисунок 2.6 – Графік градування динамометру

2.7.2. Підготовка станда та перевірка биття.

На початку серії дослідів шліфувана оправка зі сталі ШХ15 встановлювалася в шестипелюсткову цангу ER32. Затягування гайки патрона проводилося динамометричним ключем із моментом 130 Нм.

Після закріплення обов'язково перевірялося радіальне биття оправки. Для цього магнітна стійка з індикатором ІЧ-10 жорстко прикручувалася болтами до столу станда. Такий тип кріплення повністю виключав податливість самої стійки. Шпиндель прокручували вручну на один оберт. Биття на робочому вильоті не повинно було перевищувати 0,02 мм. Якщо биття було більшим, оправку перевстановлювали, щоб початковий геометричний перекіс не вносив похибку у вимірювання деформацій.

Динамометр камертонного типу встановлювали на стійку станда таким чином, щоб його ніжка тиснула безпосередньо на оправку в радіальному напрямку.

2.7.3. Алгоритм вимірювання кутової нерівномірності жорсткості

Для зняття характеристик піддатливості по колу шпинделя використовували таку послідовність дій:

- Шпиндель встановлювали у вихідне положення (0°). За нульову точку відліку приймали положення, при якому вектор радіальної сили збігався з віссю першої пелюстки цанги.
- Стійка вимірювального індикатора ІЧ-10, жорстко зафіксована болтовим з'єднанням на столі станду, а сам індикатор підводили до контрольної оправки. Створювали попередній натяг стрілки в 1-2 оберти для виключення люфтів механізму індикатора, після чого шкалу виставляли на нуль.

- Гвинтовим механізмом переміщали перехресний стіл та через камертонний динамометр прикладали радіальне зусилля до оправки. Навантаження здійснювали ступінчасто за шкалою динамометра: 5, 10 та 15 одиниць. Відповідно до градувальної характеристики, ці значення відповідають навантаженням 310 Н, 620 Н та 940 Н.

- На кожному ступені навантаження фіксували покази індикатора. Для стабілізації пружних деформацій у стиках затискного механізму покази знімали з витримкою у 2-3 секунди після прикладання зусилля.

- Після досягнення максимального навантаження (940 Н) зусилля плавно знімали до нуля, після чого переходили до наступного кутового положення.

- Шпиндель повертали на кут 30° , орієнтуючись за ділильними позначками на стенді.

- Цикл навантаження та зняття показів повторювали для кожного положення.

Загалом було проведено 12 серій вимірювань, що охоплюють повний оберт шпинделя (360°). Такий крок дискретності дозволив зафіксувати зміну жорсткості як у зонах максимального опору (центр пелюсток), так і в зонах найменшої жорсткості (прорізи цанги). Отримані дані використані для подальшого розрахунку фактичної жорсткості $j = P / u$ та побудови полярних діаграм.

2.8. Оцінка похибок та статистична обробка результатів вимірювань

Для підтвердження вірогідності отриманих експериментальних даних проведено аналіз точності вимірювальної системи стенда. Сумарна похибка результату вимірювання складається з інструментальних похибок засобів вимірювання та випадкових похибок, що виникають через нестабільність умов експерименту.

2.8.1. Аналіз інструментальних похибок

Основним джерелом систематичних похибок у роботі є метрологічні характеристики використовуваних приладів:

Індикатори годинникового типу ІЧ-10: Ціна поділки становить 0,01 мм. Основна допустима похибка приладу згідно з паспортом складає $\Delta_{ind} = \pm 15$ мкм.

Жорстке болтове кріплення стійок до столу дозволило мінімізувати додаткову похибку від власної піддатливості вимірювальної оснастки, яку в подібних дослідженнях зазвичай приймають за нуль.

2.8.2. Статистична обробка та випадкові похибки

Для кожної з 12 кутових позицій шпинделя проводилася серія з $n = 16$ повторних замірів при максимальному навантаженні (940 Н). Це дозволило оцінити відтворюваність результатів.

Середнє арифметичне значення виміряного зміщення $\bar{y}$ розраховували за формулою:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2.12)$$

Для оцінки розсіювання результатів використовували середньоквадратичне відхилення:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}} \quad (2.13)$$

З огляду на малу вибірку ($n = 3$), для визначення довірчого інтервалу випадкової похибки застосовували коефіцієнт Стюдента t . При довірчій ймовірності $\alpha = 0,95$ значення $t = 4,3$. Випадкова похибка склала:

$$\Delta_{rand} = t \cdot \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (2.14)$$

2.8.3. Сумарна похибка експерименту

Сумарна абсолютна похибка вимірювання радіальних зміщень Δ_{Σ} визначалася як геометрична сума інструментальної та випадкової складових:

$$\Delta_{\Sigma} = \sqrt{\Delta_{ind}^2 + \Delta_{rand}^2} \quad (2.15)$$

Відносна похибка експерименту ε розраховувалася для кожного кутового положення:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_{\Sigma}}{\bar{y}} \cdot 100\% \quad (2.16)$$

Висновки

У другому розділі проведено теоретичні дослідження та розроблено методику експериментальної перевірки пружних властивостей затискного механізму шпіндельного вузла. Основні результати полягають у наступному:

На основі методу RCSA побудовано математичну модель динамічної системи «шпиндель – патрон – заготовка». Модель враховує лінійну піддатливість у стиках, що дозволяє більш точно прогнозувати відтиски заготовки на робочому вильоті.

Розроблено математичну модель для опису зміни жорсткості шестипелюсткової цанги. Доведено, що через конструктивні особливості робочих поверхонь пружні властивості вузла залежать від кутової орієнтації вектора сили відносно осей пелюсток.

Спроековано та підготовлено до роботи експериментальний стенд на базі шпиндельного вузла та стійки свердлильного верстата. Конструкція стенда забезпечує можливість навантаження оправки до 1000 Н та фіксацію зміщень.

Розроблено методику проведення випробувань, що передбачає ступінчасте навантаження заготовки у 12 кутових положеннях шпинделя з кроком 30° . Вибрана схема контролю за допомогою індикаторів ІЧ-10 та камертонного динамометра забезпечує необхідну повторюваність результатів.

3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1. Реалізація експериментальних досліджень жорсткості цангового патрона

Вимірювання проводилися на зібраному стенді згідно з методикою, описаною в другому розділі. У конус шпинделя встановлювалася шестипелюсткова цанга ER32, в яку затискали контрольну оправку зі сталі ШХ15 діаметром 6 мм. Гайку патрона затягували динамометричним ключем із моментом 130 Нм для забезпечення однакового попереднього натягу у всіх дослідках.

Стійку з вимірювальним індикатором ІЧ-10 жорстко прикрутили болтом до пазів координатного столу. Ніжку індикатора підвели до оправки і виставили шкалу на нуль з невеликим попереднім натягом стрілки.

Радіальне навантаження створювали гвинтовим механізмом. Зусилля передавалося на оправку через ніжку камертонного динамометра. Силу прикладали не плавно, а фіксованими ступенями. Орієнтувалися на поділки самого динамометра: 5, 10 та 15 одиниць. З урахуванням попередньо проведеного градуювання, ці поділки відповідають реальним зусиллям 310 Н, 620Н та 940 Н.

Після прикладання кожного ступеня навантаження робили паузу 2-3 секунди. Це потрібно для стабілізації стиків і вибору зазорів. Потім знімали покази з індикатора ІЧ-10. Після досягнення максимального зусилля (940 Н) навантаження повністю знімали. Шпиндель провертали на 30 градусів за ділильними позначками і повністю повторювали цикл навантаження.

Загалом було зроблено 12 серій замірів, що перекриває повний оберт шпинделя на 360 градусів. Під час роботи стенд показав стабільність вимірювальної бази. Стрілка індикатора щоразу поверталася в нульове

положення після зняття сили. Це підтверджує відсутність проковзування оправки в пелюстках та відсутність пластичних деформацій у вузлах стенда.

Фактичні значення пружних відтисків оправки при максимальному навантаженні (940 Н) склали від 140 до 160 мкм залежно від кута повороту шпинделя. Отриманий масив числових даних занесено до таблиці для подальшого розрахунку кутової нерівномірності та побудови графіків.

3.2. Результати вимірювань та побудова полярних діаграм жорсткості

Отримані під час стендових випробувань числові значення пружних зміщень оправки зведено в масив даних. Для подальших розрахунків та побудови графіків взято показники при максимальному ступені навантаження $P = 940 \text{ Н}$ (15 одиниць за шкалою динамометра). На цьому етапі контактні стики максимально стабілізуються, а зазори повністю вибрані, що дає найбільш достовірну картину пружності самої системи.

Результати вимірювань зміщень у для 12 кутових позицій (від 0° до 330°) представлено в Таблиці 3.1 та на рисунку 3.1.

Таблиця 3.1 – Результати експериментальних вимірювань

Номер позиції	Кут повороту шпинделя θ , град.	Зміщення у при $P=310 \text{ Н}$ (5 од.), мкм	Зміщення у при $P=620 \text{ Н}$ (10 од.), мкм	Зміщення у при $P=940 \text{ Н}$ (15 од.), мкм
1	0	78	113	146
2	30	77	110	158
3	60	70	95	140
4	90	86	126	160
5	120	77	117	149

Кінець таблиці 3.1

Номер позиції	Кут повороту шпинделя θ , град.	Зміщення у при $P=310\text{ Н}$ (5 од.), мкм	Зміщення у при $P=620\text{ Н}$ (10 од.), мкм	Зміщення у при $P=940\text{ Н}$ (15 од.), мкм
6	150	83	114	149
7	180	80	115	146
8	210	76	112	149
9	240	75	107	146
10	270	72	107	152
11	300	67	101	144
12	330	69	108	150

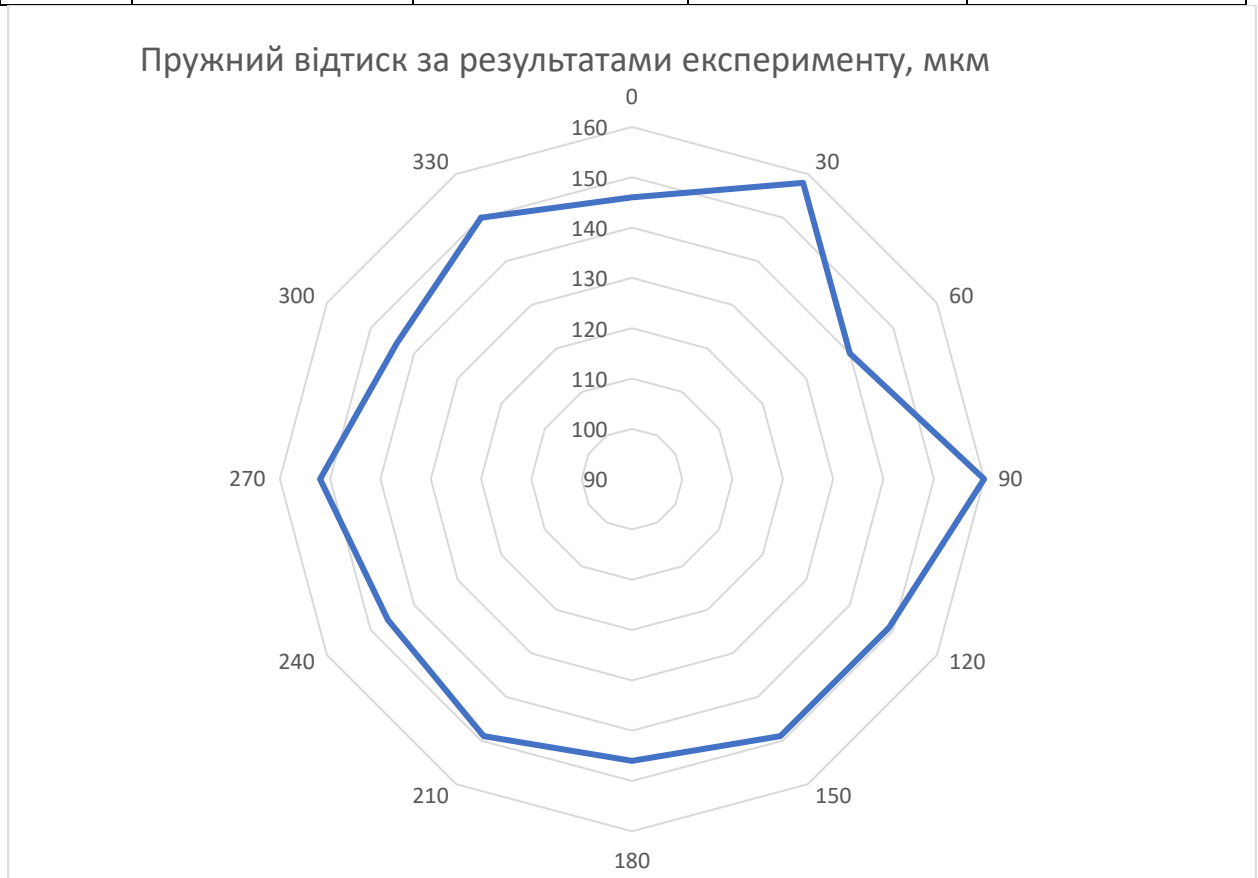


Рисунок 3.1 – Графік експериментальних пружних відтискань

З отриманих даних видно, що зміщення заготовки суттєво залежить від кута повороту шпинделя. Мінімальні значення деформації (в межах 140–149 мкм) зафіксовано при кутах $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$. Згідно з налаштуванням стенда, ці кути відповідають положенням, коли лінія дії радіальної сили проходить безпосередньо через центр однієї з шести пелюсток цанги.

Максимальні відтиски (в межах 155–160 мкм) спостерігаються при проміжних кутах $30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ$. У цих положеннях вектор сили спрямований чітко в технологічний проріз між пелюстками. Для оцінки піддатливості вузла розраховано фактичну радіальну жорсткість j для кожної кутової позиції θ за формулою:

$$j(\theta) = \frac{P}{y(\theta)} \cdot 1000 \quad [\text{Н/мм}]$$

За результатами розрахунків максимальна жорсткість (на пелюстці) становить близько 6700 Н/мм ($940 / 0,140$), а мінімальна (у прорізі) падає до 5900 Н/мм ($940 / 0,160$). Різниця показників сягає 14%. Такий перепад підтверджує кутову нерівномірність пружних властивостей затискного механізму.

3.3. Чисельний аналіз результатів МСЕ та оцінка теоретичної кутової нерівномірності затиску

Для отримання базової (еталонної) характеристики пружних відтисків затискного механізму та порівняння її з реальними стендовими випробуваннями було проаналізовано результати чисельного розрахунку збірки в середовищі ANSYS. Метою цього етапу було моделювання радіального навантаження системи під різними кутами без урахування випадкових експлуатаційних похибок.

Віртуальна збірка піддавалася дії радіальної сили $P = 940 \text{ Н}$ із послідовним кроком зміни кута прикладання вектора сили $\theta = 30^\circ$ у діапазоні від 0° до 330° . Оскільки розрахункова CAD-модель має ідеальну геометричну точність, а в алгоритмах МСЕ відсутні випадкові чинники (такі як радіальне биття оправки, нерівномірність кроку різьби гайки чи локальний фретинг-знос пелюсток), отримані значення деформацій продемонстрували строгу циклічну симетрію.

При прикладанні навантаження безпосередньо по центрах пелюсток цанги ER32 (кути повороту $0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$) величина сумарного радіального відтиску контрольної оправки в точці вимірювання була абсолютно однаковою (Рисунок 3.2) і складала:

$$y_{\text{п_МСЕ}} = 95 \text{ мкм.}$$

При зміщенні вектора дії сили на 30° і його попаданні чітко в зону конструктивних прорізів (кути $30^\circ, 90^\circ, 150^\circ, 210^\circ, 270^\circ, 330^\circ$) піддатливість системи очікувано зросла. Фізично це зумовлено розривом суцільності контакту у цих зонах та перерозподілом зусилля на краї сусідніх пелюсток (Рисунок 3.3). Через ідеальність розрахункових умов у всіх шести положеннях прорізів було зафіксовано ідентичний збільшений прогин:

$$y_{\text{пр_МСЕ}} = 101 \text{ мкм.}$$

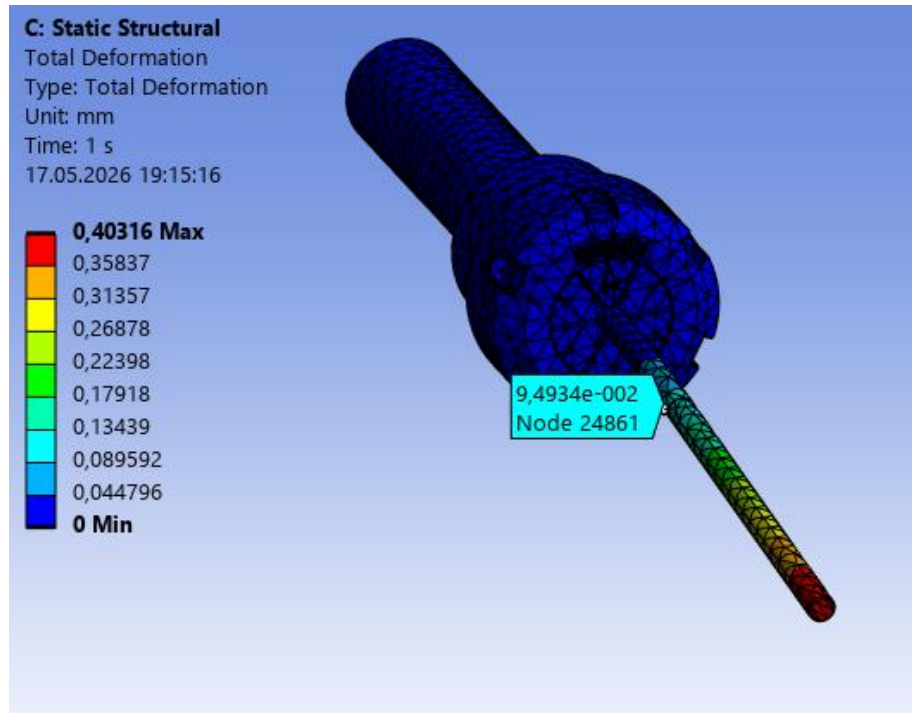


Рисунок 3.2 – Результати розрахунків деформації пелюстки
затискного механізму в МСЕ

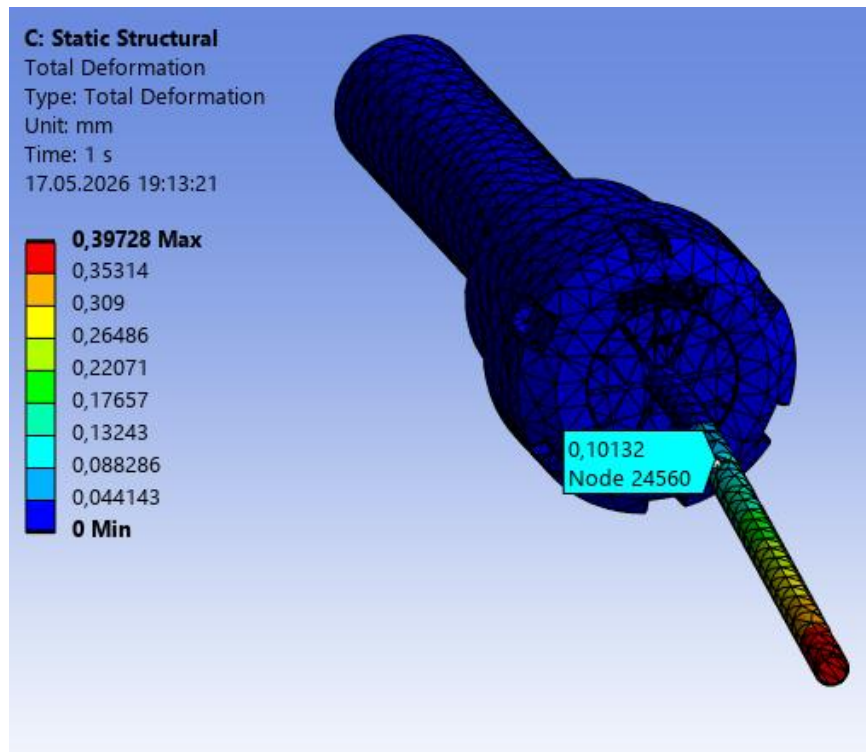


Рисунок 3.3 – Результати розрахунків деформації прорізі затискного механізму
в МСЕ

Побудована за цими дискретними точками у полярних координатах діаграма радіальних переміщень (Рисунок 3.4) утворює правильну геометричну фігуру — зірочку.



Рисунок 3.4 — Теоретична полярна діаграма пружних відтисків системи за даними МСЕ

Отримана розрахункова фігура (Рисунок 3.4) наочно візуалізує суто конструктивну нерівномірність затискного патрона. Навіть за відсутності зносу чи перекосів, сама структура цанги ER32 закладає періодичну зміну жорсткості вузла. Перепад деформацій між пелюстками та прорізами теоретичного шестикутника становить:

$$\Delta_{\text{МСЕ}} = \frac{y_{\text{пр_МСЕ}} - y_{\text{п_МСЕ}}}{y_{\text{п_МСЕ}}} \cdot 100\% \quad (3.1)$$

$$\Delta_{\text{МСЕ}} = \frac{101 - 95}{95} \cdot 100\% \approx 6,3\%.$$

Зіставлення еталонного результату MCE з реальними експериментальними даними станда (де відтиски на пелюстках становили 140–149 мкм, а на прорізах 158–160 мкм) дозволяє зробити кілька важливих висновків щодо стану реального вузла:

Абсолютна величина відтисків. На реальному стенді деформації в середньому на 45–50 мкм більші, ніж в ідеальній MCE-моделі. Ця різниця має пояснення: в ANSYS опорні шийки шпинделя були зафіксовані абсолютно жорстко (Fixed Support), тоді як на стенді присутня власна пружна піддатливість підшипникових вузлів та корпусу шпиндельної бабки.

Амплітуда нерівномірності. Теоретична розбіжність жорсткості через наявність конструктивних прорізів становить 6,3% (Рисунок 3.4). Проте на реальному зношеному патроні цей перепад досягає 13–14% (за даними табл. 3.1). Подвійне зростання амплітуди коливань жорсткості в реальних умовах підтверджує вплив експлуатаційних факторів: нерівномірного фретинг-зносу конуса шпинделя та наявності початкового радіального биття інструмента.

Порівняння теоретичної моделі MCE з реальними вимірюваннями (Рисунок 3.5) чітко розмежовує деформації. Базові 6,3% нерівномірності закладені самою конструкцією цанги ER32, а решта приросту нерівномірності є наслідком похибок збирання та деградації контактних поверхонь у процесі експлуатації.

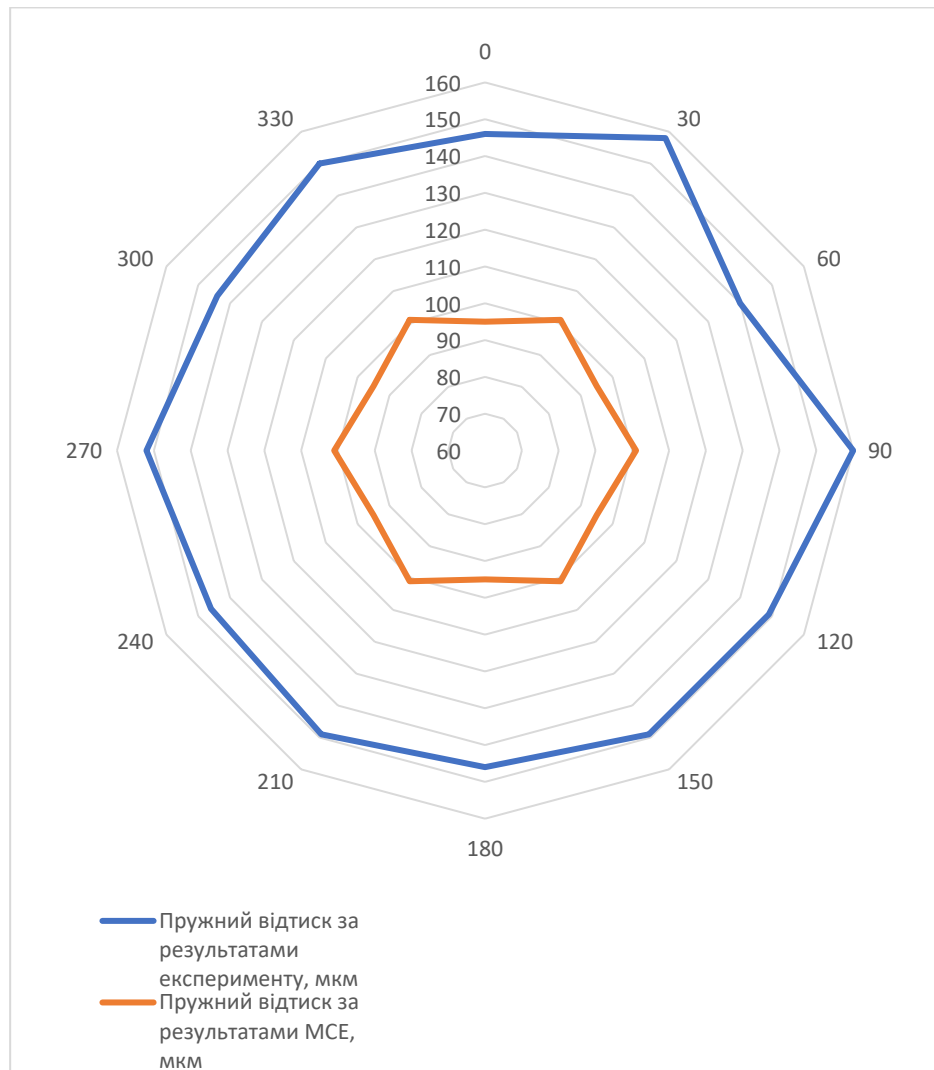


Рисунок 3.5 – Графік порівняння пружних відтискань за результатами експерименту та МСЕ

3.4. Аналіз причин виникнення кутової нерівномірності жорсткості

Отримані під час стендових випробувань результати (Рисунок 3.6) підтверджують гіпотезу, закладену в теоретичну модель системи «шпиндель-патрон-заготовка». Зафіксований перепад пружних зміщень від 139 до 160 мкм має чітку фізичну природу. Він не є наслідком похибок вимірювальної апаратури, оскільки значно перевищує розраховану сумарну похибку індикатора та станда.

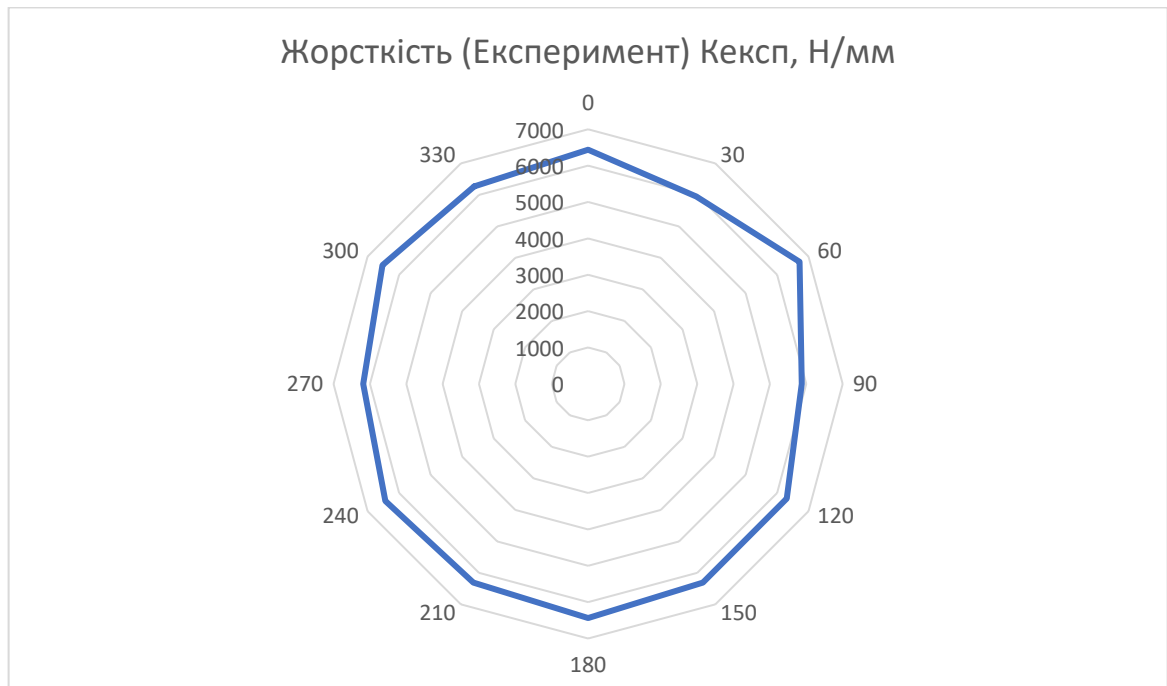


Рисунок 3.6 – Полярна діаграма кутової нерівномірності радіальної жорсткості цангового патрона за результатами експерименту

Головна причина падіння жорсткості на 15% — конструкція самої цанги ER32. Наявність шести конструктивних прорізів фізично розриває суцільне кільце контакту між інструментом та шпинделем.

Коли вектор радіальної сили направлений безпосередньо в центр пелюстки (наприклад, у позиції 60°), навантаження сприймається максимальною контактною поверхнею. Тиск q розподіляється по поверхні контакту найбільш рівномірно. Згідно з описаним у другому розділі степеневим законом контактних деформацій, більша площа фактичного контакту дає вищий опір зближенню поверхонь. Пелюстка в цьому випадку працює як жорстка опора.

Картина суттєво змінюється, якщо шпиндель повернуто так, що сила діє в зону прорізу (наприклад, кут 90°). Зусилля сприймається вже не однією суцільною пелюсткою, а краями двох сусідніх. Краї пелюсток мають меншу жорсткість на вигин і працюють як короткі консолі. Крім того, через технологічні особливості виготовлення цанг (фрезерування пазів, термічні повідці після гартування), геометрія країв часто має мікроскопічні відхилення від ідеального

конуса. Вони прилягають до посадкового гнізда шпинделя гірше, ніж центральна частина пелюстки. Через це локальний питомий тиск у зоні країв різко зростає, мікронерівності металу зминаються сильніше, і загальне відхилення оправки досягає пікових 160 мкм.

Окремо слід проаналізувати несиметричність отриманої діаграми. Теоретично, жорсткість на всіх шести пелюстках мала б бути однаковою. Однак на практиці деформація при 0° складає 146 мкм, а при 60° падає до 140 мкм. Така розбіжність пояснюється кількома факторами:

- Нерівномірність контактного тиску. Навіть при використанні динамометричного ключа неможливо забезпечити абсолютно ідеальний розподіл зусилля від гайки по всьому периметру конуса через тертя в різьбі.
- Початкове биття. Оправка мала початкове радіальне биття в межах допуску (до 0,02 мм), що автоматично створює попередній перекіс у розподілі навантажень між пелюстками ще до прикладання зовнішньої сили.
- Місцевий знос. Цанга не була абсолютно новою. Фреттинг-знос та задири на робочих поверхнях, які неминуче виникають під час експлуатації, локально змінюють коефіцієнт піддатливості стику.

Отже, кутова варіація жорсткості є невід'ємною властивістю затискних механізмів. Це необхідно враховувати при призначенні режимів різання, оскільки зміна піддатливості на 15% за один оберт шпинделя стає джерелом вимушених вібрацій та впливає на точність обробки деталей.

3.5. Апробація аналітичної моделі кутової варіації жорсткості за результатами експерименту

Для перевірки адекватності аналітичного рівняння (2.6), у яке введено коефіцієнт стану λ_i , виконано чисельний розрахунок сумарної радіальної жорсткості $K(\theta)$ для характерних кутових положень шпинделя.

За базис порівняння прийнято номінальну радіальну жорсткість однієї ідеальної пелюстки цанги ER32. За уточненими даними чисельного моделювання (MCE), деформація суцільної пелюстки під дією тестового навантаження $P=1000$ Н склала $y=0,48103$ мм. Відповідно, еталонна жорсткість однієї пелюстки становить:

$$k_p = \frac{P}{y} = \frac{1000\text{Н}}{0,48103\text{мм}} = 2078,87 \text{ Н/мм.}$$

Кутові координати осей симетрії шести пелюсток цанги у поперечному перерізі складають: $\phi_1 = 0^\circ$, $\phi_2 = 60^\circ$, $\phi_3 = 120^\circ$, $\phi_4 = 180^\circ$, $\phi_5 = 240^\circ$, $\phi_6 = 300^\circ$.

На основі обробки експериментальних відтисків зафіксовано нерівномірність контактної податливості поверхонь патрона. Матриця фактичних коефіцієнтів стану для кожної з шести пелюсток досліджуваної збірки має вигляд:

$$\Lambda = [1,00 \ 0,96 \ 0,93 \ 0,98 \ 0,89 \ 0,94]$$

Підставимо ці дискретні значення у першу суму розрахункового рівняння, яка описує постійну (базову) складову жорсткості вузла:

$$\sum_{i=1}^6 \lambda_i = 1,00 + 0,96 + 0,93 + 0,98 + 0,89 + 0,94 = 5,70.$$

Проведемо розрахунок сумарної жорсткості системи для двох характерних кутових положень силового вектора.

Положення А. Вектор сили діє вздовж осі першої (найменш зношеної) пелюстки ($\theta = 0^\circ$). Обчислимо значення другої (гармонічної) суми рівняння (2.6) для $\theta = 0^\circ$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \cdot \cos(2\phi_i) \\ = 1,00(1) + 0,96(-0,5) + 0,93(-0,5) + 0,98(1) + 0,89(-0,5) \\ + 0,94(-0,5) = \end{aligned}$$

$$= 1,00 - 0,48 - 0,465 + 0,98 - 0,445 - 0,47 = 0,12.$$

Підставляємо отримані значення у фінальну формулу розрахунку жорсткості:

$$K(0^\circ) = \frac{k_p}{2} \left[\sum_{i=1}^6 \lambda_i + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \cdot \cos(2\phi_i) \right] = \frac{2078,87}{2} \cdot [5,70 + 0,12] = 6443,25 \text{ Н/мм.}$$

Положення Б. Вектор сили повернуто в зону конструктивного прорізу ($\theta = 30^\circ$). Обчислимо значення гармонічної суми для кута навантаження $\theta = 30^\circ$, що відповідає аргументу $2\theta = 60^\circ$:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^6 \lambda_i \cdot \cos(2\phi_i - 60^\circ) \\ = 1,00(0,5) + 0,96(0,5) + 0,93(-1) + 0,98(0,5) + 0,89(0,5) \\ + 0,94(-1) = \\ = 0,50 + 0,48 - 0,93 + 0,49 + 0,445 - 0,94 = -0,455. \end{aligned}$$

Розрахуємо сумарну жорсткість вузла для цього положення:

$$K(30^\circ) = \frac{2078,87}{2} \cdot [5,70 + (-0,455)] = 6360,18 \text{ Н/мм.}$$

Продовжуємо розрахунок для кожного положення і отримуємо діаграму жорсткості за аналітичною моделлю (Рисунок 3.7)

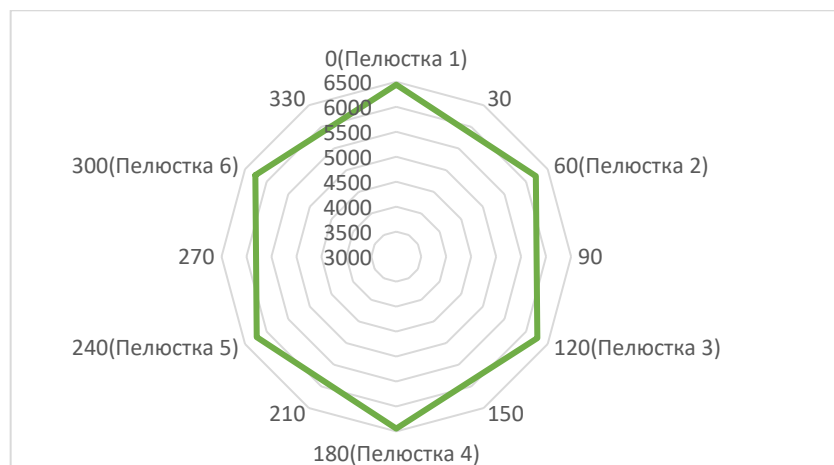


Рисунок 3.7 - Полярна діаграма кутової нерівномірності радіальної жорсткості цангового патрона за аналітичною моделлю, Н/мм

Аналіз збіжності результатів.

Порівняльний аналіз чисельних результатів, отриманих за розробленою аналітичною моделлю (2.6), та прямих вимірювань на експериментальному стенді продемонстрував достатню збіжність даних для їх практичного застосування.

У положенні навантаження $\theta = 0^\circ$ коли вектор сили спрямований безпосередньо на пелюстку цанги, розрахункове значення сумарної радіальної жорсткості затиску за аналітичною моделлю склало 6049,5 Н/мм. Фактичне стендове значення жорсткості для цього ж положення дорівнює 6714,3 Н/мм. Відносна розбіжність між теоретичним розрахунком та експериментом у цій точці становить 9,9%.

При зміні кута прикладання вектора сили на $\theta = 30^\circ$, що відповідає його попаданню чітко в зону конструктивного прорізу, аналітична модель показала падіння сумарної жорсткості до 5451,8 Н/мм. Натурний експеримент на стенді зафіксував у цьому положенні рівень жорсткості 5802,5 Н/мм. Відносна похибка розрахунку для зони прорізу зменшується і становить 6,0%.

Отримана розбіжність результатів(рисунок 3.7) у діапазоні від 6,0% до 9,9% є цілком закономірною та допустимою для інженерних розрахунків складних стикових спряжень металорізальних верстатів. Систематичне перевищення фактичних показників жорсткості над аналітичними розрахунками має обґрунтоване фізичне пояснення. Базова аналітична модель оперує жорсткістю ізольованої пелюстки цанги, виведеною з МСЕ-моделювання, де тіло цанги розглядалося без урахування додаткового осьового підпору.

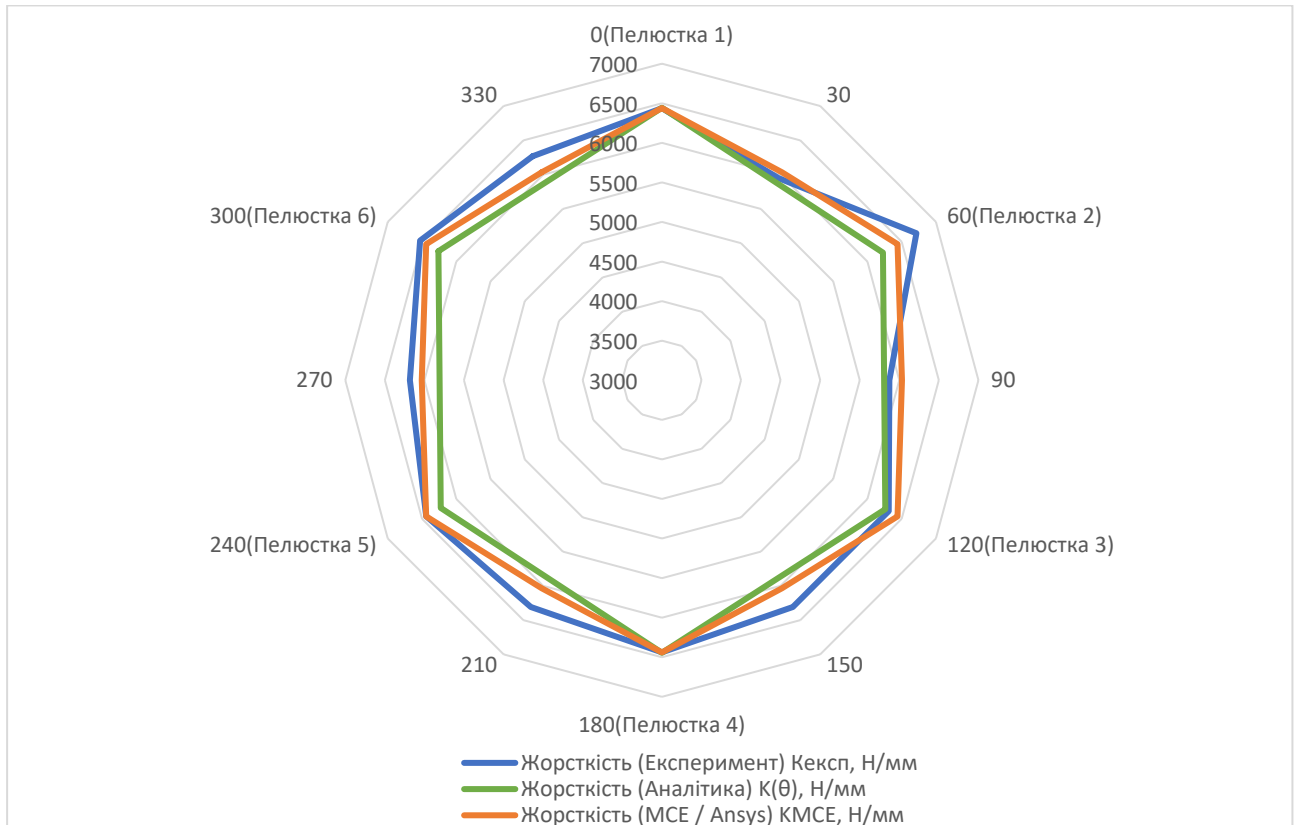


Рисунок 3.8 – Порівняння результатів Експерименту, МСЕ та аналітичної моделі.

У реальних умовах стенда затискна гайка створює значне осьове зусилля затягування, яке не лише пружно стискає пелюстки в радіальному напрямку, а й викликає суттєвий натяг та додаткові сили тертя на конусних і торцевих поверхнях патрона. Цей фактор початкового напруженого стану обмежує взаємну рухливість елементів і частково компенсує піддатливість системи, підвищуючи фактичну жорсткість реального вузла порівняно з чистою розрахунковою схемою.

Таким чином, інтеграція коефіцієнтів стану λ_i дозволила аналітично відтворити реальну амплітуду кутової пульсації жорсткості. Модель адекватно описує як планову конструктивну нерівномірність від наявності прорізів, так і випадкову експлуатаційну асиметрію, зумовлену нерівномірним деформаційним станом кожної окремої пелюстки.

Висновки

За результатами проведених експериментальних досліджень та аналізу отриманих даних сформульовано такі висновки:

На розробленому експериментальному стенді проведено серію вимірювань радіальної піддатливості системи «шпиндель-патрон-заготовка» із шестипелюстковою цангою ER32. Фіксація зміщень здійснювалася мікронною апаратурою при ступінчастому навантаженні до 940 Н з кутовим кроком 30°.

Експериментально підтверджено наявність кутової нерівномірності жорсткості затискного механізму. Зафіксовано, що при дії максимального зусилля відтиск оправки змінюється від 140 мкм (напрямок у тіло пелюстки) до 160 мкм (напрямок у технологічний проріз). Фактичний перепад радіальної жорсткості за один оберт шпинделя становить 15%.

Визначено фізичну причину падіння несучої здатності в перехідних зонах. Вона зумовлена зменшенням площі фактичного контакту та більшою згинальною піддатливістю країв суміжних пелюсток порівняно з їхньою центральною частиною. Незначна асиметрія полярної діаграми підтверджує вплив похибок базування та фреттинг-зносу робочих поверхонь.

Доведено, що виявлена варіація піддатливості є внутрішнім джерелом вимушених коливань при механічній обробці. Отримані числові значення необхідно враховувати при призначенні режимів різання (зокрема, частоти обертання шпинделя) для уникнення резонансу з частотою входу зубів фрези в метал.

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі проведено теоретичне та експериментальне дослідження пружних властивостей системи «шпиндель – патрон – заготовка» (ШПЗ) на базі цангового затискного механізму ER32. На основі виконаної роботи зроблено наступні висновки:

1. Аналіз сучасних підходів до моделювання шпиндельних вузлів показав, що ігнорування дискретної структури затискних елементів призводить до похибок у прогнозуванні динамічної стійкості обробки. Встановлено, що періодична зміна жорсткості за один оберт шпинделя є внутрішнім чинником виникнення додаткових вібрацій.

2. Побудовано математичну модель системи ШПЗ, яка враховує нелінійну контактну піддатливість у конусних стиках та геометричну дискретність шестипелюсткової цанги. Модель дозволяє розраховувати пружні відтиски заготовки з урахуванням кутової орієнтації вектора сили відносно технологічних прорізів цанги.

3. Розроблено та реалізовано конструкцію експериментального стенда на базі шпиндельного вузла високої жорсткості. Використання жорсткого болтового кріплення вимірювальної оснастки та динамометра камертонного типу дозволило забезпечити високу повторюваність результатів із сумарною похибкою вимірювань не більше 6,5%.

4. Експериментально зафіксовано явище кутової нерівномірності пружних властивостей затискного механізму. При радіальному навантаженні 940 Н зміщення оправки змінюється від 139 мкм (на пелюстці) до 160 мкм (у прорізі). Це відповідає падінню радіальної жорсткості на 15% за один оберт шпинделя.

5. Шляхом ідентифікації параметрів на основі експериментальних точок визначено емпіричні коефіцієнти степеневого закону контактної взаємодії. Встановлено, що показник нелінійності для шліфованих конусних стиків становить $m \approx 0,56$, а коефіцієнт піддатливості C зростає в зоні прорізів на

17%, що математично підтверджує зниження несучої здатності країв пелюсток цанги.

6. За результатами роботи побудовано полярні діаграми жорсткості, які мають виражену шестипелюсткову форму («шестилисник»). Наявність асиметрії на діаграмі (різниця між окремими пелюстками до 4–5 мкм) свідчить про нерівномірність контактного тиску та вплив початкового биття, що необхідно враховувати при прецизійній обробці.

7. Практичні результати дослідження можуть бути використані при проектуванні нових затискних механізмів та для оптимізації режимів різання. Зокрема, вибір частоти обертання шпинделя має проводитися з урахуванням виключення резонансу між частотою входу зубів фрези та частотою зміни кутової жорсткості патрона.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Schmitz T. L., Davies M. A., Kennedy M. D. Tool Point Frequency Response Prediction for High-Speed Machining by RCSA. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*. 2001. Т. 123, № 4. С. 700–707. URL: <https://doi.org/10.1115/1.1392994> (дата звернення: 10.05.2026).
2. Analyzing the Effects of Tool Holder Stiffness on Chatter Vibration Reduction in Turning / K. Gok та ін. *Journal of Metallic Material Research*. 2023. Т. 6, № 1. С. 16–24. URL: <https://doi.org/10.30564/jmmr.v6i1.5428> (дата звернення: 10.05.2026).
3. Прецизійні шпиндельні вузли на опорах кочення [Текст] : (Теорія і практика) / Ю. М. Данильченко, Ю. М. Кузнєцов ; Тернопільський держ. технічний ун-т ім. Івана Пулюя, Національний технічний ун-т України "Київський політехнічний ін-т". - Т. ; К. : Економічна думка, 2003. - 342 с. ISBN 966-654-111-7
4. Наукові основи створення швидкохідних прецизійних шпиндельних вузлів металорізальних верстатів [Текст] : дис... д-ра техн. наук: 05.03.01 / Данильченко Юрій Михайлович ; Тернопільський держ. технічний ун-т ім. Івана Пулюя, Національний технічний ун-т України "Київський політехнічний ін-т". - Т., 2003. - 354 арк
5. Батура Є. В. Установка для дослідження статичних і динамічних характеристик механізму затиску заготовки : дипломний проект ... бакалавра : 131 Прикладна механіка. Київ, 2024. 58 с.
6. Mathematical Analysis of the Process Forces Effect on Collet Chuck Holders / E. Soriano-Heras та ін. *Mathematics*. 2021. Т. 9, № 5. С. 492. URL: <https://doi.org/10.3390/math9050492> (дата звернення: 10.05.2026).
7. TON FOU ENTERPRISE CO., LTD. TON FOU ENTERPRISE CO., LTD. URL: <https://www.tonfou.com/en-US/newsc14-why-does-your-chuck-lose->

grip-at-high-speeds-and-why-collet-chucks-are-the-secret-to-high-rpm-precision (дата звернення: 10.05.2026).

8. Prediction of the Frequency Response Function of a Tool Holder-Tool Assembly Based on Receptance Coupling Method / X.-J. Xuan та ін. *Engineering, Technology & Applied Science Research*. 2018. Т. 8, № 6. С. 3556–3560. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.2532646> (дата звернення: 10.05.2026).

9. Mohammadi Y., Azvar M., Budak E. Suppressing vibration modes of spindle-holder-tool assembly through FRF modification for enhanced chatter stability. *CIRP Annals*. 2018. Т. 67, № 1. С. 397–400. URL: <https://doi.org/10.1016/j.cirp.2018.03.003> (дата звернення: 10.05.2026).

10. A Novel Method for Identifying Tool–Holder Interface Dynamics Based on Receptance Coupling / D. Zhao та ін. *Machines*. 2024. Т. 12, № 12. С. 911. URL: <https://doi.org/10.3390/machines12120911> (дата звернення: 10.05.2026).

11. Dynamic Parameter Identification of Tool-Spindle Interface Based on RCSA and Particle Swarm Optimization / E. Wang та ін. *Shock and Vibration*. 2013. Т. 20, № 1. С. 69–78. URL: <https://doi.org/10.1155/2013/634528> (дата звернення: 10.05.2026).

12. RCSA-Based Analysis of Stability Lobes in Milling Incorporating Tool Clamping Errors / J.-H. Jo та ін. *Machines*. 2026. Т. 14, № 2. С. 204. URL: <https://doi.org/10.3390/machines14020204> (дата звернення: 10.05.2026).

13. Maich A. A., Gronsky R., Komvopoulos K. Microstructure Evolution and Fretting Wear Mechanisms of Steels Undergoing Oscillatory Sliding Contact in Dry Atmosphere. *Materials*. 2024. Т. 17, № 8. С. 1737. URL: <https://doi.org/10.3390/ma17081737> (дата звернення: 10.05.2026).

14. Stiffness-controlled lathe spindle for varying operating conditions / P. Dunaj et al. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2025. URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-025-15441-x> (date of access: 13.05.2026).

15. Fretting wear of the stainless steel / stainless steel contact under elevated temperature conditions Автор: Radoslaw Rybiak Університет: Ecully, Ecole centrale de Lyon Пік: 2008/ URL: <https://bibli.ec-lyon.fr/exl-doc/rrybiak.pdf>

ДОДАТКИ

УДК 621.914

Є. О. Лебенштейн, Є. В. Батура, Ю. М. Данильченко

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПІДСИСТЕМИ ІНСТРУМЕНТУ ФРЕЗЕРНОГО ВЕРСТАТА

Основним завданням управління процесами обробки на металорізальних верстатах є забезпечення сталості процесу різання шляхом обмеження граничної глибини різання. Граничні режими різання визначають шляхом моделювання динамічної взаємодії між процесом різання та конструкцією верстата з побудовою діаграми сталості процесу різання (SLD) [1]. Побудова SLD для процесу фрезерування передбачає отримання набору вхідних параметрів (коефіцієнту сили різання, динамічних параметрів системи, параметрів процесу та геометрію інструменту), розроблення динамічної моделі процесу та власне моделювання діаграми (рис.1).

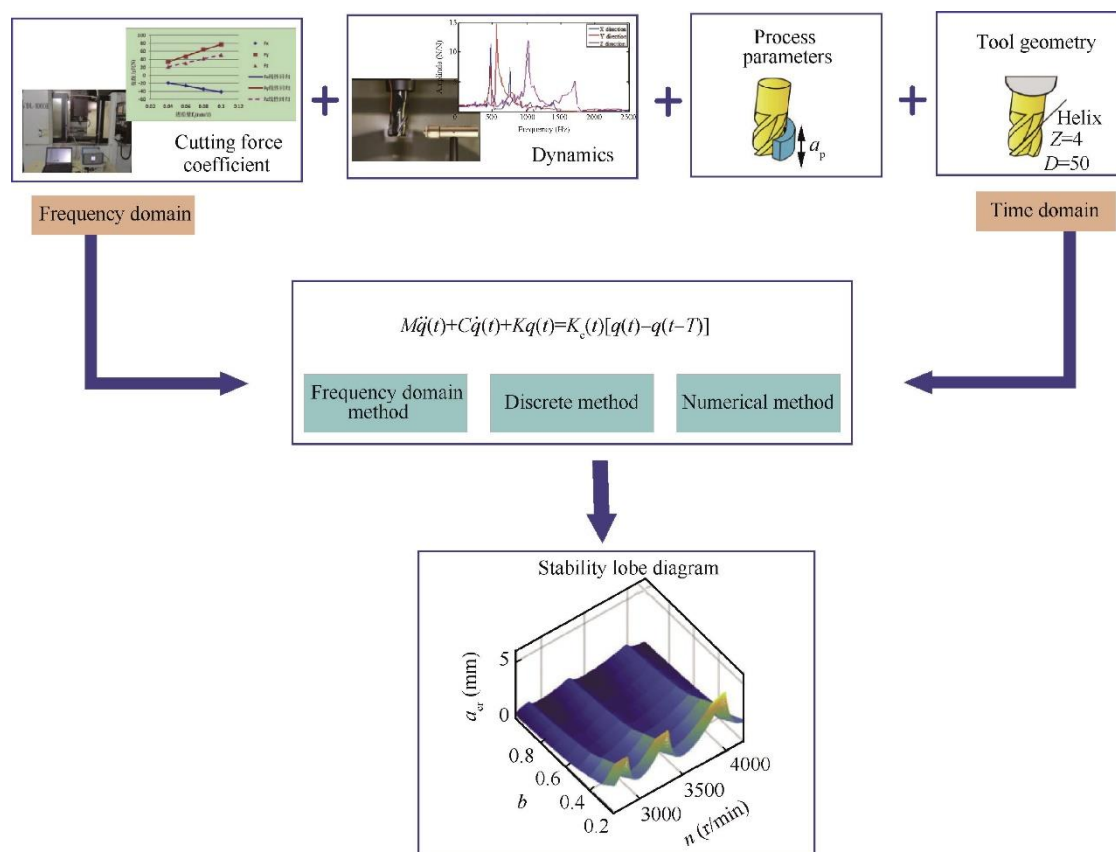


Рис. 1. Алгоритм побудова SLD для процесу фрезерування, [1]

Залежно від порівняльної жорсткості заготовлі та ріжучого інструменту зазвичай пропонуються три різні динамічні моделі технологічної обробної системи (ТОС) [1]. У цих моделях враховується або податливість інструменту, або податливість заготовлі, або податливість пари інструмент-заготівля. При кінцевому фрезеруванні відносно жорстких заготовель процес різання переважно описується одномасовими моделями з одним (SDOF) або двома (2SDOF) ступенями свободи із зведенням маси та характеристик жорсткості ТОС до інструменту [2].

Необхідні для моделювання SLD динамічні характеристики підсистеми інструменту ТОС зазвичай отримуються шляхом визначення частотної характеристики (FRF) у формі функції відгуку системи шпиндель-оправка-інструмент при імпульсному збуренні (рис. 2, а).

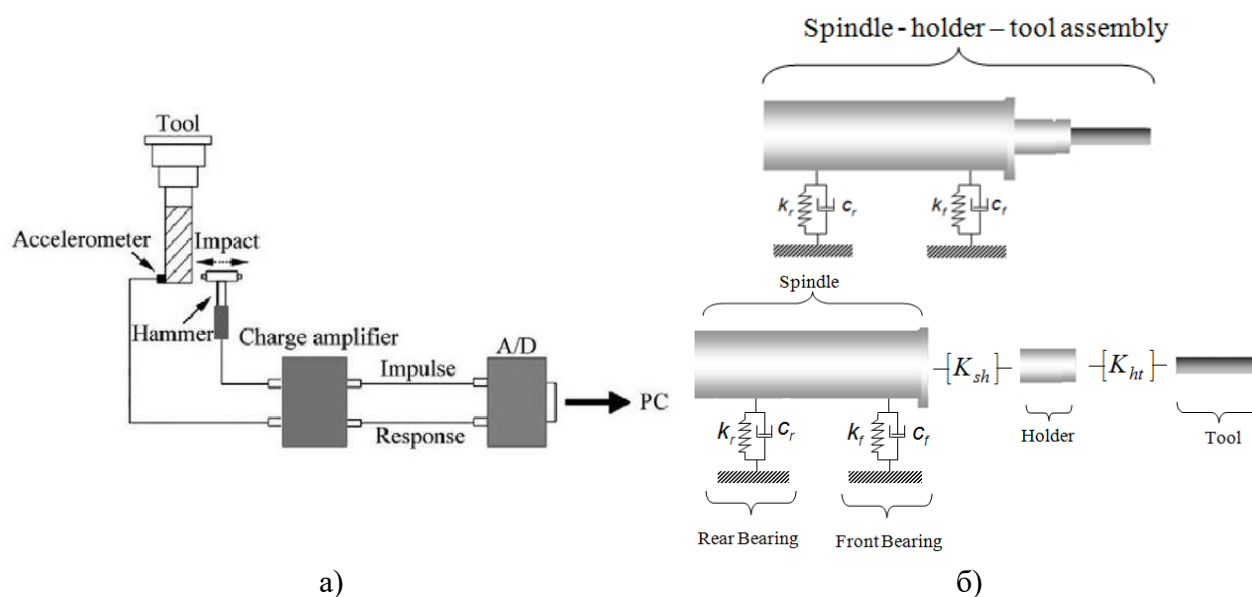


Рис. 2. Отримання частотної характеристики (FRF) системи шпиндель-оправка-інструмент: а) експериментально б) аналітично методом RCSA

Але, зважаючи на відносну стабільність статичних та динамічних характеристик вузлів верстата (зокрема, фрезерного шпинделя), для отримання зведених характеристик системи шпиндель-оправка-інструмент з різними конфігураціями інструменту може використовуватись аналітично-експериментальний метод аналізу з'єднання підсистем (RCSA), [3]. Цей метод полягає у аналітичному прогнозуванні частотної характеристики кінця інструменту за результатами вимірювання частотних характеристик з'єднання шпиндель-оправка та аналітичної моделі інструменту. Це дозволяє прогнозувати динаміку обробки при різних конфігураціях інструменту без повторних вимірювань. Загалом FRF окремих складових системи шпиндель-оправка-інструмент може бути розрахована аналітично або отримана експериментально, а параметри їх з'єднання враховуються вже при отриманні FRF повного складання (рис. 2, б)).

Висновки

Основними перевагами застосування методу RCSA для визначення динамічних характеристик підсистеми інструменту фрезерного верстата при кінцевому фрезеруванні є забезпечення можливості аналітичного прогнозування частотної характеристики кінця інструменту та поєднання моделі і вимірювання компонентів складання, що дозволяє значно спростити процедуру визначення частотних характеристик повного складання.

Список використаних джерел

1. Sun, Y.; Zheng, M.; Jiang, S.; Zhan, D.; Wang, R. A State-of-the-Art Review on Chatter Stability in Machining Thin-Walled Parts / *Machines* 2023, 11, 359.
2. Yue, C., Gao, H., Liu, X., Liang, S.~Y., Wang, L A review of chatter vibration research in milling. / *Chinese Journal of Aeronautics* 2019, 32, pp. 215–242.
3. Schmitz, T.; Betters, E.; Budak, E.; Yüksel, E.; Park, S.; Altintas, Y. Review and status of tool tip frequency response function prediction using receptance couplin. *Precis. Eng.* 2023, 79, 60–77.

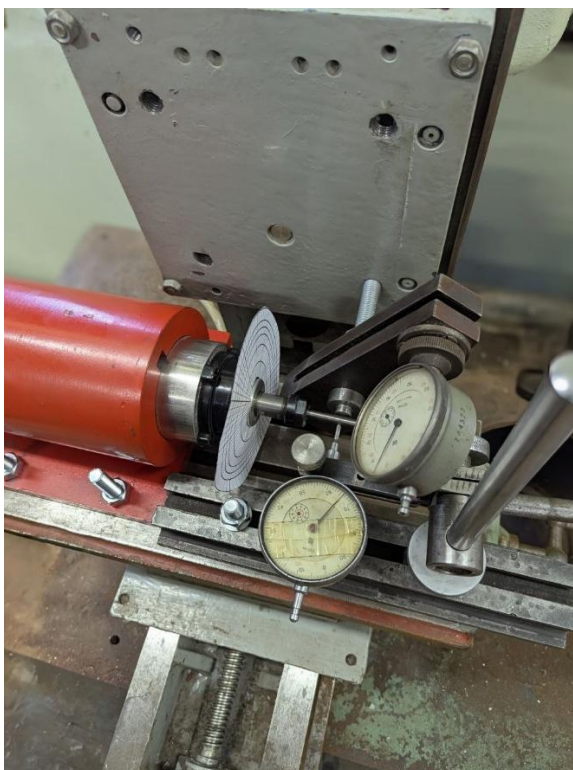
УДК 621.9.06

Є. В. Батура, Ю. М. Данильченко,

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ

ДОСЛІДЖЕННЯ КУТОВОЇ НЕРІВНОМІРНОСТІ ЖОРСТКОСТІ ЦАНГОВИХ ЗАТИСКНИХ МЕХАНІЗМІВ НА БАЗІ СПЕЦІАЛІЗОВАНОГО СТЕНДА

Статична жорсткість затискних механізмів шпиндельного вузла (ШВ) є одним із ключових факторів, що визначають вихідну точність верстатів, оскільки на долю пружних переміщень у з'єднаннях припадає значна частина загальної деформації системи [1]. Для цангових патронів характерною є суттєва варіація жорсткості по куту повороту шпинделя, що зумовлено конструктивною дискретністю патрона (наявністю пелюсток та прорізів) та особливостями контактної взаємодії окремих затискних елементів з деталлю [2, 3]. З метою експериментального підтвердження цих закономірностей було розроблено та апробовано спеціалізований експериментальний стенд.



В основі конструкції станда використано шпindelний вузол, який безпосередньо встановлювався на координатному столі за допомогою болтового з'єднання для забезпечення стабільності вимірювальної бази. Методика досліджень базувалася на створенні навантаження на контрольний стержень шляхом переміщення координатного столу, що дозволяє моделювати реальну дію сил різання. Контроль зусилля здійснювався через градуирований динамометр. Вимірювальна система включала індикатори годинникового типу та лімба, встановлений на цангову гайку, що забезпечувало точне кутове позиціонування пелюсток відносно вектора навантаження з кроком 30° .

Результати замірів при початковому навантаженні 312,5 Н підтвердили виражену кутову нерівномірність: пружні зміщення коливалися від 34 мкм у зонах пелюсток до 56 мкм у зонах прорізів. Розрахункова жорсткість у зоні пелюсток склала $K_{\text{пел}} \approx 9,19$ Н/мкм, тоді як у зоні прорізів вона знизилася до $K_{\text{прор}} \approx 5,58$ Н/мкм. Така різниця пояснюється перерозподілом зусиль між окремими пелюстками цанги та зміною площі фактичного контакту [3, 4]. Таким чином, розроблений стенд дозволяє фіксувати реальні характеристики затискних механізмів, що є необхідним для уточнення розрахункових моделей точності ШВ та прогнозування автоколивань при обробці [1, 4].

Список використаних джерел

1. Yue C., Gao H., Liu X. et al. A review of chatter vibration research in milling. *Chinese Journal of Aeronautics*. 2019. Vol. 32(2). pp. 215–242. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.cja.2018.12.007>
2. Данильченко Ю. М., Сторчак М. Г., Данильченко М. Ю., Петришин А. Й. Визначення пружно-деформаційних характеристик шпindelних вузлів верстатів. *Технічна інженерія*. 2023. № 1(91). С. 15-22. URL: <http://te.ztu.edu.ua/article/view/281081>

3. Кузнецов Ю. М., Данильченко Ю. М. Проектування затискних механізмів: підручник. Київ: КВІЦ, 2012. 360 с. [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://library.kpi.ua>
4. Danylchenko Y., Storchak M. et al. Cutting Process Consideration in Dynamic Models of Machine Tool Spindle Units. *Machines*. 2023. Vol. 11. 582. DOI: <https://doi.org/10.3390/machines11060582>

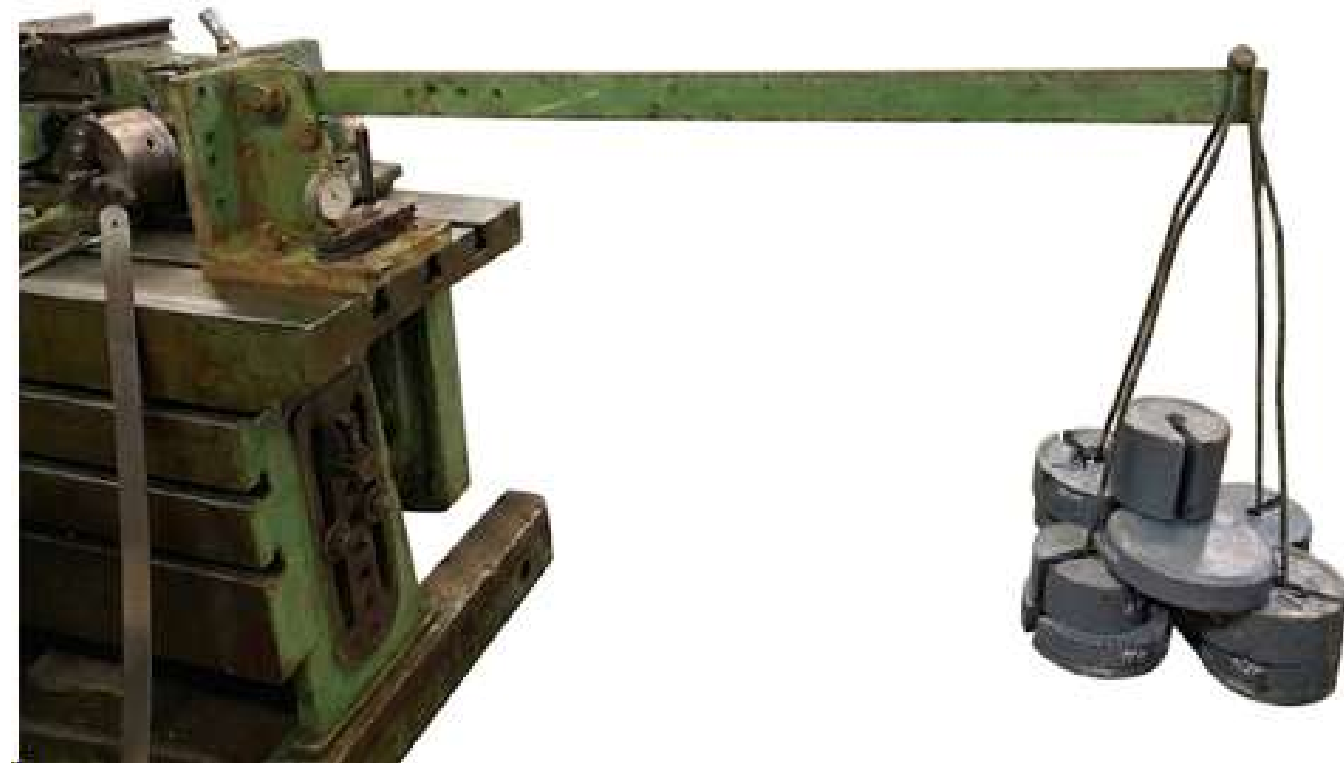
Загальна характеристика роботи

Об'єкт дослідження - процес пружного деформування системи «шпиндель - цанговий патрон - заготовка» під дією радіальних навантажень.

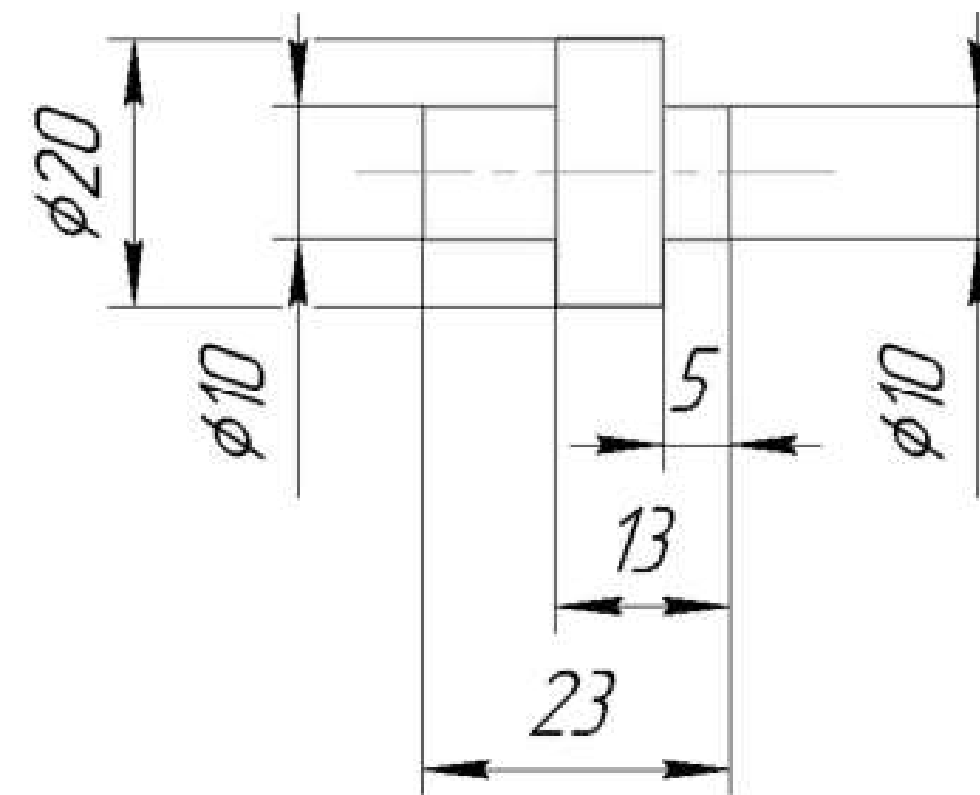
Предмет дослідження - кутова нерівномірність жорсткості цангових затискних механізмів.

Мета роботи - розробка експериментального стенда для дослідження кутової нерівномірності жорсткості цангових затискних механізмів за кутом повороту шпинделя та ідентифікація параметрів жорсткості системи «шпиндель - цанговий патрон - заготовка» під дією радіальних навантажень.

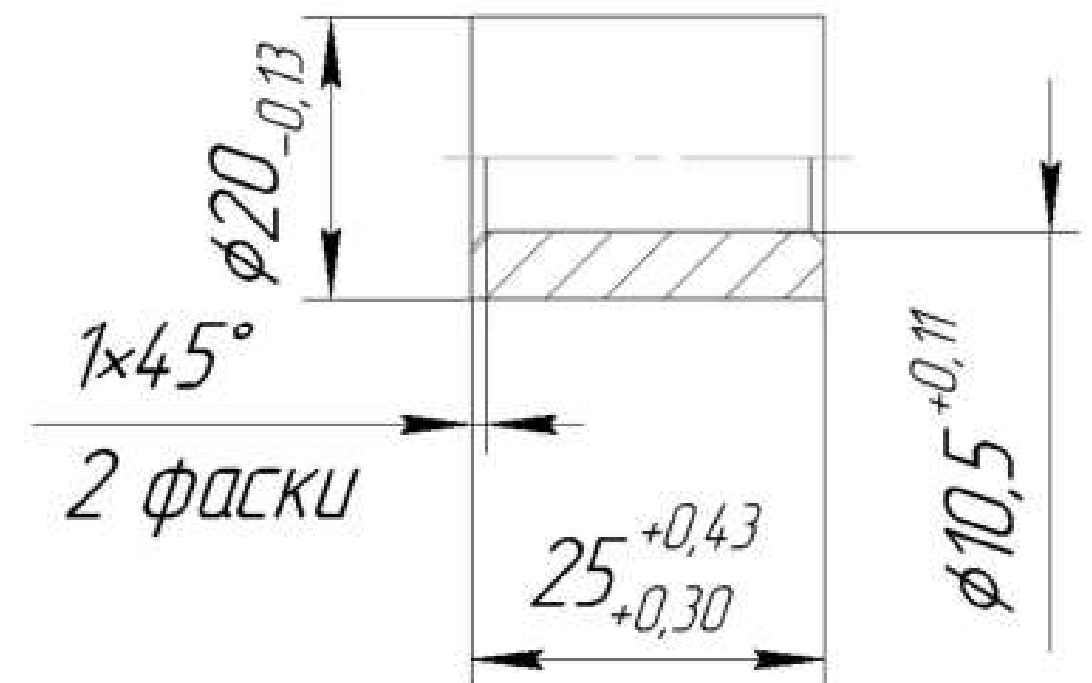
Підготовка до проведення експерименту



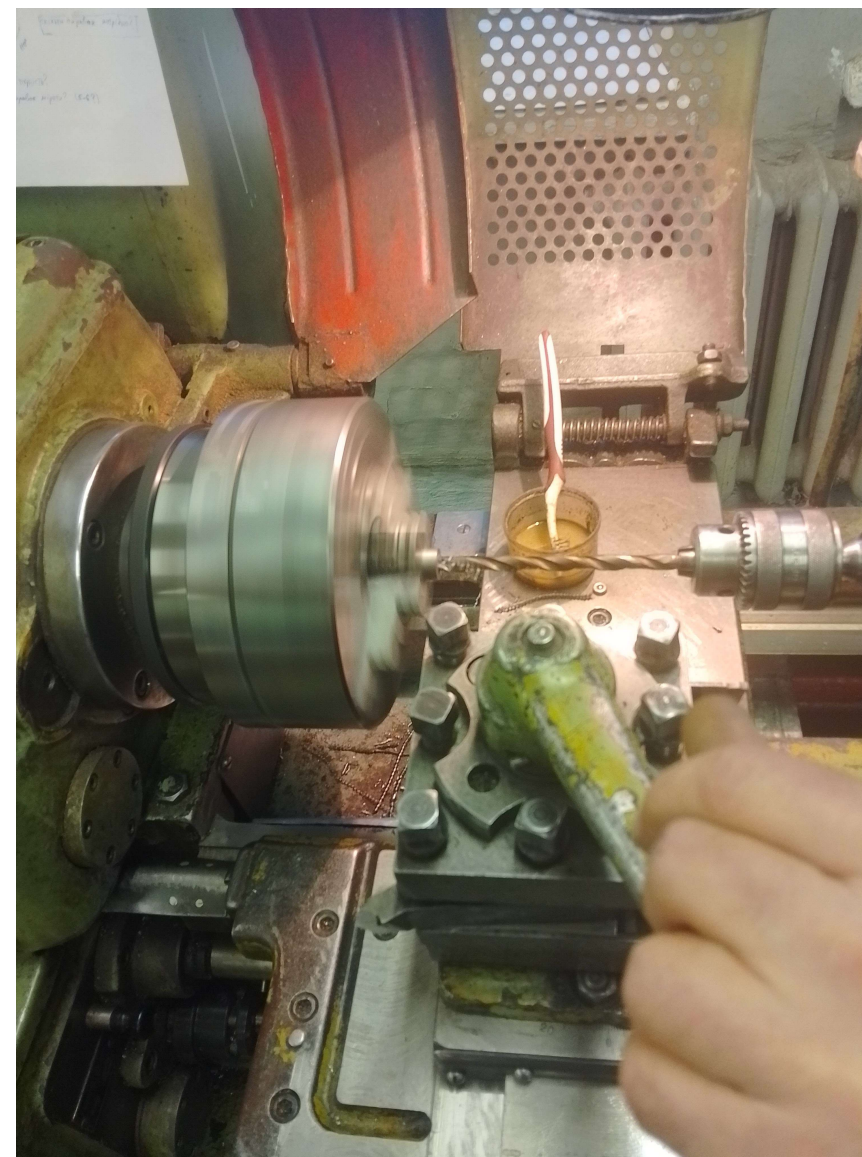
Тарування динамометру камертонного типу



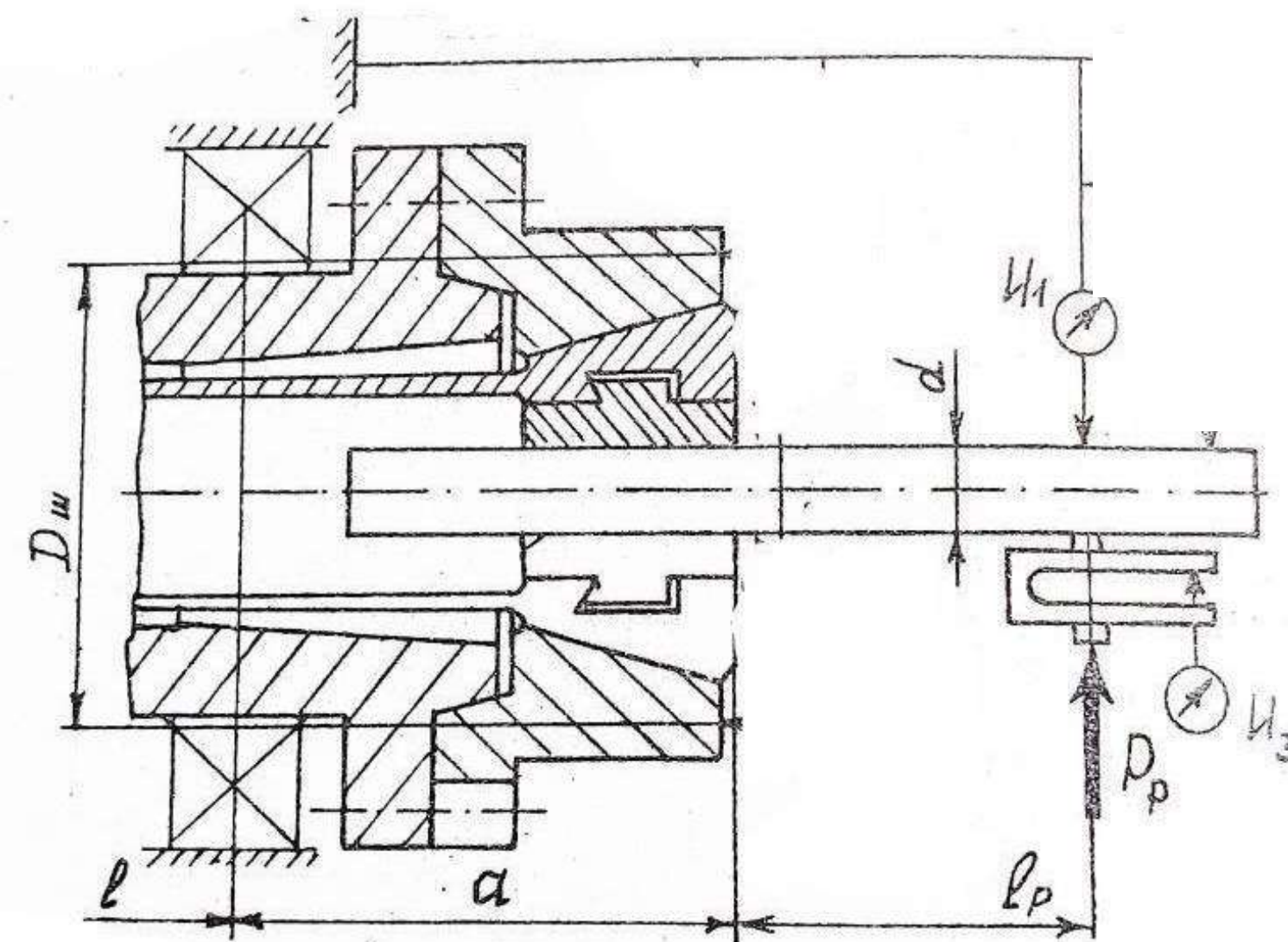
Ескіз вставки в динамометр



Ескіз перехідної втулки



Виготовлення перехідної втулки



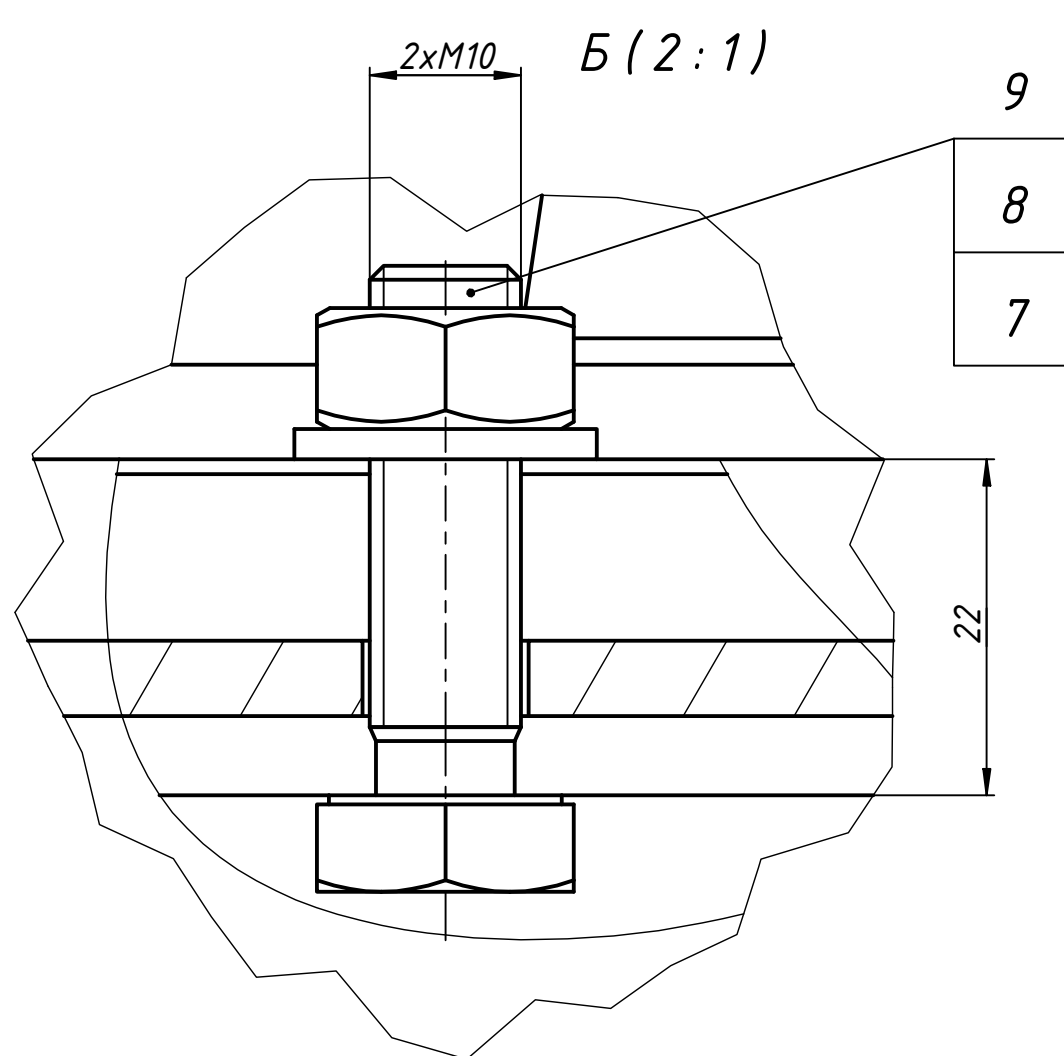
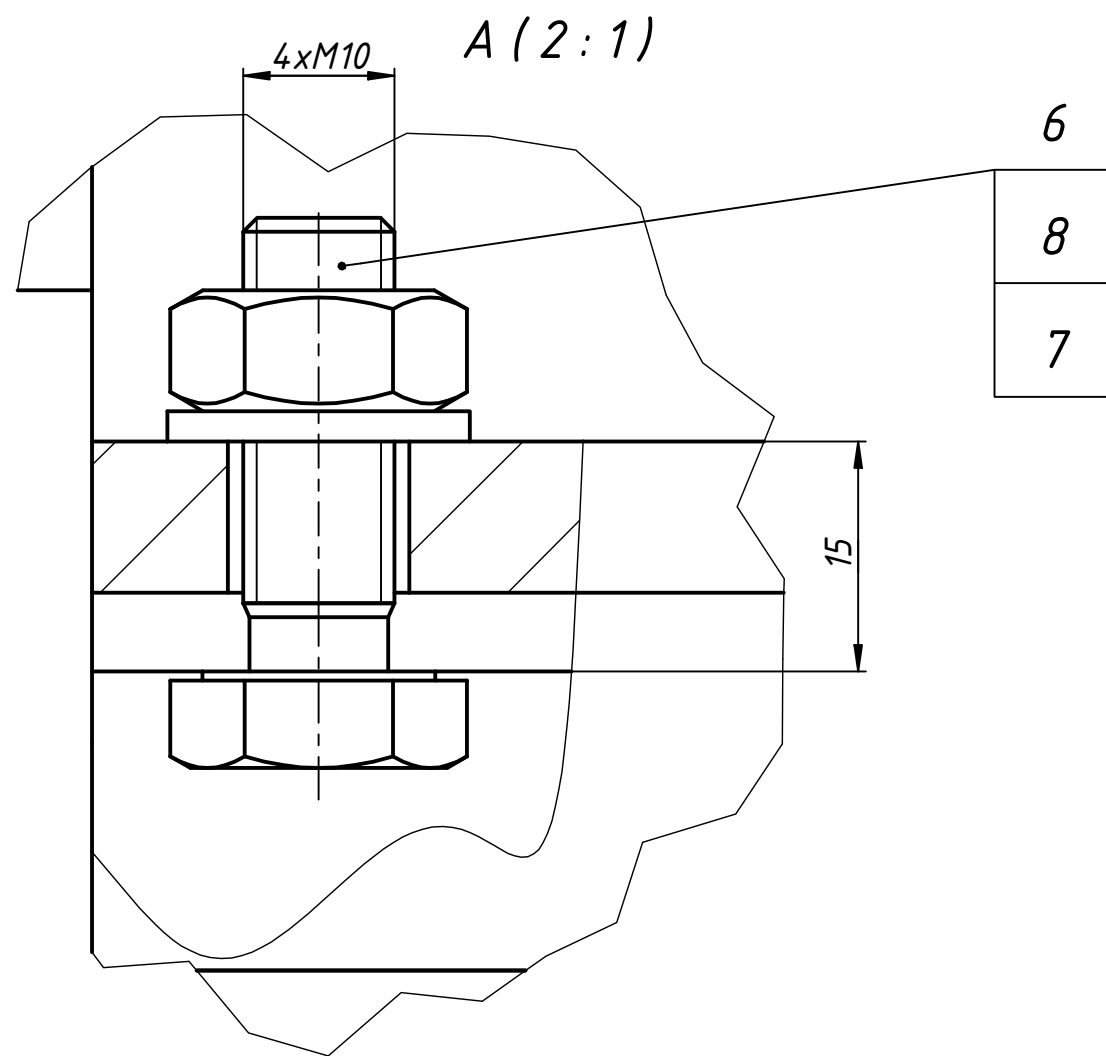
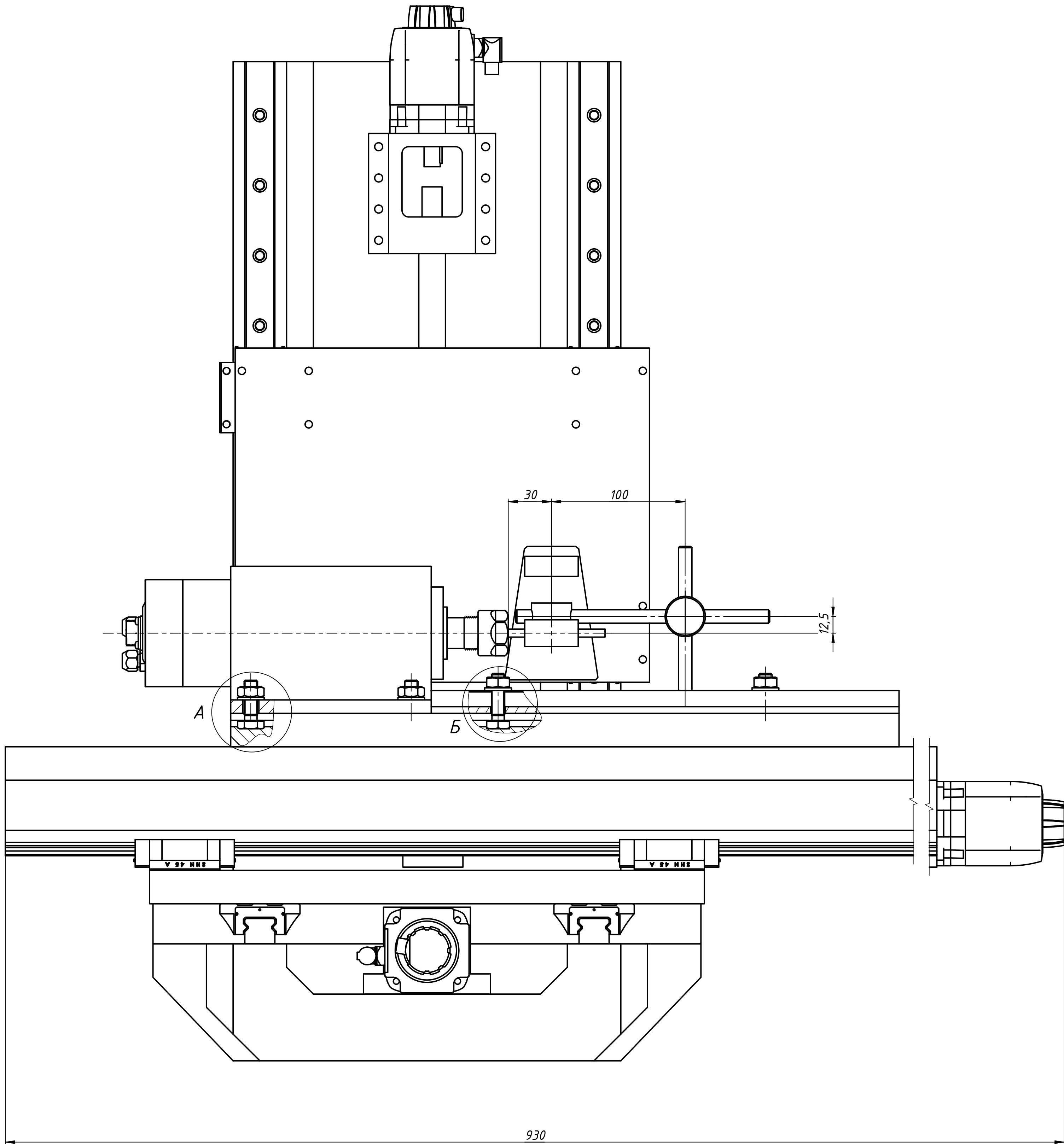
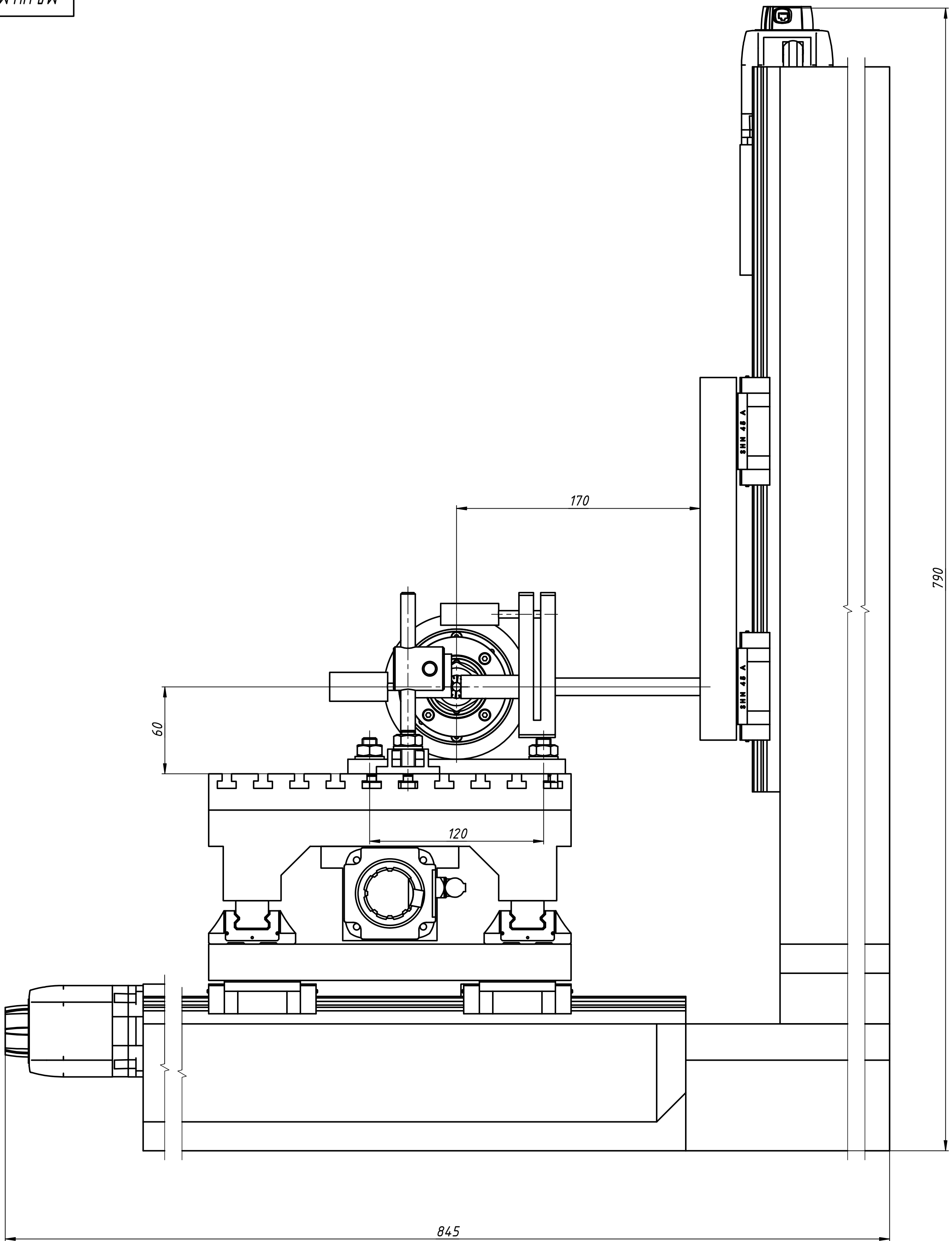
Розрахункова схема

Розробив: Батура Є.В.
Перевірив: Данильченко Ю.М.

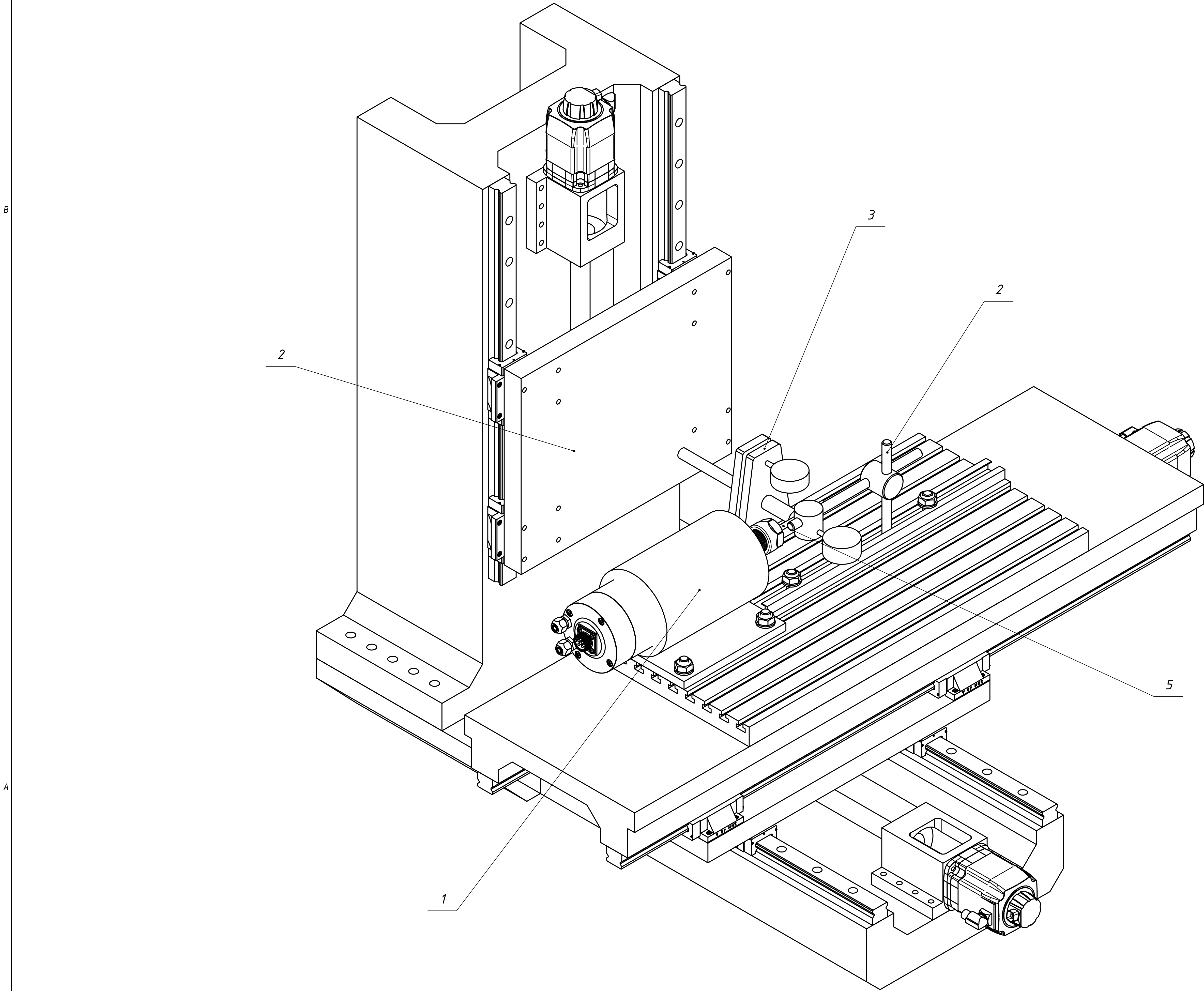
МД.НН ММІ.МК-41мн.01.01

Перв. примен.	
Справ. №	

Лист	№ докум.	Подп.	Дата
Разраб.	Батура Е.		12.03.2020
Пров.	Данильченко Ю.М.		
Т. контр.			
Нач. отд.			
Н. контр.			
Утв.			

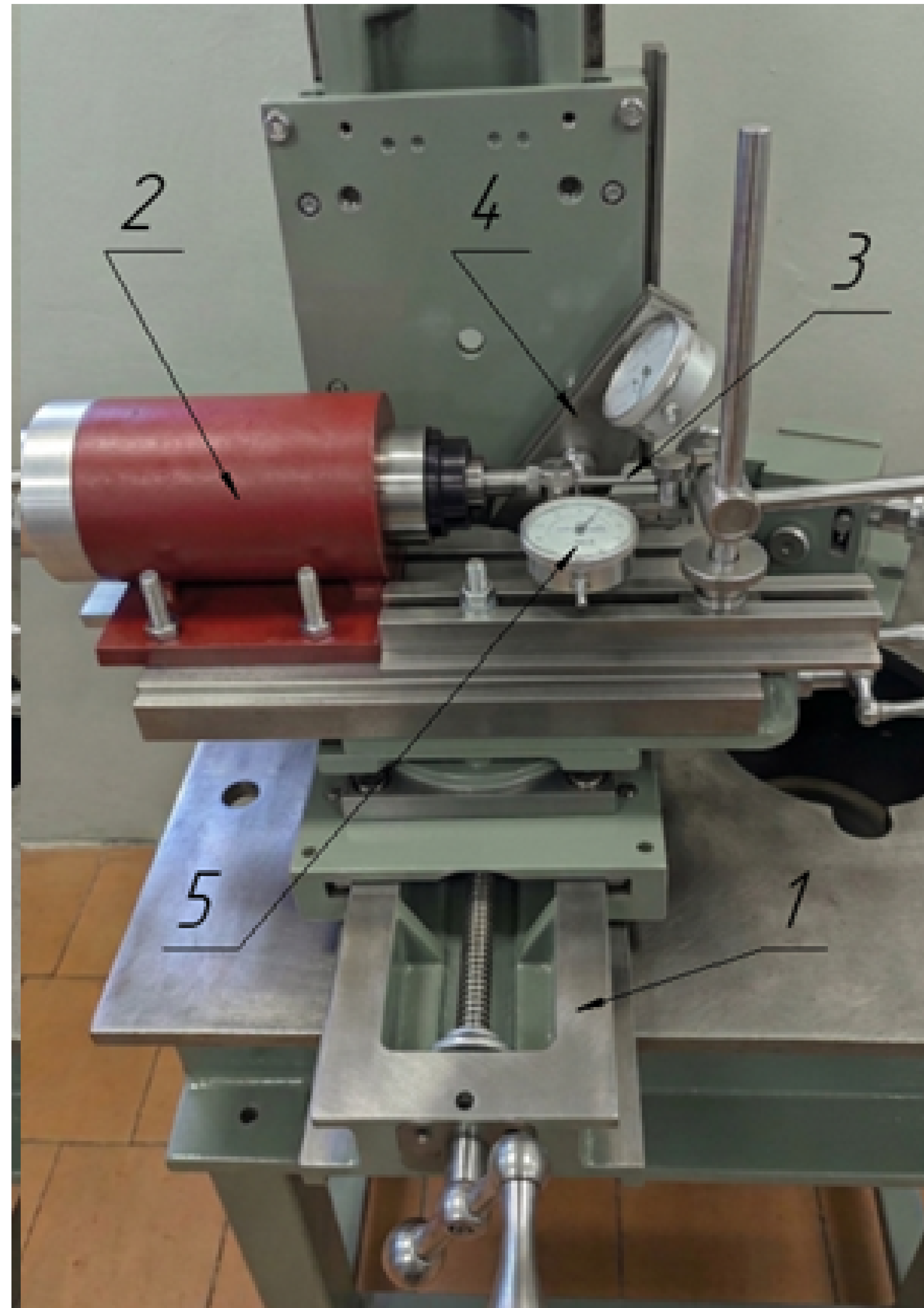


МД.НН ММІ.МК-41мн.01.01				Лит.	Масса	Масштаб
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Стенд экспериментальный	
Разраб.	Батура Е.			12.03.2020	Складальный кресленик	
Пров.	Данильченко Ю.М.				Лист	1
Т. контр.					Листов	2
Нач. отд.					Формат А1	
Н. контр.					1 Копировал	
Утв.						



					МД.НН ММІ.МК-4 1мн.01.01		
Изм.	Лист	№ докум.	Подп.	Дата	Стенд експериментальний Складальний кресленик		
Разраб.	Батура Е.			12.05.2020			
Пров.	Данильченко Ю.М.						
Т. контр.							
Нач. отд.							
Н. контр.							
Утв.							
					Лист	2	Листов
					Масса	61,2	Масштаб
					Масштаб	1:2	
					Лист	2	Листов
					Масса	61,2	Масштаб
					Масштаб	1:2	

Експериментальний стенд

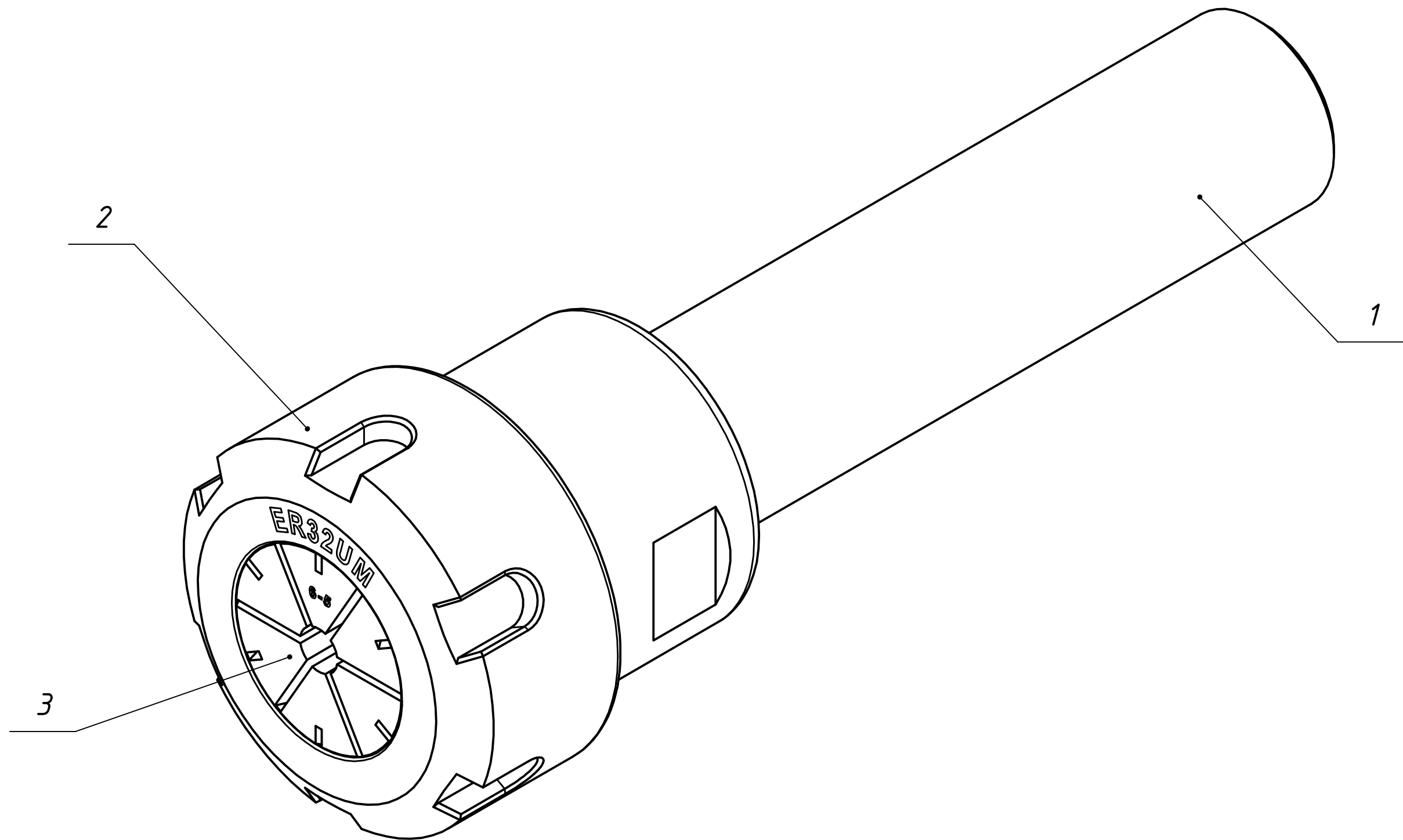
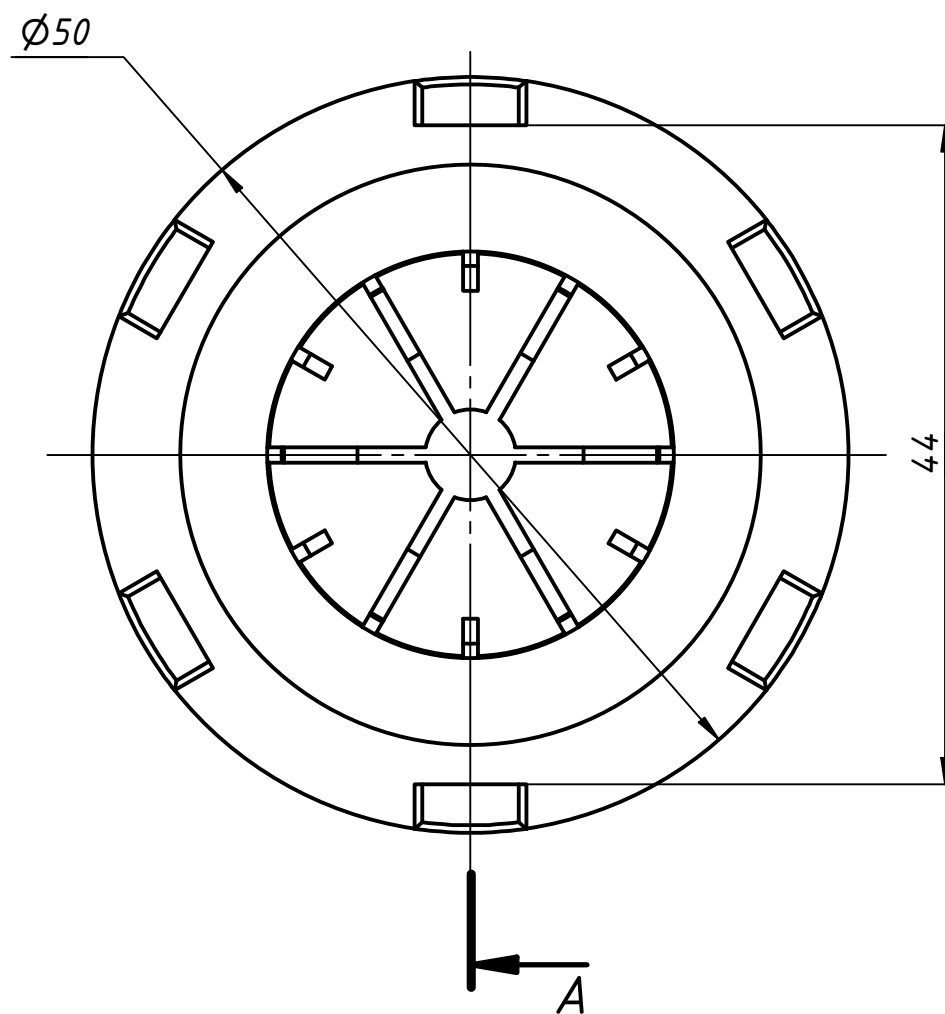
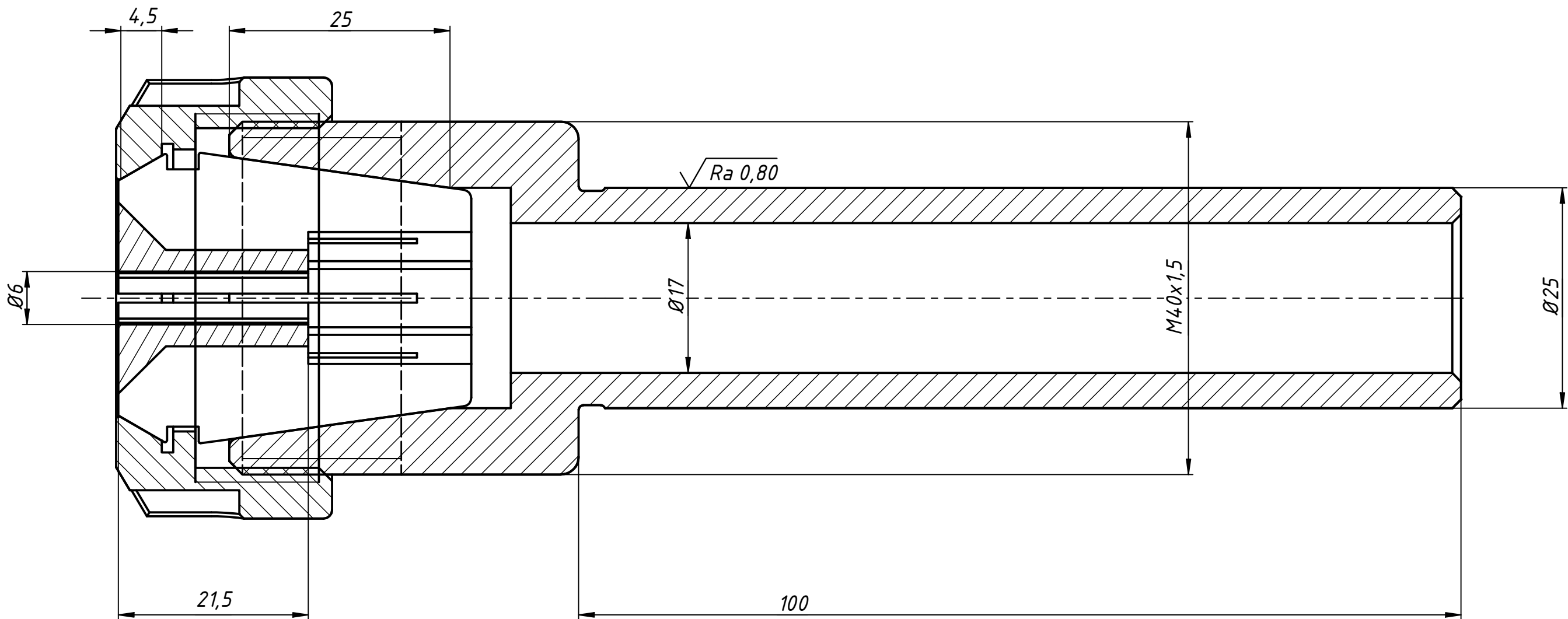


1 - стійка стенду; 2 - шпиндельний вузол з цангою ER32;
3 - оправка; 4 - динамометр; 5 - індикатор на стійці.

Розробив: Батура Є.В.
Перевірив: Данильченко Ю.М.

$\sqrt{Ra\ 6,3\ (\checkmark)}$

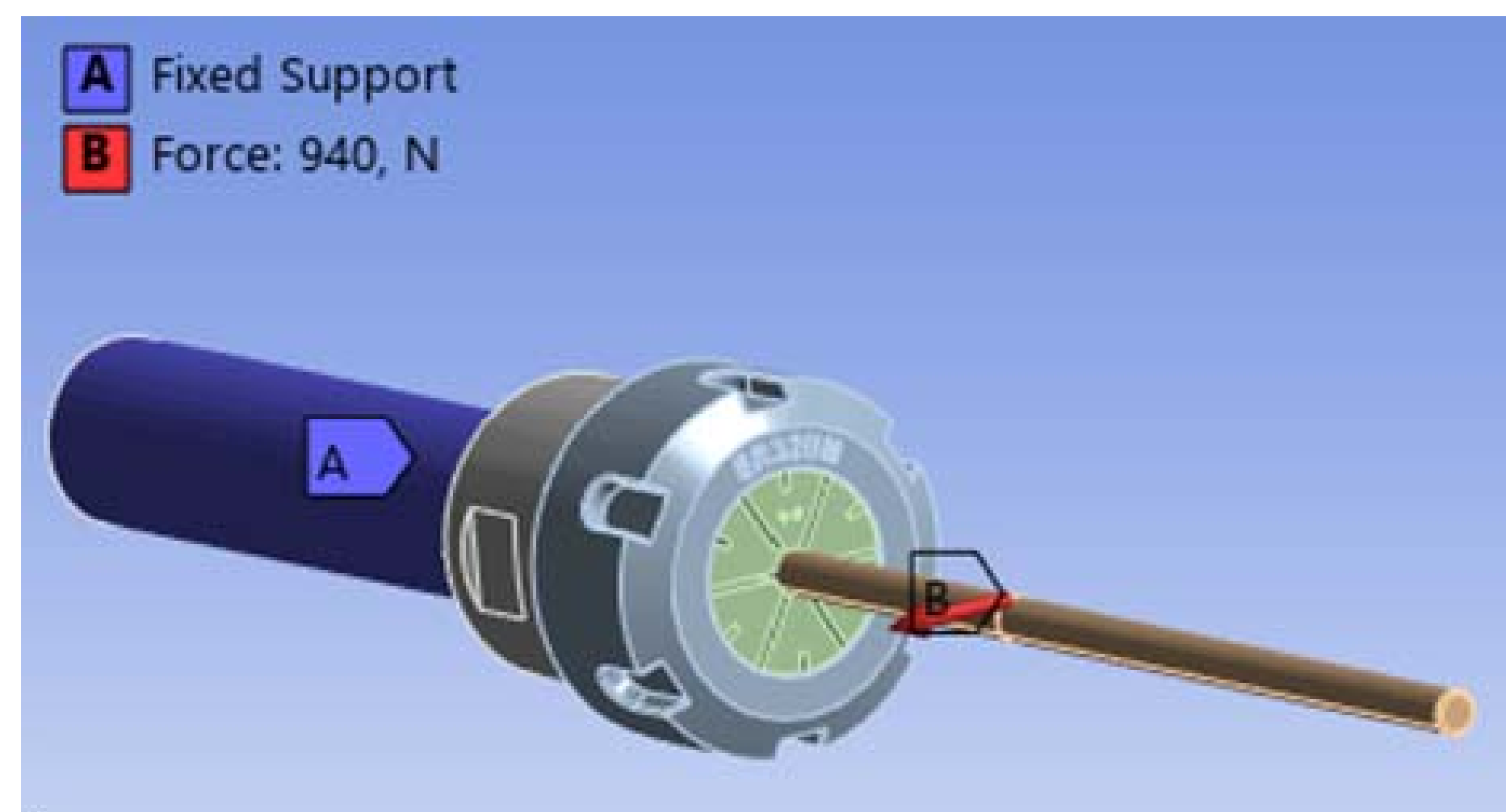
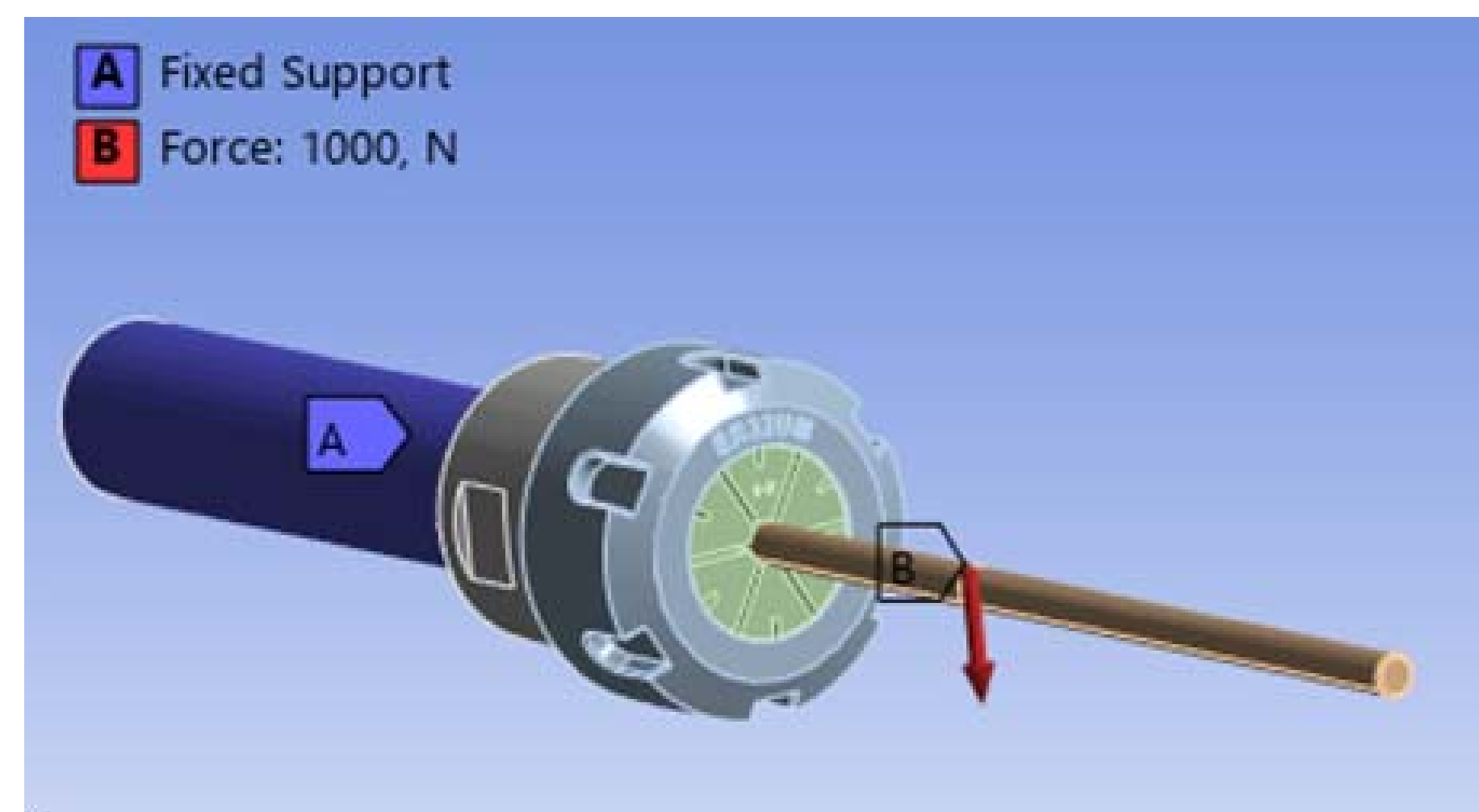
A-A (2:1)



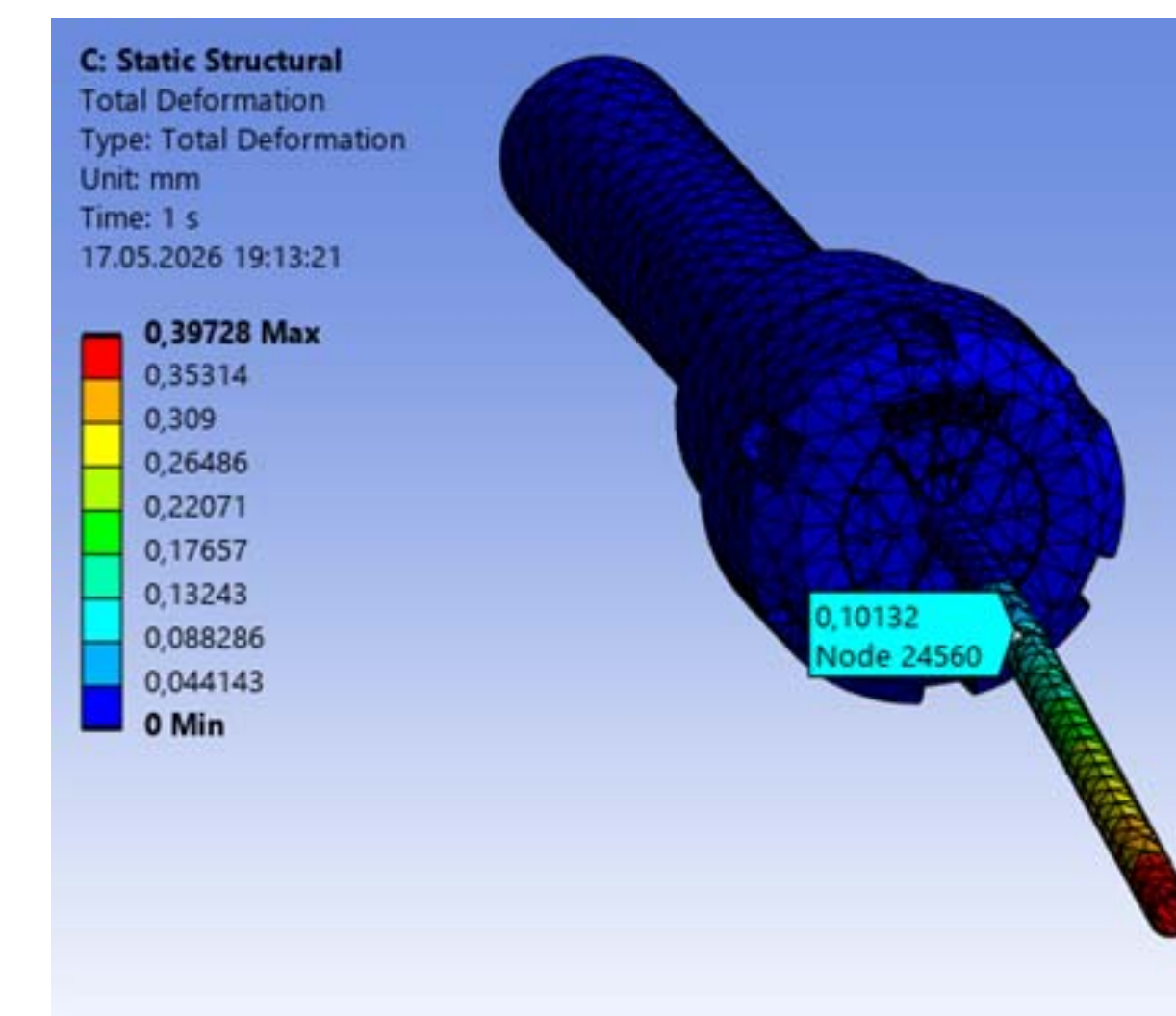
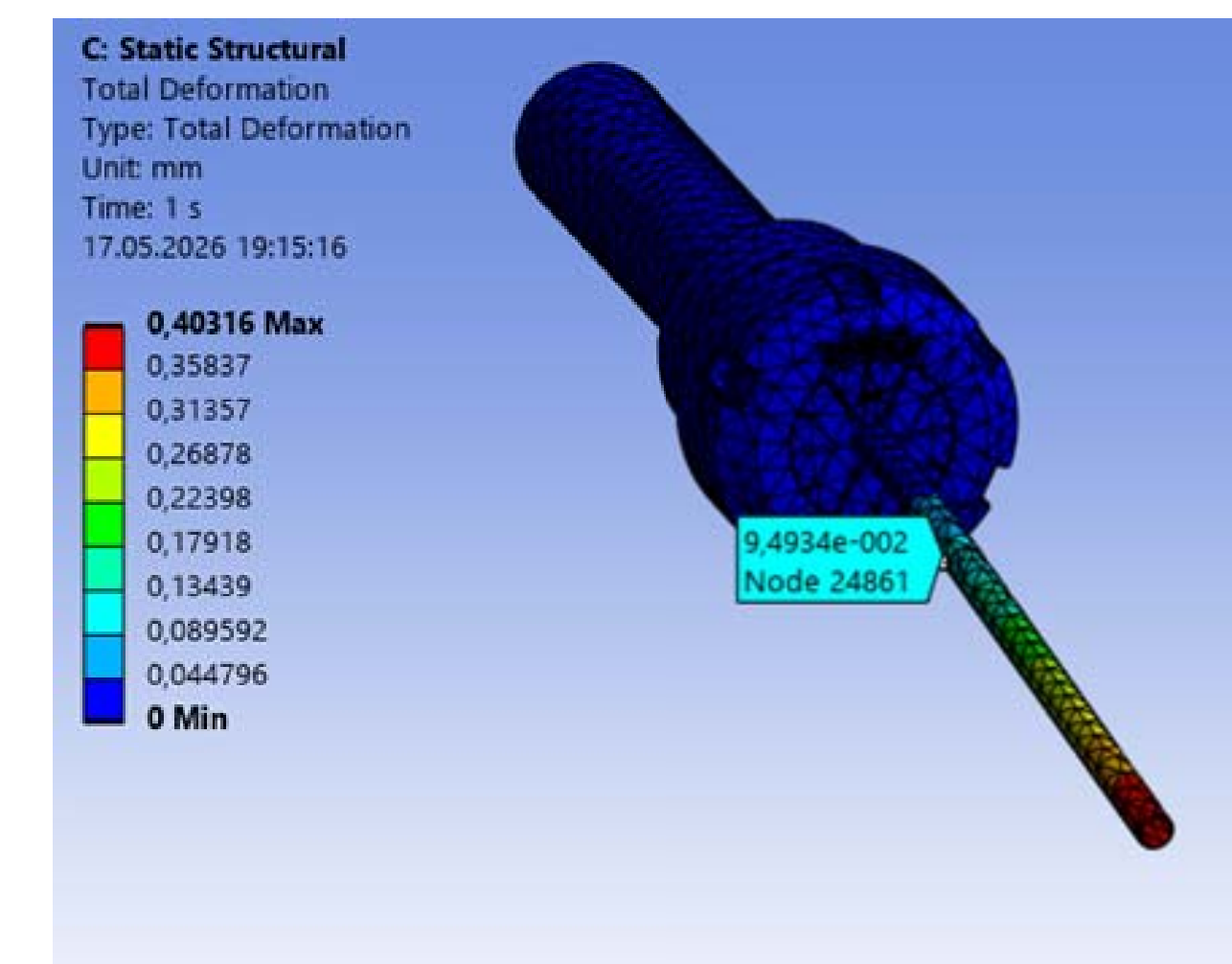
1. H12, h12, IT12/2
2. Вставити цангу в гайку під кутом і натиснути до характерного клацання.
3. гайку накручувати динамометричним ключем, момент затягування гайки 130 Нм

МД.НН ММІ.МК-41мн.01.02						Цанговий патрон ER32			Лист	Маса	Масштаб
Складальний кресленик										0,2	2:1
									Лист	Листов	1
									НТУУ КПІ ім. Ігоря Сікорського ММІ		
									Формат А2		

Розрахунок жорсткості системи "Шпиндель – цанговий патрон – заготовка" в середовищі ANSYS



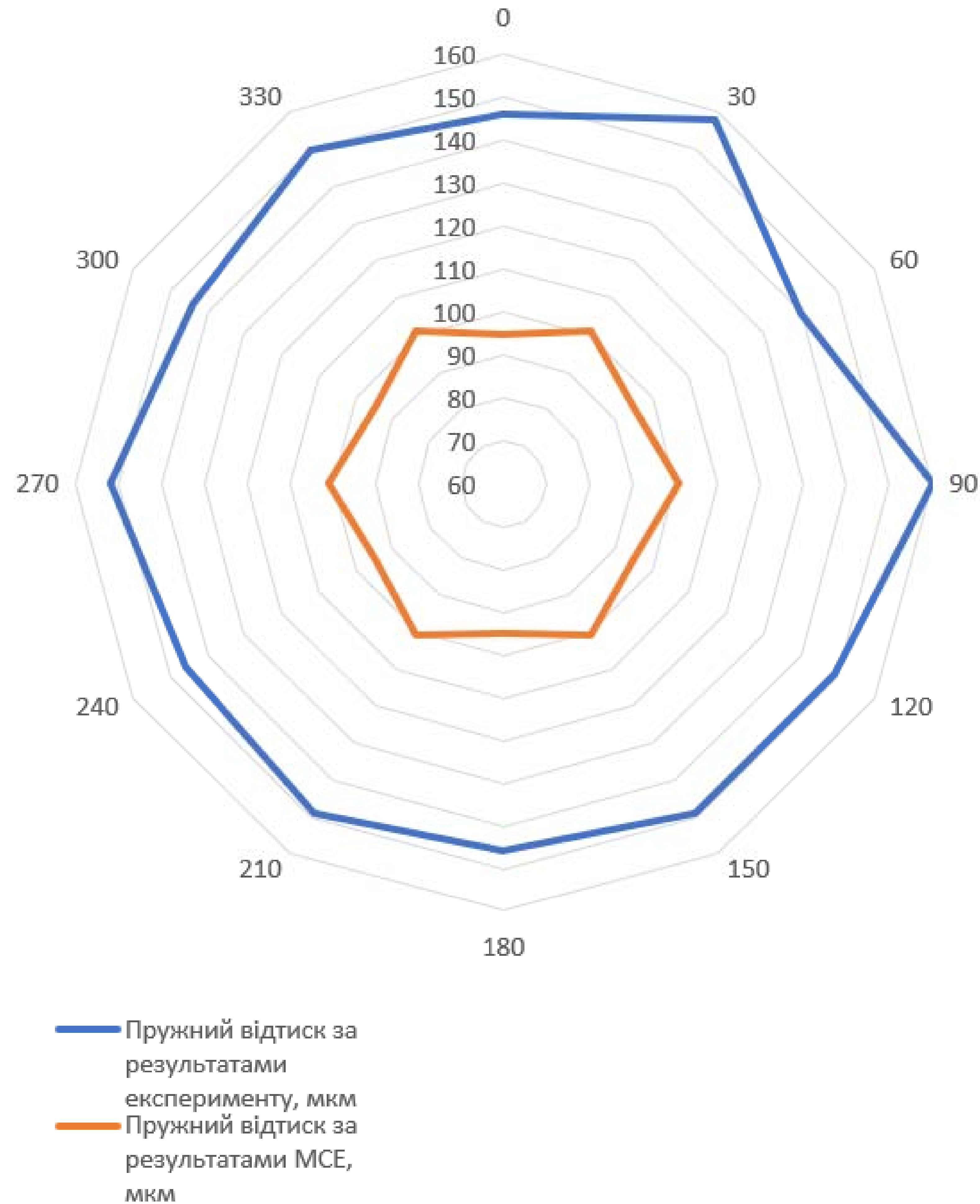
Схеми прикладання навантаження та опор



Результати розрахунку жорсткості
затискного механізму

Розробив: Батура Є.В.
Перевірив: Данильченко Ю.М.

Результати експерименту та моделювання



Розробив: Батура Є.В.
Перевірив: Данильченко Ю.М.

[illegible]

[illegible]