

АСИМПТОТИКА РОЗВ'ЯЗКУ ДВОТОЧКОВОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ ЛІНІЙНОЇ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНОЇ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ У ВИПАДКУ СИНГУЛЯРНОЇ ГРАНИЧНОЇ В'ЯЗКИ МАТРИЦЬ (ОДНОВИМІРНИЙ ВИПАДОК). ЧАСТИНА 1

О.В. ПАФИК

Розглянуто двоточкову крайову задачу

$$\varepsilon^h B(t; \varepsilon) \frac{dx}{dt} = A(t; \varepsilon)x + f(t; \varepsilon) \exp \left(\varepsilon^{-h} \int_0^t \alpha(\tau) d\tau \right), \quad (1)$$

$$Mx(0; \varepsilon) + Nx(T; \varepsilon) = p(\varepsilon), \quad (2)$$

в який $x(t, \varepsilon)$ — шуканий n -вимірний вектор, $A(t; \varepsilon), B(t; \varepsilon)$ — квадратні матриці n -го порядку, коефіцієнти яких є дійсні або комплекснозначні функції; M, N — квадратні матриці n -го порядку зі сталими коефіцієнтами; $f(t; \varepsilon)$ — задана n -вимірна вектор-функція, коефіцієнти якої є дійсні або комплекснозначні функції; $\alpha(t)$ — скалярна функція; $p(\varepsilon)$ заданий n -вимірний вектор; $\varepsilon \in (0; \varepsilon_0]$ — малий дійсний параметр, $\varepsilon_0 \ll 1$, $h \in \mathbb{N}$, $t \in [0; T]$.

Крайову задачу (1), (2) було розглянуто при виконанні наступних умов:

1°. Матриці $A(t; \varepsilon), B(t; \varepsilon)$ та вектор $f(t; \varepsilon)$ допускають на відрізку $[0; T]$ рівномірні асимптотичні розвинення за степенями ε :

$$A(t; \varepsilon) \sim \sum_{k \geq 0} \varepsilon^k A_k(t), \quad B(t; \varepsilon) \sim \sum_{k \geq 0} \varepsilon^k B_k(t), \quad f(t; \varepsilon) \sim \sum_{k \geq 0} \varepsilon^k f_k(t).$$

2°. Коефіцієнти матриць $A_k(t) = \|a_{ij}^{(k)}(t)\|_1^n$, $B_k(t) = \|b_{ij}^{(k)}(t)\|_1^n$, $k = 0, 1, \dots$, та векторів $f_k(t) = (f_1^{(k)}(t); f_2^{(k)}(t); \dots; f_n^{(k)}(t))^T$, $k = 0, 1, \dots$, нескінченно диференційовні на відрізку $[0; T]$:

$$a_{ij}^{(k)}(t) \in C^\infty [0; T]; b_{ij}^{(k)}(t) \in C^\infty [0; T], f_i^{(k)}(t) \in C^\infty [0; T], \\ i, j = \overline{1, n}, k = 0, 1, \dots$$

3°. Гранична в'язка матриць

$$L(t, \lambda) = A_0(t) - \lambda B_0(t)$$

є сингулярною $\forall t \in [0; T]$ і зберігає сталу кронекерову структуру на відрізку $[0; T]$, причому в'язка матриць $L(t, \lambda)$ має по одному мінімальному індексу для стовпців та рядків: $p \geq 0$ для стовпців та $q = n - p - 1$ для рядків.

4°. Вектор $p(\varepsilon)$ зображається у вигляді асимптотичного ряду:

$$p(\varepsilon) \sim \sum_{k \geq 0} \varepsilon^k p_k.$$

5°. $(B_1(t)\tilde{\varphi}(t); \tilde{\psi}(t)) \neq 0, \forall t \in [0; T]$, де $\tilde{\varphi}(t), \tilde{\psi}(t)$ — елементи нуль-простору матриць $B_0(t)$ і $B_0^*(t)$ відповідно.

При виконанні умов 1°–5° та деяких інших додаткових умов, використовуючи результати робіт [1–4], побудовано асимптотичний розв'язок двоточкової крайової задачі (1), (2) у випадку, коли гранична в'язка матриць $L(t, \lambda)$ є сингулярною та має по одному мінімальному індексу для стовпців та рядків:

1. Побудовано формальний розв'язок задачі (1), (2).
2. Доведено, що побудований формальний розв'язок задачі (1), (2), є асимптотичним розвиненням точного розв'язку цієї задачі при $\varepsilon \rightarrow 0$, наведено відповідні асимптотичні оцінки.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Vira M.B., Yakovets' V.P. (2010). On the construction of asymptotic solutions of two-point boundary-value problems for degenerate singularly perturbed systems of differential equations *Nonlinear Oscillations*, vol. 13, no.2, pp. 295–309.
- [2] Samusenko P.F., Vira M.B. (2022). Asymptotic solutions of boundary value problem for singularly perturbed system of differential-algebraic equations. *Carpathian Mathematical Publications*, vol. 14, no.1, pp. 49–60.
- [3] Pafyk S.P., Yakovets' V.P. (2016). Asymptotic analysis of the general solution of a linear singularly perturbed system of higher-order differential equations with degenerations. *Journal of Mathematical Sciences*, vol. 215, no.3, pp. 350–375.
- [4] Самойленко А.М., Шкіль М.І., Яковець В.П. (2000). Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями *Київ: Вища школа*, 294 с.

УДУ ІМЕНІ МИХАЙЛА ДРАГОМАНОВА, КИЇВ, УКРАЇНА
 Email address: o.v.pafyk@udu.edu.ua