

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЇ ФІЗИКИ**

«На правах рукопису»
УДК 53.088.4

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
Геннадій
МОНАСТИРСЬКИЙ

(підпис)

“18” __ червня __ 2022 р.

**Магістерська дисертація
на здобуття ступеня магістра**

зі спеціальності 105 «Прикладна фізика та наноматеріали»
(код і назва)

на тему: Метод симетрування гістерезисної петлі трансформатора струму

Виконав: студент _2_ курсу, групи ФФ-01 МН
(шифр групи)

Дашенко Володимир Дмитрович
(прізвище, ім'я, по батькові)

(підпис)

Науковий керівник д. т. н., проф. Воронов С. О.
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище та ініціали)

(підпис)

Рецензент Директор Державного підприємства “Науково-виробничий центр
“Енергоімпульс” Інституту електродинаміки НАН України”, к.т.н. Ламеко О.Л.
(посада, науковий ступінь, вчене звання, науковий ступінь, прізвище та ініціали)

(підпис)

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць інших
авторів без відповідних посилань.

Студент _____
(підпис)

Київ – 2022 р

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Інститут/факультет Навчально-науковий Фізико-технічний Інститут
(повна назва)

Кафедра Прикладної фізики
(повна назва)

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність (спеціалізація) 105 Прикладна фізика та наноматеріали
(код і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри

_____ Г.Е.Монастирський
(підпис) (ініціали, прізвище)

«___» _____ 2022 р.

**ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу студенту**

Дашенку Володимиру Дмитровичу
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи: Метод симетрування гістерезисної петлі трансформатора струму

керівник роботи д. т. н., проф. Воронов С. О.
(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом по університету від «08» червня 2022 р. № 976-с

2. Строк подання студентом проекту (роботи) 18 червня 2022 року

3. Вихідні дані до проекту (роботи) Літературні джерела по дослідженню методів калібрування, програмне забезпечення Mathcad 15 M050 _____

4. Зміст (дипломної роботи) пояснювальної записки (перелік завдань, які потрібно розробити): Методи апроксимації гістерезисної петлі трансформатора струму.

5. Перелік графічного (ілюстративного) матеріалу (із зазначенням обов'язкових креслеників, плакатів, презентацій тощо) _____
Презентація до дипломної роботи _____

6. Консультанти розділів проекту (роботи)*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв

7. Дата видачі завдання 15 вересня 2020 року

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломного проекту (роботи)	Строк виконання етапів проекту (роботи)	Примітка
1	Ознайомлення з існуючими методами аналізу математичних моделей основної кривої намагнічування петель магнітного гістерезису	06.02.2022	виконано
2	Вибір програмного забезпечення Matcad 15 M050 для обробки даних кривої намагнічування.	13.02.2022	виконано
3	За допомогою програмного забезпечення Mathcad 15 M050 обробка та апроксимація даних кривої намагнічування трансформатора струму різними методами.	20.02.2022	виконано
4	Підготовка висновків до другого розділу дипломного проекту.	27.02.2022	виконано
5	Оформлення виконаної роботи	20.05.2022	виконано

Студент

(підпис)

Дашенко В.Д.

(ініціали, прізвище)

Керівник проекту (роботи)

(підпис)

Воронов С.О.

(ініціали, прізвище)

РЕФЕРАТ

Актуальність теми. Розвиток метрологічного забезпечення на сучасному етапі є важливим чинником науково-технічного прогресу. Застосування в сукупності наукового та організаційного підґрунтя, техніки, норм і правил є необхідним для забезпечення єдності та точності вимірювань. Науково-технічною основою досягнення єдності вимірювань у межах країни є еталонна база, стан якої сприяє розвитку промислового комплексу, науки та економіки.

З огляду на євроінтеграційні процеси, які є важливими для України, нагальними стають питання усунення технічних бар'єрів, взаємного визнання результатів вимірювань, організації ефективної роботи інфраструктури національної метрологічної системи, створення конкурентоспроможної на світовому ринку національної продукції. Все це неможливо без урахування сучасних метрологічних норм і правил та міжнародного визнання державних еталонів.

Актуальним завдання в метрологічному забезпеченні вимірювань в енергетиці є підвищення точності вимірювань великих струмів, що напряду впливає на облік електроенергії. Сьогодні в Україні випускається і використовується значна кількість апаратури такого призначення еталонних трансформаторів струму. Її виробниками є заводи Харкова, Хмельницького, Івано-Франківська та інших міст. Ця апаратура може використовуватися лише після її відповідної метрологічної атестації. Однак рішення цієї проблеми в рамках України представляє значні труднощі в зв'язку з відсутністю в Україні достатньо точного еталона коефіцієнта трансформації великих струмів.

Предмет дослідження - симетрія петлі гістерезису робочого циклу намагнічування осердя точної обмотки двоступеневого трансформатора струму.

Об'єктом досліджень є ефект нестабільності метрологічних параметрів, при якому похибка вимірювання по модулю багатократно

перевищувала номінальні і припустимі похибки еталону трансформатора струму.

Мета дослідження – розробка технічного рішення для зменшення похибки порівняння коефіцієнтів трансформації при струмах вище 1 кА. та підвищенню точності еталона трансформатора струму у всьому діапазоні його вимірювань.

Результати даної роботи доповідалися на XX Науковій конференції студентів, аспірантів та молодих вчених на базі Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського [1]

Ключові слова: симетрування петлі робочого циклу намагнічування, зміщення петлі робочого циклу, еталонний трансформатор, порівняння коефіцієнтів перетворення струму, первинне коло струму трансформатора.

ABSTRACT

Actuality of theme. The development of metrological support at the present stage is an important factor in scientific and technological progress. The use of a combination of scientific and organizational background, techniques, norms and rules is necessary to ensure the unity and accuracy of measurements. The scientific and technical basis for achieving the unity of measurements within the country is the reference base, the state of which contributes to the development of the industrial complex, science and economy.

Given the European integration processes that are important for Ukraine, the issues of removing technical barriers, mutual recognition of measurement results, organization of efficient operation of the infrastructure of the national metrological system, creation of national products competitive on the world market are becoming urgent. All this is impossible without taking into account modern metrological norms and rules and international recognition of state standards.

An urgent task in the metrological support of measurements in the energy sector is to increase the accuracy of measurements of large currents, which directly affects the accounting of electricity. Today in Ukraine a significant amount of equipment for this purpose of reference current transformers is produced and used. Its producers are factories in Kharkiv, Khmelnytsky, Ivano-Frankivsk and other cities. This equipment can be used only after its appropriate metrological certification. However, the solution of this problem within Ukraine presents significant difficulties due to the lack of a sufficiently accurate standard of the large current transformation coefficient in Ukraine.

The subject - symmetry of the hysteresis loop of the operating cycle of magnetization of the core of the exact winding of a two-stage current transformer.

The object is an effect of instability of metrological parameters at which the error of measurement on the module many times exceeded nominal and admissible errors of the standard of the current transformer.

The purpose of the study - development of a technical solution to reduce the error of comparison of transformation coefficients at currents above 1 kA. and

improving the accuracy of the standard current transformer in the entire range of its measurements.

The results of this work were reported at the XX Scientific Conference of students, graduate students and young scientists on the basis of the National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» [1]

Keywords: balancing of the loop of the magnetization cycle, displacement of the loop of the operating cycle, the reference transformer, comparison of the current conversion coefficients, the primary current of the transformer.

ЗМІСТ

ВСТУП	9
РОЗДІЛ 1. ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИБОРІВ	11
1.1. Вимірювальні трансформатори струму	11
1.2. Вимірювальний перетворювач	18
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЮВАННЯ ТА АПРОКСИМАЦІЯ ПЕТЛІ ГІСТЕРЕЗИСУ	33
2.1. Методи апроксимації петлі гістерезису	39
2.2. Математичні методи апроксимації при моделюванні В-Н характеристик	41
РОЗДІЛ 3. КАЛІБРУВАННЯ ДВОСТУПЕНЕВОГО ТРАНСФОРМАТОРА СТРУМУ	45
3.1. Метод та засоби вирішення проблеми	45
3.2. Симетрування петлі робочого циклу	50
3.3. Практичне застосування результатів досліджень	54
ВИСНОВКИ	56
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ	57

ВСТУП

Мінімізація втрат енергії при перетворенні та комутації потоків електричної енергії в процесі розвитку силової електроніки призвела до розширення номенклатури пристроїв - промислових інверторів для джерел сонячної, вітрової, термальної та інших енергій, перетворювачів, що поліпшують якість напруги живлючої мережі, мініатюрних побутових блоків живлення та ін. Відбулося зменшення маси та габаритів перетворювачів електроенергії, тобто збільшення їх питомої потужності, в першу чергу шляхом підвищення частоти проміжного перетворення електроенергії. Розвитку сприяли поява нових рішень в побудові перетворювачів електроенергії та зміна елементної бази напівпровідникових елементів. Подальша мінімізація втрат, що викликана питанням економії електроенергії та постійним збільшенням споживачів електроенергії, висуває до перетворювачів електроживлення жорсткі вимоги по визначенню та підвищенню коефіцієнта корисної дії (ККД), що неможливо без проведення точних вимірювань втрат (активної потужності). Основні втрати, що знижують ККД в перетворювачах, змістилися в бік високочастотних втрат в реактивних елементах (дроселі, трансформатори, конденсатори), які є необхідною складовою будь-якого перетворювача енергії. Вимірювання втрат перетворювачів електроенергії та їх реактивних елементів відбувається під дією таких факторів, як широкий діапазон частот, наявність великої кількості гармонійних складових та можливий малий коефіцієнт потужності, тобто мале співвідношення активної та повної потужності. Вирішення завдання вимірювання втрат дозволяє правильно вибрати конструкцію реактивних елементів та оптимізувати їх режим роботи. Одержані результати також можуть знайти застосування при оцінці ефективності систем силової електроніки, наприклад, при вимірюванні енергії, що передається в системах бездротової передачі електроенергії. При вимірюваннях активної потужності в широкому діапазоні частот присутні похибки від фазових зсувів в каналах перетворення струму та напруги та похибки від власного споживання

вхідних ланок, які, крім сильного спотворення результатів вимірювання, призводять до того, що паспортна точність забезпечується тільки при певному співвідношенні номінальних меж струмів та напруги.

Актуальним завданням в метрологічному забезпеченні вимірювань в енергетиці є підвищення точності вимірювань великих струмів, що напряму впливає на облік електроенергії. Сьогодні в Україні випускається і використовується значна кількість апаратури такого призначення (еталонних трансформаторів струму). Її виробниками є заводи Харкова, Хмельницького, Івано-Франківська та інших міст. Ця апаратура може використовуватися лише після її відповідної метрологічної атестації. Однак рішення цієї проблеми в рамках України представляє значні труднощі в зв'язку з відсутністю в Україні достатньо точного еталона коефіцієнта трансформації великих струмів.

1 ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИСТРОЇВ

1.1 Вимірювальні трансформатори струму.

Вимірювальні трансформатори струму забезпечують перетворення змінного струму довільного значення у змінний струм прийнятний для вимірювання за допомогою стандартних вимірювальних приладів, а також забезпечують ізолювання вимірювальних приладів від ланцюга високої напруги.

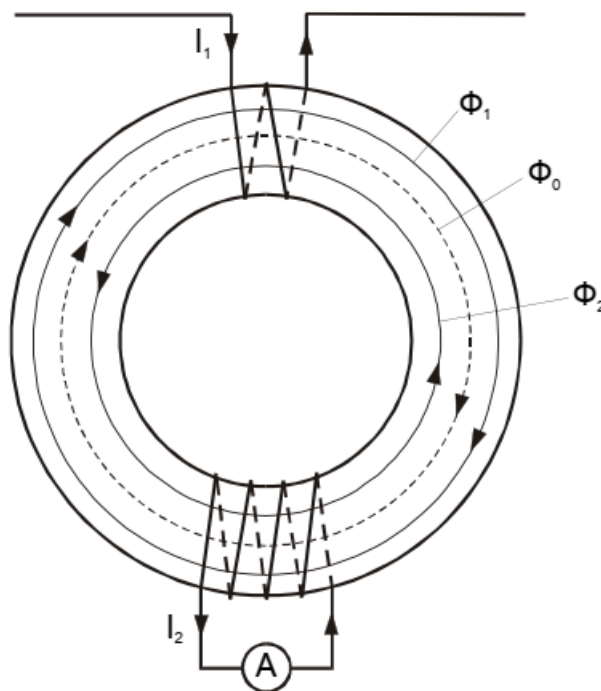


Рисунок 1 - Принципова схема трансформатора струму

Принципова схема трансформатора струму наведено на рис. 1. Через первинну обмотку з числом витків w_1 протікає змінний електричний струм із чинним значенням I_1 (А). Вторинна обмотка з числом витків w_2 замкнена на амперметр і протікає струм I_2 . У реальному трансформаторі магніторухісна сила первинної обмотки $F_1 = I_1 w_1$ забезпечує створення магніторухісної сили вторинної обмотки $F_2 = I_2 w_2$, а також перемагнічування магнітопроводу і покриття втрат енергії в магнітопроводі $F_0 = I_0 w_1$, де F_0 –

магніторушійна сила намагнічування (А), I_0 – струм намагнічування. Струм намагнічування створює магнітний потік Φ_0 , покриває втрати енергії в магнітопроводі і є частиною первинного струму I_1 . Таким чином:

$$(I_1 - I_0)w_1 = I_2 w_2 \quad (1.1)$$

Перетворюємо (1.1) на вигляд:

$$I_1 = I_2 \frac{w_2}{w_1} + I_0 \quad (1.2)$$

Якщо $I_1 \gg I_0$, то приблизно має місце рівність:

$$I_1 = I_2 \frac{w_2}{w_1} \quad (1.3)$$

З (1.2) і (1.3) випливає, що вторинний струм пропорційний до первинного струму, а похибка цього співвідношення залежить від величини I_0 .

Повне уявлення про роботу реального трансформатора струму дає векторна діаграма прямокутної системи координат [2] для синусоїдальних струмів і напруг (рис. 2.).

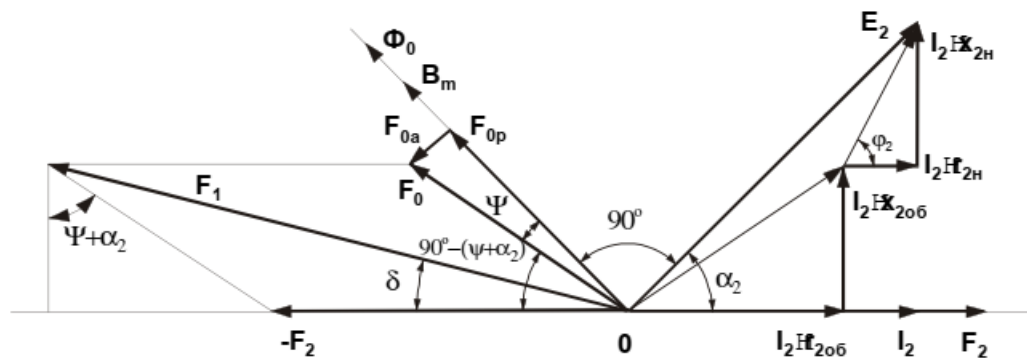


Рисунок 2 – Векторна діаграма трансформатора струму

Активна складова падіння напруги на вторинній обмотці – $I_2 r_{2об}$, а $r_{2об}$ – активний опір вторинної обмотки (Ом)

$$r_{2об} = \frac{\rho \ell_{вит} w_2}{S_{пр2}} \quad (1.4)$$

де ρ – питомий електроопір проводу обмотки, для міді $\rho = 1.7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м при температурі 20°C, $\ell_{вит}$ – середня довжина витка проводу обмотки (м), $S_{пр2}$ – площа поперечного перерізу проводу вторинної обмотки (м²).

Індуктивна складова падіння напруги на вторинній обмотці $I_2 x_{2об}$, де $x_{2об}$ індуктивний опір вторинної обмотки (Ом). Для тороїдального магнітопроводу прямокутного перерізу:

$$x_{2об} = \mu_0 f w_2^2 \tilde{h} \frac{\widetilde{D}_H}{\widetilde{D}_B} \quad (1.5)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м – магнітна постійна, $\tilde{h}$ – висота магнітопроводу з вторинною обмоткою (м), $\widetilde{D}_H$ – зовнішній діаметр магнітопроводу з вторинною обмоткою (м), $\widetilde{D}_B$ – внутрішній діаметр магнітопроводу (м). Модуль повного опору навантаження Z_{2H} (Ом):

$$Z_{2H} = \sqrt{r_{2H}^2 + x_{2H}^2} \quad (1.6)$$

причому

$$r_{2H} = Z_{2H} \cos \varphi_2 \quad (1.7)$$

$$x_{2H} = Z_{2H} \sin \varphi_2 \quad (1.8)$$

де $\cos \varphi_2$ – коефіцієнт потужності вторинного навантаження, а φ_2 – кут між струмом I_2 та падінням напруги на вторинному навантаженні $U_{2н}$

$$U_{2н} = I_2 z_{2н} \quad (1.9)$$

Електрорушійна сила вторинної обмотки E_2 (В):

$$E_2 = I_2 z_2 \quad (1.10)$$

де z_2 – модуль повного опору вторинного ланцюга

$$z_2 = \sqrt{(r_{20б} + r_{2н})^2 + (x_{20б} + x_{2н})^2} \quad (1.11)$$

Із закону електромагнітної індукції електрорушійна сила вторинної обмотки

$$e_2 = -S w_2 \frac{dB}{dt} \quad (1.12)$$

де $B = B(t)$ – миттєве значення магнітної індукції (Тл). Після інтегрування (1.12), враховуючи $e_2 = e_{2m} \sin 2\pi f t$, отримуємо:

$$B = \frac{e_{2m}}{2\pi f S w_2} \cos 2\pi f t = B_m \cos 2\pi f t \quad (1.13)$$

З (1.13) випливає, що кут між B та E_2 становить 90° , а величину максимальної магнітної індукції B_m можна знайти з формули:

$$B_m = \frac{e_{2m}}{2\pi f S w_2} = \frac{E_2}{\sqrt{2}\pi f S w_2}$$

(1.14)

де $E_2 = e_{2m}/\sqrt{2}$ – діюче значення електрорушійної сили вторинної обмотки.

Магнітний потік намагнічування Φ_0 та магнітна індукція B за напрямком збігаються з індуктивною складовою магніторушійної сили намагнічування F_{0p} . Повна магніторушійна сила намагнічування F_0 :

$$F_0 = \sqrt{F_{0p}^2 + F_{0a}^2} \quad (1.15)$$

де F_{0a} – активна складова магніторушійної сили, що йде на покриття втрат у магнітопроводі та в обмотках. Кут втрат ψ визначають із співвідношення:

$$\sin \psi = \frac{F_{0a}}{F_0} \quad (1.16)$$

Із закону повного струму для замкненого кільцевого магнітопроводу:

$$H \ell_{cp} = I_0 w_1 \quad (1.17)$$

де H – чинне значення напруженості магнітного поля (А/м), ℓ_{cp} – середня довжина магнітного шляху магнітопроводу (м)

$$\ell_{cp} = \frac{D_H D_B}{2} \quad (1.18)$$

де D_H - зовнішній діаметр магнітопроводу (м), D_B -внутрішній діаметр магнітопроводу (м).

Для магнітного матеріалу магнітопроводу з довідкових даних можна взяти формулу для питомих магнітних втрат P (Вт/кг) як:

$$P = rf^p B_m^s \quad (1.19)$$

та криві намагнічування при фіксованій частоті f у вигляді:

$$H_m = \alpha B_m^\beta \quad (1.20)$$

де H_m – максимальна напруженість магнітного поля, причому $H_m = \sqrt{2}H$.

Кут втрат ψ можна визначити, якщо втрати в обмотках значно менше втрат у магнітопроводі. У цьому випадку електрорушійна сила на первинній обмотці $E_1 = -U_1$, а втрати в магнітопроводі $I_{0a}U_1$. Питомі магнітні втрати у магнітному матеріалі P (Вт/кг) можна записати як:

$$P = \frac{I_{0a}U_1}{V\gamma k_3} \quad (1.21)$$

де $U_1 = \sqrt{2}\pi f B_m S w_1$ γ - щільність матеріалу магнітопроводу (кг/м³), k_3 – коефіцієнт заповнення магнітопроводу магнітним матеріалом. Це дозволяє перетворити (1.16) на вигляд:

$$\sin \psi = \frac{P\gamma k_3}{\pi f B_m H_m} \quad (1.22)$$

де $\pi f B_m H_m = Q$ питома повна потужність, що намагнічує (Вт/м³). Використовуючи співвідношення (1.19) і (1.20) кут втрат ψ можна знайти з формули (1.22) при заданих значеннях f і B_m :

$$\sin \psi = \frac{rf^{p-1}B_m^{s-\beta-1}\gamma k_3}{\pi\alpha} \quad (1.23)$$

З векторної діаграми визначають відносну струмову похибку та синус кутової похибки вимірювального трансформатора струму у вигляді:

$$f_i = -\frac{F_0}{F_1} \sin(\psi + \alpha_2) \quad (1.24)$$

$$\sin \delta = \frac{F_0}{F_1} \cos(\psi + \alpha_2) \quad (1.25)$$

де α_2 – кут між вторинною електрорушійною силою E_2 та вторинним струмом I_2

$$\alpha_2 = \arctg \frac{x_{2H} + x_{2об}}{r_{2H} + r_{2об}} \quad (1.26)$$

Струмова похибка має знак мінус, оскільки $F_1 \gg F_2$. На практиці для невеликих кутів використовують величини струмової f_i (%) та кутовий δ (хв) похибок:

$$f_i = -\frac{F_0}{F_1} \sin(\psi + \alpha_2) \cdot 100 \quad (1.27)$$

$$\delta = 3440 \cdot \frac{F_0}{F_1} \cos(\psi + \alpha_2) \quad (1.28)$$

причому, використовуючи співвідношення (1.17) і (1.20), магніторушійну силу намагнічування можна подати у вигляді

$$F_0 = \frac{\alpha B_m^\beta}{\sqrt{2}} \ell_{cp} \quad (1.29)$$

Для розрахунку вимірювального трансформатора струму необхідно задати:

- частоту f (Гц);
- номінальний первинний струм $I_{1н}$ (А);
- номінальний вторинний струм $I_{2н}$ (А);
- межі зміни первинного струму $I_1/I_{1н}$;
- номінальне вторинне навантаження $Z_{2н}$ та коефіцієнт потужності $\cos \varphi_2$;
- окоу f_i (%) та кутову δ (хв) похибки в межах зміни первинного струму від мінімальної величини $(I_1/I_{1н})_{min}$ до максимальної величини $(I_1/I_{1н})_{max}$.

В результаті розрахунку вибирають матеріал магнітопроводу та його розміри, знаходять число витків та діаметр дроту первинної та вторинної обмоток.

1.2 Вимірювальний перетворювач

Вимірювальний перетворювач надає технічний засіб з нормативними метрологічними характеристиками, що служить для перетворення вимірюваної величини в іншу величину або вимірювальний сигнал, зручний для обробки, зберігання, подальших перетворень, індикації або передачі. Перетворювач, який безпосередньо впливає вимірювана фізична величина, є первинним вимірювальним перетворювачем, а конструктивно відокремлений первинний перетворювач називають датчиком. Підвищення чутливості перетворювачів і точності перетворення вимірюваних величин дозволяє використання магнітом'яких матеріалів, що мають високу магнітну проникність.

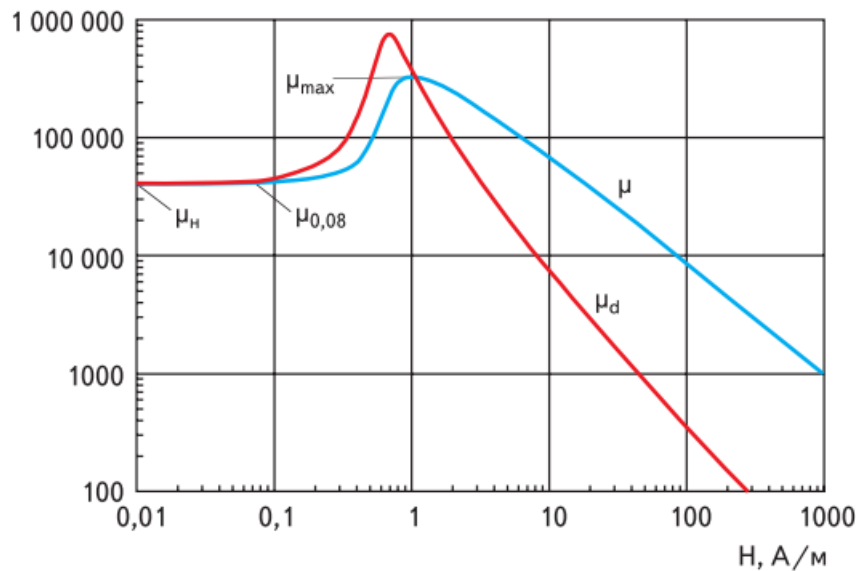


Рисунок 3 – Залежність нормальної та диференціальної магнітної проникності від напруження магнітного поля H на початкової кривій намагнічування.

Відразу слід зазначити, що магнітна проникність феромагнітних матеріалів залежить від напруженості магнітного поля H (рис. 3.). У зв'язку з цим визначимо основні типи магнітної проникності, які найчастіше наводять у довідкових даних. У міжнародній системі одиниць виміру СІ використовують відносну магнітну проникність:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H} \quad (2.1)$$

де B - магнітна індукція в теслах (Тл), H - напруженість магнітного поля в амперах на метр (А/м), $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ - магнітна постійна (Гн/м). У цьому відносна магнітна проникність характеризує зростання магнітної індукції зі збільшенням напруженості магнітного поля. У більшості випадків величини B і H беруться за початковою (статичною) кривою намагнічування. Залежно від значення магнітного поля виділяють різні типи магнітної проникності.

Початкову відносну магнітну проникність μ_H знаходять екстраполяцією залежності магнітної проникності $\mu = \mu(H)$ до нуля:

$$\mu_H = \frac{1}{\mu_0} \lim_{H \rightarrow 0} \frac{B}{H} \quad (2.2)$$

Насправді замість початкової відносної магнітної проникності вказують близьке до неї значення відносної магнітної проникності, виміряне в досить слабкому магнітному полі. Наприклад, $\mu_{0.08}$ означає відносну магнітну проникність, виміряну при напруженості магнітного поля 0,08 А/м. Найбільше значення відносної магнітної проникності на кривій намагнічування називають максимальною відотною магнітною проникністю μ_{max} .

Диференціальна відносна магнітна проникність μ_d визначається співвідношенням:

$$\mu_d = \frac{1}{\mu_0} \frac{dB}{dH} \quad (2.3)$$

тобто вона є похідною функції $B = B(H)$ у деякій точці H , нормованої на постійну магнітну. Похідна dB/dH чисельно дорівнює тангенсу кута нахилу дотичної в точці на кривій залежності $B = B(H)$. З визначення слідує рівняння:

$$\mu_d = \frac{d(\mu H)}{dH} = \mu + H \frac{d\mu}{dH} \quad (2.4)$$

яке пов'язує диференціальну відносну магнітну проникність μ_d та відносну магнітну проникність μ . Останню величину іноді називають нормальною відотною магнітною проникністю, щоб підкреслити її відмінність від

диференціальної проникності. Диференціальна магнітна проникність досягає найбільшого значення у слабкому магнітному полі, і її максимальне значення завжди більше μ_{max} . Криві $\mu = \mu(H)$ та $\mu_d = \mu_d(H)$ перетинаються у точці $\mu = \mu_d = \mu_{max}$, оскільки тут $\partial\mu/\partial H = 0$.

Синусоїдальні величини магнітної індукції та напруженості магнітного поля можна представити у комплексній формі, якій відповідає поняття комплексної магнітної проникності:

$$\bar{\mu} = \frac{B_m e^{j(\omega t + \psi_B)}}{\mu_0 H_m e^{j(\omega t + \psi_H)}} = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} e^{-j\psi} = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} \cos \psi - j \frac{B_m}{\mu_0 H_m} \sin \psi = \mu_1 - j\mu_2 \quad (2.5)$$

де $\psi = \psi_H - \psi_B$ — кут між векторами напруженості магнітного поля та магнітної індукції, який також називають кутом втрат, оскільки тангенс цього кута дорівнює відношенню магнітних втрат та оборотної частини питомої повної потужності, що намагнічує. Повна амплітудна магнітна проникність або модуль комплексної магнітної проникності μ дорівнює:

$$\mu = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} \quad (2.6)$$

Магнітна проникність залежить від частоти змінного магнітного поля. Причому її зниження зі зростанням частоти відбувається найбільш значно у матеріалі і за напруженості магнітного поля, де є висока магнітна проникність (рис. 4.). У металевих феромагнетиках це пояснюється, головним чином, зниженням глибини проникнення магнітного поля в матеріал із високою магнітною проникністю

$$\delta_H = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \mu \mu_0 f}} \quad (2.7)$$

тобто посиленням скін-ефекту. У феритах, де скін-ефект практично не виражений, зниження магнітної проникності з частотою обумовлено загасанням коливання доменних границь.

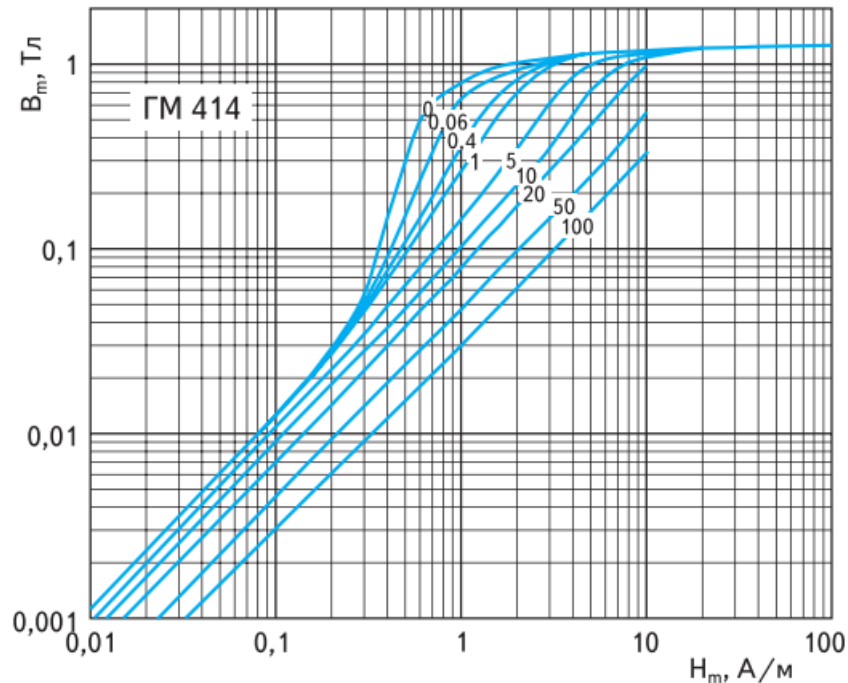


Рисунок 4 - Типові динамічні криві намагнічування магнітопроводу ГМ 414. Цифрами на кривих вказана частота f у кілогерцах. Крива $f = 0$ відповідає основній кривій намагнічування

З теорії випливає [3], що коерцитивна сила $H_c \sim \sqrt{K}$, а початкова магнітна проникність $\mu_n \sim B_s / \sqrt{K}$, де B_s – магнітна індукція насичення, K – константа магнітної анізотропії. Очевидним наслідком є співвідношення $\mu_n \sim B_s / H_c$. Якщо врахувати, що магнітна індукція насичення та температура Кюрі T_c пов'язані законом Блоха:

$$B_s = B_{s0} \left[1 - \alpha (T/T_c)^{\frac{3}{2}} \right] \quad (2.8)$$

то матеріал із найвищою магнітною проникністю повинен мати низькі значення магнітної індукції насичення B_s , температури Кюрі T_c та константи магнітної анізотропії K .

Магнітна анізотропія в матеріалі виникає внаслідок кристалографічної анізотропії, під дією механічної напруги, а також в результаті спрямованого атомного впорядкування в процесі охолодження в магнітному полі. Придушити вплив кристалографічної анізотропії можна рахунок зменшення розміру зерна. На рис. 5. представлена залежність коерцитивної сили H_c від розміру зерна d полікристалічних магнітом'яких матеріалах. Зі зменшенням розміру зерна приблизно до 100 нм коерцитивна сила зростає пропорційно до величини $1/d$ внаслідок збільшення щільності дефектів (об'ємної частки міжзеренних кордонів). При цьому макроскопічна магнітна анізотропія матеріалу збігається з локальною магнітною анізотропією окремих кристалітів. Якщо розмір зерна менше деякої довжини, саме довжини магнітної обмінної кореляції, відбувається ослаблення макроскопічної магнітної анізотропії внаслідок межзеренного взаємодії. При цьому коерцитивна сила знижується зі зменшенням розміру зерна пропорційно до d^6 (модель випадкової магнітної анізотропії). Цей механізм ослаблення кристалографічної магнітної анізотропії діє також у аморфних сплавах, у яких є ближній атомний порядок - нанокластери розміром менше 1 нм.

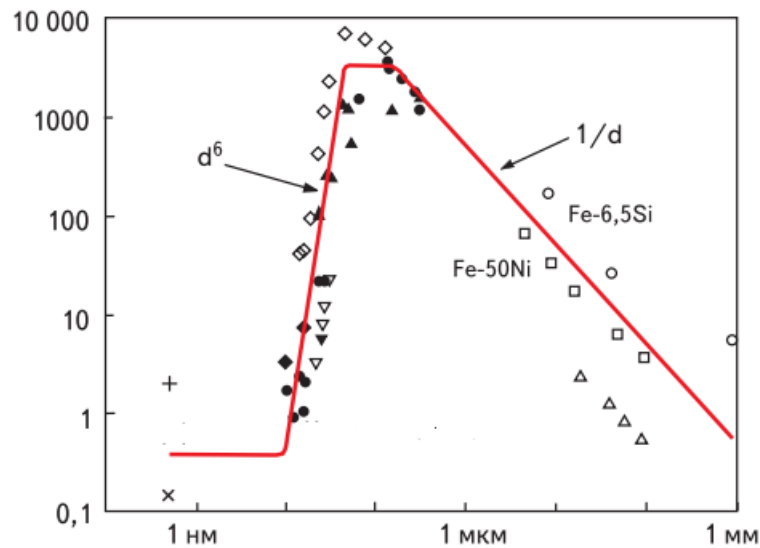


Рисунок 5 - Залежність коерцитивної сили H_c від розміру зерна d у магнітом'яких матеріалах

Мінімальну магнітну анізотропію $\sim \lambda_s \sigma$, обумовлену напругою σ , забезпечує константа магнітострикції λ_s , значення якої близьке до нуля. Таким чином, всі магнітні матеріали з високою магнітною проникністю повинні мати практично нульову константу магнітострикції.

Процес спрямованого атомного впорядкування зазвичай послаблюють швидким охолодженням матеріалу нижче температури Кюрі. Однак повністю його можна придушити тільки тоді, коли температура Кюрі матеріалу буде нижчою за температуру дифузійної активності атомів, а саме нижче приблизно 180 °C.

На рис. 6. представлені залежності коерцитивної сили H_c та температури Кюрі T_c від початкової магнітної проникності μ_n в аморфних сплавах на основі кобальту з близькою до нуля магнітострикцією насичення, які ілюструють розглянуті вище закономірності. Типові магнітні властивості аморфного сплаву ГМ 501 з найвищою початковою магнітною проникністю представлені в таблиці. Тут наведені типові властивості нанокристалічного сплаву ГМ 414 з високою магнітною проникністю.

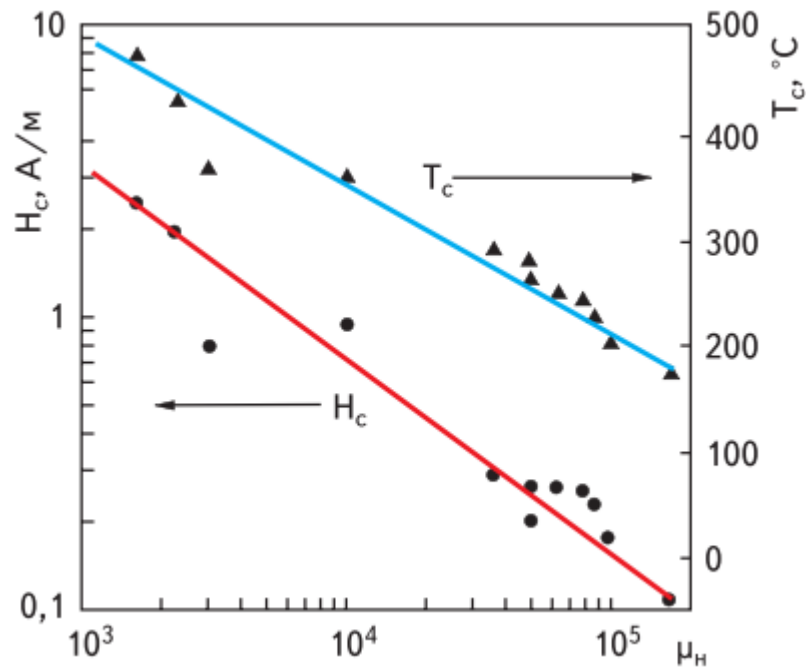


Рисунок 6. - Коерцитивна сила H_c та температура Кюрі T_c залежно від початкової відносної магнітної проникності μ_H в аморфних сплавах на основі кобальту з магнітострикцією насичення $\lambda_s \approx 0$

Наведемо деякі приклади використання магнітопроводів з високою магнітною проникністю у вимірювальних перетворювачах. Трансформатор струму призначений передачі сигналу вимірювальної інформації приладам вимірювання, захисту, автоматики, сигналізації та управління в електричних ланцюгах змінного струму. У трансформаторі струму за нормальних умов застосування вторинний струм практично пропорційний первинному струму і при правильному включенні зрушений щодо нього фазою на кут, близький до нуля. Якщо скористатися еквівалентною схемою трансформатора, то для комплексних величин відношення первинного струму $\dot{I}_1$ до наведеного вторинного струму $\dot{I}'_2$ можна представити у вигляді співвідношення [4]:

$$\frac{\dot{I}_1}{\dot{I}'_2} = 1 + \frac{Z'_2 + Z'_H}{Z_0}$$

(2.9)

де Z'_2 і Z'_H - наведені комплексні опори вторинної обмотки і навантаження відповідно, а:

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_0}{\dot{I}_0} = \frac{j\omega w_1 \Phi_0}{\dot{H} l_{cp}/w_1} = j\omega w_1^2 \frac{\dot{B}S}{\dot{H} l_{cp}} = j\omega w_1^2 \bar{\mu} \mu_0 \frac{S}{l_{cp}} \quad (2.10)$$

представляє комплексне опір первинної обмотки трансформатора, обумовлене основним магнітним потоком Φ_0 . З отриманого співвідношення випливає, що необхідною умовою пропорційності первинного і вторинного струмів є низький комплексний опір вторинної обмотки Z'_2 і навантаження Z'_H , тобто трансформатор струму повинен працювати в режимі короткого замикання, а також високий опір Z_0 , тобто магнітопровід повинен мати високу магнітну проникність μ , велику площу поперечного перерізу S і низьку середню довжину магнітної лінії l_{cp} .

У наближенні малих кутів δ між струмом у первинному та вторинному ланцюгах струмову f_i та кутову δ похибки трансформатора можна представити у вигляді:

$$f_i = -\frac{F_{02}}{F_1} \sin(\alpha_2 + \psi) \quad (2.11)$$

$$\delta = \frac{F_{02}}{F_1} \cos(\alpha_2 + \psi) \quad (2.12)$$

де магніторухливі сили:

$$F_{02} = H l_{cp} = \frac{B_m l_{cp}}{\mu \mu_0 \sqrt{2}} \quad (2.13)$$

$$F_1 = I_1 w_1 \quad (2.14)$$

а α_2 - кут між вторинним струмом та ЕРС вторинної обмотки, обумовленої основним магнітним потоком. Таким чином, похибка перетворення трансформатора струму безпосередньо пов'язана з магнітною проникністю в робочій точці B_m . Чим вища магнітна проникність, тим менша похибка вимірювання. У трансформаторі струму з магнітопроводом з анізотропної електротехнічної сталі похибка різко зростає при невеликих струмах, оскільки в цій області початкова відносна магнітна проникність електротехнічної сталі дорівнює приблизно 1000. В аморфному сплаві ГМ 501 гарантується значення початкової відносної магнітної проникності не менше 100 000 (у нанокристалічному сплаві ГМ 414 - не менше 45 000) [5], що на два порядки вище, ніж у електротехнічній сталі. Таким чином, використання аморфних і нанокристалічних сплавів з високою початковою магнітною проникністю дозволяє підвищити клас вимірювальних трансформаторів струму, зокрема різко підвищити точність вимірювань слабких струмів.

На рис. 7. представлені результати розрахунку (суцільні лінії) та вимірювання (точки) кутової похибки δ трансформатора струму, що використовується в електронному лічильнику електричної енергії. Номінальні параметри: $I_{\text{ном}} = 5$ А, $Z_{\text{п}} = 50$ Ом, $\cos(\varphi_2) = 1$, $w_1 = 1$, $w_2 = 3000$, $I_1/I_{\text{ном}} = 0,01 \dots 10$, магнітопровід ОЛ20/32-10 ГМ 414 - 2 клас або ГМ 501 - 1 клас. Діаметр дроту вторинної обмотки $d_2 = 0,14$ мм. З рис. слід, що похибки трансформатора струму з магнітопроводом ГМ 501 приблизно вдвічі нижче, ніж з магнітопроводом ГМ 414 [6]. Це можна порівняти з магнітною проникністю зазначених типів магнітопроводів. Виміряні похибки нижче за розраховані значення, оскільки розрахунок проводився із запасом.

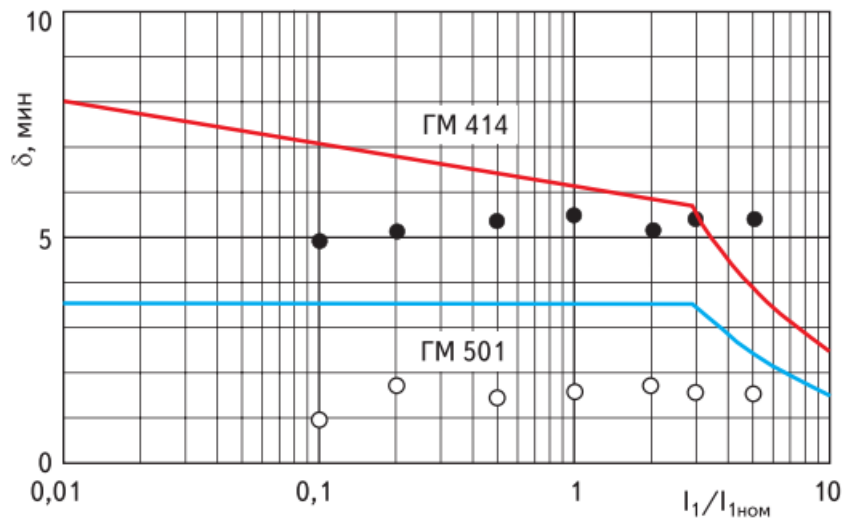


Рисунок 7 - Розрахункові (суцільні лінії) та вимірні (точки) кутові похибки трансформатора струму δ у хвилинах для електронного лічильника електричної енергії

Пристрій захисного відключення представляє пристрій захисту людини від ураження електричним струмом, а також захисту від пожеж та пожеж, що виникають на об'єктах внаслідок пошкоджень ізоляції, несправностей електропроводки та електрообладнання. Пристрій захисного відключення, кероване диференціальним (різницю) струмом, схематично зображено на рис. 8. Воно складається з диференціального трансформатора (1), на вторинну обмотку (2) якого навантажена обмотка (4) магнітоелектричного реле (5). Первинний ланцюг трансформатора (3) складається з двох симетричних обмоток, включених так, що струм у них протікає назустріч один одному.

Поки значення струму в симетричних обмотках однакове, електрорушійна сила у вторинній обмотці не наводиться. При виникненні витоку струму, викликаного пробоем ізоляції на корпус або ненавмисному дотику людини до відкритих провідних частин, порушується рівність струмів в обмотках і під впливом різниці цих струмів ΔI_1 у вторинній обмотці наводиться електрорушійна сила, що забезпечує спрацювання реле. Виконавчий механізм через механічну передавальну систему (6) впливає на комутаційні контакти (7), розриваючи контрольовану лінію.

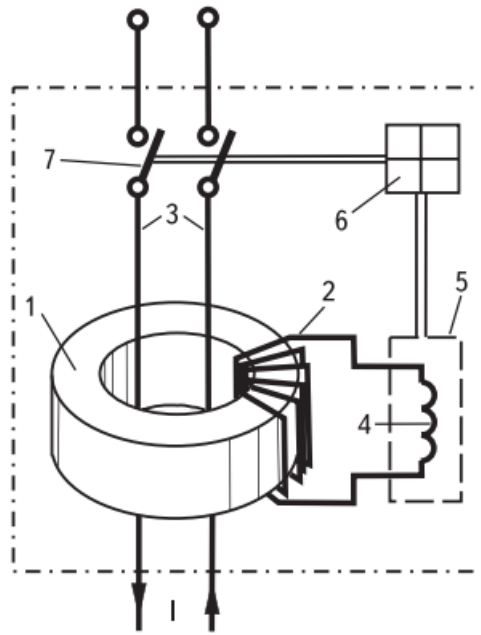


Рисунок 8 - Схематичне зображення пристрою захисного відключення, керованого диференціальним струмом: диференціальний трансформатор (1), вторинна обмотка трансформатора (2), первинна обмотка трансформатора (3), обмотка реле (4), магнітоелектричне реле (5), механічна передавальна система (6), комутаційні контакти (7)

З розрахунку диференціального трансформатора можна знайти співвідношення, що зв'язує відносну магнітну проникність магнітопроводу з потужністю спрацьовування реле P , струмом витoku ΔI_1 , числом витків первинної обмотки w_1 і розмірами магнітопроводу:

$$\mu = \frac{B_m}{\mu_0 H_m} = \frac{\sqrt{2}P}{\pi f \mu_0 (\Delta I_1 w_1)^2} \left(\frac{l_{cp}}{S} \right) \quad (2.15)$$

З співвідношення випливає, що до магнітної проникності матеріалу магнітопроводу буде пред'явлено менш жорсткі вимоги, якщо при заданій частоті f_i заданому струмі витoku ΔI_1 збільшити число витків первинної обмотки w_1 . Магнітопровід повинен мати мінімально можливу середню

довжину магнітної лінії l_{cp} при вибраному перерізі S , тобто форма магнітопроводу має бути стаканчастою - мінімальний діаметр при великій висоті магнітопроводу. Погіршення якості реле (збільшення потужності спрацьовування P) призводить до підвищення вимог до магнітної проникності матеріалу магнітопроводу. На рис. 9. представлена відносна магнітна проникність матеріалу, з якого виконаний магнітопровід типорозміру K20 + 12 + 20, залежно від потужності спрацьовування реле P при різній кількості витків первинної обмотки w_1 для струму витoku $\Delta I_1 = 30$ мА при частоті $f = 50$ Гц. Типові реле мають потужність спрацьовування близько 50 мкВт. З рис. 9. слід, що при одному первинному витку магнітопровід пристрою захисного відключення повинен мати відносну магнітну проникність у робочій точці не менше 300000 при частоті 50 Гц.

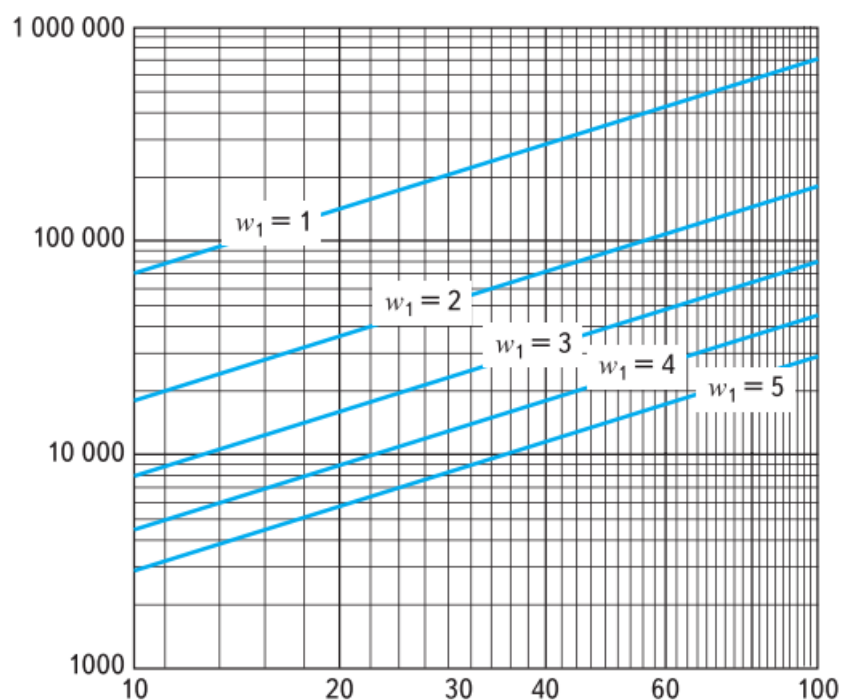


Рисунок 9 - Відносна магнітна проникність μ матеріалу магнітопроводу, що має типорозмір K20 × 12 × 20, в залежності від потужності спрацьовування реле P пристрою захисного відключення для різного числа витків первинної обмотки w_1 при струмі витoku $\Delta I_1 = 30$ мА та частоті 50 Гц

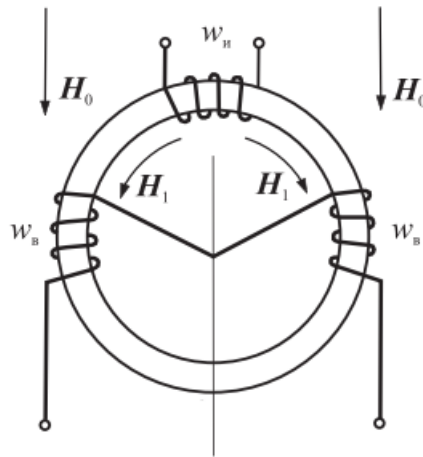


Рисунок 10 - Схематичне зображення диференціального кільцевого феррозонду

Феррозонд представляє первинний магнітомодуляційний перетворювач, що використовується як магнітометр для перетворення магнітної індукції або її градієнта в електричний сигнал. Дія феррозонду заснована на модуляції магнітного стану феромагнітного сердечника за допомогою допоміжного змінного магнітного поля [7]. Феррозонд іноді називають феромодуляційним перетворювачем, підкреслюючи його приналежність до магнітомодуляційних перетворювачів (магнітних модуляторів). Феррозонд складається з магнітопроводу, обмотки збудження w_E , що живиться змінним синусоїдальним струмом частотою 1-300 кГц, та вимірювальною обмоткою w_B . У диференціальному ферозонді (рис. 10.) обмотка збудження наноситься так, щоб створювати однакові зустрічні змінні магнітні потоки у двох половинках магнітопроводу. Відсутність вимірюваного постійного (або повільно змінюється порівняно з частотою збудження) магнітного поля ЕРС на вимірювальній обмотці близька до нуля. У постійному магнітному полі H_0 в ЕРС виникають парні гармоніки, амплітуда яких пропорційна проекції вектора напруженості магнітного поля

вимірюваного на магнітну вісь сердечника H_0 і швидкості зміни диференціальної магнітної проникності $d\mu_d/dt$:

$$e = -2\mu_0 w_B S H_0 \frac{d\mu_d}{dt} \quad (2.16)$$

Таким чином, вимірювальний сигнал феррозонду з'являється при зміні в часі магнітної проникності магнітопроводу, при цьому крива намагнічування повинна мати нелінійний характер. Чутливість феррозонду буде найбільшою, якщо коливання магнітного поля відбуваються в області, де матеріал магнітопроводу має високу диференціальну магнітну проникність.

2 МОДЕЛЮВАННЯ ТА АПРОКСИМАЦІЯ ПЕТЛІ ГІСТЕРЕЗИСУ

2.1 Методи апроксимації петлі гістерезису

Перспективним напрямом зниження зовнішнього магнітного поля силового електрообладнання є використання електромагнітів компенсаторів у складі спеціальних параметричних систем компенсації, які забезпечують автоматичне стеження за параметрами (струмами, напругами) електрообладнання. У таких системах електромагнітний компенсатор виконується у вигляді обмотки з феромагнітним сердечником. Однією з основних характеристик, що визначає ефективність електромагнітів компенсаторів, є петля гістерезису феромагнітного сердечника.

Петлею гістерезису називається циклічна зміна напруженості поля від величини H_1 до величини H_2 і потім знову до H_1 і з ходом індукції по замкнутій кривій [8]. Петля гістерезису називається симетричною, якщо виконуються такі умови $H_1 = H_m$, $H_2 = -H_m$, де H_m - амплітуда напруженості поля. Статичною петлею гістерезису називається петля, отримана при повільній (квазі-статичній) зміні поля. Динамічною петлею втрат називається крива, що описує залежність (H) при періодичній зміні H (у змінному магнітному полі). Несиметричні петлі гістерезису виходять при несиметричній (щодо початку координат) або односторонній зміні напруженості поля, а також при зміні напруженості поля між двома граничними значеннями одного знаку або якщо граничні значення напруженості магнітного поля мають різні знаки і не рівні по абсолютній величині (рис. 11.).

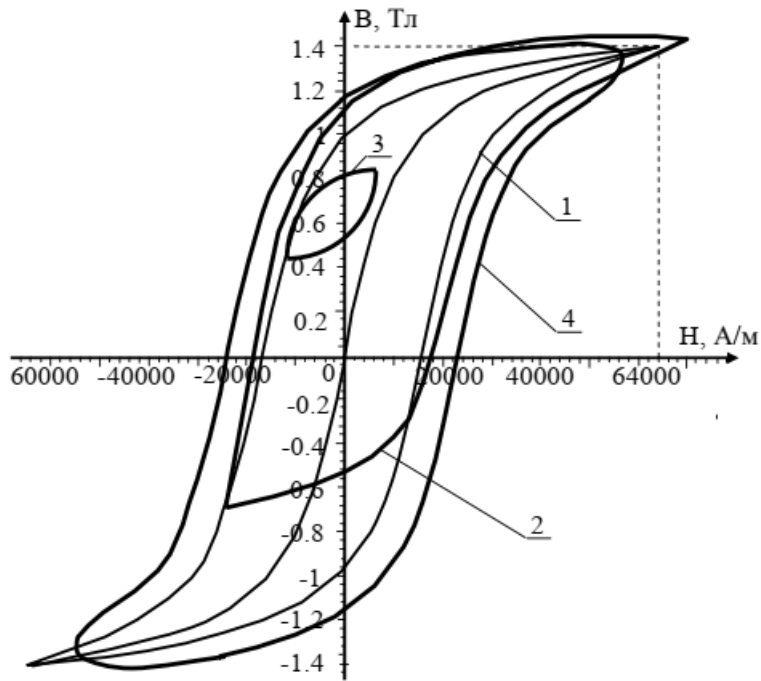


Рисунок 11 - Петлі гістерезису: 1 - симетрична; 2, 3 – несиметрична; 4 – динамічна

Враховуючи те, що в більшості практичних випадків сердечник електромагніта-компенсатора магнітного поля не підмагнічується зовнішніми магнітними полями, як правило, ставиться завдання опису симетричної петлі гістерезису феромагнітного матеріалу сердечника.

Розглянемо декілька відомих методів опису симетричної петлі гістерезису для феромагнітних матеріалів сердечників електромагнітів компенсаторів.

Методи Аркадьєва, Вюршмідта, Оллендорфа та Міттельштрасса.

Аркадьєв, Вюршмідт та Оллендорф для обчислення втрат на гістерезис запропонували замінити петлю гістерезису еліпсом. З літератури відомо, що еліптичні петлі характеризуються трьома видами магнітної проникності [9]: амплітудною, консумптивною та консервативною ("пружною") проникністю. Аркадьєв для опису петлі увів комплексну магнітну проникність $\dot{\mu}$. А

Міттельштрасс запропонував спосіб визначення частин цієї комплексної магнітної проникності μ . Для їх знаходження були використані основні гармоніки консумптивної та консервативної частин індукції. Консервативну частину комплексної магнітної проникності необхідно визначати за площею петлі проникності, а консумптивну - за площею петлі гістерезису, яка повинна бути побудована в координатах B і $(H_0^2 - H^2)^{0.5}$ [10].

Дані методи мають велике теоретичне значення. Недоліком є те, що ці підходи можна застосувати при розрахунках ланцюгів тільки за малих індукцій.

Метод Релея.

Для випадку слабких намагнічуючих полів Релей запропонував наступну універсальну формулу для початкової ділянки кривої намагнічування :

$$J = a \cdot H \pm b \cdot H^2 \quad (3.1)$$

У формулі (3.1) знак плюс відповідає позитивним значенням напруженості поля, а знак мінус - негативним.

А для опису петлі гістерезису Релей використав два рівняння [10, 11]:

• для зростаючої гілки

$$J = (a + b \cdot H_m) \cdot H + \frac{b}{2} (H^2 - H_m^2) \quad (3.2)$$

• для нижньої гілки

$$J = (a + b \cdot H_m) \cdot H - \frac{b}{2} (H^2 - H_m^2)$$

(3.3)

де H - напруженість; J - намагніченність; H_m -максимальне значення напруженості поля, відповідне насиченню; a, b - постійні коефіцієнти.

Недолік цього методу полягає в тому, що співвідношення (3.2), (3.3) мають спільні з дійсною петлею гістерезису точки лише при максимальних значеннях напруженості поля ($\pm H_m$), у всіх інших точках спостерігається відхилення від вихідних величин петлі.

Метод Вольтерра

Закон магнітної післядії [10], який був запропонований Вольтерром, виражає залежність індукції в даний момент у вигляді функції від напруженості в момент часу τ :

$$B(t) = f[H(t)] + \int_{-\infty}^t F[\mu(t - \tau)] \cdot H(\tau) d\tau \quad (3.4)$$

де t - час; τ - момент часу в діапазоні $(-\infty, t)$; F - нелінійна функція.

Недолік методу полягає в тому, що невідомий характер експериментальної нелінійної функції F і, крім того, наявність інтегралу в правій частині (3.4) ускладнює розрахунок.

Метод Коваленкова і Мачинського.

У цьому методі як для опису кривої намагнічування, так і для опису петлі гістерезису застосовуються відрізки прямих ліній. І тоді аналітичний вираз петлі гістерезису, до складу якого входить функція що виражає зміну кривої при кожній зміні течії процесу φ_n , а також початкова крива намагнічування $f(x)$ набуде наступного вигляду:

$$y = \varphi_n[f(x)] \quad (3.5)$$

Функція φ у формулі (3.5) при кожному повороті алгебраїчно не змінюється.

В самому простому випадку по даному методу для кривої намагнічування записуються два рівняння, а для петлі гістерезису – чотири.

Методи опису петлі гістерезису з використанням рядів

Для опису петлі гістерезису за допомогою рядів відомі кілька способів.

В першому способі застосовується періодична функція, яка розкладається в ряд Фур'є [10]:

$$H = h \cdot \sum_{n=1,3,5..} \eta_n \cos(n \cdot \omega \cdot t + \psi_n) \quad (3.6)$$

де h – амплітуда першої гармоніки; ψ_n – початкова фаза n -ої гармоніки; η_n – відношення амплітуд гармонік n -ої і першої.

Крім співвідношення (3.6), в цьому випадку передбачається, що індукція змінюється по закону косинуса [10]: $B = B_m \cos(\omega \cdot t)$

Другий спосіб пропонується розкласти в ряд Фур'є вираз індукції, а напруженість буде змінюватись косинусоїдально $H = H_m \cdot \cos(\omega \cdot t)$

У третьому способі петлю гістерезису замінюють гармонічним рядом фігур Ліссажу і розкладення на ці фігури здійснюється графічно, а не аналітико-механічно.

Головний недолік перерахованих методів полягає в тому, що при описі n петель гістерезису виходить n рядів.

Метод Мюллендорфа

За цим методом напруженість магнітного поля змінюється синусоїдально $H = H_m \sin(\omega \cdot t)$, а індукція при цьому виражається в наступному вигляді [10]:

$$B = B_m \cdot \frac{\sin(\omega \cdot t - a \cdot \cos(\omega \cdot t))}{\cos(b \cdot \cos(\omega \cdot t))} \quad (3.7)$$

де B_m - максимальне значення індукції; a , b – постійні величини петлі гістерезису, що знаходяться в інтервалі від 0,2 до 0,8.

Петля гістерезису, розрахована за даним методом згідно (3.7), має суттєву похибку по відношенню до вихідної.

Метод опису петлі гістерезису в прямокутній системі координат

У цьому методі, використовуючи прямокутну систему координат, пропонується петлю гістерезису висловити як суми двох кривих: основний і допоміжної. Основну криву, ординати якої рівні напівсумі ординат петлі, описують за допомогою виразу:

$$B = e^{\frac{H}{aH+b}}$$

де B – магнітна індукція; H – напруженість магнітного поля; a , b – постійні коефіцієнти; а допоміжну – наступною формулою [10]:

$$B_{\text{доп}} = B_r \cdot \left(1 - \frac{H^2}{H_m^2}\right)^2 \quad (3.8)$$

де $n = 9$; B_r - залишкова індукція; H_m – максимальна напруженість поля; $B_{\text{доп}}$ – ордината допоміжної кривої.

Недолік цього методу полягає в тому, що похибка розрахункової петлі гістерезису відповідно до співвідношення (3.8) і дійсної петлі становить $11 \div 35\%$.

Методи опису петлі гістерезису в полярних координатах

У літературі пропонується два способи опису петлі гістерезису в полярних координатах. У першому підході використовуються такі вирази [10]:

$$\begin{aligned} H &= (r \cdot \cos \varphi) \cdot m_H \\ B &= (r \cdot \sin \varphi) \cdot m_B \end{aligned} \quad (3.9)$$

де φ - полярний кут; m_H , m_B – масштаби за напруженістю поля та індукції відповідно; r – радіус-вектор, що перетинає петлю гістерезису (3.9) лише в одній точці, підпорядковується рівнянню [10]:

$$r = \sum_{\substack{n=2k \\ k=0 \div \infty}} (a_n \cdot \cos n\varphi + b_n \cdot \sin n\varphi) = \sum_{\substack{n=2k \\ k=0 \div \infty}} c_n \cdot \sin(n\varphi + \psi_n) \quad (3.10)$$

тут $c_n^2 = a_n^2 + b_n^2$, а $\tan \psi_n = a_n/b_n$

Наведений спосіб опису петлі гістерезису відноситься до слабких полів. Головним недоліком є те, що аналітична залежність коефіцієнтів низки () від індукції B_m досі невідома.

У другому підході радіус-вектор виражають за допомогою наступного рівняння [10]:

$$r = (r_{max} - r_{min}) \cdot (\sin \beta)^2 + r_{min} \quad (3.11)$$

де r_{max} – максимальний радіус-вектор петлі; r_{min} – найменший радіус-вектор петлі; β – допоміжний кут, укладений у діапазоні $(0, 2\pi)$.

Використовуючи допоміжний кут β [10] запропоновано наступне співвідношення для $\sin \varphi$:

$$\sin \varphi = \sum_{\substack{n=2k+1 \\ k=0 \div \infty}} (a_n \cdot \cos n\alpha + b_n \sin n\alpha) \quad (3.12)$$

Визначення H та B йде за співвідношенням (3.9). Перевагою методу є те, що параметри геометрії петлі – радіус-вектор та його кут, що описуються простими аналітичними співвідношеннями (3.11), (3.12). Недолік методу у тому, що досі невідомо його практичне застосування.

Методи Бессонова

Для опису петлі гістерезису Бессонов запропонував два методи. Перший метод застосовується на постійному струмі. Він полягає в тому, що береться аналітичний вираз середньої кривої намагнічування $H_{cp} = f(B)$ і до нього додаються відповідні абсциси деякої додаткової функції $H_{доп} = \psi(B)$, знак якої залежить від напрямку процесу. У графічному вигляді в осях B, H останній вираз за формою близький до еліпсу:

$$H = H_{cp} + H_{доп} = f(B) \pm H_c \cdot \left(1 - \frac{B^2}{B_m^2}\right)^{0.5} \quad (3.13)$$

де B_m - максимальне значення індукції; H_c – величина напруженості поля, у якому індукція B дорівнює нулю, звана коерцитивною силою. Другий метод

використовується у разі змінного струму. Вираз, що описує петлю гістерезису в даному способі, має вигляд:

$$H = f(B) + H_c \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (3.14)$$

де φ - фаза індукції щодо напруги на вході ланцюга. Функцію $f(B)$ у () і () пропонується виразити в наступному вигляді:

$$f(B) = a \cdot B + b \cdot B^3 \quad (3.15)$$

При графічному побудові петлі формула (3.14) дає задовільний збіг істинної та розрахункової петлі гістерезису з похибкою близько 15%.

Перевагою останнього методу є те, що він дозволяє в принципі отримати більш точну апроксимацію петлі гістерезису в точках поблизу кривої намагнічування. У зв'язку з цим цей метод може бути використаний як перспективний при описі петлі гістерезису з високою точністю у всьому діапазоні зміни індукції.

Метод змінного доменного розміру області намагнічування

Серед останніх методів, що описують петлю гістерезису, можна відзначити метод [12]. Повна поведінка гістерезису описується функцією виду:

$$x(y) = x_h(y) + \gamma \cdot x_a(y) = hyst(y) + \gamma \cdot arcE(y) \quad (3.16)$$

де y – наведене намагнічування матеріалу щодо намагнічування насичення; $x(y)$ – функція намагнічування; $x_h(y) = hyst(y)$ - функції петлі гістерезису; $x_a(y)$ – функції кривої граничного намагнічування; γ – константа "коефіцієнт антигістерезису", що характеризує початкове намагнічування; $E(y)$ – функція Ланжевена (Langevin). Функція

намагнічування, що входить у $()$, залежить від квантово-механічних параметрів:

$$y = \frac{M}{M_s} = B(J, a) = \tanh\left[\frac{x_e}{\theta}\right] f_\beta(x_e) \quad (3.17)$$

де M_s - Намагніченість насичення; M – поточна величина намагніченості; $B(J, a)$ - функція Бріллюєн (Brillouin); J – квантове число; $a = \mu_0 m_B \frac{H}{kT}$ – аргумент функції Ланжевена; m_B – магнетон Бора; k - постійна Больцмана; T – абсолютна температура; $x_e = x + y$ – ефективний розмір області намагнічування у компактній формі; $x = H/(\alpha M_s)$ – величина прикладеного поля напруженістю H ; α – коефіцієнт приведення намагніченості до результуючого поля – коефіцієнт Вейса (Weiss); $\theta = kT/(\alpha \beta_s \mu_0 m_B M_s)$ – температура; β_s – максимальний доменний розмір; $f_\beta(x_e)$ – функція доменного розміру.

Перевагою методу є те, що граничні параметри петлі гістерезису для різних матеріалів нормовані в межах ± 1 , а ширина петлі та поведінка кривої початкового намагнічування визначаються на основі теорії змінного розміру області з використанням квантово-механічної теорії. Порівняно з попередніми методами, цей метод дозволяє аналітично описати поведінку петлі гістерезису виходячи з фізики процесу намагнічування з урахуванням властивостей магнітного матеріалу. Недоліком методу є те, що для отримання числових величин параметрів потрібне знання квантово-механічних параметрів матеріалу (a , k , T , m_B , α , β_s). У той же час в електротехніці є ряд спрощують прийомів визначення вихідних даних для кривих намагнічування, зокрема шляхом прямих вимірювань ширини петлі гістерезису, параметрів граничної петлі гістерезису, параметрів середньої кривої намагнічування. Тому в тих випадках, коли не потрібний зв'язок параметрів петлі гістерезису з квантово-механічними параметрами матеріалу цим методом можна не користуватися.

2.2 Математичні методи апроксимації при моделюванні В-Н характеристик

При наявності вибірки експериментально отриманих даних окрім штучних нейронних мереж для моделювання $B - H$ характеристики застосовують і інші методи апроксимації [13, 14]. Апроксимацією даних є заміна табличних даних формулою $y = f(x)$, яка коректно відображає зв'язок між x і y . Якщо при цьому графік функції $y = f(x)$ проходить через усі точки множини A_i , така апроксимація називається інтерполяцією. Однак, інтерполяція не завжди є можливою, а у випадку слабо зв'язаних величин, або ж неточних даних, вона втрачає зміст. Тоді застосовують апроксимацію даних такою функцією (лінійною, квадратичною, логарифмічною), яка б у цілому вірно відображала характер залежності $y = f(x)$. Найбільш ефективним методом апроксимації табличних даних є метод найменших квадратів. У відповідності з цим методом функція $f(x)$ вибирається таким чином, щоб сума квадратів відхилень апроксимаційної функції від експериментальних точок була мінімальною:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - f(x_i))^2 \rightarrow \min \quad (3.18)$$

Побудова лінії графіка, тобто графічне вирівнювання даних, дозволяє виявити характер зв'язку між величинами X і Y . Тісноту зв'язку характеризує коефіцієнт кореляції r , який змінюється в межах $-1 \leq r \leq 1$. Якщо $r \approx 1$, то зв'язок є функціональним (повним). Якщо $r > 0,7$ - зв'язок вважається тісним, якщо $r < 0,4$ - зв'язок вважається слабким. Поліноміальна апроксимація застосовується при роботі з поперемінно зростаючими і спадними величинами. Її доцільно використовувати при аналізі великого набору даних нестабільної величини. Степінь полінома визначається кількістю екстремумів кривої [14]. Поліном другого степені може описати лише один максимум або мінімум. Поліном третього степені має один або

два екстремуми, четвертого степені – не більше трьох екстремумів.

Поліноміальна апроксимація описується виразом [14]

$$y = a_0 + a_1x^1 + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (3.19)$$

де $a, a_1 - a_n$ - константи.

3 КАЛІБРУВАННЯ ДВОСТУПЕНЕВОГО ТРАНСФОРМАТОРА СТРУМУ

3.1 Метод та засоби вирішення проблеми.

Атестація (калібровка) робочих засобів вимірювань змінного струму, найважливішою складовою яких є трансформатори струму, здійснюється за допомогою прецизійної апаратури на основі мір масштабних перетворювачів струму. В даний час для атестації вимірювачів струму в якості еталонної міри використовують прецизійний двоступеневий трансформатор (дільник) струму. Цей тип трансформаторів вперше був описаний в [15], а також досліджений в [16]. Принцип дії такого трансформатора пояснюється на рис. за допомогою еквівалентної схеми, що складається з 2-х трансформаторів: T_{r1} і T_{r2} з ідентичними коефіцієнтами передачі струму з первинної обмотки у вторинну. У трансформаторі T_{r2} є дві вихідні обмотки: одна (грубий канал) служить для грубої передачі енергії струму вхідної обмотки (I_1) в навантаження ZL (I_2), а інша (точний канал) здійснює автоматичну корекцію передачі енергії (додатковий струм I_{cor}) в навантаження, забезпечуючи більш високу точність перетворення сили струму. При цьому рівень сигналу точного каналу I_{cor} на порядки нижче рівня сигналу I_2 , при якому працює грубий канал. З цієї причини сердечник точного каналу (T_{r1}) повинен володіти постійністю відносної магнітної проникності в діапазоні значень магнітного потоку, тобто відношення максимальної магнітної проникності до початкової повинно прагнути до одиниці. Для зменшення паразитних зв'язків між каналами використовується електромагнітний екран.

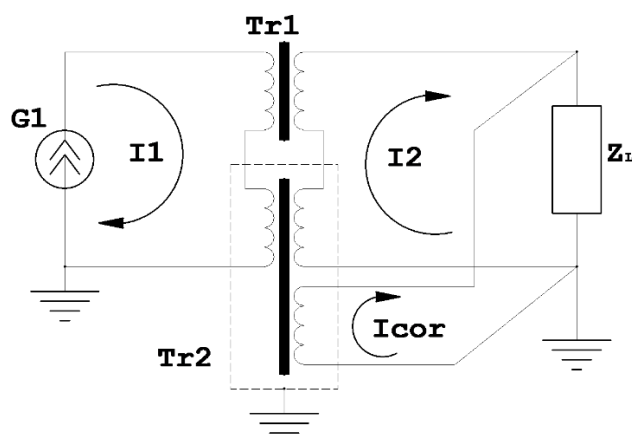


Рисунок 12 - Еквівалентна схема двоступеневого трансформатора струму з захисним електромагнітним екраном точного каналу

Один з можливих варіантів реальної конструкції двоступеневого трансформатора струму зображений на рис. 13.

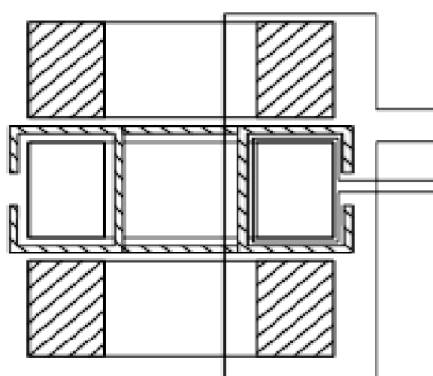


Рисунок 13 - Схема взаємного розташування осердь і обмоток двоступеневого трансформатора струму.

Для зменшення індуктивності розсіювання обмоток, застосовується біфілярне намотування [17]. Обмотки точного каналу нанесені на сердечник з високою магнітною проникністю, який поміщений в електромагнітний екран, виконаний з матеріалу з високою електропровідністю. Електромагнітний екран виконує кілька функцій: забезпечує рівномірний залишковий магнітний потік по всьому об'єму сердечника точного каналу, значно

зменшує паразитний індуктивний зв'язок, викликаний індуктивністю розсіювання обмоток точного каналу, а також придушує ємнісний зв'язок між обмотками точного і грубого каналів.

Порівняння коефіцієнтів перетворення струму робочого (що калібрується) та еталонного трансформаторів здійснюється по схемі, що представлена на рис. 14. Точність перетворення струму в апаратурі національних еталонів повинна відповідати похибкам по амплітуді не більше 0,001%, а по фазі не більше кількох десятих кутової секунд.

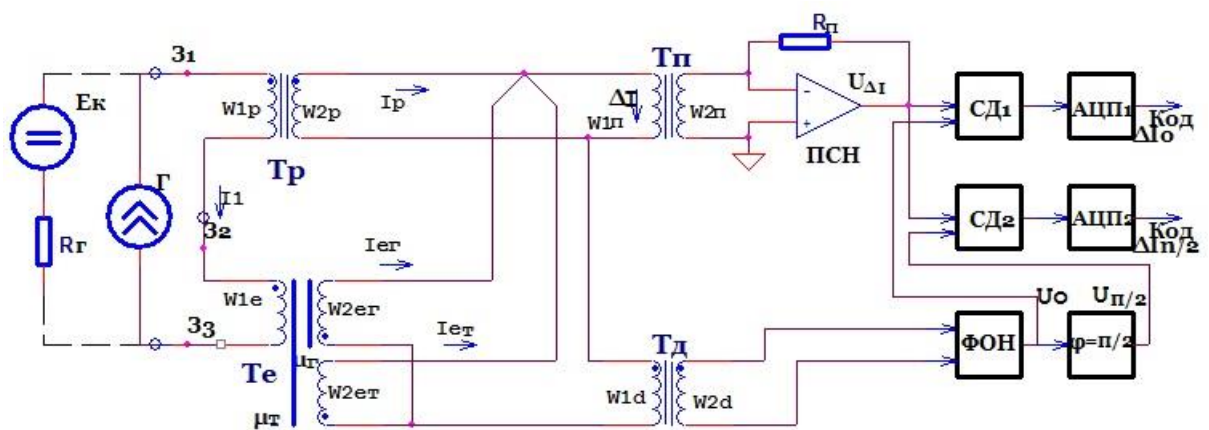


Рисунок 14 - Схема еталонних трансформаторів струму коефіцієнти яких порівнюються

Схема включає наступні елементи:

Г – генератор тестового струму;

R_{Γ} – його опір постійному струму;

T_p – робочий трансформатор;

T_e – еталонний трансформатор;

T_{Π} – трансформатор порівняння;

T_d – допоміжний трансформатор;

W – обмотки трансформаторів (в еталонному Г – груба, Т – точна);

I – струми;

ΔI – різниця струмів (похибка робочого засобу);

Z – затискачі з'єднань;

ПСН- перетворювач струм\напруга;

СД - синхронний детектор;

$\varphi = \pi/2$ – фазообертач;

ФОН – формувач опорних напруг U_0 , $U_{\pi/2}$ для синхронного детектора;

АЦП – аналого-цифровий перетворювач.

Первинні обмотки еталонного трансформатора та трансформатора, що калібрується, з'єднуються послідовно і підключаються за допомогою затискачів $Z_1 - Z_3$ до генератора G струму, що задає режим вимірювання (робочий струм I_1). Струм вторинної обмотки контрольованого трансформатора I_p додається до протифазних струмів грубої та точної обмоток I_{eg} , I_{et} еталонного трансформатора; різниця цих струмів ΔI протікає через первинну обмотку трансформатора порівняння T_p і надалі перетворюється в ПСН на інформативну напругу $U_{\Delta I}$. З цієї напруги виділяються синфазна та квадратурна до струму I_1 складові за допомогою синхронних детекторів $СД_1$ і $СД_2$. Відповідні опорні напруги для СД виробляються формувачем ФОН та фазообертачем $\varphi = \pi/2$ з загального струму вторинних обмоток T_e , що перетворюється трансформатором узгодження T_d . Отримані складові інформативної напруги перетворюються в АЦП на цифрові коди, за якими розраховують різницю вихідних струмів еталонного трансформатора та робочого засобу вимірювання за модулем та фазою.

Проблема полягає в тому, що при застосуванні раніше створеного еталону коефіцієнта перетворення змінного струму при струмі калібрування більше 1 кА, проявлявся ефект нестабільності метрологічних параметрів, при якому похибка вимірювання по модулю зростала 0,04%, а по фазі - 40 кутових хвилин, що багатократно перевищують номінальні і припустимі

похибки цього еталону. Метою роботи було виявити причину виникнення даного ефекту, усунення його і підвищення точності порівняння коефіцієнтів передачі трансформаторів струму.

Проведені метрологічні дослідження показали, що джерелом таких похибок є розігрів під дією робочого струму первинного кола трансформаторів, особливо затискачів для їх підключення. Контактні термоелектрорушійні сили (е.р.с.) E , що виникають при цьому, викликають значне зростання постійної складової струму в первинному колі [18], тому що опір R_{Γ} цього кола до постійного струму дуже низький (генератором Γ тестового струму T_1 є обмотка трансформатора). Величина цього струму не є критичною для режиму роботи осердя трансформатора генератора, трансформатора, що калібрується, та осердя еталонного трансформатора, що охоплюється первинною W_{1e} і грубою вторинною W_{2er} обмотками, в яких застосовується матеріал з низькою μ_r . В той же час, цей струм викликає значне зміщення петлі робочого циклу на кривій намагнічування осердя точної обмотки двоступеневого еталонного трансформатора відносно його індукції, що пов'язано із значно більшою магнітною проникністю μ_r цього осердя. При цьому струм точної обмотки отримує сильне викривлення, наслідком якого і є виникнення похибки порівняння коефіцієнтів перетворення. Осцилограма цього явища представлена на рис. 15.

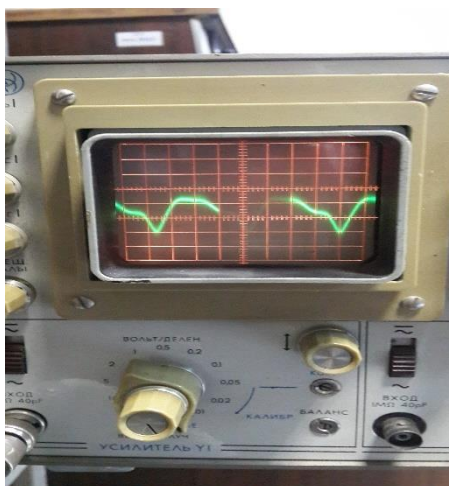


Рисунок 15 - Виникнення похибки порівняння коефіцієнтів перетворення

3.2 Симетрування петлі робочого циклу

Дослідження можливих шляхів вирішення даної проблеми показали, що найбільш ефективним є симетрування петлі робочого циклу намагнічування осердя точної обмотки двоступеневого трансформатора струму [19]. Таке симетрування можливо здійснити шляхом наведення в осердях еталонного трансформатора додаткових постійних магнітних потоків, які компенсують вплив постійної складової струму первинної обмотки, викликаной термо-е.р.с. на затискачах [20]. Для наведення цих потоків, додатково до обмоток W_{1e} і W_{2er} на обидва осердя наноситься обмотка компенсації підмагнічування W_{ke} . Струм в цю обмотку вводиться регульованим джерелом РДСК струму компенсації I_k . Керування цим струмом здійснюється за критерієм досягнення мінімальної різниці енергії напівхвиль струму в точній обмотці Te . При цій умові досягається максимальна симетрія петлі робочого циклу на кривій намагнічування осердя точної обмотки двоступеневого трансформатора.

Принцип побудови пристрою, що реалізує запропонований метод підвищення точності прецизійного перетворення великих струмів, ілюструється на рис. 16.

Крім елементів показаних на схемі рис. , ця схема включає:

- РДСК – регульоване джерело струму компенсації;
- ПНС – перетворювач напруга\струм;
- ПН – повторювач напруги;
- T_{d2} – другий додатковий трансформатор;
- ПСН₂ – другий перетворювач струм/напруга;
- АЦП - аналого-цифровий перетворювач;
- МК – мікроконтролер;
- $W_{ке}$ – обмотка компенсації струму підмагнічування.

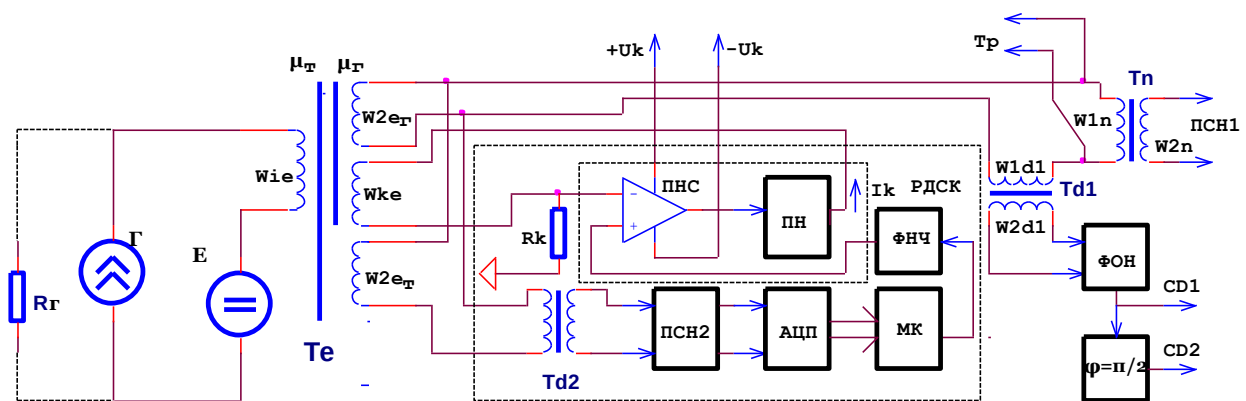


Рисунок 16. Схема пристрою для підвищення точності прецизійного перетворення великих струмів

Розглянемо процес формування струму компенсації. Первинним інформативним сигналом для цього є струм $I_{ет}$ точної обмотки еталонного трансформатора. Він виділяється за допомогою додаткового трансформатора струму T_{d2} та перетворюється на напругу в блоці ПСН2. Осцилограма цієї напруги представлена на рис. 17. Миттєві значення отриманого сигналу перетворюються у цифрові коди швидкодіючим АЦП. Надалі,

мікроконтролером МК вираховуються середньоквадратичні значення цих кодів за позитивний та негативний напівперіоди струму $I_{\text{ет}}$.

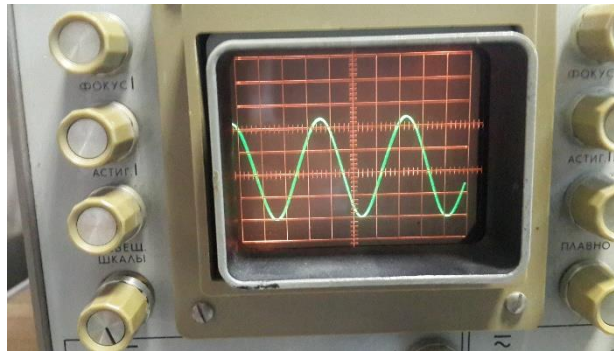


Рисунок 17 - Осцилограма струму компенсації

Їх різниця є пропорційною до постійної складової цього струму, що викликає його спотворення внаслідок появи постійної складової магнітного потоку, а через це – асиметрії петлі намагнічування осердя точної обмотки Те. Для компенсації цього постійного магнітного потоку вказана різниця кодів середньоквадратичних значень напівхвиль струму $I_{\text{ет}}$ подається мікроконтролером на цифро-аналоговий перетворювач (ЦАП), який формує сигнал керування перетворювачем напруга/струм (ПНС). В його вихідне коло включено обмотку компенсації підмагнічування $W_{\text{ке}}$ еталонного трансформатора. До складу ПНС входить операційний підсилювач з повторювачем напруги ПН, що забезпечує необхідний діапазон формування струмів компенсації, та зразковий резистор $R_{\text{к}}$, що визначає коефіцієнт перетворення ПНС. Осцилограма струму в точній обмотці еталонного трансформатора після симетрування петлі намагнічування її осердя показана на рис. 18.

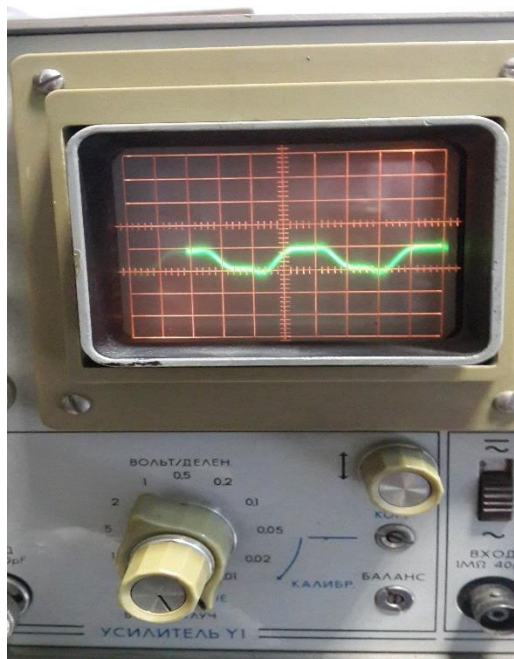


Рисунок 18 - Осцилограма струму в точній обмотці еталонного трансформатора після симетрування петлі намагнічування її осердя

Описане технічне рішення дозволяє використовувати прецизійний двоступеневий трансформатор струму в режимі максимального використання динамічного діапазону його точного каналу. Це відкриває можливість значно зменшити габарити трансформатора, що в свою чергу сприяє також підвищенню його точності і зменшенню вартості.

Тут потрібні додаткові пояснення. Трансформатор, як елемент електричного кола, є узгоджуючим пристроєм, який в ідеальному випадку (при нульових опорах обмоток та коефіцієнті зв'язку, що дорівнює одиниці) має коефіцієнт передачі потужності, що дорівнює одиниці. При цьому параметри генератора ніяк не впливають на характеристики трансформатора (в області магнітних полів, де трансформатор працездатний і не входить в насичення). У реальному трансформаторі метрологічні характеристики визначаються значеннями залишкових параметрів обмоток і тим магнітним потоком, який існує в осерді в процесі експлуатації трансформатора. Опір дроту обмотки, індуктивність розсіювання обмотки і коефіцієнт індуктивного

зв'язку обмоток є основними складовими похибки трансформатора струму, величина яких тим більше, чим більше габарити сердечника.

3.3 Практичне застосування результатів досліджень.

Наведені вище результати досліджень були використані при модернізації Державного первинного еталона одиниці коефіцієнта масштабного перетворення сили змінного струму промислової частоти [], До складу еталона входять:

- міра коефіцієнта масштабного перетворення сили змінного струму М1;
- міра коефіцієнта масштабного перетворення сили змінного струму М2;
- міра коефіцієнта масштабного перетворення сили змінного струму М3;
- компаратор СА507 № 701;
- стенд керування ПТС-3000 для струмів від 0,5 до 3000 А;
- комплекс обладнання КЕО ПС 3000-10000 для струмів від 3000 до 10000 А.

Основні метрологічні характеристики еталона наступні.

Діапазон значень коефіцієнта масштабного перетворення сили змінного струму, у якому відтворюють, зберігають та передають одиницю вимірювань, становить від 0,1 до 10000.

Номінальні значення сили первинного струму: 0,5; 1; 1,5; 2; 2,5; 3; 4; 5; 7,5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60; 75; 80; 100; 150; 200; 250; 300; 400; 500; 600; 750; 800; 1000; 1200; 1500; 2000; 2500; 3000; 4000; 5000; 6000; 8000; 10000 а.

Номінальні значення сили вторинного струму 1 А; 5 А.

Діапазони робочих значень сили первинного струму становлять від 1 % до 120 % кожного номінального значення сили первинного струму.

Номінальна частота 50 Гц.

Еталон забезпечує відтворення, зберігання та передавання одиниці вимірювання із середнім квадратичним відносним відхилом результату вимірювання від $1,5 \cdot 10^{-5}$ до $4 \cdot 10^{-5}$ та із середнім квадратичним абсолютним відхилом результату вимірювання за фазою від $0,1'$ до $0,3'$ за умови десяти незалежних спостережень.

Невилучена систематична відносна струмова похибка знаходиться у діапазоні від $2 \cdot 10^{-5}$ до $6 \cdot 10^{-5}$. Невилучена систематична абсолютна кутова похибка знаходиться у діапазоні від $0,2'$ до $0,8'$.

Нестабільність еталона за рік не перевищує $1 \cdot 10^{-5}$.

Для підвищення точності вимірювань при великих струмах (3000 – 10000 А) до складу еталону додано додатковий блок, в основу якого покладено схему, зображену на рис. 16. (блок РДСК), що реалізує розроблений метод симетрування петлі робочого циклу намагнічування осердя точної обмотки двоступеневого трансформатора струму. Вказані технічні рішення дозволили досягти зменшення рівня похибки по модулю від $0,00004\%$ до $0,00012$, а по фазі менше $0,04$ кутової хвилини.

Висновки

Проведені метрологічні дослідження показали, що джерелом підвищених похибок при вимірюваннях на великих струмах є розігрів під дією робочого струму первинного кола трансформаторів, особливо затискачів для їх підключення. Це явище викликає появу термо-ЕРС, що створює в цьому колі постійний струм, який, в свою чергу, викликає значне зміщення петлі робочого циклу на кривій намагнічування осердя точної обмотки двоступеневого еталонного трансформатора. При цьому струм точної обмотки отримує сильне викривлення, наслідком якого і є виникнення похибки порівняння коефіцієнтів перетворення.

Дослідження можливих шляхів вирішення даної проблеми показали, що найбільш ефективним є симетрування петлі робочого циклу намагнічування наведенням в осердях еталонного трансформатора додаткових постійних магнітних потоків, які компенсують вплив постійної складової струму первинної обмотки, викликаній термо-е.р.с. на затискачах.

Застосування розробленого технічного рішення реалізації цього методу дозволяє значно зменшити похибки порівняння коефіцієнтів трансформації при струмах вище 1 кА. Крім того, розроблене рішення дозволяє використовувати прецизійний двоступеневий трансформатор струму в режимі максимального використання динамічного діапазону його точного каналу, що відкриває можливість значно зменшити габарити трансформатора. Останнє, в свою чергу сприяє підвищенню точності еталона у всьому діапазоні вимірювань і зменшенню вартості апаратури.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Дашченко В. Д. Метод симетрування гістерезисної петлі трансформатора струму — Доповідь на XX Науковій конференції студентів, аспірантів та молодих вчених на базі Фізико-технічного інституту НТУУ «КПІ» ім. Ігоря Сікорського, 2022.
2. Афанасьев В.В., Адоньев Н.М., Кибель В.М., Сирота И.М., Стогний Б.С. Трансформаторы тока, М.: Энергоатомиздат (1980).
3. Стародубцев Ю. Н., Белозеров В. Я. Магнитные свойства аморфных и нанокристаллических сплавов. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2002.
4. Стародубцев Ю. Н. Теория и расчет трансформаторов малой мощности. М.: РадиоСофт, 2005.
5. ТУ 1261-030-12287107-2007 «Магнитопроводы ленточные кольцевые ГАММАМЕТ в защитных контейнерах».
6. Стародубцев Ю. Н., Белозеров В. Я., Зеленин В. А. Расчет условий применения аморфных и нанокристаллических сплавов в устройствах защитного отключения // Сталь. 2001. № 5.
7. Афанасьев Ю. В. Феррозондовые приборы. Л.: Энергоатомиздат, 1986.
8. Андрианова К.А., Богородицкий Н.П., Корицкий Ю.В., Пасынкова В.В., Тареева Б.М., Справочник по электротехническим материалам в 2 т. Т. II // Магнитные, проводниковые, полупроводниковые и другие материалы. — М–Л.: Госэнергоиздат, 1960. — 290 с.
9. Кифер И. И. Испытания ферромагнитных материалов, М., "Энергия", 1969. — 360 с.
10. Бессонов Л. А., Электрические цепи со сталью. — М.: Госэнергоиздат, 1948. — 344 с.
11. Вонсовский С. В., Магнетизм. Магнитные свойства диа-, пара-, ферро-, антиферро-, и ферримагнетиков. — М.: Наука, 1971. — 1032 с.
12. Harrison R. G., Variable-domain-size theory of spin ferromagnetism. — IEEE Trans. Magn., V. 40, No. 3, May 2004. — P. 1506-1515.

13. Маляр В., Маляр А., Гречин Д. Апроксимація характеристик намагнічування електротехнічних сталей. *Теоретична електротехніка*. 2004. №57. С. 78–85.
14. Грицюк П. М., Мічута О. Р., Грицюк П. М., Рощенюк А. М. Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з дисципліни "Математичні методи і моделі" денної форми навчання спеціальності 193 "Геодезія та землеустрій". Рівне: НУВГП. 2016. 42 с.
15. Brooks H. B., Holtz F. C. The two-stage current transformer // Transactions of AIEE. — 1992. — Т. 41, № 6.
16. Левин М. И. Расчет погрешности трансформаторов тока, Труды МГИМИП, Электрические измерения // Машгиз. — 1950. — Т. 2.
17. Гриневич Ф. Б. и др. Трансформаторные измерительные мосты. — Энергия, 1970. — С. 280.
18. M. Moore M. J., N. Milianic P. The current comparators. — 1988. — P. 120.
19. Kibble B. R. and Rainer G. H. Coaxial alternative current bridges. — Bristol : Pdam Hilder, 1984. — P. 280.
20. Tinsley. General catalog.