

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

**Математична статистика.
Обробка дослідних даних
методами математичної статистики:
рекомендації до виконання
індивідуального завдання**

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Системний аналіз і управління»
спеціальності 124 Системний аналіз

Укладачі: І. Ю. Каніовська, О. В. Стусь

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2023

УДК 519.22/.25(076)
К19

Укладачі: *Каніовська Ірина Юріївна*, канд. фіз.-мат. наук, доц.
Стусь Олександр Вікторович, канд. фіз.-мат. наук.

Рецензент *Ільєнко А.Б.*, канд. фіз.-мат. наук, доц., доцент кафедри
математичного аналізу та теорії ймовірностей
КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний
редактор *Подколзін Г.Б.*, канд. фіз.-мат. наук, доц.

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 4 від 01.02.2024 р.)
за поданням вченої ради Навчально-наукового інституту прикладного системного аналізу
(протокол № 11 від 18.12.2023 р.)*

Математична статистика. Обробка дослідних даних методами математичної статистики: рекомендації до виконання індивідуального завдання [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Системний аналіз і управління» спец. 124 Системний аналіз / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: І. Ю. Каніовська, О. В. Стусь ; – Електрон. текст. дані (1 файл: 3320 Кбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023. – 128 с.

Посібник містить індивідуальне завдання «Обробка дослідних даних методами математичної статистики» дисципліни «Математична статистика». Подано базовий теоретичний матеріал, методичні вказівки та статистичні таблиці, необхідні для виконання індивідуального завдання. Наведено приклади розв'язання завдання для дискретної та неперервної генеральної сукупності та запропоновано 270 індивідуальних варіантів.

Даний посібник призначено для здобувачів ступеня бакалавра спеціальності 124 «Системний аналіз» і може бути корисним для студентів математичних і технічних спеціальностей закладів вищої освіти.

УДК 519.22/.25(076)

Реєстр. № НП 23/24-248. Обсяг 6,4 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідectво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2023

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ЗМІСТ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ «ОБРОБКА ДОСЛІДНИХ ДАНИХ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ»	7
ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, ЯКІ НЕОБХІДНО ЗНАТИ, ДЛЯ ЗАХИСТУ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ.....	9
ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	11
1 ВИБІРКА ТА ЇЇ ГРАФІЧНЕ ЗОБРАЖЕННЯ.....	11
2 ТОЧКОВЕ ОЦІНЮВАННЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ.....	17
3 МЕТОДИ ПОБУДОВИ ТОЧКОВИХ ОЦІНОК НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ.....	20
4 ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ. КРИТЕРІЙ ПІРСОНА (χ^2)	26
5 ПОБУДОВА ДОВІРЧИХ ІНТЕРВАЛІВ ДЛЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ.....	29
6 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	34
ПРИКЛАДИ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ	37
Приклад 1. Випадок дискретної генеральної сукупності.....	37
Приклад 2. Випадок неперервної генеральної сукупності.....	48

ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ «ОБРОБКА ДОСЛІДНИХ ДАНИХ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ»	66
ДОДАТКИ. ТАБЛИЦІ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ	122
НАВЧАЛЬНІ МАТЕРІАЛИ ТА РЕСУРСИ.....	128

ВСТУП

Дисципліна «Математична статистика» є однією з фундаментальних дисциплін в загальнонауковій підготовці студентів за спеціальністю 124 «Системний аналіз», освітня програма «Системний аналіз і управління», цикл професійної підготовки.

Дисципліна викладається в четвертому семестрі.

Для забезпечення засвоєння матеріалу потрібно виробити у студентів логічне та алгоритмічне мислення, необхідне для розв'язання теоретичних та практичних завдань з математичної статистики,

- опанувати сучасними математичними методами обробки статистичних даних, які мають відношення до прикладних задач;
- на прикладах показати деякі можливості застосування статистичних методів до розв'язання практичних задач;
- прищеплення навичок аналізу побудованих статистичних моделей і вміння розв'язувати їх імовірнісними та статистичними методами, які викладаються в дисципліні;
- навчити користуватись статистичними таблицями та вміти працювати з програмою по математичній статистиці в програмі Excel.

Студенти можуть використовувати різноманітні статистичні програми на ЕОМ для полегшення обчислень.

Для виконання цих задач в програмі викладення дисципліни передбачено виконання індивідуального завдання «Обробка дослідних даних методами математичної статистики».

На виконання індивідуального завдання планується 12 год. самостійної роботи студента.

Згідно «Положенню про рейтингову систему оцінки успішності студентів» з дисципліни «Математична статистика» індивідуальне завдання

зараховується тільки за умови його захисту. Для захисту студенту надається не більше трьох спроб. У залежності від того, з якої спроби захищено індивідуальне завдання, нараховується наступна кількість балів:

- захист з першої спроби - 30 балів;
- захист з другої спроби -20 балів;
- захист з третьої спроби і останній – 10 балів.

Здобувач вищої освіти допускається до заліку в 4 семестрі за умови, що поточний рейтинг за семестр складає не нижче 30 балів та захищено індивідуальне завдання.

Усього згенеровано 270 варіантів, яких має вистачити для п'яти груп студентів даної спеціальності на 2 роки.

ЗМІСТ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ «ОБРОБКА ДОСЛІДНИХ ДАНИХ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ»

Студенту видається для обробки методами математичної статистики таблиця з 100 випадкових чисел, що імітує вибірку, отриману з генеральної сукупності. Статистичний розподіл генерується за допомогою застосування методу псевдовипадкових чисел (взято з <https://sancho.iasa.kpi.ua/>). За вихідні розподіли при отриманні вибірок бралися розподіли з шести типів (одновимірних):

- 1) гауссівський (нормальний);
- 2) рівномірний;
- 3) експоненційний (без зсуву чи зі зсувом);
- 4) Пуассона;
- 5) біноміальний;
- 6) Паскаля.

За отриманою реалізацією вибірки потрібно виконати наступні завдання:

1. Побудувати варіаційний (дискретний або інтервальний) ряд наданої реалізації вибірки.
2. Зробити графічне зображення реалізації вибірки.
3. Побудувати емпіричну функцію розподілу.
4. Обчислити вибіркові медіану, моду, асиметрію.
5. Знайти незміщену оцінку математичного сподівання та дисперсії.
6. Висунути гіпотезу про розподіл, за яким отримано вибірку.
7. Перевірити за допомогою критерію χ^2 Пірсона гіпотезу про розподіл з рівнем значущості $\alpha = 0,05$.

8. Для невідомих параметрів генеральної сукупності потрібно продемонструвати методи знаходження їх точкових оцінок та перевірити, чи є отримані оцінки незміщеними, консистентними та ефективними.
9. Знайти довірчий інтервал для параметрів гіпотетичного закону розподілу, взяв рівень надійності $\gamma = 0,95$.
10. Написати висновки.

ТЕОРЕТИЧНІ ПИТАННЯ, ЯКІ НЕОБХІДНО ЗНАТИ, ДЛЯ ЗАХИСТУ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

1. Вибірка, способи її запису, закон розподілу вибірки. Графічне представлення вибірки. Емпірична функція розподілу, її зв'язок з функцією розподілу.
2. Емпіричні характеристики генеральної сукупності. Закони розподілів емпіричних характеристик генеральної сукупності.
3. Вимоги, що висуваються до точкових оцінок параметрів розподілу.
4. Незміщені точкові оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності. Приклади незміщених оцінок математичного сподівання та дисперсії.
5. Конзистентні точкові оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності. Приклади конзистентних оцінок математичного сподівання та дисперсії.
6. Ефективні точкові оцінки параметрів розподілу генеральної сукупності. Нерівність Крамера-Рао.
7. Практична перевірка ефективності оцінок параметрів розподілу генеральної сукупності.
8. Функція правдоподібності. Метод максимальної правдоподібності знаходження оцінок параметрів розподілу генеральної сукупності.
9. Метод моментів знаходження оцінок параметрів розподілу генеральної сукупності.
10. Побудова довірчого інтервалу для математичного сподівання нормально розподіленої генеральної сукупності.
11. Побудова довірчого інтервалу для дисперсії нормально розподіленої генеральної сукупності.

12. Побудова наближених довірчих інтервалів для асимптотично нормальних оцінок невідомих параметрів генеральної сукупності.
13. Статистичні гіпотези: основні поняття. Помилки першого та другого роду.
14. Методика перевірки статистичних гіпотез.
15. Критерій χ^2 (Пірсона) перевірки статистичної гіпотези про вигляд розподілу генеральної сукупності.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ ТА МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

1 ВИБІРКА ТА ЇЇ ГРАФІЧНЕ ЗОБРАЖЕННЯ

1.1 Генеральна сукупність і вибірка

Розглянемо стохастичний експеримент, в якому спостерігається випадкова величина ξ . Ймовірнісною моделлю експерименту є трійка $\langle \Omega_\xi, \mathfrak{F}_\xi, F_\xi \rangle$, де Ω_ξ – множина всіх можливих значень випадкової величини, $\mathfrak{F}_\xi$ – σ -алгебра числової множини Ω_ξ , $F_\xi(\cdot)$ – функція розподілу випадкової величини ξ . Зробивши n незалежних повторень експерименту отримаємо послідовність n значень випадкової величини ξ , які позначимо $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$. Кожен член цієї послідовності належить множині Ω_ξ випадкової величини ξ .

Означення 1.1. Множина Ω_ξ називається **генеральною сукупністю**, послідовність $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ називається **вибіркою**, кількість елементів вибірки n називається **обсягом вибірки**. Простір $G \subset \mathbb{R}^n$, в якому вибірка набуває значень називається **вибірковим простором**.

При побудові ймовірнісної моделі експерименту вважають:

1) вибірка вважається **репрезентативною**, тобто для всіх елементів із генеральної сукупності існує одна й та ж ймовірність бути включеними у вибірку. Репрезентативність вибірки забезпечується випадковістю відбору, при цьому вважаємо, що генеральна сукупність не змінюється при вилученні якогось елемента вибірки. Це означає, що здійснюється вибір з поверненням. Вибірки, які є репрезентативними, з точки зору генеральної сукупності, можна вважати **випадковими вибірками**;

2) числова послідовність $x_1, x_2, \dots, x_n$ є реалізацією n -вимірного випадкового вектора $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$. Компонента ξ_i , $i = \overline{1, n}$ цього випадкового вектора є значенням випадкової величини ξ при i -му

спостереженні. Будемо вважати, що компоненти ξ_i є незалежними у сукупності випадковими величинами, оскільки послідовні вилучення з генеральної сукупності незалежні. Крім того, вони всі мають одну й ту ж саму функцію розподілу, тобто $F_\xi(x)$. Отже, закон розподілу випадкового вектора $\vec{\xi}$ повністю визначається формулою

$$F_{\vec{\xi}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n F_\xi(x_i).$$

Якщо вважати, що генеральна сукупність Ω_ξ має неперервний закон розподілу імовірностей з щільністю розподілу $f_\xi(x)$, то щільність розподілу вибіркового вектора $\vec{\xi}$ має вигляд

$$f_{\vec{\xi}}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n f_\xi(x_i). \quad (1.1)$$

Якщо ж генеральна сукупність Ω_ξ має дискретний закон розподілу з рядом розподілу $P\{\xi = x_k\} = p_k, k = \overline{1, n}$, то розподіл випадкового вектора $\vec{\xi}$ задається ймовірностями

$$P\{\xi_1 = x_{k_1}, \xi_2 = x_{k_2}, \dots, \xi_n = x_{k_n}\} = \prod_{i=1}^n p_{k_i}. \quad (1.2)$$

Означення 1.2. Функція $L(x_1, x_2, \dots, x_n)$, яка має вигляд (1.1) для неперервного розподілу генеральної сукупності та вигляд (1.2) у дискретному випадку називається **функцією правдоподібності** випадкової величини ξ .

1.2 Первинна обробка статистичних даних

Нехай маємо реалізацію вибірки $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}^n$ з деякої генеральної сукупності Ω_ξ . Числа x_i , $i = \overline{1, n}$, які утворюють реалізацію вибірки, є спостереженими значеннями випадкової величини ξ (неперервної чи дискретної). Як правило ці данні представляють собою множину розташованих у будь-якому порядку чисел. Для вивчення закономірностей випадкової величини ξ , якщо такі є, дослідні данні треба обробити.

Означення 1.3. Операція, яка полягає в тому, що результати спостережень випадкової величини ξ розташовують у порядку не спадання, називається **ранжуванням** дослідних даних.

Значення дискретної випадкової величини, яке відповідає окремій групі згрупованого ряду спостережень, називається **варіантом**, а зміна цього значення – **варіюванням**. Надалі будемо варіанти позначати малою літерою x . Для кожної групи згрупованого ряду можна знайти число, що показує, скільки разів зустрічається відповідний варіант у спостережених даних. Ці числа називають **частотою** варіанта. Надалі будемо їх позначати n_i , $i = \overline{1, k}$, де k – кількість варіант.

Означення 1.4. Відношення частоти n_i до обсягу вибірки n називається **частістю** або **відносними частотами**, тобто частоті дорівнюють $\omega_i = \frac{n_i}{n}$.

Зрозуміло, що $\sum_{i=1}^k \omega_i = 1$. Неважко помітити, що частість ω_i є статистичною ймовірністю появи варіанта x_i .

Означення 1.5. **Дискретним варіаційним рядом** розподілу називається ранжована сукупність варіантів x_i , $i = \overline{1, k}$ із відповідними їм частотами та частостями.

Якщо випадкова величина ξ неперервна, то ранжування та групування спостережень випадкової величини часто не дозволяє виявити характерні риси варіювання її значень. Це пояснюється тим, що окремі значення випадкової величини можуть як завгодно мало відрізнятися одне від одного і тому в сукупності спостережень однакові значення випадкової величини можуть зустрічатися рідко, а частоти варіантів мало відрізнятися. Недоцільно також будувати дискретний варіаційний ряд для дискретної випадкової величини, якщо кількість її можливих значень велика. У подібних випадках будують інтервальний варіаційний ряд розподілу.

Означення 1.6. Інтервальним варіаційним рядом розподілу називається упорядкована сукупність інтервалів варіювання значень випадкової величини ξ з відповідними частотами та частотами попадань у кожний із цих інтервалів значень.

Для побудови інтервального варіаційного ряду вибірки, перш за все, знаходять *розмах вибірки*, тобто різницю між найбільшим і найменшим спостереженням: $R = x_{max} - x_{min}$. Далі необхідно вибрати певну кількість інтервалів m , на які слід поділити розмах вибірки. Кількість інтервалів m не слід брати великим, оскільки робота з вибіркою буде громіздкою. Але кількість інтервалів не може бути малим, оскільки можна загубити особливість розподілу випадкової величини. Згідно *формули Стерджеса* рекомендована кількість інтервалів дорівнює $m = 1 + 3,322 \lg n$, де n – обсяг вибірки. Отже, величина інтервалів буде дорівнювати

$$d = \frac{x_{max} - x_{min}}{m}.$$

Після вибору частинних інтервалів, визначають частоти – кількість елементів вибірки n_i , які потрапили у i -й інтервал. Якщо елемент лежить на

межі інтервалів, то його відносять, наприклад, до правого інтервалу. Поряд із частотами та частостями одночасно обчислюють **накопичені частоти** $\sum_{j=1}^i n_j$, та **накопичені частоти** $\sum_{j=1}^i \omega_j$. Отримані результати заносять у таблицю.

1.3 Графічне зображення вибірки

Для графічного зображення варіаційних рядів найчастіше використовують полігон частот (полігон відносних частот), гістограму частот та кумулятивну криву. Графічне зображення рядів дозволяє отримати наочне уявлення про закономірності варіювання спостережених значень випадкової величини ξ .

Означення 1.7. Полігоном частот називається ламана з вершинами у точках (x_i, n_i) , $i = \overline{1, k}$, а **полігоном відносних частот** – ламана з вершинами в точках (x_i, ω_i) , $i = \overline{1, k}$. Полігон частот (полігон відносних частот) використовують для зображення дискретного варіаційного ряду.

Гістограму частот використовують для зображення інтервального варіаційного ряду.

Означення 1.8. Гістограмою частот називається східчаста фігура з прямокутників із основами, які дорівнюють $d_i = x_i - x_{i-1}$, $i = \overline{1, m}$ та висотами $\frac{n_i}{d_i}$. Аналогічно визначають **гістограму відносних частот**, тільки висоти прямокутників беруть $\frac{n_i}{nd_i}$, $i = \overline{1, m}$.

Площа східчастої фігури під графіком гістограми частот дорівнює обсягу вибірки n . Площа відповідної східчастої фігури під графіком гістограми відносних частот дорівнює одиниці. Отже, гістограма відносних

частот, якщо відомо, що випадкова величина ξ неперервна, є аналогом графіку щільності розподілу $f_{\xi}(x)$ цієї випадкової величини.

Означення 1.9. *Кумулятивною кривою (кумулятою)* називається крива накопичених частот.

Для дискретного варіаційного ряду кумулята є ламана, яка з'єднує точки $(x_i, n_i^{\text{нак}})$ або $(x_i, \omega_i^{\text{нак}})$, а для інтервального варіаційного ряду ламана починається з точки, абсциса якої дорівнює початку першого інтервалу, а ордината – накопленій частоті (або частоті). Інші точки цієї ламаної відповідають кінцям інтервалів.

1.4 Емпірична функція розподілу

Як відомо, закон розподілу будь-якої випадкової величини ξ можна задавати функцією розподілу $F_{\xi}(x)$. Якщо мати вибірку значень цієї випадкової величини, то можна побудувати деяке наближення функції розподілу.

Означення 1.10. *Емпіричною функцією розподілу* називається функція розподілу дискретної випадкової величини, що набуває значення варіант x_k з ймовірністю ω_k , $k = \overline{1, m}$, тобто:

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq x_1; \\ \omega_k^{\text{нак}}, & \text{при } x_k < x \leq x_{k+1}; \\ 1, & \text{при } x > x_m, \end{cases}$$

де $\omega_k^{\text{нак}} = \sum_{j=1}^k \omega_j$, тобто накопичена частість.

Очевидно, що $F_n^*(x) = 0$ при $x \leq x_1$ і $F_n^*(x) = 1$ при $x > x_m$. На проміжку $(x_1, x_m]$ $F_n^*(x)$ є неспадною кусково-сталою функцією.

Аналогічно визначається емпірична функція розподілу для інтервального варіаційного ряду. Оскільки, ми маємо лише значення емпіричної функції $F_n^*(x)$ на кінцях інтервалів, то для графічного її зображення доцільно довизначити $F_n^*(x)$, з'єднавши точки графіка, які відповідають кінцям інтервалів, відрізками прямої. В результаті отримана ламана співпадає з кумулятою.

Із теореми Бернуллі випливає, що емпірична функція розподілу $F_n^*(x)$ при $n \rightarrow \infty$ прямує за ймовірністю до функції розподілу $F_\xi(x)$ в кожній точці неперервності F_ξ . Крім того, візьмемо до уваги *теорему Глівенка - Кантеллі*, згідно якої, $F_n^*(x) \rightarrow F_\xi(x)$ при $n \rightarrow \infty$ із ймовірністю 1 рівномірно відносно x .

2 ТОЧКОВЕ ОЦІНЮВАННЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ

2.1 Точкові оцінки.

Незміщеність та конзистентність точкових оцінок

Означення 2.1. Точковою оцінкою θ^* параметра θ називають будь-яку функцію результатів спостережень над випадковою величиною ξ (статистику), за допомогою якої судять про значення параметра θ :

$$\theta^* = \theta^*(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n).$$

Зрозуміло, що точкова оцінка θ^* , на відміну від параметра θ , є випадковою величиною, яка залежить від закону розподілу випадкової величини ξ та обсягу вибірки. Про якість оцінки можна судити не по її

конкретним значенням, а лише по вибіркового розподілу оцінки. У зв'язку з цим розглянемо вимоги, що висувають до оцінок.

Означення 2.2. Точкова оцінка θ^* параметра θ називається **незміщеною**, якщо її математичне сподівання дорівнює оцінюваному параметру θ , тобто $E\theta^* = \theta$. Якщо ця умова не виконується, то оцінка θ^* , яка отримана за різними вибірками, буде в середньому або завищувати значення параметра θ , або це значення занижувати. Якщо $E\theta^* = \theta + a(\theta)$, то величину $a(\theta)$ називають **зсувом точкової оцінки**.

Означення 2.3. Точкова оцінка θ^* параметра θ називається **асимптотично незміщеною**, якщо $E\theta^* \rightarrow \theta$ при $n \rightarrow \infty$.

Означення 2.4. Послідовність точкових оцінок $\theta_n^* = \theta_n^*(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, $n \in \mathbb{N}$ параметра розподілу θ називається **конзистентною (спроможною)**, якщо задовольняє закону великих чисел, тобто збігається за ймовірністю до параметра θ при $n \rightarrow \infty$:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P\{|\theta_n^* - \theta| < \varepsilon\} = 1.$$

У випадку використання конзистентних оцінок виправдано використання вибірок великого обсягу, тому що при цьому стають малоймовірними значні помилки при оцінюванні. Отже, практичний зміст мають лише конзистентні оцінки.

Наведемо простий достатній **критерій конзистентності незміщених точкових оцінок**. Нехай точкова оцінка $\theta_n^* = \theta_n^*(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ є незміщеною оцінкою параметра θ , з нерівності Чебишева випливає, що, якщо $\lim_{n \rightarrow \infty} D\theta_n^* = 0$, то незміщена точкова оцінка буде конзистентною. Аналогічний критерій є справедливим і для асимптотично незміщених точкових оцінок.

2.2 Оцінки з мінімальною дисперсією

Означення 2.5. Незміщену оцінку θ^* параметра θ називають *ефективною* оцінкою, якщо

$$D\theta^* = \inf_{\theta^*: E\theta^* = \theta} D\theta,$$

тобто ця оцінка має найменшу дисперсію серед усіх можливих незміщених оцінок параметра θ , які обчислені за вибірками одного й того ж обсягу n .

Означення ефективності не дуже сприяє дослідженню оцінки. По-перше, не завжди легко обчислити дисперсію оцінки, по-друге, навіть коли її можна обчислити, то немає гарантії, що вона буде найменшою серед дисперсій усіх інших оцінок, бо не завжди можна розглянути усі оцінки, а тим більше, обчислити їх дисперсію. Але завдання можна полегшити, якщо взяти до уваги нижченаведену нерівність Крамера - Рао.

Нехай $L(x_1, x_2, \dots, x_n, \theta)$ – функція правдоподібності випадкової величини ξ з генеральної сукупності Ω_ξ , що містить невідомий параметр θ .

Означення 2.6. Функція вигляду

$$I(\theta) = E \left(\frac{\partial(\ln L(\vec{\xi}, \theta))}{\partial \theta} \right)^2 = -E \frac{\partial^2 \ln L(\vec{\xi}, \theta)}{\partial \theta^2}.$$

називається *кількістю інформації за Фішером*. Її називають так тому, що розглядають в деякому розумінні як кількість інформації, що міститься у випадковому векторі $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ про значення параметра θ . Справедливою буде також рівність

$$I(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \theta) = nI(\xi_i, \theta), i = \overline{1, n}.$$

Нерівність Крамера - Рао. Нехай θ^* – незміщена оцінка параметра θ , тоді

$$D\theta^* \geq \frac{1}{I(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, \theta)} = \frac{1}{nI(\xi_i, \theta)}.$$

Якщо для деякої незміщеної оцінки нерівність Крамера - Рао перетворюється в рівність, то така оцінка й буде ефективною.

Але для перевірки ефективності оцінки необов'язково обчислювати дисперсію оцінки та кількість інформації за Фішером. Можна скористатися **наслідком з нерівності Крамера - Рао.** Незміщена оцінка $\theta^* = \theta^*(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ параметра θ буде ефективною тоді і тільки тоді, коли

$$\frac{\partial \ln L(\vec{\xi}, \theta)}{\partial \theta} = c(\theta, n)(\theta^* - \theta).$$

де функція $c(\theta, n)$ не залежить від вибірки.

З МЕТОДИ ПОБУДОВИ ТОЧКОВИХ ОЦІНОК НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ

3.1 Емпіричні оцінки

Означення 3.1. Емпіричні (вибіркові) характеристики генеральної сукупності. Нехай задано вибірковий вектор $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ з генеральної сукупності випадкової величини ξ . Функція $h = h(\vec{\xi}) =$

$= h(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ від вибіркового вектора $\vec{\xi}$ називається **статистикою**.

Найбільш розповсюджені статистики – це емпіричні (вибіркoві) моменти.

Означення 3.2. Вибірковим моментом порядку k називається величина

$$E_k^* = m_k^* = \int_{\mathbb{R}} x^k dF_n^*(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^k.$$

Означення 3.3. Вибірковим центральним моментом порядку k називається величина

$$\tilde{E}_k^* = \mu_k^* = \int_{\mathbb{R}} (x - m_1^*)^k dF_n^*(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - m_1^*)^k.$$

Означення 3.4. Вибірковий момент першого порядку найчастіше називають **вибірковим (емпіричним) середнім** і позначають

$$m_1^* = \bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i.$$

Вибіркове середнє є незміщеною оцінкою математичного сподівання генеральної сукупності.

Реалізацію вибіркового середнього будемо позначати $\bar{x}$. Якщо x_i є варіантами дискретного варіаційного ряду, n_i – відповідні їм частоти ($i = \overline{1, k}$), то вибіркове середнє обчислюється так:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k x_i n_i.$$

У випадку інтервального варіаційного ряду за значення x_i беруть середини інтервалів варіаційного ряду. Очевидно, що у цьому випадку $\bar{x} = \sum_{i=1}^m x_i \omega_i$, де ω_i – відповідні частоти варіантів або інтервалів ($i = \overline{1, m}$).

Означення 3.5. Вибірковий центральний момент другого порядку називають **вибірковою (емпіричною) дисперсією** та позначають

$$\mu_2^* = D^* \xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2.$$

Зауважимо, що вибірккову дисперсію можна записати так $D^* \xi = \overline{\xi^2} - (\bar{\xi})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 - (\bar{\xi})^2$. Вибіркова дисперсія є зміщеною оцінкою дисперсії. В якості незміщеної оцінки дисперсії потрібно брати **виправлену вибірккову дисперсію** $\tilde{D} \xi = \frac{n}{n-1} D^* \xi$. Крім вибіркової дисперсії розглядають також **вибіркове середнє квадратичне** або **стандартне відхилення** $\sigma_\xi^* = \sqrt{D^* \xi}$. Розглянуті вище статистики називають **аналітичними**. Аналітичними оцінками також є емпіричний коефіцієнт асиметрії та емпіричний ексцес. У математичній статистиці застосовують також **порядкові** статистики. До таких статистик належать емпірична мода, емпірична медіана,

Означення 3.6. **Емпіричною (вибірковою) модою** $Mo^* \xi$ називається варіанта, якій відповідає найбільша частість. Особливість моди в тому, що вона не змінюється при зміні крайніх членів ряду, тобто має певну стійкість до варіації.

Отже, для дискретного варіаційного ряду $(Mo^* \xi)_{\text{зн}} = x_k$, якщо $n_k = \max_i n_i$, а для інтервального варіаційного ряду

$$(Mo^*\xi)_{3H} = y_i + d_i \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}},$$

де y_i – початок інтервалу з найбільшою частотою, d_i – довжина інтервалу, n_i – частота i -го інтервалу.

Означення 3.7. Емпіричною (вибірковою) медіаною $Me^*\xi$ називають середню за розташуванням варіанту дискретного варіаційного ряду, якщо кількість варіант – непарна, і середнім арифметичним двох середніх за розташуванням варіант, якщо кількість варіант – парна. Тобто реалізацію медіани обчислюють так:

$$(Me^*\xi)_{3H} = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})}, & \text{при непарному } n; \\ \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2}, & \text{при парному } n. \end{cases}$$

Для інтервальних варіаційних рядів

$$(Me^*\xi)_{3H} = y_i + d_i \frac{\frac{n}{2} - \sum_{k=1}^{i-1} n_k}{n_i},$$

де y_i – початок медіанного інтервалу, тобто такого, якому відповідає перша з частот, що перевищує половину всіх спостережень, d_i – довжина інтервалу, n_i – частота медіанного інтервалу.

Означення 3.8. Емпіричним (вибірковим) коефіцієнтом асиметрії називають статистику $As^*\xi = \frac{\mu_3^*}{(\mu_2^*)^{3/2}}$, а **емпіричним (вибірковим) ексцесом** – $Ex^*\xi = \frac{\mu_4^*}{(\mu_2^*)^2} - 3$.

3.2 Метод моментів

Ідея *методу моментів*, який був запропонований К. Пірсоном, полягає в тому, що певну кількість емпіричних моментів, які обчислюються за вибіркою, прирівнюють до відповідних теоретичних моментів, які обчислені за законом генеральної сукупності.

Тобто емпіричні початкові моменти $m_k^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^k$ прирівнюють до теоретичних початкових моментів $m_k = E \xi^k = \int_{\mathbb{R}} x^k dF(x)$. Із отриманого рівняння (або системи рівнянь) визначають оцінку невідомого параметра (або параметрів) θ . Слід зазначити, що деякі теоретичні моменти можуть не залежати від невідомих параметрів. У такому випадку до виписаних рівнянь додають наступні, щоб при цьому кількість рівнянь дорівнювала кількості невідомих параметрів.

3.3 Метод максимальної правдоподібності

Нехай $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ – вибірка з генеральної сукупності із законом розподілу $F_{\xi}(x, \theta)$, що залежить від параметра θ . Параметр $\theta \in \Theta$ невідомий і його треба оцінити за вибіркою $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$. Найважливішим, як у теоретичному так і у практичному плані, методом побудови оцінок є *метод максимальної правдоподібності*, запропонований Р. Фішером.

Метод максимальної правдоподібності полягає в тому, що за оцінку невідомого параметра θ вибирається така точка θ^* , в якій функція правдоподібності $L(\vec{\xi}, \theta)$ досягає свого максимального значення

$$L(\vec{\xi}, \theta^*) = \max_{\theta \in \Theta} L(\vec{\xi}, \theta).$$

Таким чином, за методом максимальної правдоподібності в якості оцінки невідомого параметра розподілу θ набувають таке значення θ^* , яке максимізує функцію правдоподібності. Такий підхід у знаходженні оцінок впливає зі змісту функції правдоподібності, яка при кожному фіксованому значенні параметра θ є мірою правдоподібності отримання реалізації вибірки $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Отже, за оцінку параметра θ береться таке значення, для якого спостереження $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ є найбільш імовірними.

Зазначимо також, що функції $L(\vec{\xi}, \theta)$ та $\ln L(\vec{\xi}, \theta)$ досягають максимуму в одній точці. Але ж відшукувати максимальне значення $\ln L(\vec{\xi}, \theta)$ зручніше ніж $L(\vec{\xi}, \theta)$, тому найчастіше шукають максимум саме $\ln L(\vec{\xi}, \theta)$.

Рівняння вигляду $\frac{\partial \ln L(\vec{\xi}, \theta)}{\partial \theta} = 0$ називається **рівнянням максимальної правдоподібності**, а функція $\ln L(\vec{\xi}, \theta)$ – **логарифмічною функцією правдоподібності**.

Якщо потрібно знайти оцінки декількох параметрів розподілу $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s$, то розв'язують s рівнянь правдоподібності

$$\frac{\partial \ln L(\vec{\xi}, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_s)}{\partial \theta_i} = 0, i = \overline{1, s}.$$

4 ПЕРЕВІРКА СТАТИСТИЧНИХ ГІПОТЕЗ. КРИТЕРІЙ ПІРСОНА (χ^2)

4.1 Статистичні гіпотези та помилки першого та другого роду

Інформація, що отримана при обробці вибірки з деякої генеральної сукупності, може бути використана для отримання висновків про всю генеральну сукупність. Подібні висновки називають **статистичними**. Завдяки їх імовірнісному характеру завжди можна знайти ймовірність того, що прийняте рішення буде помилковим, тобто оцінити ступінь ризику того чи іншого прийнятого рішення.

Означення 4.1. **Статистичною гіпотезою** H називається припущення про вигляд розподілу генеральної сукупності, яке перевіряється за вибіркою. Часто розподіл генеральної сукупності відомий і за вибіркою потрібно перевірити припущення щодо значень параметрів цього розподілу. Такі гіпотези називають **параметричними**.

Означення 4.2. Гіпотеза, що перевіряється, називається **нульовою (основною)** гіпотезою та позначається H_0 . Решта гіпотез називається **альтернативними (конкуруючими)** відносно нульової гіпотези та позначаються $H_1, H_2, \dots$.

Означення 4.3. Правило, за яким приймається чи відхиляється гіпотеза на основі вибірки, називається **критерієм** для перевірки гіпотези. Якщо перевіряється гіпотеза про належність розподілу генеральної сукупності до якогось класу розподілів (нормального, рівномірного, Пуассона, тощо), то зазначене правило називається **критерієм згоди**.

Оскільки висновок щодо прийняття або відхилення гіпотези формується за вибіркою, то вибране рішення може бути помилковим. Розрізняють такі типи помилок.

Означення 4.4. Помилка, яка полягає в тому, що правильна гіпотеза H_0 , згідно з вибраним критерієм, відхиляється, називається **помилкою першого роду**. **Помилка другого роду** відбувається тоді, коли справджується альтернативна гіпотеза, але приймається основна гіпотеза H_0 .

Означення 4.5. Ймовірність α допустити помилку першого роду називається **рівнем значущості**, ймовірність $1 - \beta$ не допустити помилку другого роду називається **потужністю критерію**.

4.2 Перевірка гіпотези про вид розподілу генеральної сукупності за критерієм χ^2

Перейдемо до найважливішої задачі математичної статистики: встановлення теоретичного закону розподілу генеральної сукупності за певною реалізацією вибірки.

Припущення про вид закону генеральної сукупності варто висувати тільки після первинної обробки статистичних даних. Параметри розподілу, як правило, невідомі, тому їх замінюємо на найкращі точкові оцінки. Очевидно, що між теоретичними та емпіричними розподілами існують розходження. Важливо зрозуміти, чи пояснюються ці розходження тільки випадковими обставинами (наприклад, обмеженість кількості спостережень), чи суттєвими (наприклад, теоретичний закон підібрано невдало).

На практиці частіше всього використовується **критерій Пірсона** (χ^2), який ґрунтується на **теоремі Пірсона**:

Якщо складна гіпотеза H_0 про закон розподілу генеральної сукупності справджується, то статистика критерію $\eta = \sum_{i=1}^r \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ прямує в слабкому розумінні до розподілу χ^2 (Пірсона) з $r - s - 1$ ступенями вільності.

Пояснення. У наведеній теоремі n є обсяг вибірки. Згідно висунутій гіпотезі множину значень, що може приймати генеральна сукупність ξ розбиваємо на r підмножин $X = \bigcup_{i=1}^r X_i$, які попарно не перетинаються. Обчислюємо (за висуненою гіпотезою) $p_i = P(\xi \in X_i / H_0)$, $\sum_{i=1}^r p_i = 1$. Число s означає кількість параметрів гіпотетичного закону, що були оцінені, n_i кількість значень реалізації вибірки, що попали в X_i , $i = \overline{1, r}$.

Алгоритм використання теореми Пірсона на практиці складається з таких кроків.

1. Після висування гіпотези множину значень генеральної сукупності ξ розбиваємо на r підмножин X_i , які попарно не перетинаються.

2. Згідно висунутій гіпотези, підраховуємо p_i . Перевіряємо умову $\sum_{i=1}^r p_i = 1$. Якщо $r \geq 20$, то потрібно виконання умови $np_i \geq 5$; якщо ж $r < 20$, то потрібно виконання умови $np_i \geq 10$. Це пов'язано з тим, що розподіл статистики критерію η замінюється на розподіл χ^2 . Якщо відповідні умови не виконуються, то сусідні підмножини X_i об'єднують. Це впливає на значення r .

3. Підраховуємо значення статистики критерію η_{zn} з коректованою кількістю ступенів вільності і порівнюємо з критичним значенням $t_{\alpha, k}$, яке беремо з таблиці розподілу Пірсона

4. Критична область в критерії Пірсона є правосторонньою. Отже, якщо $\eta_{zn} < t_{\alpha, k}$, то на рівні значущості α , дані не суперечать висунутій гіпотезі H_0 ; якщо ж $\eta_{zn} > t_{\alpha, k}$, то на рівні значущості α , дані суперечать висунутій гіпотезі H_0 .

5 ПОБУДОВА ДОВІРЧИХ ІНТЕРВАЛІВ ДЛЯ НЕВІДОМИХ ПАРАМЕТРІВ РОЗПОДІЛУ ГЕНЕРАЛЬНОЇ СУКУПНОСТІ

Точкова оцінка θ_n^* невідомого параметра розподілу θ , як правило, з точним значенням параметра не співпадає. Незміщені оцінки співпадають з параметром θ лише в середньому, конзистентні оцінки прямують до параметра θ зі збільшенням обсягу вибірки, а ефективні оцінки мають найменшу степінь випадкових відхилень від θ . Отже, завжди існує похибка $|\theta_n^* - \theta| > 0$. Величина похибки при цьому невідома, хоча потрібно знати, до яких помилок призведе заміна параметра θ на його точкову оцінку θ_n^* . Щоб отримати уявлення про точність і надійність точкової оцінки θ_n^* для параметра θ , використовують інтервальне оцінювання параметрів розподілу.

Означення 5.1. Інтервальною оцінкою параметра θ називають інтервал (θ_1^*, θ_2^*) , який з наперед заданою ймовірністю $\gamma = 1 - \varepsilon$ накриває невідоме значення параметра θ , тобто

$$P\{\theta_1^* < \theta < \theta_2^*\} \geq \gamma.$$

Одразу звернемо увагу на те, що межі інтервалу (θ_1^*, θ_2^*) знаходяться за вибіркою, тому є випадковими величинами на відміну від параметра θ – величини не випадкової. Інтервал (θ_1^*, θ_2^*) , який з наперед заданою ймовірністю $\gamma = 1 - \varepsilon$ накриває невідоме значення параметра, називається **довірчим інтервалом**, величина γ – **довірчою ймовірністю** або **надійністю** оцінки, а величина ε – **рівнем значущості** оцінки.

Величина довірчого інтервалу суттєво залежить від обсягу вибірки n (зменшується зі зростанням n) та від значення довірчої ймовірності γ

(збільшується при зростанні γ до одиниці). Отже, надійність прийнято вибирати рівною 0,9, 0,95, 0,99 тощо. Тоді подія, яка полягає в тому, що довірчий інтервал (θ_1^*, θ_2^*) накриває точне значення параметра θ , є практично вірогідною.

Слід зауважити, що інколи довірчий інтервал вибирається симетричним відносно параметра θ , тобто $(\theta^* - \delta, \theta^* + \delta)$. У таких випадках величину δ називають *точністю оцінки θ^** .

Найбільш просто довірчі інтервали можна знайти для математичного сподівання, дисперсії у випадках, коли генеральна сукупність має нормальний розподіл. Розглянемо саме такі випадки.

Нехай $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$ є вибірка з генеральної сукупності випадкової величини ξ , розподіленої за нормальним законом з параметрами a та σ^2 . Поставимо задачу побудови довірчого інтервалу для параметра a з наперед заданою довірчою ймовірністю γ . Розділимо задачу на два випадки: 1) дисперсія генеральної сукупності – відома величина; 2) дисперсія генеральної сукупності – невідома.

Отже, нехай відома дисперсія σ^2 випадкової величини ξ . За вибіркою знайдемо вибіркове середнє $\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$. Вибіркове середнє нормально розподіленої генеральної сукупності є нормально розподіленою випадковою величиною з математичним сподіванням a та дисперсією $\frac{\sigma^2}{n}$. Задамо ймовірність γ та знайдемо величину δ , для якої ймовірність події

$$P \left\{ \left| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i - a \right| < \delta \right\} = \gamma.$$

Із формул потрапляння нормально розподіленої випадкової величини у заданий інтервал

$$P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \xi_i - a\right| < \delta\right\} = 2\Phi\left(\frac{\delta\sqrt{n}}{\sigma}\right) = \gamma.$$

За таблицею значень функції Лапласа знаходимо аргумент $t_{\gamma/2} = \Phi^{-1}\left(\frac{\gamma}{2}\right)$. Звідси величина $\delta = \frac{t_{\gamma/2}\sigma}{\sqrt{n}}$. Це значення задає точність шуканого довірчого інтервалу, який в цьому випадку набуває вигляд $(\bar{\xi} - \delta, \bar{\xi} + \delta)$.

Розв'яжемо задачу побудови довірчого інтервалу для математичного сподівання нормально розподіленої випадкової величини ξ у випадку невідомої дисперсії. За вибіркою знайдемо вибіркове середнє $\bar{\xi} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \xi_i$ та виправлену вибіркovu дисперсію $D^{**}\xi = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2$. Задамо довірчу ймовірність γ . Довірчий інтервал для математичного сподівання випадкової величини ξ також будемо шукати у вигляді $P\{|\bar{\xi} - E\xi| < \delta\} = \gamma$. Зауважимо, що статистика $\frac{(\bar{\xi} - E\xi)\sqrt{n}}{\sqrt{D^{**}\xi}}$, має розподіл Стюдента з $n - 1$ ступенями вільності. Отже, за таблицею значень розподілу Стюдента, при заданій надійності γ і числа $k = n - 1$, визначимо величину t_γ таку, що $P\left\{\left|\frac{(\bar{\xi} - E\xi)\sqrt{n}}{\sqrt{D^{**}\xi}}\right| < t_\gamma\right\}$. Із цієї рівності випливає, що

$$P\left\{\bar{\xi} - \frac{t_\gamma\sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}} < E\xi < \bar{\xi} + \frac{t_\gamma\sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}}\right\}.$$

Отже, з імовірністю γ можна стверджувати, що вибіркове середнє дає значення невідомого математичного сподівання з точністю $\delta = \frac{t_\gamma\sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}}$, і довірчий інтервал має вигляд

$$\left(\bar{\xi} - \frac{t_{\gamma} \sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}}, \bar{\xi} + \frac{t_{\gamma} \sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}} \right).$$

Поставимо задачу побудови довірчого інтервалу для параметра σ^2 з наперед заданою довірчою ймовірністю γ . Як відомо, точковою оцінкою дисперсії є вибіркова дисперсія $D^*\xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - E\xi)^2$, якщо математичне сподівання відоме, та виправлена вибіркова дисперсія $D^{**}\xi = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2$, якщо математичне сподівання випадкової величини ξ невідоме. У випадку відомого математичного сподівання, статистика $\chi_n^2 = \frac{nD^*\xi}{\sigma^2}$ має розподіл хі-квадрат з n ступенями вільності. Аналогічно, статистика $\chi_{n-1}^2 = \frac{(n-1)D^{**}\xi}{\sigma^2}$ має розподіл хі-квадрат з $n-1$ ступенями вільності, якщо математичне сподівання невідоме.

Розглянемо випадок відомого математичного сподівання. При побудові довірчого інтервалу для дисперсії знайдемо $\sigma^2 = \frac{nD^*\xi}{\chi_n^2}$. Крива розподілу величини χ_n^2 має вигляд (рис. 1), тобто не симетрична відносно початку координат.

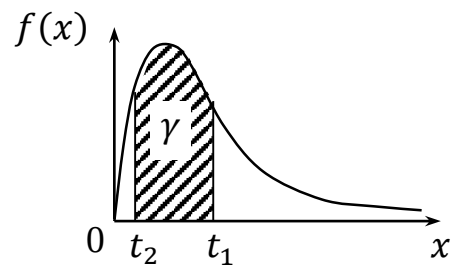


Рисунок 1

Виберемо інтервал I_{γ} , в який попадає випадкова величина χ_n^2 з ймовірністю γ так, щоб ймовірності виходу величини χ_n^2 за границі інтервалу вправо та вліво були однакові й дорівнювали $\frac{1-\gamma}{2}$:

$$P\{\chi_n^2 < t_2\} = \frac{1-\gamma}{2} \Leftrightarrow P\{\chi_n^2 > t_2\} = \frac{1+\gamma}{2} \text{ та}$$

$$P\{\chi_n^2 > t_1\} = \frac{1-\gamma}{2} \Leftrightarrow P\{\chi_n^2 < t_1\} = \frac{1+\gamma}{2}.$$

Для знаходження чисел t_1 та t_2 використаємо таблицю значень розподілу хі-квадрат, взявши n ступенів вільності. Нерівності $\chi_n^2 < t_1$ та $\chi_n^2 > t_2$ еквівалентні нерівностям $\sigma^2 > \frac{nD^*\xi}{t_1}$ та $\sigma^2 < \frac{nD^*\xi}{t_2}$. Отже, шуканий довірчий інтервал для дисперсії нормально розподіленої випадкової величини у випадку відомого математичного сподівання має вигляд

$$\left(\frac{nD^*\xi}{t_1}, \frac{nD^*\xi}{t_2} \right).$$

Якщо математичне сподівання невідоме, то величини t_1 та t_2 знаходимо також із таблиці розподілу хі-квадрат по значенням $\frac{1-\gamma}{2}$ та $\frac{1+\gamma}{2}$, взявши $n - 1$ ступінь вільності. Довірчий інтервал при цьому набуває вигляд

$$\left(\frac{(n-1)D^{**}\xi}{t_1}, \frac{(n-1)D^{**}\xi}{t_2} \right).$$

Наближені інтервальні оцінки. Якщо розподіл генеральної сукупності невідомий, а точкова оцінка параметра є асимптотично нормальною, то для побудови наближеного довірчого інтервалу для параметра користуються центральною граничною теоремою (див. приклад 1 з прикладів виконання завдань).

6 МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

Для висунення гіпотези про вид розподілу генеральної сукупності потрібно порівняти значення отриманих оцінок по реалізації даної вибірки з теоретичними значеннями, які наведені в табл. 1 для дискретних та в табл. 2 для неперервних розподілів.

Таблиця 1 – Теоретичні параметри для дискретних розподілів

Розподіл	Пуассона	біноміальний	Паскаля
Ряд розподілу	$P(k; a) = \frac{a^k e^{-a}}{k!},$ $k = 0, 1, \dots; a > 0$	$P(k; p) = C_m^k p^k q^{m-k},$ $q = 1 - p, k = \overline{0, m}.$	$P(k; a) = \frac{a^k}{(1+a)^{k+1}},$ $k = 0, 1, \dots; a > 0$
Математичне сподівання	a	mp	a
Дисперсія	a	mpq	$a(a + 1)$
Мода	$[a]$	$\begin{cases} [mp + p], & mp + p \notin \mathbb{Z} \\ mp - q, mp + p, mp + p \in \mathbb{Z} \end{cases}$	0
Медіана	$\left[a + \frac{1}{3} - \frac{0,02}{a} \right]$	Одне із значень $[mp] - 1, [mp], [mp] + 1$	$\left[1 - \frac{1}{\log_2 \left(\frac{a}{a+1} \right)} \right]$

Таблиця 2 – Теоретичні параметри для неперервних розподілів

Розподіл	гауссівський	рівномірний	експоненційний (із зсувом)
Щільність розподілу	$f(x, a, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}$	$f(x, a, b) = \frac{1}{b-a},$ при $a \leq x \leq b$	$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{x-\beta}{\alpha}\right),$ при $x \geq \beta$
Математичне сподівання	a	$\frac{a+b}{2}$	$\alpha + \beta$
Дисперсія	σ^2	$\frac{(b-a)^2}{12}$	α^2
Мода	0	будь-яка точка з $[a; b]$	β
Медіана	0	$\frac{a+b}{2}$	$\alpha \ln 2 + \beta$
Асиметрія	0	0	2
Ексцес	0	-6/5	6

Отримання оцінок. У деяких випадках оцінки невідомих параметрів, отримані за допомогою методу моментів задовольнити нас не можуть. Наприклад, для рівномірного розподіленої ГС значення оцінок параметрів a та b (a^* та b^* відповідно) можуть вийти такими, що деякі дані з реалізації вибірки не потраплять у відрізок $[a^*; b^*]$. Або для біноміальної ГС значення оцінки параметра m буде нецілим числом.

У таких випадках можна використати метод максимальної правдоподібності в наступній інтерпретації. Покажемо це для рівномірної ГС.

Функція правдоподібності

$$L(\vec{\xi}; a, b) = \begin{cases} (b - a)^{-n}, & \text{коли всі значення } \xi_i \in [a; b], \\ 0, & \text{коли хоча б одне значення } \xi_i \notin [a; b]. \end{cases}$$

Щоб знайти її максимальне значення потрібно звужити відрізок $[a; b]$ так, щоб усі ξ_i , $i = \overline{1, n}$ потрапили в цей відрізок. Звідси отримаємо такі оцінки:

$$a^* = \min_{1 \leq i \leq n} \xi_i;$$

$$b^* = \max_{1 \leq i \leq n} \xi_i.$$

Аналогічні міркування можна використати для оцінювання параметра m біноміальної ГС та параметра зсуву β експоненційної ГС.

Перевірка властивостей точкових оцінок та побудова довірчих інтервалів для параметрів гіпотетичного розподілу. Для перевірки властивостей оцінок, отриманих у попередньому пункті та для побудови довірчих інтервалів потрібно знати функцію розподілу та щільність максимуму та мінімуму $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$.

Нехай $\theta_1^* = \min(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, $\theta_2^* = \max(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, тоді

$$F_{\theta_1^*}(x) = 1 - \left(1 - F_{\xi}(x)\right)^n,$$

$$f_{\theta_1^*}(x) = \left(F_{\theta_1^*}(x)\right)' = n f_{\xi}(x) \left(1 - F_{\xi}(x)\right)^{n-1};$$

$$F_{\theta_2^*}(x) = \left(F_{\xi}(x)\right)^n,$$

$$f_{\theta_2^*}(x) = \left(F_{\theta_2^*}(x)\right)' = n f_{\xi}(x) \left(F_{\xi}(x)\right)^{n-1}.$$

ПРИКЛАДИ ВИКОНАННЯ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ

Приклад 1. Випадок дискретної генеральної сукупності

Дано реалізацію вибірки з деякої генеральної сукупності (ГС)

```

2 0 3 3 1 3 4 2 3 1 1 3 3 4 2 6 5 3 3 3 3 5 2 2 2
2 2 3 2 2 5 2 2 1 3 2 7 1 4 3 4 3 3 7 4 2 1 1 1 2
2 2 4 4 4 1 1 2 5 1 1 2 3 0 1 3 5 2 3 4 3 2 2 3 1
3 0 2 1 0 7 3 5 2 0 3 1 2 4 2 2 2 4 2 1 5 5 0 1 0
7 4 0 2 2 3 7 1 4 3 2 7 3 2 4 4 6 1 2 1 2 1 6 1 2
1 1 7 3 0 1 1 3 6 4 3 3 3 2 2 3 2 3

```

Тут вказана сумарна кількість забитих м'ячів на дві команди за матч у незавершеному чемпіонаті Української Прем'єр-ліги з футболу (VBET Ліги) сезону 2021/2022 р, які відбулися з 23 липня до 12 грудня 2021 року. Всього було проведено 143 матчі (дані із сайту УПЛ <https://upl.ua/ua>).

Розв'язання.

1. Дискретний варіаційний ряд. Зрозуміло, що це дійсно реалізація вибірки дискретної ГС, оскільки дані є цілими числами, та багато із них повторюються. Обсяг вибірки – $n = 143$, кількість різних варіант – 8 (від 0 до 7 включно).

Відсортована реалізація вибірки:

```

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2
3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3
3 3 3 3 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 5
5 5 5 5 5 5 5 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 7

```

Після ранжування реалізації вибірки будемо дискретний варіаційний ряд (табл. 3).

Таблиця 3 – Дискретний варіаційний ряд

Варіанти x^*	0	1	2	3	4	5	6	7
Частота n_i	9	27	39	33	16	8	4	7
Частість $\omega_j = n_i/n$	0,063	0,189	0,272	0,231	0,112	0,056	0,028	0,049
Нак.частість $\sum_{j=1}^i \omega_j$	0,063	0,252	0,524	0,755	0,867	0,923	0,951	1

2. Графічне зображення вибірки. Графічне зображення вибірки подаємо у вигляді полігона частотей (рис. 2, ламана з вершинами в точках (i, ω_i) , $i = \overline{0,7}$.)

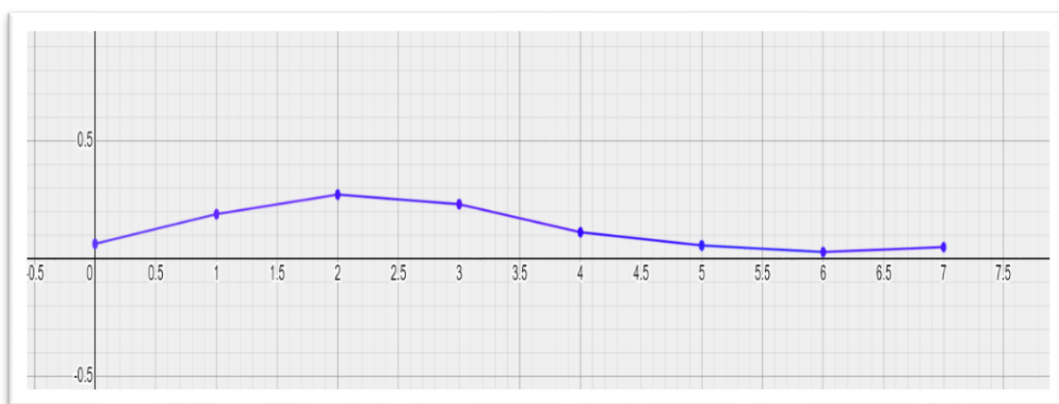


Рисунок 2 – Полігон частотей

3. Емпірична функція розподілу. Побудуємо емпіричну функцію розподілу за формулою

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ \omega_k^{\text{нак}}, & \text{при } k < x \leq k + 1; \\ 1, & \text{при } x > 7, \end{cases}$$

де $\omega_k^{\text{нак}} = \sum_{j=1}^k \omega_j$, $k = \overline{0,6}$, тобто накопичена частість.

Маємо для отриманої реалізації вибірки:

$$(F_n^*(x))_{\text{зн}} = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0; \\ 0,063, & \text{при } 0 < x \leq 1; \\ 0,252, & \text{при } 1 < x \leq 2; \\ 0,524, & \text{при } 2 < x \leq 3; \\ 0,755, & \text{при } 3 < x \leq 4; \\ 0,867, & \text{при } 4 < x \leq 5; \\ 0,923, & \text{при } 5 < x \leq 6; \\ 0,951, & \text{при } 6 < x \leq 7; \\ 1, & \text{при } x > 7. \end{cases}$$

Побудуємо її графік (рис.3)

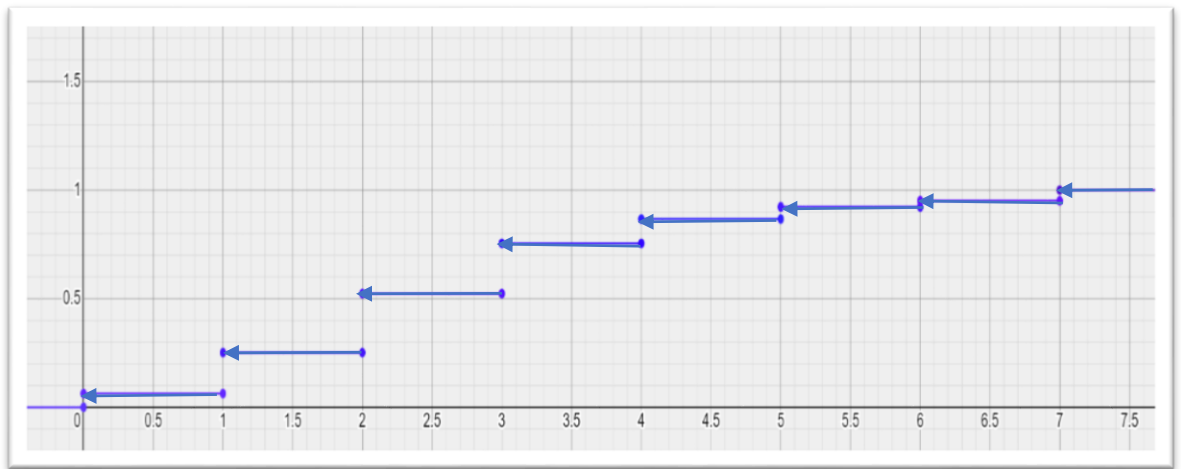


Рисунок 3 – Графік емпіричної функції розподілу

4. Обчислення значень вибіркової медіани, моди та асиметрії.

Обчислюємо вибірку медіану – це є випадкова величина, значення якої співпадає середньому за розташуванням значенню варіанти, тобто

$$(Me^*\xi)_{\text{зн}} = x_{\left(\frac{143+1}{2}\right)} = x_{(72)} = 2.$$

Тут враховано те, що обсяг вибірки $n = 143$ – непарне число.

Обчислюємо вибірку моду, тобто $(Mo^*\xi)_{\text{зн}} = x_k$, де x_k має найбільшу частоту,

$$(Mo^*\xi)_{\text{зн}} = 2.$$

Обчислюємо вибірку асиметрію

$$As^*\xi = \frac{\mu_3^*}{(\mu_2^*)^{3/2}}.$$

Для знаходження значення цього відношення, знайдемо спочатку значення вибіркового середнього

$$\begin{aligned}\bar{\xi}_{\text{зн}} = \bar{x} &= \frac{1}{143} \sum_{k=0}^7 k \cdot n_k = \\ &= \frac{1}{143} (27 + 78 + 99 + 64 + 40 + 24 + 49) \approx 2,664336.\end{aligned}$$

Знайдемо тепер значення вибіркового середньоквадратичного відхилення

$$(\sigma_{\xi}^*)_{\text{зн}} = \sqrt{\frac{1}{143} \sum_{k=0}^7 (k - \bar{x})^2 n_k} \approx 1,688894.$$

Обчислимо тепер значення вибіркового центрального моменту третього порядку

$$(\mu_3^*)_{\text{зн}} = \frac{1}{143} \sum_{k=0}^7 (k - \bar{x})^3 n_k \approx 3,875164.$$

Таким чином

$$(As^*\xi)_{\text{зн}} = \frac{3,875164}{(1,688894)^3} \approx 0,80442.$$

5. Знаходження незміщених оцінок для математичного сподівання та дисперсії ГС. Як відомо, незміщеною оцінкою математичного сподівання є вибіркове середнє. Отже,

$$\bar{\xi}_{\text{зн}} = \bar{x} = \frac{1}{143} \sum_{k=0}^7 k \cdot n_k \approx 2,664336.$$

Незмщеною оцінкою дисперсії при невідомому математичному сподіванні є виправлена вибіркова дисперсія

$$D^{**}\xi = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2.$$

Її значення, що знайдено за реалізацією вибірки, буде таким:

$$(D^{**}\xi)_{\text{зн}} = \frac{1}{142} \sum_{k=0}^7 (k - \bar{x})^2 n_k \approx 2,872451.$$

6. Висунення гіпотези про розподіл ГС. Оскільки значення виправленої вибіркової дисперсії більше значення вибіркового середнього, то відкидаємо припущення, що ГС розподілена за біноміальним законом, також нам не підходить випадок розподілу Паскаля, в якому теоретичні ймовірності утворюють монотонно спадну геометричну прогресію. Тому зупинимося на припущенні про пуассонівський розподіл ГС, про що вказує вигляд полігона частот, а також достатня близькість значень вибіркового середнього та виправленої вибіркової дисперсії.

Отже висуваємо гіпотезу, що генеральна сукупність, реалізація вибірки з якої нам дана, розподілена за законом Пуассона ($\xi \sim \text{Poiss}(a)$). Позначимо цю гіпотезу H_0 . Будемо її перевіряти за критерієм χ^2 (Пірсона), взявши рівень значущості 0,05.

7. Перевірка гіпотези за допомогою критерію χ^2 . Нехай X є множина значень генеральної сукупності ξ , тобто $X = \{0, 1, 2, \dots\}$. Позначимо $X_i = \{i\}$, $i = 0, 1, 2, \dots$. Ймовірності

$$p_i = P\{\xi = i | H_0\} = \frac{a^i e^{-a}}{i!}.$$

Параметр a ми не знаємо, тому його замінюють на значення найкращої точкової оцінки. Оскільки в законі Пуассона $a = E\xi$, а найкращою точковою оцінкою математичного сподівання є вибіркове середнє (про це докладніше в наступному пункті), то за значення параметра a беремо $\bar{\xi}_{3H} = \bar{x} \approx 2,664336$.

За відповідною формулою, обчислюємо всі ймовірності $p_i = \frac{a^i e^{-a}}{i!}$ та заносимо в табл. 4. У останньому стовпці обчислена ймовірність $P\{\xi \geq 7\} = \sum_{i=7}^{\infty} \frac{a^i e^{-a}}{i!}$, крім того обчислюємо np_i , де $n = 143$ – обсяг вибірки:

Таблиця 4 – Перший етап перевірки гіпотези

i	0	1	2	3	4	5	6	7, 8, ...
n_i	9	27	39	33	16	8	4	7
p_i	0,069646	0,185559	0,247196	0,219538	0,146231	0,077921	0,034602	0,019308
np_i	9,959318	26,53497	35,34904	31,39391	20,91098	11,14277	4,948016	2,761

Для виконання критерію Пірсона χ^2 повинна виконуватися вимога $np_i \geq 10$, але np_0 , np_6 та $n(p_7 + p_8 + \dots) < 10$, тому слід об'єднати відповідні $X_i = \{i\}$ так щоб $np_i \geq 10$.

Спочатку об'єднаємо X_0 та X_1 ($n(p_0 + p_1) \approx 36,49429 > 10$), а також X_5 та X_6 з $\bigcup_{i=7}^{\infty} X_i$ ($n(p_6 + p_7 + \dots) \approx 7,709016 < 10$, $n(p_5 + p_6 + \dots) \approx 18,85179 > 10$). Результати заносимо у табл. 5. Крім того, для кожного випадку обчислюємо доданок $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ для статистики $\eta = \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$.

Таблиця 5 – Другий етап перевірки гіпотези

i	0, 1	2	2	4	5, 6, 7, ...
n_i	36	39	33	16	19
np_i	36,49429	35,34904	31,39391	20,91098	18,85179
$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$	0,006695	0,377083	0,082167	1,153351	0,001165

За теоремою Пірсона, якщо гіпотеза H_0 справджується, то статистика

$$\eta = \sum_{i=0}^{r-1} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$$

прямує в слабкому розумінні до розподілу χ^2 (Пірсона) з $r - s - 1$ ступенями вільності, де r – кількість підмножин, на які розбивається множина значень нашої ГС, s - кількість параметрів, що було оцінено за вибіркою. В нашому завданні $r = 5$, $s = 1$, $r - s - 1 = 3$.

Обчислимо значення статистики критерію

$$\eta_{\text{зн}} = \frac{(36-36,49429)^2}{36,49429} + \frac{(39-35,34904)^2}{35,34904} + \frac{(33-31,39391)^2}{31,39391} + \frac{(16-20,91098)^2}{20,91098} + \frac{(19-18,85179)^2}{18,85179} \approx 1,620461.$$

За таблицею розподілу χ^2 із трьома ступенями вільності знайдемо $t_{\text{кр}}$ при рівні значущості $\alpha = 0,05$ (див. Додаток 2): $t_{\text{кр}} \approx 7,82$.

Оскільки значення статистики критерію є меншим за значення $t_{\text{кр}}$, то гіпотеза H_0 приймається на рівні значущості $\alpha = 0,05$. Припущення про розподіл Пуассона для сумарної кількості забитих м'ячів двома командами за матч не суперечить отриманим даним.

8. Знаходження оцінки невідомого параметра та перевірка її властивостей. Згідно підтвердженої гіпотези H_0 на рівні значущості $\alpha = 0,05$, вибірка взята з пуассонівської генеральної сукупності. Закон Пуассона має один параметр, який співпадає з математичним сподіванням і дисперсією.

Метод моментів. Прирівнюємо емпіричний початковий момент першого порядку (вибіркове середнє) до теоретичного (математичного сподівання).

$$m_1^* = \bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i = (E\xi)^* = a^*.$$

Отже, точковою оцінкою невідомого параметра a буде $a^* = \bar{\xi}$, тобто вибіркове середнє.

Метод максимальної правдоподібності. Нехай $\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$ – будь-яка реалізація випадкової вибірки $\vec{\xi}$ із генеральної сукупності ξ .

У нашому випадку

$$L(x_1, \dots, x_n; a) = \prod_{i=1}^n \frac{a^{x_i} e^{-a}}{x_i!} = \frac{e^{-na} a^{\sum_{i=1}^n x_i}}{\prod_{i=1}^n x_i!},$$

$$\ln L(x_1, \dots, x_n; a) = (\sum_{i=1}^n x_i) \ln a - na - \sum_{i=1}^n \ln(x_i!).$$

Отже, рівняння правдоподібності має вигляд

$$\frac{\partial \ln L(\vec{x}; a)}{\partial a} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{a} - n = 0,$$

Крім того, $\frac{\partial^2 \ln L(\vec{x}; a)}{\partial a^2} = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i}{a^2} < 0$, звідки випливає, що $a_{\text{зн}}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ є точкою максимуму функції правдоподібності. Отже оцінкою максимальної правдоподібності невідомого параметра a є $a^*(\vec{\xi}) = \bar{\xi}$.

У підсумку двома методами отримали оцінку невідомого параметра a : $a^* = \bar{\xi}$ – вибіркове середнє.

Перевіримо отриману оцінку на незміщеність, конзистентність та ефективність.

Незміщеність.

$$Ea^* = E\bar{\xi} = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E\xi_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a = a.$$

Дійсно, отримана оцінка є незміщеною для параметра a .

Конзистентність. Скористаємося достатньою умовою конзистентності для незміщених оцінок, а саме дисперсія такої оцінки має збігатися до нуля.

$$D\bar{\xi} = D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n D\xi_i = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n a = \frac{a}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0,$$

що і означає конзистентність вибіркового середнього нашої оцінки невідомого параметра a .

Ефективність. Скористаємося наслідком з нерівності Рао-Крамера та розглянемо частинну похідну по a від логарифма функції правдоподібності (див. Метод максимальної правдоподібності).

$$\frac{\partial \ln L(\bar{\xi}; a)}{\partial a} = \frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{a} - n = \frac{n}{a} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} - a \right) = \frac{n}{a} (\bar{\xi} - a).$$

Отримана рівність і означає ефективність незміщеної точкової оцінки $a^* = \bar{\xi}$.

У підсумку оцінка $a^* = \bar{\xi}$ виявилася незміщеною, конзистентною та ефективною, тобто найкращою оцінкою параметра a .

9. Побудова довірчого інтервалу для параметра гіпотетичного закону розподілу. Знайдемо довірчий інтервал для параметру a розподілу Пуассона з надійністю $\gamma = 0,95$ за даною реалізацією вибірки.

Зазначимо, що точкова оцінка параметра a , досліджена в попередньому пункті, є також асимптотично нормальною. Це впливає з наслідку з центральної граничної теореми у формі Ляпунова.

Отже, статистика $\frac{(a^* - a)\sqrt{n}}{\sqrt{a}}$ прямує за розподілом при $n \rightarrow \infty$ до гауссівського стандартного розподілу. Використаємо цей факт для побудови довірчого інтервалу.

Користуючись таблицею значень функції Лапласа, для заданої довірчої ймовірності $\gamma = 0,95$ знайдемо таке число $t_{\gamma/2} = t_{0,475}$, при якому

$$P \left\{ \frac{|a^* - a|\sqrt{n}}{\sqrt{a}} < t_{0,475} \right\} = 0,95.$$

Розв'язуючи нерівність $\frac{|a^* - a|\sqrt{n}}{\sqrt{a}} < t_{\gamma/2}$ відносно величини a , отримаємо $a \in (a_1, a_2)$, де $a_{1,2} = \bar{\xi} + \frac{t_{\gamma/2}^2}{2n} \mp \frac{t_{\gamma/2}}{2n} \sqrt{t_{\gamma/2}^2 + 4n\bar{\xi}}$. З таблиці значень функції Лапласа (див. Додаток 1) знайдемо $t_{0,475} = 1,96$. Також згадуємо, що $n = 143$, $\bar{\xi}_{3\text{н}} = \bar{x} \approx 2,664336$.

Підставляючи всі ці значення, отримуємо $a_1 \approx 2,409895$ і $a_2 \approx 2,945641$. Отже $a \in (2,409895 ; 2,945641)$ з ймовірністю 0,95. Цей інтервал і буде шуканим довірчим інтервалом для невідомого параметра a з надійністю $\gamma = 0,95$ пуассонівської ГС.

10. Висновки. В індивідуальному завданні було досліджено реалізацію вибірки із 143 елементів.

У ході виконання роботи побудовано дискретний варіаційний ряд, полігон частотей та емпіричну функцію розподілу, знайдено значення незміщених оцінок для математичного сподівання та дисперсії, а також значення вибіркової медіани, моди та асиметрії.

Також була висунута та за допомогою критерію χ^2 на рівні значущості $\alpha = 0,05$ підтверджена гіпотеза про розподіл генеральної сукупності за законом Пуассона.

За допомогою методу моментів та методу максимальної правдоподібності було знайдено оцінку невідомого параметра a розподілу Пуассона. В обох випадках отримали вибіркове середнє. Отримана оцінка виявилася незміщеною, консистентною, ефективною та асимптотично нормальною.

Крім того, побудовано довірчий інтервал для параметру a пуассонівської генеральної сукупності з рівнем надійності 0,95.

Приклад 2. Випадок неперервної генеральної сукупності

Дано реалізацію вибірки з деякої генеральної сукупності (ГС), дані вже відсортовано:

7.6	6.0	8.2	6.4	7.3	7.9	6.0	6.0	7.1	8.1	6.3	6.0	8.0	7.7
7.1	7.4	6.4	7.8	6.4	7.4	7.7	6.7	7.6	6.6	8.3	7.3	7.1	6.1
6.0	7.8	6.2	7.6	5.4	8.3	7.1	8.5	8.2	8.5	8.4	5.9	6.4	5.1
7.2	8.0	6.5	7.8	7.2	7.9	8.3	7.7	8.0	7.4	7.4	6.9	7.7	6.0
8.3	7.8	7.6	8.0	8.3	7.8	7.0	7.3	6.5	8.7	8.0	7.4	6.3	7.6
7.8	8.2	7.8	8.2	9.6	6.5	7.6	6.9	7.8	6.6	8.4	8.5	9.1	7.6
6.2	7.7	5.8	7.6	9.6	9.2	8.1	8.4	7.3	8.3	8.5	7.3	7.6	8.1
9.4	9.2												

Тут наведено 100 значень середньорічної температури повітря в місті Києві в градусах Цельсія у XX сторіччі (з 1901 по 2000 роки). Дані взято з сайтів http://cgo-sreznevskyi.kyiv.ua/index.php?fn=k_klimat&f=kyiv та https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BB%D1%96%D0%BC%D0%B0%D1%82_%D0%9A%D0%B8%D1%94%D0%B2%D0%B0.

Розв'язання.

1. Інтервальний варіаційний ряд. Це дійсно реалізація вибірки неперервної ГС, оскільки дані у переважній кількості є нецілими числами, а повторення зумовлені передусім точністю округлення.

Відсортована реалізація вибірки:

5.1	5.4	5.8	5.9	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.0	6.1	6.2	6.2	6.3
6.3	6.4	6.4	6.4	6.4	6.5	6.5	6.5	6.6	6.6	6.7	6.9	6.9	7.0
7.1	7.1	7.1	7.1	7.2	7.2	7.3	7.3	7.3	7.3	7.3	7.4	7.4	7.4
7.4	7.4	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.6	7.7	7.7	7.7
7.7	7.7	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.8	7.9	7.9	8.0	8.0
8.0	8.0	8.0	8.1	8.1	8.1	8.2	8.2	8.2	8.2	8.3	8.3	8.3	8.3
8.3	8.3	8.4	8.4	8.4	8.5	8.5	8.5	8.5	8.7	9.1	9.2	9.2	9.4
9.6	9.6												

Обсяг вибірки $n = 100$. $x_{\min} = 5,1$, $x_{\max} = 9,61$. Розмах вибірки $R = x_{\max} - x_{\min} = 9,6 - 5,1 = 4,5$.

Вибірку зроблено з неперервної генеральної сукупності, отже, для представлення даних у більш компактному вигляді потрібно побудувати інтервальний варіаційний ряд. Увесь проміжок $[x_{\min}; x_{\max}] = [5,1; 9,6]$

розіб'ємо на m рівних за довжиною напіввідкритих інтервалів $[x_{\min}; y_1)$, $[y_1; y_2)$, ..., $[y_{m-2}; y_{m-1})$, $[y_{m-1}; x_{\max}]$. За формулою Стреджеса $m = 1 + 3,322 \lg n = 1 + 3,322 \lg 100 \approx 7,644 \approx 8$. Довжина кожного інтервалу $d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{m} = \frac{4,5}{8} = 0,5625$. Підрахуємо кількість елементів вибірки, що потрапили до кожного інтервалу n_k , відносні частоти (частоті) $\omega_k = n_k/n$ та накопичені частоті $\omega_k^{\text{нак}} = \sum_{j=1}^k \omega_j$, $k = \overline{1,8}$. Крім того, з кожного інтервалу виберемо представника нашої реалізації вибірки z_k , який розташований найближче до середини інтервалу. Також обчислимо висоту кожної сходинки для гістограми відносних частот за формулою $h_k = \frac{n_k}{nd}$. Усі дані занесемо в таблицю 6.

Таблиця 6 – Інтервальний варіаційний ряд

Інтервал	$\left[\begin{smallmatrix} 5,1; \\ 5,6625 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 5,6625; \\ 6,225 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 6,225; \\ 6,7825 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 6,7825; \\ 7,35 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 7,35; \\ 7,9125 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 7,9125; \\ 8,475 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 8,475; \\ 9,0375 \end{smallmatrix} \right)$	$\left[\begin{smallmatrix} 9,0375; \\ 9,6 \end{smallmatrix} \right]$
Частота n_k	2	11	12	14	29	21	5	6
Частість ω_k	0,02	0,11	0,12	0,14	0,29	0,21	0,05	0,06
Накопичувані частоті $\omega_k^{\text{нак}}$	0,02	0,13	0,25	0,39	0,68	0,89	0,94	1
Представник z_k	5,4	6	6,5	7,1	7,6	8,2	8,7	9,4
Висота сходинки h_k	0,0356	0,1956	0,2133	0,2489	0,5156	0,3733	0,0889	0,1067

2. Графічне зображення вибірки. Далі можемо побудувати гістограму відносних частот (рис. 4)

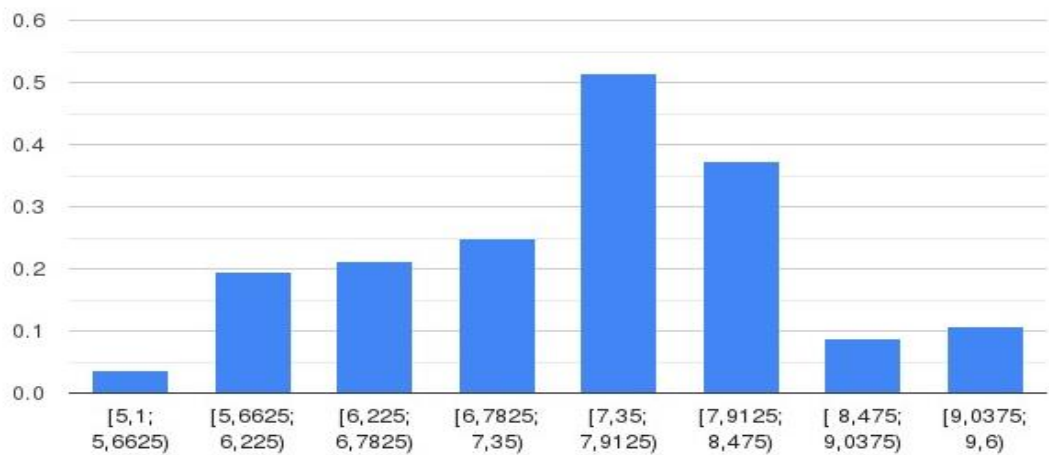


Рисунок 4 – Гістограма відносних частот

3. Емпірична функція розподілу. Побудуємо емпіричну функцію розподілу за інтервальним варіаційним рядом. Нехай ця функція робить стрибок величиною ω_k в точці z_k , $k = \overline{1, 8}$, тобто:

$$F_n^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq z_1; \\ \omega_k^{\text{нак}}, & \text{при } z_k < x \leq z_{k+1}; \\ 1, & \text{при } x > z_8, \end{cases}$$

де $\omega_k^{\text{нак}} = \sum_{j=1}^k \omega_j$, $k = \overline{1, 7}$, тобто накопичена частість.

Маємо для отриманої реалізації вибірки:

$$(F_n^*(x))_{\text{зн}} = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 5,4; \\ 0,02, & \text{при } 5,4 < x \leq 6; \\ 0,13, & \text{при } 6 < x \leq 6,5; \\ 0,25, & \text{при } 6,5 < x \leq 7,1; \\ 0,39, & \text{при } 7,1 < x \leq 7,6; \\ 0,68, & \text{при } 7,6 < x \leq 8,2; \\ 0,89, & \text{при } 8,2 < x \leq 8,7; \\ 0,94, & \text{при } 8,7 < x \leq 9,4; \\ 1, & \text{при } x > 9,4. \end{cases}$$

Побудуємо її графік (рис. 5)

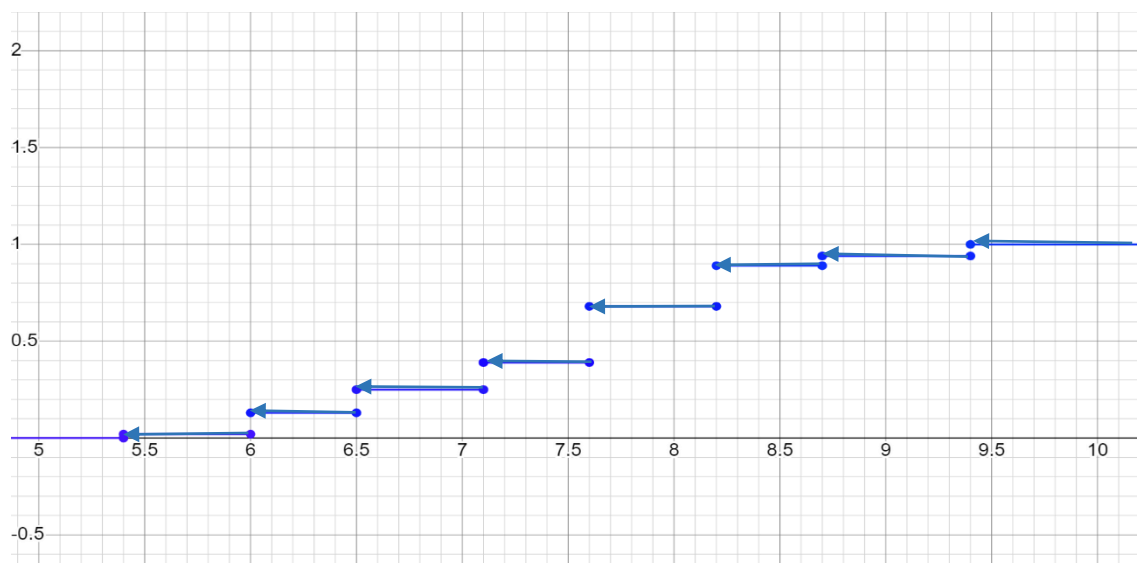


Рисунок 5 – Графік емпіричної функції розподілу

З'єднавши послідовно ламаною лінією точки $(z_k; \omega_k)$, $k = \overline{1, 8}$, побудуємо кумуляту (рис.6, помаранчевий колір)

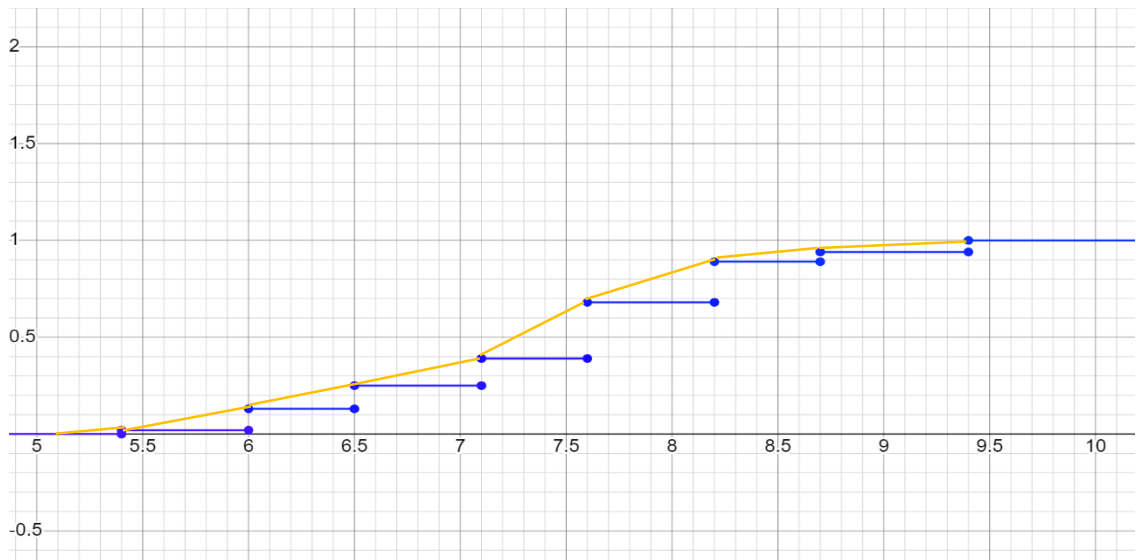


Рисунок 6 – Графік емпіричної функції розподілу з кумулятою

4. Обчислення значень вибіркової медіани, моди, асиметрії та ексцесу. Для знаходження вибіркової моди та вибіркової медіани застосуємо інтерполяційні формули. Так як маємо інтервальний варіаційний ряд, в якості значення вибіркової моди візьмемо число, що дорівнює:

$$(Mo^*\xi)_{\text{зн}} = y_i + d_i \frac{n_i - n_{i-1}}{2n_i - n_{i-1} - n_{i+1}} = 7,35 + 0,5625 \frac{29-14}{2 \cdot 29 - 14 - 21} \approx 7,7168,$$

де y_i – початок інтервалу з найбільшою частотою, d_i – довжина інтервалу, n_i – частота i -го інтервалу.

Значення вибіркової медіани:

$$(Me^*\xi)_{\text{зн}} = y_i + d_i \frac{\frac{n}{2} - \sum_{k=1}^{i-1} n_k}{n_i} = 7,35 + 0,5625 \frac{50-39}{29} \approx 7,5634,$$

де y_i – початок медіанного інтервалу, тобто такого, якому відповідає перша з частот, що перевищує половину всіх спостережень, d_i – довжина інтервалу, n_i – частота медіанного інтервалу.

Зауваження. Маючи відсортовану реалізацію вибірки, значення вибіркової медіани можна обчислити так:

$$(Me^*\xi)_{\text{зн}} = \frac{x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n}{2}+1)}}{2} = \frac{x_{(50)} + x_{(51)}}{2} = \frac{7,6 + 7,6}{2} = 7,6.$$

Тут враховано те, що обсяг вибірки $n = 100$ – парне число.

Обчислюємо вибіркиму асиметрію $As^*\xi = \frac{\mu_3^*}{(\mu_2^*)^{3/2}}$ та вибірковий ексцес

$$Ex^*\xi = \frac{\mu_4^*}{(\mu_2^*)^2} - 3 \text{ для наших даних.}$$

Для знаходження значення цих оцінок для даної реалізації вибірки, знайдемо спочатку значення вибіркового середнього

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_{\text{зн}} = \bar{x} &= \frac{1}{100} \sum_{i=1}^8 z_i \cdot n_i = \\ &= \frac{1}{100} (5,4 \cdot 2 + 6 \cdot 11 + 6,5 \cdot 12 + 7,1 \cdot 14 + \\ &\quad + 7,6 \cdot 29 + 8,2 \cdot 21 + 8,7 \cdot 5 + 9,4 \cdot 6) = 7,467. \end{aligned}$$

Далі потрібно обчислити значення вибіркових центральних моментів другого, третього та четвертого порядків: $\mu_2^* = D^*\xi$, μ_3^* та μ_4^* відповідно. Використаємо формулу:

$$(\mu_k^*)_{\text{зн}} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^8 (z_i - \bar{x})^k n_i.$$

Проміжні обчислення занесемо до таблиці 7

Таблиця 7 – Обчислення значень вибірових оцінок асиметрії та ексцесу

i	z_i	n_i	$(z_i - \bar{x})^2 n_i$	$(z_i - \bar{x})^3 n_i$	$(z_i - \bar{x})^4 n_i$
1	5,4	2	8,5450	-17,6625	36,5083
2	6	11	23,6730	-34,7283	50,9464
3	6,5	12	11,2211	-10,8508	10,4927
4	7,1	14	1,8856	-0,6920	0,2540
5	7,6	29	0,5130	0,0682	0,0091
6	8,2	21	11,2831	8,2705	6,0623
7	8,7	5	7,6014	9,3726	11,5564
8	9,4	6	22,4189	43,3358	83,7681
Сума	–	100	87,1411	-2,8865	199,5973

Отже, значення вибірових центральних моментів дорівнює:

$$(\mu_2^*)_{\text{зн}} = 0,871411, (\mu_3^*)_{\text{зн}} = -0,028865, (\mu_4^*)_{\text{зн}} = 1,995973.$$

Таким чином отримуємо значення вибірової асиметрії

$$(As^* \xi)_{\text{зн}} = \frac{-0,028865}{(0,871411)^{3/2}} \approx -0,0355$$

та значення вибірового ексцесу

$$(Ex^* \xi)_{\text{зн}} = \frac{1,995973}{(0,871411)^2} - 3 \approx -0,3715.$$

5. Знаходження незміщених оцінок для математичного сподівання та дисперсії ГС. Як відомо, незміщеною оцінкою математичного сподівання є вибіркове середнє. Отже,

$$\bar{\xi}_{\text{зн}} = \bar{x} = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^8 z_i \cdot n_i = 7,467.$$

Незміщеною оцінкою дисперсії при невідомому математичному сподіванні є виправлена вибіркова дисперсія (див. також пункт 8)

$$D^{**}\xi = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2 = \frac{n}{n-1} D^*\xi.$$

Її значення, що знайдено за реалізацією вибірки, буде таким:

$$(D^{**}\xi)_{\text{зн}} = \frac{100}{99} (D^*\xi)_{\text{зн}} = \frac{100}{99} \cdot 0,871411 \approx 0,882131.$$

6. Висунення гіпотези про розподіл ГС. Бачимо, що гістограма відносних частот має приблизно симетричний вигляд із добре вираженим максимумом, графік емпіричної функції розподілу з кумулятою нагадує функцію розподілу гауссівської випадкової величини, а також відносна близькість значень вибіркового середнього та вибіркових оцінок моди та медіани; крім того, значення вибіркової асиметрії та вибіркового ексцесу близькі до нуля.

Тому висуваємо гіпотезу про нормальний розподіл даної ГС ($\xi \sim N(a, \sigma^2)$). Позначимо цю гіпотезу H_0 . Будемо її перевіряти за критерієм χ^2 (Пірсона), взявши рівень значущості 0,05.

7. Перевірка гіпотези за допомогою критерію χ^2 . В інтервальному варіаційному ряді розширимо перший інтервал до $-\infty$, а останній до $+\infty$. Далі слід обчислити теоретичні ймовірності потрапляння гауссівської випадкової величини $\xi \sim N(a, \sigma^2)$ до кожного інтервалу. Параметри a – математичне сподівання та σ^2 – дисперсію ξ ми не знаємо, тому замінюємо їх на значення відповідних незміщених оцінок, отриманих у пункті 5. Тобто замість a беремо $\bar{x} = 7,467$, а замість σ^2 – $(D^{**}\xi)_{\text{зн}} \approx 0,882131$ (замість σ беремо $(\sigma_{\xi}^*)_{\text{зн}} = \sqrt{(D^{**}\xi)_{\text{зн}}} \approx 0,939218$). Про методи отримання оцінок та перевірку їх властивостей написано в наступному пункті. Отже,

$$p_k = P\{y_k \leq \xi \leq y_{k+1} | H_0\} = \Phi\left(\frac{y_{k+1}-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{y_k-a}{\sigma}\right).$$

Значення функції Лапласа $\Phi(x)$ беремо з таблиці (див. Додаток 1). Проміжні обчислення заносимо в таблицю 8.

Таблиця 8 – Перший етап перевірки гіпотези

№ інтервалу	Інтервал	n_k	p_k	np_k
1	$(-\infty; 5,6625)$	2	0,02735	2,735
2	$[5,6625; 6,225)$	11	0,06567	6,567
3	$[6,225; 6,7825)$	12	0,14004	14,004
4	$[6,7825; 7,35)$	14	0,21737	21,737
5	$[7,35; 7,9125)$	29	0,23194	23,194
6	$[7,9125; 8,475)$	21	0,17605	17,605
7	$[8,475; 9,0375)$	5	0,09433	9,433
8	$[9,0375; +\infty)$	6	0,04725	4,725

Для виконання критерію Пірсона χ^2 повинна виконуватися вимога $np_i \geq 10$, але np_0, np_1, np_7 та $np_8 < 10$, тому слід об'єднати інтервали, щоб дана умова виконувалася.

Спочатку об'єднаємо перші три інтервали ($n(p_1 + p_2 + p_3) \approx 23,306 > 10$), а також сьомий та восьмий інтервали ($n(p_7 + p_8) \approx 14,158 > 10$). Результати заносимо у табл. 9. Крім того, для кожного випадку обчислюємо доданок $\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$ для статистики $\eta = \sum_{k=1}^r \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$.

Таблиця 9 – Другий етап перевірки гіпотези

№ інтервалу	Інтервал	n_k	np_k	$\frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$
1	$(-\infty; 6,7825)$	25	23,306	0,12313
2	$[6,7825; 7,35)$	14	21,737	2,75388
3	$[7,35; 7,9125)$	29	23,194	1,45338
4	$[7,9125; 8,475)$	21	17,605	0,65470
5	$[8,475; +\infty)$	11	14,158	0,70440
Сума	—	100	100	5,68949

За теоремою Пірсона, якщо гіпотеза H_0 справджується, то статистика

$$\eta = \sum_{k=1}^r \frac{(n_k - np_k)^2}{np_k}$$

прямує в слабкому розумінні до розподілу χ^2 (Пірсона) з $r - s - 1$ ступенями вільності, де r – кількість підмножин, на які розбивається множина значень нашої ГС, s – кількість параметрів, що було оцінено за вибіркою. В нашому завданні $r = 5$, $s = 2$, $r - s - 1 = 2$.

Обчислимо значення статистики критерію

$$\eta_{\text{зн}} = \frac{(25-23,306)^2}{23,306} + \frac{(14-21,737)^2}{21,737} + \frac{(29-23,194)^2}{23,194} + \\ + \frac{(21-17,605)^2}{17,605} + \frac{(11-14,158)^2}{14,158} \approx 5,68949.$$

За таблицею розподілу χ^2 із двома ступенями вільності знайдемо $t_{\text{кр}}$ при рівні значущості $\alpha = 0,05$ (див. Додаток 2): $t_{\text{кр}} \approx 5,99$.

Оскільки значення статистики критерію є меншим за значення $t_{\text{кр}}$, то гіпотеза H_0 приймається на рівні значущості $\alpha = 0,05$. Припущення про нормальний розподіл середньорічної температури повітря в місті Києві у XX сторіччі не суперечить отриманим даним.

8. Знаходження оцінок невідомих параметрів та перевірка їх властивостей. Згідно підтвердженої гіпотези H_0 на рівні значущості $\alpha = 0,05$, вибірка взята з гауссівської генеральної сукупності. Нормальний розподіл має два параметра a та σ^2 . Знайдемо оцінки цих параметрів методами моментів та максимальної правдоподібності.

Метод моментів. Прирівнюємо емпіричні початкові момент першого та другого порядків до теоретичних. Враховуємо, що $E\xi = a$ та $E\xi^2 = a^2 + \sigma^2$.

$$\begin{cases} m_1^* = \bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i = (E\xi)^* = a^*; \\ m_2^* = \overline{\xi^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^2 = (E\xi^2)^* = (a^*)^2 + (\sigma^2)^*. \end{cases}$$

Розв'язками даної системи рівнянь будуть $a^* = \bar{\xi}$ та $(\sigma^2)^* = \overline{\xi^2} - (\bar{\xi})^2 = D^*\xi$, тобто вибіркове середнє та вибіркова дисперсія.

Метод максимальної правдоподібності. У цьому випадку функція правдоподібності

$$L(\vec{x}; a, \sigma^2) = \frac{1}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2\right)$$

і, як наслідок,

$$\ln L(\vec{x}; a, \sigma^2) = -n \ln \sqrt{2\pi} - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2.$$

Оскільки кількість невідомих параметрів $r = 2$, система рівнянь правдоподібності буде складатись із двох рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial a} \ln L(\vec{x}; a, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - a) = 0, \\ \frac{\partial}{\partial \sigma^2} \ln L(\vec{x}; a, \sigma^2) = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{i=1}^n (x_i - a)^2 = 0. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему, отримаємо

$$(a^*)_{\text{зн}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (\sigma^2)^*_{\text{зн}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2.$$

Тут також необхідно впевнитися, що розв'язки даної системи є точкою максимуму функції правдоподібності.

Отже, оцінками максимальної правдоподібності для математичного сподівання $E\xi = a$ і дисперсії $D\xi = \sigma^2$ випадкової величини, що розподілена за нормальним законом, є відповідно вибіркове середнє

$$\bar{\xi} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i$$

і вибіркова дисперсія

$$D^* \xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2.$$

У підсумку обома способами отримали однакові оцінки для параметрів гауссівського розподілу. Перевіримо їх на незміщеність, конзистентність та ефективність.

Спочатку дослідимо властивості оцінки параметра a $a^* = \bar{\xi}$.

Незміщеність.

$$Ea^* = E\bar{\xi} = E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E\xi_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n a = a.$$

Дійсно, отримана оцінка є незміщеною для параметра a .

Конзистентність. Скористаємося достатньою умовою конзистентності для незміщених оцінок, а саме дисперсія такої оцінки має збігатися до нуля.

$$D\bar{\xi} = D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i\right) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n D\xi_i = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{n} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0,$$

що і означає конзистентність вибіркового середнього нашої оцінки невідомого параметра a .

Ефективність. Скористаємося наслідком з нерівності Рао-Крамера та розглянемо частинну похідну по a від логарифма функції правдоподібності (див. Метод максимальної правдоподібності).

$$\frac{\partial}{\partial a} \ln L(\vec{\xi}; a, \sigma^2) = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n (\xi_i - a) = \frac{n}{\sigma^2} \left(\frac{\sum_{i=1}^n \xi_i}{n} - a \right) = \frac{n}{\sigma^2} (\bar{\xi} - a).$$

Отримана рівність і означає ефективність незміщеної точкової оцінки $a^* = \bar{\xi}$.

Перейдемо до оцінки $(\sigma^2)^* = D^* \xi$.

Незміщеність.

$$D^* \xi = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\xi_i - E\xi)^2 - (\bar{\xi} - E\xi)^2.$$

$$E(D^* \xi) = D\xi - D\bar{\xi} = D\xi - D\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i\right) = D\xi - \frac{1}{n} D\xi = \frac{n-1}{n} D\xi \neq D\xi.$$

Отже, $D^* \xi$ є зміщеною оцінкою дисперсії при невідомому математичному сподіванні, але ця оцінка є асимптотично незміщеною оцінкою параметра σ^2 ($E(D^* \xi) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \sigma^2$). Щоб усунути зсув, розглядається оцінка $D^{**} \xi = \frac{n}{n-1} D^* \xi$, тобто виправлена вибіркова дисперсія. Очевидно, що ця оцінка є незміщеною оцінкою параметра σ^2 . Тому на конзистентність та ефективність для σ^2 дослідимо саме оцінку $D^{**} \xi$.

Конзистентність. Знову скористаємося достатньою умовою конзистентності для незміщених оцінок та переконаємося, що дисперсія нашої оцінки збігається до нуля.

$$\begin{aligned} D(D^{**} \xi) &= \frac{1}{(n-1)^2} D\left(\sum_{i=1}^n (\xi_i - \bar{\xi})^2\right) = \frac{\sigma^4}{(n-1)^2} D\left(\sum_{i=1}^n \left(\frac{\xi_i - \bar{\xi}}{\sigma}\right)^2\right) = \\ &= \frac{\sigma^4}{(n-1)^2} D\chi_{n-1}^2 = \frac{\sigma^4}{(n-1)^2} \cdot 2(n-1) = \frac{2\sigma^4}{n-1} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0. \end{aligned}$$

Дійсно, виправлена вибіркова дисперсія є конзистентною оцінкою параметра σ^2 .

Ефективність. Обчислимо спочатку кількість інформації за Фішером

$$I(\sigma^2) = E \left(\frac{\partial(\ln L(\vec{\xi}; a, \sigma^2))}{\partial \sigma^2} \right)^2 = -E \frac{\partial^2 \ln L(\vec{\xi}; a, \sigma^2)}{\partial (\sigma^2)^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial \sigma^2} \ln L(\vec{\xi}; a, \sigma^2) = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2(\sigma^2)^2} \sum_{i=1}^n (\xi_i - a)^2;$$

$$\frac{\partial^2}{\partial (\sigma^2)^2} \ln L(\vec{\xi}; a, \sigma^2) = \frac{n}{2(\sigma^2)^2} - \frac{1}{(\sigma^2)^3} \sum_{i=1}^n (\xi_i - a)^2;$$

$$I(\sigma^2) = -E \frac{\partial^2 \ln L(\xi_i, a, \sigma^2)}{\partial (\sigma^2)^2} = \frac{1}{\sigma^6} \sum_{i=1}^n D\xi_i - \frac{n}{2\sigma^4} = \frac{n}{2\sigma^4}.$$

Показник ефективності оцінки $D^{**}\xi$

$$e_n = (D(D^{**}\xi) \cdot I(\sigma^2))^{-1} = \frac{n-1}{n} \neq 1, \text{ але } e_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1.$$

Отже $D^{**}\xi$ не є ефективною, але є асимптотично ефективною оцінкою для σ^2 .

У підсумку маємо для нормальної ГС:

- 1) вибіркове середнє $\bar{\xi}$ є незміщеною, конзистентною та ефективною, тобто найкращою оцінкою параметра a ;
- 2) виправлена вибіркова дисперсія $D^{**}\xi$ є незміщеною, конзистентною та асимптотично ефективною оцінкою параметра σ^2 .

9. Побудова довірчих інтервалів для параметрів гіпотетичного закону розподілу. Знайдемо довірчі інтервали для невідомих параметрів a та σ^2 нормального розподілу з надійністю $\gamma = 0,95$ за даною реалізацією вибірки. Нагадаємо, що $n = 100$ – обсяг вибірки, $\bar{\xi}_{\text{зн}} = \bar{x} = 7,467$ та $(D^{**}\xi)_{\text{зн}} \approx 0,882131$ – значення оцінок параметрів a та σ^2 відповідно.

Довірчий інтервал для параметра α нормального закону.

У теоретичних відомостях було вказано, що довірчий інтервал для математичного сподівання при невідомій дисперсії має вигляд

$$\left(\bar{\xi} - \frac{t_{\gamma} \sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}}, \bar{\xi} + \frac{t_{\gamma} \sqrt{D^{**}\xi}}{\sqrt{n}} \right),$$

де значення t_{γ} беремо із таблиці значень розподілу з $n - 1$ ступенями вільності $(P\{|St_{n-1}| < t_{\gamma}\} = \gamma \Leftrightarrow P\{St_{n-1} > t_{\gamma}\} = \frac{1-\gamma}{2})$, оскільки статистика $\frac{(\bar{\xi} - E\xi)\sqrt{n}}{\sqrt{D^{**}\xi}}$ має саме такий розподіл.

Із таблиці розподілу Стюдента (див. Додаток 3) беремо 99 ступеней вільності та знаходимо, що $t_{0,95} \approx 1,984$.

Точність оцінки для нашої реалізації вибірки

$$\delta = \frac{t_{\gamma} \sqrt{(D^{**}\xi)_{\text{зн}}}}{\sqrt{n}} = \frac{1,984 \cdot \sqrt{0,882131}}{\sqrt{100}} \approx 0,1863.$$

А сам довірчий інтервал буде таким

$$\begin{aligned} (\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta) &\approx (7,467 - 0,1863; 7,467 + 0,1863) = \\ &= (7,2807; 7,6533). \end{aligned}$$

Тобто з імовірністю $\gamma = 0,95$ істинне значення математичного сподівання даної ГС накривається інтервалом $(7,2807; 7,6533)$.

Довірчий інтервал для параметра σ^2 нормального закону.

Якщо математичне сподівання невідоме, то статистика $\frac{(n-1)D^{**}\xi}{\sigma^2}$ має розподіл χ^2 з $n - 1$ ступенем вільності.

Оскільки цей розподіл не симетричний, то інтервал I_γ , в який попадає випадкова величина χ_{n-1}^2 з імовірністю γ будемо шукати так, щоб імовірності виходу величини χ_{n-1}^2 за границі інтервалу вправо та вліво були однакові й дорівнювали $\frac{1-\gamma}{2}$:

$$P\{\chi_{n-1}^2 < t_2\} = \frac{1-\gamma}{2} \Leftrightarrow P\{\chi_{n-1}^2 > t_2\} = \frac{1+\gamma}{2} \text{ та}$$

$$P\{\chi_{n-1}^2 > t_1\} = \frac{1-\gamma}{2} \Leftrightarrow P\{\chi_{n-1}^2 < t_1\} = \frac{1+\gamma}{2}.$$

Значення величин t_1 та t_2 знаходимо також із таблиці розподілу χ^2 по значенням $\frac{1-\gamma}{2}$ та $\frac{1+\gamma}{2}$, взявши $n - 1$ ступінь вільності. Довірчий інтервал при цьому має вигляд

$$\left(\frac{(n-1)D^{**}\xi}{t_1}, \frac{(n-1)D^{**}\xi}{t_2} \right).$$

У нашому випадку із таблиці розподілу χ_{99}^2 (див. Додаток 2) знаходимо $t_1 \approx 128,4$ та $t_2 \approx 73,36$ ($P\{\chi_{99}^2 > t_2\} = 0,975$, $P\{\chi_{99}^2 > t_1\} = 0,025$). Отже довірчий інтервал для параметра σ^2 даної ГС буде таким

$$\left(\frac{(n-1)(D^{**}\xi)_{\text{зн}}}{t_1}, \frac{(n-1)(D^{**}\xi)_{\text{зн}}}{t_2} \right) \approx \left(\frac{99 \cdot 0,882131}{128,4}, \frac{99 \cdot 0,882131}{73,36} \right) \approx$$

$$\approx (0,6801; 1,1904).$$

Тобто з імовірністю $\gamma = 0,95$ істинне значення дисперсії даної ГС накривається інтервалом $(0,6801; 1,1904)$.

10. Висновки. В індивідуальному завданні було досліджено реалізацію вибірки із 100 елементів.

У ході виконання роботи побудовано інтервальний варіаційний ряд, гістограму відносних частот та емпіричну функцію розподілу, знайдено значення незміщених оцінок для математичного сподівання та дисперсії, а також значення вибіркової медіани, моди, асиметрії та ексцесу.

Також була висунута та за допомогою критерію χ^2 на рівні значущості $\alpha = 0,05$ підтверджена гіпотеза про нормальний розподіл генеральної сукупності.

За допомогою методу моментів та методу максимальної правдоподібності було знайдено оцінку невідомих параметрів a та σ^2 гауссівського розподілу. В обох випадках отримали вибіркове середнє та вибіркиму дисперсію. Оцінка параметра a виявилася незміщеною, конзистентною та ефективною, тобто найкращою. Оскільки вибіркима дисперсія є зміщеною оцінкою для дисперсії, то розглядалася виправлена вибіркима дисперсія, яка виявилася конзистентною та асимптотично ефективною для параметра σ^2 .

Крім того, побудовано довірчі інтервали для параметрів a та σ^2 нормальної генеральної сукупності з рівнем надійності 0,95.

ВАРІАНТИ ІНДИВІДУАЛЬНОГО ЗАВДАННЯ «ОБРОБКА ДОСЛІДНИХ ДАНИХ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ»

Варіант N 1.

-2.64 -2.55 -1.45 -2.48 -1.15 -0.34 -2.12 0.04 -1.13 -2.53
-2.57 -2.23 0.61 1.09 -1.94 -2.58 0.44 1.20 -2.69 -0.20
0.90 -2.42 -2.23 -0.05 1.69 -2.37 2.43 -1.48 -1.50 -1.90
-2.15 -2.07 0.49 -0.55 -2.65 2.62 -2.30 1.06 -2.42 -2.56
-2.50 -2.22 -2.77 -2.43 -2.22 0.61 -1.82 0.57 -2.46 -1.15
-1.72 -1.93 -0.74 -2.49 -2.60 -2.55 -2.46 -0.89 -1.92 0.26
5.21 -1.92 -1.19 -1.32 -2.75 -2.49 -2.57 1.10 -2.13 -1.13
0.67 -2.07 -1.23 -1.10 -0.74 -2.50 -0.75 -2.15 -1.84 -2.51
-2.76 -2.62 -0.91 -2.25 -1.48 0.78 -2.76 -1.55 -2.44 0.19
-0.94 1.36 -2.61 -1.28 -2.73 1.43 -1.52 1.30 -1.76 -1.61

Варіант N 2.

1 1 2 1 4 2 1 1 0 2 0 2 1 0 1 0 2 3 0 1 1 2 0 1 2
2 1 0 0 0 1 0 0 1 2 2 0 2 0 1 1 3 0 0 1 0 2 1 0 2
0 0 1 3 0 2 0 2 0 3 4 1 1 1 0 1 1 1 1 0 0 0 1 0 2
0 1 1 1 0 1 2 0 1 1 0 1 1 3 2 1 1 0 2 0 1 4 2 3 2

Варіант N 3.

1.20 -3.15 -3.96 -6.92 5.42 -2.96 1.37 -1.58 -1.84 -4.18
0.27 -5.45 -3.37 -6.78 -2.99 4.15 -4.56 0.86 0.45 -1.81
0.52 -2.31 0.48 -4.23 1.37 1.04 -6.34 -0.71 -3.25 -6.50
0.77 -0.40 -0.14 -1.94 -2.18 1.68 2.29 5.08 -4.66 1.05
-4.36 2.08 6.41 1.18 1.40 -0.48 -5.74 -5.99 -2.17 2.95
4.95 6.22 -0.78 5.89 -4.46 1.47 -4.80 -0.98 -0.23 -7.43
5.25 4.15 1.51 1.36 1.51 -2.90 5.71 2.11 -7.81 3.31
-1.67 0.72 -6.29 -8.07 0.82 -5.35 -1.14 -7.95 -2.89 -1.42
-5.73 3.21 -7.78 4.34 2.60 0.49 0.97 2.48 -2.86 1.48
-0.38 3.88 5.72 -2.75 0.96 -8.60 8.85 2.84 -10.50 -5.00

Варіант N 4.

5 6 4 5 5 4 2 5 2 7 4 4 4 5 3 5 4 6 4 4 3 4 5 6 3
4 5 5 5 3 3 5 6 4 6 4 3 2 3 1 5 5 6 3 4 5 5 5 1 2
4 6 6 6 4 6 5 6 5 4 7 2 5 2 5 4 4 6 4 5 7 5 2 3 5
4 3 5 4 4 6 4 2 5 3 8 8 6 7 1 1 4 5 4 6 4 5 2 4 5

Варіант N 5.

-1.38 -0.08 2.93 -1.81 -1.41 21.67 -0.37 -2.03 -1.73 2.78
0.90 -1.53 4.18 0.80 0.50 -2.27 4.75 -0.31 7.04 -2.11
-0.45 -1.65 1.85 -1.69 2.87 -1.87 3.43 6.15 -1.67 -1.13
0.32 1.05 8.00 -1.42 2.12 23.03 -1.38 7.21 -1.92 1.86
-2.32 14.24 9.51 9.77 -0.46 6.89 1.13 -0.00 2.15 4.02
-2.23 1.55 7.50 -2.25 -0.72 5.80 2.88 -2.23 7.14 5.86
11.80 10.20 -0.78 6.90 -0.37 -0.99 2.80 -2.33 1.16 -1.27
5.21 2.75 3.18 -2.10 3.67 -1.88 -1.32 -2.01 4.38 2.61
-2.27 4.13 0.96 -1.57 1.11 0.50 -1.83 0.94 4.84 0.94
8.27 0.34 -1.23 1.48 -0.40 -1.89 0.41 3.83 2.04 2.15

Варіант N 6.

-5.61 -8.73 -3.84 -8.07 -3.50 -4.15 2.42 -2.44 -6.95 -5.85
0.42 -3.09 -2.74 -4.08 -3.50 -6.19 -4.81 -7.51 -2.52 -5.49
-5.76 -11.81 -5.46 -1.72 0.18 -5.51 -1.96 1.72 -2.43 -3.27
-5.82 -3.83 -1.74 -7.55 -3.14 -4.20 -5.40 -0.97 -2.49 -2.42
-5.67 -3.28 -0.05 -4.15 -5.82 -2.51 0.87 -3.35 -5.63 -5.10
-6.00 -5.15 -4.00 -7.86 -8.54 -8.02 -4.81 -7.33 0.74 -6.35
-9.38 -5.72 -5.03 -3.16 1.49 -3.24 -4.62 -5.86 -6.54 -4.10
0.74 -1.63 -1.39 -5.43 -5.00 -7.52 -6.20 -3.20 -4.24 -8.44
-6.62 -1.63 0.72 -0.49 -1.01 -8.91 -1.30 -7.13 -2.93 -9.13
-9.08 -3.50 -2.96 -5.68 -8.14 -3.99 -5.18 -6.75 -0.52 -3.58

Варіант N 7.

-3.47 0.06 -1.11 -3.77 1.13 2.23 -3.51 -3.20 -0.64 -1.61
-2.44 -5.44 -0.60 1.94 -2.46 -1.12 -3.85 -1.00 -1.18 -0.48
-0.91 -0.71 -1.29 -1.48 -0.76 -1.08 0.40 0.31 -3.09 1.86
-1.15 -2.45 2.26 -6.78 -1.96 -3.22 0.16 -1.50 -5.21 -4.11
1.05 -1.91 -1.91 -2.75 -0.49 -0.85 -1.78 -4.36 -0.03 -1.64
-3.43 -6.57 0.44 1.32 -0.04 -3.05 3.52 2.10 -1.99 -3.98
-1.94 -1.55 -2.73 0.12 -0.46 -1.39 -1.34 1.18 -3.97 0.87
0.11 -2.84 3.28 2.48 -2.96 0.99 0.21 -1.91 -4.49 -5.08
-3.44 -2.99 -1.95 -3.92 -4.37 -3.49 -2.10 -1.74 1.16 1.24
-1.63 -2.34 -3.18 -3.60 -3.34 -2.48 1.28 -5.48 -1.02 0.32

Варіант N 8.

5 6 4 3 10 2 7 8 3 7 5 2 6 1 2 8 6 7 2 3 3 4 4 1 9
2 8 7 8 3 5 3 6 10 6 8 5 6 4 4 5 5 4 2 5 5 8 5 4 6
4 8 2 5 8 3 2 8 7 5 2 3 5 2 3 7 5 6 3 6 4 4 5 5 4
6 5 4 1 6 5 3 4 7 7 1 7 7 2 3 5 2 9 7 5 3 5 3 4 4

Варіант N 9.

2.72 0.73 0.42 0.05 0.08 1.27 -0.17 0.82 2.04 2.17
2.33 1.99 2.18 1.33 0.52 2.88 0.02 2.62 2.12 0.49
2.62 1.78 -0.20 2.81 2.24 1.16 0.68 2.84 2.40 0.72
0.12 1.13 2.56 1.74 2.24 2.22 1.40 0.81 1.90 0.01
1.54 1.88 0.38 -0.06 -0.42 0.64 -0.17 2.51 2.74 2.85
0.59 1.27 0.92 0.67 1.61 -0.30 1.31 2.37 1.41 2.62
2.62 2.19 1.59 2.29 0.37 1.67 1.47 2.02 1.31 -0.56
1.74 -0.26 1.77 2.19 0.58 0.93 2.15 0.38 1.71 -0.52
-0.19 2.42 1.93 1.00 2.50 1.44 0.70 0.70 2.70 2.16
1.13 2.73 -0.40 1.66 0.41 1.97 -0.01 -0.18 1.31 2.68

Варіант N 10.

6 6 3 4 3 5 2 4 6 3 6 3 1 4 6 4 2 3 3 4 5 6 3 3 4
6 6 3 6 3 3 5 6 3 5 5 3 4 2 3 5 6 4 4 4 5 6 3 5 4
4 2 3 3 4 6 3 5 4 4 3 5 3 4 4 3 4 3 5 3 3 2 5 6 3
5 5 3 3 2 3 5 2 4 3 5 4 5 2 3 3 3 6 5 5 5 2 3 3 5

Варіант N 11.

4 6 6 3 5 4 3 7 5 3 2 5 2 4 9 6 2 2 2 4 4 7 3 5 2
4 3 6 3 6 3 3 5 8 5 2 3 5 6 5 4 3 4 4 2 4 4 2 5 6
3 5 2 4 5 5 5 4 5 4 4 5 5 5 2 4 2 5 6 2 3 5 4 3
5 5 6 4 4 4 1 3 3 3 5 6 4 3 1 4 7 4 5 5 5 4 4 2 4

Варіант N 12.

5.62 10.98 9.52 1.85 5.22 5.44 9.94 10.24 5.72 8.37
7.12 3.29 2.86 2.93 9.61 4.15 5.83 2.92 2.62 8.18
0.81 0.92 10.69 5.36 4.45 6.21 5.59 8.98 5.77 5.28
3.09 3.73 7.22 -0.19 4.89 8.42 6.85 4.28 8.69 2.46
5.28 -2.75 5.84 4.00 3.40 5.71 -2.34 2.63 3.12 9.90
5.42 6.56 8.15 5.96 3.08 3.18 9.30 6.76 10.89 6.25
3.81 2.39 3.28 4.04 2.36 4.26 8.77 6.57 1.94 5.69
2.31 3.00 2.10 4.28 8.26 5.79 -0.44 5.86 2.08 8.09
4.47 3.51 7.11 3.14 7.08 6.27 8.59 6.66 0.23 5.79
7.15 8.13 11.07 8.12 0.94 2.50 2.77 0.42 4.99 3.36

Варіант N 13.

3 2 2 3 2 5 4 5 3 3 2 1 3 2 0 1 4 0 2 3 2 3 3 2 6
1 1 4 4 3 3 4 2 3 2 3 3 2 1 2 5 3 1 4 1 4 1 2 1 5
2 3 2 1 3 2 2 4 1 1 4 3 0 4 0 2 1 4 2 1 6 2 2 0 3
1 2 3 1 2 3 2 3 3 2 4 5 3 1 2 3 3 4 2 4 3 3 4 1 2

Варіант N 14.

7 1 5 2 0 1 6 0 5 3 1 15 3 14 1 9 0 4 3 1 0 11 8 3 2
7 0 4 2 0 7 2 1 3 2 0 4 1 3 13 5 2 0 3 1 2 2 2 4 1
1 11 2 3 2 9 11 1 8 2 3 1 0 8 1 5 4 4 2 1 4 5 10 5 3
4 8 0 2 1 2 0 4 3 0 10 7 1 5 0 1 14 0 5 2 4 3 2 2 2

Варіант N 15.

5.05 4.79 3.71 4.03 3.99 4.26 3.08 4.73 3.50 3.22
8.60 3.77 4.70 7.01 4.11 3.24 3.66 5.23 3.12 4.13
5.37 9.40 4.69 3.24 3.39 3.12 4.10 3.75 9.90 10.05
6.04 4.75 8.85 4.97 4.90 8.61 3.68 3.96 3.67 4.21
4.61 4.29 7.20 3.73 5.90 6.01 3.21 7.38 5.50 5.38
3.64 3.16 4.85 3.52 3.85 4.58 4.56 3.25 3.28 3.22
3.34 3.73 4.20 6.74 4.23 4.28 4.80 5.61 5.02 3.73
3.11 3.17 6.59 5.23 4.01 3.26 5.42 4.29 4.19 6.28
4.84 3.55 6.50 6.75 4.84 4.17 5.04 3.56 9.30 3.60
3.87 4.22 3.84 3.11 3.23 3.64 4.30 3.39 8.89 4.37

Варіант N 16.

0 3 3 0 4 0 0 3 1 1 2 0 2 2 0 2 1 3 0 2 5 0 2 0 1
4 0 2 0 0 1 0 3 0 0 1 1 0 2 1 0 1 1 0 0 3 1 1 0 0
0 1 0 0 2 1 3 4 2 2 4 2 1 8 4 4 0 0 0 0 0 1 1 2 1
0 1 1 4 4 2 6 2 1 5 1 0 0 3 0 3 3 3 1 2 1 5 0 0 1

Варіант N 17.

-7.46 -6.67 -6.74 -5.30 -3.73 -4.57 -4.10 -5.75 -8.88 -4.19
-6.53 -4.34 -4.93 -5.13 -8.69 -5.29 -8.70 -8.39 -8.22 -7.00
-7.54 -8.94 -8.89 -8.28 -5.02 -5.41 -6.39 -7.51 -8.79 -6.90
-5.70 -5.74 -8.92 -4.22 -9.16 -5.79 -5.42 -8.55 -4.09 -3.91
-4.16 -7.39 -6.46 -3.51 -8.40 -6.88 -9.06 -4.39 -8.35 -7.19
-8.12 -5.60 -4.34 -8.69 -5.51 -6.90 -6.18 -7.21 -8.58 -4.07
-6.72 -4.46 -8.00 -5.81 -7.00 -6.35 -4.21 -7.43 -7.97 -3.68
-8.45 -3.62 -8.81 -8.22 -6.00 -6.69 -4.24 -4.01 -5.10 -6.85
-6.47 -4.41 -7.47 -3.96 -6.93 -8.73 -3.88 -4.39 -3.65 -6.11
-5.24 -6.46 -6.53 -6.62 -3.75 -8.49 -6.00 -3.75 -9.17 -8.53

Варіант N 18.

4.91 1.61 5.10 0.22 0.19 -0.98 0.46 1.04 3.81 4.34
4.72 5.08 4.73 0.08 4.02 3.41 4.77 -0.22 0.05 5.28
0.13 5.09 2.97 2.87 2.53 1.27 3.54 4.25 2.52 3.08
4.03 1.11 -1.10 4.85 2.92 -1.29 -0.01 3.23 3.45 4.44
4.25 3.05 3.93 -0.63 2.55 4.80 3.33 -1.14 -0.58 0.91
3.57 3.64 -0.75 2.51 5.04 3.80 4.55 0.69 0.41 0.52
2.25 0.58 -0.26 4.71 1.87 2.04 1.96 0.75 4.81 2.32
2.60 4.30 -1.23 4.20 2.48 -0.76 -0.43 1.70 4.21 -0.70
4.67 3.64 4.50 2.74 3.92 3.68 -1.05 2.49 1.65 0.48
4.17 3.07 -0.77 0.02 3.84 3.71 2.10 0.29 0.25 2.31

Варіант N 19.

1 2 0 4 0 2 0 0 5 0 3 3 3 0 3 3 2 6 0 4 2 3 1 0 1
2 1 0 7 0 3 0 2 0 6 6 2 0 0 1 0 1 0 3 8 0 1 3 5 1
2 0 2 5 2 7 1 2 1 4 0 0 6 4 0 0 0 2 2 1 0 0 6 0 4
0 1 4 1 2 2 2 2 0 0 2 0 0 0 6 3 0 2 0 4 0 0 0 0 0

Варіант N 20.

-0.00 3.29 2.04 0.24 -0.29 2.33 6.33 -0.18 1.15 2.31
0.87 5.48 4.05 2.89 2.10 1.93 1.81 -0.31 5.56 5.80
5.61 5.72 -0.57 6.32 0.00 1.42 1.47 0.40 4.90 5.36
0.52 0.41 1.72 1.49 3.78 4.10 3.55 4.25 4.81 3.08
-0.00 1.40 -0.19 -0.40 5.90 5.31 3.01 3.55 2.99 3.04
6.28 6.51 -0.25 1.13 0.64 1.61 2.35 5.81 0.97 3.57
1.68 6.36 1.37 1.79 6.14 0.48 0.40 6.43 3.84 1.25
4.36 0.23 4.31 6.15 4.06 6.29 0.76 3.84 0.23 3.13
6.50 2.89 -0.68 2.14 3.16 6.74 4.28 6.83 4.52 0.78
3.67 2.44 -0.24 3.69 2.99 1.67 -0.44 4.58 4.64 4.03

Варіант N 21.

1.03 1.17 2.01 2.13 1.47 1.75 1.48 1.92 1.14 1.37
1.71 1.11 1.56 1.85 1.49 1.56 1.72 1.39 1.92 1.63
1.27 1.63 2.12 1.89 1.49 1.37 1.05 1.06 1.33 1.75
2.08 1.29 1.09 1.83 1.03 2.14 1.13 1.99 1.81 1.56
1.79 1.75 1.23 1.47 1.78 1.55 1.56 1.85 1.87 1.77
1.31 1.13 1.13 2.06 1.27 1.70 1.35 1.77 1.13 1.35
1.69 1.65 1.19 1.53 2.02 1.26 1.34 1.20 1.09 2.14
1.86 1.70 1.73 1.24 1.16 1.37 1.33 1.56 1.39 1.40
1.67 1.82 1.44 2.06 1.70 2.05 1.44 2.03 1.93 1.30
1.40 1.80 1.18 1.90 1.09 2.02 1.90 1.50 1.86 1.94

Варіант N 22.

2.52 6.74 6.19 8.15 5.02 6.75 5.95 6.00 3.97 3.04
4.62 2.36 3.94 7.05 7.13 4.08 8.01 2.65 6.37 7.44
6.27 6.08 4.95 6.74 6.38 7.87 7.74 5.83 7.16 6.15
6.29 7.06 2.87 2.39 7.74 7.57 5.82 4.87 6.88 4.09
4.55 3.15 4.76 3.39 3.70 3.94 5.32 6.82 5.96 5.03
6.92 4.69 7.52 6.33 6.82 5.77 7.97 3.70 2.51 3.33
7.25 7.82 5.14 7.50 5.71 6.72 4.03 6.41 6.76 6.96
8.06 6.97 5.19 3.35 4.40 2.78 5.59 3.31 5.03 4.96
3.03 6.33 6.79 4.52 3.44 8.11 2.40 4.92 6.78 4.44
2.56 2.27 3.57 7.50 6.71 7.34 6.46 5.08 4.74 7.47

Варіант N 23.

-5.55 -4.99 -7.57 -1.93 -4.77 -6.20 -6.33 -1.50 -9.56 -3.44
-11.08 -6.65 -6.70 -7.11 -7.97 -6.52 -4.24 -5.47 -8.41 -4.57
-4.95 -5.18 -3.18 -9.45 -5.84 -2.67 -2.94 -8.46 -6.24 -5.18
-7.44 -1.65 -5.09 -4.33 -4.96 -3.39 -2.59 -1.47 -8.54 -5.14
-3.95 -5.02 -7.87 -5.10 -5.88 -6.10 -7.66 -3.43 -0.42 -8.33
-7.63 -10.27 -4.60 -5.60 -6.34 -4.22 -5.90 -5.34 -4.93 -7.36
-11.42 -6.35 -6.58 -4.81 -6.27 -4.77 -3.03 -6.83 -4.87 -4.33
-10.75 -5.07 -0.76 -4.98 -7.75 -2.27 -2.74 -8.88 -6.51 -5.26
-4.14 -4.71 -5.88 -2.79 -3.81 -1.69 -3.53 -8.21 -5.65 -3.12
-6.20 -4.94 -7.24 -3.70 -5.40 -6.38 -5.76 -6.25 -7.11 -5.69

Варіант N 24.

2 3 6 1 2 5 2 3 4 2 4 2 1 3 4 0 2 2 2 1 3 1 2 3 3
2 1 4 4 1 1 2 3 4 2 2 2 4 3 2 0 3 3 0 2 3 1 2 3 4
2 2 1 3 2 1 6 0 3 3 1 2 3 3 3 5 4 2 2 1 2 4 3 4 2
2 2 2 3 3 1 1 2 2 4 1 2 1 1 1 4 3 3 2 5 5 1 4 2 2

Варіант N 25.

6.37 14.12 10.67 10.71 5.36 8.61 6.11 9.74 13.19 5.70
4.62 6.14 7.32 -1.32 7.49 2.26 4.43 9.77 7.59 8.64
7.54 10.16 9.62 6.48 3.03 5.72 7.92 10.19 7.90 7.16
10.59 -0.92 -2.50 0.16 9.60 3.01 2.81 0.26 4.88 3.22
7.41 7.62 5.28 6.51 2.33 7.97 6.45 3.77 10.20 4.38
3.29 13.39 9.07 10.54 10.25 5.11 6.65 9.32 4.47 8.88
6.59 -0.01 7.64 4.13 5.52 6.87 9.93 9.28 1.82 10.97
9.45 5.70 4.22 8.71 9.42 11.85 5.80 1.34 11.36 -0.50
4.26 7.46 4.54 10.26 2.82 6.21 9.29 6.28 -0.31 7.56
0.95 9.95 4.39 -4.52 10.95 8.51 4.08 9.82 12.25 8.94

Варіант N 26.

-5.35 -4.71 -4.43 -5.53 -0.48 -8.94 -1.83 -2.94 -3.72 -3.43
-3.15 -3.94 -7.35 -2.49 -4.08 -1.72 -6.01 -2.53 -2.33 -5.73
-1.73 -1.38 -5.56 -0.61 -0.40 -9.17 -7.58 -0.20 -5.19 -10.15
-2.06 -3.59 -1.53 -5.13 -4.87 2.68 -5.29 -7.95 -4.33 -3.62
-4.45 -4.39 -6.64 -7.64 -7.39 -3.31 -0.58 -8.63 1.06 -4.22
-2.85 -7.66 -5.90 -2.37 -8.40 -1.15 -4.16 -5.28 -7.00 -6.10
-4.40 -6.09 -2.68 -4.59 -2.36 -3.02 -4.36 -3.59 -4.11 -4.42
-7.85 -8.32 -5.11 -2.09 -6.66 -1.31 -3.94 -2.27 -5.65 -10.89
-4.40 -1.89 -5.98 -3.84 -0.44 -2.21 -7.18 -2.78 -1.35 -2.37
-6.50 0.97 0.66 -10.21 -6.78 -3.78 -3.42 1.72 -4.27 -6.96

Варіант N 27.

2 5 4 1 3 3 3 2 2 2 0 2 2 3 3 4 3 3 2 3 3 1 4 4
3 2 2 3 4 3 2 1 4 1 2 1 1 3 2 1 4 1 3 3 2 4 2 2 3
2 2 2 1 2 2 1 1 1 1 2 1 2 3 2 1 1 2 0 1 2 0 2 2 1
2 3 3 1 3 3 1 4 4 2 1 3 3 1 3 2 3 0 3 3 1 3 4 2 3

Варіант N 28.

3 5 2 4 3 3 6 1 4 2 2 2 4 4 3 4 2 3 6 5 3 2 3 2 3
2 2 3 3 3 4 3 3 2 2 3 3 3 4 3 4 4 2 0 4 2 2 5 3
5 3 4 4 3 5 3 4 2 3 4 2 4 1 5 2 1 5 3 5 2 2 5 3 3
3 3 2 1 6 1 2 4 4 3 3 4 6 5 3 3 3 4 3 4 6 5 4 4 5

Варіант N 29.

1 1 2 1 2 1 1 2 1 3 2 1 2 2 3 2 1 1 4 1 2 2 2 1 2
1 1 1 1 3 1 3 1 5 2 1 2 2 3 1 0 1 2 1 2 1 1 2 3 3
1 2 2 0 1 2 1 1 1 2 2 0 3 2 2 0 3 1 1 0 2 3 1 1 2
3 1 3 1 2 3 2 3 1 2 2 3 2 2 2 1 1 3 2 1 3 1 1 0 3

Варіант N 30.

3 3 5 5 2 5 2 5 6 5 5 3 5 6 4 5 7 4 5 5 6 7 5 5 7
6 8 5 4 3 2 3 4 4 5 5 6 5 6 4 5 6 4 6 7 2 3 5 6 5
5 3 7 5 5 5 4 4 5 5 4 6 4 8 5 4 4 4 4 5 4 7 7 6 5
4 4 6 6 3 2 4 6 6 5 5 7 4 7 6 5 5 2 1 6 6 3 3 4 3

Варіант N 31.

2 3 2 3 5 4 3 1 1 2 3 4 2 3 2 4 2 5 3 4 5 4 4 4 2
2 3 3 2 3 5 4 4 3 2 3 5 3 2 2 3 3 3 6 3 3 5 3 4 1
3 3 2 2 3 5 6 4 3 5 3 3 6 4 3 2 2 2 4 3 4 3 2 3 5
5 4 4 4 5 4 5 3 2 4 3 3 4 2 2 3 3 3 4 4 2 4 3 4 3

Варіант N 32.

-3.61 -1.16 4.34 10.23 -0.73 -3.88 5.11 -2.93 -4.35 0.72
-3.76 -0.14 0.71 -2.33 2.66 -2.01 -3.50 0.66 3.22 3.71
-2.33 1.84 2.74 -2.54 -1.54 -0.51 -1.50 -0.26 -3.15 -2.60
8.10 1.34 2.53 -4.32 3.89 0.24 0.11 1.65 8.45 -2.98
-3.87 3.91 -3.40 1.35 -2.28 1.59 -1.27 2.12 -2.54 -4.15
-4.23 -3.44 -2.97 -3.18 12.60 -0.18 -2.53 -1.00 -3.43 -0.18
1.86 -3.74 -2.51 -3.07 -1.13 -1.88 -1.13 4.32 -1.99 4.05
13.94 9.65 0.41 -1.95 3.32 -4.35 -2.40 -0.60 -1.94 1.75
-0.97 -3.50 -2.80 -0.27 -0.02 -4.02 -4.31 -0.41 -1.14 -3.06
-1.68 -2.16 -1.02 -3.28 -1.44 -0.47 -3.77 3.96 -1.47 0.02

Варіант N 33.

5.07 1.23 2.31 -0.80 0.51 -1.47 5.46 4.56 -1.63 1.43
4.89 -3.90 0.01 2.09 1.15 -1.45 -0.34 -1.01 -0.58 1.45
2.83 2.70 2.51 0.39 -0.99 6.02 1.36 0.15 2.92 2.41
6.07 2.66 -0.68 -0.71 3.50 5.13 7.06 0.89 3.44 -1.90
1.11 1.36 -1.21 -0.93 1.91 3.04 1.60 4.95 5.06 2.00
0.64 0.30 2.18 3.78 2.61 1.06 1.86 -1.26 2.32 7.02
2.43 3.24 -1.44 2.46 5.20 4.49 2.32 4.92 2.48 -0.80
1.96 -2.56 1.01 -0.66 -0.69 2.66 4.83 4.80 -2.38 -0.18
-4.33 1.57 2.24 3.99 -0.54 2.90 0.91 3.29 -1.73 -0.77
-2.59 -2.40 4.41 1.90 -0.52 1.69 2.82 -4.32 4.25 5.31

Варіант N 34.

3 3 7 5 2 3 4 4 4 5 3 5 7 6 4 6 7 4 4 4 5 5 4 6 6
4 6 5 5 6 5 5 6 5 5 4 3 6 4 6 7 4 6 4 5 5 4 4 6 4
6 6 3 7 5 7 4 6 3 4 6 4 4 4 5 5 7 6 5 6 4 8 6 7 3
7 6 5 4 5 6 5 1 6 7 5 4 5 2 4 5 4 3 5 5 8 5 5 6 5

Варіант N 35.

5 3 5 1 13 4 1 1 0 1 14 8 0 2 8 6 2 3 4 0 3 0 0 8 7
0 0 5 2 0 1 2 1 2 2 1 2 0 0 1 0 0 0 0 2 1 1 3 2 1
0 1 3 3 9 0 7 0 2 1 0 0 7 1 4 13 6 0 0 1 11 1 0 3 5
0 1 3 3 0 1 0 2 0 0 1 0 0 0 6 6 4 0 2 6 0 5 4 8 3

Варіант N 36.

5 6 5 6 5 3 5 4 6 5 5 5 7 8 5 6 5 5 7 3 5 5 7 6 5
4 3 3 3 5 4 6 4 5 5 5 7 3 6 5 4 5 7 4 5 6 3 5 3 6
6 6 3 6 3 1 5 7 6 5 2 4 5 6 2 6 6 5 3 6 5 4 5 6 5
4 6 6 3 1 5 6 3 2 6 5 5 6 4 5 7 2 4 5 3 5 6 4 2 4

Варіант N 37.

6.11 5.41 7.01 -8.60 -5.11 -2.63 -1.88 -8.14 3.97 5.51
6.51 -2.38 3.29 1.43 3.35 1.70 -5.22 4.85 -2.38 3.78
1.25 -6.91 2.42 2.01 -5.27 -0.19 -2.64 -1.03 -2.72 7.15
-5.10 1.34 -2.33 3.29 0.35 -2.90 -6.60 4.69 -1.05 0.22
-3.49 -0.79 5.83 2.26 -1.32 -8.59 -1.80 -2.65 -2.73 -4.37
-5.21 -3.69 1.30 -2.88 -8.45 1.09 -8.28 6.83 -6.91 -0.27
1.19 0.96 -6.79 -4.66 7.50 -1.78 -0.21 2.00 1.21 6.37
-0.31 -4.35 -2.04 -2.14 1.46 -0.95 -9.03 -6.08 -8.01 -8.29
-3.71 1.08 4.49 2.15 -8.95 6.85 6.54 -2.93 7.50 7.68
0.61 1.10 4.99 -4.27 3.70 2.29 -5.14 5.08 1.27 0.71

Варіант N 38.

1 3 5 3 2 3 0 1 1 4 2 5 4 2 3 1 3 2 3 1 4 1 6 2 4
1 3 1 3 2 1 1 3 2 4 3 4 4 4 3 4 6 1 2 4 3 3 0 3 3
4 4 1 3 4 4 3 4 6 3 4 5 1 0 4 1 3 2 3 3 2 5 5 2 4
2 4 2 3 1 4 1 1 3 3 1 4 2 2 1 2 2 3 3 2 2 1 4 3 4

Варіант N 39.

-1.60 -6.48 -6.05 -1.02 -2.57 -6.91 -5.09 -5.11 0.59 -2.90
-2.08 -5.62 -1.78 -5.90 -2.65 -5.44 -1.13 -0.52 0.65 -6.85
1.85 -0.02 0.76 -1.96 -1.19 -6.03 -3.49 -4.52 0.15 -5.45
-2.63 1.21 -6.41 -4.74 1.96 -0.31 -3.77 1.13 2.01 0.97
2.12 -0.62 -3.98 -4.42 1.58 -2.28 -0.73 1.46 -0.03 -0.50
-0.68 -1.34 -3.85 -1.62 -0.99 0.91 -6.07 -2.58 0.85 -5.43
1.90 -0.29 -0.28 -0.88 -0.71 0.50 -6.95 -5.40 -0.96 -6.77
0.23 -4.44 0.24 -5.75 -4.85 1.47 -4.17 -6.58 -0.59 -1.85
-6.31 0.77 -5.76 -4.17 1.16 1.18 -5.94 2.52 -3.91 2.37
-5.13 -6.37 0.39 -7.01 -5.06 2.07 -6.92 1.31 -3.44 -6.27

Варіант N 40.

-0.35 -3.40 -5.12 -4.25 -5.26 -1.55 -2.81 -5.47 5.80 -11.79
-3.75 -7.59 -7.15 -1.17 -0.58 -4.63 2.47 -11.38 -7.85 -6.00
-3.07 -2.52 -2.33 -14.47 2.04 1.21 -1.55 -4.15 3.28 -3.64
-4.11 -7.53 1.46 -2.86 -5.39 -1.19 1.11 2.90 -0.67 -13.78
-5.21 -0.80 -0.88 -7.56 -6.50 -7.65 -14.78 -7.35 -5.84 -10.45
-10.15 -7.23 -6.75 -4.28 -5.02 -3.00 -12.14 1.99 -3.70 0.39
6.09 -9.12 -4.13 -1.60 -5.15 -3.86 -5.22 4.60 -2.90 -5.30
-1.61 -6.89 1.85 4.22 0.63 -8.17 -4.40 -3.96 -2.42 3.85
1.08 -11.52 -7.23 0.11 -5.54 -6.57 -1.82 -8.26 -1.35 -7.85
-2.44 -10.84 0.45 -0.69 -6.36 -1.08 -6.41 -3.12 -3.45 -4.56

Варіант N 41.

2 0 8 0 15 1 1 1 7 1 0 0 3 1 1 1 0 0 3 1 2 4 10 6 1
0 1 0 0 2 0 1 5 0 1 9 4 2 11 3 2 0 8 1 6 3 0 1 1 4
0 9 5 3 3 0 0 10 2 0 3 11 0 9 0 1 4 1 0 2 0 1 1 3 4
7 1 3 3 0 4 7 6 0 3 0 1 15 11 1 2 4 0 2 0 0 0 26 4 0

Варіант N 42.

4.87 4.49 8.62 9.38 13.44 4.65 6.11 5.78 4.61 7.09
4.64 7.05 16.13 8.09 10.61 4.37 7.40 8.78 4.56 4.68
5.32 6.47 4.70 9.91 11.63 5.08 5.40 7.19 5.48 4.49
7.28 7.63 5.57 7.01 7.87 4.29 4.54 6.40 6.98 4.42
4.77 6.33 5.54 4.98 5.76 5.05 4.80 6.50 19.30 11.16
7.34 4.59 4.45 6.27 10.79 5.18 7.33 4.31 7.35 8.42
5.29 18.41 6.30 17.60 5.48 6.58 6.35 4.71 5.27 5.85
7.16 5.36 6.45 6.72 4.90 5.35 4.64 10.25 10.37 11.11
7.42 6.48 5.37 13.19 6.22 5.46 4.32 6.03 6.05 14.28
5.11 6.39 5.03 9.65 5.61 8.23 11.61 6.15 5.39 6.63

Варіант N 43.

0 0 3 1 1 0 0 0 0 0 2 1 0 1 0 1 0 2 0 0 0 1 2 2 0
2 0 0 2 0 0 0 1 1 0 2 0 3 0 1 1 0 1 0 0 0 2 2 1 1
0 2 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 1 1 1 0 3 0 2 1 2
0 0 1 0 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 2 0 0 1 2 0 0 0

Варіант N 44.

-2.06 -0.08 2.52 -10.84 6.94 -7.01 1.37 -5.86 -3.26 -6.78
2.01 -1.89 2.59 5.27 -4.72 0.66 5.83 -5.99 -7.53 -5.58
-0.45 0.87 -5.87 -1.51 3.57 -2.47 0.48 4.25 5.70 2.27
-1.31 -0.45 -4.90 -1.83 -3.63 -2.45 -4.21 -1.20 -0.38 1.01
3.17 -1.33 -4.25 -1.24 3.66 -7.22 -8.66 -0.80 -5.70 0.90
-0.47 -5.46 -2.29 -0.51 -9.54 -5.80 -1.28 5.88 -1.49 2.98
-3.79 5.66 -1.10 -5.55 -4.93 -4.70 -8.12 -0.20 -1.88 1.78
8.47 2.89 2.63 0.73 -3.62 1.36 -3.08 0.55 -3.69 -6.05
-1.69 6.75 -4.37 0.10 -0.95 -0.05 -10.60 -3.47 -9.56 1.69
4.65 -7.80 -3.72 -2.90 9.25 -2.85 -4.32 -3.93 -8.51 0.64

Варіант N 45.

1 0 0 7 19 2 3 1 0 10 1 8 0 3 13 6 9 16 3 8 5 6 1 1 10
1 2 4 9 3 4 0 4 8 8 0 4 23 5 1 6 0 2 9 1 11 2 0 0 3
2 2 1 0 2 2 2 1 6 2 2 4 1 0 2 0 5 4 16 1 5 3 3 0 0
8 1 10 5 1 0 0 2 3 0 2 5 2 5 6 7 15 8 1 2 9 15 6 1 0

Варіант N 46.

4 4 3 2 6 2 5 6 3 5 2 3 4 3 4 4 2 5 5 1 4 5 4 3 4
2 4 1 3 4 4 4 5 1 5 4 4 6 3 3 6 4 4 4 6 2 3 2 5 4
6 3 7 8 1 1 4 3 6 5 3 4 3 3 4 6 5 5 4 4 6 4 4 6 4
4 3 5 4 4 7 5 5 7 3 4 1 5 3 5 5 5 6 3 3 3 3 5 3 5

Варіант N 47.

2 0 1 1 0 1 1 0 1 0 0 0 1 3 1 0 3 1 1 1 1 1 2 3 1
7 5 0 3 1 0 0 0 1 1 1 0 0 1 0 0 0 5 0 0 0 5 0 0 0
0 2 3 1 2 4 0 1 4 0 0 0 3 0 3 0 1 0 3 0 1 3 0 0 0
0 0 1 1 4 1 0 1 6 1 2 0 1 1 1 2 0 0 1 3 0 0 4 0 0

Варіант N 48.

2 5 5 2 3 0 4 3 7 6 2 1 17 8 0 13 0 3 6 2 1 9 11 7 9
5 3 1 0 0 2 25 6 4 22 1 4 11 0 10 5 1 1 1 1 6 5 2 0 5
8 2 6 1 6 8 3 9 11 0 2 1 0 7 3 2 3 1 3 14 3 4 1 0 3
7 12 0 1 7 1 1 8 1 3 3 8 0 3 0 0 4 10 1 2 4 3 9 3 10

Варіант N 49.

-5.03 -3.04 -4.38 -2.19 -4.55 -4.69 -8.74 -11.25 -5.73 -12.64
-10.32 -9.90 -6.36 -7.21 -11.35 -3.62 -8.49 -5.61 -9.07 -12.30
-8.62 -12.63 -7.72 -7.83 -14.11 -6.42 -17.51 -13.77 -2.68 -11.85
-5.28 0.88 -8.89 -3.09 -11.74 -12.98 -9.19 -7.57 -10.12 -17.05
-8.41 -8.58 -14.66 -7.18 -3.62 -9.85 -13.78 -12.24 -13.74 -3.80
-12.78 -9.82 -3.90 -5.50 -2.09 -4.00 -20.21 -3.35 -4.36 -6.68
-13.42 -6.24 -7.67 -5.88 -13.03 -7.32 -12.59 0.33 -7.94 -9.27
-9.22 -12.58 -11.05 -14.41 -6.72 -6.90 -14.39 2.69 -10.34 -8.63
-14.27 -13.22 -7.18 -5.64 -1.43 -8.62 -4.52 -7.87 -3.77 -8.47
-6.79 -2.48 -15.15 3.12 -10.14 -9.65 -7.46 -7.93 -14.47 -11.41

Варіант N 50.

6 8 2 4 3 5 6 3 6 2 5 4 9 1 6 9 4 1 6 8 3 2 10 4 3
2 2 4 4 5 2 2 9 5 4 9 8 10 0 3 3 2 5 7 2 7 3 5 7 5
3 4 5 6 4 4 3 2 5 4 5 6 5 8 4 5 4 4 1 8 7 4 5 4 5
7 7 5 4 3 6 6 5 8 7 3 7 7 10 6 4 3 4 2 3 3 7 1 1 5

Варіант N 51.

5 6 6 5 7 6 6 5 5 6 5 7 5 5 3 6 8 7 6 4 5 5 6 5 6
7 7 6 5 5 4 7 5 4 5 3 5 4 4 8 4 6 6 5 5 6 5 7 6 5
5 5 3 6 8 5 5 5 6 6 6 7 6 6 6 3 5 6 6 6 5 5 8 5
4 5 5 6 6 5 5 7 5 4 7 3 6 5 8 6 5 5 6 4 6 8 4 4 2

Варіант N 52.

-3.56 0.55 0.75 -2.37 0.16 -1.98 -3.52 -2.02 0.34 -1.44
-0.25 -3.08 -2.57 -0.18 -3.42 -2.73 -3.33 -2.67 -1.81 -3.64
-1.32 -3.28 -2.88 -0.09 -1.66 -2.61 0.37 -3.61 -2.86 -2.02
-3.59 -2.49 -1.08 -3.02 -2.93 0.73 -2.58 -2.26 0.12 6.58
-3.62 -0.64 -3.56 -3.04 -3.21 -2.03 -2.76 -0.44 -3.62 -3.44
1.31 -2.16 -2.86 -3.47 -3.16 -3.48 -3.29 -3.52 0.30 -3.29
-1.93 -3.26 -3.09 -3.35 -2.76 -1.30 -3.40 -1.44 -3.40 1.01
6.33 -3.48 -2.25 -2.91 -3.47 -2.23 -2.00 -1.87 -2.85 -1.03
-3.44 -0.82 -0.64 -2.82 -0.52 -2.96 -3.27 -2.36 -2.32 -3.22
-1.32 -3.53 -1.96 -2.42 -1.29 -1.86 -0.84 -0.73 -0.97 -1.76

Варіант N 53.

1.68 -3.01 -5.64 6.82 -4.95 -2.79 -7.99 2.83 -9.30 -7.15
-1.98 6.24 -2.72 9.06 5.33 3.26 -7.15 -1.86 6.60 7.00
7.73 5.69 -6.74 0.43 6.23 2.30 -0.65 -9.07 8.76 3.35
-0.39 8.07 5.21 3.15 -1.37 -6.81 -1.46 0.55 -0.59 0.17
-0.03 6.30 -7.88 -6.55 6.88 1.36 -3.39 8.06 -0.67 6.98
-8.43 4.21 -4.31 2.53 -2.85 4.05 7.37 -8.21 4.04 1.68
-1.60 0.47 6.40 0.81 -2.17 -2.42 8.96 -2.28 -5.28 -0.60
-4.85 -6.71 -2.93 3.48 -2.96 -8.28 5.78 1.92 2.11 4.48
-4.45 -7.88 -3.70 7.61 -0.76 0.86 -0.46 -7.63 5.03 -6.66
-7.97 -7.98 -3.96 -9.10 7.41 -8.69 0.43 -1.58 1.80 2.93

Варіант N 54.

9 3 7 5 7 1 1 0 1 8 2 0 3 8 7 0 4 0 1 0 1 2 3 15 4
1 2 5 0 1 1 4 8 0 0 9 11 9 7 0 2 8 1 3 0 3 12 0 0 0
2 1 3 5 0 2 5 6 7 2 1 2 9 0 1 1 0 0 1 1 3 1 3 6 0
1 0 2 19 0 3 0 1 2 0 6 3 0 6 7 1 2 1 0 3 13 1 1 7 1

Варіант N 55.

28 2 0 3 2 0 5 21 1 9 7 9 0 0 12 1 7 1 0 1 14 0 1 0 2
0 7 1 13 5 13 2 11 2 0 0 0 5 0 1 15 3 1 1 4 1 2 8 1 16
5 1 5 14 12 0 1 2 1 3 21 7 3 9 6 4 14 11 0 5 0 8 1 3 1
1 0 13 22 8 3 2 3 0 11 2 7 10 0 8 1 0 5 18 5 3 2 4 1 2

Варіант N 56.

4 6 8 6 5 5 6 6 7 4 6 8 5 4 6 6 5 2 7 6 4 6 7 7 8
5 6 6 6 6 5 7 5 3 6 8 8 5 7 6 7 7 6 6 3 3 6 9 7
5 5 7 6 6 7 5 7 3 5 6 6 6 8 7 6 6 6 6 6 7 4 5 6 5
3 6 5 3 3 6 5 5 6 6 6 6 6 5 6 6 5 6 7 8 5 4 6 6 5

Варіант N 57.

-3.40 -11.80 -1.52 -1.13 -2.62 -3.08 1.73 -0.82 -7.45 -1.78
-5.14 1.94 -2.56 4.76 -1.34 1.70 -6.59 -1.00 -1.83 -1.94
-15.42 -5.50 -5.17 1.48 -1.09 -4.54 -6.30 6.70 1.48 -2.15
-4.62 -1.53 -7.18 -0.19 -7.47 -0.97 -3.81 -6.42 -5.84 -14.04
-10.68 -5.59 -5.59 4.39 2.72 4.71 1.49 -7.72 0.55 -3.34
-2.88 -0.85 -2.54 -3.30 -11.34 2.05 -9.66 -5.86 -3.63 -0.68
-3.53 -2.20 -1.01 -2.14 -5.44 -4.44 -4.89 -8.88 -9.36 -2.83
-0.30 -7.32 0.76 2.98 -1.08 -8.87 -3.42 -8.77 -2.35 -2.52
-5.53 -2.09 -7.19 -4.58 -3.50 -2.47 -2.30 -6.60 -3.78 -7.76
-3.18 -11.25 -6.28 -0.85 -11.24 5.86 -12.50 0.47 -3.46 0.15

Варіант N 58.

2.40 3.17 6.67 10.62 7.21 6.07 2.11 3.06 3.04 17.79
2.49 12.75 3.45 3.13 5.27 6.84 2.63 3.50 5.82 4.14
4.04 6.71 3.44 5.20 6.06 2.87 5.07 6.81 3.63 7.81
3.90 4.09 3.12 3.73 5.73 2.50 3.06 4.43 7.67 5.02
4.52 4.01 9.97 2.55 3.14 2.26 2.27 6.29 3.79 16.71
3.85 3.89 6.75 3.21 5.18 10.87 8.84 7.03 7.06 3.92
2.98 13.72 8.36 7.37 5.92 4.60 8.69 3.47 3.49 4.10
2.75 7.38 2.51 3.32 2.23 3.51 7.61 3.64 7.14 6.91
4.31 5.57 7.68 15.53 3.08 6.92 7.69 5.52 8.93 4.07
2.37 5.44 14.93 2.36 10.47 3.65 4.18 3.83 4.14 3.87

Варіант N 59.

14.96 -1.14 -0.43 1.18 10.70 -1.09 -0.83 -1.59 5.52 2.50
2.71 11.72 1.69 4.37 1.43 -0.73 -0.97 -0.79 3.83 2.94
2.17 -0.54 1.18 -1.27 2.33 0.79 0.30 13.13 9.30 5.10
-1.02 7.07 -0.45 7.47 -0.95 -0.55 1.25 6.16 4.72 27.76
0.20 5.48 12.71 -0.48 0.64 -1.00 5.53 2.33 6.25 1.42
0.04 3.06 6.03 -0.89 -1.34 9.71 1.58 -0.59 1.21 -0.64
-0.43 -0.02 6.97 0.73 5.79 -1.58 -1.54 16.14 12.00 -1.15
11.77 -1.24 0.44 3.82 -0.81 1.03 2.25 -0.87 5.28 1.65
-0.63 6.23 -1.14 -1.50 -1.03 0.29 13.82 -1.04 3.01 -1.15
1.14 0.68 2.04 4.58 3.76 18.65 12.45 -0.24 -1.41 0.01

Варіант N 60.

7 3 5 3 4 2 5 4 5 6 0 4 4 4 2 5 6 4 2 4 3 4 6 1 5
5 4 6 3 3 2 6 5 3 4 5 1 3 5 5 4 4 2 2 5 4 1 5 3 3
7 3 2 3 3 3 5 4 4 7 6 2 4 4 7 4 2 2 5 4 4 6 4 5 3
6 5 2 3 2 1 5 2 1 3 6 6 3 4 2 6 1 1 3 1 8 3 3 4 6

Варіант N 61.

5 4 2 3 5 1 3 1 1 4 3 7 4 2 0 3 4 2 5 4 1 2 6 4 4
5 4 4 1 2 1 4 3 5 3 4 1 1 1 0 3 4 3 5 2 2 4 2 3 4
4 3 3 1 1 4 3 4 3 3 4 2 1 4 5 1 2 1 2 5 0 2 3 5 4
5 0 0 5 5 2 4 4 4 3 1 2 2 1 4 1 3 4 0 2 4 4 1 2 5

Варіант N 62.

1.18 -4.20 -4.35 -5.00 2.74 -2.21 -1.17 -6.09 -4.12 -5.46
-2.56 -1.21 -7.13 1.67 -8.21 -1.05 -5.78 -7.71 -6.33 -0.87
-0.97 1.37 -6.74 -4.20 1.07 -7.07 -3.43 -2.39 -7.29 3.20
-3.12 0.30 1.58 -2.61 -4.48 -4.95 -1.62 -5.37 0.70 -2.40
3.03 -0.51 -4.61 -6.64 -3.59 -7.63 -1.61 -6.66 -5.55 -2.72
2.25 -4.73 -7.30 -0.79 0.96 3.35 1.76 -3.74 -7.96 1.77
-5.79 0.28 -6.12 -6.25 1.45 -7.37 -7.40 -4.43 -2.92 -1.55
-4.19 -3.49 0.96 -4.29 -5.42 -6.66 -0.83 -5.79 -6.43 -2.26
1.21 -5.08 -0.66 0.98 1.59 -7.01 2.30 1.42 -4.52 1.47
2.48 2.23 -1.02 -7.59 1.90 -3.88 -7.27 -0.98 -4.14 -7.60

Варіант N 63.

-0.22 4.68 7.58 0.71 1.54 -0.24 0.24 1.15 0.60 4.14
-0.41 2.73 0.69 2.82 1.06 0.38 4.77 3.06 13.24 2.44
3.66 9.87 1.03 6.93 2.42 2.08 5.87 0.27 1.30 0.45
5.14 2.97 4.44 0.90 0.22 2.00 4.09 5.69 6.32 -0.11
2.14 2.39 0.92 -0.31 6.54 2.09 -0.14 3.19 0.65 7.63
0.97 3.59 0.77 11.12 -0.24 0.60 7.19 3.53 3.41 -0.28
2.17 5.08 2.51 5.90 0.41 1.63 2.28 0.35 6.34 -0.50
2.92 7.72 6.71 0.81 -0.51 9.47 1.24 6.17 -0.38 5.42
8.23 0.55 2.16 0.72 0.92 -0.00 4.33 1.16 -0.26 2.04
3.44 4.86 0.82 -0.37 8.81 6.67 6.83 4.02 11.13 5.26

Варіант N 64.

4.41	5.64	5.91	3.67	3.98	3.09	5.26	3.44	4.55	3.76
4.36	3.75	3.26	5.36	4.82	5.32	5.77	3.09	4.01	6.08
6.03	5.29	5.39	4.34	2.96	3.16	3.85	5.31	5.16	4.79
6.03	3.56	4.17	3.93	4.34	3.63	3.90	2.96	5.30	3.74
3.40	4.47	4.41	2.86	4.73	4.22	2.79	3.95	5.03	4.53
5.75	4.72	3.80	4.46	4.45	3.30	4.12	5.48	3.20	5.19
4.98	4.92	3.26	3.79	4.23	3.42	3.67	4.10	4.14	4.09
2.79	3.64	5.26	2.94	6.27	5.20	3.67	3.22	5.36	5.86
3.93	5.46	4.03	3.13	4.23	3.98	4.11	3.22	3.37	3.83
3.47	3.51	5.55	5.47	3.60	3.17	3.41	4.83	5.39	5.02

Варіант N 65.

0.15	-2.15	1.20	-1.65	-1.10	4.90	-1.49	-3.29	5.06	-0.30
-2.46	3.77	-3.11	-1.57	-3.03	4.76	1.98	-2.97	-2.88	-4.00
2.07	-1.25	2.13	2.38	5.27	0.68	0.03	3.85	1.41	4.12
4.56	-3.47	1.36	0.53	3.41	1.07	-3.42	2.70	-2.09	-2.07
-3.76	0.59	3.34	2.51	2.42	3.10	-3.30	4.21	-1.45	1.67
4.55	-3.14	0.05	2.84	4.16	2.89	-4.10	-0.94	-0.65	5.43
-0.76	0.92	-2.52	3.93	1.86	5.01	2.68	-3.20	-2.42	-3.66
-1.87	5.31	-0.24	-0.60	-1.53	4.73	0.61	1.89	5.30	-2.11
5.31	1.62	0.03	5.34	-3.34	5.32	4.68	-0.29	-2.82	3.19
2.46	-2.32	2.34	3.60	4.40	4.15	4.92	2.25	0.78	-2.06

Варіант N 66.

2.73	3.30	6.95	2.97	7.18	6.33	5.16	7.10	3.67	7.18
6.02	6.13	3.50	3.43	4.41	3.95	4.76	3.25	2.65	4.54
6.80	6.48	5.14	3.57	3.97	3.46	4.11	5.27	3.49	5.84
4.13	4.94	6.23	3.62	3.74	4.12	6.69	4.66	2.98	5.80
4.78	6.68	3.96	3.14	3.98	4.42	5.70	4.58	4.80	5.47
4.74	3.96	3.23	5.92	4.95	6.11	5.25	4.25	3.92	4.89
4.21	7.00	3.49	3.15	4.48	4.32	4.87	6.51	3.11	6.46
5.66	3.65	6.01	5.21	3.43	7.01	6.64	4.77	6.83	5.88
6.00	7.23	5.45	6.01	4.47	6.15	4.06	5.29	4.32	6.18
5.01	2.85	2.65	3.56	4.79	5.18	6.55	3.50	7.23	3.29

Варіант N 67.

5	0	0	1	16	12	3	1	5	3	2	4	0	11	7	0	3	1	5	0	5	1	4	0	4
11	9	0	1	3	1	2	1	2	11	4	8	8	8	4	5	0	0	1	8	4	6	0	3	4
5	1	17	1	1	1	2	0	8	2	9	8	5	1	3	2	6	2	4	6	2	3	2	4	5
1	3	1	1	0	4	0	9	5	2	4	5	4	0	1	0	0	3	6	4	2	3	0	3	10

Варіант N 68.

9	0	1	2	1	0	2	2	0	14	28	8	13	8	1	5	14	8	2	0	3	0	1	3	1
11	0	13	1	4	2	8	11	1	4	3	1	1	5	5	2	9	8	9	0	7	0	2	5	11
0	6	16	0	12	2	17	8	0	4	3	3	1	0	1	4	5	1	2	2	5	9	4	8	19
0	1	7	3	9	1	9	7	10	0	6	8	13	0	4	0	1	7	6	9	4	2	0	2	2

Варіант N 69.

4 3 1 2 4 3 3 3 4 4 6 5 7 7 1 2 3 2 1 2 2 3 4 2 5
5 2 3 4 4 3 4 4 4 3 4 5 4 5 1 1 4 3 3 4 1 2 3 1 1
2 5 1 7 2 0 6 1 5 4 2 0 5 3 4 3 7 0 6 2 3 3 0 3 4
5 3 6 3 6 1 5 7 5 4 4 0 2 1 1 5 4 1 2 4 2 1 7 1 5

Варіант N 70.

6 6 3 6 2 2 4 5 3 6 6 8 2 3 5 1 4 4 3 3 7 3 3 3 3
5 6 7 3 4 6 5 3 3 3 5 4 4 3 3 3 3 4 3 5 1 5 1 4 4
5 3 6 3 3 2 8 6 4 7 5 3 6 4 4 2 4 5 4 3 5 3 3 6 2
3 2 6 2 2 5 6 4 6 3 1 3 2 4 3 3 4 4 7 4 4 2 3 2 3

Варіант N 71.

4.46 6.24 3.36 2.97 -1.52 5.41 6.86 -1.89 0.06 6.44
-1.33 5.74 4.88 0.65 7.30 1.06 5.45 6.24 6.06 -0.39
7.26 5.45 5.66 6.83 0.64 7.14 5.89 3.07 7.17 3.99
1.24 1.43 2.98 -1.33 3.39 2.72 1.87 3.94 -1.01 1.75
2.15 -0.98 7.25 5.22 0.43 4.81 1.11 4.74 5.93 2.63
1.63 0.80 0.72 4.38 1.76 -1.89 -0.17 3.31 5.60 7.03
1.97 5.71 3.37 4.36 -1.30 -0.84 4.18 5.40 6.38 6.00
-1.66 -1.06 2.83 -1.83 4.16 5.00 0.07 4.76 0.61 2.28
-0.80 5.59 -0.77 -0.98 7.34 3.21 5.17 -0.85 -1.57 2.51
3.52 1.45 2.59 4.29 6.68 3.76 4.38 0.04 3.77 4.80

Варіант N 72.

2 1 8 5 2 1 6 3 4 6 7 5 3 4 3 6 5 5 0 7 3 5 6 2 2
3 0 4 1 2 2 5 6 5 2 0 1 3 5 4 5 5 4 7 3 8 3 5 2 1
4 3 1 2 4 5 2 3 7 5 5 5 10 6 10 4 4 4 4 7 0 2 3 4 1
1 7 1 3 1 4 2 3 3 4 1 3 1 6 3 4 3 2 4 2 6 4 5 5 4

Варіант N 73.

-1.38 4.91 6.02 2.14 -0.16 3.77 0.59 7.07 3.50 2.22
1.71 2.89 4.42 1.26 -3.48 2.78 0.56 -0.42 3.88 1.00
5.04 -0.10 4.50 -3.82 1.63 -1.64 -1.89 3.33 1.96 5.01
1.35 0.90 1.05 -0.65 3.31 -0.73 3.40 7.26 5.74 4.68
6.78 0.04 6.84 3.10 5.74 2.45 1.93 3.17 -2.01 0.18
3.97 5.96 -0.82 5.58 1.87 5.61 6.97 -1.00 0.75 4.15
4.47 5.76 2.87 -1.88 -2.28 3.67 -0.13 1.86 5.09 -0.01
-1.11 5.84 7.14 3.88 3.49 2.79 -1.85 1.72 -2.53 5.35
3.80 0.11 -3.69 1.62 -2.86 1.25 2.80 3.80 0.95 0.76
-0.80 0.97 3.74 -0.31 4.44 -0.71 5.65 -0.41 1.43 8.59

Варіант N 74.

-1.84 -3.54 5.43 -1.94 -4.38 0.19 3.32 -3.88 -3.62 0.30
8.33 6.64 3.98 2.86 -1.21 5.82 1.51 1.69 -1.64 3.09
-1.11 -0.56 -4.61 3.95 -4.24 2.49 -1.15 2.03 -0.29 1.34
1.29 8.87 0.78 0.39 -3.03 -3.53 4.20 -4.58 0.09 -0.15
4.94 -2.41 -1.05 -4.42 3.00 -0.73 -2.60 1.43 1.19 -4.93
6.86 -1.46 5.88 0.10 3.38 4.88 -4.29 -1.70 1.12 3.26
-1.99 1.33 -2.19 -2.71 2.17 -0.12 1.63 3.44 4.07 -3.64
-0.05 -0.63 -4.87 2.76 0.80 -5.53 -2.02 3.51 -1.33 -1.42
-2.67 -3.03 1.43 2.41 -1.07 1.98 -0.95 1.47 -1.75 0.38
-0.78 -3.18 -4.23 1.75 -0.96 1.65 0.63 3.40 0.24 1.24

Варіант N 75.

-3.13 -2.18 -2.37 4.96 -3.15 4.25 -3.14 -2.69 -2.34 3.55
2.55 -1.44 -1.07 -2.29 -2.35 -2.29 -1.66 -2.63 -1.01 -3.26
-3.06 -0.16 1.70 0.85 4.31 2.05 -0.74 0.18 -2.23 -2.90
-1.49 -1.97 1.55 1.06 -2.29 -1.50 -3.20 -1.60 -0.37 -0.69
-2.58 4.77 -0.72 1.97 3.97 -0.45 -3.01 1.50 -1.43 -0.54
-2.50 -0.80 1.65 0.65 1.32 -1.76 -1.12 0.16 -2.72 -2.57
-1.33 0.20 0.02 -2.25 5.64 -2.10 -0.76 0.77 -0.94 -0.53
-2.12 -1.35 -3.06 -1.57 -2.19 0.97 -2.21 3.16 -1.75 5.25
-3.17 5.89 -0.84 -1.59 -1.58 6.57 -1.14 -1.33 0.55 -1.21
-2.07 5.44 1.43 0.58 -1.83 -2.85 1.91 -2.60 12.13 5.65

Варіант N 76.

-7.86 -7.89 -4.65 -6.35 -8.88 -3.13 -5.98 -2.51 -3.84 -6.18
-5.97 -2.62 -6.08 -8.19 -6.75 -8.24 -7.06 -2.35 -3.39 -10.24
-8.74 -10.81 -8.02 -4.63 -6.35 -12.27 -7.76 -8.48 -9.76 -7.47
-8.17 -12.27 -12.44 -7.51 -10.47 -9.57 -4.58 -5.52 -8.13 -1.88
-5.52 -6.37 -2.70 -3.47 -2.32 -9.37 -3.15 -7.51 -4.27 -7.64
-0.32 -2.04 -9.12 -9.46 -4.87 -5.07 -10.61 -7.21 -5.21 -0.45
-3.37 -7.09 -8.19 -8.93 -4.24 -3.54 -5.29 -7.45 -7.46 -8.93
-10.60 -8.45 -8.81 -8.72 -4.88 -6.80 -4.93 -4.90 -9.43 -6.63
-3.66 -4.30 -8.11 -9.68 -4.03 -6.83 -1.83 -9.04 -3.84 -7.55
-7.89 -7.80 -7.29 -4.29 -6.83 -10.05 -10.42 -7.97 -8.01 -3.69

Варіант N 77.

5 1 1 3 0 5 1 0 15 3 5 2 2 2 14 4 6 3 0 6 16 1 0 4 6
1 0 2 3 1 6 20 2 0 3 4 15 8 2 0 1 4 7 0 3 2 0 6 1 0
11 0 0 10 17 2 13 0 3 3 11 0 1 0 6 0 0 1 3 12 1 14 6 4 0
6 8 3 9 8 4 1 1 5 1 26 1 3 2 1 5 6 5 0 4 1 2 1 0 4

Варіант N 78.

3.82	3.27	9.01	7.54	2.26	3.41	1.18	6.51	4.95	3.22
4.43	2.77	8.52	3.99	0.61	-0.19	-2.89	3.90	5.47	-1.62
13.67	4.95	1.94	3.44	4.30	4.50	8.37	6.47	6.14	5.21
8.78	7.73	0.86	9.76	2.66	4.78	1.37	3.09	2.70	5.49
3.48	5.44	4.89	4.26	8.13	5.54	1.52	4.29	0.69	-1.78
3.45	2.98	3.90	3.60	1.00	1.92	8.05	3.39	1.49	4.59
5.49	6.13	5.51	-1.32	6.78	4.98	4.62	6.02	4.59	-0.04
3.55	9.63	5.17	4.87	5.65	0.56	4.58	2.01	7.53	3.21
4.77	4.34	2.91	2.41	5.19	1.01	-1.34	2.53	6.56	7.20
3.38	3.70	5.58	6.61	6.63	2.53	10.96	7.45	7.34	5.20

Варіант N 79.

-4.89	-3.30	-2.05	-4.63	-2.26	-3.45	-3.74	-1.37	-5.61	-5.45
-6.36	-1.44	-1.68	-3.20	-2.96	-5.72	0.27	-2.96	-4.04	-5.11
-2.31	-7.50	-2.61	-1.17	-4.75	-6.03	-2.47	-1.82	1.42	-4.42
-2.37	-5.48	-5.48	-1.70	-3.21	-2.55	-2.07	-4.92	-3.72	-3.69
-3.82	0.08	-1.92	-4.77	-1.24	-4.51	-4.19	-5.64	-3.52	-4.75
-3.73	-1.96	-3.57	-0.48	-1.17	0.00	-4.34	-0.98	-4.07	-2.83
-4.95	-1.52	-3.45	-5.94	-4.01	-2.02	-2.07	-0.64	-3.04	-2.76
-2.45	-4.21	-2.07	-1.98	-2.53	-1.95	-1.16	-4.99	-0.96	-2.26
-1.76	-4.48	1.43	-5.52	-4.40	-3.10	0.25	-3.59	-2.38	-3.37
-0.50	-0.42	-4.33	-1.46	-5.20	-5.82	-1.17	-2.03	-3.13	-2.42

Варіант N 80.

-5.33	2.25	-1.64	-5.63	-0.43	-1.41	-4.46	0.38	-8.06	-7.09
-2.68	-0.68	1.15	-8.94	1.17	-7.59	-4.08	-0.25	-1.51	2.07
-0.23	-0.78	-4.54	-8.65	0.22	3.82	2.01	-8.27	1.25	-0.60
-5.97	-5.64	-2.07	-7.95	5.19	3.18	-5.66	-6.02	-7.22	3.91
-1.54	-3.09	-5.32	4.14	4.75	1.81	-6.39	-5.54	-6.36	0.77
-1.57	-6.96	-4.45	1.73	1.62	1.61	-8.93	-0.48	-8.68	-1.56
-3.37	-8.95	-6.21	-5.04	-3.15	4.46	-6.83	-5.35	-7.85	-2.84
-8.32	-8.88	-8.19	-2.68	5.63	-1.30	-6.96	-2.00	2.49	-5.27
4.46	0.28	-5.75	-4.81	-0.11	1.80	5.19	2.87	0.74	-4.04
3.92	-1.75	3.61	-8.59	-3.43	-0.59	2.92	-8.00	-4.50	0.33

Варіант N 81.

1.43	2.07	2.77	4.16	1.16	3.17	1.35	2.66	0.64	0.32
3.90	3.31	0.97	7.26	3.56	2.41	1.78	1.21	0.60	0.59
3.51	3.06	0.32	1.76	3.60	3.81	1.32	0.74	2.94	3.28
0.56	1.51	1.10	3.89	1.31	1.20	0.82	0.44	1.22	1.11
0.92	4.29	0.17	0.35	0.85	1.42	1.37	0.81	1.63	0.66
3.27	0.86	3.01	1.95	2.24	3.58	2.14	1.70	1.65	0.93
2.48	0.57	1.41	1.44	1.75	2.18	0.73	0.53	3.70	0.60
0.58	5.30	3.17	3.31	2.96	0.33	0.12	2.15	2.51	0.22
0.80	1.44	1.06	5.92	0.24	2.89	1.67	0.58	0.56	1.90
3.01	1.78	3.04	2.23	0.45	0.86	0.33	0.16	0.23	0.44

Варіант N 82.

5 0 10 1 0 4 1 0 7 3 4 0 4 7 0 2 6 4 2 1 1 1 1 12
0 5 1 0 0 18 2 5 6 6 3 17 0 1 1 4 0 0 0 0 4 2 6 3 3
5 1 6 3 2 0 0 0 4 2 2 6 5 0 0 0 0 2 3 1 5 0 0 0 6
1 3 3 7 5 1 2 1 7 2 7 0 0 0 5 0 1 2 1 4 2 0 0 1 0

Варіант N 83.

3 1 1 0 0 1 1 0 5 3 5 2 0 1 2 0 5 3 0 0 0 0 0 5 0
6 4 4 1 1 2 2 0 2 6 0 0 0 3 0 3 0 3 0 1 2 2 0 1 2
0 0 8 3 0 4 0 0 1 5 1 4 0 2 9 1 2 4 0 5 0 2 0 5 3
1 5 0 13 0 10 0 0 4 1 0 1 1 5 1 0 1 0 1 0 0 1 2 5 0

Варіант N 84.

4.01 2.71 3.71 4.80 1.80 3.30 3.87 2.61 3.11 5.57
3.09 2.24 13.22 3.92 4.90 3.17 6.21 2.31 5.24 2.44
2.09 3.61 7.69 5.08 5.50 2.44 1.93 2.48 3.53 3.93
1.92 1.99 1.95 2.00 3.51 1.82 4.69 3.42 2.18 3.06
2.78 1.74 1.87 7.08 4.48 5.52 4.83 2.22 5.95 4.59
4.59 2.99 2.09 4.69 9.61 1.84 1.97 7.68 1.74 6.31
2.07 2.02 7.53 3.71 2.97 3.07 1.91 4.90 2.32 3.42
7.25 2.08 1.91 2.61 4.26 2.21 2.17 3.97 3.27 2.02
7.47 3.35 5.34 4.33 3.82 4.25 3.40 2.69 4.83 1.91
5.38 5.14 8.41 2.00 2.18 2.31 2.05 2.79 2.55 2.60

Варіант N 85.

5.93 -1.08 2.01 -0.46 -0.23 -0.61 6.25 0.76 -0.96 4.21
-1.13 0.61 4.19 -0.00 0.70 -1.01 0.51 -0.85 -0.46 -1.23
-0.92 1.94 1.87 -0.92 -0.70 -1.25 -0.65 1.43 0.66 5.07
-0.22 2.89 -0.65 3.13 -1.18 -0.64 1.37 -1.05 0.83 -0.20
-0.49 -0.87 -1.23 1.04 -0.18 -1.08 -0.71 -0.76 -0.99 0.23
-1.07 0.00 4.25 1.07 -0.34 2.14 -1.06 -0.47 1.50 1.01
3.86 1.30 -0.47 4.25 -0.74 -1.18 1.70 0.61 0.53 -1.07
2.42 -0.91 -0.95 0.10 0.98 2.50 -0.98 2.01 -1.09 4.81
-0.38 -1.09 1.89 2.26 -0.49 3.56 -0.40 -0.92 0.97 4.20
-1.08 1.55 -0.66 -0.32 -0.00 3.48 2.44 -1.20 0.64 -1.24

Варіант N 86.

2 3 2 2 4 2 3 3 2 3 2 3 4 2 0 2 4 5 4 2 0 3 1 3 3
2 3 2 2 5 5 2 3 3 2 3 3 2 2 2 3 1 2 3 2 4 1 5 5 3
1 4 4 6 3 3 5 0 1 0 2 3 3 1 2 3 3 2 1 3 4 4 4 2 5
1 2 1 2 2 2 2 4 1 2 4 5 4 3 5 4 4 6 2 1 4 3 3 4 3

Варіант N 87.

1 1 3 2 2 1 2 1 0 1 1 2 2 4 0 2 1 1 1 1 1 0 3 2
0 0 3 2 0 2 3 1 1 2 0 1 0 0 1 2 2 3 1 2 2 1 5 2 1
0 2 2 1 1 4 2 0 0 2 0 2 0 1 4 2 1 5 3 2 0 2 1 2 1
4 1 2 0 2 3 1 2 1 2 1 2 5 3 2 1 2 0 0 1 2 2 0 1 3

Варіант N 88.

7.04 6.03 5.64 8.04 6.89 5.00 6.20 4.96 5.47 8.26
8.73 10.25 5.02 6.02 21.00 6.79 4.65 4.93 7.09 5.31
5.68 7.58 5.33 7.89 4.65 7.58 8.90 17.49 9.17 5.27
6.39 4.71 5.02 4.57 8.49 4.73 12.68 4.59 11.26 6.33
8.62 5.91 5.57 4.73 6.10 12.20 7.42 6.53 8.70 18.24
5.36 5.56 5.38 5.46 7.15 12.42 9.01 8.18 8.28 6.53
7.54 4.54 9.15 9.57 7.12 6.70 5.45 9.01 6.09 9.27
6.37 5.18 7.87 4.88 5.93 5.15 5.56 6.93 11.78 9.15
4.80 9.08 4.77 6.67 7.23 5.13 10.52 7.45 5.17 6.74
8.54 11.09 4.90 7.75 9.29 8.43 4.99 6.53 5.24 5.55

Варіант N 89.

6.41 4.12 4.17 0.80 2.83 7.63 -0.90 6.43 1.28 4.20
4.83 3.73 4.05 4.03 4.20 5.41 4.96 4.72 3.15 1.45
0.25 2.33 1.95 1.38 3.76 2.25 4.14 3.48 5.71 3.09
4.47 5.76 4.50 3.41 -0.11 0.17 5.15 4.38 0.51 4.51
5.22 4.00 2.98 4.44 7.88 3.90 3.51 6.20 1.52 7.76
4.71 5.84 4.10 3.10 5.62 2.27 3.18 5.54 4.36 6.08
6.52 0.98 4.87 0.48 2.93 6.56 2.87 2.29 0.37 0.30
3.06 6.13 3.53 2.97 2.93 1.64 3.86 5.55 3.72 3.23
7.32 5.30 2.61 4.66 5.59 6.19 1.59 2.55 3.78 4.90
5.88 3.13 4.21 3.81 5.67 4.02 4.91 3.19 5.88 7.22

Варіант N 90.

3.75 3.05 3.86 3.62 3.64 5.31 5.37 3.00 3.79 3.07
4.42 4.02 3.31 4.46 3.37 4.19 3.13 3.79 3.74 3.15
2.73 3.87 5.08 5.18 5.06 3.08 5.20 4.53 3.41 4.09
5.11 3.24 4.26 4.22 5.19 2.96 4.81 5.24 3.41 3.96
4.60 3.87 4.28 4.59 4.01 5.44 3.51 3.63 5.18 5.46
2.93 2.74 5.27 3.92 4.32 4.45 5.11 4.56 5.63 4.26
3.73 2.84 3.16 3.21 3.34 2.69 3.66 2.81 2.75 4.78
4.25 3.89 5.24 4.91 4.75 5.58 5.44 3.11 2.88 3.72
3.57 4.30 2.92 3.97 4.16 3.57 4.57 3.25 4.66 3.70
4.03 3.61 3.55 3.14 5.21 4.61 5.31 3.50 3.42 4.33

Варіант N 91.

-10.16 -4.10 -6.67 -7.51 -10.55 -6.39 -6.86 -10.21 -9.63 -4.78
-5.80 -8.09 -8.30 -9.36 -5.90 -3.86 -8.68 -6.93 -7.20 -3.67
-6.97 -7.70 -7.00 -3.20 -8.19 -6.19 -9.51 -10.84 -7.19 -4.37
-8.57 -8.53 -6.83 -11.20 -7.49 -6.92 -5.69 -8.57 -8.47 -9.56
-6.13 -3.07 -5.48 -5.76 -5.40 -5.38 -9.08 -10.60 -8.76 -4.54
-5.59 -5.53 -5.38 -2.94 -5.52 -8.71 -5.08 -5.78 -6.06 -5.54
-7.50 -7.18 -5.87 -10.53 -6.82 -6.57 -7.96 -6.27 -6.40 -4.97
-4.19 -7.01 -8.34 -7.84 -6.79 -9.37 -6.28 -7.92 -10.89 -7.10
-8.54 -9.98 -7.60 -10.88 -9.12 -8.59 -10.54 -9.13 -7.45 -6.14
-8.22 -6.35 -7.98 -5.75 -7.45 -7.52 -6.28 -9.13 -7.61 -5.93

Варіант N 92.

1.62 3.65 4.07 7.20 2.70 0.97 8.02 -1.00 6.40 4.31
6.41 -0.90 4.19 8.30 8.22 2.25 1.93 3.51 6.92 -0.30
3.83 1.90 4.03 0.26 -1.27 4.06 6.94 1.78 4.14 0.25
-0.82 1.72 0.32 1.48 1.61 -0.21 1.83 0.76 1.08 7.28
5.15 3.40 7.83 1.38 5.99 1.95 3.50 1.67 6.62 0.28
6.52 5.04 5.27 6.48 1.85 0.65 1.15 5.73 6.33 3.04
2.06 5.12 1.72 4.95 4.28 -1.06 1.91 -0.30 5.49 0.77
0.92 -0.78 5.72 5.57 4.34 5.69 2.84 3.48 4.14 5.63
1.51 2.06 5.63 8.30 7.94 6.44 1.36 5.31 4.45 7.58
5.38 6.34 -0.63 1.97 8.31 3.05 3.58 -0.55 1.14 1.41

Варіант N 93.

3 0 3 3 2 3 3 3 3 3 5 1 3 3 3 2 4 4 2 4 5 4 3 4
4 4 2 0 5 3 2 1 4 3 5 3 2 3 4 4 4 3 5 4 2 3 3 2
6 3 4 5 2 4 4 3 2 3 2 5 5 3 2 2 4 2 3 2 2 4 4 4
4 2 3 2 2 1 3 4 4 4 4 1 2 5 3 4 2 4 6 3 5 4 5 2

Варіант N 94.

3 0 8 0 0 3 1 0 2 6 0 0 3 0 0 1 0 1 2 0 0 0 1 1 1
1 1 2 1 1 1 3 8 0 0 1 2 0 0 0 0 5 0 9 2 0 13 12 0 0
1 0 5 2 4 2 2 0 1 2 5 4 0 1 1 4 3 0 1 2 0 3 3 0 4
2 0 0 3 3 2 3 9 0 4 2 0 5 0 0 6 0 0 2 7 0 0 0 2 0

Варіант N 95.

3.81 3.20 -0.70 2.72 1.73 0.54 0.09 1.62 3.71 1.49
-0.10 9.54 4.44 0.31 1.20 15.79 0.60 3.52 1.91 -0.73
1.55 0.39 -0.54 1.75 -0.10 6.31 3.30 6.29 -0.22 -0.50
-0.72 -0.39 -1.04 -0.67 -0.01 3.02 2.81 0.99 7.48 -0.32
4.04 5.63 -0.10 3.45 -0.08 4.44 1.05 -0.90 1.91 1.28
-0.12 2.87 -0.29 1.17 -0.75 0.87 -0.59 6.05 -0.18 5.29
-0.08 0.00 2.09 5.46 2.98 5.36 -0.84 2.71 0.25 -0.46
4.82 2.66 -0.41 2.94 3.16 3.60 1.13 -0.96 6.59 1.42
0.81 1.21 -0.77 -0.20 -0.97 -0.18 0.00 -0.06 2.53 0.94
2.75 2.99 6.07 -0.72 0.47 -0.13 -0.62 -0.54 3.70 0.99

Варіант N 96.

1.17	1.55	1.11	1.17	-0.36	2.35	1.49	0.40	-0.01	-0.45
-0.07	0.27	1.53	3.70	-1.21	2.51	3.44	0.07	1.89	3.40
2.34	-1.87	2.26	2.51	-0.32	1.00	2.11	0.30	0.63	1.62
0.57	-0.17	-0.93	1.33	-0.35	0.10	-1.08	1.82	-2.42	2.04
3.30	1.23	1.76	0.43	0.85	1.56	1.08	-1.76	2.56	1.99
-0.06	4.26	2.80	2.01	1.76	1.10	2.19	1.83	-0.50	0.30
0.88	1.27	-1.53	-2.24	1.70	-1.28	-1.55	2.21	-0.66	-0.05
-0.37	0.39	1.70	-1.23	1.56	0.97	0.80	-0.14	0.74	-0.20
1.16	-0.57	-0.68	1.32	0.56	1.08	-0.13	0.62	-1.23	2.06
1.56	2.11	3.52	2.07	1.84	0.15	1.38	2.19	1.05	0.53

Варіант N 97.

-0.44	-0.35	1.61	-1.51	0.38	-1.62	0.72	-1.52	-1.20	-0.01
-1.17	-0.79	-1.01	-1.70	-0.57	-1.46	1.67	-0.11	-1.71	0.84
5.16	0.28	-0.47	-0.85	-0.67	-1.61	0.38	-0.66	-1.64	-1.07
-1.26	-1.40	-1.36	5.87	-0.34	-0.11	-1.62	0.78	0.09	-1.65
-0.09	-1.13	-1.69	1.67	-1.64	-0.40	-0.57	-1.04	3.83	3.81
0.56	-1.67	4.76	-1.19	-0.67	-0.53	3.45	-1.33	0.29	0.64
-0.14	-0.24	0.49	-0.75	-0.69	-0.16	-0.60	3.88	-1.09	-0.74
-0.42	0.38	0.58	-1.37	1.45	-0.99	-1.12	2.45	-1.55	0.73
-1.04	-1.12	-1.19	2.10	0.37	-1.03	-0.31	-1.65	0.63	0.43
-1.75	-1.71	-1.06	-1.62	-1.18	-1.59	0.70	-1.19	2.14	-1.70

Варіант N 98.

3.76	4.00	-0.68	-0.39	5.82	0.33	5.55	5.70	0.86	0.49
6.34	5.48	5.99	1.37	7.85	2.37	3.54	5.47	6.91	4.60
0.40	6.86	-1.11	6.97	0.54	1.32	1.67	5.09	6.44	6.86
7.24	0.71	4.89	6.70	3.88	7.20	0.45	6.11	4.36	-0.79
-0.34	5.47	-0.98	1.63	4.41	-0.21	2.75	-0.20	-1.27	2.70
5.10	4.08	1.61	-0.02	6.89	3.37	3.30	7.23	4.87	2.33
5.46	7.81	7.77	5.74	6.56	7.76	7.33	6.31	4.91	7.72
1.75	6.39	-0.88	-0.41	0.15	1.11	5.91	2.84	5.27	5.83
3.51	4.77	2.93	3.04	6.60	5.67	-1.26	1.17	4.45	-0.11
1.66	-0.52	1.79	3.07	-0.41	-1.01	3.64	-0.55	3.16	1.42

Варіант N 99.

7.10	-6.55	-6.20	-5.74	-6.79	7.03	0.34	-2.31	6.57	-1.45
7.91	1.84	-5.15	-3.32	7.84	-0.60	5.74	-4.53	6.01	-6.31
-1.73	5.97	-4.77	1.71	-4.41	0.16	4.52	-3.95	-6.47	2.60
-4.50	4.59	-3.24	4.93	-5.30	6.32	4.37	-3.26	-6.32	3.66
1.51	-4.34	-1.81	-5.75	1.80	-6.54	-3.63	-0.45	5.03	0.81
4.46	4.01	-0.65	7.60	-1.58	0.51	3.16	2.96	5.19	3.54
6.99	2.69	0.58	2.92	2.52	5.11	2.82	3.91	-2.36	0.04
1.16	-4.15	-2.89	5.64	-6.91	2.84	-6.28	4.17	7.94	4.92
3.43	5.02	-1.51	-1.65	-2.91	6.21	-6.75	6.61	0.55	-1.90
-1.02	-4.30	8.34	3.50	7.78	4.78	5.59	-1.93	5.76	7.63

Варіант N 100.

2.74 2.83 6.40 5.40 5.38 2.84 3.40 3.92 5.16 21.66
3.32 18.22 13.52 5.31 8.34 4.76 4.59 14.05 17.96 18.27
5.48 5.23 5.29 6.89 4.46 5.29 6.64 4.34 15.24 3.14
3.07 4.28 9.49 13.94 6.22 3.11 3.74 2.75 2.76 9.17
7.11 8.85 6.30 2.83 8.77 4.33 5.84 8.00 4.79 7.73
5.34 5.31 7.81 11.57 12.93 4.06 7.35 5.32 3.30 12.92
4.46 9.95 11.02 14.53 3.25 6.23 5.48 7.95 2.96 3.01
4.51 13.04 14.93 3.59 2.92 10.69 8.25 4.10 9.15 4.30
6.02 5.26 2.87 11.66 4.46 7.08 12.49 2.81 11.11 6.49
9.18 4.17 5.40 3.53 8.97 4.31 3.40 6.73 4.83 7.63

Варіант N 101.

9.54 3.68 11.83 5.28 5.65 4.28 5.85 4.21 12.55 4.17
5.10 5.25 7.73 6.19 8.44 5.96 8.77 4.12 4.26 3.99
11.94 5.09 8.75 5.70 3.91 3.77 4.53 3.76 3.88 5.34
3.57 11.77 8.45 4.61 7.16 8.05 5.13 6.19 6.71 3.73
8.89 12.38 4.92 3.69 4.63 3.65 4.74 3.72 5.68 5.84
9.63 4.22 5.96 4.08 7.03 4.86 5.93 4.44 5.21 3.88
8.83 6.42 4.29 3.58 8.02 6.29 4.20 4.68 3.66 11.48
5.13 3.63 5.87 5.02 6.45 3.64 4.98 6.24 10.65 5.86
9.33 4.94 3.54 3.77 13.62 5.94 14.24 13.63 3.98 3.94
4.77 7.52 4.34 3.82 3.92 3.93 7.76 5.45 4.25 6.18

Варіант N 102.

2.08 2.26 2.08 2.36 2.10 1.87 1.85 2.36 2.28 1.83
1.59 2.17 2.23 2.20 2.14 2.19 1.88 1.49 2.14 1.48
1.44 1.91 2.28 1.52 1.76 1.73 2.30 1.81 2.05 2.02
1.99 1.75 1.89 1.41 1.89 1.45 2.02 1.50 1.92 1.43
1.56 2.18 1.91 2.35 2.36 2.01 1.64 2.25 1.76 2.19
2.14 1.86 1.91 2.08 2.20 2.00 1.56 2.09 2.25 2.24
1.88 1.49 2.30 2.18 1.60 1.38 1.44 2.05 1.72 2.00
2.00 1.57 1.59 2.04 1.67 2.24 1.86 1.49 1.91 1.49
1.91 1.52 1.50 2.21 1.60 2.19 2.12 1.98 2.31 1.98
1.39 1.57 2.05 1.50 1.51 1.75 1.58 1.89 1.65 1.68

Варіант N 103.

1 2 7 2 2 4 0 3 1 0 1 5 7 3 8 4 1 2 1 1 1 1 4 1 4
4 1 6 10 8 0 1 0 1 0 0 5 11 12 4 2 0 3 0 0 5 3 3 0 0
0 1 1 2 0 0 2 1 0 7 5 9 3 2 2 0 0 0 12 3 0 1 0 1 10
0 6 5 7 0 5 0 10 0 3 2 2 8 1 1 0 0 2 0 1 1 2 5 3 0

Варіант N 104.

-1.66 -0.10 2.84 5.04 1.60 -2.80 -0.72 5.47 -4.20 0.67
-2.49 -2.40 5.99 -3.26 2.16 0.51 -3.49 5.10 -1.24 2.58
-1.06 -0.84 4.09 6.54 -2.96 6.77 7.29 -2.87 2.29 1.37
2.51 1.67 -4.48 -1.46 0.84 -2.01 -1.07 0.01 -4.33 3.41
0.49 -3.41 9.65 -3.84 6.15 8.17 -1.55 -3.60 -2.73 18.49
1.38 6.09 -2.15 9.68 -0.47 7.67 -1.47 3.30 4.58 0.43
2.19 5.19 1.95 -4.44 -0.22 -4.49 -3.06 1.09 -1.03 -1.18
3.52 2.15 -3.48 3.64 -3.21 -0.82 -3.29 -2.09 2.81 -0.92
0.24 1.39 -4.22 1.20 -2.68 -1.93 1.49 -3.64 1.58 1.59
0.66 -2.04 3.41 2.69 3.73 -2.11 4.02 -0.66 1.25 -3.07

Варіант N 105.

2 0 3 0 3 3 2 2 4 5 2 3 3 4 3 3 3 2 4 2 2 1 0 6 3
4 3 2 2 4 2 3 3 4 2 5 2 6 1 7 2 7 3 1 4 4 1 2 7 1
3 4 2 3 3 1 3 5 3 0 2 2 6 2 2 6 2 5 4 5 0 6 2 3 5
2 3 4 6 1 1 1 2 1 4 4 2 6 2 3 0 1 6 5 2 5 3 5 2 3

Варіант N 106.

0 1 2 3 1 0 2 2 1 1 2 0 1 0 0 0 1 1 1 1 3 1 1 2 0
0 0 4 1 1 0 0 0 1 3 1 2 0 1 0 1 1 0 1 2 3 1 1 1 2
0 0 0 1 1 3 4 2 1 2 0 0 3 0 0 1 1 2 0 2 1 0 0 4 0
0 2 0 1 2 0 1 3 2 0 6 1 1 0 3 1 0 2 4 0 1 2 3 0 1

Варіант N 107.

5.04 8.16 4.32 4.29 4.26 4.33 6.17 4.63 4.28 4.37
7.74 5.19 4.19 4.71 5.29 5.53 5.32 4.18 4.47 4.94
5.51 4.66 7.62 4.23 7.30 5.95 4.51 5.46 4.81 4.27
7.58 5.90 6.02 5.72 6.33 5.12 4.60 4.51 6.56 5.55
5.48 4.27 4.99 4.30 5.84 5.72 5.02 4.70 7.40 4.18
5.35 4.98 5.58 5.10 5.18 5.67 4.95 6.09 5.01 4.62
4.47 7.54 7.00 4.83 6.43 4.52 4.66 5.69 5.50 5.24
5.86 4.27 5.58 4.73 4.39 4.19 13.09 4.22 7.29 9.24
5.95 4.18 6.15 4.37 6.16 4.68 6.46 5.05 4.65 7.76
5.12 5.64 5.52 6.38 5.44 4.91 7.84 7.22 4.20 5.39

Варіант N 108.

7.26 9.65 11.20 10.00 5.19 7.13 8.72 6.25 7.07 2.66
0.14 12.83 6.71 1.30 5.55 10.25 6.12 -2.89 5.71 12.15
7.46 6.36 2.72 2.22 0.47 4.54 7.44 8.71 9.39 0.81
3.95 4.78 7.08 2.46 1.15 5.84 12.40 6.93 10.94 6.53
-0.33 7.54 3.59 9.42 5.25 -0.80 5.08 3.20 4.94 7.03
2.02 5.05 15.93 5.07 6.97 11.41 1.76 -0.13 4.59 8.33
10.85 -0.42 12.32 18.33 -0.93 10.49 8.28 10.00 0.26 10.74
10.24 4.50 3.80 10.95 12.67 -1.21 6.10 9.60 10.75 3.46
7.16 3.34 10.72 2.63 7.13 6.43 8.10 -3.67 12.06 10.67
11.74 10.81 12.13 9.48 17.47 -1.11 10.27 3.56 4.69 19.78

Варіант N 109.

5 5 5 6 5 3 8 6 4 6 4 4 4 3 3 6 2 4 6 8 5 6 5 3
4 6 5 6 2 6 4 5 6 3 5 1 5 6 4 5 3 5 4 1 3 7 6 5 2
6 6 3 6 5 4 5 4 6 3 6 4 5 5 6 7 4 5 5 3 3 6 4 4 5
4 3 4 1 3 3 6 6 7 5 4 0 5 4 3 5 5 5 5 6 2 3 5 4 6

Варіант N 110.

2.63 3.86 -0.89 -1.16 -3.62 0.13 -2.76 -5.41 4.41 -6.48
0.42 -6.56 1.09 1.17 -6.48 -6.29 3.37 3.75 -5.24 -9.42
0.72 -1.00 -0.09 -5.65 -0.39 3.12 -8.36 -8.93 -7.68 0.45
3.06 3.96 4.29 2.00 1.11 -7.96 -5.54 -6.77 -2.37 -7.06
-3.08 -4.36 4.62 -2.33 1.53 1.19 -6.84 -0.05 -2.70 -3.12
-9.28 -1.11 -4.31 2.12 0.55 -6.96 -3.79 2.25 -1.24 -7.06
2.33 -8.02 -1.99 -2.00 0.69 -9.03 0.16 0.34 4.36 -3.33
4.55 -3.16 -5.06 -0.64 0.63 -6.00 -0.56 3.20 -9.09 -6.04
1.52 0.88 -5.74 -4.02 1.30 -5.46 -2.58 -5.47 1.46 3.62
-3.49 1.31 -0.67 3.19 4.09 -5.70 -2.75 -3.97 0.08 -1.55

Варіант N 111.

-0.35 -1.08 -0.13 -0.32 0.80 -0.37 -0.75 -0.81 1.42 -0.42
-0.67 0.46 -0.70 -0.25 -0.69 -0.00 0.88 -0.88 -1.23 -0.82
0.07 -0.51 1.10 0.21 1.23 -0.21 0.05 -0.89 0.44 -0.65
-0.18 -0.40 0.17 0.09 0.10 -1.18 0.32 1.24 0.70 -0.11
1.13 -0.28 -0.76 1.07 0.32 -0.76 -0.17 -1.26 -0.31 -0.79
-0.54 -1.23 -0.60 0.38 1.21 -1.12 -0.74 -0.25 0.79 0.42
0.15 -0.58 -0.68 -0.25 -0.86 0.49 1.32 0.18 -0.05 0.01
0.55 -1.23 1.06 1.39 0.73 0.93 0.72 0.64 -0.64 -0.34
-1.04 0.88 -0.80 0.92 -0.96 -0.14 1.39 0.50 0.77 -0.98
-0.00 0.95 0.27 -1.14 1.30 -0.41 0.87 0.93 -0.79 -0.54

Варіант N 112.

-3.35 -4.19 -4.58 -4.15 -3.16 -3.54 -4.51 -3.73 -3.67 -3.39
-1.07 -3.42 3.12 -2.68 -3.39 0.18 -4.37 -1.30 3.18 -3.92
-3.41 -4.16 -0.45 0.63 -4.59 -3.14 -3.48 -4.45 -2.06 -1.97
-3.97 -4.30 -4.61 -3.43 -4.44 0.22 1.65 -4.12 -2.85 -1.01
-4.37 -4.06 -4.17 -3.45 -4.19 -3.44 -4.29 -2.69 -3.82 -0.06
-2.44 -2.70 -4.17 -4.50 -3.42 -3.88 0.71 -3.98 -4.06 -1.46
-2.07 -3.98 -3.66 -4.19 -4.01 -4.45 -0.43 -1.78 -4.16 -3.69
-1.27 -4.50 4.72 -1.02 -2.53 -3.82 -4.41 -2.33 -0.86 2.28
-2.54 11.08 2.29 -1.95 -3.81 -2.84 -4.33 -2.86 -1.65 -3.06
-3.11 -3.15 -3.60 -1.24 -4.35 -3.65 -3.50 -3.64 -4.07 -3.79

Варіант N 113.

0.58 -9.84 -5.24 -2.60 -5.17 -16.89 -1.26 -11.83 -5.82 -12.07
-9.48 -6.35 -12.79 -4.42 -13.64 -6.72 -10.92 -3.12 -11.30 -0.75
-9.17 -7.74 -4.21 -7.09 -9.33 -7.22 -5.79 -9.45 -0.65 -4.60
-1.32 -7.31 -10.49 -3.05 -2.85 -6.19 -4.09 -0.48 -5.05 -7.96
-8.49 -5.69 -5.66 -9.75 -3.71 -2.79 -17.37 -15.81 -7.90 -6.20
-6.35 -19.22 -2.91 -12.15 -7.62 -5.05 -6.58 -1.87 -3.23 -9.72
-11.25 -9.55 -11.72 -3.46 -8.57 -4.80 -0.83 2.95 -10.00 -8.03
1.51 -6.24 -2.57 -7.41 -5.55 -11.84 -8.21 -5.27 -3.30 -6.14
-9.33 -8.33 -8.44 -9.00 0.46 -5.15 -3.04 -6.45 -8.38 -3.76
-11.05 -14.28 -5.43 -13.43 -6.69 0.62 -6.99 -0.41 4.73 -3.63

Варіант N 114.

2 4 5 4 10 2 3 1 2 3 3 4 5 7 7 3 4 7 4 3 2 9 6 5 6
3 9 7 7 4 3 5 3 8 5 4 9 4 4 3 4 1 6 4 2 2 1 1 2 7
4 4 2 8 1 8 4 5 4 5 1 2 6 4 2 5 5 3 4 2 5 3 4 6 2
8 6 5 5 1 5 5 4 6 6 3 2 4 3 5 6 4 6 8 2 6 0 5 3 8

Варіант N 115.

11.72 8.57 8.84 9.15 9.89 9.26 7.88 8.15 10.77 8.07
10.49 9.50 10.91 10.65 9.24 9.87 9.06 9.66 7.55 8.05
11.74 8.48 9.54 9.20 10.05 12.48 11.30 9.50 8.70 12.36
9.00 6.96 10.72 13.15 10.96 8.21 12.53 9.80 9.28 9.29
12.10 9.65 8.85 12.93 7.98 10.58 12.07 11.95 8.74 10.50
11.29 9.07 9.85 7.61 10.06 10.80 8.32 8.64 7.74 10.77
9.57 10.82 9.02 9.62 8.19 8.83 7.27 10.10 9.09 9.36
9.62 9.62 9.65 10.69 7.32 9.65 7.81 9.43 12.59 10.83
10.23 10.03 10.64 9.45 9.15 9.46 7.01 10.74 11.40 9.24
10.90 9.66 6.15 10.58 12.04 9.51 8.22 8.19 8.40 10.49

Варіант N 116.

1 1 0 0 2 0 0 0 0 2 2 0 0 3 2 0 0 1 2 1 0 0 0 0 0
2 0 0 3 3 1 0 1 3 0 1 0 0 0 0 0 0 2 1 2 1 1 0 0
0 0 0 0 2 0 2 0 0 0 1 0 0 0 0 2 0 0 0 0 1 0 1 0 1
0 1 3 0 1 2 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0

Варіант N 117.

3.44 3.85 3.30 2.22 1.47 3.50 1.75 7.44 4.55 8.56
3.28 1.23 2.48 1.88 3.28 8.66 10.73 7.18 7.44 6.94
3.61 6.07 7.51 6.81 1.20 5.65 7.66 3.52 14.00 19.82
3.45 16.07 1.51 4.60 6.28 5.56 3.85 4.36 1.36 3.00
18.01 2.48 2.60 11.39 10.30 7.67 4.19 3.57 4.14 1.96
8.79 4.57 1.89 6.32 4.23 1.64 4.05 6.09 3.33 5.42
2.36 7.51 2.04 4.29 9.09 3.06 8.55 1.54 6.53 7.55
9.09 10.17 3.78 10.83 9.03 1.92 3.93 2.14 1.42 8.17
2.01 4.29 10.48 8.13 3.98 4.11 5.41 5.36 5.88 2.74
1.99 3.31 2.08 6.36 2.97 13.13 1.29 1.53 3.15 7.70

Варіант N 118.

0 5 1 17 3 8 4 4 4 3 5 0 5 2 0 2 4 0 2 10 2 5 3 3 5
1 2 4 12 5 0 9 0 2 0 0 7 5 5 3 2 5 0 0 1 0 3 6 2 3
3 2 0 8 8 6 3 3 0 7 1 13 0 7 0 4 3 0 1 10 18 1 1 3 7
2 2 2 4 5 10 2 6 8 2 2 4 0 0 3 0 9 5 1 2 6 3 12 3 13

Варіант N 119.

4 1 7 3 5 4 3 5 6 5 2 3 3 5 4 3 3 4 3 5 5 3 4 4 4
4 2 3 4 3 5 2 2 5 2 1 6 3 5 5 3 4 2 4 5 2 4 2 3 4
4 6 1 2 2 5 2 6 2 5 1 4 4 3 5 3 4 5 4 1 1 2 7 4 6
1 3 3 4 2 2 3 4 4 5 3 0 4 5 5 4 3 2 1 4 6 3 5 4 3

Варіант N 120.

-0.26 -0.53 -0.38 -0.57 -0.21 -0.40 0.11 -0.59 0.09 -0.12
-0.32 -0.54 -0.48 -0.02 -0.02 -0.24 -0.41 0.02 0.11 -0.47
-0.29 -0.62 -0.25 0.21 -0.42 -0.30 0.01 -0.31 0.25 -0.24
-0.38 0.16 -0.55 -0.16 -0.21 -0.05 -0.29 0.09 -0.33 -0.36
-0.10 0.03 -0.25 0.10 -0.18 -0.30 0.16 0.23 0.05 -0.07
-0.09 0.20 -0.04 0.05 -0.29 -0.61 -0.12 0.07 -0.35 0.07
0.04 -0.40 0.26 -0.04 0.14 0.27 -0.52 -0.47 -0.38 -0.22
-0.05 -0.25 -0.50 0.10 -0.18 0.19 -0.09 -0.48 -0.05 -0.21
-0.00 -0.39 0.23 -0.08 -0.50 -0.05 0.22 -0.18 -0.20 -0.51
0.09 -0.23 0.01 -0.48 0.12 -0.06 -0.38 -0.35 -0.24 -0.15

Варіант N 121.

3.15 5.09 4.59 3.53 3.86 4.24 5.38 5.16 3.80 3.49
5.36 4.89 4.52 5.30 3.65 3.68 5.01 4.56 4.42 3.62
4.22 3.11 4.78 3.13 4.82 4.19 4.93 4.23 3.19 3.75
3.13 4.17 5.19 3.42 3.44 4.25 5.27 5.28 4.37 4.58
4.28 4.87 4.54 5.06 4.78 4.23 4.03 3.19 4.63 4.67
3.80 3.20 3.15 4.33 3.88 5.18 4.58 3.17 3.95 3.75
4.21 4.68 3.48 5.41 3.26 4.05 3.88 4.98 4.42 4.23
4.07 3.24 5.04 4.49 4.63 5.07 3.57 4.08 3.90 4.75
5.11 3.83 4.54 3.29 3.35 5.31 3.61 5.36 4.65 3.29
4.35 4.66 3.28 4.64 5.29 3.92 4.81 3.37 3.77 5.21

Варіант N 122.

-1.37 -0.55 -3.65 -1.99 -0.16 -2.08 -2.34 -4.38 10.85 6.24
2.85 6.07 -2.63 -0.61 0.55 2.78 -1.71 1.21 -0.99 -1.21
-1.08 -2.98 2.72 -1.22 1.11 -1.14 -6.03 -9.56 -0.11 2.39
3.00 -0.12 -5.45 2.92 5.83 -0.70 4.60 -3.38 4.26 6.67
-2.79 -3.48 -2.41 -6.53 6.57 4.21 -1.43 4.03 -7.66 1.22
-9.61 4.16 8.28 -0.50 -3.22 0.54 1.63 -6.61 -10.29 -2.36
-3.51 0.24 -1.04 -1.07 -3.39 2.59 5.01 -1.68 1.37 -6.31
4.28 1.02 2.07 -6.51 -4.40 0.19 -6.94 -4.26 -8.73 -7.08
2.46 -6.18 -6.29 -3.73 -5.04 1.66 1.56 -0.79 -3.90 -9.00
10.95 3.30 -9.86 -8.97 -7.86 -0.75 -4.86 1.07 -1.04 2.63

Варіант N 123.

-6.08 -5.97 -7.08 -8.03 -8.09 -6.40 -9.34 -6.92 -7.30 -7.41
-6.16 -3.68 -8.94 -8.49 -8.22 -10.06 -7.33 -7.80 -6.42 -7.58
-9.61 -9.94 -6.35 -7.40 -7.34 -6.79 -6.51 -7.16 -9.57 -6.70
-8.70 -4.05 -9.09 -5.97 -8.32 -11.84 -7.51 -10.00 -7.41 -7.05
-9.56 -4.81 -7.65 -6.21 -5.40 -7.58 -7.30 -10.65 -9.03 -7.41
-8.93 -7.53 -7.14 -7.84 -9.71 -8.32 -5.63 -7.74 -7.77 -6.93
-7.83 -5.04 -5.88 -7.53 -8.83 -8.39 -9.78 -5.46 -7.19 -7.41
-9.07 -8.29 -5.92 -7.17 -6.38 -10.11 -6.84 -9.05 -10.33 -5.85
-8.86 -7.83 -8.37 -7.05 -7.67 -5.98 -8.01 -10.75 -8.79 -6.69
-8.35 -8.47 -5.79 -6.84 -10.43 -7.36 -6.79 -11.35 -6.23 -7.06

Варіант N 124.

-3.52 -4.36 -0.67 -1.61 -1.05 -2.91 -4.60 -3.57 -0.88 -4.01
-4.32 -0.65 -4.69 -2.01 -3.14 -2.49 -4.55 -3.66 -1.50 -2.56
-3.27 -3.93 -4.23 -0.86 -0.77 -3.17 -3.97 -4.10 -1.05 -3.06
-1.80 -4.90 -1.29 -0.90 -0.64 -4.56 -1.80 -4.94 -2.81 -0.68
-0.52 -4.91 -4.56 -1.92 -3.82 -1.20 -2.91 -2.44 -1.45 -1.41
-0.89 -3.80 -3.80 -2.75 -0.90 -0.74 -4.43 -4.54 -2.56 -2.43
-0.45 -2.68 -1.36 -3.39 -4.91 -3.51 -2.25 -1.02 -2.37 -1.93
-0.97 -3.64 -4.58 -4.90 -4.47 -4.29 -3.53 -1.53 -4.38 -4.43
-4.01 -4.56 -4.56 -0.61 -4.36 -2.41 -0.75 -2.19 -4.00 -4.00
-1.82 -4.80 -0.48 -3.95 -2.02 -3.54 -2.20 -2.41 -0.87 -0.61

Варіант N 125.

6 10 5 3 3 5 1 7 2 4 7 1 2 6 4 3 5 3 5 2 3 8 5 4 4
7 4 5 5 1 6 6 5 7 6 5 2 4 3 7 5 5 4 5 4 6 8 11 4 3
3 4 4 8 2 4 5 5 7 7 3 5 5 8 6 3 6 4 3 6 3 6 5 5 6
5 5 3 5 1 4 5 4 4 8 7 2 5 5 6 3 5 6 3 8 3 3 5 2 3

Варіант N 126.

4 3 5 4 5 3 3 5 2 2 3 5 6 4 3 4 4 3 2 3 5 4 5 4 4
4 0 2 4 4 5 5 4 2 4 2 3 3 5 3 3 5 5 4 5 5 5 3 4 4
5 2 4 4 4 4 4 6 3 3 4 4 4 5 3 2 1 4 4 2 4 3 6 3 4
4 3 5 4 5 4 2 5 2 3 3 4 4 3 6 2 5 1 3 3 5 2 6 2 1

Варіант N 127.

3 5 6 5 4 7 4 3 3 4 6 6 3 2 7 5 11 3 2 3 6 4 5 2 3
8 5 5 8 2 3 2 5 5 6 5 7 4 8 5 6 5 7 3 9 9 5 4 5 3
7 6 2 1 9 4 4 6 3 11 4 7 3 7 4 5 4 1 3 1 2 2 6 9 8
8 2 4 3 3 8 6 4 5 5 1 7 5 6 3 8 4 6 11 7 4 4 5 6 6

Варіант N 128.

1.57 -3.39 -3.48 6.57 -7.40 4.80 -5.99 8.87 -6.56 -4.34
-1.46 3.10 0.35 4.58 -2.21 0.91 -4.39 -0.96 3.32 3.61
11.46 -2.30 0.37 7.13 -2.79 0.56 0.05 -0.96 -6.49 -2.23
0.91 2.85 -4.51 2.17 1.77 0.26 -2.96 -8.86 -1.22 2.99
3.66 -1.81 2.11 -5.25 -2.02 -4.15 5.46 -4.83 -0.21 -1.06
-5.08 -6.12 -3.83 -1.28 1.13 -1.26 -6.34 -0.77 -6.02 1.38
3.48 -5.30 5.62 -2.13 7.12 -1.95 -2.41 -6.34 0.56 -1.36
-0.39 0.60 3.21 2.52 4.27 -1.43 -0.23 2.03 3.42 7.34
0.33 0.31 1.00 -6.98 5.86 0.55 10.05 2.99 1.38 -0.97
6.49 1.42 0.21 1.92 -6.94 -3.67 -2.30 -5.28 0.32 -2.77

Варіант N 129.

2 2 5 1 1 8 10 0 0 3 4 3 3 9 0 5 1 1 2 4 2 2 9 5 0
0 4 0 1 2 0 0 2 6 1 1 4 8 5 0 7 2 3 1 1 0 1 3 3 1
0 4 11 5 0 0 0 1 0 2 0 6 3 6 2 0 8 3 3 0 4 3 10 3 1
1 13 0 2 3 0 2 3 2 8 9 2 0 0 1 0 1 2 1 0 1 1 7 2 2

Варіант N 130.

5.55 4.79 5.01 4.98 5.13 5.22 4.94 5.30 5.33 5.41
5.40 5.04 4.77 5.12 5.42 5.21 4.76 5.05 5.23 5.44
4.87 5.21 5.40 5.18 4.77 5.54 4.98 5.45 5.10 4.70
5.06 4.77 4.93 5.30 5.28 5.39 4.90 5.25 4.71 5.41
5.09 5.14 4.71 4.87 5.44 4.70 5.28 5.25 5.34 5.43
5.33 5.37 5.34 5.24 5.05 5.36 5.20 5.35 5.34 5.44
5.47 5.06 5.54 5.16 5.41 5.10 5.51 4.73 4.76 5.34
4.80 4.70 5.45 4.77 5.55 5.08 5.08 5.02 5.20 5.13
5.49 5.32 5.36 5.34 5.46 4.86 5.06 5.32 4.90 5.38
5.00 4.79 5.22 5.43 4.78 5.47 5.13 5.43 5.17 4.67

Варіант N 131.

4.85 4.29 4.70 4.09 4.72 4.65 4.51 5.10 4.99 4.11
5.18 5.01 4.26 5.00 4.37 5.10 4.79 4.70 4.46 5.15
4.46 4.47 4.90 4.68 4.51 4.93 4.97 5.00 5.15 4.79
4.71 4.17 4.49 4.79 5.12 4.92 5.13 4.45 4.78 4.25
5.03 5.12 4.28 5.07 4.96 4.16 4.13 4.75 5.10 4.09
4.90 4.85 4.22 4.72 4.49 4.11 5.07 4.65 5.07 5.11
4.93 4.96 4.43 4.99 5.00 4.62 4.52 4.49 5.11 4.15
4.72 5.08 4.81 4.27 4.49 5.01 5.14 4.45 4.26 4.98
4.33 4.20 4.59 4.18 4.13 4.68 5.03 4.66 4.16 4.33
4.38 5.13 4.78 5.13 4.29 4.94 4.17 5.18 4.24 4.42

Варіант N 132.

2 11 9 3 0 2 1 3 2 2 1 1 12 0 3 1 0 0 0 6 3 6 1 0 2
2 1 1 2 2 2 7 2 2 0 0 6 0 1 0 1 1 2 1 1 7 13 1 2 0 0
1 7 1 2 6 0 0 0 5 0 5 0 1 1 2 4 1 4 4 0 0 4 1 5 2
3 7 2 4 7 0 4 0 1 0 2 20 4 3 3 1 2 2 6 1 0 1 4 1 7

Варіант N 133.

2 1 1 4 4 3 4 3 2 7 6 1 5 3 3 1 4 3 2 3 2 3 2 3 4
5 3 5 5 1 2 3 6 3 5 5 2 5 2 2 0 3 0 2 6 2 3 4 3 2
4 1 4 3 4 2 4 1 4 5 5 3 3 3 2 4 3 2 4 3 3 3 3 4 2
3 6 1 2 3 3 4 0 3 5 1 4 4 3 3 1 3 3 6 2 2 3 2 5 3

Варіант N 134.

2.48 1.94 2.20 1.81 2.12 2.13 2.46 2.06 2.17 1.86
2.03 2.16 2.38 1.75 1.97 2.08 1.87 1.82 1.89 1.79
1.89 2.30 2.19 2.27 1.85 2.04 2.36 1.91 1.90 2.40
2.24 2.47 1.89 2.40 2.45 2.19 2.09 2.24 2.48 2.29
1.84 2.19 1.94 1.87 1.94 2.39 2.29 1.94 1.99 2.09
2.41 2.09 2.00 1.96 1.85 1.98 1.89 1.76 1.91 1.97
2.04 1.88 1.79 2.03 1.87 1.92 2.33 1.79 2.01 2.47
1.78 2.07 2.39 2.06 2.36 2.08 2.17 2.39 2.13 1.99
2.31 1.82 2.34 2.46 2.26 2.14 2.07 2.26 2.34 1.79
2.11 2.32 2.12 2.39 1.84 2.07 2.39 2.01 1.92 1.98

Варіант N 135.

10 4 4 2 3 4 4 6 3 7 8 3 9 3 5 7 7 7 5 3 4 5 6 7 5
6 1 4 7 8 2 3 3 8 6 3 3 3 8 3 6 4 7 1 2 1 4 3 5 4
7 5 2 4 3 4 7 4 4 3 6 5 6 1 5 4 3 4 5 8 5 7 3 6 9
7 8 8 4 2 4 6 7 6 11 5 7 7 6 5 4 5 3 1 7 8 5 2 6 4

Варіант N 136.

-4.37 -4.09 -4.42 -4.70 -4.45 -4.47 -5.24 -4.62 -4.16 -4.43
-4.95 -4.10 -4.87 -5.40 -4.61 -5.00 -5.36 -4.20 -4.23 -4.12
-5.00 -4.73 -5.39 -4.57 -5.10 -4.83 -4.96 -5.31 -4.88 -4.36
-5.00 -4.14 -4.12 -4.99 -4.28 -4.69 -4.09 -4.34 -5.39 -5.42
-4.81 -5.18 -4.81 -4.92 -4.35 -5.31 -4.77 -4.89 -4.28 -4.54
-5.32 -4.15 -4.66 -4.31 -4.12 -4.60 -4.32 -4.66 -4.81 -4.35
-5.13 -4.53 -4.11 -5.15 -4.41 -4.11 -5.16 -4.36 -4.63 -4.88
-4.76 -4.92 -4.71 -4.17 -4.33 -4.65 -4.44 -4.83 -4.87 -4.34
-4.26 -5.19 -4.14 -4.97 -4.40 -5.29 -4.14 -4.26 -5.20 -4.72
-4.66 -4.19 -5.06 -4.51 -5.23 -5.28 -5.42 -5.21 -5.18 -5.21

Варіант N 137.

1 2 1 1 1 0 6 1 1 3 1 4 2 7 1 0 6 6 1 4 4 1 2 2 5
3 1 2 3 0 1 3 5 0 0 3 0 3 3 3 1 2 1 5 1 1 0 1 4 5
4 0 1 4 1 2 2 1 1 3 1 4 1 0 0 4 2 2 1 1 1 5 2 0 1
1 2 4 5 2 2 1 0 2 3 1 5 2 3 3 3 2 3 2 3 1 3 3 0 3

Варіант N 138.

1 1 1 2 4 1 3 2 3 2 4 4 0 1 0 1 1 4 1 4 3 1 3 2 1
1 2 4 1 0 4 4 3 4 4 1 2 5 1 5 4 7 1 2 4 2 3 3 2 2
2 3 3 3 2 2 3 0 0 3 2 1 1 3 9 5 0 3 4 1 3 3 3 4 3
2 4 0 4 4 5 1 2 5 2 2 2 2 2 1 6 5 0 2 4 7 0 3 3 2

Варіант N 139.

3 3 5 7 4 5 7 3 4 6 6 3 6 7 5 2 6 4 5 5 6 5 4 7 6
4 6 5 5 5 2 2 3 2 5 4 2 4 6 3 5 3 4 5 3 4 3 4 4 3
3 4 5 5 2 5 3 5 6 3 3 5 5 6 4 2 5 6 5 9 5 5 4 5 4
3 4 3 5 4 4 8 4 3 8 3 4 2 7 5 4 3 4 2 2 5 2 4 3 6

Варіант N 140.

-9.07 -6.89 -5.82 -2.55 -12.02 -14.02 -0.49 -3.87 -3.60 -1.77
-9.79 -11.02 -14.09 -14.52 -0.54 -9.02 -7.32 -17.40 -10.80 -11.95
-5.29 -4.11 -2.26 -7.53 -7.53 -8.45 -5.77 -2.09 -6.82 -6.96
1.20 -2.82 -4.89 -5.79 -9.17 -4.12 -7.16 -1.97 -5.01 -7.51
-0.82 -11.72 -15.29 0.38 -8.15 -6.51 -7.20 -9.83 -10.12 -4.22
-6.66 -8.64 -16.58 -9.42 -9.24 1.18 -6.49 -3.95 -4.29 -10.14
-6.53 -8.71 -7.39 -10.38 -6.27 -3.01 -9.03 -4.80 -7.33 -3.15
-7.08 -5.79 -9.85 -11.06 -5.76 1.72 -3.01 -9.09 -1.97 -5.76
-14.24 -13.40 -9.45 -5.41 -3.50 -5.92 -7.43 -2.48 -8.81 -4.49
-14.95 -4.10 -11.17 -7.36 -10.30 -9.85 -4.70 3.65 -9.48 -2.35

Варіант N 141.

8.16 0.20 0.49 2.91 -1.01 2.31 8.73 0.19 4.40 -1.03
0.55 4.40 -0.59 4.89 6.97 0.97 0.00 -0.42 2.46 7.81
5.36 7.33 -0.62 1.56 6.53 0.93 -1.07 4.65 0.51 0.92
3.14 -0.41 5.65 -0.19 5.57 0.82 2.77 1.81 -0.67 3.90
1.21 12.03 -0.84 3.51 11.02 -0.43 0.88 5.26 23.44 1.67
4.86 14.07 2.04 2.32 0.83 -0.20 0.31 -0.33 5.27 1.03
4.48 0.27 7.98 1.94 -1.00 0.34 -0.07 0.76 8.90 2.37
4.63 4.11 3.84 -1.04 6.54 4.51 13.00 0.14 -0.39 3.21
0.43 3.23 4.09 -0.13 3.43 -0.77 -0.48 2.38 4.33 1.51
-0.73 1.17 2.50 0.73 0.04 1.99 3.88 8.48 0.82 -0.56

Варіант N 142.

6.71 5.66 3.06 4.25 3.40 6.45 3.46 2.57 6.55 8.50
3.63 7.22 7.61 2.72 3.91 2.98 7.05 11.79 7.51 4.44
13.59 6.61 4.53 12.28 9.50 4.26 4.52 5.55 11.34 4.21
4.02 4.34 2.67 2.95 8.86 4.87 5.76 7.68 2.75 2.62
2.86 5.16 2.88 6.62 5.03 3.30 5.47 7.80 7.80 5.43
3.05 3.99 4.10 2.85 3.28 4.70 6.67 2.85 4.71 6.94
7.17 3.02 2.97 10.96 2.75 3.03 3.61 15.50 6.24 2.89
5.57 5.75 4.86 10.36 14.49 15.38 2.80 3.86 4.67 4.58
8.64 3.65 3.65 4.53 3.63 11.68 3.14 6.07 6.57 3.22
6.12 3.37 3.90 6.63 2.88 9.18 2.96 4.86 3.18 6.59

Варіант N 143.

5 7 7 6 6 6 7 7 3 6 3 6 5 8 5 8 5 5 1 5 2 6 7 5 7
5 2 4 5 4 7 6 3 3 8 5 6 6 2 4 6 7 5 4 4 5 6 4 7 5
6 5 2 3 4 5 8 3 3 5 3 8 5 5 3 4 3 5 8 3 6 5 7 7 4
3 5 4 4 5 5 4 5 1 3 5 5 7 9 5 4 8 4 7 6 5 4 4 5 4

Варіант N 144.

0 3 0 0 1 1 3 3 3 1 3 2 4 4 3 2 2 3 3 1 0 3 4 2 2
1 1 2 3 1 3 2 3 2 1 2 0 3 3 1 0 2 2 2 2 1 2 0 1 3
1 3 1 3 2 0 3 1 1 0 1 1 3 0 2 2 3 3 4 1 1 3 3 1 1
1 0 3 5 1 2 1 2 1 0 0 2 2 2 3 1 2 3 3 4 4 1 3 3 0

Варіант N 145.

5.06 4.86 7.01 7.53 5.19 6.10 6.46 6.39 5.18 7.14
8.12 7.21 7.42 7.93 6.10 7.24 7.38 6.93 5.96 8.05
7.99 5.24 8.30 6.83 4.85 8.07 6.81 8.16 5.89 7.26
7.06 8.57 6.77 5.24 6.01 6.90 7.51 6.61 8.01 6.73
5.71 7.67 7.34 6.26 5.99 7.66 7.18 7.40 6.86 6.48
6.88 5.71 6.68 6.43 5.77 6.96 7.85 4.93 4.89 6.02
7.08 5.49 5.27 7.57 8.63 8.10 6.05 6.58 6.75 8.31
6.87 6.06 7.65 7.90 8.07 7.80 7.71 4.84 7.07 7.96
8.23 7.06 6.35 6.85 4.99 8.07 5.54 6.94 7.38 6.61
6.95 6.58 7.34 6.37 5.18 5.26 6.59 8.50 7.87 5.79

Варіант N 146.

5.43 -3.08 -1.39 8.35 1.99 6.70 6.73 1.89 8.38 3.96
2.02 5.27 4.41 5.56 -0.70 3.90 7.24 7.27 9.14 9.17
7.51 7.79 -0.14 8.62 1.25 0.13 -2.29 4.22 3.32 2.18
3.21 9.00 -2.67 5.13 7.48 6.98 2.66 -3.27 2.86 2.04
-2.76 -3.10 3.10 -3.17 1.35 7.36 0.04 7.99 1.93 2.62
-3.36 4.31 3.09 1.63 -2.69 -1.30 6.94 0.28 -2.70 3.86
7.02 6.99 2.66 -2.93 1.84 7.65 -2.00 3.88 -0.64 3.67
5.08 7.01 0.04 8.42 -1.27 6.55 1.68 8.40 -0.04 -3.37
7.04 3.49 1.38 7.83 5.20 8.26 -0.94 0.16 6.08 4.24
1.99 -1.77 0.96 6.73 -1.41 -2.02 0.12 6.89 6.81 3.77

Варіант N 147.

4 6 1 4 6 4 2 2 5 0 2 4 7 2 3 4 5 3 2 2 2 1 1 0 2
4 4 2 4 1 0 1 0 3 1 3 0 3 4 1 2 1 0 0 4 4 3 5 2 3
0 3 1 3 9 0 1 1 2 0 4 3 2 3 4 7 3 1 0 3 2 0 6 1 1
2 4 0 3 2 2 3 2 2 0 3 3 1 3 1 0 3 3 0 1 5 0 2 2 3

Варіант N 148.

10.70 8.69 12.22 9.58 6.74 11.33 8.54 7.88 8.38 9.00
3.45 12.00 15.44 13.77 13.72 10.79 5.27 4.61 3.66 8.43
7.83 11.19 8.16 8.10 6.61 10.46 11.87 8.69 5.07 6.12
11.18 5.94 14.63 3.62 11.06 2.18 7.89 6.82 -0.10 20.54
6.79 10.45 2.98 5.81 14.03 9.84 9.41 12.85 9.81 10.76
3.81 16.04 5.16 8.72 10.86 6.16 3.87 7.49 4.97 8.94
7.89 7.11 15.91 3.36 9.73 9.31 3.58 5.50 10.97 14.33
7.15 8.67 5.93 8.82 2.49 14.98 8.87 10.60 12.05 10.29
11.56 4.33 1.53 4.48 14.84 12.35 11.54 10.80 12.27 17.31
6.29 12.11 8.67 11.22 9.69 1.12 8.11 9.58 14.98 7.68

Варіант N 149.

4 4 5 1 6 6 0 4 4 3 3 2 0 2 1 5 7 2 6 3 4 2 4 4 3
4 2 2 3 0 7 5 2 4 6 2 4 4 5 6 5 4 3 2 4 4 3 2 6 4
1 7 1 2 4 5 2 3 3 2 1 3 0 2 3 5 0 2 4 3 2 3 1 6 3
2 4 4 2 4 2 3 1 2 3 3 2 2 2 2 6 5 0 4 2 1 2 2 4 3

Варіант N 150.

3 6 6 3 5 3 6 3 6 5 1 6 5 2 3 5 6 3 4 3 4 3 3 5 1
5 4 4 5 6 5 4 5 3 2 5 2 3 5 3 5 5 6 5 7 6 4 6 4 2
3 3 5 4 2 4 4 1 4 5 5 5 3 3 5 3 5 2 3 6 6 2 7 5 3
4 7 3 4 3 3 3 4 6 5 5 5 2 4 5 5 4 6 4 6 5 4 4 5 2

Варіант N 151.

-2.45 -1.73 -3.54 -2.43 -0.81 -3.07 -0.51 -1.93 -0.39 0.85
-2.61 -4.16 -0.65 -4.65 -6.04 -5.60 -1.28 -7.14 -3.13 -4.37
-4.12 0.68 0.66 -4.63 0.16 -1.12 -2.61 -0.86 -7.77 -0.95
-2.45 -7.47 0.53 -5.62 0.32 -7.70 -1.66 -1.80 -0.67 -0.97
0.38 -0.83 -1.64 -2.20 2.85 2.27 -3.12 -5.90 -0.83 -3.37
0.77 -5.69 -1.67 1.62 0.20 -3.76 -4.78 -3.21 0.57 -2.71
1.52 -4.33 -2.06 0.16 -4.13 1.01 -5.28 3.39 -4.80 -2.18
-2.13 -8.14 -2.74 -5.61 -3.25 0.59 -3.58 2.74 -3.43 -0.83
1.97 -1.19 -3.65 -4.03 -4.15 3.96 -2.93 -4.20 -1.11 -7.89
-2.73 -1.96 -1.76 -1.02 -3.76 -2.74 -1.50 -3.53 -7.95 -3.49

Варіант N 152.

0.12 3.41 0.94 1.69 5.05 0.62 -0.86 3.72 -1.68 -1.03
1.78 0.14 2.29 -2.33 0.64 -0.80 3.32 1.58 1.82 2.43
2.31 1.16 1.09 0.32 2.52 1.13 1.48 -0.64 -0.98 2.00
1.17 2.03 1.00 0.52 1.68 0.99 0.87 2.57 -1.09 2.91
1.22 1.60 2.26 2.25 4.30 1.01 -0.93 0.45 -0.14 0.40
0.40 3.21 -1.59 -0.89 2.24 2.04 3.48 2.88 1.62 1.33
0.97 2.28 1.64 3.03 -1.22 -1.77 -0.61 0.81 3.62 0.74
0.39 0.81 -0.44 2.77 0.21 0.09 1.61 -0.68 0.52 1.11
1.33 -2.71 0.08 2.77 0.10 0.18 -0.14 2.31 0.09 5.35
0.23 0.43 -1.56 1.28 1.43 0.13 0.14 0.87 0.77 -0.76

Варіант N 153.

5 1 2 6 7 2 4 1 4 5 2 5 4 2 3 7 5 5 5 6 3 2 3 10 6
3 2 2 2 5 6 2 4 3 2 5 0 4 7 6 2 6 5 4 1 2 4 0 0 3
3 2 4 1 4 5 4 2 1 5 4 0 7 8 4 4 8 4 4 5 1 4 3 9 4
5 2 1 2 4 5 3 3 1 4 2 1 1 7 11 3 7 3 5 3 6 3 3 5 5

Варіант N 154.

3 0 0 1 0 1 1 0 0 0 1 0 0 1 0 2 0 7 1 0 3 1 3 1 6
2 8 5 5 2 1 0 0 1 0 1 1 5 8 0 5 1 3 0 0 0 0 1 0 3
1 0 2 8 2 5 2 2 0 0 1 0 1 0 0 0 2 0 1 1 5 0 0 3 0
1 0 1 2 2 3 1 0 0 3 1 2 0 0 0 4 2 0 0 1 1 0 0 3 1

Варіант N 155.

4 2 3 6 2 4 3 4 2 1 3 2 3 3 2 3 2 5 3 3 3 3 2 3
3 2 2 4 5 1 2 3 1 4 3 4 2 2 4 1 5 4 3 3 2 4 2 4 3
2 3 2 3 4 1 3 3 1 4 4 3 1 4 1 3 4 4 2 3 2 3 3 2 2
3 1 4 3 3 4 2 2 3 2 2 3 2 3 2 1 4 2 2 4 2 1 2 2 2

Варіант N 156.

5 5 6 3 5 2 3 2 1 0 2 4 3 4 0 3 2 1 4 1 1 2 2 3 5
4 5 8 4 5 6 2 1 2 8 5 0 1 3 8 2 3 1 2 5 2 1 3 4 2
6 2 2 0 2 6 4 3 6 5 2 5 4 4 3 6 4 4 1 3 0 1 4 4 5
3 3 0 3 6 2 5 0 1 8 4 1 1 6 1 4 3 3 1 2 5 3 0 1 3

Варіант N 157.

1 0 0 1 0 0 4 1 4 7 12 0 1 4 0 2 14 1 2 3 0 0 4 1 6
9 8 1 0 4 15 0 8 4 14 1 1 4 11 2 9 8 4 6 8 0 5 6 3 12
2 2 6 2 3 2 2 6 2 1 3 2 2 4 8 0 2 2 2 1 4 5 5 0 6
9 11 2 0 3 3 3 6 0 0 3 1 17 0 2 0 16 4 6 0 3 19 6 5 1

Варіант N 158.

-5.05 -4.47 -5.02 -4.99 -4.62 -4.77 -4.76 -4.99 -4.81 -4.82
-4.94 -4.99 -4.89 -4.94 -4.47 -4.88 -4.98 -4.57 -4.52 -4.86
-4.48 -4.98 -4.49 -4.51 -4.50 -4.38 -4.69 -4.95 -4.74 -4.41
-4.97 -4.56 -4.75 -4.53 -4.88 -4.64 -4.83 -4.61 -4.88 -4.87
-4.81 -4.35 -4.57 -4.80 -4.72 -4.47 -4.77 -4.56 -4.36 -4.86
-4.55 -4.44 -4.63 -4.88 -4.73 -4.79 -4.45 -4.37 -5.02 -4.59
-4.52 -4.98 -4.40 -5.02 -4.73 -4.71 -4.90 -4.87 -4.60 -4.42
-5.00 -4.85 -4.47 -4.60 -4.68 -5.04 -4.36 -4.72 -4.38 -4.76
-4.57 -4.93 -4.51 -4.46 -4.80 -4.64 -4.55 -4.86 -4.40 -5.06
-4.36 -5.02 -4.84 -4.50 -4.78 -4.70 -4.76 -5.07 -4.62 -4.58

Варіант N 159.

0 5 0 0 3 0 0 0 0 1 8 14 8 2 4 4 4 1 6 3 0 1 1 2 1
3 10 0 10 8 7 1 10 8 5 2 5 2 1 2 3 3 2 4 0 0 5 0 0 0
0 7 2 3 6 1 12 1 0 6 0 3 12 0 2 2 2 9 6 3 1 2 1 2 5
0 1 13 0 1 9 9 8 1 0 3 0 7 0 0 7 2 2 1 7 8 2 0 1 3

Варіант N 160.

4 0 5 2 0 1 0 1 4 0 1 4 8 3 1 1 0 1 1 2 0 0 1 4 6
0 4 2 5 1 1 0 5 1 0 0 0 7 8 2 0 0 1 0 4 2 1 0 2 1
0 0 0 1 5 4 0 0 0 1 8 4 1 2 1 0 1 0 4 0 2 6 0 5 2
1 0 5 2 8 1 0 5 3 0 0 1 0 8 2 2 4 2 17 0 11 5 0 1 0

Варіант N 161.

2.64 2.56 2.80 3.08 2.93 2.39 2.38 3.17 3.18 2.33
3.13 2.68 2.21 2.17 3.11 2.62 2.55 2.71 2.97 2.69
2.76 2.69 2.74 2.02 2.30 2.11 2.52 3.00 2.82 2.12
2.36 2.86 3.18 2.33 1.99 2.89 3.11 2.44 2.23 3.32
1.98 2.59 2.27 3.08 2.58 2.62 2.51 1.92 2.78 2.77
2.17 3.16 2.91 2.40 1.97 2.44 2.45 2.70 2.09 3.09
3.02 2.22 3.17 2.61 2.08 1.92 2.93 2.95 2.29 2.08
2.71 2.83 2.77 2.77 2.72 2.52 2.48 2.38 2.41 3.00
2.78 2.41 2.88 1.90 2.48 2.22 2.54 1.97 2.18 2.57
2.22 1.97 3.25 2.61 3.16 2.52 3.08 2.50 3.31 3.05

Варіант N 162.

3 4 3 5 3 3 4 5 4 3 4 5 3 5 4 3 3 4 3 3 3 2 2 3
1 3 3 4 5 4 4 4 4 4 3 4 3 2 0 4 3 4 4 2 5 3 4 3 2
5 4 3 3 5 3 4 5 5 3 4 3 3 4 4 4 3 4 4 3 4 4 5 4
4 3 3 3 5 5 2 4 3 4 2 3 4 4 4 3 3 4 4 3 1 3 4 4 1

Варіант N 163.

0 7 0 1 3 0 0 1 0 3 10 2 0 2 0 0 1 1 2 0 1 3 3 7 0
4 4 2 1 3 1 0 0 2 0 0 0 1 0 0 6 0 4 0 3 3 3 0 3 3
2 1 1 0 6 0 1 0 3 5 4 6 0 0 0 6 3 4 1 2 3 10 1 1 0
3 5 0 0 0 1 0 2 0 6 0 0 0 2 2 2 5 0 3 14 0 1 3 9 0

Варіант N 164.

2 1 3 0 2 4 4 2 0 5 4 4 0 1 1 2 6 3 0 1 2 2 2 1 1
1 4 5 3 2 2 4 1 0 1 4 4 0 5 5 1 1 3 2 4 3 1 0 5 1
3 2 2 3 1 3 1 1 6 1 1 2 2 1 6 0 2 1 1 1 2 0 3 0 0
4 0 0 2 7 2 2 1 3 1 1 1 3 0 1 2 2 1 1 0 3 1 2 1 0

Варіант N 165.

0.82	1.89	1.79	0.69	1.94	0.87	0.54	8.52	0.40	0.41
4.11	0.74	2.37	2.37	2.10	1.70	2.54	1.50	1.81	3.20
4.66	3.28	4.95	0.41	0.55	3.47	2.34	3.30	1.31	2.34
2.42	2.22	0.83	1.55	1.81	0.86	2.12	3.53	0.54	2.12
0.97	1.41	0.72	6.26	0.88	2.02	0.98	1.67	0.69	0.71
0.68	1.66	2.12	1.16	1.16	2.18	0.41	2.43	1.34	4.45
0.34	2.16	0.80	0.31	0.45	0.86	1.90	0.82	1.01	0.74
0.51	2.65	1.36	1.26	0.41	1.06	4.33	0.68	2.09	4.49
1.50	1.73	3.16	1.08	1.48	5.32	2.98	3.27	0.33	2.46
2.81	0.43	1.30	0.35	1.07	2.15	3.64	0.56	9.29	1.91

Варіант N 166.

6.18	6.72	5.17	6.71	7.05	8.09	7.62	7.76	5.78	7.94
7.30	5.40	8.36	4.83	5.42	4.85	6.93	5.40	6.00	8.70
8.59	5.96	5.95	6.15	6.91	7.99	8.63	5.53	8.49	8.86
5.49	6.61	7.13	6.06	8.24	5.15	7.84	8.29	7.28	7.31
7.63	6.23	7.54	6.99	8.34	6.85	7.16	5.67	8.02	7.00
5.58	4.98	6.40	7.95	8.43	7.73	6.64	7.08	5.54	5.72
4.89	8.06	7.99	8.51	6.23	8.57	6.19	6.38	6.44	8.93
7.63	6.90	5.23	7.02	5.99	7.08	4.91	8.27	8.93	5.23
8.15	5.63	7.53	8.04	8.34	6.27	8.47	6.00	4.91	7.84
5.57	7.94	5.96	7.21	5.73	5.72	6.72	5.02	8.58	7.82

Варіант N 167.

3.14	1.06	0.86	2.93	4.74	2.99	1.18	1.35	1.02	5.26
1.57	1.41	1.75	5.86	1.33	5.89	1.52	0.80	0.67	4.85
4.66	4.89	4.95	6.14	3.88	1.14	3.33	4.09	2.56	3.71
1.33	2.77	0.98	0.90	0.76	1.95	5.97	4.62	3.65	4.42
3.65	3.30	2.82	5.21	1.66	3.07	5.17	1.91	5.96	1.15
3.44	6.05	2.90	1.93	0.66	3.68	1.84	5.00	5.58	2.36
2.18	1.21	1.28	5.16	3.54	2.68	1.17	1.84	2.90	1.93
4.25	2.80	1.00	4.79	5.07	4.46	3.07	2.04	5.62	2.81
5.82	4.87	5.23	1.68	2.86	0.99	1.04	2.72	3.04	3.47
5.74	3.78	2.84	1.91	1.95	0.86	4.06	2.21	2.51	1.13

Варіант N 168.

3	2	3	1	2	2	2	3	2	2	2	3	4	3	1	4	4	2	4	4	4	4	2	2	5
3	3	3	2	4	1	2	2	3	1	4	3	1	4	0	1	3	3	4	2	1	1	3	1	1
3	3	3	2	3	4	3	3	2	1	3	3	5	3	1	3	1	1	1	0	3	3	1	2	3
3	1	3	3	3	2	3	4	2	3	3	2	2	2	1	3	1	3	2	2	2	1	2	3	1

Варіант N 169.

3.22 10.76 2.61 4.02 6.09 -0.12 3.88 3.03 -0.75 -0.68
4.02 3.44 2.11 2.24 -1.01 -1.11 -1.18 4.64 2.55 3.50
0.57 4.54 -1.03 3.34 -0.64 2.76 8.17 3.57 1.41 0.25
-1.12 -0.55 0.01 5.77 -1.58 -0.34 1.10 1.87 -0.05 1.33
7.99 2.67 0.55 2.37 -0.83 0.08 2.10 -1.60 4.76 0.01
1.29 1.66 8.59 0.03 2.51 7.47 1.60 -1.32 3.25 -0.31
-1.49 -1.28 -1.49 3.11 1.16 -0.39 2.81 -1.53 -0.39 3.13
4.31 0.54 -0.63 7.64 -0.73 8.80 4.20 -1.06 -1.16 1.27
-1.15 -0.05 1.28 1.80 6.55 1.12 -1.28 -0.04 -0.42 1.50
2.97 4.74 -0.43 -0.17 1.86 4.87 0.95 -1.26 -0.55 3.70

Варіант N 170.

6 7 4 2 3 1 4 5 5 3 2 2 4 3 5 5 5 3 4 2 2 3 2 4 3
5 4 3 1 4 2 4 1 3 2 2 2 3 4 1 2 1 2 4 2 2 5 1 2 3
2 3 1 4 5 3 5 4 1 7 5 4 2 2 3 1 2 3 4 2 3 5 3 4 2
2 3 0 2 2 3 1 2 4 5 4 3 1 4 3 1 6 2 2 1 5 2 3 0 3

Варіант N 171.

2 4 1 2 3 7 2 4 2 1 2 0 1 3 5 0 2 3 4 5 3 2 2 1 1
0 2 3 1 1 3 2 5 2 1 1 0 0 5 4 1 0 2 0 2 2 4 2 2 7
4 5 1 3 6 1 4 2 5 5 1 6 3 5 3 4 2 2 1 4 3 3 1 3 3
0 3 4 4 1 1 3 2 2 1 3 2 6 3 8 4 4 2 5 4 1 3 3 2 1

Варіант N 172.

16.94 1.30 -0.10 7.18 1.04 16.61 4.04 2.21 14.28 5.36
3.06 2.72 5.16 12.70 7.85 5.79 0.50 1.39 3.26 5.86
2.34 7.79 4.31 0.98 2.02 7.94 0.69 0.70 1.60 3.37
1.33 21.31 7.30 0.31 0.45 3.19 5.04 5.64 0.57 3.02
22.57 12.54 3.80 0.60 2.64 0.71 9.59 6.38 14.28 4.05
1.42 10.80 1.57 7.55 8.85 9.56 3.43 4.11 -0.02 2.54
1.17 9.37 10.20 0.91 6.55 0.34 21.96 6.40 13.87 7.54
0.07 3.28 8.22 4.48 2.98 4.64 9.26 2.33 5.29 0.49
5.56 0.46 6.30 15.18 9.15 3.07 4.15 -0.01 2.23 6.36
0.34 -0.03 5.91 13.97 3.25 8.23 0.02 6.61 0.74 5.77

Варіант N 173.

2 1 2 9 5 1 0 1 4 6 10 4 14 4 4 0 3 5 0 0 5 6 12 10 1
0 2 0 0 2 4 0 6 3 2 1 5 3 2 0 2 0 2 0 8 3 14 0 0 3
4 5 0 1 15 1 0 0 1 1 3 3 0 6 3 4 4 14 1 0 1 1 4 5
13 0 1 17 1 0 3 0 3 6 1 0 5 1 4 1 1 2 2 7 0 9 2 3 9

Варіант N 174.

2 1 5 6 3 2 3 2 2 1 4 0 1 0 4 4 2 3 1 3 2 4 4 2 6
3 2 6 1 1 3 1 2 2 4 3 4 2 3 3 7 0 2 2 3 6 1 1 0 1
2 2 3 3 2 1 2 3 2 3 1 1 2 2 3 3 4 6 2 1 3 2 3 6 4
6 2 1 5 4 3 3 2 0 2 3 1 2 1 3 1 3 3 1 0 4 2 5 1 6

Варіант N 175.

-2.69 -1.46 0.02 -0.66 0.53 0.18 -8.18 -1.32 -4.86 -4.71
-6.20 1.36 -8.80 -6.69 -8.11 -3.33 -4.47 -7.35 -2.62 0.45
-6.64 -6.11 -7.83 -6.97 -8.06 -0.21 -2.08 -3.85 -0.74 -8.55
-7.65 0.07 -8.25 -4.39 -8.99 -8.24 -4.57 -7.73 0.93 -9.21
-6.14 -4.37 -8.67 -8.40 -6.29 -4.20 -4.18 -7.04 0.61 -0.48
-6.37 -3.83 -4.05 -3.00 -8.03 -9.00 -3.29 -2.02 -4.02 -4.77
-7.03 -7.78 -7.75 -6.51 -3.90 -5.74 -4.30 -7.66 -2.28 -0.36
0.55 -2.07 -0.03 -4.30 -8.37 -6.29 0.85 -6.11 -3.63 -1.85
0.24 -2.46 -7.34 -4.96 -5.84 0.57 -5.92 0.80 -5.07 -7.43
-0.98 -0.29 -5.40 -6.91 -3.42 -5.00 -7.03 -4.49 1.02 1.40

Варіант N 176.

7 7 7 8 5 4 4 6 3 6 7 7 4 7 5 6 5 6 7 7 7 7 3 6 5
8 7 2 5 7 6 6 4 4 6 4 7 4 7 6 8 7 4 6 5 5 5 6 6 6
7 6 7 6 7 6 3 7 4 8 6 5 5 7 7 6 6 6 4 7 6 6 5 5 5
8 5 6 4 5 4 7 6 5 7 8 3 5 7 3 7 5 7 3 4 3 8 4 8 6

Варіант N 177.

-4.39 -6.66 2.37 -6.76 -7.08 -6.40 -4.84 -5.30 -2.50 -4.46
-7.63 -1.84 -1.19 -0.26 -2.30 -5.21 -3.70 -8.43 -12.19 -10.11
-3.95 -4.60 -2.61 -0.46 -1.37 0.50 -12.35 -5.77 -4.20 -6.85
-6.69 -2.73 -1.90 -6.95 -0.06 -6.99 5.08 -7.41 -10.77 -5.71
-2.54 -2.31 2.06 -0.69 -8.60 -1.98 -6.37 -7.25 -0.28 -1.03
-1.80 -0.07 6.55 -3.69 1.99 -4.93 -0.67 -9.47 -2.74 -0.34
-3.52 10.02 -7.62 -4.88 -8.99 -7.17 -9.28 -0.88 -4.15 0.03
-3.77 -4.12 -3.70 0.09 -7.57 -0.77 -4.62 -10.56 -7.85 -8.23
1.64 2.36 -5.58 -7.67 -5.10 -11.66 -5.58 -9.27 -6.28 -1.17
2.28 1.98 -5.46 -6.16 -4.50 1.01 -5.08 -6.62 -4.69 -9.86

Варіант N 178.

3.51 6.30 12.21 7.26 15.40 5.33 3.98 4.52 5.09 4.23
4.38 3.40 3.62 4.75 3.70 11.33 10.31 3.98 4.49 5.02
8.09 4.62 6.83 13.99 4.87 3.68 5.80 6.80 6.03 6.96
7.17 7.05 11.39 6.12 3.75 4.02 9.60 9.17 5.97 5.15
4.07 7.71 3.30 3.38 5.65 7.90 4.47 5.37 4.49 7.05
10.46 5.96 5.83 5.77 4.27 5.64 5.98 3.32 6.84 4.92
4.12 6.08 7.45 4.56 5.76 3.52 3.40 4.43 3.79 3.83
8.86 4.21 5.55 4.73 4.45 8.36 7.21 5.64 7.11 6.44
6.72 6.02 3.52 8.40 4.81 3.81 7.13 3.56 12.39 3.33
6.74 4.40 9.42 11.83 10.27 3.50 7.26 6.32 3.61 9.93

Варіант N 179.

2 1 3 1 0 1 3 2 2 2 4 5 1 3 2 2 2 4 2 2 4 5 6 4 3
5 2 4 2 4 3 3 5 9 6 3 5 7 1 6 3 2 1 4 9 5 4 5 4 5
4 4 9 2 1 6 1 5 3 5 5 3 6 9 3 6 4 4 4 8 3 7 4 5 2
6 4 3 3 3 4 2 4 2 3 5 4 3 4 5 2 2 6 3 5 2 6 2 1 1

Варіант N 180.

1 3 2 4 4 3 5 4 4 2 4 2 3 4 3 3 2 3 3 2 4 1 2 3 2
2 4 3 3 4 2 3 2 3 3 4 4 3 1 2 5 3 3 2 5 1 2 2 3 3
2 3 4 4 4 4 2 2 3 3 4 2 4 2 4 3 3 3 3 3 4 4 4 3
1 2 3 3 3 2 3 3 3 1 5 1 3 3 3 2 5 3 4 4 3 3 1 4 2

Варіант N 181.

5.57 5.65 6.40 10.36 4.71 5.61 6.17 9.40 8.40 5.88
2.97 5.92 10.65 8.21 9.00 9.80 9.57 6.43 8.46 9.82
5.36 3.38 9.60 12.25 6.39 6.21 4.83 9.02 5.52 8.06
3.88 8.20 10.54 10.43 4.66 4.86 6.99 7.58 7.53 3.47
2.08 6.18 5.11 7.67 3.78 7.03 12.75 7.45 7.92 8.45
4.22 6.93 6.99 9.67 12.57 11.42 9.79 8.75 6.27 9.23
6.89 6.05 3.58 7.49 6.52 10.24 10.97 11.19 5.45 6.53
4.86 13.01 3.20 3.38 2.65 10.26 10.88 6.07 6.57 5.54
3.07 9.27 9.78 10.14 10.59 8.58 5.13 4.11 2.06 9.26
7.54 4.58 6.37 8.02 8.63 9.64 7.80 4.48 7.16 7.09

Варіант N 182.

0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 4 0 2 0 1 0 3 0 0 0 1 0 2
1 0 4 0 0 0 0 0 1 0 1 0 0 2 3 0 1 0 1 0 0 0 2 0 2
0 0 1 0 3 2 0 1 0 0 1 0 1 1 2 0 0 1 0 4 0 0 1 0 1
0 0 0 0 1 0 1 0 2 2 0 0 3 0 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0

Варіант N 183.

-2.58 -3.89 0.32 2.43 -1.47 -1.39 -1.02 -3.90 -3.37 -3.01
-3.26 -3.22 -3.26 -0.19 -0.73 -2.08 -2.64 -0.27 -2.32 -0.62
-3.97 -1.56 -1.32 2.76 -3.71 -2.45 -3.90 -3.81 -3.14 -2.93
0.77 2.09 -3.24 -3.36 -3.40 -2.08 -3.83 -1.93 -3.73 -2.98
-3.09 -2.64 -3.52 -2.57 -3.03 -3.01 0.88 -3.87 -0.10 -3.60
-3.85 -3.18 -0.64 1.49 -3.85 -3.09 -1.51 -2.47 -2.69 -2.50
-3.85 -2.96 1.17 -0.77 2.65 0.16 -3.42 -2.13 -1.42 -0.64
-2.71 -2.89 1.43 -3.54 -2.40 -3.56 -3.63 -3.18 -3.63 -0.50
-2.39 -1.53 -3.69 3.89 -3.64 -3.59 1.30 -0.02 -3.83 -1.66
3.30 -0.70 -3.65 -0.58 -1.19 -3.16 -3.43 -2.32 -1.80 -2.00

Варіант N 184.

2 1 2 1 2 0 3 1 3 1 2 0 0 1 1 1 2 2 2 1 0 1 2 2 1
1 3 1 4 1 2 2 2 0 1 0 1 0 0 2 1 0 3 4 1 2 1 1 1 0
4 1 1 2 3 4 2 1 3 3 3 1 0 0 1 1 3 1 1 0 3 0 3 0 1
1 2 5 1 2 4 1 1 0 4 1 1 2 1 2 0 2 1 1 2 1 1 0 2 1

Варіант N 185.

1 2 0 2 0 0 1 4 2 1 1 2 0 1 1 2 0 1 3 5 1 0 1 1 2
1 1 2 1 3 1 0 0 0 4 2 2 3 0 3 2 1 2 3 1 4 2 2 2 3
3 2 1 4 2 2 2 2 0 3 2 1 3 1 3 3 2 0 1 1 2 3 0 2 2
1 1 1 1 3 4 1 2 3 3 2 0 0 4 1 4 0 2 2 2 1 1 1 1 0

Варіант N 186.

7.57 1.72 8.71 10.17 0.76 15.48 14.87 7.22 7.19 7.25
10.89 13.01 7.37 12.41 5.56 13.10 12.22 11.07 12.15 0.05
11.22 12.88 9.89 5.31 8.84 5.29 2.31 7.83 3.56 11.91
5.17 1.24 6.64 5.47 7.84 12.59 7.92 5.90 9.73 15.29
7.79 6.50 8.10 0.75 0.68 14.69 16.85 5.91 11.40 4.64
10.27 12.98 8.10 6.56 3.53 7.85 9.15 6.35 9.68 7.62
13.74 8.50 1.07 -0.03 7.35 6.25 7.45 6.05 6.95 4.80
11.28 2.16 4.82 13.55 6.09 9.03 13.71 16.37 10.89 9.22
10.63 7.98 0.66 14.27 4.08 21.45 8.88 4.14 13.14 1.52
9.63 3.23 11.21 8.43 6.79 10.94 10.93 7.50 13.18 2.81

Варіант N 187.

2 3 5 4 6 5 5 3 1 4 5 6 4 6 2 4 1 5 5 3 6 4 2 7 1
3 6 5 2 5 2 4 8 5 1 4 4 5 9 3 4 8 4 3 8 4 5 2 8 3
5 5 4 8 3 7 5 5 4 5 2 3 4 7 5 4 7 2 4 4 3 3 6 9 1
4 1 4 3 2 4 3 4 7 5 5 1 4 3 5 5 4 5 2 6 3 4 3 4 6

Варіант N 188.

-9.87 -5.43 -16.70 -6.57 -0.57 -9.29 -10.29 -16.80 -6.50 -10.59
-7.53 -4.93 -14.73 -13.36 -12.53 -2.82 -9.25 -9.77 -8.79 -12.91
-4.09 -9.50 -7.50 -11.16 -8.29 -12.28 -1.12 -6.63 -6.03 -6.91
-7.92 -2.68 -12.49 -12.04 -14.17 -14.98 -8.49 -14.55 -7.32 -6.15
-11.54 -6.53 -12.94 -9.82 -6.70 -10.83 -6.60 -4.67 -10.04 -4.35
-11.45 -15.78 -7.06 -8.02 -6.38 -15.18 -8.58 -10.08 -4.55 -4.25
-8.14 -10.59 -7.07 -8.95 -11.30 -1.55 -1.99 -6.95 -4.48 -11.39
-8.84 -10.01 -10.73 -13.15 -17.08 -13.74 -13.11 -10.62 -15.42 -8.10
-10.52 -14.67 -13.64 -10.44 -9.17 -12.03 -7.55 -11.63 -14.10 -9.74
-12.09 -9.13 -5.45 -11.55 -7.42 -6.07 -9.51 -9.33 -13.67 -6.52

Варіант N 189.

15 2 2 0 0 3 1 121 6 0 0 5 3 1 1 7 16 1 3 1 4 2 6
0 2 6 8 2 14 1 0 2 0 6 5 3 1 3 4 1 11 1 0 12 7 1 1 2
6 1 3 0 3 0 9 9 3 5 2 1 11 3 12 2 0 0 8 5 6 9 9 3 5
1 1 3 0 0 3 2 2 0 2 4 0 0 0 9 5 8 4 0 7 2 4 5 9 1

Варіант N 190.

16.17 0.02 1.39 2.20 2.72 0.08 -0.03 1.46 4.88 -0.36
0.63 3.54 -0.26 1.60 -0.26 3.82 3.12 0.19 0.88 1.51
0.17 4.76 -0.18 2.41 0.64 7.48 3.89 1.36 8.71 1.90
3.23 6.81 0.13 0.43 2.45 4.75 1.96 9.45 7.51 1.62
0.66 7.33 3.79 -0.29 1.89 -0.10 4.04 2.94 4.94 3.78
2.11 3.45 2.42 3.93 0.04 0.51 4.50 7.66 2.09 1.23
3.34 7.21 0.96 11.40 5.53 1.09 -0.20 3.09 1.24 0.45
7.36 1.18 3.19 8.11 -0.11 2.90 0.67 4.57 2.67 1.15
0.97 9.76 1.24 1.03 9.91 4.49 5.62 -0.11 13.18 1.31
8.50 4.33 0.57 3.54 10.92 6.80 12.93 0.81 5.96 2.66

Варіант N 191.

0 1 9 3 0 12 4 1 5 4 9 2 10 1 5 4 3 12 2 2 10 3 1 0 9
3 0 1 0 13 4 3 0 3 0 4 0 5 2 2 10 0 8 0 1 8 0 2 0 3
5 4 3 6 11 2 0 0 1 3 6 0 4 3 3 1 6 0 5 4 12 8 6 6 7
2 3 0 0 7 9 1 1 0 4 4 2 6 5 1 3 12 4 3 0 0 0 0 9 2

Варіант N 192.

9.54 7.31 5.33 9.33 7.14 7.13 6.80 9.80 8.49 7.84
5.36 6.80 6.84 8.17 7.87 7.63 9.41 8.24 7.33 9.08
5.15 7.41 7.30 5.96 9.74 6.15 5.73 5.44 7.33 5.64
7.86 8.41 6.74 4.97 6.61 6.53 8.91 7.20 7.70 9.71
9.21 6.39 5.09 7.94 6.84 5.00 6.55 6.41 5.02 5.65
7.60 5.05 7.31 9.01 5.88 8.04 6.51 4.95 7.47 8.03
9.57 6.46 8.18 7.84 5.94 9.41 5.27 6.46 6.74 6.25
5.05 9.77 8.82 5.54 7.92 5.34 8.45 4.83 5.06 4.99
7.79 8.61 6.44 5.57 9.18 5.82 9.73 9.66 8.97 6.21
8.71 5.04 9.00 6.92 9.03 6.46 8.98 6.28 5.24 5.14

Варіант N 193.

-8.82 -8.56 -10.66 -8.65 -10.02 -11.99 -13.49 -10.49 -12.02 -10.83
-9.36 -11.18 -8.31 -10.26 -7.51 -7.01 -12.83 -8.50 -6.76 -8.87
-9.12 -11.48 -8.07 -11.07 -11.04 -10.47 -11.82 -8.26 -11.91 -9.97
-8.47 -12.45 -10.18 -5.26 -8.72 -13.01 -11.10 -10.32 -7.88 -11.19
-8.69 -4.77 -9.43 -10.79 -11.38 -9.88 -11.34 -8.86 -8.72 -11.47
-12.08 -12.65 -10.16 -11.86 -10.10 -12.85 -5.17 -11.83 -11.96 -9.26
-8.57 -10.06 -14.39 -8.05 -9.74 -9.15 -10.21 -12.49 -9.22 -8.51
-7.54 -7.08 -9.42 -3.84 -9.50 -11.66 -7.50 -8.39 -11.53 -8.73
-5.79 -8.75 -9.60 -10.69 -4.66 -7.99 -10.52 -8.97 -8.52 -9.81
-7.42 -6.29 -7.82 -7.11 -11.99 -7.41 -9.09 -14.15 -7.96 -9.77

Варіант N 194.

8 3 3 3 4 3 0 5 3 0 3 0 0 5 1 9 5 0 0 14 2 0 5 3 6
3 1 1 5 6 1 0 5 0 2 3 0 2 10 9 1 1 5 2 4 0 6 4 5 3
4 2 4 3 12 3 1 2 1 0 2 4 0 3 3 0 9 7 1 3 1 1 11 0 0
0 1 0 10 10 2 4 1 3 0 4 5 6 1 2 6 0 1 12 3 2 1 1 6 0

Варіант N 195.

2 4 2 2 2 2 1 1 0 1 5 4 0 1 2 0 2 0 2 0 2 1 2 1 0
0 3 4 2 1 2 1 3 1 0 0 2 1 3 1 2 4 3 1 1 1 0 4 1 1
2 2 2 1 1 2 1 2 3 2 5 0 1 1 3 7 2 1 2 2 0 1 2 2 0
2 2 2 0 4 0 5 2 1 0 3 4 0 4 3 4 3 3 1 3 2 2 1 1 4

Варіант N 196.

-0.37 -5.21 -3.74 -1.79 -3.52 -10.04 -0.14 -0.17 -5.69 -2.39
-6.31 -0.68 -0.04 -4.11 -8.10 -6.56 -4.22 -0.62 8.11 -7.47
4.60 0.62 -7.32 0.28 -7.15 0.92 -0.32 2.09 -0.67 -1.30
0.78 4.34 -4.15 -0.96 1.15 -2.75 3.15 -6.52 -1.98 6.90
-1.61 3.60 -5.52 -1.46 -7.23 -11.46 -7.97 -3.27 -1.42 -0.83
-4.07 -2.98 0.47 0.51 -0.80 -3.10 -0.94 -3.86 -12.00 1.00
-5.01 3.75 -2.09 -3.28 -5.78 -3.35 0.24 -6.46 -3.63 -1.59
-7.67 -9.97 4.24 -5.41 7.18 4.76 -0.59 -2.35 -8.87 -12.06
-5.72 -3.11 -3.64 1.23 -0.83 -6.36 -0.98 -2.44 -2.19 -2.02
-6.12 -3.40 -0.52 4.33 -8.83 5.02 1.77 1.04 -7.92 -3.74

Варіант N 197.

-0.11 -0.53 -1.86 0.18 -3.08 -0.44 -3.43 2.83 -0.70 2.69
-1.32 -1.48 4.43 -0.88 -4.25 -1.03 -0.61 -0.11 0.06 2.73
6.44 -3.57 4.55 -0.48 -5.47 2.74 -2.65 -1.45 3.88 1.14
3.96 -1.51 -4.37 5.10 5.58 -1.41 -6.42 1.61 1.83 -0.43
2.62 0.18 1.33 1.04 2.66 2.76 1.91 -1.09 1.08 -5.71
-1.64 0.02 -0.83 -4.89 0.46 2.35 -3.48 3.41 2.90 -0.68
2.07 -3.95 -0.07 8.19 0.71 1.63 3.35 5.53 -8.13 -1.77
-1.27 3.78 4.16 3.63 8.10 -2.93 -0.02 7.44 -1.97 -0.10
0.13 -0.59 7.68 3.31 -1.26 1.30 -1.62 -3.64 -1.52 -1.07
-1.12 1.39 4.55 1.50 3.10 2.65 -1.93 1.20 5.33 9.07

Варіант N 198.

10.52 11.22 10.95 9.31 7.93 11.58 8.61 8.95 9.39 9.67
9.39 8.86 10.29 8.67 10.24 8.62 12.00 8.74 8.60 9.35
10.95 11.10 10.29 9.01 10.18 12.07 7.19 11.48 9.66 12.18
8.99 9.28 10.32 10.18 13.30 10.33 9.39 9.69 11.04 9.28
13.23 11.90 10.61 9.25 10.03 10.93 8.04 9.56 9.09 11.68
7.42 11.05 9.68 10.08 11.15 8.87 8.92 9.70 8.95 11.67
10.90 12.07 10.86 7.94 8.11 10.63 9.82 10.32 10.70 11.23
7.15 9.43 10.30 8.52 7.85 11.89 10.54 10.15 10.81 11.71
9.76 10.71 10.41 10.71 8.83 8.35 8.15 11.32 10.27 11.41
11.71 9.33 9.71 8.55 10.09 9.30 10.06 9.31 6.67 8.52

Варіант N 199.

-4.73 -4.80 -4.36 -3.81 -4.34 -4.73 -4.98 -5.03 -3.64 -5.24
-3.98 -5.09 -5.12 -4.01 -3.71 -3.57 -3.82 -5.28 -5.03 -5.20
-4.15 -4.95 -3.86 -4.23 -4.85 -4.11 -4.91 -5.14 -4.75 -4.50
-4.06 -4.25 -4.28 -5.00 -4.57 -4.77 -4.66 -3.67 -5.10 -5.22
-3.87 -3.63 -4.14 -4.07 -4.48 -5.13 -4.56 -4.33 -5.05 -4.54
-4.65 -4.83 -5.23 -4.73 -4.84 -3.73 -4.22 -4.90 -5.22 -3.72
-4.11 -4.00 -3.94 -4.29 -4.00 -4.38 -4.66 -3.56 -4.34 -4.20
-5.05 -4.91 -4.81 -3.89 -3.69 -5.25 -3.54 -5.14 -3.63 -4.06
-5.15 -3.68 -4.56 -3.66 -5.13 -5.26 -3.80 -5.16 -3.64 -4.45
-4.17 -5.23 -4.69 -4.73 -5.27 -4.47 -4.51 -4.40 -4.08 -4.86

Варіант N 200.

0.90 2.54 1.28 4.85 0.79 1.08 0.78 1.24 2.93 1.14
1.60 0.30 13.06 3.38 1.25 0.94 3.53 0.32 0.68 0.85
1.37 0.30 0.26 1.45 0.63 2.46 2.44 0.43 2.23 1.17
1.90 0.92 1.28 1.13 0.22 2.53 2.61 0.48 0.67 1.98
1.32 0.41 1.56 0.79 2.50 0.59 2.00 1.84 2.68 1.22
1.42 2.61 0.22 0.26 1.44 2.99 0.78 3.72 1.64 1.47
0.86 2.05 3.11 2.06 0.92 0.90 0.25 2.88 1.07 0.58
1.52 2.96 2.27 0.99 1.19 1.22 0.47 1.54 0.60 0.51
3.58 0.52 1.11 2.47 4.25 4.09 1.15 0.30 0.93 3.14
0.76 5.34 0.31 1.29 0.40 0.99 2.00 4.50 2.51 1.52

Варіант N 201.

2 0 0 1 0 0 0 2 2 2 0 0 0 0 0 3 0 3 2 0 1 1 0 0 4
3 0 2 2 5 0 6 0 5 0 11 0 2 1 0 2 2 3 4 0 0 1 4 1 1
1 0 1 0 2 2 0 0 1 2 0 1 1 0 3 0 1 0 4 2 5 1 2 0 1
1 0 0 1 4 1 1 3 0 2 7 3 0 1 0 2 1 0 2 0 0 0 2 0 2

Варіант N 202.

2.92 4.23 9.67 6.09 7.02 6.26 2.64 5.11 0.82 7.29
4.68 7.89 6.48 4.42 3.63 4.40 2.89 5.84 2.35 11.13
9.48 1.20 9.27 8.67 3.66 2.54 3.70 5.42 4.64 4.67
7.08 5.39 5.99 8.39 5.47 6.37 4.03 6.06 8.11 5.53
5.98 4.92 2.71 5.17 7.92 2.44 6.50 8.24 8.06 7.22
8.87 8.92 4.77 6.77 2.25 5.87 2.34 5.98 7.95 7.86
9.02 7.60 11.26 6.72 4.93 10.31 7.43 8.16 8.18 6.87
2.33 2.20 4.98 4.89 5.49 9.18 8.18 7.31 5.54 7.23
7.56 5.46 8.66 3.54 8.20 4.88 3.88 9.75 3.42 3.31
9.13 4.79 3.13 8.92 3.78 1.03 1.71 8.19 2.39 2.08

Варіант N 203.

-3.16 -0.09 0.09 -8.72 -6.99 -8.11 -2.38 -7.12 -0.66 2.61
2.19 1.93 0.11 2.43 0.67 -6.81 -2.85 -5.67 -2.32 -4.48
-6.38 0.42 1.43 -0.64 -4.56 -6.10 -1.93 -2.52 -0.40 -8.10
-7.48 0.80 1.33 -7.93 -5.72 -6.46 -4.80 -1.73 -3.57 -2.91
-3.89 2.82 -1.05 -1.64 1.84 -2.16 -0.46 1.46 0.39 -3.61
-2.82 -0.10 -2.62 -0.92 -3.00 -8.51 -5.85 -0.29 -3.70 -6.22
-7.11 -4.36 -6.21 -2.52 1.32 -4.85 -4.00 0.60 -0.04 -6.59
-2.52 -4.99 -6.57 -1.34 -2.14 -5.37 -4.23 2.76 2.86 -5.15
-6.44 -4.27 -5.20 -5.96 -6.82 -4.34 -7.75 -3.45 -0.68 -2.80
0.05 2.98 1.29 -5.36 -1.06 -3.54 -1.06 0.52 -3.65 -3.82

Варіант N 204.

4 1 4 3 0 2 4 4 3 4 4 1 3 3 2 7 3 2 2 1 5 2 1 1 1
2 3 4 1 1 1 4 2 2 2 2 1 4 1 2 5 4 2 2 1 3 1 2 2 2
4 0 2 1 1 3 4 1 4 3 3 4 5 2 1 4 3 2 1 4 5 0 6 1 2
0 2 2 6 3 3 2 1 1 1 4 2 3 4 3 2 5 0 5 5 0 2 2 2 5

Варіант N 205.

4 3 0 3 0 2 5 1 0 1 5 3 2 5 4 1 2 2 3 1 2 0 1 2 2
2 4 2 5 1 6 2 2 0 2 1 2 3 3 2 5 2 3 1 1 2 3 1 0 2
3 3 1 6 2 3 3 2 4 6 3 2 3 3 1 2 1 1 2 1 2 3 1 1 3
5 2 6 1 2 2 2 4 2 1 2 2 1 1 2 2 2 1 2 3 2 3 2 1 4

Варіант N 206.

3.58 3.14 3.53 6.80 4.19 3.08 4.66 4.81 8.79 4.80
4.35 7.65 5.55 3.47 3.27 3.28 3.81 3.13 4.00 3.13
3.43 3.33 3.11 5.91 5.98 8.24 4.75 4.14 4.21 5.11
4.89 3.15 4.97 3.29 4.85 3.76 3.43 3.75 4.47 7.76
4.33 5.13 3.22 5.84 5.88 7.31 3.46 3.56 5.70 4.69
5.15 6.80 3.83 3.77 3.33 3.34 5.44 4.44 3.40 3.80
4.55 3.36 3.13 6.04 3.35 4.41 4.56 4.84 3.24 3.33
3.86 3.39 6.87 4.44 3.31 3.74 4.16 3.99 4.41 4.16
4.81 3.67 4.53 3.37 4.53 4.84 3.72 4.45 4.40 3.42
6.14 3.14 3.88 3.52 4.55 3.08 3.87 4.28 3.75 4.10

Варіант N 207.

2.73 -7.37 -8.32 -7.41 -13.92 -5.27 -4.17 -11.09 -2.72 -7.70
-4.11 -10.30 -7.47 -6.41 -6.84 -0.78 -14.32 -8.33 -10.08 -7.84
-1.58 -0.66 -1.10 -8.91 -2.28 -9.12 -6.46 -8.86 -9.80 -7.90
-6.25 -0.72 -10.76 -11.81 -0.79 1.42 -9.39 -7.47 -13.81 -6.87
-5.24 -11.51 -6.66 1.98 -9.12 -6.00 -4.39 -4.78 -8.13 -0.92
-1.42 -4.60 -11.17 -11.97 -11.36 -3.41 -5.56 -0.07 -2.38 -4.87
-6.82 -1.81 -2.10 -5.08 -10.96 -5.38 -7.53 -4.21 -6.18 -8.91
-5.19 -13.97 2.80 -10.90 0.25 -9.85 -8.49 -4.93 -8.69 -2.19
-6.85 -12.52 -14.65 -1.18 -2.14 -5.77 -10.98 -11.55 -8.03 -8.01
-13.40 -10.34 -7.04 -7.99 -8.06 -9.41 -0.37 -5.43 -1.39 -3.50

Варіант N 208.

2 0 3 0 0 2 1 0 0 2 2 2 1 3 0 1 2 1 0 0 2 2 4 3 1
0 1 0 0 2 4 1 2 2 1 3 1 0 4 2 1 3 2 1 1 1 2 0 1 3
1 1 1 1 2 2 0 1 1 0 2 1 1 0 1 2 1 1 3 2 1 1 2 3 1
0 1 1 1 0 2 1 3 0 2 3 2 1 0 2 3 4 3 2 1 0 2 2 1 2

Варіант N 209.

3 4 3 2 1 5 4 4 3 4 4 2 3 2 6 6 5 6 4 4 3 1 4 2 3
3 4 3 3 3 5 2 4 4 5 0 3 5 3 5 3 3 4 3 1 4 4 6 2 2
2 3 5 4 4 4 4 4 5 4 4 3 5 2 3 2 5 1 3 3 5 5 4 5 4
5 4 4 3 5 3 1 5 3 4 3 3 4 5 4 2 4 4 5 2 5 3 4 5 1

Варіант N 210.

4.58 3.18 2.83 -0.17 5.34 3.75 1.86 2.90 -0.49 11.05
-0.58 19.24 -0.55 5.53 4.42 -0.52 7.71 3.00 2.35 3.01
1.12 11.50 1.67 -0.21 1.10 -0.16 1.78 0.79 2.88 2.96
1.42 1.51 -0.28 1.76 5.58 13.50 0.56 8.44 4.13 -0.07
0.89 6.89 7.18 1.08 1.31 1.81 0.91 0.62 1.84 1.60
0.49 1.13 1.43 9.33 8.03 0.59 1.17 4.29 3.31 21.05
8.85 8.18 10.03 3.91 6.72 0.46 0.76 15.48 3.00 -0.65
2.32 0.39 2.76 4.82 -0.38 14.09 4.97 1.04 2.36 8.54
3.24 11.34 5.23 3.23 -0.22 3.39 14.02 0.44 0.36 0.08
3.47 -0.18 0.62 -0.35 0.95 7.79 0.14 3.90 -0.63 5.47

Варіант N 211.

2 6 3 5 1 1 7 0 2 3 2 3 8 8 7 2 1 5 0 8 0 17 11 5 3
2 0 8 0 0 1 0 0 1 1 3 8 12 0 3 3 11 0 12 2 1 0 6 3 0
0 3 3 3 0 22 11 6 0 0 2 1 1 8 4 2 2 2 4 2 5 4 16 1 2
1 8 0 12 5 1 3 9 5 2 1 9 3 3 2 2 11 7 2 3 3 2 2 3 11

Варіант N 212.

5.54 3.21 5.14 7.73 6.24 6.19 1.85 1.38 1.29 7.84
0.62 5.69 0.76 1.55 1.19 2.97 1.59 2.94 1.89 3.35
1.91 1.84 4.57 1.53 0.87 11.39 8.18 1.70 6.06 0.72
1.38 2.40 3.83 2.93 3.71 3.07 1.59 8.90 2.97 2.88
5.09 1.83 1.58 2.39 2.56 7.60 1.08 1.22 5.35 2.44
6.92 1.79 2.82 0.75 3.30 4.59 3.03 2.19 5.88 2.06
1.05 5.08 0.78 2.54 1.17 5.11 1.17 3.51 1.21 1.77
0.63 4.37 4.18 1.06 2.67 1.27 4.60 1.65 0.61 4.91
4.80 3.62 0.90 0.91 0.74 8.80 1.32 1.22 2.26 0.89
5.31 2.42 1.58 6.59 1.27 2.12 0.85 0.67 5.29 2.37

Варіант N 213.

3 6 4 8 3 4 3 4 3 2 5 5 5 6 4 3 7 2 3 1 3 7 1 6 4
5 2 3 7 7 1 7 4 7 4 5 3 6 5 2 1 6 2 7 1 4 4 3 6 7
6 4 2 4 4 5 4 6 8 4 6 1 8 1 3 4 6 2 1 8 4 7 5 7 3
4 4 3 3 4 3 2 9 5 3 3 1 2 2 4 5 2 2 5 3 4 7 7 5 4

Варіант N 214.

4 1 1 3 4 2 4 3 1 2 0 4 3 3 3 0 2 1 3 3 2 2 3 4 3
2 3 3 3 5 3 2 1 2 3 2 1 3 4 1 1 2 5 1 3 2 1 3 2 1
1 3 4 4 3 2 1 3 0 2 2 1 1 1 5 2 2 3 0 1 2 1 0 0 3
3 2 2 3 3 2 2 0 5 1 1 1 1 3 1 0 3 1 1 3 0 1 5 1 5

Варіант N 215.

5.01 4.78 5.26 5.65 4.66 4.49 5.16 4.28 4.21 5.20
5.16 4.58 4.19 4.22 4.44 5.98 5.36 5.62 4.57 5.54
4.44 5.02 4.29 5.12 5.60 5.25 6.47 6.31 4.49 6.17
4.59 4.88 4.65 5.02 4.60 5.27 4.74 6.80 5.41 4.46
5.39 6.13 4.54 4.17 4.17 4.70 4.63 4.16 4.40 5.12
8.36 6.63 8.22 4.83 4.32 5.04 6.04 4.36 4.15 6.77
4.23 5.09 4.59 5.28 4.72 6.31 4.18 4.49 8.95 4.41
4.44 4.51 4.28 4.13 6.03 5.29 4.15 5.23 5.23 4.27
5.25 5.60 4.26 4.97 4.57 4.41 5.08 4.46 4.85 8.42
4.67 4.35 4.33 4.60 4.40 5.27 6.20 8.07 6.52 6.75

Варіант N 216.

5 8 7 7 6 8 9 6 9 8 9 7 6 8 8 7 5 8 7 6 7 5 7 9 9
5 10 6 5 6 6 6 7 7 5 4 8 7 6 8 8 8 3 4 5 8 8 8 5 6
9 8 7 10 8 8 3 9 8 8 7 7 7 7 4 7 8 7 8 7 5 7 6 6 8
9 6 8 9 6 7 6 8 7 5 6 9 7 9 7 8 6 6 6 7 8 7 5 8 9

Варіант N 217.

3 5 3 4 4 2 2 6 2 3 6 0 2 2 4 2 4 1 4 5 4 2 4 6 1
5 3 5 1 5 2 2 4 5 4 4 4 3 4 5 4 5 1 5 4 5 4 3 4 4
1 4 2 2 7 3 1 4 3 6 2 3 2 2 4 0 2 4 3 3 4 6 6 1 4
3 3 6 1 2 6 2 5 3 2 3 3 2 0 2 3 2 5 1 5 2 5 4 2 4

Варіант N 218.

3 5 4 4 5 4 3 4 3 3 2 3 4 5 1 6 5 4 5 7 1 7 1 6 2
2 5 2 5 1 1 4 4 3 4 4 4 6 2 1 3 3 4 6 3 3 6 9 2 3
4 4 5 4 6 2 0 1 5 6 4 3 4 3 3 4 3 4 4 4 4 5 7 4 4
3 2 2 4 3 4 3 4 0 3 4 5 6 2 5 4 0 2 2 4 3 1 6 2 7

Варіант N 219.

-9.71 -6.20 -3.74 -10.28 -7.74 -8.64 -3.59 -10.31 -5.88 -5.65
-8.38 -9.04 -11.03 -8.07 -10.49 -7.48 -4.49 -5.75 -5.02 -9.23
-5.73 -2.74 -5.86 -3.12 -7.43 -7.13 -9.37 -5.62 -5.88 -9.00
-3.26 -5.33 -7.51 -6.06 -6.59 -2.96 -11.66 -7.84 -2.38 -8.34
-7.53 -4.07 -8.55 -6.45 -4.64 -6.98 -5.77 -4.47 -3.58 1.68
-6.06 -5.03 -4.96 -7.39 -4.47 -0.78 -6.48 -10.31 -7.11 -9.57
-4.63 -8.12 -1.92 -9.53 -8.46 -4.72 -10.57 -2.77 -5.60 -1.52
-9.14 1.85 -4.55 -3.94 -3.85 -8.29 -7.91 -6.59 -6.61 -6.03
-11.72 -2.16 -3.42 -2.57 -7.29 -7.05 -8.63 -6.26 -2.05 -5.96
-7.11 -5.41 -4.66 -1.35 -3.73 -5.75 -5.31 -5.68 -3.67 -6.06

Варіант N 220.

-3.94 -4.02 -4.30 -4.14 -3.82 -4.60 -4.34 -3.91 -4.56 -4.56
-4.29 -4.14 -4.22 -4.38 -3.96 -4.56 -4.26 -3.96 -3.99 -4.19
-4.39 -3.82 -4.34 -3.83 -3.91 -4.01 -3.90 -4.26 -3.82 -4.09
-4.47 -3.83 -4.08 -3.99 -4.50 -4.41 -3.94 -4.45 -3.90 -3.80
-3.97 -4.18 -4.35 -4.17 -4.31 -4.12 -3.90 -4.57 -4.12 -4.08
-4.02 -4.29 -4.13 -4.47 -4.00 -4.01 -4.04 -4.14 -4.47 -4.46
-4.42 -4.35 -4.29 -4.59 -4.38 -3.90 -4.00 -4.12 -4.23 -4.59
-3.86 -3.94 -4.06 -4.46 -4.24 -4.14 -3.86 -4.00 -4.23 -3.88
-4.40 -4.04 -4.12 -4.27 -3.83 -3.84 -4.03 -4.10 -4.06 -4.45
-4.61 -3.92 -4.39 -4.47 -4.36 -3.84 -4.33 -4.08 -4.57 -4.39

Варіант N 221.

-0.11 -0.10 -0.04 0.03 0.22 -0.13 0.03 0.11 0.06 -0.09
0.24 -0.03 -0.08 0.24 0.13 -0.07 0.03 -0.04 -0.17 -0.20
0.03 0.06 -0.21 -0.06 -0.00 0.04 -0.22 0.17 0.06 0.14
-0.10 -0.10 0.17 0.18 0.01 0.19 -0.19 0.12 0.01 0.23
-0.13 0.16 0.21 -0.11 0.10 -0.19 -0.17 -0.01 -0.24 -0.18
0.22 0.10 0.10 -0.20 0.08 -0.10 -0.01 0.13 0.01 0.20
0.16 0.18 -0.03 0.15 -0.01 -0.20 0.06 -0.21 0.21 -0.17
0.14 0.11 0.16 0.16 -0.07 -0.20 0.13 0.07 0.22 0.06
0.24 0.08 0.20 -0.03 0.21 0.21 -0.22 0.24 0.10 0.14
0.14 0.20 0.13 -0.00 0.05 -0.22 0.09 -0.06 0.14 -0.10

Варіант N 222.

0 0 2 8 7 1 10 1 3 15 6 5 1 8 18 1 5 3 11 7 0 1 4 0 0
6 14 2 4 5 2 2 8 0 5 3 3 0 1 0 3 10 0 6 3 11 28 5 7 1
0 1 9 6 0 10 11 0 5 1 10 0 8 0 0 4 6 4 9 9 4 12 5 18 19
6 1 1 11 2 2 1 12 2 4 6 1 0 7 3 9 2 4 4 5 0 4 3 3 7

Варіант N 223.

1.93	0.41	1.47	0.23	0.94	0.64	-0.04	6.95	0.12	-0.03
1.27	1.23	7.62	3.87	0.65	0.11	1.16	1.61	-0.05	0.49
0.66	4.04	1.02	0.67	1.33	1.83	0.10	0.56	1.01	0.29
1.63	0.04	0.93	3.82	5.33	1.68	2.20	0.16	2.04	-0.04
1.14	1.61	0.80	0.44	0.51	1.63	6.97	0.57	1.76	4.47
0.25	7.05	0.09	3.56	0.27	0.49	1.83	0.19	0.93	2.65
10.59	0.85	0.47	0.60	1.12	0.83	0.25	0.59	2.59	0.71
0.83	0.69	1.07	3.07	0.51	0.34	0.30	0.02	0.90	0.24
1.18	0.24	5.05	0.06	1.14	0.49	2.45	5.59	0.23	0.41
1.95	0.59	1.99	1.73	3.18	0.58	1.29	0.60	1.06	1.10

Варіант N 224.

3.65	2.88	2.63	2.65	3.13	3.00	2.99	2.43	2.91	2.67
2.61	3.24	2.49	3.50	2.77	3.74	3.74	2.61	3.17	3.10
3.53	2.45	3.43	2.70	2.48	2.69	2.98	3.35	3.63	3.17
3.57	3.58	2.40	3.03	2.86	3.62	3.64	3.11	2.47	3.04
3.80	2.97	2.61	2.87	3.14	3.30	3.12	2.40	2.43	3.00
3.77	3.76	2.73	3.61	2.79	3.50	3.32	2.68	3.06	3.71
2.99	3.81	2.72	2.64	2.94	2.71	3.24	3.71	3.37	3.34
2.41	3.70	2.50	3.00	3.07	3.80	3.56	2.49	3.06	3.74
2.43	3.58	3.44	3.53	3.16	3.80	2.80	3.44	3.72	2.76
2.44	3.34	2.55	3.48	3.81	2.81	3.31	2.52	3.80	3.76

Варіант N 225.

0	2	3	0	1	0	6	1	1	10	5	1	2	1	0	1	5	0	0	3	5	0	1	1	1
13	2	1	2	6	5	2	2	0	3	6	2	1	0	0	1	9	4	4	3	0	4	0	0	0
0	2	1	3	0	0	0	2	0	6	3	0	3	2	2	2	3	3	4	0	4	0	8	1	0
3	5	4	4	2	1	0	1	0	2	1	10	0	5	1	4	4	2	2	0	0	5	0	3	6

Варіант N 226.

7	2	4	2	2	5	0	1	2	1	13	7	2	2	5	0	1	2	0	0	4	4	2	0	1
0	3	1	4	2	0	7	0	2	1	8	2	0	4	8	0	0	6	3	0	9	1	10	6	1
2	4	3	0	12	2	1	2	7	0	1	5	6	0	0	11	6	0	1	4	6	6	1	0	1
0	2	2	4	2	0	3	8	2	1	2	2	2	1	7	4	2	11	8	6	2	0	3	2	0

Варіант N 227.

6.74	4.99	-2.00	-1.61	-0.18	-0.06	0.00	2.23	1.72	10.09
-0.08	0.72	8.51	-2.01	0.21	0.10	-0.19	9.44	5.76	-1.45
-1.79	0.44	2.97	1.69	-1.13	-1.11	-0.89	9.92	-1.67	3.38
-1.84	-1.83	-2.00	-1.36	-1.71	-2.20	-1.63	-0.57	3.79	-1.97
3.38	-0.36	-0.79	-1.66	-0.62	0.05	-0.58	-2.08	1.79	-1.43
-1.55	-1.45	-0.02	-1.06	-1.85	2.82	0.69	2.85	-0.17	1.30
1.49	3.94	-1.99	-0.53	-2.18	1.30	5.31	-0.26	5.84	0.21
-2.14	-1.99	0.27	-1.44	-1.45	-2.06	4.60	-0.96	0.80	1.84
-2.19	-2.29	3.35	6.04	8.23	8.43	3.02	11.27	1.20	-1.91
-2.29	-2.09	-1.54	-1.79	-0.84	-0.16	2.93	5.33	-1.18	2.16

Варіант N 228.

6 1 3 0 0 16 1 0 3 4 9 14 2 0 0 4 2 4 0 0 8 1 6 1 3
1 1 0 2 3 1 3 1 5 3 4 4 3 10 1 3 4 0 0 2 3 1 1 17 6
12 9 2 2 2 2 9 3 9 1 2 3 1 9 2 1 3 5 1 2 0 5 0 2 4
2 3 5 5 4 10 3 1 4 0 4 9 13 0 0 1 3 1 2 2 1 6 4 5 1

Варіант N 229.

0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 2 1 0 0 1 1 0 0 0 1 3 3 2 0 1
0 0 0 2 1 0 2 1 2 0 0 0 2 2 0 1 1 2 1 4 0 0 0 0 0
0 0 5 0 3 0 0 1 0 1 1 1 0 1 3 1 0 0 2 0 0 0 0 0 0
0 0 2 0 4 1 0 0 3 2 0 0 0 2 1 4 1 0 1 0 1 0 3 0 0

Варіант N 230.

0 3 5 0 4 2 3 1 2 1 0 1 0 2 1 2 1 3 0 0 1 4 2 2 2 12
3 0 0 2 4 9 2 1 0 0 2 1 5 1 2 3 2 3 0 0 6 0 0 7 0
0 2 1 0 0 0 2 5 8 2 2 0 2 10 5 0 1 2 7 0 2 0 3 0 0
1 3 1 1 0 0 2 1 6 4 1 0 2 1 1 0 0 1 0 1 7 1 5 2 1

Варіант N 231.

-3.18 3.94 -2.47 -4.58 -2.22 0.38 3.86 3.14 -2.46 2.98
4.63 -4.05 2.23 -2.70 -1.46 -0.19 2.13 -2.59 -4.19 -0.60
-1.06 -1.25 -1.84 0.18 0.95 -3.10 -0.45 -2.55 -3.26 2.69
-1.18 -4.54 3.47 -3.45 -2.12 5.32 -0.72 5.09 2.63 5.00
-4.33 0.83 5.05 1.55 2.70 -1.60 0.07 -1.66 3.69 1.91
-0.04 2.41 -3.55 -3.46 1.95 3.44 -4.15 4.83 0.90 2.90
-1.64 3.79 -2.78 -1.00 4.25 -3.24 4.49 0.89 0.06 -0.23
1.75 3.44 2.33 4.50 5.00 1.31 -1.87 2.42 1.92 -0.59
1.98 3.10 1.51 0.34 -2.44 2.72 -0.46 3.43 -0.61 -4.74
3.17 1.13 -2.23 -1.95 3.20 2.03 -3.83 3.73 1.48 -0.63

Варіант N 232.

2.77 3.96 3.79 3.69 3.97 3.40 2.86 3.12 3.29 3.71
2.98 3.33 2.92 2.83 2.81 2.93 3.08 2.97 3.39 3.44
3.22 4.00 2.91 3.03 3.40 3.26 3.38 4.03 3.01 2.90
3.60 3.49 4.07 4.06 3.28 3.54 3.10 3.92 3.34 3.13
3.37 3.56 3.90 3.11 4.05 4.02 3.98 3.63 2.98 3.51
3.87 2.77 4.10 3.35 3.45 2.74 3.74 3.91 3.97 3.68
3.49 3.04 2.72 3.48 3.77 3.03 3.23 3.86 3.93 3.97
2.86 4.07 2.91 2.87 3.47 4.12 3.31 4.04 3.76 3.76
3.70 3.01 4.10 3.20 3.73 3.53 2.79 3.44 3.42 2.73
4.08 3.25 3.61 3.14 3.50 3.98 3.71 2.79 3.91 3.03

Варіант N 233.

0.19 -1.34 7.42 -0.06 5.69 1.07 6.47 0.64 0.38 0.10
-0.51 1.52 -1.19 0.47 -0.42 10.47 10.45 -0.09 -0.32 -1.15
-1.14 1.28 -0.11 -1.06 0.41 0.26 -0.68 -0.85 0.40 3.17
-0.70 -1.33 -0.85 0.25 -0.11 -0.05 1.78 2.16 1.53 -0.93
6.00 -1.00 -0.10 -1.02 3.40 1.80 -0.90 2.82 1.24 -0.37
-1.32 2.43 0.25 2.93 0.04 -0.15 2.19 2.00 -0.16 -1.30
4.53 0.68 1.82 1.51 2.38 5.30 0.24 0.97 -0.80 4.08
6.68 -0.86 -0.30 2.94 1.03 0.14 3.62 1.50 -0.88 -1.05
-1.26 1.70 -0.43 -0.03 -0.61 1.63 -0.95 1.22 2.99 0.94
-0.91 -0.92 1.09 4.53 -0.74 3.59 -0.52 -1.08 -1.19 4.19

Варіант N 234.

12.79 4.33 1.62 10.03 0.52 -4.76 -0.28 11.82 0.73 2.69
9.01 -0.94 -0.20 5.52 3.81 5.00 -0.18 0.46 -1.62 5.97
-0.27 7.12 4.30 5.65 4.25 5.57 7.77 -3.61 1.06 4.66
2.22 3.82 5.44 3.43 9.15 8.55 -2.19 11.89 7.77 2.69
7.96 0.50 7.37 -9.22 1.12 8.15 4.66 6.67 -2.18 4.47
4.60 3.56 3.55 1.76 1.59 5.56 9.79 0.50 8.19 1.68
-1.10 -1.70 4.57 6.26 4.60 6.69 -1.01 8.47 9.92 4.61
4.98 1.03 -4.26 2.75 2.69 -2.96 5.17 4.97 3.35 7.18
5.86 5.29 -1.34 9.05 9.88 4.73 9.39 -0.36 3.37 4.41
7.12 4.24 6.96 6.50 10.28 10.07 -2.47 3.36 9.92 2.97

Варіант N 235.

5 4 3 3 3 2 2 5 4 5 3 4 2 1 3 4 3 2 2 3 3 4 3 4
4 4 2 2 4 6 2 4 4 2 3 4 3 2 3 4 4 2 2 3 3 5 4 4 3
2 4 4 5 4 4 4 4 3 1 5 3 2 3 3 4 1 3 5 2 5 4 3 2 5
3 3 3 5 4 6 3 3 1 6 4 2 1 5 1 2 4 4 3 2 2 3 6 3 4

Варіант N 236.

11.96 0.77 6.10 9.67 1.67 3.32 2.34 -3.75 1.57 0.73
4.26 3.04 10.15 6.43 -1.84 0.78 8.34 7.80 5.84 4.72
8.76 11.06 11.30 5.74 -0.09 7.31 5.62 6.40 8.54 4.31
1.14 13.35 8.80 1.28 1.97 7.70 2.16 7.51 0.65 3.12
9.75 8.42 1.19 -5.70 7.75 6.10 6.97 6.29 -1.41 2.84
4.37 7.96 3.23 6.64 -1.13 -3.66 5.36 10.37 7.41 6.44
5.07 1.69 2.51 7.26 6.74 3.47 9.76 3.60 -1.71 4.91
16.93 -2.25 17.97 1.96 5.69 -0.67 10.89 -1.52 9.69 4.51
5.34 7.30 -2.63 5.85 -0.03 3.16 0.09 6.52 8.73 -1.75
3.71 3.90 9.38 8.26 2.24 -0.57 5.91 0.92 3.34 4.06

Варіант N 237.

-1.73 1.25 -1.16 -9.29 -7.51 -7.85 -4.03 -5.83 -5.37 2.83
-11.26 -2.85 1.14 -11.19 -5.60 3.46 -8.29 -16.50 0.03 -6.09
-10.11 3.81 -4.64 -5.08 -11.44 -8.47 -2.45 -3.96 -5.32 -10.83
-3.39 2.61 -9.53 -6.04 -7.90 -6.98 -1.94 -5.46 -9.80 -8.73
-6.99 -0.17 -3.28 -7.57 -11.22 0.26 -5.74 -0.57 -9.97 -3.44
-9.10 -7.80 -6.40 -3.16 -2.66 -3.69 1.46 -6.32 -3.88 -3.54
-6.17 -7.05 -5.76 -6.87 -6.18 -12.96 -3.63 -8.32 -7.13 -12.44
-2.14 -4.64 -8.49 -5.38 -2.29 -9.56 0.34 1.74 -4.47 -1.18
-2.68 -7.09 -7.43 -0.41 -7.67 -4.78 -7.29 -2.44 -3.60 -3.59
-4.52 -3.57 -5.14 -6.46 1.06 -4.16 -3.98 -2.01 -8.61 -3.73

Варіант N 238.

2 4 4 1 4 4 6 6 2 4 5 2 4 3 3 3 4 4 2 2 4 5 2 3 3
3 2 3 4 3 2 3 3 1 4 4 1 5 5 4 4 1 2 5 6 4 3 4 4 2
4 2 2 2 2 0 3 2 4 2 3 4 2 4 2 2 1 8 3 4 2 3 1 5 3
4 1 1 1 1 3 3 3 2 0 1 3 3 1 1 1 3 2 2 2 0 2 2 1 2

Варіант N 239.

0.98 0.81 0.98 0.92 4.96 2.68 1.11 5.63 1.85 0.34
1.05 1.51 1.01 2.35 1.31 1.12 5.19 3.78 3.05 4.42
1.17 0.91 1.04 1.87 3.01 0.46 0.44 0.70 2.05 0.65
0.81 2.05 0.46 2.21 0.69 3.10 0.88 1.00 2.62 2.07
0.85 3.51 4.99 0.38 0.31 0.32 2.28 0.65 4.38 3.28
8.25 2.38 0.57 2.04 3.55 4.17 4.50 3.65 0.91 1.75
1.60 6.17 0.47 0.87 0.43 0.58 0.37 3.47 0.70 0.58
1.02 1.84 1.47 1.10 1.34 0.44 0.41 0.57 4.89 1.34
7.11 6.37 0.24 0.26 2.04 4.87 0.23 1.21 0.96 2.70
4.92 1.36 1.99 0.33 2.84 2.97 0.70 0.64 2.36 3.44

Варіант N 240.

7.36 6.17 9.52 6.80 5.80 7.79 7.63 7.50 11.40 6.36
5.72 4.43 5.67 7.89 9.82 5.04 4.76 11.97 9.60 5.20
15.82 5.43 5.19 9.39 5.12 6.95 11.09 4.44 7.35 5.66
12.51 17.39 5.83 4.96 7.54 7.95 7.74 11.86 9.32 5.69
7.79 9.90 9.81 5.92 6.35 10.03 4.84 4.96 7.94 5.33
6.78 5.70 5.11 12.41 9.11 4.78 4.69 6.19 5.53 6.32
7.34 10.62 9.77 4.87 4.78 5.38 7.72 4.73 9.17 10.63
6.44 6.81 4.56 7.87 4.84 12.42 8.77 12.17 7.47 5.50
6.89 6.88 7.38 4.88 4.88 9.07 7.90 6.25 4.58 5.48
5.71 7.90 7.43 7.64 11.49 9.73 10.64 4.66 4.60 9.16

Варіант N 241.

3 3 2 3 4 2 4 3 2 2 6 4 6 5 4 7 0 4 1 3 3 1 3 2 3
6 1 2 4 3 4 2 5 1 1 2 5 3 2 8 2 5 4 2 3 3 4 4 1 2
6 4 4 1 2 6 1 3 5 2 3 7 6 2 6 4 5 3 4 2 4 1 1 4 3
3 5 0 1 4 4 4 3 3 2 1 2 1 4 2 3 5 7 2 6 1 2 4 2 1

Варіант N 242.

0 1 0 1 2 0 0 0 2 0 0 2 0 1 1 1 2 0 0 2 0 0 1 0 0
0 0 0 0 1 0 0 1 1 2 0 2 3 0 1 1 1 1 0 3 1 0 0 0 0
0 0 0 1 1 2 2 0 0 0 0 1 0 2 3 1 1 0 0 0 4 0 0 1 1
0 1 3 0 0 2 1 0 1 2 0 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 4 0 3 2

Варіант N 243.

3 1 1 3 2 2 4 0 3 1 4 3 5 0 2 1 1 1 2 2 3 2 1 5 1
3 6 2 3 5 2 4 3 1 1 1 1 1 2 1 0 1 1 3 4 3 1 4 2 2
3 4 2 2 2 2 4 5 5 4 2 3 2 3 2 2 7 3 1 0 3 1 6 0 4
6 2 0 2 1 2 2 5 0 1 0 1 1 2 4 2 2 2 0 1 2 2 1 3 0

Варіант N 244.

1.50 1.69 -2.67 0.42 -2.11 -0.43 -1.03 -0.41 2.78 1.64
3.27 -0.11 -3.26 -3.02 -2.44 1.99 2.68 -2.55 -2.83 1.50
0.90 -2.26 -1.28 0.79 -2.81 -1.51 0.95 -6.18 -1.43 2.29
-1.46 -1.84 0.45 0.78 2.90 -2.90 -1.66 -0.05 0.01 0.92
-0.26 -1.78 0.47 -4.27 -2.33 4.96 4.04 0.26 0.48 -1.64
0.23 -3.29 -1.32 0.18 2.63 1.02 1.49 -2.37 2.16 -1.79
-0.87 0.13 -7.56 -0.82 1.70 -0.63 -0.39 -1.47 1.41 -0.81
-0.44 -0.14 2.46 0.30 1.84 0.60 -3.19 -1.34 -1.59 -0.68
-1.49 1.76 0.23 -1.48 3.76 2.21 -2.67 0.72 2.72 -1.48
-2.42 0.00 -1.93 2.42 2.55 -1.65 -1.16 -1.04 1.30 1.66

Варіант N 245.

2.36 2.47 3.40 2.83 3.17 9.16 2.91 6.66 1.96 1.80
1.86 4.63 4.00 1.44 1.85 7.36 1.70 1.92 3.62 1.63
2.38 2.31 8.60 1.88 6.18 4.32 6.94 1.85 1.60 5.66
2.91 5.15 3.21 5.89 1.50 3.75 3.72 2.43 9.33 2.41
2.31 15.27 4.21 2.41 4.06 2.05 3.21 5.69 1.90 8.25
1.72 4.06 2.96 2.29 3.35 6.05 1.63 3.99 2.03 1.68
4.37 8.64 19.25 3.37 5.35 2.11 11.25 2.33 10.84 4.33
3.06 4.06 4.17 6.84 4.77 11.79 2.92 3.14 1.95 2.83
5.12 1.52 1.83 1.79 4.75 5.91 4.25 2.56 3.54 2.75
2.63 8.43 2.33 2.28 3.62 2.46 2.85 2.08 4.04 3.52

Варіант N 246.

-10.11 -12.04 -8.36 -7.79 -10.82 -9.05 -9.00 -6.04 -7.47 -11.43
-9.94 -6.69 -6.48 -8.02 -10.14 -10.12 -10.79 -10.17 -12.56 -9.02
-12.56 -10.26 -8.32 -10.29 -8.20 -10.31 -8.84 -7.16 -8.16 -7.91
-9.39 -9.61 -9.16 -9.49 -9.27 -9.67 -7.40 -7.59 -6.22 -11.85
-6.74 -7.85 -9.69 -8.71 -9.70 -8.07 -9.58 -11.29 -5.03 -9.69
-10.08 -9.22 -8.41 -7.17 -8.70 -8.06 -8.89 -8.06 -6.08 -8.27
-6.18 -10.33 -9.01 -9.93 -8.49 -8.76 -11.16 -12.30 -9.83 -10.00
-9.80 -8.26 -6.74 -11.49 -10.46 -7.89 -9.82 -9.68 -7.70 -7.17
-9.05 -9.83 -8.67 -6.40 -9.34 -8.47 -10.38 -6.37 -9.54 -6.69
-9.56 -7.91 -8.88 -11.38 -7.39 -9.76 -8.25 -9.16 -5.63 -9.85

Варіант N 247.

5.58	5.19	6.73	5.07	4.59	6.00	3.55	5.54	5.06	4.54
4.53	4.94	4.56	5.64	7.38	5.07	4.02	5.08	7.10	3.55
5.58	5.33	6.28	4.17	5.94	4.33	4.54	4.76	3.90	6.40
4.91	4.14	5.20	7.51	6.30	5.36	4.75	6.20	5.72	5.71
4.86	6.57	5.79	5.86	6.58	5.38	4.31	6.16	6.28	5.42
4.40	4.12	6.10	4.09	7.45	3.82	7.01	5.60	5.20	4.54
7.51	3.65	4.44	5.79	7.19	5.47	4.81	6.12	3.56	5.32
6.06	6.54	3.91	4.77	3.94	6.06	5.71	6.35	4.22	6.32
6.25	6.37	3.84	6.64	5.24	5.40	7.32	4.47	5.73	7.03
5.12	5.05	3.99	5.16	4.49	4.16	4.04	5.78	4.73	6.96

Варіант N 248.

2.06	0.95	-1.37	-3.49	-2.78	0.05	-1.47	-1.68	-1.98	-3.26
-3.27	-3.26	-3.16	0.60	2.68	-1.61	1.89	-1.92	-2.57	-3.10
-2.91	-1.17	-0.56	-1.33	0.41	7.89	-2.47	-0.63	-2.39	-0.88
-1.41	0.31	0.79	-1.39	2.93	-3.14	-1.19	-2.54	1.62	0.18
-0.57	-3.25	-2.49	0.82	2.13	-3.50	-0.81	-1.64	-2.88	2.65
-3.06	4.69	-2.99	-3.27	-1.65	-0.76	2.59	0.64	1.64	-0.97
-0.93	-0.43	-2.95	-3.47	-3.36	-3.44	-0.93	2.05	-0.42	-1.41
2.09	-3.14	7.52	-3.56	-1.81	-2.83	9.66	8.27	1.89	-2.34
-1.84	-2.23	-0.49	-3.43	-3.48	-1.26	-2.00	-3.15	-3.47	0.41
2.29	-1.29	3.95	-1.47	6.80	-1.38	-2.22	-3.49	-3.28	-3.00

Варіант N 249.

1	3	3	3	2	2	4	2	3	0	2	1	2	4	4	1	4	2	1	1	4	4	2	2	2
5	4	6	0	3	1	2	3	1	2	2	4	3	3	4	3	1	5	4	5	2	1	2	1	7
3	3	1	4	0	5	5	1	9	4	0	2	4	3	3	3	1	1	2	2	1	3	1	1	5
1	3	2	0	2	1	3	5	7	1	1	2	3	6	8	1	2	2	3	1	5	1	4	2	2

Варіант N 250.

2.39	-1.22	3.02	-1.09	2.90	3.04	-1.60	2.51	-3.12	3.69
0.06	0.09	4.77	-1.43	5.01	3.93	-0.64	5.44	-1.75	-1.90
0.11	5.82	2.70	3.57	-0.59	-3.47	-0.04	0.72	-2.45	4.18
4.72	0.96	-0.14	-2.14	-2.33	0.70	-3.44	5.22	4.44	-1.60
-3.71	4.18	1.31	-3.62	3.46	-2.74	-1.87	-1.09	5.38	0.32
3.30	0.84	-0.35	-0.56	3.59	2.37	-2.81	-0.18	-2.54	0.83
-2.50	2.58	-2.97	-0.21	2.16	-0.54	3.31	0.95	0.17	0.34
0.64	4.55	-3.79	4.60	-0.92	-1.66	0.63	3.83	1.35	4.35
-0.73	-0.61	5.31	3.87	0.73	1.39	0.87	-1.51	0.30	-2.46
-0.31	3.52	1.77	-1.35	3.41	4.25	-1.01	-0.75	1.89	5.01

Варіант N 251.

3.90 2.74 2.71 2.61 4.42 4.55 4.47 3.40 3.83 1.67
2.81 4.02 4.02 2.82 3.81 4.01 2.33 4.63 3.72 2.44
1.88 3.68 3.32 4.58 2.68 1.95 3.12 4.61 4.59 2.63
2.02 3.34 3.22 3.64 1.81 4.15 2.41 2.41 2.58 2.88
2.02 2.65 2.06 2.79 4.13 2.50 3.37 3.23 3.80 3.97
3.80 3.59 2.84 3.66 3.43 2.54 2.59 3.17 1.84 2.72
3.63 3.72 2.28 2.42 2.50 3.92 1.85 3.86 3.21 2.54
3.74 3.05 2.17 2.88 4.48 4.47 4.55 4.12 2.77 2.96
2.51 4.62 2.36 4.58 4.33 4.04 3.05 3.42 2.02 3.89
1.87 2.38 3.48 3.87 2.68 2.62 3.36 3.91 4.12 3.32

Варіант N 252.

-3.42 -3.91 -1.56 -0.16 -3.78 -3.92 -2.35 -3.91 -1.98 -3.89
-1.94 -3.39 -2.89 -3.90 -2.77 -2.89 -2.03 -1.45 -3.74 -2.94
-2.84 -2.28 -3.54 -3.03 -3.40 -2.97 -0.38 -1.51 -3.14 -2.23
-3.57 -2.33 -0.91 -3.38 -0.43 -2.99 -3.48 -2.77 -2.07 -3.70
-2.20 -2.25 -3.93 -3.11 -3.28 -2.02 -3.27 -3.31 -3.53 -3.21
-3.21 -3.55 -3.24 -3.21 -2.39 -3.83 -3.68 -2.26 -2.41 -3.90
-2.59 -2.53 -1.66 -2.88 -3.09 1.95 -3.42 -3.86 -3.90 -2.10
-3.83 -3.77 -3.89 -3.88 -3.32 -3.74 -3.80 -2.61 -3.56 -2.84
-2.36 -3.36 -2.67 -3.25 -3.59 -2.58 -3.43 -3.75 -3.20 -3.83
-2.53 -3.75 -3.06 -3.39 -2.97 -3.37 -3.68 -2.21 -3.92 -2.65

Варіант N 253.

6 4 5 3 3 2 4 4 5 3 2 6 4 4 3 2 6 3 4 2 2 6 4 4 4
4 4 8 5 3 2 2 4 3 3 4 2 4 6 6 5 3 2 3 1 4 2 3 5 3
3 3 4 5 6 4 1 3 2 3 1 4 3 4 1 5 1 2 5 5 4 3 3 3 3
3 3 2 5 2 4 4 7 4 2 6 4 2 2 3 2 4 3 4 5 4 2 2 2 1

Варіант N 254.

2.41 0.75 1.13 0.73 1.25 0.81 0.31 0.80 2.26 2.23
9.16 1.94 3.60 1.84 1.46 0.45 1.28 6.33 0.23 5.80
0.76 4.16 2.17 2.09 1.06 0.31 0.48 3.58 2.41 4.57
2.55 3.83 4.13 0.36 0.34 3.05 0.31 2.06 3.90 4.03
0.75 3.55 3.50 0.63 0.34 2.56 2.91 1.05 2.72 2.46
1.73 0.95 2.02 3.26 0.79 5.27 3.52 3.01 4.25 3.43
3.22 0.77 5.90 0.99 1.18 9.58 4.10 0.44 0.56 4.63
1.63 0.26 0.42 2.18 2.55 0.44 1.80 4.60 0.18 0.35
0.37 1.59 3.37 0.77 1.04 6.61 2.89 2.93 0.85 0.29
1.33 1.43 3.70 5.51 2.26 2.26 5.53 1.47 2.55 0.30

Варіант N 255.

3 5 5 5 5 3 2 6 5 6 7 7 2 4 5 6 5 4 7 3 3 2 5 4 2
7 5 4 5 8 4 5 6 5 3 5 5 6 2 5 4 3 2 5 4 5 6 6 5 5
3 4 4 7 3 5 5 4 2 6 6 5 4 6 4 7 4 5 4 6 4 4 6 6 6
5 3 6 4 4 6 6 6 6 3 4 3 7 4 4 5 3 5 5 2 4 7 4 6 4

Варіант N 256.

6.84 23.28 7.92 5.50 5.62 8.22 4.41 3.07 4.05 6.07
3.28 7.76 8.32 3.57 12.44 6.19 6.07 3.54 5.33 10.41
12.54 6.66 3.90 5.36 4.75 9.56 3.99 3.89 12.57 3.91
3.48 3.93 5.04 6.53 3.44 12.09 6.88 8.78 3.09 7.16
11.92 11.37 5.32 3.65 8.70 6.03 5.56 11.65 3.85 5.52
4.64 16.86 3.03 4.07 3.83 4.88 3.61 3.10 4.01 8.56
6.33 6.42 3.62 5.10 7.12 14.10 12.40 7.47 14.15 4.09
5.97 8.05 3.16 5.34 4.58 4.70 7.17 4.95 4.30 3.52
3.46 3.47 4.46 5.90 3.22 3.62 3.92 5.47 6.84 5.91
3.62 5.48 3.36 5.57 6.61 3.06 6.36 21.77 3.75 10.31

Варіант N 257.

4 1 1 2 7 4 3 4 4 5 0 3 4 2 0 3 8 1 4 1 1 5 6 4 4
4 8 2 4 3 2 2 3 7 4 2 7 0 4 7 2 0 5 2 3 9 3 5 2 7
3 5 3 4 1 4 5 8 1 7 3 3 4 3 2 3 3 5 3 2 3 3 0 3 2
3 3 6 6 3 7 1 4 2 3 4 5 5 4 2 2 5 7 3 5 1 3 7 3 6

Варіант N 258.

4.59 10.48 4.01 5.06 4.86 3.69 6.89 4.27 4.22 9.85
3.92 3.80 4.53 3.60 3.82 7.02 4.25 14.01 6.97 6.74
4.44 6.70 3.56 6.49 5.00 7.14 5.79 8.00 4.23 3.57
5.07 3.62 7.02 7.86 3.75 3.65 6.26 5.62 3.92 3.75
10.55 5.77 5.85 4.54 8.22 5.05 10.37 5.23 4.38 10.82
3.75 4.14 5.59 3.64 6.60 3.88 3.69 3.64 5.08 7.54
5.94 4.66 4.57 7.91 5.13 7.13 6.00 8.21 14.79 3.68
7.47 4.16 5.44 5.20 4.53 6.79 5.88 5.27 5.19 4.76
5.01 4.44 4.72 4.64 3.76 6.03 7.95 5.21 7.04 6.51
3.64 3.57 6.77 3.57 9.58 4.53 4.00 6.32 5.52 3.81

Варіант N 259.

3 3 3 3 3 2 6 3 4 3 6 6 7 5 3 3 5 3 5 3 3 5 6 6 3
4 5 6 6 2 7 6 5 4 1 2 5 3 5 4 4 2 4 6 4 7 5 4 5 5
4 4 4 4 4 5 2 3 6 5 4 3 4 4 3 5 4 4 5 5 2 2 5 6 5
4 4 4 5 3 4 4 6 4 1 5 5 4 3 2 4 3 3 3 3 0 5 4 4 3

Варіант N 260.

6 5 8 5 5 6 6 4 8 7 5 5 5 6 8 5 6 7 5 3 5 6 6 8 5
5 8 7 7 6 4 3 7 6 7 4 6 3 7 7 7 4 6 6 4 8 6 4 5 4
6 8 5 5 6 5 7 3 4 5 4 6 5 6 2 5 4 7 5 5 3 6 6 5 7
7 7 5 3 6 9 5 7 5 5 4 7 7 3 5 4 5 7 3 7 5 7 6 5 7

Варіант N 261.

2 13 2 7 4 2 12 7 7 2 1 4 8 7 0 2 11 14 4 4 0 0 7 11 4
1 1 3 0 21 0 3 2 3 3 0 1 5 2 0 1 0 4 1 5 11 3 2 2 7
4 1 20 0 0 1 0 7 0 0 3 3 4 3 6 38 6 5 0 1 11 10 8 2 1
1 2 4 2 3 10 6 0 12 30 9 0 0 5 0 0 6 3 0 17 2 3 2 1 0

Варіант N 262.

6.48 9.45 6.62 11.75 4.25 8.91 13.17 4.80 5.03 4.13
4.15 4.36 10.20 5.11 7.59 11.44 2.73 12.69 4.63 17.88
5.93 9.12 3.00 14.37 5.27 4.86 4.34 13.48 2.37 4.01
4.38 4.95 4.70 6.97 3.70 6.24 9.88 3.09 5.59 5.95
8.24 4.19 11.25 5.01 4.56 5.38 3.17 2.98 5.54 13.52
4.73 5.85 4.75 2.89 4.39 9.80 6.37 5.81 4.58 3.62
13.40 3.13 2.85 2.50 3.07 5.61 6.99 7.94 9.59 4.57
13.88 3.39 7.34 4.80 4.15 4.71 6.37 7.34 7.27 6.07
8.75 3.55 7.36 5.58 3.63 3.99 5.13 16.23 5.96 4.94
2.74 4.26 3.79 4.62 2.34 15.37 2.43 15.53 5.00 5.91

Варіант N 263.

-6.97 -3.60 -4.95 -7.66 -8.33 -9.06 -7.23 -9.71 -9.36 -9.42
-7.88 -9.91 -9.80 -12.49 -6.78 -5.32 -6.54 -9.35 -6.61 -7.52
-10.93 -7.36 -8.52 -10.65 -8.84 -7.99 -7.62 -10.57 -9.43 -6.33
-8.28 -8.38 -13.15 -8.32 -7.89 -11.81 -7.30 -8.62 -10.14 -9.18
-10.84 -7.79 -8.75 -8.28 -8.91 -11.85 -6.71 -4.36 -9.42 -8.13
-9.89 -11.18 -7.15 -12.06 -6.77 -9.25 -8.85 -7.55 -9.42 -4.49
-9.10 -9.59 -7.61 -9.99 -7.53 -10.51 -9.75 -8.06 -8.39 -7.10
-10.85 -12.81 -8.15 -6.06 -9.74 -4.63 -8.88 -5.69 -8.62 -6.55
-9.83 -9.27 -10.57 -6.89 -8.90 -10.73 -11.16 -8.04 -8.11 -6.00
-11.81 -10.17 -9.11 -8.28 -9.37 -10.79 -10.75 -8.11 -7.51 -12.11

Варіант N 264.

0 0 2 0 0 3 0 2 0 0 1 0 1 1 0 1 0 0 0 0 4 0 0 0 0
0 3 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1 0 0 2 0 0 0 0 1 0 0
0 2 0 0 0 0 2 0 2 0 0 0 0 1 0 1 1 2 0 0 0 1 1 0 0
0 0 0 0 0 0 3 0 2 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 1 0 1 0 0 3

Варіант N 265.

5 6 5 4 5 3 5 5 3 7 3 2 3 4 7 5 6 3 6 5 5 2 4 4 5
6 5 6 6 3 5 8 3 2 6 4 5 7 6 4 4 3 3 2 6 5 3 4 5 6
6 3 4 6 6 2 4 4 6 5 1 5 4 4 5 6 5 5 7 3 7 6 4 4 3
4 1 3 3 3 2 5 5 5 5 5 5 4 4 4 1 4 7 3 5 5 4 4 3 5

Варіант N 266.

7 6 5 1 5 4 6 1 5 3 4 4 7 1 5 2 8 2 5 2 1 6 5 4 9
8 1 7 7 6 5 2 4 6 7 4 3 4 7 6 4 10 6 7 4 6 5 5 4 4
6 6 9 5 10 5 5 4 3 6 3 1 5 0 3 4 3 4 5 5 2 5 3 3 6
2 8 3 2 5 5 4 6 9 3 3 10 2 4 1 4 5 5 5 4 2 5 4 3 5

Варіант N 267.

0 0 8 0 0 2 0 3 2 1 0 0 1 0 0 2 0 2 0 1 1 0 0 0 4
2 0 3 0 0 1 1 2 0 0 1 1 0 1 1 0 3 0 0 0 0 1 0 1 1
0 2 2 2 1 0 0 0 0 2 1 0 0 0 2 1 2 0 0 5 1 0 0 0 1
0 1 0 0 3 1 5 0 0 1 2 2 2 0 1 0 0 1 2 3 0 1 2 2 2

Варіант N 268.

4.69 3.12 2.16 4.33 21.92 6.82 0.63 9.23 6.58 2.63
3.85 12.02 2.01 9.21 4.26 3.07 0.58 7.42 3.73 13.26
2.83 10.15 2.06 2.19 6.43 7.94 20.51 4.69 3.45 3.28
1.60 3.47 2.78 7.43 11.48 3.12 7.80 3.38 7.88 0.66
0.90 1.27 9.15 2.41 4.13 6.09 2.93 12.66 6.75 2.47
17.30 2.22 0.66 7.40 3.59 1.12 1.10 1.77 0.93 6.61
0.98 1.27 0.59 4.44 2.47 2.08 5.89 3.30 3.22 2.18
3.35 6.07 13.49 2.18 0.88 2.61 0.80 2.61 2.72 11.93
2.85 1.28 7.35 9.91 8.91 4.09 1.04 1.47 8.75 5.45
11.83 14.42 3.04 0.81 10.49 1.74 5.27 27.25 3.71 9.54

Варіант N 269.

2 1 0 0 1 1 1 1 1 3 0 0 0 1 1 0 1 0 1 1 2 1 1 3 0
1 1 0 0 2 2 4 0 1 1 2 0 2 3 2 0 2 0 0 1 1 0 2 0 1
4 2 1 0 0 0 1 2 3 1 3 1 0 3 0 0 1 2 0 1 0 2 3 1 0
2 0 0 2 2 0 1 1 2 0 0 1 2 2 2 1 2 1 0 0 2 3 1 3 1

Варіант N 270.

1 3 2 3 3 4 3 4 4 5 2 4 2 4 1 5 4 1 4 4 4 3 2 4 5
4 3 4 4 3 3 4 5 3 3 2 3 2 4 2 4 3 2 2 3 4 1 3 3 3
4 4 4 3 4 4 4 5 2 4 4 2 3 5 3 3 2 3 3 3 2 3 4 3 4
3 2 2 5 1 5 1 3 4 2 5 4 4 3 3 3 3 3 5 3 3 3 4 2 5

ДОДАТКИ. ТАБЛИЦІ МАТЕМАТИЧНОЇ СТАТИСТИКИ

Додаток 1

Нормальний розподіл. Значення функції Лапласа $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

<i>x</i>	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,00000	0,00399	0,00798	0,01197	0,01596	0,01994	0,02392	0,02791	0,03188	0,03586
0,10	0,03983	0,04380	0,04776	0,05172	0,05567	0,05962	0,06356	0,06750	0,07143	0,07535
0,20	0,07926	0,08317	0,08707	0,09096	0,09484	0,09871	0,10257	0,10642	0,11026	0,11409
0,30	0,11791	0,12172	0,12552	0,12930	0,13307	0,13683	0,14058	0,14431	0,14803	0,15173
0,40	0,15542	0,15910	0,16276	0,16640	0,17003	0,17365	0,17724	0,18082	0,18439	0,18794
0,50	0,19146	0,19498	0,19847	0,20195	0,20540	0,20884	0,21226	0,21566	0,21905	0,22241
0,60	0,22575	0,22907	0,23237	0,23566	0,23892	0,24216	0,24538	0,24857	0,25175	0,25491
0,70	0,25804	0,26115	0,26424	0,26731	0,27035	0,27338	0,27638	0,27935	0,28231	0,28524
0,80	0,28815	0,29103	0,29389	0,29673	0,29955	0,30234	0,30511	0,30785	0,31057	0,31327
0,90	0,31594	0,31859	0,32122	0,32382	0,32639	0,32895	0,33147	0,33398	0,33646	0,33892
1,00	0,34135	0,34375	0,34614	0,34850	0,35083	0,35314	0,35543	0,35769	0,35993	0,36215
1,10	0,36434	0,36650	0,36865	0,37076	0,37286	0,37493	0,37698	0,37900	0,38100	0,38298
1,20	0,38493	0,38686	0,38877	0,39065	0,39251	0,39435	0,39617	0,39796	0,39973	0,40148
1,30	0,40320	0,40490	0,40658	0,40824	0,40988	0,41149	0,41309	0,41466	0,41621	0,41774
1,40	0,41925	0,42073	0,42220	0,42364	0,42507	0,42647	0,42786	0,42922	0,43057	0,43189
1,50	0,43320	0,43348	0,43575	0,43699	0,43822	0,43943	0,44062	0,44179	0,44295	0,44409
1,60	0,44520	0,44630	0,44739	0,44845	0,44950	0,45053	0,45155	0,45254	0,45352	0,45449
1,70	0,45544	0,45637	0,45729	0,45819	0,45907	0,45994	0,46080	0,46164	0,46246	0,46328
1,80	0,46407	0,46485	0,46562	0,46638	0,46712	0,46785	0,46856	0,46926	0,46995	0,47062
1,90	0,47129	0,47194	0,47257	0,47320	0,47381	0,47441	0,47500	0,47558	0,47615	0,47671
2,00	0,47725	0,47779	0,47831	0,47882	0,47933	0,47982	0,48030	0,48078	0,48124	0,48169
2,10	0,48214	0,48257	0,48300	0,48342	0,48383	0,48422	0,48462	0,48500	0,48537	0,48574
2,20	0,48610	0,48645	0,48679	0,48713	0,48746	0,48778	0,48809	0,48840	0,48870	0,48899
2,30	0,48928	0,48956	0,48983	0,49010	0,49036	0,49062	0,49086	0,49111	0,49135	0,49158
2,40	0,49180	0,49203	0,49224	0,49245	0,49266	0,49286	0,49306	0,49325	0,49343	0,49362
2,50	0,49379	0,49397	0,49413	0,49430	0,49446	0,49462	0,49477	0,49492	0,49506	0,49520
2,60	0,49534	0,49548	0,49561	0,49573	0,49586	0,49598	0,49610	0,49621	0,49632	0,49643
2,70	0,49654	0,49664	0,49674	0,49684	0,49693	0,49703	0,49711	0,49720	0,49728	0,49737
2,80	0,49745	0,49753	0,49760	0,49768	0,49775	0,49782	0,49788	0,49795	0,49801	0,49808

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
2,90	0,49814	0,49820	0,49825	0,49831	0,49836	0,49841	0,49846	0,49851	0,49856	0,49861
3,00	0,49865	0,49870	0,49874	0,49878	0,49882	0,49886	0,49890	0,49893	0,49897	0,49900
3,10	0,49903	0,49907	0,49910	0,49913	0,49916	0,49919	0,49921	0,49924	0,49927	0,49929
3,20	0,49932	0,49934	0,49936	0,49938	0,49940	0,49943	0,49945	0,49946	0,49948	0,49950
3,30	0,49952	0,49954	0,49955	0,49957	0,49958	0,49960	0,49961	0,49963	0,49964	0,49965
3,40	0,49967	0,49968	0,49969	0,49970	0,49971	0,49522	0,49973	0,49974	0,49975	0,49976
3,50	0,49977	0,49978	0,49979	0,49979	0,49980	0,49981	0,49982	0,49982	0,49983	0,49984
3,60	0,49984	0,49985	0,49986	0,49986	0,49987	0,49988	0,49988	0,49988	0,49989	0,49989
3,70	0,49989	0,49990	0,49990	0,49991	0,49991	0,49991	0,49992	0,49992	0,49992	0,49993
3,80	0,49993	0,49993	0,49994	0,49994	0,49994	0,49994	0,49995	0,49995	0,49995	0,49995
3,90	0,49995	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49996	0,49997	0,49997	0,49997
4,00	0,49997	0,49997	0,49997	0,49997	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998
4,10	0,49998	0,49998	0,49998	0,49998	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999
4,20	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999	0,49999

χ^2 -розподіл. Значення функції $\chi^2_{\alpha; n}$ визначається з рівняння $\int_{\chi^2_{\alpha; n}}^{+\infty} f(x)dx = \alpha$, де $f(x)$ – щільність χ^2_n -розподілу (розподілу Пірсона з n ступенями вільності).

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{\frac{n}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{\Gamma(\frac{n}{2}) 2^{\frac{n}{2}}}, & \text{якщо } x > 0; \\ 0, & \text{якщо } x \leq 0. \end{cases}$$

n	Значення α							
	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010
1	0,00	0,00	0,00	0,02	2,71	3,84	5,02	6,64
2	0,02	0,05	0,10	0,21	4,61	5,99	7,38	9,21
3	0,12	0,22	0,35	0,58	6,23	7,82	9,35	11,34
4	0,30	0,48	0,71	1,06	7,78	9,48	11,14	13,28
5	0,55	0,83	1,14	1,61	9,24	11,07	12,83	15,09
6	0,87	1,24	1,64	2,20	10,64	12,59	14,45	16,81
7	1,24	1,69	2,17	2,83	12,02	14,07	16,01	18,48
8	1,65	2,18	2,73	3,49	13,36	15,51	17,53	20,09
9	2,09	2,70	3,32	4,17	14,68	16,92	19,02	21,67
10	2,56	3,25	3,94	4,86	15,99	18,31	20,48	23,21
11	3,05	3,82	4,58	5,58	17,28	19,68	21,92	24,72
12	3,57	4,40	5,23	6,30	18,55	21,03	23,34	26,22
13	4,11	5,01	5,89	7,04	19,81	22,36	24,74	27,69
14	4,66	5,63	6,57	7,79	21,06	23,68	26,12	29,14
15	5,23	6,26	7,26	8,55	22,31	25,00	27,49	30,58
16	5,81	6,91	7,96	9,31	23,54	26,30	28,85	32,00
17	6,41	7,56	8,67	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41
18	7,02	8,23	9,39	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81
19	7,63	8,91	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19
20	8,26	9,59	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57
21	8,90	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93
22	9,54	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29

<i>n</i>	Значення α							
	0,990	0,975	0,950	0,900	0,100	0,050	0,025	0,010
23	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64
24	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,92
25	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31
26	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64
27	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96
28	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,26
29	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59
30	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89
40	22,16	24,43	26,51	29,05	51,80	55,76	59,34	63,69
50	29,71	32,36	34,76	37,69	63,17	67,50	71,42	76,15
60	37,48	40,48	43,19	46,46	74,40	79,08	83,30	88,38
70	45,44	48,76	51,74	55,33	85,53	90,53	95,02	100,4
80	53,54	57,15	60,39	64,28	96,58	101,9	106,6	112,3
90	61,75	65,65	69,13	73,29	107,6	113,1	118,1	124,1
100	70,06	74,22	77,93	82,36	118,5	124,3	129,6	135,8

Розподіл Стюдента. Значення функції $t_{\alpha; n}$ визначається з рівняння $\int_{t_{\alpha; n}}^{+\infty} f(x)dx = \alpha$, де $f(x)$ – щільність розподілу Стюдента з n ступенями вільності.

$$f(x) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{\pi n}} \left(1 + \frac{x^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}}.$$

n	Значення α			
	0,050	0,025	0,010	0,005
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
11	1,796	2,201	2,718	3,106
12	1,782	2,179	2,681	3,055
13	1,771	2,160	2,650	3,012
14	1,761	2,145	2,624	2,977
15	1,753	2,131	2,602	2,947
16	1,746	2,120	2,583	2,921
17	1,740	2,110	2,567	2,898
18	1,734	2,101	2,552	2,878
19	1,729	2,093	2,539	2,861
20	1,725	2,086	2,528	2,845
21	1,721	2,080	2,518	2,831
22	1,717	2,074	2,508	2,819
23	1,714	2,069	2,500	2,807
24	1,711	2,064	2,492	2,797

<i>n</i>	Значення α			
	0,050	0,025	0,010	0,005
25	1,708	2,060	2,485	2,787
26	1,706	2,056	2,479	2,779
27	1,703	2,052	2,473	2,771
28	1,701	2,048	2,467	2,763
29	1,699	2,045	2,462	2,756
30	1,697	2,042	2,457	2,750
40	1,684	2,021	2,423	2,704
50	1,676	2,009	2,403	2,678
60	1,671	2,000	2,390	2,660
70	1,667	1,994	2,381	2,648
80	1,664	1,990	2,374	2,639
90	1,662	1,987	2,368	2,632
100	1,660	1,984	2,364	2,626
120	1,658	1,980	2,358	2,617
∞	1,645	1,960	2,326	2,576

НАВЧАЛЬНІ МАТЕРІАЛИ ТА РЕСУРСИ

1. Теорія ймовірностей та математична статистика: навч. посібник / Дрогомирецька Х.Т., Рибицька О.М., Слюсарчук О.З. та ін. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – 396 с.
2. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика: посібник / М.В. Карташов. – Київ : Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 494 с.
3. Математична статистика: збірник задач [Електронний ресурс]. / уклад.: І.Ю. Каніовська, О.В. Стусь. – Київ: КПП ім. Ігоря Сікорського, 2019. 124 с. Режим доступу: <http://ela.kpi.ua/handle/123456789/27540>.
4. Перегуда О.В. Статистична обробка даних: навч. посібник [Електронний ресурс]. / О.В. Перегуда, О.А. Капустян, О.Б. Курилко. – Київ: КНУ ім. Тараса Шевченка, 2022. – 103 с. Режим доступу: https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2022/02/navch_pos_perehuda.pdf
5. Турчин В.М. Математична статистика / В.М. Турчин. – Київ: Видавничий центр «Академія», 1999. 240 с.
6. Турчин В.М. Теорія ймовірностей і математична статистика. Основні поняття, приклади, задачі / В.М. Турчин. – Дніпропетровськ: ІМА-прес, 2014. 556 с.