

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу**

До захисту допущено:

В. о. завідувача кафедри

_____ Оксана ТИМОЩУК

« 07 » _____ 06 _____ 2021 р.

Дипломна робота

на здобуття ступеня бакалавра

за освітньо-професійною програмою «Системний аналіз та управління»

спеціальності 124 «Системний аналіз»

на тему: «Моделі і прогнози нестационарних процесів»

Виконала:

студент (-ка) IV курсу, групи КА-73

Ярошенко Валентина Олегівна

Керівник:

професор, д.т.н., професор кафедри ММСА

Бідюк Петро Іванович

Консультант з економічного розділу:

доцент кафедри ТПЕ, к.т.н.

доцент Рощина Н.В.

Консультант з нормоконтролю:

доцент кафедри ММСА, к.т.н.

доцент Коваленко А.Є.

Рецензент: д.т.н., професор

НТУУ «КПІ ім. І. Сікорського»

Теленик С. Ф.

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.

Студентка _____

Київ – 2021 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 124 «Системний аналіз»

Освітньо-професійна програма «Системний аналіз і управління»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ Оксана ТИМОЩУК

«__» _____ 20__ р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Ярошенко Валентині Олегівні

1. Тема роботи «Моделі і прогнози нестационарних процесів», керівник роботи Бідюк Петро Іванович, професор, д.т.н., затверджені наказом по університету від «26» травня 2021 р. № 1344-с
2. Термін подання студентом роботи 07.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи: статистичні дані стосовно розвитку вибраних нелінійних нестационарних процесів (ННП) в економіці та фінансах.
4. Зміст роботи: 1. Актуальність розв'язування задач математичного моделювання і прогнозування нестационарних процесів. 2. Методика моделювання і прогнозування ФЕП. 3. Розробка програмної системи і виконання обчислювальних експериментів. 4. Функціонально-вартісний аналіз розробки програмного забезпечення.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо): – Мета, предмет та об'єкт дослідження; – Постановка задачі дослідження; – Типи математичних моделей для опису динаміки дисперсії; – Побудовані математичні моделі; – Результати обчислювальних експериментів.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Економічний	Рощина Н. В., доцент кафедри ТПЕ		

7. Дата видачі завдання 26 лютого 2021

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1.	Вивчення літератури за темою роботи.		
2.	Підготовка першого розділу.		
3.	Підготовка другого розділу.		
4.	Розробка програмного продукту.		
5.	Підготовка третього розділу		
6.	Підготовка економічної частини		
7.	Оформлення розділів відповідно до нормоконтролю.		
8.	Підготовка презентації доповіді.		
9.	Оформлення дипломної роботи.		

Студент

Валентина ЯРОШЕНКО

Керівник

Петро БІДЮК

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 108 с., 13 табл., 50 рис., 2 додатка, 20 джерел.

ГЕТЕРОСКЕДАСТИЧНІСТЬ, НЕЛІНІЙНИЙ ПРОЦЕС,
НЕСТАЦІОНАРНИЙ ПРОЦЕС, ПРОГНОЗУВАННЯ, ФІНАНСОВИЙ РИЗИК.

Тема: моделі і прогнози нестационарних процесів.

Об'єкт дослідження: нелінійні нестационарні процеси в економіці та фінансах, фінансові ризики.

Предмет дослідження: моделі і методи аналізу нелінійних нестационарних процесів в економіці та фінансах, методи аналізу фінансових ризиків.

Мета дослідження: підвищення якості оцінок прогнозів нелінійних нестационарних процесів та їх волатильності, покращення оцінок ринкового ризику завдяки новим побудованим моделям.

В роботі проведений огляд існуючих систем для аналізу часових рядів. Наведено моделі та методи прогнозування. Розглянуто і проаналізовано статистичні тести для аналізу.

Створені моделі в програмі Eviews для споживчих кредитів, цін на золото та для індексу споживчих цін.

Оцінено прогноз за допомогою декількох моделей та проведено порівняння отриманих результатів на основі різних моделей. Таких як, AP (p), АРКС (p, q) та АРІКС (p, d, q).

ABSTRACT

Thesis: 108 p., 13 tabl., 50 fig., 2 appendices, 20 sources.

HETEROSCEDASTICITY, NONLINEAR PROCESS, NON-STATIONARY PROCESS, FORECASTING, FINANCIAL RISK.

Topic: models and forecasts of non-stationary processes.

Object of research: illegal non-stationary processes in economy and finance, financial risks.

Subject of research: models and methods of analysis of illegal non-stationary processes in economy and finance, methods of analysis of financial risks.

The purpose of the study: to improve the quality of estimates of forecasts of nonlinear nonstationary processes and their volatility, to improve market risk estimates due to new models.

The paper reviews existing systems for time series analysis. Models and methods of forecasting are given. Statistical tests for analysis are considered and analyzed.

Models created in Eviews for consumer loans, gold prices and the consumer price index.

The forecast is constructed with the help of several models and the obtained results are compared on the basis of different models. Such as, AR (p), ARKS (p, q) and ARIX (p, d, q).

ЗМІСТ

СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ	8
ВСТУП	9
РОЗДІЛ 1 АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ	10
1.1 Актуальність задач моделювання і прогнозування для економіки перехідного періоду	10
1.2 Деякі сучасні моделі фінансово-економічних процесів	12
1.3 Існуючі системи моделювання нестационарних процесів	14
1.3.1 Econometric views (EViews)	15
1.3.2 STATISTICA	16
1.3.3 SAS	16
1.3.4 RATS (Regression Analysis of Time Series)	17
1.4 Висновки до розділу і постановка задачі дослідження	17
РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ФЕП	19
2.1 Методика моделювання ФЕП на основі статистичних даних	19
2.2 Особливості моделювання нелінійних нестационарних процесів	24
2.2.1 Моделювання гетероскедастичних процесів	24
2.2.2 Моделювання нелінійних процесів	31
2.3 Оцінювання параметрів моделей	37
2.3.1 Метод найменших квадратів	37
2.3.2 Рекурсивний метод найменших квадратів	42
2.3.3 Рекурсивне оцінювання параметрів методом мінімізації похибки	47
2.3.4 Метод інструментальної (допоміжної) змінної	48

	7
2.3.5 Метод Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ)	49
2.4 Висновки до розділу	50
РОЗДІЛ 3 РОЗРОБКА ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ І ВИКОНАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ, АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ	52
3.1 Вибір процесів для прогнозування та моделювання	52
3.2 Побудова моделей і оцінювання прогнозів	53
3.2.1 Побудова моделей і оцінювання прогнозів для даних по споживчих кредитах	53
3.2.2 Модель та прогноз для даних «Ціни на золото»	67
3.2.3 Моделі та прогнози для індексу споживчих цін	69
3.3 Висновки до розділу	75
РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ	76
4.1 Постановка задачі проектування	76
4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту	77
4.3 Обґрунтування системи параметрів ПП	79
4.4 Аналіз експертного оцінювання параметрів	82
4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій	85
4.6 Економічний аналіз варіантів розробки ПП	86
4.7 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня	90
4.8 Висновки до розділу	90
ВИСНОВКИ	92
ЛІТЕРАТУРА	94
ДОДАТОК А	96
ДОДАТОК Б	99

СКОРОЧЕННЯ ТА УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

АКФ – автокореляційна функція

АР – авторегресія

АРКС – авторегресії з ковзним середнім

МНК – метод найменших квадратів

РМНК – рекурсивний метод найменших квадратів

МКМЛ – метод Монте-Карло для марковських ланцюгів

АРУГ – авторегресійна умовно гетероскедастична модель

УАРУГ – узагальнена авторегресійна умовно гетероскедастична модель

ЧАКФ – часткова автокореляційна функція

ФЕП – фінансово-економічні процеси

ННП – Нелінійні нестационарні процеси

ЕОМ – електронно-обчислювальна машина

ВСТУП

Питання прогнозування супроводжує людство майже весь час. Завжди було важливим спрогнозувати стан хворої людини, знати майбутню поведінку погоди та, що є на сьогодні одним з ключових питань, отримати інформацію про майбутні економічні показники на основі поточних даних. Одним із найбільш популярних підходів є прогнозування на основі моделей, побудованих за експериментальними даними.

Фінансово-економічна ситуація, що властива чи не кожному підприємству та, загалом, світові, ніколи не буває повністю стабільною. На неї впливають такі фактори як політична ситуація, дії конкурентів та безліч інших чинників. Таким чином, навіть врахувавши більшість факторів, завжди буде залишатись випадкова складова, яка буде впливати на результати прогнозування.

В першому розділі наведено класифікацію існуючих фінансово-економічних процесів та розглянуто їх роль в економіці перехідного періоду. Розглянуто деякі сучасні моделі процесів. Також були розглянуті деякі існуючі комп'ютерні системи для аналізу нелінійних нестационарних процесів.

В другому розділі було розглянуто загальний підхід до методики моделювання фінансово-економічних процесів в цілому, а також розглянуто особливості в моделюванні нелінійних та гетероскедастичних процесів. Розглянуто популярні моделі цих процесів та ознайомлено з різними методами оцінки параметрів моделей.

В третьому розділі були обрані данні для побудови моделей. Обраними даними стали споживчі кредити, ціни на золото та індекси споживчих цін. Були побудовані моделі та прогнози для кожних з обраних даних.

У четвертому розділі виконано функціонально-вартісний аналіз розробки програмного забезпечення.

РОЗДІЛ 1 АКТУАЛЬНІСТЬ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ

1.1 Актуальність задач моделювання і прогнозування для економіки перехідного періоду

Загалом перехідним періодом в економіці називають особливий період в еволюції економіки, коли стара система сходить з історичної арени й водночас народжується і утверджується нова. У зв'язку з цим розвиток перехідної економіки має особливий характер, що істотно відрізняється від звичайного, нормального економічного розвитку. В цілому, однією з основних рис перехідної економіки є альтернативність шляхів подальшого розвитку та їх цілей. Тобто наявний фактор багатоваріантності розвитку подій, що свідчить про можливість вибору (у кращому випадку) найбільш вигідного варіанту розвитку [1]. Саме через це нам дуже складно уявити сьогодення без прогнозування та передбачення. Особливо в економіці, фінансах, технологіях, екології і т. ін.

Для будь-якого об'єкта, будь то велике підприємство чи, навіть, держава є дуже важливо заздалегідь знати про всі можливі ризики для будь-якого розвитку подій та попередити їх. У випадку, коли необхідно прийняти важливе рішення, потрібно добре зважити всі можливі наслідки від прийняття того чи іншого рішення та оцінити ризики для кожної можливої випадку. Загалом, прогнозування відіграє дуже велику роль у роботі з фінансовими процесами. Воно допомагає краще розуміти ці процеси, їх взаємодію з іншими процесами та оцінювати майбутню поведінку [1]. Високоякісний прогноз може попередити небажані витрати та збитки, важкі економічні кризи та інші фінансово-політичні проблеми. Адже працюючи з реальними грошима та іншими фінансовими інструментами на фінансовому ринку, важливо знати

наскільки ризикованою є та, чи інша операція, щоб приймати остаточне рішення стосовно її виконання [2].

Реальні існуючі процеси, які зустрічаються в економіці та фінансах, зазвичай не мають вигляд, як звичайні лінійні чи стаціонарні. Через це дуже складно покладатися на певні моделі, адже результати такого моделювання можуть мати несподіваний розвиток і подальший прогноз. Взагалі, в повсякденному житті, ми дуже часто стикаємося з різноманітними фінансово-економічними процесами. Та частіше всього нам зустрічаються нестаціонарні процеси, а тому вони є найбільш цікавими і корисними для вивчення та прогнозування.

Розберемося в класифікації фінансово-економічних процесів (рис. 1.1)

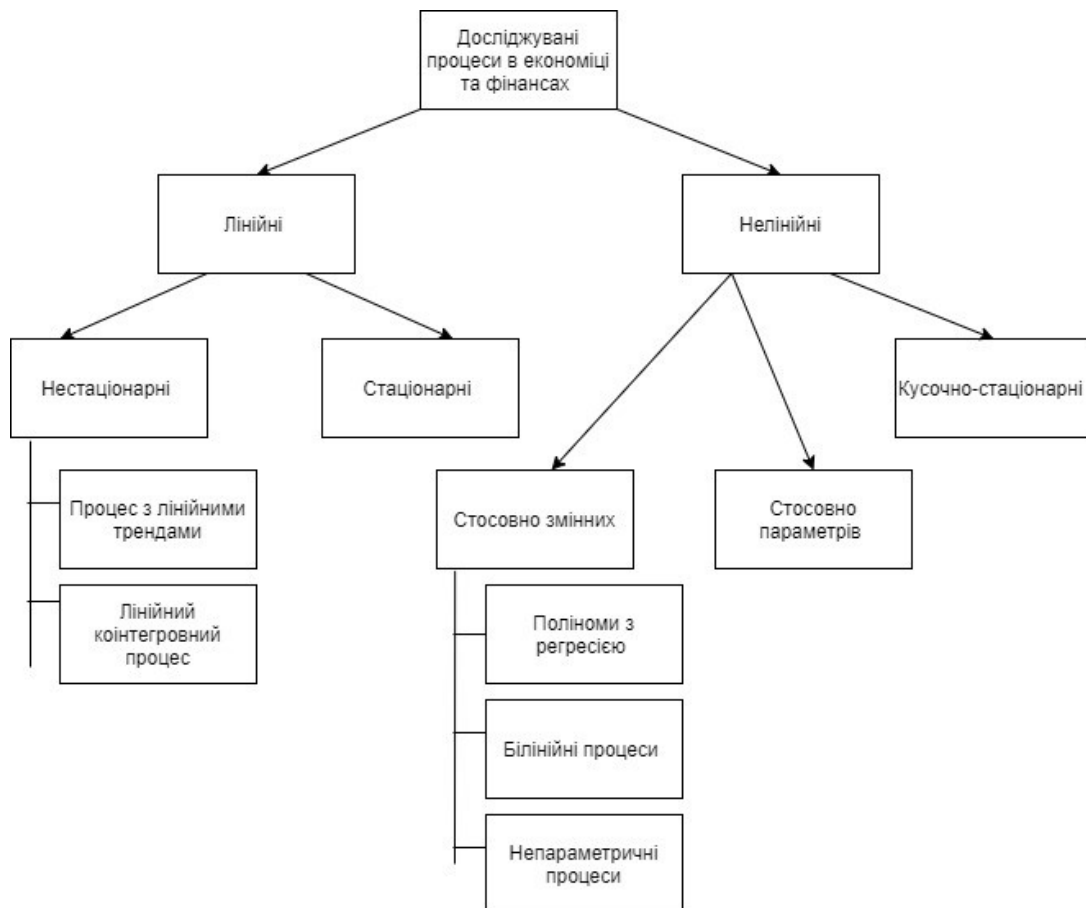


Рисунок 1.1 – Класифікація процесів, що мають місце в економіці та фінансах

Бачимо, що в цілому ФЕП розподіляються на лінійні та нелінійні процеси. На відміну від лінійних, нелінійні процеси не можна описати адекватно і відповідно оцінити звичайними лінійними методами. Нелінійні процеси також поділяються на стаціонарні та нестаціонарні. Прикладом

нелінійних стаціонарних процесів є кусочно-стаціонарні процеси. Це такі процеси де спочатку він поводить себе як стаціонарний, а потім – ні. Загалом, практика аналізу даних свідчить, що більшість нелінійних процесів є нестаціонарними.

Також процеси бувають нелінійні стосовно змінних та стосовно параметрів. Нелінійні нестаціонарні процеси в свою чергу поділяють на інтегровані, коінтегровані та гетероскедастичні. Самими розповсюдженими на сьогодні у фінансах є гетероскедастичні процеси, вони нелінійні за означенням. В той же час, лінійні поділяються на нестаціонарні та стаціонарні.

1.2 Деякі сучасні моделі фінансово-економічних процесів

Математичні моделі поділяють на два класи: аналітичні та імітаційні моделі. Різницею між цими двома класами є те, що аналітичні моделі відтворюють тільки один з аспектів функціонування певного процесу чи об'єкта, в той же час, імітаційні моделі повністю відтворюють поточну роботу процесу в заданому проміжку часу [3].

Хоча імітаційні моделі часто використовуються завдяки ряду їх переваг, таких як – наглядність результатів (як остаточних, так і проміжних); динамічний характер відображення протікання процесу; простота корегування моделі; можливість провести статистичний експеримент та можливість введення в модель рівняння будь-якого виду, нечіткої логіки, процедур прийняття рішень і т. ін. Головною перевагою при роботі з процесами з невизначеністю є об'єднання чітких алгоритмів з нечіткими. При великій кількості переваг, недоліками є такі недоліки: висока вартість побудови та використання цих моделей та необхідність великої кількості часу для розробки. Також необхідно мати висококваліфікованих фахівців з даного виду моделювання.

Взагалі, математичні моделі будуються у формі, наприклад, різницевих рівнянь, таких як:

- Авторегресія (рівняння, що характеризує собою певну «пам'ять» процесу, тобто, описує вплив значення попередніх станів на поточний)

$$y(k) = a_0 + a_1y(k-1) + \dots + a_p y(k-p) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + \varepsilon(k).$$

Для того, щоб вирішити, чи необхідно вводити в рівняння регресії авто регресійну складову обчислюємо авто кореляційну функцію змінної (АКФ) $y(k)$. За допомогою автокореляційної функції визначається порядок авторегресії. АКФ та ЧАКФ використовують для визначення кількості затриманих в часі значень, які необхідно брати для описання процесу. Необхідно не забувати, що АКФ та ЧАКФ дають попередню оцінку порядку авторегресійної частини.

- Парна регресія (рівняння, що включає в правій частині незалежну змінну)

$$y(k) = a_0 + a_1x(k) + \varepsilon(k).$$

- Множинна регресія (рівняння, яке відображає вплив декількох змінних на залежну)

$$y(k) = a_0 + a_1x_1(k) + a_2x_2(k) + \dots + a_px_p(k) + \varepsilon(k).$$

- Змішана регресія (авто регресія + множинна регресія)

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + b_1x_1(k) + b_2x_2(k) + \dots + b_px_p(k) + \varepsilon(k).$$

- Авто регресія з ковзним середнім порядку (p, q) (АРКС (p, q))

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^p a_i y(k-i) + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon(k-j) + \varepsilon(k).$$

- Модель ковзного середнього. (показує тенденцію зміни цін і згладжує їх несуттєві коливання)

$$MA(k) = \frac{\sum_{i=1}^N y(k-i+1)}{N}.$$

В попередній формулі всі вагові коефіцієнти мають одиничну вагу. Формула для зваженого ковзного середнього :

$$MA(k) = \frac{\sum_{i=1}^N w_i y(k-i+1)}{\sum_{i=1}^N w_i}.$$

- Експоненційне ковзне середнє (всі вагові коефіцієнти розподілені за експоненційним законом)

$$\begin{aligned} EMA(k) &= \frac{\sum_{i=1}^N w_i y(k-i+1)}{\sum_{i=1}^N w_i} = \\ &= \frac{w_1 y(k) + w_2 y(k-1) + \dots + w_n y(k-n)}{\sum_{i=1}^N w_i}. \end{aligned}$$

1.3 Існуючі системи моделювання нестационарних процесів

В побудові та подальшому використанні моделей вже давно людям допомагають комп'ютерні технології. Вони є незамінними помічниками, адже завдяки комп'ютерним програмам дуже легко побудувати модель для

прогнозування процесів різних типів і природи. Незважаючи на швидкий прогрес в сфері прогнозування, перед нами досі стає питання на що звертати увагу: на швидкодію функціонування моделі чи на якість її результатів. Найкращим варіантом буде вдало корелювати ці два показники [4].

Одними з широко використаних готових систем для статистичного аналізу даних є програми Econometric Views (EViews), STATISTICA, SAS та RATS.

1.3.1 Econometric views (EViews)

EViews можна використовувати для загального статистичного аналізу та економетричного аналізу, наприклад, таких як поперечний переріз та панельний аналіз даних. Також використовується для оцінки та прогнозування часових рядів. EViews поєднує в собі електронні таблиці та технологію реляційних баз даних із традиційними завданнями, знайденими в статистичному програмному забезпеченні, і використовує графічний інтерфейс Windows. Це поєднується з мовою програмування, яка відображає обмежену орієнтацію об'єкта [5].

Використання EViews досить добре підходить для використання методу найменших квадратів, побудови узагальнених лінійних моделей, квантильної регресії, авторегресії з умовною гетероскедастичністю, моделювання коінтегрованих процесів.

Головною перевагою цієї системи над іншими є зручність завантаження великої кількості популярних форматів файлів з даними. Але, в той же час, головним недоліком є неможливість роботи з багатовимірними даними. З матричними операціями в оцінюванні ймовірності в EViews також можуть виникати проблеми.

Оскільки система EViews є більшою мірою розрахована на використання студентами, то прийнятна вартість її використання є один із головних плюсів на користь EViews.

1.3.2 STATISTICA

Комп'ютерна програма STATISTICA, так само, як і EViews є високорозвиненою системою для роботи з часовими рядами. Головною перевагою цього продукту є дуже зручне графічне представлення даних. Для користувача є великий вибір в налаштуванні графіків. Також є можливість створення автоматичного звіту, що є дуже корисним. Заявлено можливість роботи програми з необмеженими за розміром файлами, при цьому зберігаючи високу швидкодію та точний результат. В пакеті також наявний детально розроблений модуль для роботи з нейронними мережами, що на сьогоднішній день можуть давати високоякісні результати. Але при цьому всьому, STATISTICA не дозволяє проводити певні важливі статистичні тести. Продукт дуже поступається ціною EViews, оскільки для звичайного користувача ціна є досить великою.

1.3.3 SAS

SAS (Statistical Analysis Systems) – це набір продуктів, створений Інститутом SAS, який виконує багатовимірні дослідження, сучасну аналітику, управління даними, бізнес-аналітику та багато інших завдань. Це система для інтерактивного аналізу даних, побудови оцінок прогнозів та описових моделей. Основними перевагами використання SAS є потужність побудови моделей для прогнозування, метод описового моделювання, кластеризація та багато іншого. Певною особливістю для користувача є те, що наявна можливість працювати з цим інструментом не лише на персональному комп'ютері, а й у хмарних середовищах, що може стати надзвичайно корисним під час роботи з великими об'ємами даних. Так само як і інші програми, SAS Visual Statistics також має свої недоліки. Як і у STATISTICA ключовим недоліком є ціна продукту. Для великих підприємств покупка ліцензії не викликає труднощів, проте для власного користування ціна відіграє ключову роль – вона цілком неприйнятна.

Ще одним важливим недоліком є складність освоєння, оскільки система дуже громізка та потребує високої кваліфікації користувача.

1.3.4 RATS (Regression Analysis of Time Series)

RATS, аббревіатура від Regression Analysis of Time Series, є статистичним пакетом для аналізу часових рядів та економетрики. RATS розробляється та продається компанією Estima, Inc.

RATS може читати дані з різних форматів файлів та джерел баз даних, включаючи файли Excel, текстові файли, файли Stata та більшість баз даних, що підтримують SQL та ODBC. Він може обробляти фактично будь-яку частоту даних, включаючи щоденні, щотижневі, внутрішньоденні та панельні дані.

RATS має широкі графічні можливості. Він може генерувати графіки часових рядів з високою роздільною здатністю, графіки розсіювання X-Y з високою роздільною здатністю, графіки подвійного масштабу та може експортувати графіки до багатьох форматів, включаючи PostScript та метафайл Windows.

1.4 Висновки до розділу і постановка задачі дослідження

В розділі наведені приклади моделей економічних процесів. Розглянуто такі різницеві рівняння, як авторегресія, парна регресія, множинна регресія, змішана регресія, авторегресія з ковзним середнім, модель ковзного середнього.

В розділі подана характеристика популярних комп'ютерних систем для статистичної обробки даних. В ході аналізу було визначено слабкі та сильні сторони для кожної із систем. Наприклад, для STATISTICA основною перевагою є простий графічний інтерфейс системи, але в той же час одним із важливих недоліків є відсутність тестів на нестационарність та відсутність моделювання нестационарних гетероскедастичних процесів. Найбільш прийнятним для використання виявилась система EViews.

Визначено, що оцінювання можливих фінансових втрат у нестационарних економічних та фінансових процесах є актуальною задачею сьогодення, яка потребує ґрунтовного наукового дослідження. Визначено напрям подальших робіт для виконання дослідження за вибраною темою.

Задачею даного дослідження є ознайомлення з нелінійними процесами, розуміння особливостей моделювання таких процесів та представлення певних моделей та прогнозів для нелінійних нестационарних процесів.

Постановка задачі дослідження

- Встановити актуальність задачі моделювання і прогнозування нестационарних процесів в економіці та фінансах
- Вибрати процеси для моделювання і зібрати необхідні статистичні дані
- Створити (вибрати) програмне забезпечення для виконання обчислювальних експериментів
- Побудувати математичні моделі для вибраних процесів і обчислити оцінки прогнозів
- Виконати аналіз результатів
- Сформулювати перспективи подальших досліджень

РОЗДІЛ 2 МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ І ПРОГНОЗУВАННЯ ФЕП

2.1 Методика моделювання ФЕП на основі статистичних даних

За останні десятиліття в світі було описано велику кількість математичних методів, що дозволяють спрогнозувати лінійні, нелінійні нестационарні та інші процеси. Всі методи прогнозування, як правило, розділяють на три широкі класи:

1. Прогнозування, за основу ідею якого взято суб'єктивне судження, оцінка з урахуванням досвіту й інтуїції, поглиблені розуміння предметної області та інші міркування, які мають пряме, або опосередковане відношення до досліджуваного процесу.
2. Методи, що ґрунтуються на застосуванні часового ряду однієї змінної. Тут можливі такі варіанти, як авторегресія (АР), авторегресії з ковзним середнім (АРКС), АРКС з урахуванням тренду та інші подібні моделі.
3. Векторні процеси, або ж часові ряди декількох змінних, слугують як третій клас. Тут враховується залежність ендогенної змінної від деякого числа регресорів у правій частині.

Звичайно, що ці три класи не є взаємовиключними, тому цілком доцільне використання комбінацій двох, або навіть трьох приведених методів [6].

Розглянемо узагальнений алгоритм (рис. 2.1) для побудови математичної моделі на основі статистичних даних. Алгоритм є узагальненим для застосування до систем чи процесів будь-якого типу.

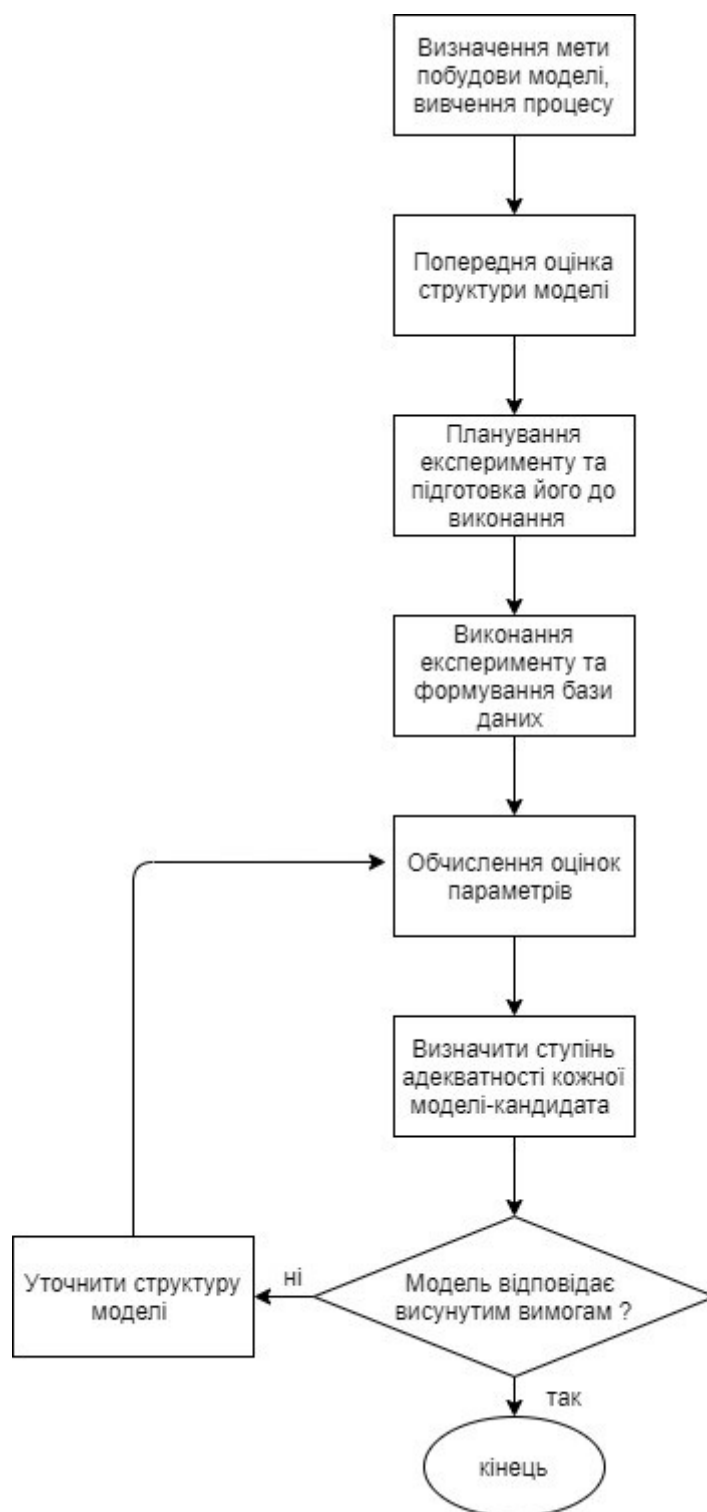


Рисунок 2.1 - Алгоритм побудови математичної моделі на основі статистичних даних

Розглянемо детально кожен етап.

Етап 1. Визначення мети побудови моделі, вивчення процесу. На цьому етапі головним є зрозуміти мети побудови моделі. Тобто для чого ця модель буде використовуватись: для прогнозування процесу, для його поглибленого

вивчення чи керування. На цьому етапі виконується аналіз роботи процесу на основі експериментальних даних чи літературних джерел для виявлення числа входів і виходів, розуміння взаємодії складових частин процесу, визначення наявності випадкових збурень, по можливості встановлення розподілу ймовірностей для них, або функціональне описання, якщо ці збурення детерміновані. При існуванні моделі подібних процесів, їх також необхідно вивчити та врахувати можливі недоліки.

Етап 2. Попереднє оцінювання структури моделі. Після вивчення процесу, необхідно визначити типи структур моделей-кандидатів. Таких моделей може бути декілька, в залежності від проценту невизначеності даного процесу.

Етап 3. Планування експерименту та підготовка до його виконання. На цьому етапі виконуються такі дії:

- визначення діапазону зміни вхідних та вихідних величин, збурень
- встановлення дискретності зміни вхідних величин, період дискретизації вимірів, визначення типів вимірювальних приладів
- планування режиму роботи процесу, для яких необхідно мати експериментальні дані
- визначення періодичність збору та занесення в базу для статистичних даних
- задавання типу, об'єму та якості продукції, що буде вироблена протягом виконання експерименту

Етап 4. Виконання експерименту та формування бази даних. На цьому етапі виконується план описаний на третьому кроці експерименту і формується часові ряди з вимірів або статистичних даних, які будуть використані на наступному етапі для обчислення оцінок параметрів математичних моделей

Етап 5. Обчислення оцінок параметрів. На цьому етапі виконується обчислення оцінок коефіцієнтів математичних моделей на основі існуючих даних. При цьому оцінка проходить для всіх моделей-кандидатів, описаних на другому етапі. Для обчислення оцінок параметрів необхідно:

1. вибрати метод оцінювання параметрів моделі в залежності від її структури;
2. зробити попередню обробку даних. Наприклад, масштабування, логарифмування, цифрова фільтрація, видалення недостовірних даних і т.д.;
3. обчислити оцінки параметрів моделей.

Етап 6. Визначити ступінь адекватності кожної моделі-кандидата (діагностика моделі). На цьому етапі проходить процес вибору моделі з усіх моделей-кандидатів за допомогою статистичних критеріїв.

Наприклад, за допомогою критерію Акаїке. Інформаційний критерій Акаїке (ІКА, АІС) — це оцінювач похибки позавибіркового прогнозування, і відтак відносної якості статистичних моделей, для заданої вибірки даних. Дуже гарно, що маючи сукупність моделей для цих даних, ІКА оцінює якість кожної з моделей відносно кожної з інших моделей. Тобто, ми можемо подивитись оцінки всіх моделей порівняно з іншими. Для застосування ІКА на практиці ми починаємо з набору моделей-кандидатів, а потім знаходимо відповідні значення ІКА цих моделей. Через те, що зазвичай модель-кандидат застосовується для представлення реальної моделі, тобто процесу, що породив дані, втрата інформації буде майже завжди [7].

Серед моделей-кандидатів ми хочемо обрати таку, що мінімізує цю втрату інформації. Ми не можемо обирати з точністю до 100 %, але ми можемо мінімізувати оцінювану втрату інформації. Це можна обрахувати за формулою:

$$\exp((IKA_{min} - IKA_j)/2).$$

Від мінімального значення критерію для всіх моделей віднімаємо значення критерію для конкретної моделі і ділимо на два. Таку величину

можливо інтерпретувати як пропорційну до ймовірності того, що i -та модель мінімізує (оцінювану) втрату інформації.

Також, тісно пов'язаним з критерієм Акаїке є байєсів інформаційний критерій (БІК, ВІС), або, як його ще називають, критерій Шварца. В нього є певний недолік – він не може обробляти складні зібрання моделей, як у задачі обирання змінних за високої розмірності. При обиранні з декількох моделей найприйнятнішою є модель із найнижчим показником БІК. Оскільки, БІК є зростаючою функцією дисперсії похибки δ^2 , і зростаючою функцією k . Тобто, незрозуміла дисперсія в залежній змінній та число описових змінних збільшують значення БІК. Отже, чим нижчий БІК, тим менша кількість описових змінних, або краща підгонка моделі, або і те, і друге.

І на останок, зручним для практичного використання є критерій Дарбіна-Уотсона (чи DW-критерій). Він є одним із статистичних критеріїв, що використовується для знаходження автокореляції залишків першого порядку регресійної моделі. Критерій Дарбіна — Уотсона розраховується за такою формулою:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^n e_t^2} \approx 2(1 - \rho_1),$$

де ρ_1 – коефіцієнт автокореляції першого порядку. Тобто, у разі відсутності помилок $d = 2$.

Значення критерію можна побачити у таблиці 2.1.

Таблиця 2.1- Значення критерію Дарбіна-Уотсона

$\rho_1 = 0$	$d = 2$	Немає автокореляції
$\rho_1 = 1$	$d = 0$	Додатня автокореляція
$\rho_1 = -1$	$d = 4$	Від'ємна автокореляція

Етап 7. Якщо вибрана модель відповідає висунутим вимогам, то процедуру можна завершити, інакше перейти на наступний етап.

Етап 8. Уточнити структуру моделі, за необхідності зібрати додаткові експериментальні дані та перейти на етап 5.

Незважаючи на те, що в цілому планування та виконання експерименту для фінансово-економічних даних є досить складною задачею, в окремих випадках це цілком можливо. Особливо, якщо певне підприємство має наміри впровадження нові інформаційні технології обробки даних і методи прогнозування розвитку процесів на виробництві [8].

2.2 Особливості моделювання нелінійних нестационарних процесів

2.2.1 Моделювання гетероскедастичних процесів

Гетероскедастичним процесом називають процес зі змінною дисперсією, тобто:

$$\text{var} [y(k)] = E\{[y(k) - \mu]^2\} \neq \text{const} .$$

У процесі аналізу фінансових процесів, зазвичай, дисперсію розглядають як міру волатильності, тобто показник, який вказує на коливання часових рядів.

У фінансових процесах цей показник характеризує зміни цін в часі. Він є одним із головних показників фінансових ризиків. Тобто гетероскедастичні процеси нестационарні, бо дисперсія змінюється у часі та нелінійні одночасно, бо мають нелінійність по дисперсії.

Для перевірки на гетероскедастичність існує багато тестів, найпопулярнішими з них є:

- Тест Уайта

Тест використовує залишки регресії, оціненої за допомогою звичайного методу найменших квадратів. Для тесту оцінюється (також звичайним МНК) допоміжна регресія квадратів цих залишків на все регресорів (включаючи константу, навіть якщо її не було у вихідній моделі), їх квадрати і попарні добутки.

- Тест Голдфелда-Квандта

Спочатку дані упорядковуються по спаданню незалежної змінної z , щодо якої є підозри на гетероскедастичності. Після цього звичайним МНК оцінюється вихідна регресійна модель для двох різних вибірок - перших і останніх m спостережень в даному впорядкуванні, де $m < \frac{n}{2}$. Середні $n-2m$ спостережень виключаються з розгляду. Частіше за все обсяг спостережень, які виключаються, десь близько чверті загального обсягу вибірки. Тест працює і без виключення середніх спостережень, але в цьому випадку потужність тесту зменшується.

- Тест Бройша-Пагана

Цей тест застосовується, якщо є підстави вважати, що дисперсія випадкових помилок може залежати від деякої сукупності змінних. При цьому в даному тесті перевіряється лінійна залежність дисперсії випадкових помилок від деякого набору змінних.

- Графічний метод

Досить очевидно, що одним із методів тестування на гетероскедастичність є графічний метод. Цей найпростіший та наочний метод є найбільш доцільним, коли ми не маємо необхідного об'єму даних для проведення аналізу. Тобто, графічний метод є гарним в застосуванні, коли гіпотези про наявність гетероскедастичності є чисто суб'єктивними.

- Тест Фішера

Також, одним із практично використовуваних них та досить зрозумілих тестів для визначення наявності нелінійностей є тест Фішера. Основна ідея тесту полягає в аналізі відношення:

$$\hat{F} = \frac{\text{відхилення середніх значень від прямої регресії}}{\text{відхилення значень } y(k) \text{ від групових середніх}}.$$

Якщо статистика \hat{F} досягає або перевершує рівень значимості, то гіпотезу про лінійність потрібно відкинути.

В кожному з цих тестів результат залежить від знайденої статистики, якщо вона матиме значення більше за критичне, яке визначається відповідно до рівня значущості, то гіпотеза про стаціонарність відхиляється, отже ряд буде вважатись гетероскедастичним.

Опишемо процес побудови моделей гетероскедастичних процесів (рис. 2.2):



Рисунок 2.2 - Процес (методика) побудови моделі гетероскедастичного процесу

Як зазвичай, першим кроком буде збір даних та їх попередня підготовка. Також необхідно провести тест на гетероскедастичність та, за наявності тренду, його треба позбутися.

На наступному кроці будуємо авторегресію, для якої використовуємо показники авто кореляційної функції для вхідних даних. Таким способом обчислюємо ряд квадратів залишків $\{\widehat{e}^2(k)\}$ та обчислюємо середню вибірку дисперсію за наступною формулою:

$$\widehat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N \widehat{e}^2(k).$$

В цій формулі N – кількість залишків моделі AR.

Наступним кроком буде обчислення авто кореляційної функції, також тут можна побудувати графік для візуального аналізу.

Після цього необхідно перевірити значення $p(s)$

$$p(s) = \frac{\sum_{k=s+1}^N [\widehat{e^2}(k) - \widehat{\sigma_e^2}][\widehat{e^2}(k-s) - \widehat{\sigma_e^2}]}{\sum_{k=1}^N [\widehat{e^2}(k) - \widehat{\sigma_e^2}]^2}.$$

Якщо є значення цієї автокореляційної функції, яке відрізняється від нуля у статистичному сенсі, то в цьому процесі наявна умовна гетероскедастичність.

На наступному кроці вже будується модель авто регресії з умовною гетероскедастичністю – АРУГ (ARCH або autoregression with conditional heteroscedasticity); також далі можна побудувати GARCH (generalized ARCH). Також можна побудувати модифікації даних моделей за значеннями квадратів залишків. Після цього етапу, ми отримаємо оцінені значення залишків ($\widehat{e^2}_{оц}(k)$) і тепер вже можна уточнити вихідну модель формулою :

$$Y_{уточ}(k) = Y(k) - \widehat{e^2}_{оц}(k).$$

На отриманому ряді будують модель AR (ARMA).

Аналіз моделей АРУГ та УАРУГ :

Одними з найбільш популярних моделей для формального опису дисперсії є авторегресія з умовною гетероскедастичністю (АРУГ) та узагальнена АРУГ (УАРУГ). Модель авторегресії з умовною гетероскедастичністю (АРУГ) Припустимо, що ми маємо модель AR(1):

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + \varepsilon(k).$$

Нехай $\{\hat{\varepsilon}(k)\}$ буде оцінкою залишків моделі. Тоді умовну дисперсію будемо визначати формулою:

$$\text{var}[y(k+1)|y(k)] = E_k\{[y(k+1) - a_0 - y(k)]^2\} = E_k[\hat{\varepsilon}^2(k+1)].$$

Тепер будемо застосовувати модель авторегресії (АР(q)) для квадратів оцінок залишків моделі :

$$\hat{\varepsilon}^2(k) = a_0 + a_1 \hat{\varepsilon}^2(k-1) + a_2 \hat{\varepsilon}^2(k-2) + \dots + a_p \hat{\varepsilon}^2(k-q) + v(k),$$

де $v(k)$ – гаусівський процес (білого шуму) з нульовим середнім для адекватної моделі якого дорівнює нулю.

Розглянемо випадок, коли

$$a_2 = a_3 = \dots = a_p = 0.$$

В цьому випадку оцінка дисперсії прийме значення константи.

У випадку однокрокового прогнозування умовної дисперсії :

$$E_k[\hat{\varepsilon}^2(k+1)] = a_0 + a_1 \hat{\varepsilon}^2(k) + a_2 \hat{\varepsilon}^2(k-1) + \dots + a_p \hat{\varepsilon}^2(k-q+1).$$

Можна зауважити, що ця модель будується при виконанні умови нестационарності, тобто

$$\text{var}[y(k)] \neq \text{const}.$$

Цю модель називають авторегресійною з умовною гетероскредастичністю (АРУГ). Залишки $\varepsilon(k)$ генеруються на основі регресійних, авторегресійних (АР) чи авторегресійних рівнянь з ковзним середнім (АРКС). Модель АРУГ

широко використовують для прогнозування волатильності. За її використання ми будемо мати більшу ймовірність отримання значень які дуже відрізняються від математичного сподівання. Основним недоліком таких моделей є те, що вона накладає обмеження на параметри, а це досить таки ускладнює їх оцінювання, тим паче, коли ми маємо справу з моделями великого порядку.

Тепер поговоримо про узагальнену модель авторегресії з умовною гетероскедастичністю (УАРУГ). В своїй основі вона базується на введенні компонентів ковзного середнього в рівняння для оцінки умовної варіації. Це цілком адекватно, що на будь-якому фінансовому ринку постійно змінюється ціна. Такі зміни цін можна описати рівнянням:

$$\varepsilon(k) = v(k)[h(k)]^{1/2}.$$

Тобто, через це розподіл умовної дисперсії можна описати моделлю:

$$h(k) = a_0 + \sum_{i=1}^q a_i \varepsilon^2(k-i) + \sum_{j=1}^p \beta_j h(k-j).$$

Оскільки процес $v(k)$ був визначений як гаусівський і звісно він не корелює з $\varepsilon(k-1)$, то тоді, як умовне і безумовне середнє значення для $\varepsilon(k)$ можна брати рівне нулю. З цього випливає, що безумовне математичне сподівання буде мати вигляд :

$$E[\varepsilon(k)] = E \left\{ v(k)[h(k)]^{1/2} \right\} = 0.$$

З цього випливає, що умовна дисперсія $\varepsilon(k)$ визначається формулою :

$$E_{k-1}[\varepsilon^2(k)] = h(k).$$

Не можливо не помітити, що рівняння узагальненої моделі авто регресії $AR(p)$ з умовною гетероскедастичністю порядку q – $УАРУГ(p,q)$, розбивається на дві частини. Перша частина це авторегресія, а друга – ковзне середнє відносно змінної дисперсії, тобто дисперсії нашого гетероскедастичного процесу. Тобто, якщо $p = 0$, $q = 1$, то маємо справу з процесом першого порядку $УАРУГ(0,1)$. Коли ж маємо, що коефіцієнт $\beta_i = 0$, то модель $УАРУГ(p,q)$ можна називати моделлю $ARУГ(p,q)$. Для того щоб умовна дисперсія була скінченою, корені характеристичного рівняння повинні бути всередині одиничного кола. Основною перевагою моделі а $УАРУГ$ це те, що вона дає нам можливість зменшити порядок моделі $ARУГ$. Також за допомогою цієї моделі ми можемо врахувати всі важкі розподіли випадкової величини.

Також існує експоненційна аторегресійна умовно гетероскедастична модель (Е - $УАРУГ(p,q)$). Її можна описати формулою:

$$\log(h^2(k)) = a_0 + \sum_{i=1}^p \frac{|\varepsilon(k-i)|}{h(k-i)} + \sum_{i=1}^p \gamma_i \frac{\varepsilon(k-i)}{h(k-i)} + \sum_{i=1}^q \beta_i \log(h^2(k-1) + \varepsilon(k)).$$

В простій моделі $УАРУГ(p,q)$ умовна дисперсія залежить від розміру залишків, а не від їх знаків. Наведена модель моделює умовну дисперсію, як асиметричну функцію значень ε . Це дозволяє додатнім і від'ємним попереднім значенням ε мати різний вплив на волатильність. Представлення в логарифмічному вигляді дозволяє включити від'ємні значення залишків, не отримуючи при цьому від'ємну умовну дисперсію.

2.2.2 Моделювання нелінійних процесів

Нелінійні процеси потрібно формально описувати (моделювати) так :

- розділити дані на лінійну та нелінійну частини;
- будуємо $AR(10)$ або $AR(15)$;
- в залишках залишається нелінійність, яку не описує лінійна модель:

$$e(k) = \hat{\varepsilon}(k) = y(k) - \hat{y}(k);$$

- підібрати нелінійну модель під нелінійну складову: поліном, $\sin^2(x)$, $A * \exp(-bx)$ і т. ін.
- оптимізувати структуру лінійної моделі (наприклад, зменшити порядок)
- оптимізувати структуру нелінійної моделі.

Розглянемо цю ідею більш детально. Зазвичай, як і при побудові моделі будь-яких процесів, нам необхідно провести попередню обробку даних, таку як :

- заповнення пропусків;
- згладжування екстремальних значень;
- логарифмування;
- нормування в діапазоні від -1 до 1 ;
- диференціювання.

Далі ми повинні побудувати модель для лінійної частини процесу та оцінити структуру та параметри отриманої моделі. Тут, для перевірки наявності нелінійності, можна використати тест Фішера, який був описаний вище.

Після цього в процесі ще залишається нелінійна частина. Для перевірки на гетероскедастичність застосовуємо тест Уайта. Тепер необхідно підібрати модель під нелінійну частину [9].

Як і при побудові будь-яких моделей, необхідно перевірити модель на адекватність. За допомогою критеріїв адекватності, наприклад за допомогою критерію Дарбіна-Уотсона чи критерію Акаїке, можемо зробити висновок про адекватність побудованої моделі та доцільність її майбутнього використання. Ще одним прийнятним варіантом перевірки моделі на адекватність є побудова прогнозу на декілька кроків вперед [10].

Після обрання найбільш підходящої моделі можна переходити до прогнозування. Тобто наступним кроком буде побудова прогнозу та оцінка його якості. Якщо точність прогнозу є задовільною, то можна закінчувати

дослідження. Процес моделювання та прогнозування нелінійних нестационарних процесів (рис. 2.3):

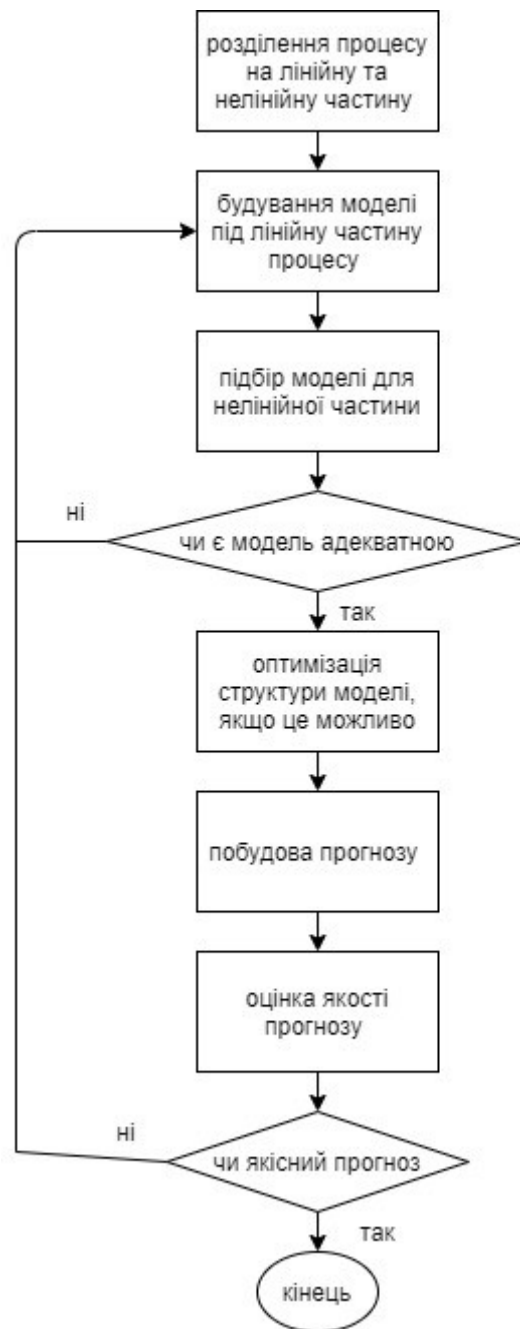


Рисунок 2.3 - Процедура моделювання і прогнозування нелінійних нестационарних процесів

Розглянемо декілька моделей нелінійних нестационарних процесів. Існують моделі з лінійними трендами, з нелінійними трендами, з логістичними трендами та із стохастичними трендами.

Спочатку розглянемо модель з лінійним трендом. Її математичне представлення виглядає так :

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^{k-1} \overline{a_i y(k-i)} + bk + \varepsilon(k),$$

В цьому рівнянні лінійним трендом є

$$y(k) = a_0 + bk.$$

Взагалі, лінійний тренд є найпростішим видом тренду, який наразі застосовується при моделюванні нестационарних процесів. Лінійний тренд описує рівномірну зміну показника у часі. В цій моделі коефіцієнт моделі a_0 характеризує первісний рівень (зміщення) ряду, щодо якого процес починає розвиватися, відрізок, який відсікає пряма лінія на осі; коефіцієнт b характеризує середню швидкість зміни рівня ряду і дорівнює тангенсу кута нахилу тренду до часової осі.

Модель лінійної функції у прогнозуванні використовують дуже часто. Принаймні, виходячи з загальнонаукового принципу "від простого – до складного", аналізуючи та вивчаючи властивості цієї моделі, розробляють різні методи оцінювання її коефіцієнтів, а також їх перерахунку при появі нової інформації або адаптації моделі; виконують прогнози і визначають довірчі інтервали, а потім на основі отриманих знань і навичок переходять до вивчення більш складних моделей.

Наступною є модель з нелінійним трендом. Часто використовуваним випадком нелінійного тренду є параболічний тренд. Його математичне представлення виглядає так :

$$y(k) = a_0 + \sum_{i=1}^{k-1} \overline{a_i y(k-i)} + b_1 k + b_2 k^2 + \varepsilon(k).$$

В цьому рівнянні параболічним трендом є:

$$y(k) = a_0 + b_1k + b_2k^2.$$

Параболічний тренд відрізняється від лінійного наявністю у своїй моделі коефіцієнта b_2 , який визначає прискорення відповідного процесу. Використовуючи відповідну модель для моделювання відповідних нестационарних процесі слід враховувати її особливість, а саме: така модель з плином часу досягне до свого екстремуму і почне рух у протилежний бік. Зазвичай в моделюванні не використовують тренди більш високих порядків: кубічний і т.д. Це обумовлено тим, що параболи більш високих ступенів хоч і можуть добре апроксимувати ряд, але тенденції прогнозують погано. Далі розглянемо модель процесу з логістичним трендом

$$y(k) = \sum_{i=1}^{k-1} \overline{a_i y(k-i)} + \frac{1}{e^{a_0+a_1k+1}} + \varepsilon(k).$$

Тобто, в цьому рівнянні логістичним трендом буде :

$$y(k) = \frac{1}{e^{a_0+a_1k+1}}.$$

Логістична форма тренду підходить для опису такого процесу, при якому досліджуваний показник проходить повний цикл розвитку, починаючи, як правило, від нульового рівня, спочатку повільно, але з прискоренням зростаючи, потім прискорення стає нульовим у середині циклу, тобто зростання відбувається за лінійним трендом, потім, в завершальній частині циклу, зростання сповільнюється за гіперболою в міру наближення до граничного значення показника.

Перейдемо до процесів зі стохастичним трендом

Детермінований тренд називають також глобальним трендом процесу. Однак, на сьогодні існує тенденція до вироблення більш загального підходу до опису тренду, а саме, використання локальних моделей замість глобальних. При цьому тренд розглядають як стохастичну функцію часу. Це дає можливість гнучкіше підійти до вибору математичного опису тренду.

Одним із підходів до опису локального тренду є введення залежності коефіцієнтів моделі від часу:

$$y(k) = a(k) + d_1(k)k,$$

де $a(k)$ – локальна константа;

$d_1(k)$ – коефіцієнт, який визначає локальний нахил тренду.

Відповідні результати моделювання показують, що рівень робастності таких функцій є більш високим ніж рівень робастності детермінованих функцій поліноміального типу. Існує альтернативний підхід до опису локального тренду, який полягає у використанні рекурсивних рівнянь типу

$$y(k) = a_0 + y(k - 1),$$

або в ускладненому варіанті:

$$y(k) = a(k) + y(k - 1) + \varepsilon(k),$$

де $\varepsilon(k)$ – випадкова змінна, яку для спрощення аналізу можна прийняти за послідовність білого шуму з відомою дисперсією.

Це рівняння випадкового кроку із змінним в часі перетином $a(k)$. Перетин може мати наступний вигляд

$$a(k) = a(k - 1) + v(k),$$

де $v(k)$ – випадковий збурюючий процес.

Зазначимо, що рівень $y(k)$ та швидкість зростання $a(k)$ безпосередньо не вимірюються.

Модель випадкового тренду є однією з найпростіших, яка дозволяє описати випадковий тренд в деяких випадках. Вона має наступний вигляд:

$$y(k) = y(k - 1) + \varepsilon(k),$$

де $\varepsilon(k)$ – білий шум з нульовим математичним сподіванням.

Приростом значення основної змінної в даній моделі є випадковою величиною.

Розв'язок даного рівняння має такий вигляд:

$$y(k) = y_0 + \sum_{i=1}^k \varepsilon(i).$$

2.3 Оцінювання параметрів моделей

Одним із важливих етапів в побудові математичних моделей є правильний вибір метода для оцінки параметрів моделі. Нині існують багато методів для оцінювання параметрів моделі. Розглянемо такі методи, як метод найменших квадратів (МНК), рекурсивний метод найменших квадратів (РМНК), рекурсивне оцінювання параметрів методом мінімізації похибки та метод інструментальної (допоміжної) змінної, а також метод Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ).

2.3.1 Метод найменших квадратів

Зазвичай, МНК використовують, коли модель лінійна. Застосування цього методу пов'язано з обмеженням на випадкові процеси, що зазвичай мають місце при описанні об'єктів та процесів будь-якої природи. Зокрема, це

центрованість випадкового процесу та його некорельованість із залежною змінною, а також відсутність автокореляції.

Розглядаємо лінійний процес, на який діють вхідні впливи $x_1(k), \dots, x_p(k)$, а вихідною змінною є $y(k)$. Для описання такого лінійного процесу, можна скористатись математичною моделлю (множинною регресією) такого вигляду:

$$y(k) = b_0 + b_1 x_1(k) + b_2 x_2(k) + \dots + b_p x_p(k) + \varepsilon(k),$$

де $\varepsilon(k)$ – випадковий процес;

b_0, b_1, \dots, b_p – невідомі коефіцієнти моделі, які можна об'єднати у p -вимірний вектор параметрів моделі

$$\beta = [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_p]^T.$$

Якщо зібрати експериментальні дані щодо функціонування даного процесу, тобто, вибірки вимірів довжиною N для кожної змінної, то можна записати систему рівнянь:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ \dots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1(1) & x_2(1) & \dots & x_p(1) \\ 1 & x_1(2) & x_2(2) & \dots & x_p(2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_1(N) & x_2(N) & \dots & x_p(N) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon(1) \\ \varepsilon(2) \\ \dots \\ \varepsilon(N) \end{bmatrix}$$

Або, для зручності, в матричному вигляді:

$$y = X\beta + \varepsilon,$$

де y – вектор вимірів залежної змінної $y(k)$ вимірності N ;

$\mathbf{X}[N \times (p + 1)]$ – матриця вимірів незалежних змінних (регресорів або екзогенних змінних);

β – вектор невідомих параметрів моделі вимірності $p + 1$;

ε – випадковий процес з нормальним розподілом, який характеризується нульовим середнім і скінченною постійною дисперсією, тобто:

$$\{\varepsilon(k)\} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2).$$

Для того щоб мінімізувати дисперсії оцінок параметрів моделі необхідно забезпечити лінійну незалежність стовпчиків матриці \mathbf{X} , тобто, забезпечити максимальний ранг

$$\text{rank}[\mathbf{X}] = p + 1.$$

Отримаємо загальний вираз для обчислення оцінок параметрів регресійної моделі

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\theta + \varepsilon$$

із умови мінімізації квадратичного критерію – суми квадратів похибок моделі. Оскільки змінна $\varepsilon(k)$ – невимірювана величина (її оцінку, $\hat{\varepsilon}(k) = e(k)$, ми знайдемо після оцінювання параметрів моделі), то мінімізація суми квадратів похибок моделі означає мінімізацію скаляра:

$$\varepsilon^T \varepsilon = \|\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}\|^2,$$

де $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\theta}$ – оцінка залежної змінної, отримана за допомогою вимірів незалежних змінних та оцінок параметрів моделі $\hat{\theta}$.

Для того щоб отримати вираз для обчислення вектора оцінок параметрів моделі скористаємось виразом:

$$\varepsilon = \mathbf{y} - \mathbf{X}\theta.$$

Таким чином, маємо:

$$\begin{aligned}\varepsilon^T \varepsilon &= (\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta)^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\theta) = \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\theta - \theta^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \theta^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\theta = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\theta^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \theta^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\theta.\end{aligned}$$

Тепер необхідно взяти часткову похідну цього виразу по θ і прирівняти її нулю:

$$\frac{\partial \varepsilon^T \varepsilon}{\partial \theta} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\theta = 0,$$

а звідси

$$\mathbf{X}^T \mathbf{X}\theta = \mathbf{X}^T \mathbf{y},$$

або

$$\theta = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}.$$

Мінімальне значення скаляра $\varepsilon^T \varepsilon$ називають залишковою сумою квадратів похибок ($RSS = residual\ square\ sum$).

Після обчислення оцінок вектора параметрів моделі можна знайти фактичну похибку рівняння:

$$\begin{aligned} \mathbf{e} &= \min_{\hat{\beta}} [\varepsilon^T \varepsilon] = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\theta = \mathbf{y} - \mathbf{X}[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} = \\ &= \{\mathbf{I}_N - \mathbf{X}[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T\} \mathbf{y} = (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}) \mathbf{y}, \end{aligned}$$

де $\mathbf{P} = \mathbf{X}[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T$;

$(\mathbf{I}_N - \mathbf{P})$ – матриця ортогональної проєкції (вектори \mathbf{e} і \mathbf{y} – ортогональні внаслідок того, що θ обчислюється через похідну);

$\mathbf{P} [N \times N]$ – матриця лінійного перетворення експериментальних даних, оскільки

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\theta} = \mathbf{X}[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} = \mathbf{P} \mathbf{y}.$$

Таким чином, вектор вимірів залежної змінної можна представити у вигляді ортогонального розкладу на дві складові:

$$\mathbf{y} = \mathbf{P} \mathbf{y} + (\mathbf{I}_N - \mathbf{P}) \mathbf{y}.$$

Оцінка отримана методом МНК є незміщеною, тобто не містить методичної похибки, яка зменшує або збільшує оцінки параметрів на всьому інтервалі існування вибірки даних [11]. Також, якщо похибки моделі $\varepsilon(k)$ некорельовані і мають незмінну в часі скінченну дисперсію, то дисперсія вектора ε визначається так:

$$\text{var} [\varepsilon] = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_N.$$

2.3.2 Рекурсивний метод найменших квадратів

Розглянемо різницеве рівняння (лінійна регресія) типу

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + \dots + a_n y(k-n) = b_1 v(k-1) + b_2 v(k-2) + \dots + b_m v(k-m) + v(k),$$

де $y(k)$ – залежна змінна;

$v(k)$ – збурення (шум) випадкового характеру, яке у більшості випадків розглядається як білий шум.

Відзначимо, що випадкова змінна $v(k)$ включає в себе ті похибки, які не пояснюються прийнятою моделлю. Також цю модель можна представити у векторному вигляді як

$$y(k) = \theta^T \psi(k) + v(k),$$

де $\theta^T = [a_1 \dots a_n \ b_1 \dots b_m]$ – вектор параметрів моделі; вектор вимірів визначено як

$$\psi^T(k) = [-y(k-1) - y(k-2) \dots - y(k-n) \ v(k-1) \ v(k-2) \dots \ v(k-m)].$$

Вектор параметрів θ необхідно оцінити за допомогою вимірів вектора $\psi(k)$, які зареєстровані в моменти часу $k = 1, 2, 3, \dots, N$. Тобто, можна записати функціонал для мінімізації у наступному вигляді

$$J_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \alpha_k [y(k) - \theta^T \psi(k)]^2,$$

який мінімізується по відношенню до вектора параметрів θ , тобто необхідно знайти оцінку цього вектора параметрів з наступної умови:

$$\min_{\theta} J_N(\theta).$$

В функціоналі α_k – послідовність додатніх чисел, які відіграють роль вагових коефіцієнтів для вимірів; $y(k)$ – скалярний вимір в момент k . Досить часто це послідовність одиниць, або вибір значень цих коефіцієнтів зв'язують з дисперсією шумової складової $v(k)$.

Величину

$$\hat{y}(k | \theta) = \theta^T \psi(k)$$

можна розглядати як «прогнозоване» значення для $y(k)$, що ґрунтується на векторі параметрів θ . Таким чином, функціонал можна розглядати як спробу вибрати таку модель, яка дасть змогу визначити найкращий (лише на один крок) прогноз вихідного сигналу. Критерій $J_N(\theta)$ є квадратичним по відношенню до вектора θ , а тому його можна мінімізувати аналітично.

Запишемо похідну критерію оптимізації по вектору параметрів

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \alpha_k [y(k) - \theta^T \psi(k)] \left(-\frac{\partial \theta^T \psi(k)}{\partial \theta} \right) = \\ &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \alpha_k [y(k) - \theta^T \psi(k)] \left(-\frac{\partial \psi^T(k) \theta}{\partial \theta} \right) = \\ &= \frac{2}{N} \sum_{k=1}^N \alpha_k [y(k) - \theta^T \psi(k)] \left(-\psi^T(k) \frac{\partial \theta}{\partial \theta} \right). \end{aligned}$$

Оскільки в правій частині похідна вектора параметрів по векторному аргументу буде матрицею, то для приведення у відповідність розмірностей множників в круглих дужках в правій частині ми скористались рівністю

$$\theta^T \psi(k) = \psi^T(k) \theta.$$

Прирівняємо похідну по вектору параметрів нулю

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k \theta^T \psi(k) \psi^T(k) = \sum_{k=1}^N \alpha_k y(k) \psi^T(k),$$

де $\psi(k) \psi^T(k)$ – симетрична інформаційна матриця Фішера, тобто $[\psi(k) \psi^T(k)] = [\psi(k) \psi^T(k)]^T$.

Якщо транспонувати обидві частини останнього рівняння, то отримаємо

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k \left| \psi(k) \psi^T(k) \right|^T \theta = \sum_{k=1}^N \alpha_k \psi(k) y(k),$$

що еквівалентно

$$\sum_{k=1}^N \alpha_k \left| \psi(k) \psi^T(k) \right| \theta = \sum_{k=1}^N \alpha_k \psi(k) y(k).$$

Введемо позначення $\hat{\theta}$ для оцінки вектора параметрів θ і визначимо його за допомогою наступного рівняння:

$$\hat{\theta}(N) = \left[\sum_{k=1}^N \alpha_k \psi(k) \psi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N \alpha_k \psi(k) y(k).$$

при умові, що існує обернена матриця.

Перейдемо до рекурсивної форми запису останнього рівняння. Введемо наступне позначення:

$$\bar{\mathbf{R}}(k) = \sum_{k=1}^N \alpha_k \psi(k) \psi^T(k).$$

Із визначення величини $\bar{\mathbf{R}}(k)$ витікає, що

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{R}}(k) &= \bar{\mathbf{R}}(k-1) + \alpha_k \psi(k) \psi^T(k) \\ \bar{\mathbf{R}}(k-1) &= \bar{\mathbf{R}}(k) - \alpha_k \psi(k) \psi^T(k). \end{aligned}$$

Таким чином, для вектора оцінок параметрів можна записати наступний вираз:

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(k) &= \bar{\mathbf{R}}^{-1}(k) \left[\sum_{i=1}^{k-1} \alpha_i \psi(i) y(i) + \alpha_k \psi(k) y(k) \right] = \\ &= \bar{\mathbf{R}}^{-1}(k) \left[\sum_{i=1}^{k-1} \alpha_i \psi(i) (\psi^T(i) \hat{\theta}(i-1)) + \alpha_k \psi(k) y(k) \right] = \\ &= \bar{\mathbf{R}}^{-1}(k) \left[\bar{\mathbf{R}}(k-1) \hat{\theta}(k-1) + \alpha_k \psi(k) y(k) \right] = \\ &= \bar{\mathbf{R}}^{-1}(k) \left[\bar{\mathbf{R}}(k) \hat{\theta}(k-1) + \alpha_k \psi(k) [y(k) - \psi^T(k) \hat{\theta}(k-1)] \right] \end{aligned}$$

Останній вираз отримано із врахуванням того, що допоміжна змінна

$$\bar{\mathbf{R}}(k-1) = \bar{\mathbf{R}}(k) - \alpha_k \psi(k) \psi^T(k).$$

Тепер виконаємо множення в правій частині і в результаті отримаємо рекурсивні рівняння для вектора оцінок параметрів початкової моделі.

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \alpha_k \bar{\mathbf{R}}^{-1}(k) \psi(k) [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1) \psi(k)],$$

$$\bar{\mathbf{R}}(k) = \bar{\mathbf{R}}(k-1) + \alpha_k \psi(k) \psi^T(k).$$

Для того, щоб уникнути переповнення при обчисленні оцінок параметрів за допомогою попередніх систем матрицю $\bar{\mathbf{R}}(k)$ (її називають ще інформаційною матрицею Фішера) можна усереднити наступним чином:

$$\mathbf{R}(k) = \frac{1}{k} \bar{\mathbf{R}}(k) = \frac{1}{k} [\bar{\mathbf{R}}(k-1) + \alpha_k \psi(k) \psi^T(k)]$$

Оскільки

$$\bar{\mathbf{R}}(k-1) = (k-1) \mathbf{R}(k-1),$$

то можна записати як

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(k) &= \frac{k-1}{k} \mathbf{R}(k-1) + \frac{1}{k} \alpha_k \psi(k) \psi^T(k) = \\ &= \mathbf{R}(k-1) + \frac{1}{k} [\alpha_k \psi(k) \psi^T(k) - \mathbf{R}(k-1)]. \end{aligned}$$

Таким чином друга форма для РМНК має наступний вигляд:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{1}{k} \alpha_k \mathbf{R}^{-1}(k) \psi(k) [y(k) - \hat{\theta}^T(k-1) \psi(k)],$$

$$\mathbf{R}(k) = \mathbf{R}(k-1) + \frac{1}{k} [\alpha_k \psi(k) \psi^T(k) - \mathbf{R}(k-1)].$$

Недоліком обох наведених форм є необхідність обчислення оберненої матриці, що неможливо у випадку, коли матриця $\mathbf{R}(k)$ вироджена.

Метод найменших квадратів забезпечує виконання основних вимог щодо якості оцінок – незміщеність, консистентність і ефективність, якщо випадкова величина у правій частині рівняння задовольняє наступним вимогам: $\{\varepsilon(k)\}$ – некорельований процес з нульовим середнім і некорельований із залежною змінною в лівій частині рівняння. Необхідно також пам’ятати, що якість оцінок, отриманих за допомогою РМНК, наближається до якості оцінок, отриманих за допомогою МНК, після закінчення перехідного процесу. Оцінити статистичні характеристики процесу $\{\varepsilon(k)\}$ можна після оцінювання коефіцієнтів моделі, тобто

$$\hat{\varepsilon}(k) = e(k),$$

де $e(k)$ – похибка моделі. Це означає, що перед оцінюванням моделі ми робимо припущення, що $\{\varepsilon(k)\}$ задовольняє висунутим вимогам, а після оцінювання коефіцієнтів необхідно зробити перевірку цього припущення.

2.3.3 Рекурсивне оцінювання параметрів методом мінімізації похибки

В даному випадку критерій оцінювання має вигляд:

$$J_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \alpha_k [y(k) - \theta^T \varphi(k)]^2$$

можна інтерпретувати як мінімізацію похибки між «прогнозованим» за рівнянням значенням $y(k)$ та його виміром. Ця ідея є провідним принципом при розв’язуванні задач ідентифікації в режимі оф-лайн. (Тобто в пакетному режимі після закінчення збору інформації). Подібну інтерпретацію можна дати також декільком іншим методам. Це сімейство методів можна назвати методами ідентифікації на основі прогнозування похибки.

2.3.4 Метод інструментальної (допоміжної) змінної

Рекурсивний метод інструментальної змінної (РМІЗ) представляє собою модифікацію рекурсивного метода найменших квадратів з покращеними властивостями збіжності оцінок. Розглянемо знову модель

$$y(k) = \theta^T \varphi(k) + v(k),$$

та припустимо, що експериментальні дані згенеровані за допомогою цієї моделі при деяких значеннях коефіцієнтів $\theta = \theta_0$.

Недоліком РМНК є те, що в загальному випадку виміри $\varphi(k)$ та шум стану $v(k)$ можуть бути корельованими, внаслідок цього оцінки параметрів $\hat{\theta}(N)$ не зійдуться до точних значень θ_0 . В такому випадку можна замінити вектор вимірів $\varphi(k)$ на вектор $\zeta(k)$ такий, що $\zeta(k)$ і $\varphi(k)$ – некорельовані.

Тобто будемо оцінювати вектор параметрів (приймаємо $\alpha_t \equiv 1$):

$$\hat{\theta}(N) = \left[\sum_{k=1}^N \zeta(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N \zeta(k) y(k).$$

Підставимо модель в останнє рівняння і отримаємо:

$$\begin{aligned}\hat{\theta}(N) &= \left[\sum_{k=1}^N \zeta(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N [\zeta(k) \varphi^T(k) \theta_0 + \zeta(k) v(k)] = \\ &= \theta_0 + \left[\sum_{k=1}^N \zeta(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=1}^N \zeta(k) v(k).\end{aligned}$$

Оцінку називають оцінкою на основі інструментальної змінної, а вектор $\zeta(k)$ називають вектором інструментальних змінних.

Загалом, метод інструментальної змінної було використано в багатьох випадках і існує кілька варіантів його реалізації.

Дані, які ми отримуємо в результаті виконання експериментів чи від організацій, які забезпечують статистичні дані, – це випадкові величини з детермінованою складовою. Тому необхідно пам'ятати, що оцінки параметрів моделі, обчислені за допомогою випадкових вибірок даних, – це також випадкові величини, які необхідно аналізувати методами, що застосовуються до випадкових процесів. Загалом оцінки параметрів завжди знаходяться в деякому інтервалі значень, який ми називаємо довірчим. Для визначення довірчого інтервалу використовують відомі статистичні методи. Також, важливо пам'ятати, що всі рекурсивні методи мають спільний недолік: протягом перехідного процесу оцінки параметрів мають дуже низьку якість, а тому їх можна використовувати тільки після закінчення перехідного процесу.

2.3.5 Метод Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ)

В залежності від типу моделі, можна реалізовувати різні обчислювальні алгоритми, які за своєю суттю і підходом належать до однієї категорії методів – методи Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ).

Замість того, щоб брати апостеріорну функцію щільності краще взяти велику вибірку з розподілу за допомогою якої можна встановити закон

розподілу (це робиться для більш зручного зберігання даних на комп'ютері). Потрібен алгоритм, який дозволяє за вихідними спостереженнями, тобто моделі та апіорного розподілу, отримати велику вибірку з апостеріорного розподілу. Таким є метод МКМЛ. Тобто на вхід ми отримуємо модель та нашу апіорну «думку» про цей розподіл, а на вихід отримуємо велику вибірку. Хочемо зауважити, що алгоритм є випадковим і при повторному виконанні дає трохи інші оцінки. Одним із основних недоліків є необхідність великої кількості обчислень, тобто, модель, яка оцінюється таким методом, може бути оцінена впродовж декількох днів – тижня.

2.4 Висновки до розділу

У цьому розділі було розглянута покроково методика побудови моделей фінансово-економічних процесів. Також, була приділена увагу етапу визначення ступеня адекватності моделей-кандидатів, який є важливим кроком в процесі побудови моделі. Було розглянуто такі критерії: Акаїке, байєсів інформаційний критерій та критерій Дарбіна-Уотсона для визначення найбільш адекватної моделі.

Розглянуто гетероскедастичні процеси, приведені приклади популярних тестів для перевірки на гетероскедастичність, наприклад, тест Уайта, тест Фішера та ін. Було описано детальний покроковий процес моделювання гетероскедастичних процесів. Розглянуто популярні моделі гетероскедастичних процесів, такі, як АРУГ та УАРУГ. Була приділена увага моделюванню нелінійних процесів. Розглянуто моделі нелінійних нестационарних процесів, таких, як моделі з лінійним трендом, з нелінійним трендом, з логістичним трендом та зі стохастичним трендом.

Також розглянуто важливий етап моделювання – оцінювання параметрів моделей за допомогою таких методів, як метод найменших квадратів (МНК), рекурсивний метод найменших квадратів (РМНК), рекурсивне оцінювання параметрів методом мінімізації похибки та метод інструментальної

(допоміжної) змінної, а також метод Монте-Карло для марковських ланцюгів (МКМЛ).

РОЗДІЛ 3 РОЗРОБКА ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ І ВИКОНАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ, АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ

3.1 Вибір процесів для прогнозування та моделювання

При виборі процесів для прогнозування було прийнято рішення зупинитися на фінансово-економічних процесах, оскільки на сьогоднішній день більшість таких процесів є нестационарними.

Для цікавості прогнозування було обрано дані пов'язані з видачею кредитів, а конкретно дані про загальну кількість грошей виданих під споживчі кредити, дані про ціни на золото та дані по індексах споживчих цін.

Для побудови прогнозів було обрано EViews [12].

Графічне представлення даних пов'язаних зі споживчими кредитами (рис. 3.1):

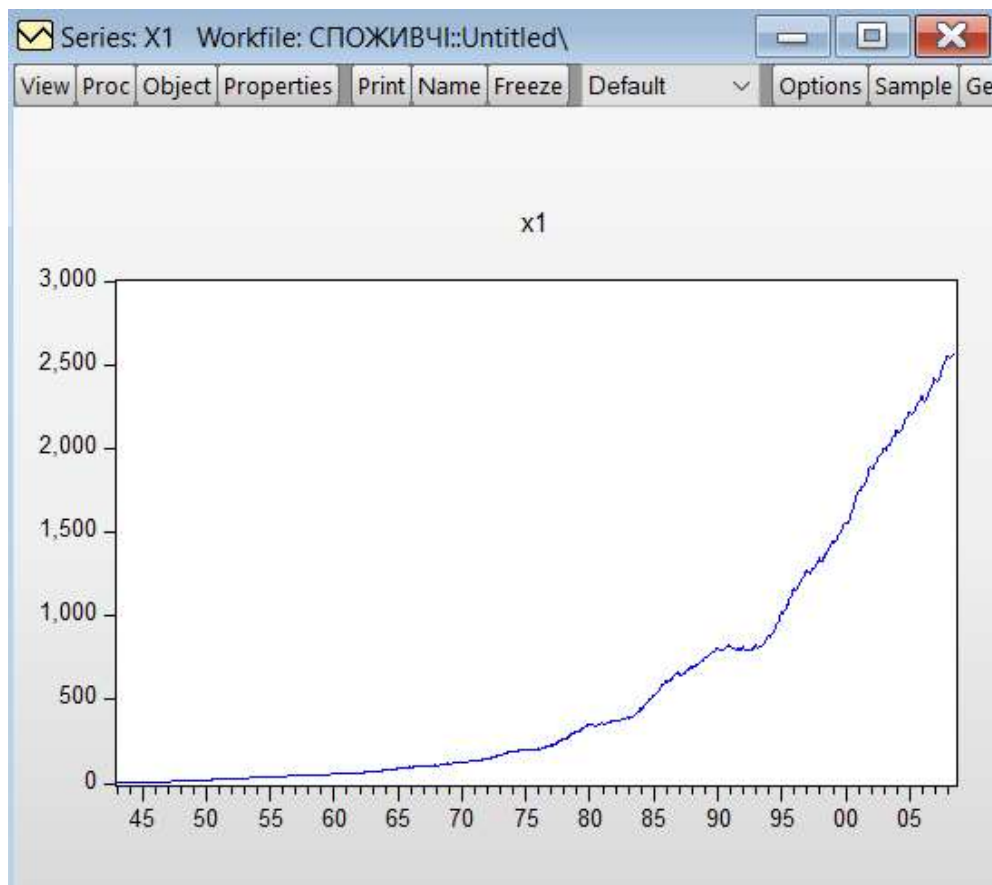


Рисунок 3.1 – Графічне представлення даних про споживчі кредити

Видно, що графік часового ряду схожий на праву частину параболи, з чого можна зробити висновок, що ці дані мають нелінійний тренд, а саме – параболічний.

3.2 Побудова моделей і оцінювання прогнозів

3.2.1 Побудова моделей і оцінювання прогнозів для даних по споживчих кредитах

Для вихідних даних оцінимо рівняння

$$y(k) = a_0 + a_1 * k + a_2 * k^2.$$

Бачимо статистичні результати оцінювання (рис. 3.2)

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	228.6993	12.08036	18.93150	0.0000
C(2)	-2.814647	0.071437	-39.40039	0.0000
C(3)	0.007000	8.86E-05	79.03583	0.0000
R-squared	0.973333	Mean dependent var	551.9723	
Adjusted R-squared	0.973264	S.D. dependent var	686.0360	
S.E. of regression	112.1738	Akaike info criterion	12.28181	
Sum squared resid	9776954.	Schwarz criterion	12.29973	
Log likelihood	-4786.907	Hannan-Quinn criter.	12.28871	
F-statistic	14180.13	Durbin-Watson stat	0.002783	
Prob(F-statistic)	0.000000			

Рисунок 3.2 – Статистичні характеристики адекватності моделі

Отримана модель має вигляд

$$y = 228.69 - 2.81 * k + 0.007 * k^2$$

Всі параметри моделі є статистично значимими.

Після цього можемо побудувати однокроковий прогноз. Спочатку будемо статичний однокроковий прогноз, що будується на основі попередніх реальних даних.

Побудувавши графіки ряду та тренду (рис. 3.3) разом бачимо, що гіпотеза про параболічний тренд була вірною.

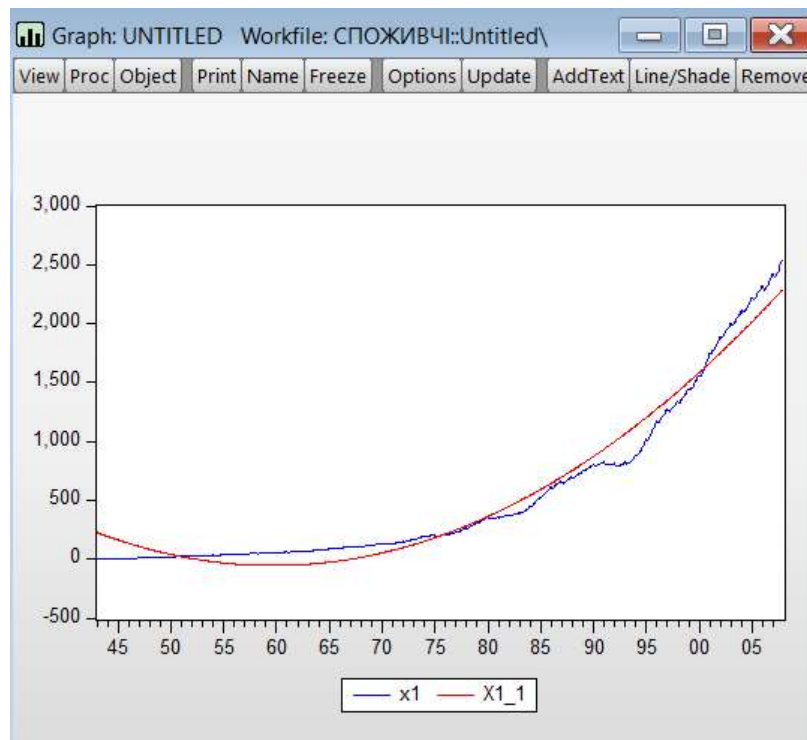


Рисунок 3.3 – Графіки ряду та тренду

Після цього спробуємо побудувати статичний прогноз на 7 кроків вперед (рис. 3.4).

Forecast ✕

Forecast of
Equation: TREND2 Series: X1

Series names
Forecast name:
S.E. (optional):
GARCH(optional):

Method
Static forecast
(no dynamics in equation)
 Coef uncertainty in S.E. calc

Forecast sample

Insert actuals for out-of-sample observations

Output
 Forecast graph
 Forecast evaluation

Рисунок 3.4 – Вікно прогнозу

Побудуємо на одному графіку реальні значення та спрогнозовані для наглядності результатів (рис. 3.5)

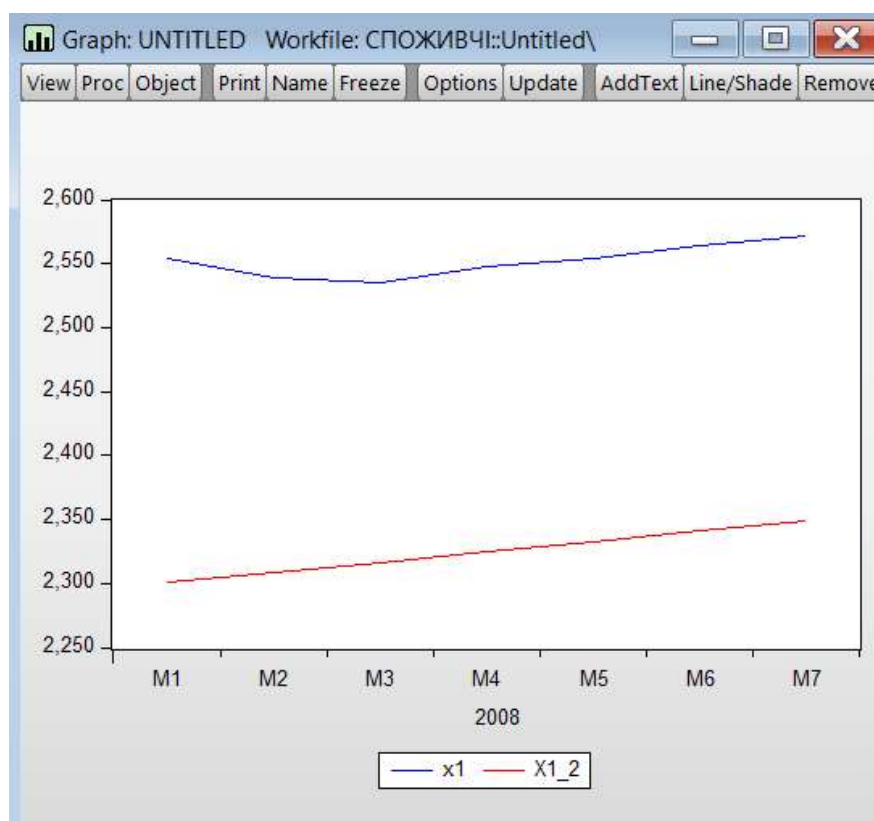


Рисунок 3.5 – Зображення реальних та спрогнозованих значень

Бачимо, що наш прогноз досить далекий від реальних значень.

Для економічних даних досить часто застосовують логарифмування. З графіку логарифмованих даних (рис. 3.6) можемо зауважити, що після логарифмування тренд змінився з нелінійного на (практично) лінійний.

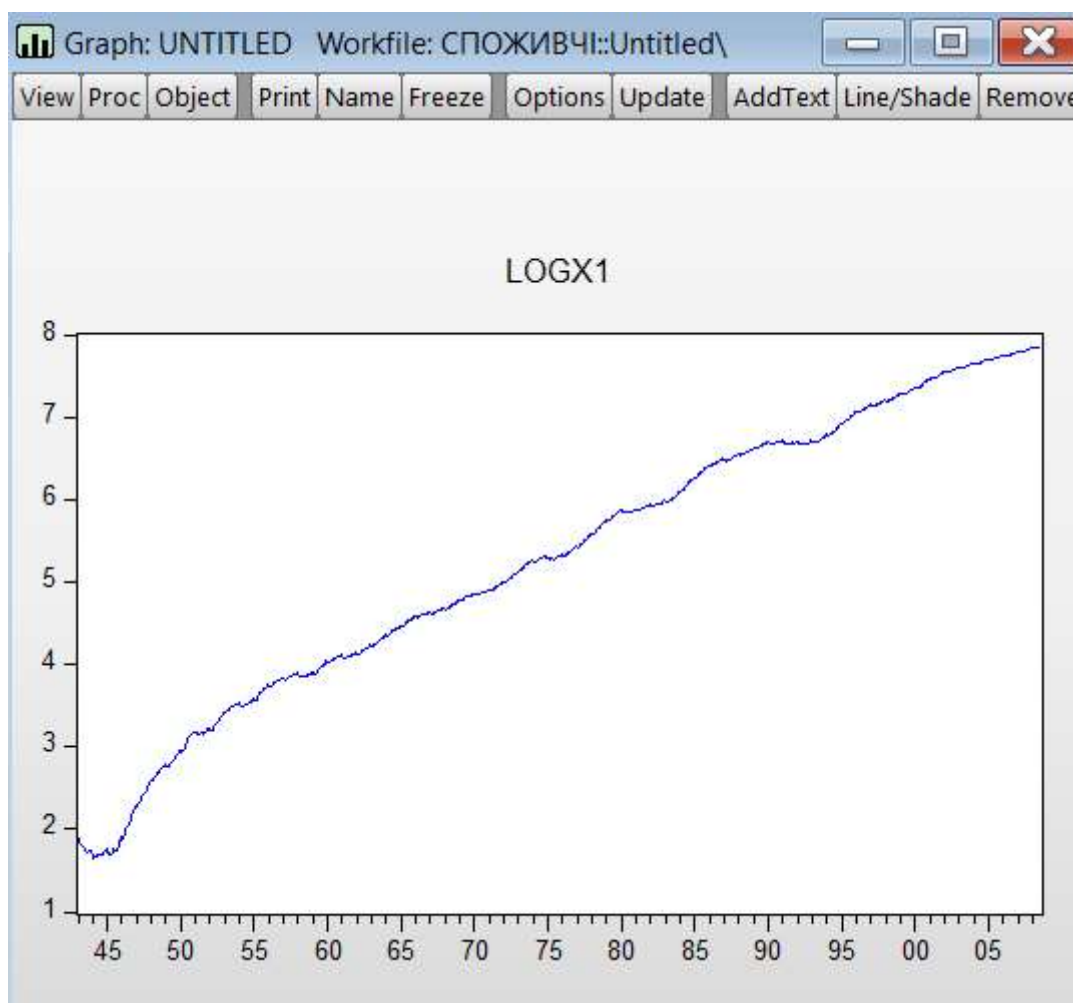


Рисунок 3.6 – Графік логарифмованих даних про споживчі кредити

Статистичні характеристики для моделі тренда 1го порядку (рис. 3.7):

Equation: TREND1 Workfile: СПОЖИВЧИ::Untitled\

View Proc Object Print Name Freeze Estimate Forecast Stats Resids

Dependent Variable: LOGX1
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)
Date: 05/21/21 Time: 06:05
Sample: 1943M01 2007M12
Included observations: 780
LOGX1=C(1)+C(2)*K

	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C(1)	2.307497	0.016027	143.9757	0.0000
C(2)	0.007524	3.56E-05	211.6239	0.0000

R-squared	0.982925	Mean dependent var	5.245730
Adjusted R-squared	0.982903	S.D. dependent var	1.709966
S.E. of regression	0.223590	Akaike info criterion	-0.155449
Sum squared resid	38.89399	Schwarz criterion	-0.143502
Log likelihood	62.62507	Hannan-Quinn criter.	-0.150854
F-statistic	44784.68	Durbin-Watson stat	0.003220
Prob(F-statistic)	0.000000		

Рисунок 3.7 – Статистичні характеристики адекватності для моделі тренду 1го порядку на логарифмованих даних

$$\log y = 2.307 + 0.007 * k$$

Побудуємо однокроковий прогноз для нових даних. Графік часового ряду та тренду (рис. 3.8)

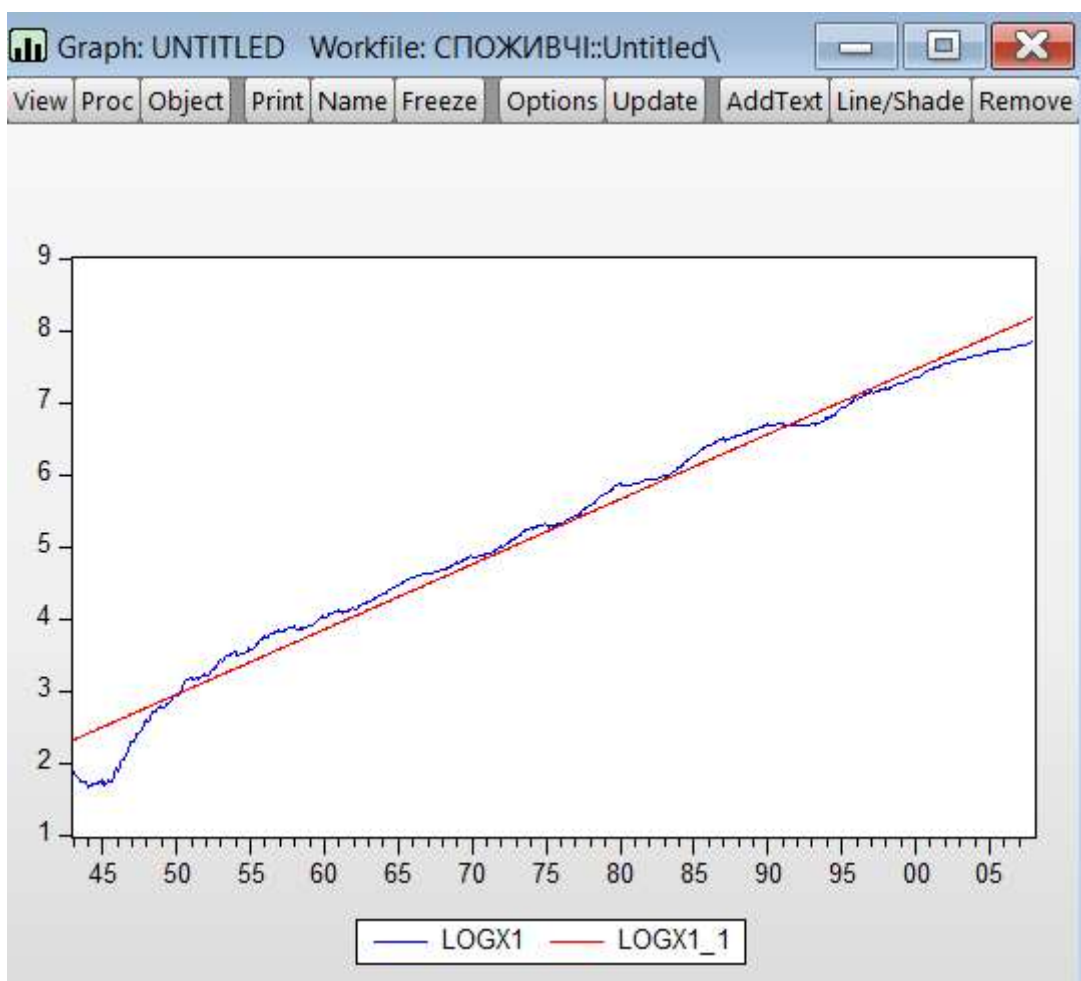


Рисунок 3.8 – Графік часового ряду та тренду

Побудуємо прогноз на 7 кроків вперед. Графіки реальних та прогнозованих значень (рис. 3.9)

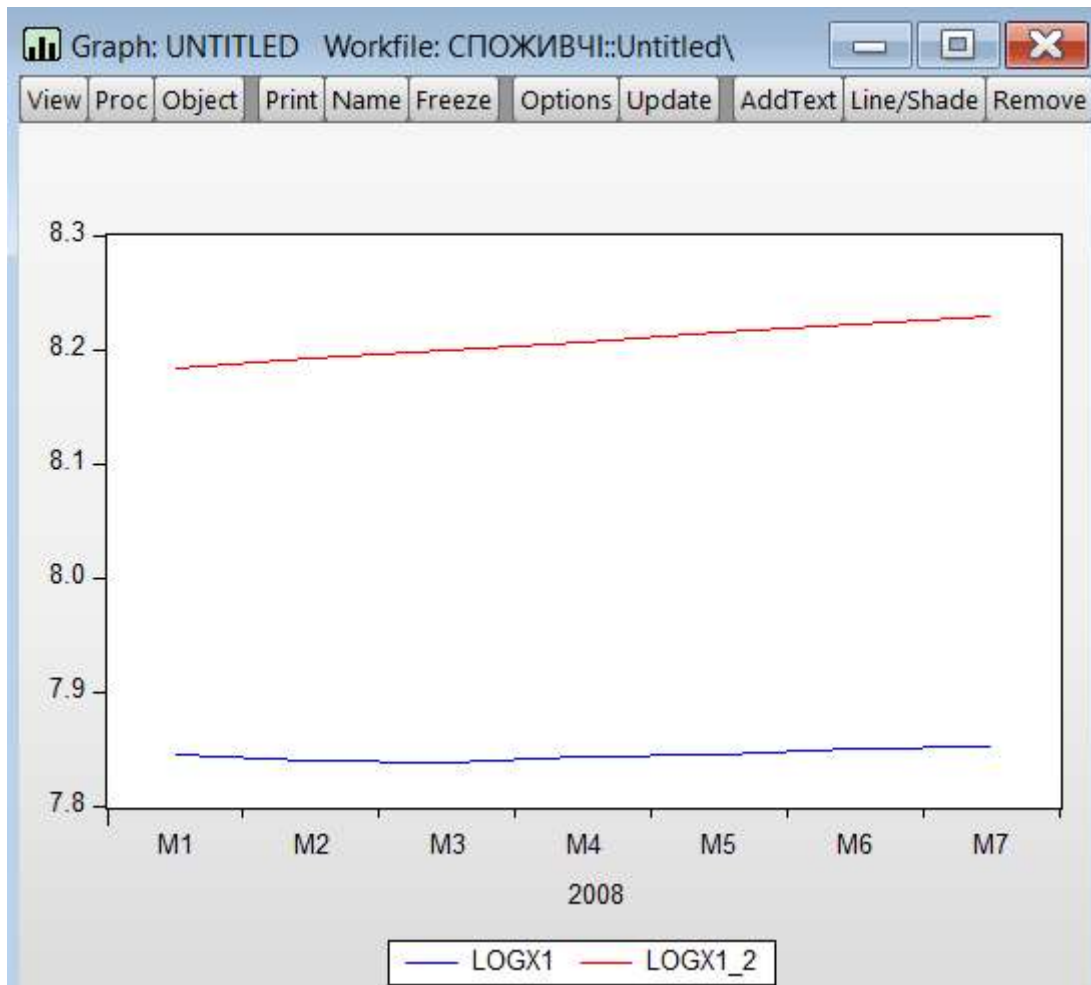


Рисунок 3.9 - Графіки реальних та прогнозованих значень

Спробуємо побудувати АРІКС модель.

Логарифмовані дані часового ряду мають лінійний тренд

$$\log y = 2,307 + 0,008k.$$

Застосуємо операцію видалення перших різниць часового ряду, що приведе до видалення лінійного тренду. Таблицю ЧАКФ для такого часового ряду (рис. 3.10):

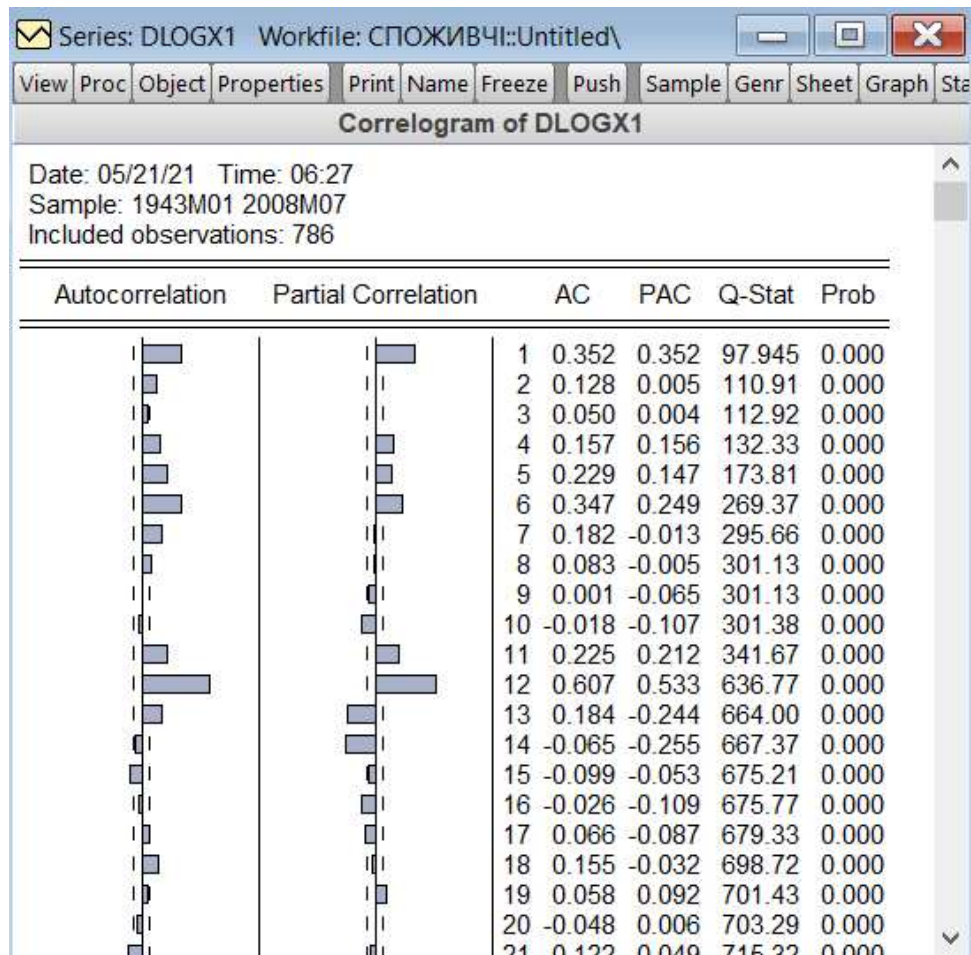


Рисунок 3.10 – Таблица ЧАКФ

Можна помітити, що наявний сезонний ефект, тобто в останньому та перших місяцях року, а також в літніх місяцях можна побачити підвищення інтересу до кредитів. Скоріше за все це зумовлено тим, що в цей час люди більше відпочивають та витрачають гроші.

Після цього побудуємо модель $AR(12)$. Статистичні характеристики моделі (рис 3.11):

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.004986	0.002817	1.770061	0.0771
AR(1)	0.212819	0.012886	16.51494	0.0000
AR(6)	0.126937	0.018843	6.736647	0.0000
AR(12)	0.572427	0.016570	34.54495	0.0000
SIGMASQ	8.46E-05	2.07E-06	40.87848	0.0000

R-squared	0.473913	Mean dependent var	0.007649
Adjusted R-squared	0.471194	S.D. dependent var	0.012686
S.E. of regression	0.009225	Akaike info criterion	-6.519436
Sum squared resid	0.065871	Schwarz criterion	-6.489539
Log likelihood	2544.321	Hannan-Quinn criter.	-6.507937
F-statistic	174.3096	Durbin-Watson stat	1.764884
Prob(F-statistic)	0.000000		

Рисунок 3.11 – Статистичні характеристики моделі AR(12)

Звернувши увагу на залишки AR(12) (рис 3.12) можна зрозуміти, що в побудовану модель бажано включити ковзне середнє з 10-м лагом.

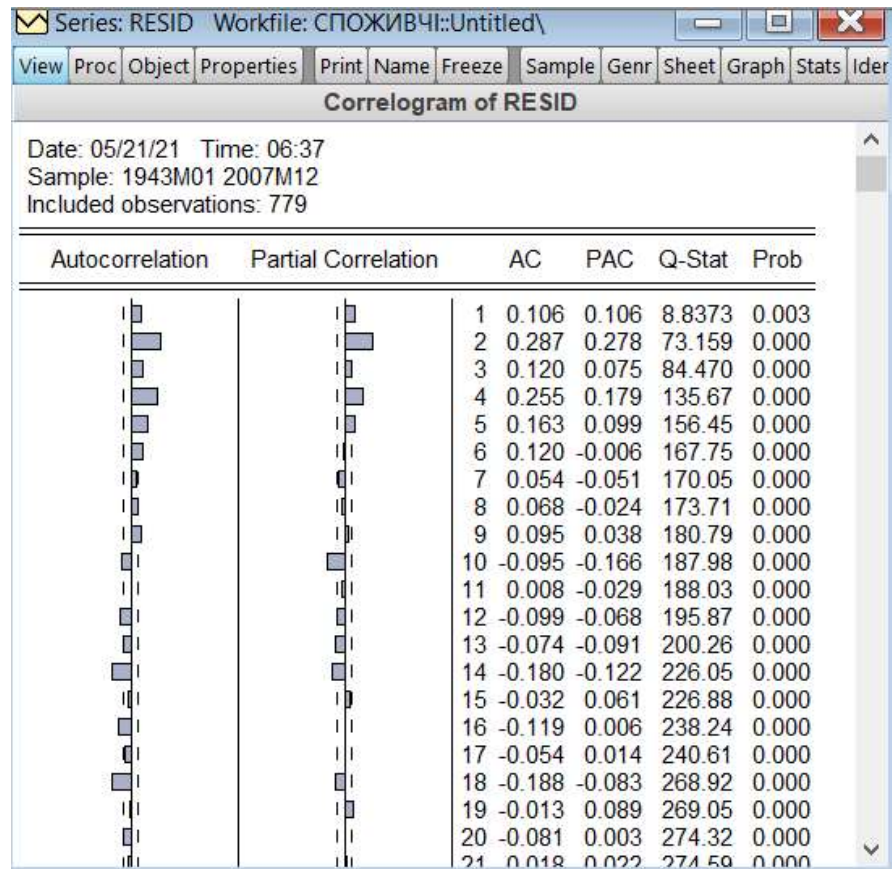


Рисунок 3.12 - ЧАКФ залишків моделі АР(12)

Побудуємо АРКС (12,10) (рис. 3.13).

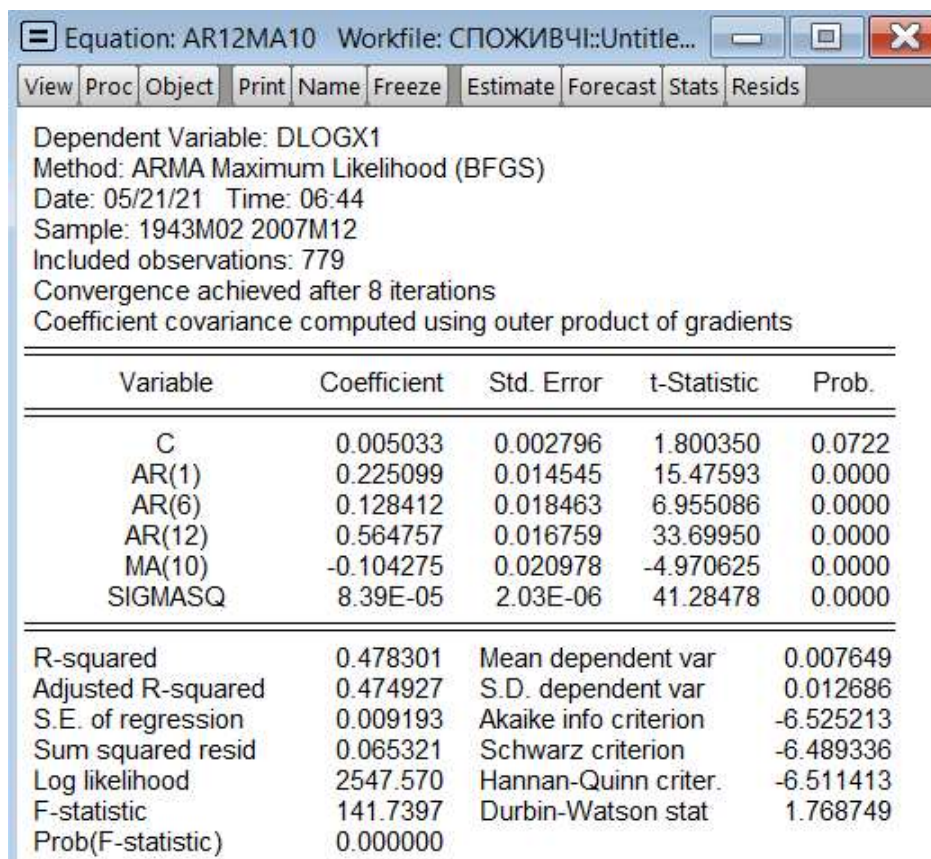


Рисунок 3.13 - Статистичні характеристики моделі АРКС(12,10)

Отже, маємо, що

$$\begin{aligned} \log y(k) &= d\log y(k) + \log y(k-1), \\ d\log y(k) &= 0,005 + 0,225 * d\log y(k-1) + 0,128 * d\log y(k-2) + 0,564 * \\ & d\log y(k-3) - 0,104 * ma(k-4). \end{aligned}$$

Спробуємо побудувати прогноз на основі цієї моделі. Прогнозовані дані (рис. 3.14):

2008M01	0.002281
2008M02	-0.001012
2008M03	-0.000556
2008M04	0.001898
2008M05	0.006440
2008M06	0.003710
2008M07	0.005281

Рисунок 3.14 – Отримані прогнозовані дані

Отримані зпрогнозовані дані занесемо у таблицю 3.1.

Таблиця 3.1 – Значення змінних АРІКС моделі при статичному прогнозуванні

Час	Значення ряду $d\log y$	Значення ряду $\log y$	Прогнозне значення $\log y(k) = d\log y(k) + \log y(k-1),$
2007.12	-	7.845494	
2008.1	0.002281	7.845533	7.847775
2008.2	-0.001012	7.839447	7.844521
2008.3	-0.000556	7.838028	7.838891
2008.4	0.001898	7.842750	7.839926
2008.5	0.006440	7.845455	7.849190
2008.6	0.003710	7.849559	7.849165
2008.7	0.005281	7.852556	7.854840

Після цього побудуємо динамічний прогноз та занесемо отримані дані у таблицю 3.2.

Таблиця 3.2 - Значення змінних АРІКС моделі при динамічному прогнозуванні

Час	Значення ряду $dlogy$	Значення ряду $logy$	Прогнозне значення $logy(k) = dlogy(k) + logy(k - 1)$,
2007.12	-	7.845494	
2008.1	0.002281	-	7.847775
2008.2	-0.000508	-	7.848283
2008.3	0.000700	-	7.848983
2008.4	0.002375	-	7.851358
2008.5	0.005911	-	7.857269
2008.6	0.004432	-	7.861701
2008.7	0.005643	-	7.867344

Тобто для ряду $logy$ вже побудовано моделі тренду 1-го порядку та АРІКС. Для повноти аналізу також можемо побудувати моделі АР та АРКС. Аналіз ЧАКФ (рис. 3.15) показав, що необхідно будувати модель АР(1).

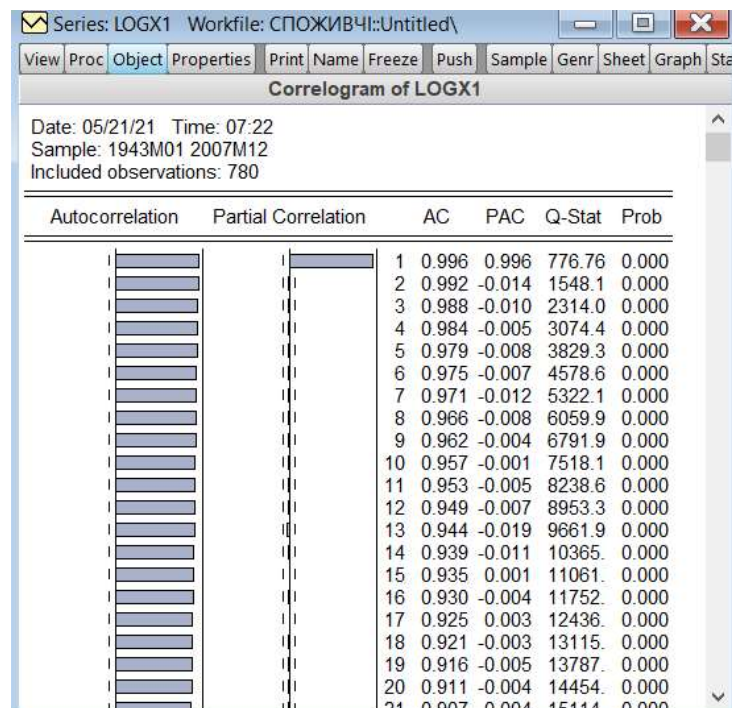


Рисунок 3.15 – Аналіз ЧАКФ

Після побудови моделі AR(1) дивлячись на аналіз залишків, можна зрозуміти, що необхідно включити КС з 1, 6 та 12-м лагами (рис. 3.16)

Рисунок 3.16 – Модель AR(1) з КС(1), КС(6) та КС(12)

Equation: AR1MA12 Workfile: СПОЖИВЧИ:Untitled\									
View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Dependent Variable: LOGX1									
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)									
Date: 05/21/21 Time: 08:35									
Sample: 1943M01 2007M12									
Included observations: 780									
Convergence achieved after 22 iterations									
Coefficient covariance computed using outer product of gradients									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	4.956043	18.12506	0.273436	0.7846					
AR(1)	0.999970	0.002860	349.6645	0.0000					
MA(1)	0.160493	0.020145	7.967059	0.0000					
MA(6)	0.393694	0.019344	20.35208	0.0000					
MA(12)	0.557006	0.022960	24.25969	0.0000					
SIGMASQ	0.000113	3.63E-06	31.24903	0.0000					
R-squared	0.999961	Mean dependent var	5.245730						
Adjusted R-squared	0.999961	S.D. dependent var	1.709966						
S.E. of regression	0.010691	Akaike info criterion	-6.210281						
Sum squared resid	0.088460	Schwarz criterion	-6.174441						
Log likelihood	2428.010	Hannan-Quinn criter.	-6.196497						
F-statistic	3985823.	Durbin-Watson stat	1.611992						
Prob(F-statistic)	0.000000								

$$\log y = 4,956 + 0,999 * \log y(k - 1) + 0,160 * ma(k - 1) + 0,393 * ma(k - 6) + 0,556 * ma(k - 12)$$

Порівняємо отримані дані після прогнозування трендом 1-го порядку, моделлю АРІКС(12,1,10), моделлю АР(1) та моделлю АРКС(1,12) та запишемо данні у таблицю 3.3

Таблиця 3.3 - Результати статичного прогнозування

Час	Реальне значення $\log y$	Тренд 1-го порядку	АРІКС	АР	АРКС
2008.1	7.845533	8.183964	7.847775	7.850477	7.846287
2008.2	7.839447	8.191488	7.844521	7.850516	7.847004
2008.3	7.838028	8.199012	7.838891	7.844435	7.839892
2008.4	7.842750	8.206537	7.839926	7.843018	7.837536
2008.5	7.845455	8.214061	7.849190	7.847735	7.847067
2008.6	7.849559	8.221585	7.849165	7.850437	7.847157
2008.7	7.852556	8.229110	7.854840	7.854536	7.853239

Оцінимо значення середньо квадратичної похибки для кожної з представлених моделей. Значення у таблиці 3.4

Таблиця 3.4 - Середньо квадратичної похибки для кожної моделі

Середньо квадратична похибка прогнозу	0.016254	0.002450	0.003978	0.005209
---------------------------------------	----------	----------	----------	----------

Бачимо, що найвигідніший варіант дала модель АРІКС (12, 1, 10).

Так само зробимо для динамічного прогнозу, тобто порівняємо отримані дані після прогнозування моделлю АРІКС(12,1,10), моделлю АР(1) та моделлю АРКС(1,12). Порівняння зроблено у таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 - Результати динамічного прогнозування

Час	Реальне значення <i>logy</i>	АРІКС	АР	АРКС
2008.1	7.845533	7.847775	7.850477	7.846287
2008.2	7.839447	7.848283	7.855454	7.847879
2008.3	7.838028	7.848983	7.860426	7.849537
2008.4	7.842750	7.851358	7.865393	7.849344
2008.5	7.845455	7.857269	7.870354	7.852825
2008.6	7.849559	7.861701	7.875311	7.854785
2008.7	7.852556	7.867344	7.880263	7.858378

Оцінимо значення середньо квадратичної похибки для кожної з представлених моделей. Значення у таблиці 3.6

Таблиця 3.6 - Середньо квадратичної похибки для кожної моделі

Середньо квадратична похибка прогнозу	0.001627	0.010724	0.004249
---------------------------------------	----------	----------	----------

Як бачимо, що при статичному, що при динамічному прогнозуванні за критерієм найменшої середньоквадратичної похибки гарні результати показала модель АРІКС.

3.2.2 Модель та прогноз для даних «Ціни на золото»

Dependent Variable: Y

Method: Least Squares

Date: 05/21/21 Time: 22:01

Sample(adjusted): 2 502

Included observations: 501 after adjusting endpoints

$Y=C(1)+C(2)*Y(-1)+C(3)*K+C(4)*K^2+C(5)*K^3$

Coefficie	Std. Error	t-Statistic	Prob.
-----------	------------	-------------	-------

nt				
C(1)	15.95862	5.75E-07	27755371	0.0000
C(2)	0.962726	1.31E-09	7.35E+08	0.0000
C(3)	-	9.35E-10	-	0.0000
	0.018655		19957321	
C(4)	0.000226	8.13E-12	27773733	0.0000
C(5)	-3.26E-	1.07E-14	-	0.0000
	07		30590776	
R-squared	1.000000	Mean dependent	525.423	
		var	2	
Adjusted R-squared	1.000000	S.D. dependent	83.4206	
		var	6	
S.E. of regression	4.14E-08	Akaike info	-	
		criterion	31.1504	
			6	
Sum squared resid	8.52E-13	Schwarz criterion	-	
			31.1083	
			8	
Log likelihood	7808.190	Durbin-Watson stat	3.03096	
			8	

Отримуємо модель:

$$y(k) = a_0 + a_1 y(k-1) + a_2 k + a_3 k k + a_3 k k k + \varepsilon(k) =$$

$$= 15,96 + 0,96 y(k-1) - 0,018 k + 0,000226 k^2 - 3,26 E - 07 k^3$$

$$R^2 = 1,0; SSR = 8,52 E - 13;$$

Модель ідеалізована – перенавчена, але високоякісна. Перенавчена означає, що відбулась 100% апроксимація ряду рівнянням AP(1) + тренд 3-го порядку.

Проведемо однокрокове прогнозування за цією моделлю (рис. 3.17)

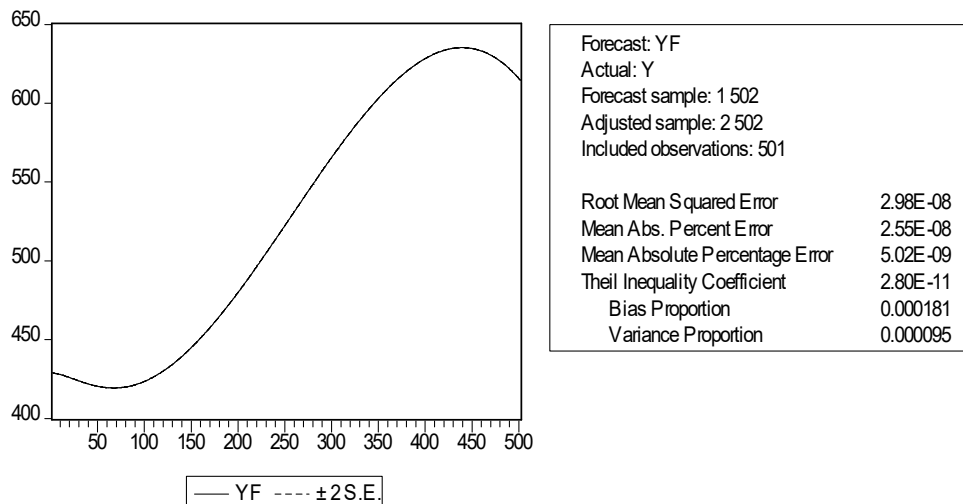


Рисунок 3.17 - Результати одно-крокового прогнозування ціни на золото

$$MAPE = 5,02E - 09; RMSE = 2,98E - 08 .$$

3.2.3 Моделі та прогнози для індексу споживчих цін

Краще значення за критерієм СКП (сума квадратів похибок) приймає AP(15) – авторегресія 15 порядку:

$$\begin{aligned}
 y(k) = & 43,366 + 0,6586 * y(k-1) - 0,4392 * y(k-2) + 0,4476 * y(k-3) - \\
 & -0,1289 * y(k-4) - 0,0756 * y(k-5) + 0,0068 * y(k-6) - 0,0273 * y(k-7) - \\
 & -0,0604 * y(k-8) - 0,0178 * y(k-9) + 0,1186 * y(k-10) - 0,0039 * y(k-11) + \\
 & +0,5283 * y(k-12) - 0,3695 * y(k-13) + 0,1725 * y(k-14) - \\
 & -0,2428 * y(k-15).
 \end{aligned}$$

В свою чергу статистичні характеристики моделі:

$$R^2 = 0,544; \sum e^2 = 0,696; DW = 2,035 .$$

Коефіцієнт детермінації приймає значення (0,544), сума квадратів похибок незначна (0,696), а статистика Дарбіна-Уотсона (2,035) наближається до кращого можливого значення.

Характеристики якості (за навчальною вибіркою) прогнозу вибраного ряду (рис. 3.18):

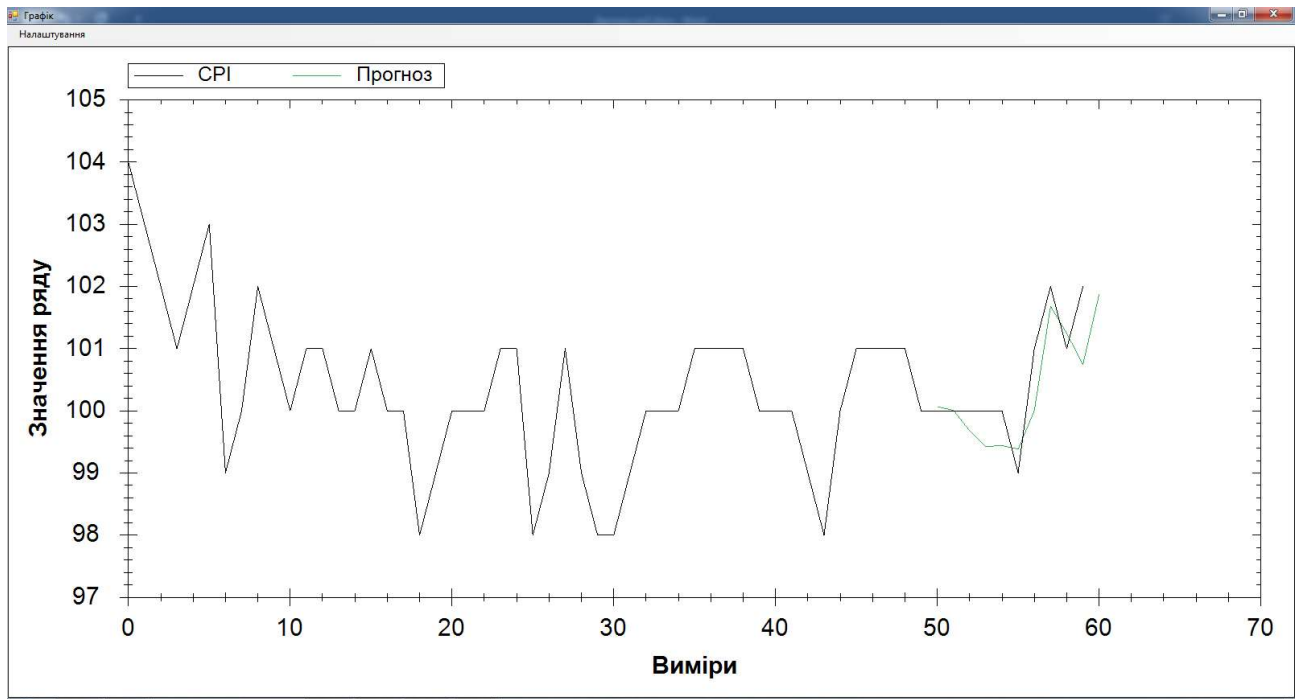


Рисунок 3.18 – Прогноз для СРІ за критерієм СКП (сума квадратів похибок)

$$СКП = 1,0504; \quad СПП = 0,32796\%; \quad САПП = 0,328\%$$

Тобто, середньоквадратична похибка (СКП), середня похибка в процентах (СПП), середня абсолютна похибка в процентах (САПП) свідчить про загальну придатність моделі для прогнозування.

Далі будується авторегресійна модель для ряду СРІ за критерієм Дарбіна-Уотсона (рис. 3.19):

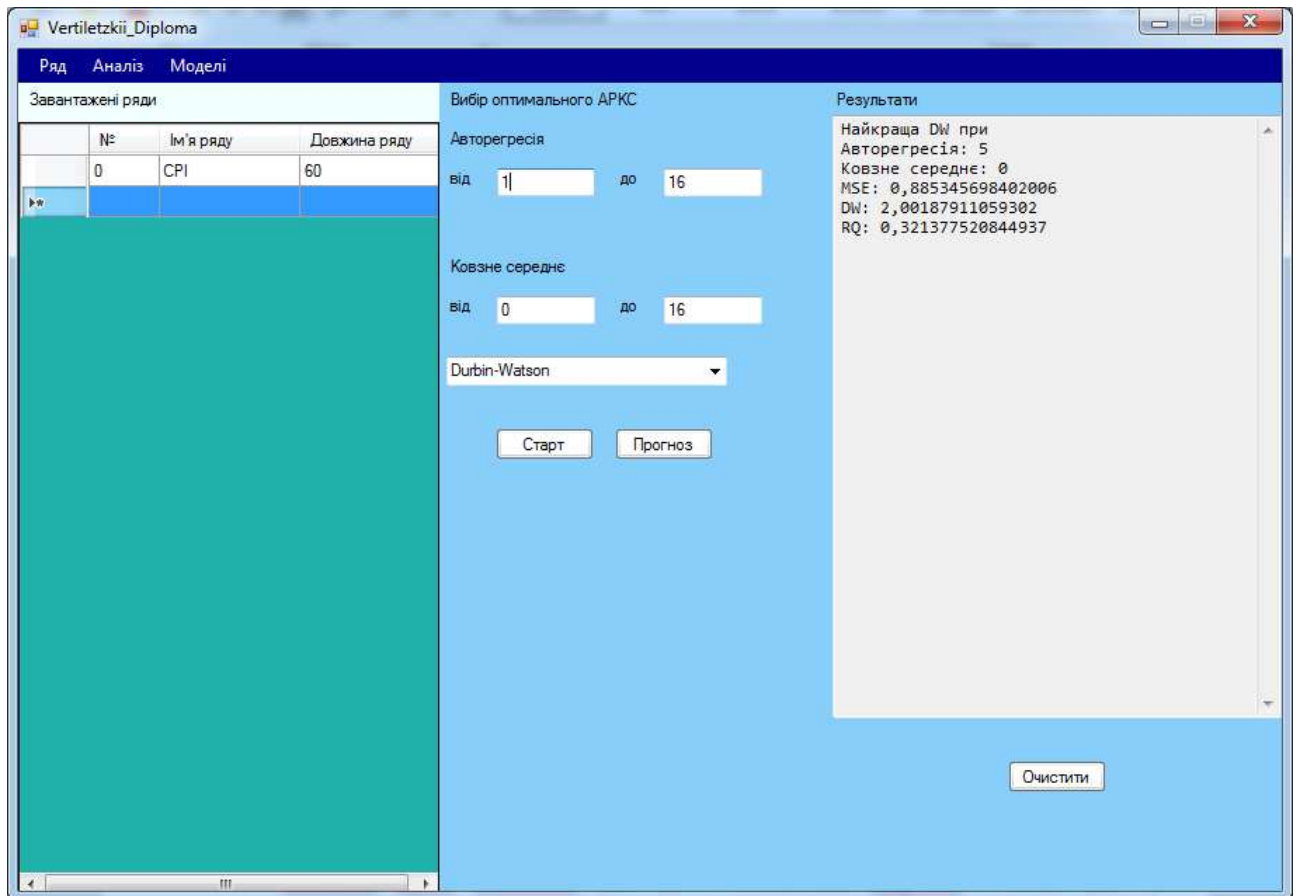


Рисунок 3.19 – Модель для CPI за критерієм Дарбіна-Уотсона

Краще значення за критерієм Дарбіна-Уотсона приймає авторегресія 5 порядку:

$$y(k) = 52,1181 + 0,6226 * y(k - 1) - 0,3884 * y(k - 2) + 0,4304 * y(k - 3) - 0,1220 * y(k - 4) - 0,0628 * y(k - 5).$$

Характеристики адекватності моделі:

$$R^2 = 0,3213; \sum e^2 = 0,88534; DW = 2,001879.$$

Коефіцієнт детермінації приймає значення (0,3213) погіршення з попередніми результатами, сума квадратів похибок приймає невелике значення (0,88534), також є деяке погіршення з попередніми результатами, а статистика

Дарбіна-Уотсона (2,001879) набуває кращого значення оскільки саме за цим критерієм була розрахована найкраща модель.

Наведемо характеристики якості (за навчальною вибіркою) для прогнозу вибраного ряду (рис. 3.20):

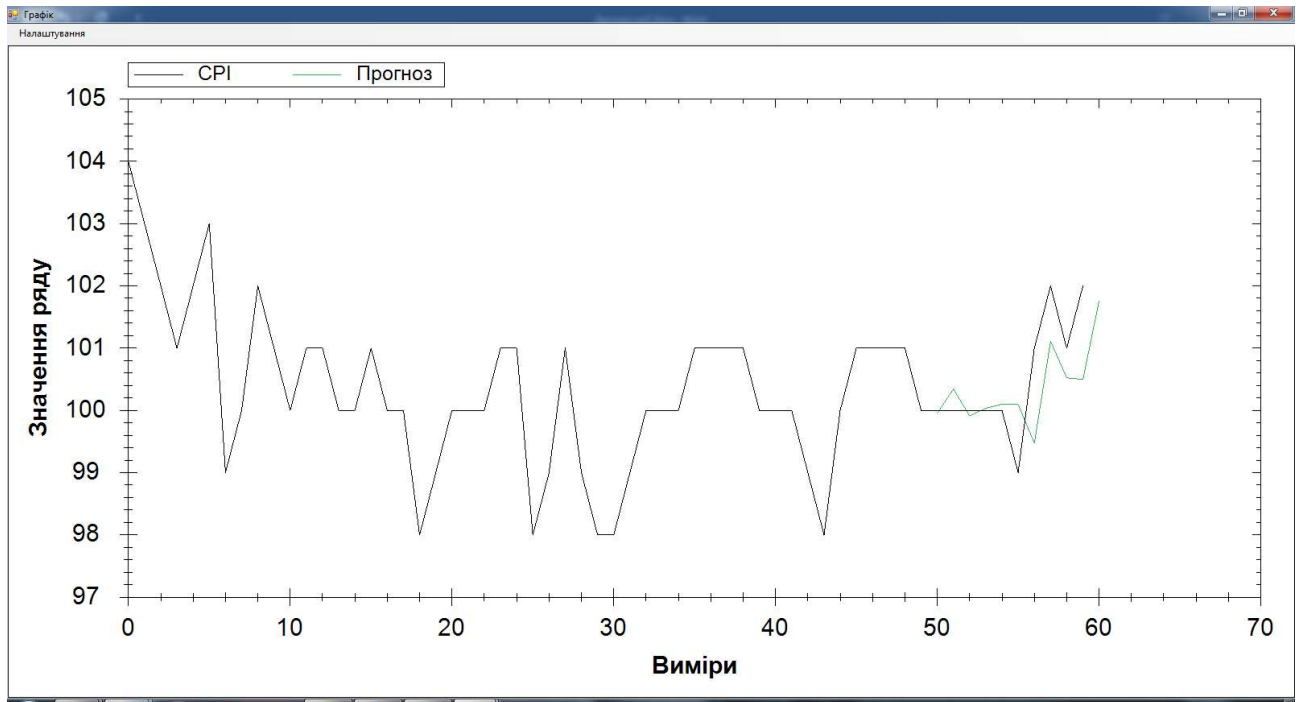


Рисунок 3.20 – Прогноз для CPI за критерієм Дарбіна-Уотсона

$$СКП = 0,891; \quad СПП = 0,262\%; \quad САПП = 0,262\%$$

Середньоквадратична похибка (СКП), середня похибка в процентах (СПП), середня абсолютна похибка в процентах (САПП) зменшилась порівняно з попереднім результатом.

Побудуємо авторегресійну модель для ряду CPI за критерієм середньоквадратичної похибки (рис. 3.21):

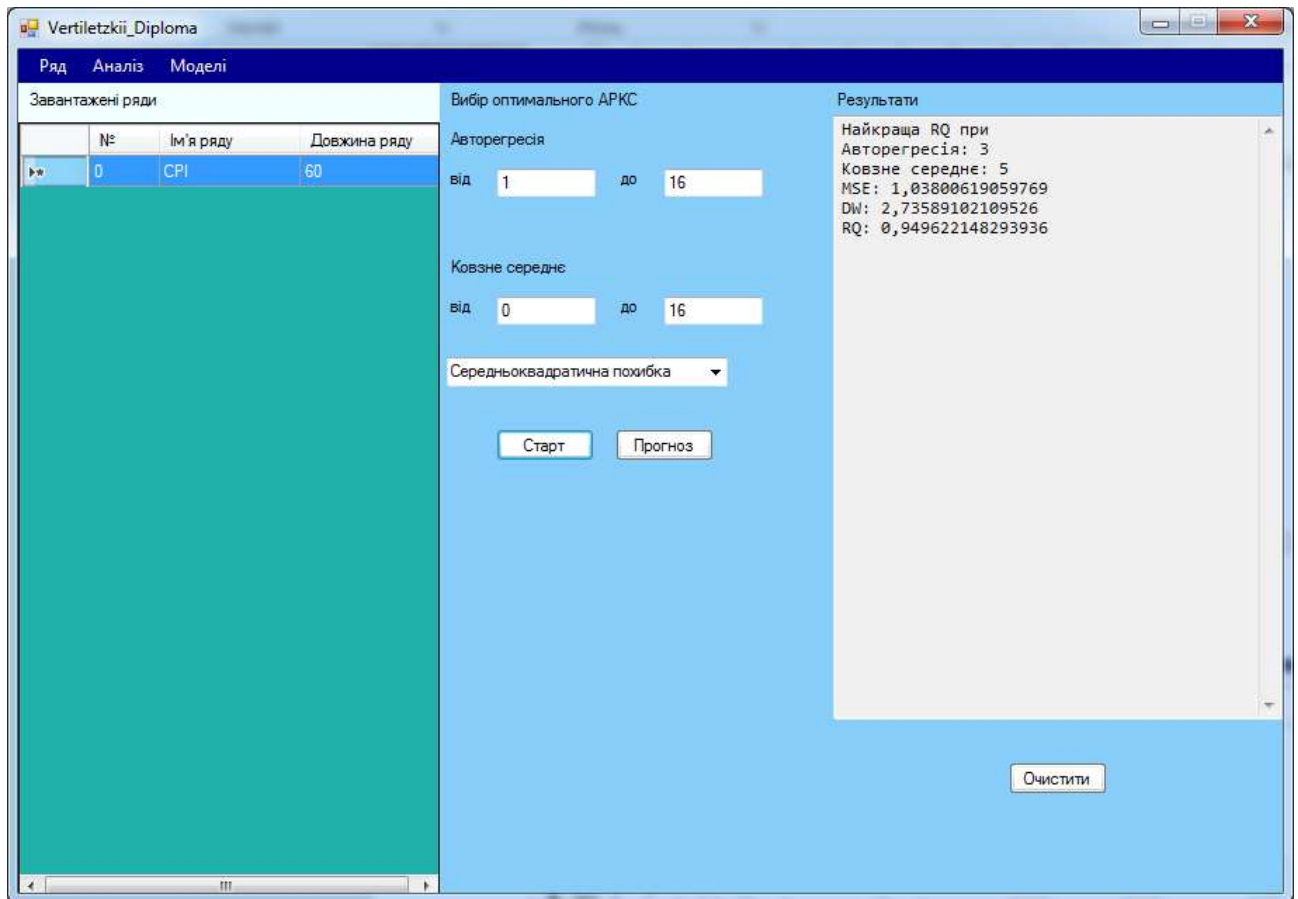


Рисунок 3.21 – Побудова моделі для CPI за критерієм середньоквадратичної похибки (СКП)

Краще значення за критерієм СКП приймає авторегресія 3-го порядку з ковзним середнім порядку 5:

$$y(k) = 27,1206 + 1,1446 * y(k-1) - 0,7030 * y(k-2) + 0,2875 * y(k-3) - 0,4281 * v(k-1) + 0,0572 * v(k-2) + 0,2875 * v(k-3) - 0,156 * v(k-4) - 0,3263 * v(k-5).$$

Статистичні характеристики адекватності моделі такі:

$$R^2 = 0,9496; \sum e^2 = 1,038; DW = 2,7359.$$

Коефіцієнт детермінації приймає високе значення (0,9496), близьке до ідеального, оскільки саме за цим критерієм відбувався пошук кращої моделі, сума квадратів похибок (СКП = 1,038) є певне погіршення з попередніми

результатами, а статистика Дарбіна-Уотсона (2,7359) показала погіршення з попередніми моделями.

Наведемо характеристики якості (за навчальною вибіркою) для прогнозу вибраного ряду (рис. 3.22):

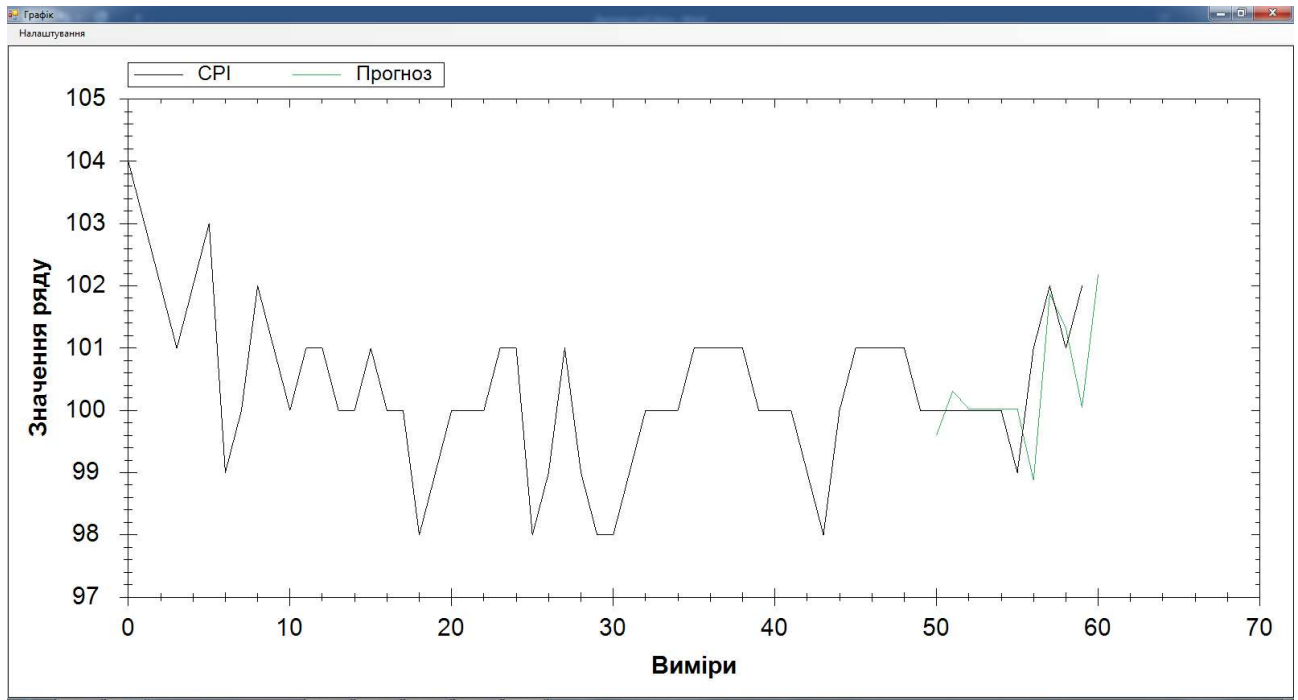


Рисунок 3.22 – Прогноз для СРІ за критерієм середньоквадратичної похибки

$$СКП = 0,909; \quad СПП = 0,281\%; \quad САПП = 0,281\%$$

Середньоквадратична похибка (СКП), середня похибка в процентах (СПП), середня абсолютна похибка в процентах (САПП) збільшились порівняно з попереднім результатом, але менше ніж при побудові прогнозу по моделі яка була вибрана за критерієм суми квадратів похибок.

Наведемо загальну таблицю оцінок якості моделей та прогнозу для ряду СРІ у таблиці 3.7:

Таблиця 3.7 – Результати моделювання і прогнозування індексу споживчих цін по різним критеріям якості

Ряд	Тип моделі	Характеристика моделі			Характеристика прогнозу		
		R^2	$\sum e^2$	DW	СКП	СПП %	САПП %
СРІ	АР(15)	0,544	0,696	2,035	1,0504	0,32796	0,328
	АР(5)	0,3213	0,8853	2,001	0,891	0,262	0,262
	АРКС (3,5)	0,9496	1,038	2,7359	0,909	0,281	0,281

Найменшу похибку дало прогнозування за критерієм Дарбіна-Уотсона, але коефіцієнт детермінації приймає мале значення (0,3213), що свідчить про не дуже високу адекватність моделі. Побудована модель за критерієм СКП дала непогані результати, але коефіцієнт Дарбіна-Уотсона склав 2,7359, що є значним відхиленням від ідеального значення.

3.3 Висновки до розділу

В цьому розділі було побудовано моделі та прогнози для даних про споживчі кредити, цін на золото та індексів споживчих цін. Для даних про споживчі кредити було побудовано прогноз за допомогою трьох моделей: АР(1), АРКС(1,12), АРІКС(12, 1, 10). В процесі порівняння результатів було виявлено, що найкращою була модель АРІКС(12, 1, 10).

Дані про індекси споживчих цін було прогнозовано різними моделями. Найменшу похибку дало прогнозування по критерію Дарбіна-Уотсона, але коефіцієнт детермінації приймає мале значення (0,3213), що свідчить про не дуже високу адекватність моделі. Побудована модель за критерієм СКП дала непогані результати, але коефіцієнт Дарбіна-Уотсона склав 2,7359, що є значним відхиленням.

Для моделювання і прогнозування використані система Eviews і власна розроблена програма. Обидві програми дають практично однакові результати моделювання і прогнозування.

РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

Функціонально-вартісний аналіз (ФВА) – це технологія, яка дозволяє оцінити реальну вартість продукту або послуги незалежно від організаційної структури компанії. ФВА проводиться з метою виявлення резервів зниження витрат за рахунок ефективніших варіантів виробництва, кращого співвідношення між споживчою вартістю виробу та витратами на його виготовлення. Для проведення аналізу використовується економічна, технічна та конструкторська інформація.

4.1 Постановка задачі проектування

У роботі застосовується метод ФВА для проведення техніко-економічного аналізу розробки. Оскільки рішення стосовно проектування та реалізації компонентів, що розробляється, впливають на всю систему, кожна окрема підсистема має її задовольняти.

Технічні вимоги до програмного продукту є наступні:

- функціонування на персональних комп'ютерах із стандартним набором компонентів;
- зручність та зрозумілість для користувача;
- швидкість обробки даних та доступ до інформації в реальному часі;
- можливість зручного масштабування та обслуговування;
- мінімальні витрати на впровадження програмного продукту.

4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту

Головна функція F_0 – розробка програмного продукту, який вирішує задачу прогнозування нелінійних процесів та будує його модель. Беручи за основу цю функцію, можна виділити наступні:

F_1 – вибір середовища прогнозування;

F_2 – обробка вхідних даних;

F_3 – демонстрація результатів.

Кожна з цих функцій має декілька варіантів реалізації:

Функція F_1 :

а) Eviews

б) SAS

Функція F_2 :

а) зчитування даних з файлу

б) введення вручну

Функція F_3 :

а) виведення результату на екран

б) збереження результатів у файл

Варіанти реалізації основних функцій наведені у морфологічній карті системи (рис. 4.1).



Рисунок 4.1 – Морфологічна карта

Морфологічна карта відображає множину всіх можливих варіанти основних функцій. На основі цієї карти будемо позитивно-негативну матрицю варіантів основних функцій. Результати у таблиці 4.1

Таблиця 4.1 - Позитивно-негативна матриця

Функції	Варіанти реалізації	Переваги	Недоліки
F_1	<i>A</i>	Доступний для роботи, доступність завантаження даних популярних форматів	Неможливість роботи з багатовимірними даними.
	<i>B</i>	Потужність побудови моделей для прогнозування	Велика вартість використання програми
F_2	<i>A</i>	Можна редагувати дані під час введення	Більші затрати часу, можливі помилки під час введення
	<i>B</i>	Менші затрати часу	Під час вводу немає можливості відредагувати дані
F_3	<i>A</i>	Результати можна одразу бачити та робити висновки.	Відсутня історія попередніх тестів
	<i>B</i>	Результати можна зберігати та використовувати для порівняння з наступними	Можливі проблеми з декодуванням символів програми

Робимо висновок, що при розробці програмного продукту деякі варіанти реалізації функцій варто відкинути, тому що вони не відповідають поставленим перед програмним продуктом задачам. Ці варіанти відзначені у морфологічній карті.

Функція F_1 :

Велика вартість варіанту Б нас не задовольняє, тому залишаємо тільки варіант А.

Функція F_2 :

Віддаємо перевагу варіанту А, бо варіант Б не дає можливості коригування даних

Функція F_3 :

Розглядаємо обидва варіанти, оскільки вони забезпечують вимоги.

Таким чином, будемо розглядати такий варіанти реалізації ПП:

$$F_1a - F_2a - F_3a$$

$$F_1a - F_2a - F_3б$$

Для оцінювання якості розглянутих функцій обрана система параметрів, описана нижче.

4.3 Обґрунтування системи параметрів ПП

На основі даних, розглянутих вище, визначаються основні параметри вибору, які будуть використані для розрахунку коефіцієнта технічного рівня.

Для того, щоб охарактеризувати програмну реалізацію, будемо використовувати наступні параметри:

- $X1$ – швидкодія;
- $X2$ – об'єм пам'яті для обчислень та збереження даних;
- $X3$ – час навчання даних;

- X_4 – точність результатів (характеризує точність розв’язків, обчислюючи вектор нев’язки).

Гірші, середні і кращі значення параметрів вибираються на основі вимог замовника й умов, що характеризують експлуатацію ПП як показано у таблиці 4.2.

Таблиця 4.2 - Основні параметри ПП

Назва Параметра	Умовні позначення	Одиниці виміру	Значення параметра		
			гірші	середні	кращі
Швидкодія	X1	оп/мс	19000	11000	2000
Об’єм пам’яті	X2	Мб	32	16	8
Час попередньої обробки даних	X3	мс	2000	420	60
Точність результатів	X4	число	1e-3	1e-4	1e-5

За даними таблиці 4.2 будуються графічні характеристики параметрів (рис. 4.2 – рис. 4.5):

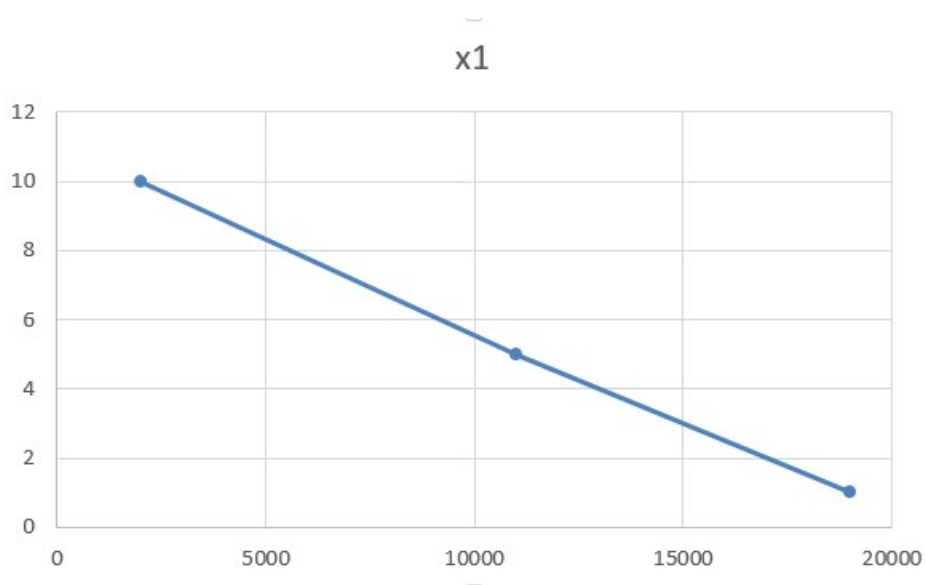


Рисунок 4.2 – Параметр X1

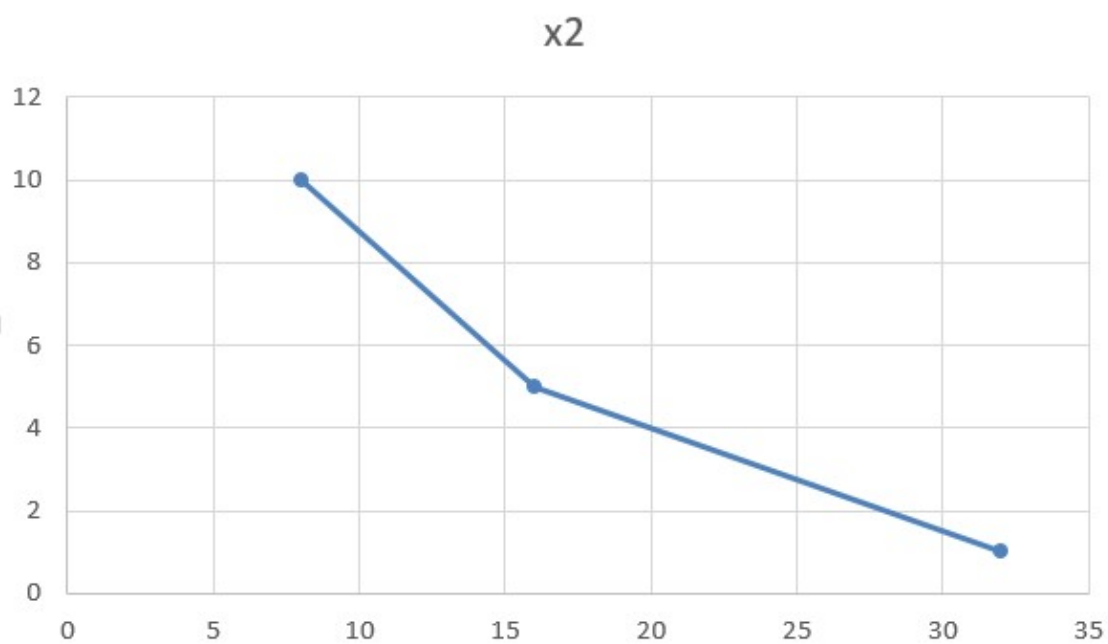


Рисунок 4.3 – Параметр X2

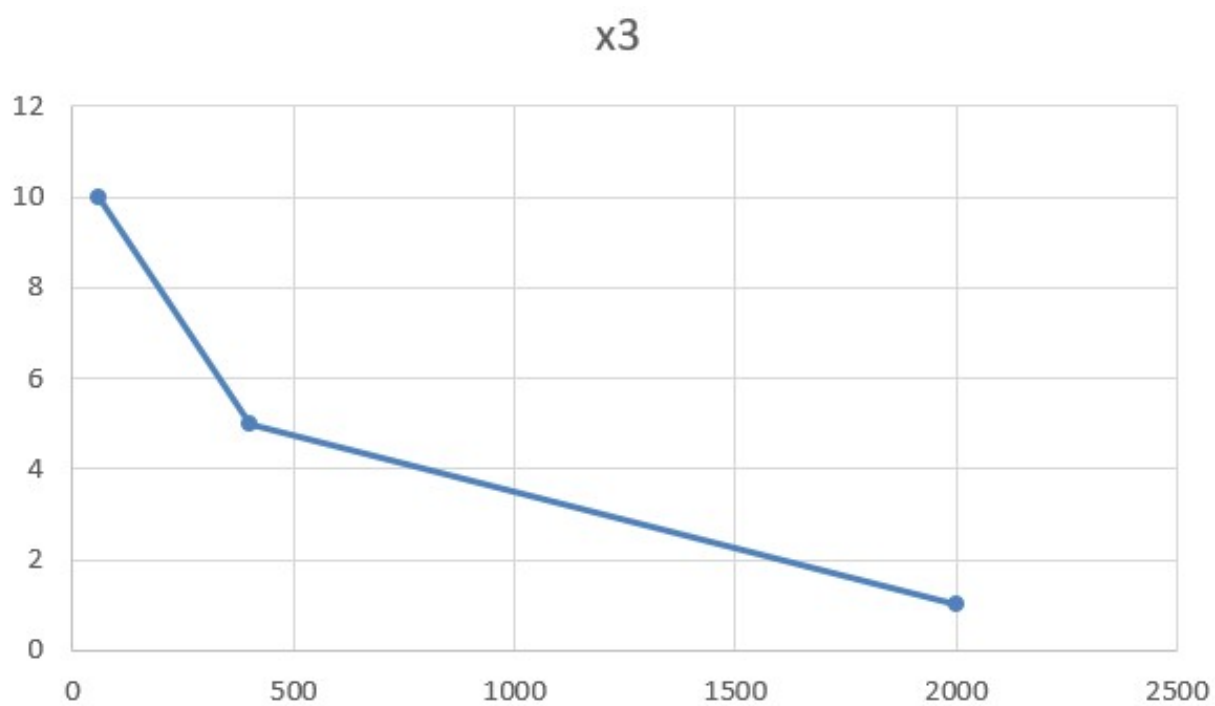


Рисунок 4.4 – Параметр X3

Продовження таблиці 4.3

$X1$	Швидкодія мови програмування	Оп/мс	2	2	1	2	1	2	2	12	-5,5	30,25
$X2$	Об'єм пам'яті	Мб	1	1	3	1	2	1	1	10	-7,5	56,25
$X3$	Час попередньої обробки даних	мс	4	4	2	4	3	3	4	24	6,5	42,25
$X4$	Точність результатів	число	3	3	4	3	4	4	3	24	6,5	42,25
	Разом		10	10	10	10	10	10	10	70	0	171

Для перевірки степені достовірності експертних оцінок, визначимо наступні параметри:

а) сума рангів кожного з параметрів і загальна сума рангів:

$$R_i = \sum_{j=1}^N r_{ij} R_{ij} = \frac{Nn(n+1)}{2} = 70,$$

де N – число експертів,
 n – кількість параметрів;

б) середня сума рангів:

$$T = \frac{1}{n} R_{ij} = 17,5.$$

в) відхилення суми рангів кожного параметра від середньої суми рангів:

$$\Delta_i = R_i - T.$$

Сума відхилень по всіх параметрах повинна дорівнювати 0;

г) загальна сума квадратів відхилення:

$$S = \sum_{i=1}^N \Delta_i^2 = 171.$$

Порахуємо коефіцієнт узгодженості:

$$W = \frac{12S}{N^2(n^3 - n)} = \frac{12 \cdot 171}{7^2(4^3 - 4)} = 0,69 > W_k = 0,67.$$

Ранжування можна вважати достовірним, тому що знайдений коефіцієнт узгодженості перевищує нормативний, котрий дорівнює 0,67.

Скориставшись результатами ранжирування, проведемо попарне порівняння всіх параметрів і результати занесемо у таблицю 4.4. та розрахуємо вагомості параметрів у таблиці 4.5.

Таблиця 4.4 - Попарне порівняння параметрів

Параметри	Експерти							Кінцева оцінка	Числове значення
	1	2	3	4	5	6	7		
X1 і X2	<	<	>	<	>	<	<	<	0,5
X1 і X3	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
X1 і X4	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
X2 і X3	>	>	<	>	>	>	>	>	1,5
X2 і X4	>	>	>	>	>	>	>	>	1,5
X3 і X4	<	<	>	<	>	>	<	<	0,5

Таблиця 4.5 - Розрахунок вагомості параметрів

Параметри x_i	Параметри x_j				Перша ітер.		Друга ітер.		Третя ітер	
	X1	X2	X3	X4	b_i	K_{Bi}	b_i^1	K_{Bi}^1	b_i^2	K_{Bi}^2
X1	1,0	0,5	1,5	1,5	4,5	0,280	16,0	0,272	58,875	0,274
X2	1,5	1,0	1,5	1,5	5,5	0,344	21,25	0,360	77,5	0,36
X3	0,5	0,5	1,0	0,5	2,5	0,156	9,25	0,157	34	0,158
X4	0,5	0,5	1,5	1,0	3,5	0,22	12,25	0,209	44,75	0,208
Всього:					16	1	58,75	1	215,125	1

4.5 Аналіз рівня якості варіантів реалізації функцій

Визначаємо рівень якості кожного варіанту виконання основних функцій окремо у таблиці 4.6

Таблиця 4.6 - Розрахунок показників рівня якості варіантів реалізації основних функцій ПП

Основні функції	Варіант реалізації функції	Параметри	Абсолютне значення параметра	Бальна оцінка параметра	Коефіцієнт вагомості параметра	Коефіцієнт рівня якості
F1	А	X1	2000	10	0,274	2,74
F2	А	X2	8	10	0,36	3,6
F3	А	X3	1700	2	0,158	0,316
		X4	1400	2	0,208	0,416
	Б	X3	60	10	0,158	1,58
		X4	1000	5	0,208	1,04

визначаємо рівень якості кожного з варіантів:

$$K_{K1} = 2.74 + 3.6 + 0.316 + 0.416 = 7.072$$

$$K_{K2} = 2.74 + 3.6 + 1.58 + 1.04 = 8.96$$

Як видно з розрахунків, кращим є другий варіант, для якого коефіцієнт технічного рівня має найбільше значення.

4.6 Економічний аналіз варіантів розробки ПП

Усі варіанти включають в себе наступні завдання:

1. Розробка методів підготовки даних для їх використання в ПП:

Для першого варіанту реалізації використовуємо нормалізацію; Для другого варіанту – цифрову фільтрацію

2. Розробка проекту програмного продукту;
3. Розробка програмної оболонки;

Для першого завдання (при реалізації варіанту 1А алгоритм групи складності 3, ступінь новизни В, вид використаної інформації — НДІ)

$$T_P = 15, K_{\Pi} = 1.26, K_{СК} = 1, K_{СТ.М} = 1.$$

$$T_1^1 = 15 * 1.26 = 18.9 \text{ людино-днів}$$

.

Для першого завдання (при реалізації варіанту 1Б алгоритм групи складності 3, ступінь новизни А, вид використаної інформації — НДІ)

$$T_P = 25, K_{\Pi} = 1.26, K_{СК} = 1, K_{СТ.М} = 1.6.$$

$$T_1^1 = 25 * 1.26 * 1.6 = 50.4 \text{ людино-днів}$$

Для другого завдання (група складності 1 , ступінь новизни А)

$$T_P = 80, K_{II} = 1.6, K_{СК} = 1, K_{СТ} = 0.8$$

$$T_2 = 80 * 1.6 * 0.8 = 102.4 \text{ людино-днів}$$

Для третього завдання (група складності 3 , ступінь новизни Б)

$$T_P = 26, K_{II} = 0.7, 14.56 \text{ людино-днів}$$

Складаємо трудомісткість відповідних завдань для кожного з обраних варіантів реалізації програми, щоб отримати їх трудомісткість:

$$T_I = (18.9 + 102.4 + 14.56) \cdot 8 = 1086.88 \text{ людино-годин.}$$

$$T_{II} = (50.4 + 102.4 + 14.56) \cdot 8 = 1338.88 \text{ людино-годин.}$$

Найбільш високу трудомісткість має варіант II.

В розробці бере участь один фінансовий інженер з окладом 31000 грн.

Зарплата за годину:

$$C = \frac{31000}{1 * 21 * 8} = 184.52 \text{ грн.}$$

Тоді, розрахуємо заробітну плату за формулою:

$$I. C_{ЗП} = 184.52 * 1086.88 = 200551 \text{ грн}$$

$$II. C_{ЗП} = 184.52 * 1338.88 = 247050 \text{ грн.}$$

Відрахування на єдиний соціальний внесок становить 22%:

$$I. C_{ВІД} = C_{ЗП} \cdot 0.22 = 102811,43 \cdot 0.22 = 44121 \text{ грн.}$$

$$\text{II. } C_{\text{ВІД}} = C_{\text{ЗП}} \cdot 0.22 = 104117,62 \cdot 0.22 = 54351 \text{ грн.}$$

Тепер визначимо витрати на оплату однієї машино-години. (C_M)

Оскільки ЕОМ обслуговує один інженера з окладом 31000 грн., з коефіцієнтом зайнятості 0.2, то для однієї машини маємо:

$$C_G = 12 \cdot M \cdot K_3 = 12 \cdot 31000 \cdot 0,2 = 74400 \text{ грн.}$$

З урахуванням додаткової заробітної плати:

$$C_{\text{ЗП}} = C_G \cdot (1 + K_3) = 74400 \cdot (1 + 0.2) = 89280 \text{ грн.}$$

Відрахування на соціальний внесок:

$$C_{\text{ВІД}} = C_{\text{ЗП}} \cdot 0.22 = 89280 \cdot 0,22 = 19641.6 \text{ грн.}$$

Амортизаційні відрахування розраховуємо при амортизації 25% та вартості ЕОМ – 160000 грн.

$$C_A = K_{\text{ТМ}} \cdot K_A \cdot Ц_{\text{ПР}} = 1.15 \cdot 0.25 \cdot 160000 = 46000 \text{ грн.,}$$

Витрати на ремонт та профілактику розраховуємо як:

$$C_P = K_{\text{ТМ}} \cdot Ц_{\text{ПР}} \cdot K_P = 1.15 \cdot 160000 \cdot 0.05 = 9200 \text{ грн.,}$$

Ефективний годинний фонд часу ПК за рік розраховуємо за формулою:

$$T_{\text{ЕФ}} = (D_{\text{К}} - D_{\text{В}} - D_{\text{С}} - D_{\text{Р}}) \cdot t_3 \cdot K_{\text{В}} = (365 - 112 - 8 - 16) \cdot 8 \cdot 0.9 =$$

$$= 1648.8 \text{ годин,}$$

Витрати на оплату електроенергії розраховуємо за формулою:

$$C_{\text{ЕЛ}} = T_{\text{ЕФ}} \cdot N_{\text{С}} \cdot K_3 \cdot C_{\text{ЕН}} = 1648.8 \cdot 0.2 \cdot 2 \cdot 3.51 = 2314.91 \text{ грн.,}$$

Накладні витрати розраховуємо за формулою:

$$C_{\text{Н}} = C_{\text{ГР}} \cdot 0.67 = 160000 \cdot 0.67 = 107200 \text{ грн.}$$

Тоді, річні експлуатаційні витрати будуть:

$$C_{\text{ЕКС}} = C_{\text{ЗП}} + C_{\text{ВІД}} + C_{\text{А}} + C_{\text{Р}} + C_{\text{ЕЛ}} + C_{\text{Н}},$$

$$C_{\text{ЕКС}} = 89280 + 19641.6 + 46000 + 9200 + 2314.91 + 107200 = 273636.51 \text{ грн.}$$

Собівартість однієї машино-години ЕОМ дорівнюватиме:

$$C_{\text{М-Г}} = C_{\text{ЕКС}} / T_{\text{ЕФ}} = 273636.51 / 1648.8 = 165.96 \text{ грн/год.}$$

Витрати на оплату машинного часу, в залежності від обраного варіанта реалізації, складає:

$$\text{I. } C_{\text{М}} = 165.26 \cdot 1086.88 = 179614.54 \text{ грн}$$

$$\text{II. } C_{\text{М}} = 165.26 \cdot 1338.88 = 221263.309 \text{ грн}$$

Накладні витрати складають 67% від заробітної плати:

$$I. C_H = 179614.54 * 0.67 = 120341.742 \text{ грн.}$$

$$II. C_H = 221263.309 * 0.67 = 148246.417 \text{ грн.}$$

Отже, вартість розробки ПП за варіантами становить:

$$I. C_{ПП} = 200551 + 44121 + 179856.9 + 120341.742 = 544870.642 \text{ грн.}$$

$$II. C_{ПП} = 247050 + 54351 + 221557.862 + 148246.417 = 671205.279 \text{ грн..}$$

4.7 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня

Розрахуємо коефіцієнт техніко-економічного рівня за формулою:

$$K_{TEP1} = 7.072 / 544870.642 = 1.298 * 10^{-5},$$

$$K_{TEP2} = 8.96 / 671205.279 = 1.34 * 10^{-5}.$$

Як бачимо, найбільш ефективним є перший варіант реалізації програми з коефіцієнтом техніко-економічного рівня $K_{TEP2} = 1,34 \cdot 10^{-5}$.

4.8 Висновки до розділу

З альтернатив, що залишилися після відбору, було отримано два варіанти. Доцільним є використання другого варіанту реалізації продукту. Цьому варіанту відповідає програма Eviews, метод зчитування та збереження даних у

файл. Таким чином ми отримали універсальний засіб створення системи підтримки прийняття рішень для прогнозування нелінійних процесів.

ВИСНОВКИ

В роботі проведено огляд сучасних підходів до моделювання нестационарних процесів та процесів зі змінною в часі дисперсією. Для динамічного оцінювання можливих втрат в нестационарних фінансово-економічних процесах обрано використання прогнозів волатильності як міри ризику. На основі проведеного огляду існуючих моделей прогнозування часових рядів з урахуванням змінної волатильності виконано їх порівняння, проаналізовано переваги та недоліки з урахуванням складності моделей та вимог до точності результатів.

В роботі також виконано порівняння найбільш вживаних статистичних пакетів: Eviews, SAS, RATS та Statistica. Основними напрямками роботи при створенні СППР є зручний графічний інтерфейс, введення, редагування та порівняльний аналіз даних; можливість проведення тестів на нестационарність. Розглянуто тести для аналізу нелінійних нестационарних процесів. Виконано огляд існуючих методів моделювання і прогнозування стаціонарних та нестационарних процесів. Розглянуто основні критерії якості для оцінювання моделей опису процесів та якості прогнозування. Розглянуто методи оцінювання параметрів моделі.

Також було побудовано моделі та прогнози для даних про споживчі кредити, цін на золото та індексів споживчих цін. Для даних про споживчі кредити було побудовано прогноз за допомогою трьох моделей: $AR(1)$, $AR(1,12)$, $AR(12, 1, 10)$. В процесі порівняння результатів було виявлено, що найкращою була модель $AR(12, 1, 10)$.

Дані про індекси споживчих цін було прогнозовано різними моделями. Найменшу похибку дало прогнозування по критерію Дарбіна-Уотсона, але коефіцієнт детермінації приймає мале значення, що свідчить про не дуже високу адекватність моделі. Побудована модель за критерієм СКП дала непогані результати, але коефіцієнт Дарбіна-Уотсона склав 2,7359, що є значним відхиленням.

Для продовження роботи в цьому напрямі можливе ще побудування декількох моделей для індексу споживчих цін та для цін на золото для більш точного прогнозу цих даних.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бідюк П.І., Половцев О.В. Аналіз та моделювання економічних процесів перехідного періоду. К.: НТУ КПІ, 1999. 230 с.
2. Ставицький А. В. Навчально-методичний комплекс з курсів «Прогнозування» та «Фінансове прогнозування». Київ: Центр учб. літ., 2006. 107 с.
3. Половцев О. В. Системний підхід до моделювання, прогнозування та управління фінансово-економічними процесами. Донецьк: Східний видавничий дім, 2009. 286 с.
4. Бідюк П. І., Романенко В. Д., Тимошук О. Л. Аналіз часових рядів: навч. посіб. / ННК «Інститут прикладного системного аналізу» Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», 2010. 317 с.
5. Лакман И. А., Никульшина Л. М., Шамуратов Н. М. Поддержка принятия решения при выборе пакета обработки статистических данных. Современные проблемы информатизации в экономике и обеспечении безопасности: сборник трудов. Воронеж: Научная книга, 2009. 136 с.
6. Молчанов И. Н. Компьютерный практикум по начальному курсу эконометрики (реализация на Eviews): практикум / Ростовский государственный экономический университет. Ростов-н/Д. 2001. 58 с.
7. Бідюк П. І. Економетричний аналіз часових рядів. Київ: Політехніка, 2007. 250 с.
8. Грешилов А. А. Математические методы построения прогнозов. Москва: Радио и связь, 1997. 112 с.
9. Носко В. П. Эконометрика. Введение в регрессионный анализ временных рядов. Москва: Литкон, 2002. 273 с.
10. Пугачов О.М. Аналіз деяких моделей для прогнозування нестационарних процесів. Київ: Інтернаука, 2016. 197-200 с.
11. Бідюк П.І. Часові ряди: моделювання та прогнозування / Київ: ЕКМО, 2004. 144 с.

12. Лоусон Ч. К. Численное решение задач методом наименьших квадратов. Москва: Наука, 1986. 234 с.
13. An Introduction to EViews. EViews. URL: <https://www.eviews.com/Discovering/whatisreviews.html>.
14. Бідюк П. І. Проектування комп'ютерних інформаційних систем підтримки прийняття рішень: навч. посіб. / ННК «Інститут прикладного системного аналізу» Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», 2010. 340 с.
15. Лобанов А. А., Чугунов В. А. Энциклопедия финансового рискменеджмента. Москва: Альпина Паблишер, 2003. 786 с.
16. Дрейпер Н., Смит Г. Финансы и статистика: в 2-х кн. Москва: 1986. Т.2: Прикладной регрессионный анализ. 366 с.
17. Дробыш И.И. Статистические модели прогнозирования цен на оптовых рынках электроэнергии: российский и зарубежный опыт / И.И. Дробыш // Вестник ЮУрГУ. Серия «Экономика и менеджмент». 2017. Т. 11, No 3. С. 41–54. DOI: 10.14529/em170306.
18. Евсеев Е.А. Эконометрика: учебное пособие для академического бакалавриата / Е. А. Евсеев, В. М. Буре. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2017. 186 с.
19. Шапкин А.С., Шапкин В.А. Теория риска и моделирование рискованных ситуаций. М.: Дашков и Ко, 2005. 544 с.
20. Дрейпер Н., Смит Г. Прикладной регрессионный анализ: у 2 т. М.: Финансы и статистика, 1986. Т. 2. 366 с.

ДОДАТОК А

```

import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns
sns.set_style()

def rss(params, params_pred):
    return np.sum((params - params_pred) ** 2)

def ika(N, params, params_pred, p, q):
    return N * np.log(rss(params, params_pred)) + 2 * (p + q + 1)

def r2(y, y_pred):
    return 1 - np.sum((y - y_pred) ** 2) / (np.sum((y - y.mean()) ** 2))
class ARMA:

    def __init__(self):
        self.X = []
        self.y = []

    def _init_e(self, mean=0, std=2, N=100, path=None, save_path=None):
        if path:
            self.e = np.loadtxt(path)
            self.N = len(self.e)
        else:
            self.e = np.random.normal(mean, std ** 2, N)
            self.N = N
        if save_path:
            np.savetxt(save_path, self.e)

    def _init_p_q(self, p, q, params):
        self.p = p
        self.q = q
        self.params = params

    def _init_y(self, path=None, noise=None):
        if path:
            self.y = np.loadtxt(path)
        else:
            self.y = np.zeros((self.N,))
            self.y[:self.p] = self.e[:self.p]
            for index in range(self.p, self.N):
                self.y[index] += params[0]

                for autoregression_index in range(1, self.p + 1):
                    self.y[index] += params[autoregression_index] * self.y[index - autoregression_index]

                self.y[index] += params[self.p + 1] * self.e[index]

                for moving_average_index in range(1, self.q + 1):
                    self.y[index] += params[self.p + 1 + moving_average_index] * self.e[index - moving_average_index]

            # random noise
            if noise is not None:
                self.y += noise

    def _init_X(self):
        self.X = np.zeros((self.N - self.p, len(self.params)))

```

```

self.X[:, 0] = 1

for autoregression_index in range(1, self.p + 1):
    self.X[:, autoregression_index] = self.y[self.p - autoregression_index : self.N - autoregression_index]

for moving_average_index in range(0, self.q + 1):
    for index in range(self.N - self.p):
        self.X[index, self.p + 1 + moving_average_index] = self.e[self.p + index - moving_average_index]

self.y = self.y[self.p:]

def mnk(self, path=None):
    if len(self.y) == 0:
        self._init_y(path)
    if len(self.X) == 0:
        self._init_X()

    self.params_pred = np.dot(np.dot(np.linalg.inv(np.dot(self.X.T, self.X)), self.X.T), self.y)

    return [self.params_pred]

def rmnk(self, path=None):
    if len(self.y) == 0:
        self._init_y(path)
    if len(self.X) == 0:
        self._init_X()

    tmp_params = [np.zeros(2 + self.p + self.q)]
    beta = 10000
    P = beta * np.eye(2 + self.p + self.q)
    for i in range(len(self.y)):
        P -= np.dot(np.dot(np.dot(P, self.X[i].T), self.X[i]), P) / (1 + np.dot(np.dot(self.X[i], P), self.X[i].T))
        tmp_params.append(tmp_params[-1] + np.dot(np.dot(P, self.X[i].T), (self.y[i] - np.dot(self.X[i], tmp_params[-1]))))

    self.params_pred = tmp_params[-1]

    return tmp_params

def evaluate_prediction(self):

    metrics = {}
    metrics['rss'] = rss(self.params, self.params_pred)
    metrics['aic'] = ika(self.N, self.params, self.params_pred, self.p, self.q)
    metrics['r2'] = r2(self.y, np.dot(self.X, self.params_pred))

    return metrics

metrics_mnk = []
print('Results for LS')
print('MODEL    RSS    AIC    R2')
for p, q, params in for_loop:
    arma._init_p_q(p, q, params)
    arma._init_y(noise=noise)
    arma.X = []
    arma.mnk()
    metrics = arma.evaluate_prediction()
    metrics_mnk.append(metrics)
    rss_m = metrics['rss']
    aic_m = metrics['aic']
    r2_m = metrics['r2']
    print(f'ARMA({p},{q}) {rss_m:.5f} {aic_m:.5f} {r2_m:.5f}')

```

```

metrics_rmnk = []
print('Results for RLS')
print('MODEL    RSS    AIC    R2')
for p, q, params in for_loop:
    arma._init_p_q(p, q, params)
    arma.y = []
    arma.X = []
    arma.rmnk()
    metrics = arma.evaluate_prediction()
    metrics_rmnk.append(metrics)
    rss_m = metrics['rss']
    aic_m = metrics['aic']
    r2_m = metrics['r2']
    print(f'ARMA({p},{q}) {rss_m:.5f} {aic_m:.5f} {r2_m:.5f}')

p = 3
q = 3
arma.y = []
arma.X = []
params = np.array([0.05, 0.45, 0.09, -0.38, 1, 0.6, 0.4, 0])
arma._init_p_q(p, q, params)
mnk_params = np.array(arma.mnk())
rmnk_params = np.array(arma.rmnk())
mnk_params = np.array([mnk_params[0] for i in range(len(rmnk_params))])
names = ['a0', 'a1', 'a2', 'a3', 'b0', 'b1', 'b2', 'b3']

for i in range(len(names)):
    plt.title(names[i])
    truth = np.array([params[i] for j in range(len(rmnk_params))])
    plt.plot(range(len(mnk_params)), mnk_params[:, i], label='LS')
    plt.plot(range(len(mnk_params)), rmnk_params[:, i], label='RLS')
    plt.plot(range(len(mnk_params)), truth, label='True value')
    plt.legend()
    plt.show()
    #plt.plot(range(len(mnk_params)), rmnk_params[:, i])

plt.title('RSS')
names = [f'ARMA({j + 1},{i + 1})' for j in range(3) for i in range(3)]
mnk = [metrics['rss'] for metrics in metrics_mnk]
rmnk = [metrics['rss'] for metrics in metrics_rmnk]
x = range(len(mnk))
plt.plot(x, mnk, label='LS')
plt.xticks(x, names, rotation='vertical')
plt.plot(x, rmnk, label='RLS')
plt.legend()

plt.title('AIC')
mnk = [metrics['aic'] for metrics in metrics_mnk]
rmnk = [metrics['aic'] for metrics in metrics_rmnk]
plt.plot(x, mnk, label='LS')
plt.xticks(x, names, rotation='vertical')
plt.plot(x, rmnk, label='RLS')
plt.legend()

plt.title('AIC')
mnk = [metrics['r2'] for metrics in metrics_mnk]
rmnk = [metrics['r2'] for metrics in metrics_rmnk]
plt.plot(x, mnk, label='LS')
plt.xticks(x, names, rotation='vertical')
plt.plot(x, rmnk, label='RLS')
plt.legend()

```

ДОДАТОК Б

Моделі та прогнози нестаціонарних процесів

Виконала студентка групи КА-73
Ярошенко Валентина Олегівна

Навчальний керівник: д.т.н., професор Бідюк П.І.

Об'єкт, предмет і мета дослідження:

- ▶ Об'єкт дослідження: нелінійні нестаціонарні процеси в економіці та фінансах, фінансові ризики.
- ▶ Предмет дослідження: моделі і методи аналізу нелінійних нестаціонарних процесів в економіці та фінансах, методи аналізу фінансових ризиків.
- ▶ Мета дослідження: підвищення якості оцінок прогнозів нелінійних нестаціонарних процесів та їх волатильності, покращення оцінок ринкового ризику завдяки новим побудованим моделям.

Постановка задачі

- ▶ Встановити актуальність задачі моделювання і прогнозування нестационарних процесів в економіці та фінансах
- ▶ Вибрати процеси для моделювання і зібрати необхідні статистичні дані
- ▶ Створити (вибрати) програмне забезпечення для виконання обчислювальних експериментів
- ▶ Побудувати математичні моделі для вибраних процесів і обчислити оцінки прогнозів
- ▶ Виконати аналіз результатів
- ▶ Сформулювати перспективи подальших досліджень

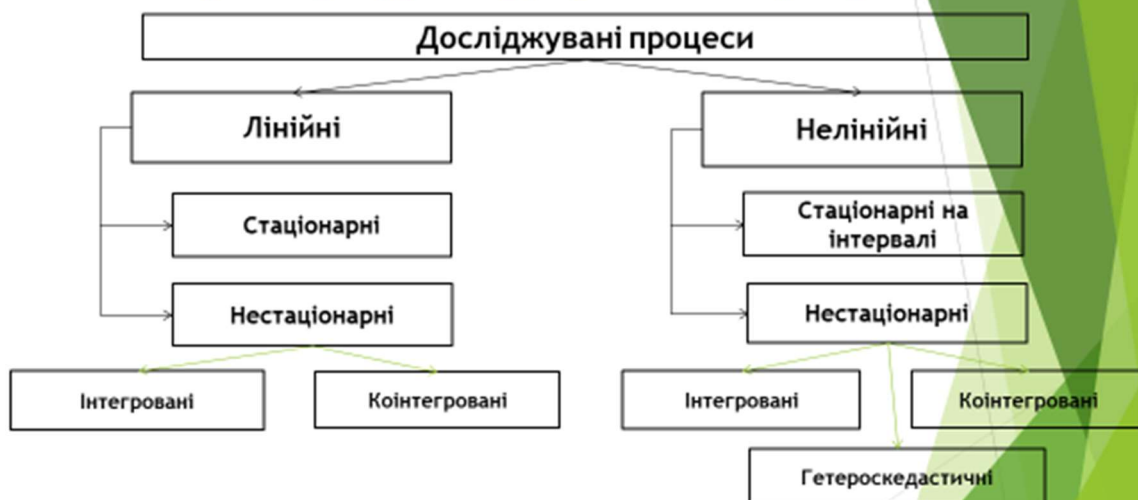
3

Актуальність дослідження

- ▶ Реальні існуючі процеси, які зустрічаються в економіці та фінансах, зазвичай не мають вигляд, як звичайні лінійні чи стаціонарні. Через це дуже складно покладатися на певні моделі, адже результати такого моделювання можуть мати несподіваний розвиток і подальший прогноз. Взагалі, в повсякденному житті, ми дуже часто стикаємося з різноманітними фінансово-економічними процесами. Та частіше всього нам зустрічаються нестационарні процеси, а тому вони є найбільш цікавими і корисними для вивчення та прогнозування.

4

Класифікація досліджуваних процесів



5

Типи нелінійності і нестационарності, що розглядаються у процедурах моделювання

Нелінійності:

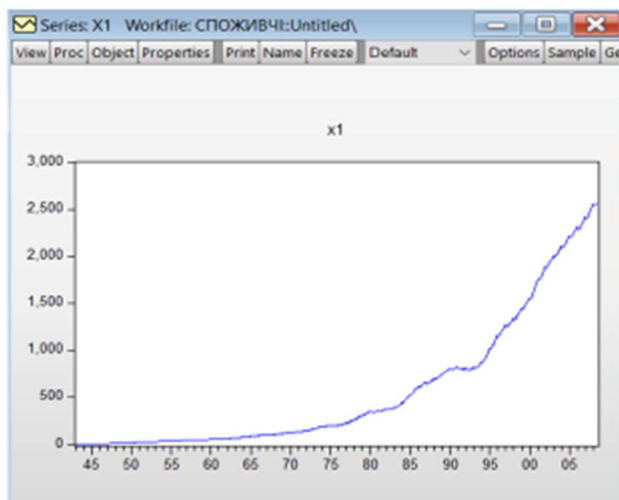
- стосовно змінних (приклад: нелінійні тренди);
- стосовно параметрів (приклад: логістична регресія);

Нестационарності:

- математичне сподівання змінюється у часі на інтервалі дослідження: інтегровані процеси = процеси з одиничними коренями = процеси з трендом;
- математичне сподівання одночасно змінюється у двох або більше процесах, що моделюються: коінтегровані процеси;
- дисперсія змінюється у часі: гетероскедастичні процеси (нелінійний нестационарний процес).

6

Дані про споживчі кредити



7

Системний підхід до моделювання і прогнозування нестационарних процесів



8

Моделі для даних про споживчі кредити

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Equation: TREND1 Workfile: СПОЖИВЧЕ.Untitled1									
Dependent Variable: LOGX1									
Method: Least Squares (Gauss-Newton / Marquardt steps)									
Date: 05/21/21 Time: 06:05									
Sample: 1943M01 2007M12									
Included observations: 780									
LOGX1=C(1)+C(2)*K									
	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C(1)	2.307497	0.016027	143.9757	0.0000					
C(2)	0.007524	3.56E-05	211.6239	0.0000					
R-squared	0.982925	Mean dependent var	5.245730						
Adjusted R-squared	0.982903	S.D. dependent var	1.709966						
S.E. of regression	0.223590	Akaike info criterion	-0.155449						
Sum squared resid	38.89399	Schwarz criterion	-0.143502						
Log likelihood	62.62507	Hannan-Quinn criter.	-0.150854						
F-statistic	44784.68	Durbin-Watson stat	0.003220						
Prob(F-statistic)	0.000000								

9

$$\log y = 2,307 + 0,008k.$$

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Equation: AR1MA12 Workfile: СПОЖИВЧЕ.Untitled1									
Dependent Variable: LOGX1									
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)									
Date: 05/21/21 Time: 09:35									
Sample: 1943M01 2007M12									
Included observations: 780									
Convergence achieved after 22 iterations									
Coefficient covariance computed using outer product of gradients									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	4.956043	18.12506	0.273436	0.7846					
AR(1)	0.999970	0.002860	349.6645	0.0000					
MA(1)	0.160493	0.020145	7.967059	0.0000					
MA(6)	0.390694	0.019344	20.35208	0.0000					
MA(12)	0.557006	0.022960	24.25969	0.0000					
SIGMASQ	0.000113	3.63E-06	31.24903	0.0000					
R-squared	0.999961	Mean dependent var	5.245730						
Adjusted R-squared	0.999961	S.D. dependent var	1.709966						
S.E. of regression	0.010691	Akaike info criterion	-6.210281						
Sum squared resid	0.088460	Schwarz criterion	-6.174441						
Log likelihood	2428.010	Hannan-Quinn criter.	-6.196497						
F-statistic	3965823	Durbin-Watson stat	1.611992						
Prob(F-statistic)	0.000000								

$$\begin{aligned} \log y &= 4,956 + 0,999 \cdot \log y(k-1) + 0,160 \\ &+ ma(k-1) + 0,393 \cdot ma(k-6) + 0,556 \\ &+ ma(k-12) \end{aligned}$$

10

View	Proc	Object	Print	Name	Freeze	Estimate	Forecast	Stats	Resids
Equation: AR12MA10 Workfile: СПОЖИВЧЕ.Untitled1									
Dependent Variable: DLOGX1									
Method: ARMA Maximum Likelihood (BFGS)									
Date: 05/21/21 Time: 06:44									
Sample: 1943M02 2007M12									
Included observations: 779									
Convergence achieved after 8 iterations									
Coefficient covariance computed using outer product of gradients									
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.					
C	0.005033	0.002796	1.800350	0.0722					
AR(1)	0.225099	0.014545	15.47593	0.0000					
AR(6)	0.128412	0.018463	6.955086	0.0000					
AR(12)	0.564757	0.016759	33.69950	0.0000					
MA(10)	-0.104275	0.020978	-4.970625	0.0000					
SIGMASQ	8.39E-05	2.03E-06	41.28478	0.0000					
R-squared	0.478301	Mean dependent var	0.007649						
Adjusted R-squared	0.474927	S.D. dependent var	0.012686						
S.E. of regression	0.009193	Akaike info criterion	-6.525213						
Sum squared resid	0.065321	Schwarz criterion	-6.489336						
Log likelihood	2547.570	Hannan-Quinn criter.	-6.511413						
F-statistic	141.7397	Durbin-Watson stat	1.768749						
Prob(F-statistic)	0.000000								

$$\begin{aligned} \log y(k) &= d\log y(k) + \log y(k-1), \\ d\log y(k) &= 0,005 + 0,225 \cdot d\log y(k-1) + \\ &0,128 \cdot d\log y(k-2) + 0,564 \cdot d\log y(k-3) - \\ &0,104 \cdot ma(k-4). \end{aligned}$$

Результати статичного прогнозування

Час	Реальне значення <i>logy</i>	Тренд 1-го порядку	АРКС	АР	АРКС
2008.1	7.845533	8.183964	7.847775	7.850477	7.846287
2008.2	7.839447	8.191488	7.844521	7.850516	7.847004
2008.3	7.838028	8.199012	7.838891	7.844435	7.839892
2008.4	7.842750	8.206537	7.839926	7.843018	7.837536
2008.5	7.845455	8.214061	7.849190	7.847735	7.847067
2008.6	7.849559	8.221585	7.849165	7.850437	7.847157
2008.7	7.852556	8.229110	7.854840	7.854536	7.853239
Середньо квадратична похибка прогнозу		0.016254	0.002450	0.003978	0.005209

11

Результати динамічного прогнозування

Час	Реальне значення <i>logy</i>	АРКС	АР	АРКС
2008.1	7.845533	7.847775	7.850477	7.846287
2008.2	7.839447	7.848283	7.855454	7.847879
2008.3	7.838028	7.848983	7.860426	7.849537
2008.4	7.842750	7.851358	7.865393	7.849344
2008.5	7.845455	7.857269	7.870354	7.852825
2008.6	7.849559	7.861701	7.875311	7.854785
2008.7	7.852556	7.867344	7.880263	7.858378
Середньо квадратична похибка прогнозу		0.001627	0.010724	0.004249

12

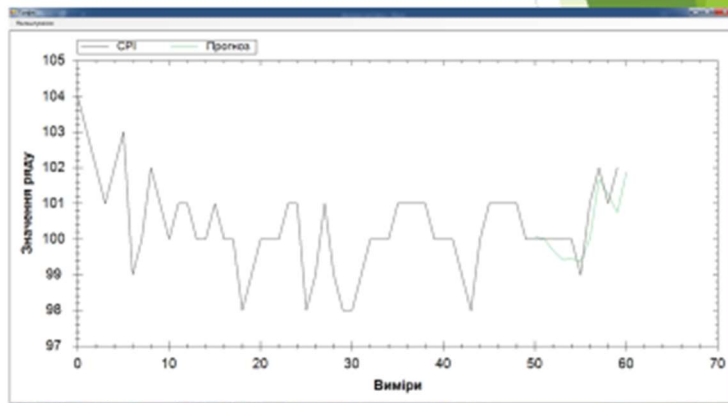
Моделі та прогнози для індексів СПОЖИВЧИХ ЦІН

$$y(k) = 43,366 + 0,6586 * y(k-1) - 0,4392 * y(k-2) + 0,4476 * y(k-3) - \\ - 0,1289 * y(k-4) - 0,0756 * y(k-5) + 0,0068 * y(k-6) - 0,0273 * y(k-7) - \\ - 0,0604 * y(k-8) - 0,0178 * y(k-9) + 0,1186 * y(k-10) - 0,0039 * y(k-11) + \\ + 0,5283 * y(k-12) - 0,3695 * y(k-13) + 0,1725 * y(k-14) - \\ - 0,2428 * y(k-15).$$

$$R^2 = 0,544; \sum e^2 = 0,696; DW = 2,035$$

$$СКП = 1,0504; СПП = 0,32796\%; САПП = 0,328\%$$

13

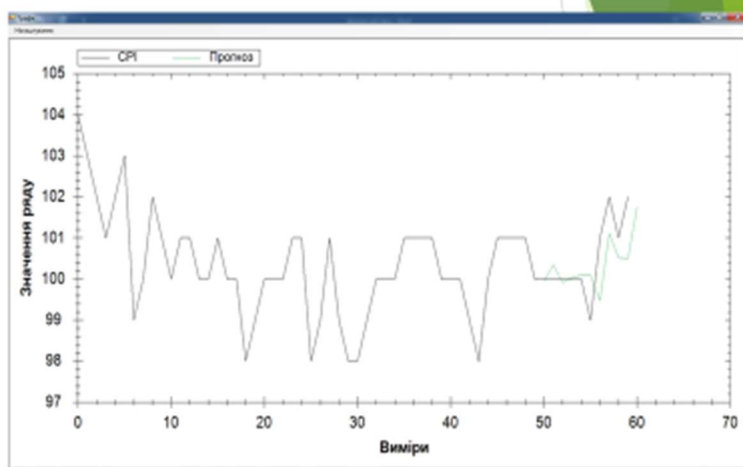


$$y(k) = 52,1181 + 0,6226 * y(k-1) - 0,3884 * y(k-2) + 0,4304 * y(k-3) - \\ - 0,1220 * y(k-4) - 0,0628 * y(k-5).$$

$$R^2 = 0,3213; \sum e^2 = 0,88534; DW = 2,001879.$$

$$СКП = 0,891; СПП = 0,262\%; САПП = 0,262\%$$

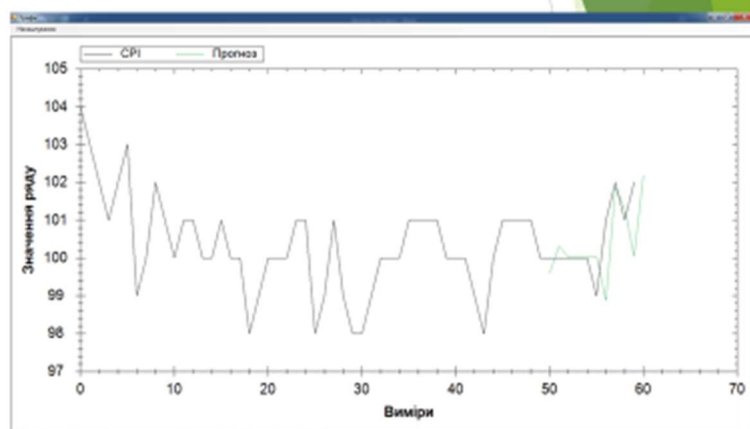
14



$$y(k) = 27,1206 + 1,1446 * y(k-1) - 0,7030 * y(k-2) + 0,2875 * y(k-3) - \\ - 0,4281 * v(k-1) + 0,0572 * v(k-2) + 0,2875 * v(k-3) - 0,156 * v(k-4) - \\ - 0,3263 * v(k-5).$$

$$R^2 = 0,9496; \sum e^2 = 1,038; DW = 2,7359$$

$$СКП = 0,909; СПП = 0,281\%; САПП = 0,281\%$$



15

Результати моделювання і прогнозування індексу споживчих цін по різним критеріям якості

Ряд	Тип моделі	Характеристика моделі			Характеристика прогнозу		
		R^2	$\sum e^2$	DW	СКП	СПП %	САПП %
CPI	AP(15)	0,544	0,696	2,035	1,0504	0,32796	0,328
	AP(5)	0,3213	0,8853	2,001	0,891	0,262	0,262
	АРКС (3,5)	0,9496	1,038	2,7359	0,909	0,281	0,281

16

Висновки по роботі

- ▶ Було побудовано моделі та прогнози для даних про споживчі кредити та індексів споживчих цін (нестационарні процеси). Для даних про споживчі кредити було побудовано прогноз за допомогою трьох моделей: $AR(1)$, $ARКС(1, 12)$, $ARІКС(12, 1, 10)$. В процесі порівняння результатів було виявлено, що найкращою була модель $ARІКС(12, 1, 10)$.
- ▶ Дані про індекси споживчих цін було прогнозовано різними моделями. Найменшу похибку дало прогнозування по критерію Дарбіна-Уотсона, але коефіцієнт детермінації приймає мале значення (0,3213), що свідчить про не дуже високу адекватність моделі. Побудована модель за критерієм СКП дала непогані результати, але коефіцієнт Дарбіна-Уотсона склав 2,7359, що є значним відхиленням.
- ▶ Для моделювання і прогнозування використані система Eviews і власна розроблена програма. Обидві програми дають практично однакові результати моделювання і прогнозування.

17

ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

- ▶ Застосування методів інтелектуального аналізу даних для моделювання і прогнозування нестационарних процесів: нейромережі, байєсівські мережі, нечітка логіка.
- ▶ Розробка спеціалізованої системи підтримки прийняття рішень для дослідження нестационарних процесів.
- ▶ Розробка і застосування комбінованих моделей (регресійний аналіз + штучний інтелект); застосування методу усереднення оцінок прогнозів, обчислених різними методами.
- ▶ Застосування структурно-параметричної адаптації моделей.

18

ДЯКУЮ ЗА УВАГУ !

