

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

ТЕОРІЯ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ. КОМП'ЮТЕРНИЙ ПРАКТИКУМ

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою «Управління, захист та автоматизація енергосистем»
спеціальностей 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка,
G3 Електрична інженерія

Електронне мережеве навчальне видання

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
2025

УДК 681.5:621.3(075.8)
М31

Укладачі: *Марченко Анатолій Андрійович, канд. техн. наук., доцент*
Гулий Володимир Сергійович, асистент

Рецензент *Чижевський В.В., доц., канд. техн. наук*

Відповідальний редактор *Яндульський О.С., проф., д-р техн. наук*

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 2 від 06.11.2025 р.)
за поданням вченої ради факультету електроенерготехніки та автоматики
(протокол № 4 від 27.10.2025 р.)*

Марченко А.А.
М31 Теорія автоматичного керування. Комп'ютерний практикум [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмою «Управління, захист та автоматизація енергосистем» спец. 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, G3 Електрична інженерія / А.А. Марченко, В.С. Гулий; КПІ ім. Ігоря Сікорського.. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 182 с.

Навчальний посібник містить матеріали завдань, які виконуються студентами на комп'ютерному практикумі протягом семестру. Він сприяє формуванню практичних навичок моделювання та аналізу динамічних систем автоматичного керування. На заняттях вивчаються методи оцінки стійкості, якості автоматичних систем рулювання, нелінійні динамічні системи, релейні електромеханічні слідкуючі системи, нелінійні системи стабілізації, замкнені системи зі змінною структурою, імпульсні автоматичні системи, цифрові системи управління. Матеріали кожного заняття включають теоретичні відомості, індивідуальні завдання і порядок їх виконання. Призначений для здобувачів ступеня бакалавра за освітньою програмою «Управління, захист та автоматизація енергосистем» спеціальностей 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, G3 «Електрична інженерія», а також буде корисним студентам інших електротехнічних та інженерних спеціальностей вищих навчальних закладів.

УДК 681.5:621.3(075.8)

Реєстр. № НП 25/26-081. Обсяг 8,27 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025

Зміст

Вступ.....	9
1. Заняття № 1. Ознайомлення з функціональними можливостями програмного комплексу MatLab/Simulink.	11
1.1. Теоретичні відомості.....	11
1.1.1 Загальні відомості.....	11
1.1.2 Побудова найпростішої моделі.....	12
1.2 Завдання.....	17
1.3 Порядок виконання роботи.....	17
1.4 Зміст звіту про роботу.....	20
1.5 Контрольні запитання	20
2. Заняття № 2. Дослідження типових динамічних ланок.	21
2.1 Типові динамічні ланки та їх характеристики.....	21
2.1.1. Загальні відомості.....	21
2.1.2. Підсилювальна ланка.....	22
2.1.3. Інтегруюча ланка.....	23
2.1.4. Диференціююча ланка	25
2.1.5. Ланка чистого запізнювання	27
2.1.6. Аперіодична ланка 1-го порядку	28
2.1.7. Коливальна ланка	29
2.1.8. Аперіодична ланка 2-го порядку	31
2.2 Завдання.....	33
2.3 Порядок виконання роботи.....	34
2.4 Зміст звіту про роботу.....	34
2.5 Контрольні запитання	35
3. Заняття № 3. Визначення частотних характеристик типових позиційних ланок	36
3.1 Частотні характеристики типових позиційних ланок.....	36

3.1.1	Загальні відомості.....	36
3.1.2	Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку..	37
3.1.3	Частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку ...	39
3.1.4	Частотні характеристики коливальної ланки	40
3.1.5	Частотні характеристики підсилювальної ланки	41
3.1.6	Логарифмічні частотні характеристики.....	41
3.2	Визначення динамічних параметрів типових позиційних ланок по графікам їх АФХ	43
3.3	Завдання.....	43
3.4	Порядок виконання роботи.....	44
3.5	Зміст звіту про роботу	45
3.6	Контрольні запитання	46
4.	Заняття №4 Моделювання лінійних автоматичних систем регулювання...	47
4.1	Математичні моделі АСР.....	47
4.2	Методи складання структурних схем моделей АСР.....	49
4.2.1	Метод передатної функції.	49
4.2.2	Метод зниження порядку похідної.....	49
4.2.3	Метод канонічної форми	50
4.3	Завдання.....	52
4.4	Порядок виконання роботи.....	54
4.5	Зміст звіту про роботу	55
4.6	Контрольні запитання	55
5.	Заняття №5 Дослідження стійкості автоматичних систем регулювання	56
5.1	Загальні поняття стійкості	56
5.2	Частотні критерії стійкості	56
5.2.1	Частотний критерій Михайлова.....	57
5.2.2	Частотний критерій Найквіста	58

5.2.3 Дослідження стійкості АСР по логарифмічних частотних характеристиках	59
5.3 Завдання.....	61
5.4 Порядок виконання роботи.....	64
5.5 Зміст звіту про роботу.....	65
5.6 Контрольні питання.....	65
6. Заняття № 6 Дослідження якості автоматичних систем регулювання	67
6.1 Методи оцінки якості лінійних АСР	67
6.2 Завдання.....	70
6.3 Порядок виконання роботи.....	74
6.4 Зміст звіту про роботу.....	74
6.5 Контрольні питання.....	75
7. Заняття № 7 Дослідження та оптимізація параметрів системи стабілізації	76
7.1 Основні теоретичні відомості.....	76
7.2 Основні елементи САР.....	78
7.3 Графоаналітичний розрахунок параметрів налаштування АСР за показником коливальності	82
7.4 Завдання.....	86
7.5 Порядок виконання роботи.....	89
7.6 Зміст звіту про роботу.....	89
7.7 Контрольні питання.....	90
8. Заняття № 8 Дослідження можливостей оптимізації регулювання в середовищі Matlab	91
8.1 Основні теоретичні відомості.....	91
8.2 Приклади виконання роботи	92
8.3 Завдання.....	98
8.4 Зміст звіту про роботу.....	99
8.5 Контрольні питання.....	99
9. Заняття № 9 Дослідження нелінійних динамічних систем методом фазових траєкторій	101

9.1	Основні теоретичні відомості.....	101
9.2	Алгоритм побудови фазової траєкторії.....	102
9.3	Приклади виконання роботи	103
9.4	Завдання.....	106
9.5	Зміст звіту про роботу.....	108
9.6	Контрольні питання і завдання	108
10.	Заняття № 10 Дослідження релейної електромеханічної слідкуючої системи	109
10.1	Основні теоретичні відомості.....	109
10.2	Завдання.....	113
10.3	Порядок виконання роботи.....	115
10.4	Зміст звіту про роботу.....	116
10.5	Контрольні питання.....	117
11.	Заняття № 11 Дослідження нелінійних систем стабілізації.....	118
11.1	Основні теоретичні відомості.....	118
11.2	Завдання.....	121
11.3	Порядок виконання роботи.....	123
11.4	Зміст звіту про роботу.....	123
11.5	Контрольні питання.....	124
12.	Заняття № 12 Дослідження регулятора швидкості двигуна постійного струму з релейним підсилювачем	125
12.1	Основні теоретичні відомості.....	125
12.2	Завдання.....	127
12.3	Порядок виконання роботи.....	128
12.4	Зміст звіту про роботу.....	129
12.5	Контрольні питання.....	130
13.	Заняття № 13 Автоматичне регулювання тиску з нелінійним підсилювачем.....	131
13.1	Основні теоретичні відомості.....	131
13.2	Завдання.....	135

13.3	Порядок виконання роботи.....	136
13.4	Зміст звіту про роботу.....	137
13.5	Контрольні питання.....	137
14.	Заняття № 14 Дослідження нелінійних систем регулювання швидкості обертання гідрогенератора.....	138
14.1	Основні теоретичні відомості.....	138
14.2	Завдання.....	142
14.3	Порядок виконання роботи.....	144
14.4	Зміст звіту про роботу.....	144
14.5	Контрольні питання.....	145
15.	Заняття № 15 Дослідження замкнених систем зі змінною структурою ..	146
15.1	Основні теоретичні відомості.....	146
15.2	Завдання.....	148
15.3	Порядок виконання роботи.....	148
15.4	Зміст звіту про роботу.....	149
15.5	Контрольні питання.....	150
16.	Заняття № 16 Дослідження імпульсних автоматичних систем.....	151
16.1	Імпульсні системи.....	151
16.2	Стійкість і якість імпульсних систем регулювання.....	154
16.3	Моделювання імпульсного елемента в MATLAB	155
16.4	Завдання.....	157
16.5	Порядок виконання роботи.....	158
16.6	Зміст звіту про роботу.....	158
16.7	Контрольні питання.....	158
17.	Заняття № 17 Системи з цифровим регулятором	160
17.1	Основні теоретичні відомості.....	160
17.2	Приклад виконання розрахунків.....	160
17.3	Постановка задачі	166
17.4	Варіанти завдань.....	167
17.5	Порядок виконання роботи.....	170

17.6	Зміст звіту по роботі.....	170
17.7	Контрольні питання і завдання	171
18.	Заняття № 18 Цифрові системи управління	172
18.1	Основні теоретичні відомості.....	172
18.2	Постановка задачі	177
18.3	Варіанти завдань	178
18.4	Зміст звіту про роботу	178
18.5	Контрольні питання.....	179
	Додаток.....	180
	Список літератури	182

Вступ

Комп'ютерний практикум з дисципліни «Теорія автоматичного керування.» проводиться зі здобувачами ступеню бакалавра спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка», G3 «Електрична інженерія», освітньої програми «Управління, захист та автоматизація енергосистем». Навчальний посібник «Теорія автоматичного керування.: комп'ютерний практикум» містить матеріали завдань, які виконуються студентами на комп'ютерному практикумі протягом семестру.

Теорія автоматичного керування є теоретичною основою технічної кібернетики - напрямку кібернетики, що займається вивченням технічних систем. Сама ж кібернетика (з грецьк.— мистецтво керування) є наукою про керування, зв'язок і переробку інформації.

Основними об'єктами дослідження в кібернетиці є кібернетичні системи (КС). Особливістю цих систем є те, що їх розглядають абстрактно, тобто безвідносно від їхньої реальної природи. Абстрактну КС представляють у вигляді сукупності взаємозалежних об'єктів - елементів системи, здатних запам'ятовувати та переробляти інформацію, а також обмінюватися нею з іншими елементами та зовнішнім світом.

В практичній діяльності інженера-електрика потрібно вирішувати питання ефективного регулювання режимів роботи електричних систем, удосконалювання структури паливно-енергетичного балансу, впровадження нових генеруючих потужностей, комплексного вирішення питань енергопостачання споживачів, зниження питомої витрати палива, зменшення втрат електричної енергії і управління сучасною енергетикою в цілому.

Дисципліна «Теорія автоматичного керування.» являється необхідною для успішного вивчення подальших курсів, пов'язаних з управлінням сучасною енергетикою.

Рішення завдань проводиться з використанням:

- теорії диференціальних рівнянь;
- операційного вирахування (перетворення Лапласа);

- спектрального аналізу (перетворення Фур'є);
- математичного моделювання.

Вивчати матеріал курсу рекомендується в порядку, наведеному в дійсному навчальному посібнику. Точний список робіт, що виконуються, видається викладачем. Після вивчення кожної теми необхідно вирішити завдання згідно варіанту, і відповісти на контрольні питання.

Зміст звіту

Звіт оформляється на аркушах формату А4 і починається з титульного аркуша (див. додаток).

1. Заняття № 1.

Ознайомлення з функціональними можливостями програмного комплексу MatLab/Simulink.

Мета роботи: ознайомлення з програмним комплексом MatLab/Simulink, набуття практичних навичок комп'ютерного моделювання, створення простих моделей, а також аналіз отриманих результатів.

1.1. Теоретичні відомості

1.1.1 Загальні відомості

Програмний комплекс MATLAB/Simulink включає наступні компоненти:

- MATLAB - ядро комплексу, реалізує широкий спектр математичних методів, засобів візуалізації даних і допоміжних засобів.
- Simulink - професійний тулбокс (Toolbox (англ.) - набір інструментів), призначений для моделювання систем управління. Працює Simulink під управлінням MATLAB і використовує для моделювання увесь спектр його можливостей.
- Набір тулбоксів, що спеціалізують MATLAB для виконання спеціальних функцій: оптимізація, синтез систем, нечітка логіка, нейронні мережі та ін.

У даній роботі описуються деякі можливості Simulink MATLAB і деякі можливості інших тулбоксів, необхідних для моделювання, аналізу і синтезу систем автоматичного управління.

Відзначимо про існування відмінностей у версіях Simulink.

1.1.2 Побудова найпростішої моделі

У цьому розділі розглядаються приклади застосування основних команд і прийомів, які найчастіше використовуються при створенні моделі і моделюванні.

Наведена нижче модель ілюструє інтегрування синусоїдального сигналу і відображення вихідного і інтегрованого сигналу. Структурна схема подана на рис.1.1.

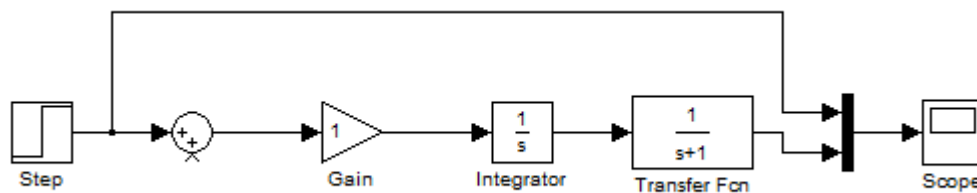


Рисунок 1.1 – Модель інтегрування синусоїдального сигналу

Розглянемо побудову моделі, зображеної на рис.1.1, у Simulink. Для запуску *MATLAB* необхідно натиснути кнопку "Пуск" меню, увійти в меню "Програми", потім "Matlab" і вибрати на пункті меню "Matlab". Для запуску *Simulink* необхідно натиснути кнопку *Simulink* у вікні *MATLAB* (рис.1.2)

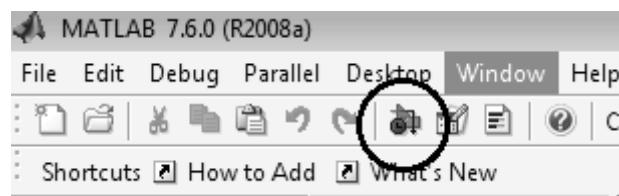


Рисунок 1.2 – Вікно MATLAB

На екрані з'явиться вікно браузера блоків Simulink (Рисунок 1.3.) Для створення нової моделі необхідно натиснути на кнопку створення нової моделі.

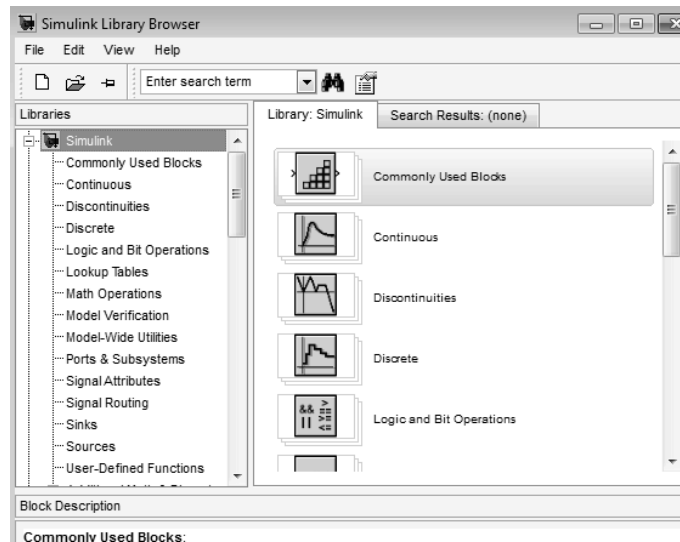


Рисунок 1.3 – Вікно браузера блоків Simulink

Розмістіть ці вікна на екрані так, щоб вони не перекривалися. Для даної моделі необхідно витягти блоки з наступних бібліотек:

- Бібліотека генераторів сигналів (Sources) – блок генератора імпульсів типу стрибок Step;
- Бібліотека відображення сигналів (Sinks) - блок осцилографа Scope;
- Бібліотека блоків безперервних систем (Continuous) - блок інтегратора Integrator та аперіодичної ланки першого порядку Transfer Fcn;
- Бібліотека сигналів і систем (Signals & Systems) - блок мультиплексо-ра Mux;
- Бібліотека математичних операцій (Math Operations) - блок суматора Sum та блок підсилювача Gain.

Відкрийте бібліотеку генераторів сигналів Sources для доступу до блоку стрибкоподібного генератора Step.

Для відкриття бібліотеки установіть курсор миші на знак "+" зліва від бібліотеки Simulink і клацніть лівою кнопкою миші. Відкриється бібліотека Simulink. Встановіть курсор миші на бібліотеку Sources і клацніть лівою кнопкою миші. Правіше у вікні відчиниться бібліотека Sources (Рис. 1.4).

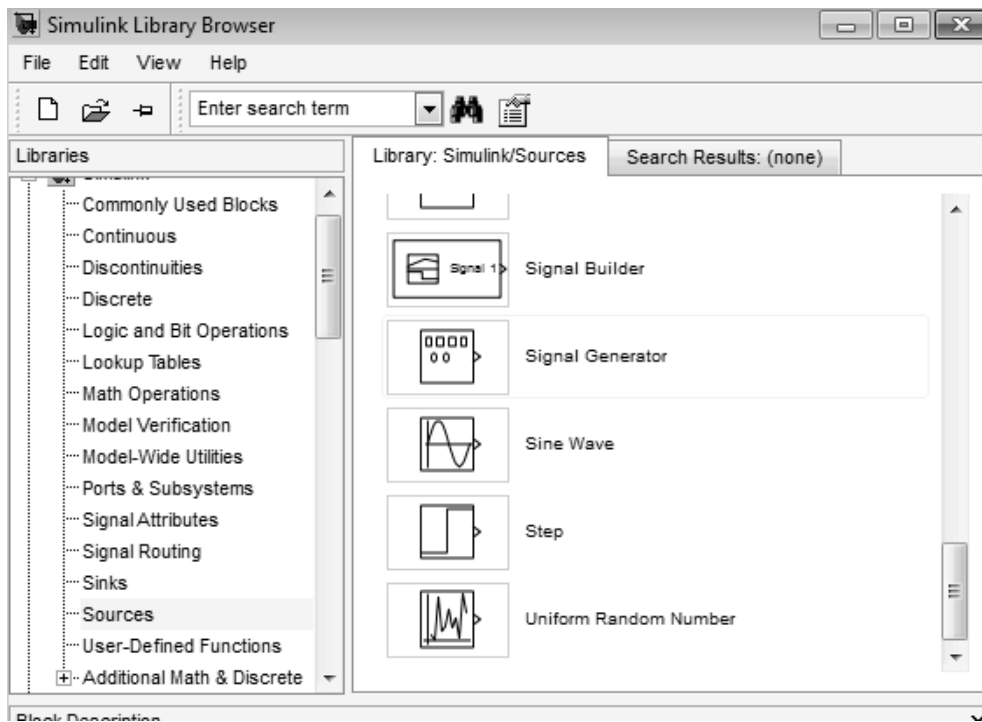


Рисунок 1.4 – Вікно бібліотеки Sources

Для прикладу нижче приведені фрагменти бібліотеки блоків безперервних систем Continuous (Рис. 1.5) та бібліотеки математичних операцій Math Operations (Рис. 1.6).

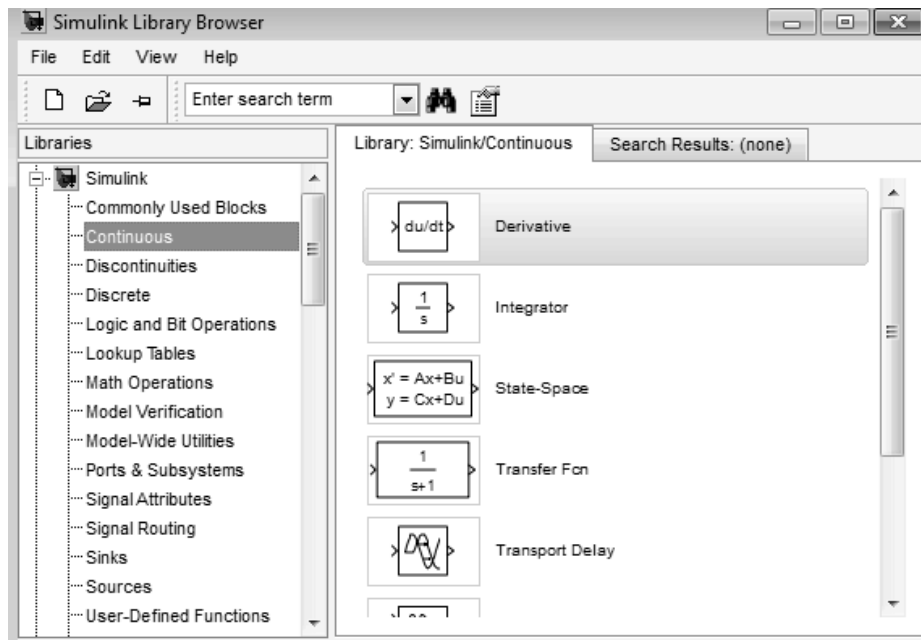


Рисунок 1.5 – Фрагмент бібліотеки блоків безперервних систем Continuous

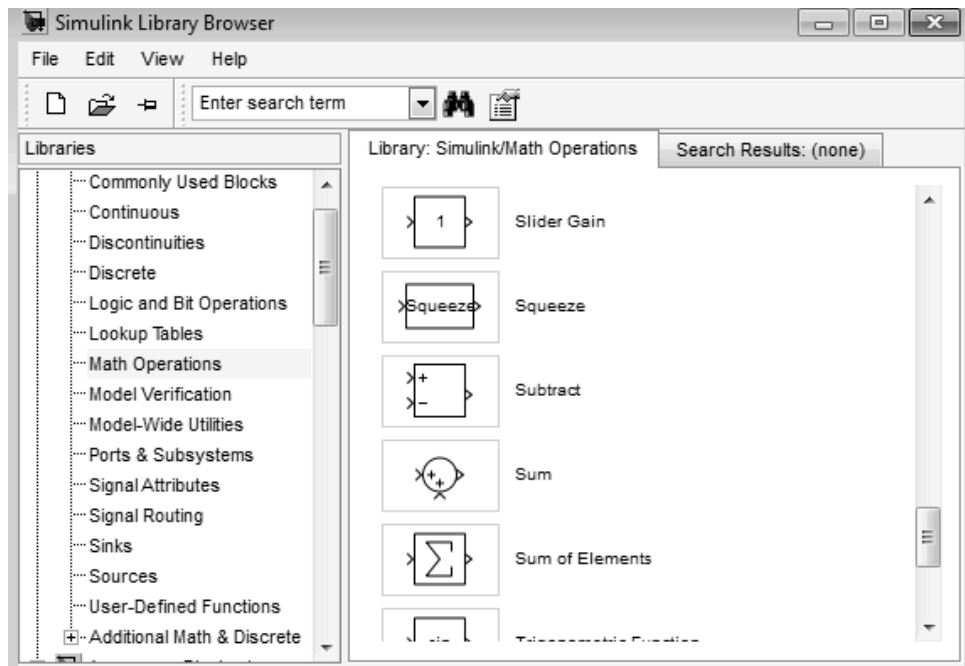


Рисунок 1.6 – Фрагмент бібліотеки математичних операцій Math Operations

Для додавання блоків у модель їх можна скопіювати з бібліотеки або з іншої моделі. Для копіювання блоку з бібліотеки установіть курсор на значок зліва від блоку, потім натисніть і утримуйте ліву кнопку миші.

Утримуючи кнопку миші, перемістіть блок у вікно моделі і відпустіть кнопку миші. Копія блоку стрибкоподібного генератора Step з'явиться у вікні моделі.(Рис.1.7)

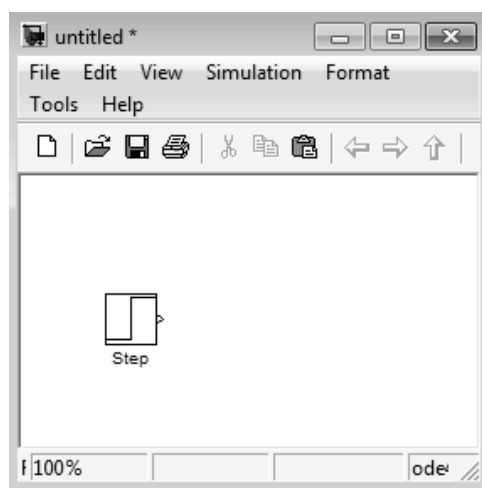


Рисунок 1.7– Блок стрибкоподібного генератора Step

Таким же чином скопіюйте і розмістіть інші блоки у вікні моделі. Можна переміщувати блоки усередині вікна, виділіть блок та перемістіть його мишкою. Виділений блок можна пересувати, використовуючи клавіші управління курсором (стрілки).

Після того, як усі необхідні блоки скопійовані у вікно моделі, модель буде виглядати такою, як на рис. 1.8.

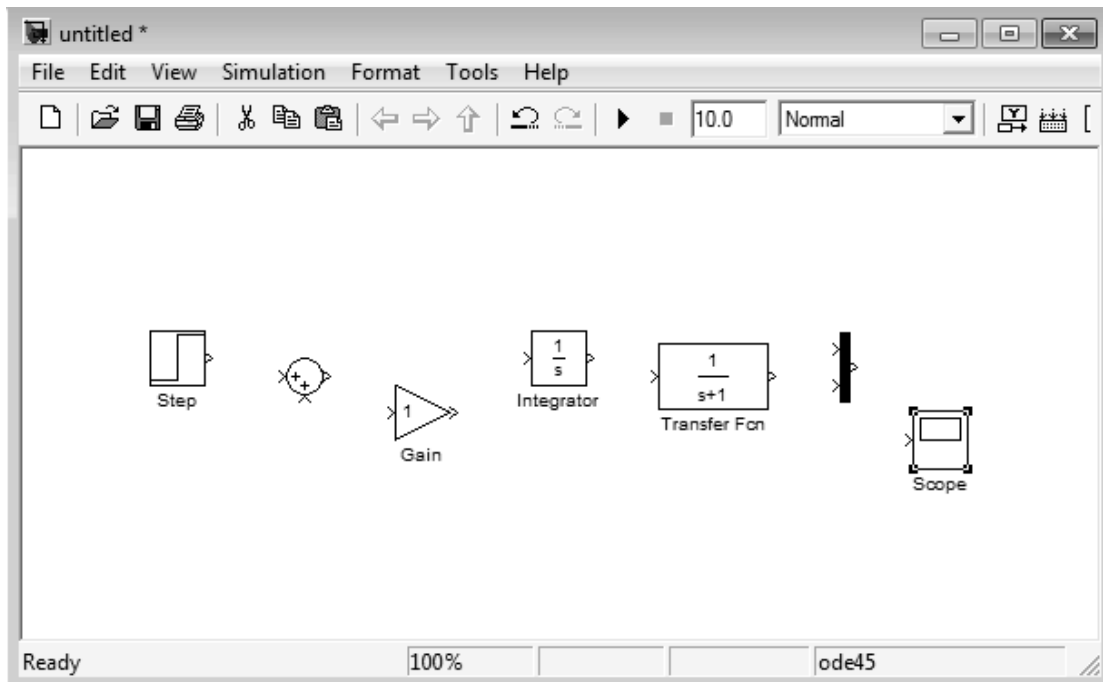


Рисунок 1.8 – Вікно моделі

Кожний блок має один або декілька символів ">", що входять і виходять із блоку. Символ ">", що вказує усередину блоку, називається *вхідним портом*, а символ, що вказує назовні, називається *вихідним портом*. Сигнал передається з виходу одного блоку на вхід іншого блоку за допомогою лінії зв'язку. Якщо блок підключений, то символ порту зникає.

З'єднати вихід блока стрибкоподібного генератора Step із входом суматора Sum можна установивши курсор усередину вихідного порту з правої сторони блоку. Стрілка зміниться на перехрестя. Натисніть та утримуйте ліву кнопку миші і пересуньте курсор до вхідного порту блоку суматора Sum. Перехрестя заміниться на подвійне перехрестя. Відпустіть клавішу миші. Блоки будуть з'єднані. Блоки також будуть з'єднані, якщо відпустити кнопку миші, коли курсор знаходиться усередині блоку. Лінія зв'язку буде приєднана до найближчого до курсору порту.

Після виконання всіх сполучень модель буде мати вигляд, зображений на рис.1.1.

1.2 Завдання

1. Побудувати модель системи, використовуючи блоки бібліотеки Simulink; структурна схема системи показана на рис. 1.1.
2. Установити необхідні параметри системи згідно свого варіанта.
($k=N_{\text{в}} \text{ вар}$, $T=N_{\text{вар}} \cdot 10^{-3}$)
3. Виконати моделювання розімкненої системи в часовому діапазоні або отримати перехідний процес.
4. Включити зворотній зв'язок і отримати перехідний процес. Виконати перевірку $\sigma = (y_{\text{max}} - y_{\text{уст}}) / y_{\text{уст}} \cdot 100\%$, якщо перерегулювання σ перевищує 20%, необхідно зменшувати k .
5. Проаналізувати отримані результати.

1.3 Порядок виконання роботи

Сформувані схему:

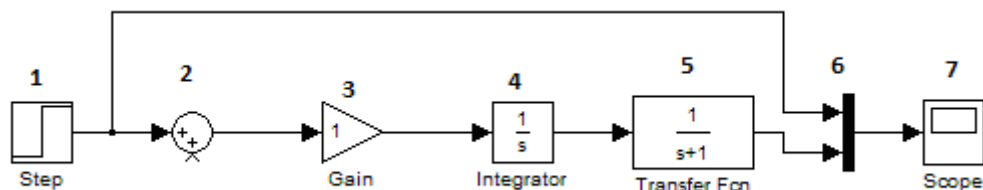


Рисунок 1.9 – Вікно моделі

Де:

- 1-формував вихідного впливу типу стрибок
- 2-суматор
- 3-підсилювач
- 4-інтегратор
- 5-аперіодична ланка першого порядку
- 6-мультиплексор
- 7-пристрій відображення(осцилограф)

Після того, як схема сформована необхідно задати параметри кожного з елементів через меню, згідно завдання.

Наприклад, для того, щоб задати коефіцієнт підсилення підсилювача Gain, необхідно, встановивши показник миші на блок, двічі натиснути на ліву кнопку миші. Після чого з'явиться вікно параметрів підсилювача, де необхідно вказати задані параметри.(Рис.1.10)

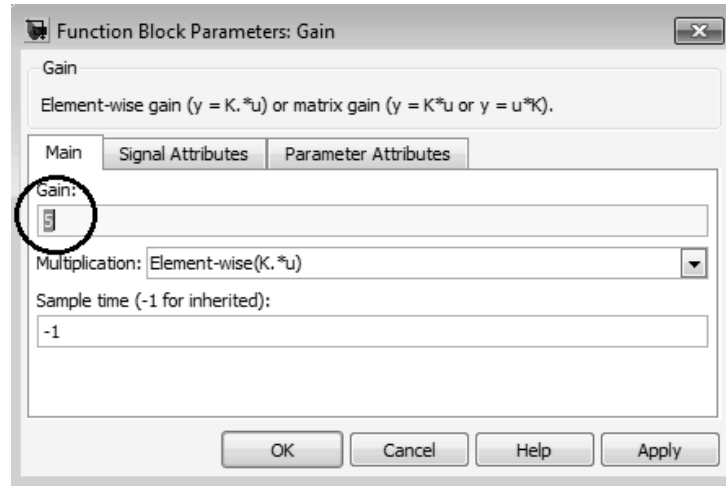


Рисунок 1.10 – Вікно параметрів підсилювача Gain.

Для моделювання прикладу спочатку необхідно відкрити блок осцилографа Scope встановивши показник миші на блок, двічі натиснути на ліву кнопку миші. Потім необхідно *внести параметри моделювання*. Для цього виберіть пункт меню Configuration Parameters із меню Simulation. Встановіть час закінчення моделювання Stop Time, рівний 10.0 с.

Закрийте вікно установки параметрів, натиснувши на Close. Simulink прийме задані параметри і закриє вікно.

Виберіть пункт Start із меню Simulation. Результати моделювання виводяться у вікно Scope (Рис.1.11). Моделювання закінчиться в тому разі, коли час, зазначений в параметрах моделювання або пункт Stop, обраний у меню Simulation будуть вичерпані.

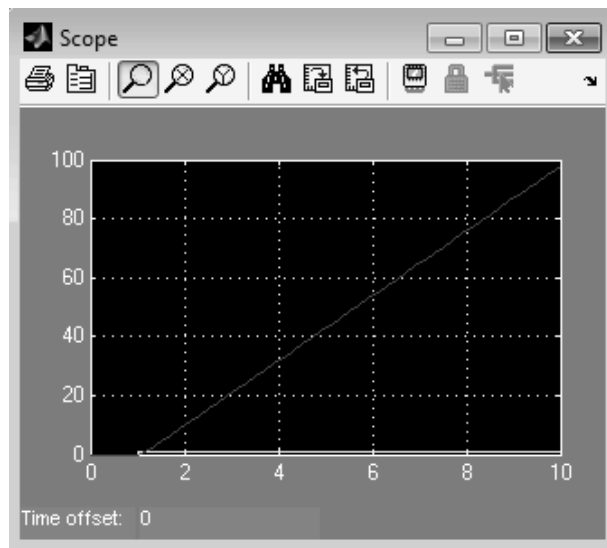


Рисунок 1.11 – Результати моделювання.

Далі, згідно завдання, необхідно включити зворотній зв'язок і отримати перехідний процес. Після включення зворотного зв'язку схема набуде вигляду (Рис.1.12):

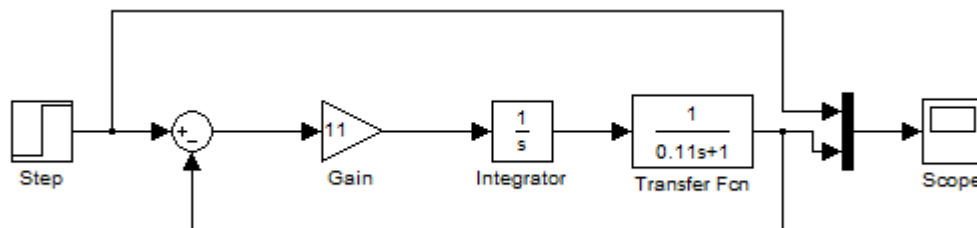


Рисунок 1.12 – Вихідна схема зі зворотним зв'язком.

Ми отримали перехідний процес, результат бачимо у вікні Scope (Рис.1.13).

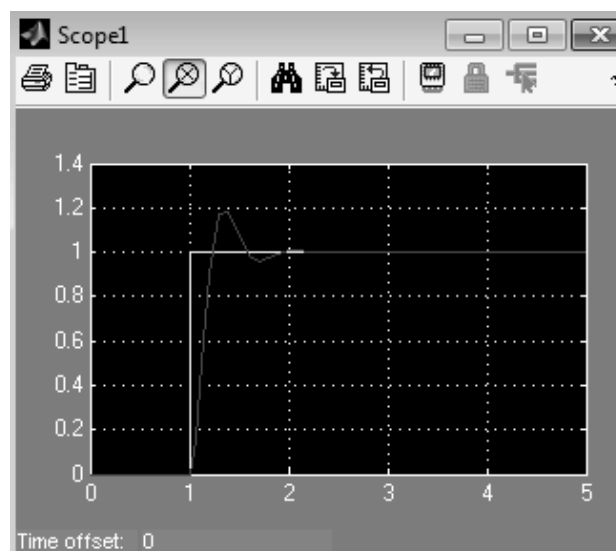


Рисунок 1.13 – Результати моделювання перехідного процесу.

Щоб зберегти модель виберіть пункт Save із меню File, введіть ім'я файла і виберіть каталог, у якому необхідно зберегти файл.

Для виходу з *Simulink* і *MATLAB*, виберіть пункт Exit MATLAB із меню File.

Можна також ввести команду » quit у командному рядку MATLAB.

1.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Основні теоретичні відомості.
4. Структурні схеми моделей.
5. Графіки перехідного процесу.
6. Висновки.

1.5 Контрольні запитання

1. Порядок роботи в MatLab.
2. Бібліотеки, використані в роботі.
3. Меню блоків в MatLab.
4. Хід виконання роботи.

2. Заняття № 2.

Дослідження типових динамічних ланок.

Мета роботи: вивчення моделей типових динамічних ланок, їх динамічних властивостей, методів обробки кривих перехідного процесу для визначення динамічних параметрів.

2.1 Типові динамічні ланки та їх характеристики

2.1.1. Загальні відомості

При вирішенні задач аналізу і синтезу лінійних АСР доцільно приводити їх у вигляді сукупності сполучених між собою нескладних елементів із певними динамічними властивостями. Реальні елементи, що складають АСР, можуть мати різноманітну фізичну основу (теплову, механічну, електричну і т. ін.) і конкретне виконання (нагрівальний пристрій, кінематична передача, електричний двигун і т.д.), але описуються однаковими диференціальними рівняннями, а, отже, мають ідентичні динамічні властивості. Виходячи з ідентичності динамічних властивостей, реальні елементи можна віднести до певного типу ланок, що дозволяє звести все різноманіття реальних елементів АСР до невеликого числа так називаних типових ланок.

Типовою елементарною ланкою називається така ланка, яку неможливо підрозділити на ще більш прості ланки.

Типові ланки характеризуються наступними загальними властивостями:

- а) мають одну вхідну та одну вихідну величину;
- б) описуються диференціальним рівнянням не вище 2-го порядку;
- с) пропускають сигнал тільки в одному напрямку.

Типовими ланками, із яких може бути складена структурна схема АСР практично будь-якої складності, є: підсилювальна (пропорційна), ідеальна інтегруюча, ідеальна диференціююча, аперіодична першого порядку, аперіодична другого порядку, коливальна, ланка чистого запізнювання.

2.1.2. Підсилювальна ланка

У цій ланці вихідна величина $y(t)$ у кожний момент часу пропорційна вхідній величині $x(t)$ і визначається алгебраїчним рівнянням виду:

$$y(t) = kx(t), \quad (2.1)$$

де k - коефіцієнт передачі, що має розмірність: одиниця виміру вихідної величини, поділена на одиницю виміру вхідної величини.

З рівняння (2.1) випливає, що вихідна величина миттєво повторює всі зміни вхідної величини, тому ланку називають безінерційною. Підсилювальна ланка є так названою статичною ланкою, оскільки в сталому стані кожному значенню вхідної величини відповідає цілком певне значення вихідної величини.

Перехідну функцію $h(t)$ записують у вигляді:

$$h(t) = k \cdot 1(t), \quad (2.2)$$

де $1(t)$ - східчаста одинична дія на вході.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2.1), знайдемо передавну функцію підсилювальної ланки:

$$W(p) = Y(p) / X(p) = K. \quad (2.3)$$

Прикладами конструктивного виконання підсилювальної ланки можуть бути: механічний редуктор, важіль, електричний R-R-ланцюжок, електронний підсилювач і т.д.

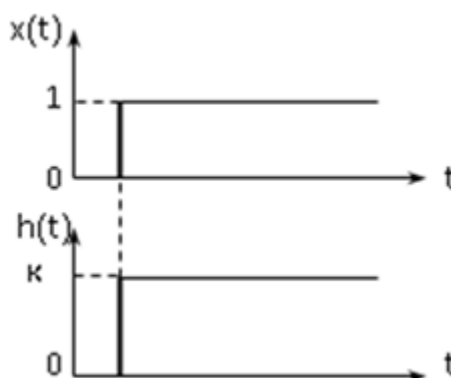


Рисунок 2.1 – Графік перехідної функції підсилювальної ланки

2.1.3. Інтегруюча ланка

Ланка є тією, що інтегрує, оскільки її вихідна величина пропорційна інтегралу за часом від вхідної величини:

$$y(t) = k \int x(t) dt. \quad (2.4)$$

Диференціальне рівняння ланки:

$$dy(t) / dt = k_1 x(t), \quad (2.5)$$

де k_1 - коефіцієнт передачі ланки. Його розмірність: одиниця швидкості зміни вихідної величини, поділена на одиницю зміни вхідної величини.

Перехідну функцію ідеальної інтегруючої ланки одержують рівняння (2.4) при $x(t) = 1(t)$:

$$h(t) = k_1 \int 1(t) dt = k_1 t + c, \quad (2.5)$$

де c - константа інтегрування, рівна нулю при нульових початкових умовах.

Швидкість зміни вихідної величини при $x(t) = 1(t)$ чисельно дорівнює k_1 . Графік перехідної функції являє собою пряму лінію (рис.2.2) із кутом нахилу $\alpha = \arctg(k_1)$.

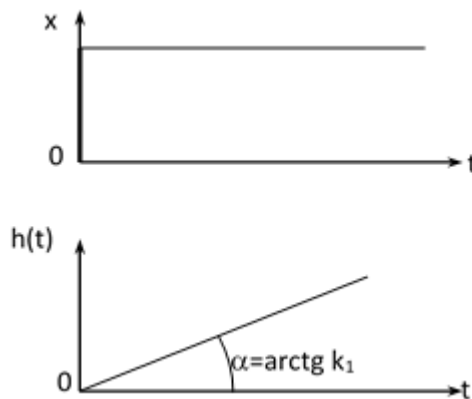


Рисунок 2.2 – Графік перехідної функції інтегруючої ланки

З рис.2.2 випливає, що тому самому сталому значенню вхідної величини відповідають різноманітні значення вихідної величини. На цій підставі ланку, що інтегрує, називають астатичною, крім того, при зменшенні вхідної величини до нуля вихідна величина ланки, що інтегрує, залишається незмінною і не прагне до нуля, як у пропорційній ланці. У зв'язку з цим ланка, що інтегрує відноситься до категорії нейтральних ланок.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2.5), одержують передатну функцію ланки:

$$W(p) = k_1 / p. \quad (2.6)$$

Прикладами елементів, динамічні властивості яких еквівалентні в деякому наближенні властивостям ідеальної інтегруючої ланки, є: електродвигун постійного струму (х - подавана напруга, у - кут повороту ротора); ємність із рідиною (х - притока рідини, у - її рівень).

Реальні інтегруючі ланки звичайно мають помітну інерційність. Такі ланки не відносяться до елементарних, тому що можуть бути подані більш простими ланками.

Передатна функція реальної інтегруючої ланки має вигляд:

$$W(p) = \frac{k_1}{(T \cdot p + 1)p}. \quad (2.7)$$

Її перехідна функція:

$$h(t) = t - T \left(1 - e^{-t/T} \right). \quad (2.8)$$

Через достатньо великий проміжок часу величина $e^{-t/T}$ стає зневажливо малою (при $t \rightarrow \infty$ $e^{-t/T} \rightarrow 0$) і зміна вихідної величини буде відбуватися за законом: $h(t) = t - T$.

Таким чином, параметр Т (постійна часу ланки, що інтегрує,) буде визначатися, як це показано на рис. 2.3.

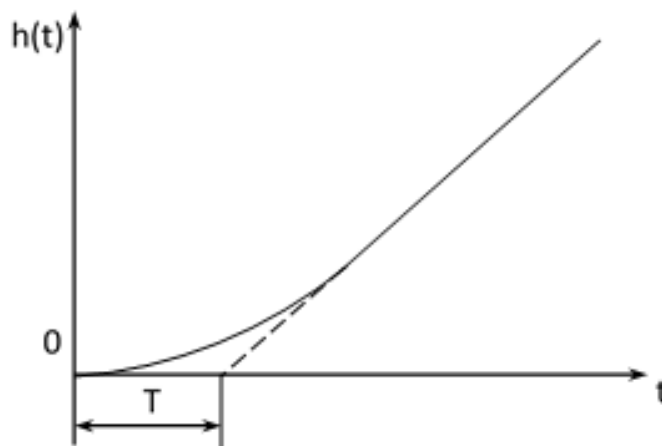


Рисунок 2.3 – Графік перехідної функції реальної ланки, що інтегрує.

2.1.4. Диференціююча ланка

Рівняння ідеальної диференціюючої ланки:

$$y(t) = k_2 (dx / dt), \quad (2.9)$$

тобто вихідна величина пропорційна швидкості зміни вхідної величини. Передатна функція ланки:

$$W(p) = k_2 p, \quad (2.10)$$

де k_2 - коефіцієнт передачі; його розмірність: одиниця виміру вихідної величини, поділена на одиницю виміру швидкості зміни вхідної величини. Якщо розмірність вхідної і вихідної величин однакова, то розмірність k_2 одержується в секундах. У цьому випадку коефіцієнт позначають через T_d і називають постійною часу диференціювання.

Перехідна функція являє собою імпульсну функцію площею k_2 , тобто $h(t) = k_2 1(t)$. Графік перехідної функції такої ланки при подачі на вхід стрибкоподібної дії збудування зобразиться прямою, що збігається з ординатою, тобто, одержується вихідний імпульс, який теоретично має нескінченно велику амплітуду, що відповідає нескінченно великій швидкості зміни вхідної величини у момент подачі стрибка (див. рис. 2.4.).

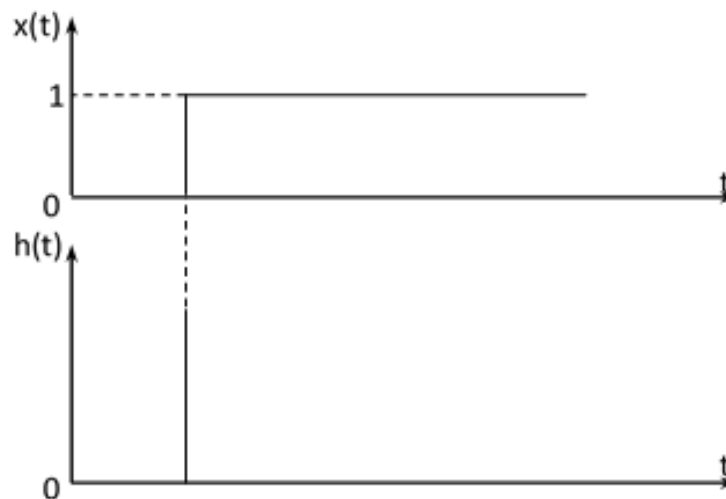


Рисунок 2.4 – Графік перехідної функції ідеальної диференціюючої ланки

Практично здійснити ідеальну диференціюючу ланку не уявляється можливим. Тому застосовуються ланки, що виконують диференціювання приблизно, через наявність інерційності, тобто реальні диференціюючі ланки.

Їхнє рівняння може бути записане у наступній формі:

$$T_D \frac{dy}{dt} + y = k_2 \frac{dx}{dt}, \quad (2.11)$$

де T_D - постійна часу ланки; k_2 - коефіцієнт передачі ланки.

Передатна функція:

$$W(p) = k_2 p / (T_D \cdot p + 1). \quad (2.12)$$

Перехідна функція реальної диференціюючої ланки описується рівнянням:

$$y = \frac{k \cdot x_c}{T_D} \cdot e^{-\frac{t}{T_D}}, \quad (2.13)$$

і показана на рис. 2.5.

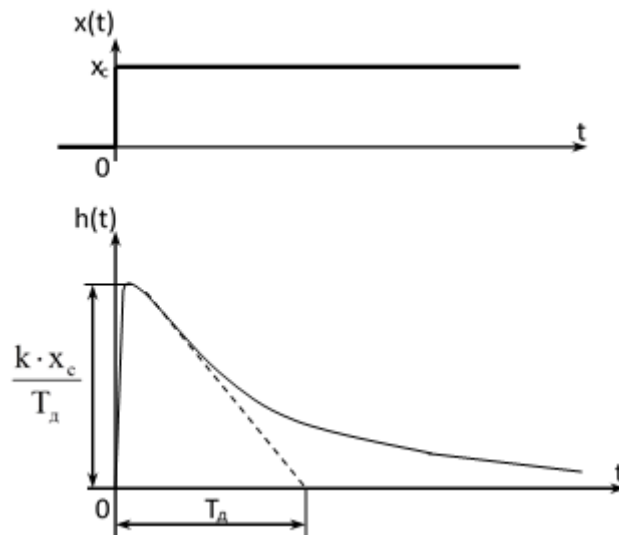


Рисунок 2.5 – Графік перехідної функції реальної диференціюючої ланки.

Як бачимо, при $T_D=0$ реальна диференціююча ланка перетворюється в ідеальну, а графік (рис. 2.5) перетворюється в миттєвий імпульс (рис. 2.4). Як приклад такої ланки можна привести тахогенератор, у якого вхідною величиною є кут повороту вала φ , а вихідною – напруга, що видається. Тахогенератор дає напругу, пропорційну кутовій швидкості обертання вала ω :

$$U = k_2 \cdot \omega,$$

але кутова швидкість ϵ , як відомо, похідною за часом від кута повороту вала φ . В результаті одержуємо:

$$U = k d\varphi / dt,$$

що збігається з рівнянням ідеальної диференціюючої ланки (2.9), проте на практиці тахогенератор виробляє напругу U , не ідеально пропорційну кутовій швидкості $d\phi/dt$, а з урахуванням інерційного запізнювання, що характеризується постійною часу T_d :

$$T_d \cdot dU / dt + U = k \cdot d\phi / dt.$$

2.1.5. Ланка чистого запізнювання

Вихідна величина у ланці чистого запізнювання точно повторює зміни вхідної величини, але з деяким відставанням за часом τ , називаним часом чистого запізнювання. Якщо на вхід ланки чистого запізнювання в момент часу $t=0$ подати одиничне, східчасте обурення, то реакцією вихідної величини буде одинична, східчаста функція, зрушена по осі абсцис на час запізнювання τ відносно початку координат:

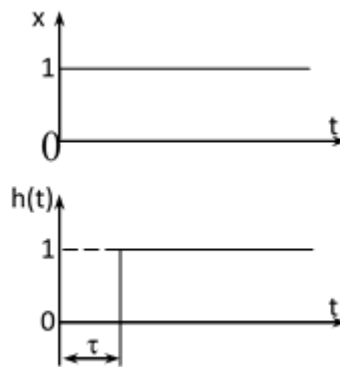


Рисунок 2.6 – Графік перехідної функції ланки чистого запізнювання.

Рівняння ланки чистого запізнювання має вигляд:

$$y(t) = x(t - \tau). \quad (2.14)$$

Застосувавши перетворення Лапласа до рівняння (2.14), одержимо передатну функцію ланки:

$$W(p) = e^{-p\tau}. \quad (2.15)$$

Прикладами ланки чистого запізнювання можуть служити різноманітного виду транспортери, що переміщують матеріали зі швидкістю V , причому, час чистого запізнювання визначається рівнянням $\tau = L/V$, де L - довжина транспортера; а також трубопроводи, лінії пневмотранспорту і т.д.

2.1.6. Аперіодична ланка 1-го порядку

Ланка має не коливальний (аперіодичний) характер перехідного процесу і описується рівнянням:

$$T(dy/dt) + y(t) = k_3 x(t), \quad (2.16)$$

де k_3 - коефіцієнт передачі з розмірністю: одиниця виміру вихідної величини, поділена на одиницю виміру вхідної величини; T - постійна часу, с.

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (2.16), одержують передатну функцію ланки:

$$W(p) = k_3 / (Tp + 1). \quad (2.17)$$

Перехідна функція ланки, що представляє собою рішення рівняння (2.16) при $x(t) = 1(t)$, записується у виді:

$$h(t) = k_3 \left(1 - e^{-t/T} \right). \quad (2.18)$$

Графік перехідної функції ланки подано на рис. 2.7.

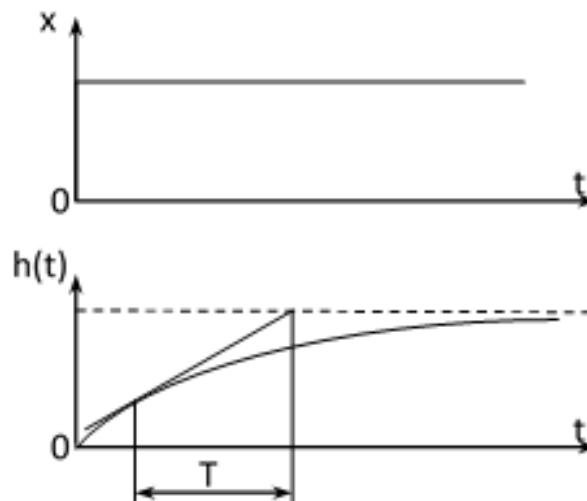


Рисунок 2.7 – Графік перехідної функції аперіодичної ланки першого порядку.

Постійну часу T можна визначити графічно по перехідній функції $h(t)$, провівши дотичну до будь-якої точки кривої; відрізок на асимптоті, до якої прямує $h(t)$, від точки, що відповідає точці торкання, до точки перетинання дотичної з асимптотою, тотожний постійній часу T . Постійну часу можна розг-

лядати як час, за який вихідна величина досягає свого сталого значення, якби вона змінювалася з постійною швидкістю, рівною початковій. Чим більше T , тим більше інерційна ланка. З урахуванням порядку рівняння (2.16) аперіодичну ланку називають інерційною ланкою 1-го порядку.

Аналізуючи перехідну функцію аперіодичної ланки, можна зробити висновок, що вона, як і підсилювальна ланка, є статичною. Крім того, ця ланка має властивість самовирівнювання, що виражається у тому, що при постійному значенні вхідної величини вихідна величина із часом прямує до сталого значення.

У якості прикладів елементів, що мають динамічні властивості аперіодичних ланок, можуть служити: електродвигун (x - подавана напруга, y - швидкість обертання якоря); гідравлічна ємність із вільним стоком рідини (x - притока рідини, y - рівень рідини або витрата рідини).

2.1.7. Коливальна ланка

Ланка має коливальний характер перехідного процесу та описується рівнянням:

$$T^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 2Td \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_4 x(t), \quad (2.19)$$

де T – постійна часу, с; d – коефіцієнт демпфірування (гашення), безрозмірна величина; k_4 – коефіцієнт передачі, що має розмірність коефіцієнта передачі підсилювальної або аперіодичної ланок.

Передатна функція ланки:

$$W(p) = k_4 / (T^2 p^2 + 2Tdp + 1). \quad (2.20)$$

Характер перехідного процесу залежить від значення коренів характеристичного рівняння:

$$T^2 p^2 + 2Tdp + 1 = 0. \quad (2.21)$$

Коливальний перехідний процес одержується при комплексних коренях характеристичного рівняння. Коливальній ланці відповідають значення коефіцієнта затухання:

$$0 < d < 1. \quad (2.22)$$

Розв'язавши рівняння (2.21), одержують рівняння перехідної функції ланки:

$$h(t) = k_4 \left[1 + \frac{e^{-\frac{dt}{T}}}{\sqrt{1-d^2}} \sin \left(\frac{\sqrt{1-d^2}}{T} t - \arctg \left(\frac{\sqrt{1-d^2}}{d} \right) \right) \right]. \quad (2.23)$$

Таким чином, перехідна функція має загасаючий характер (див. рис.2.8).

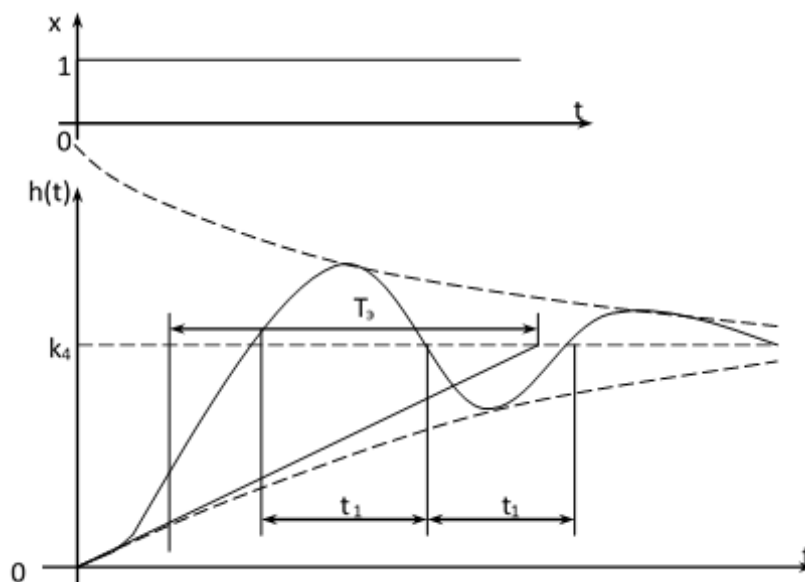


Рисунок 2.8 – Графік перехідної функції коливальної ланки.

Амплітуда коливань згасає по експоненті (див. пунктирні криві на рис.2.8.).

За графіком $h(t)$ можна визначити постійну часу T_d цієї експоненти (це можна зробити 2-3 рази аналогічно методиці, описаній у пункті 2.1.6, і усереднити результати). Крім того, необхідно замірити на тому ж графіку півперіод коливань t_1 . По відношенню T_d/t_1 , використовуючи спеціальний графік (рис.2.9.), можна визначити величину $2Td$:

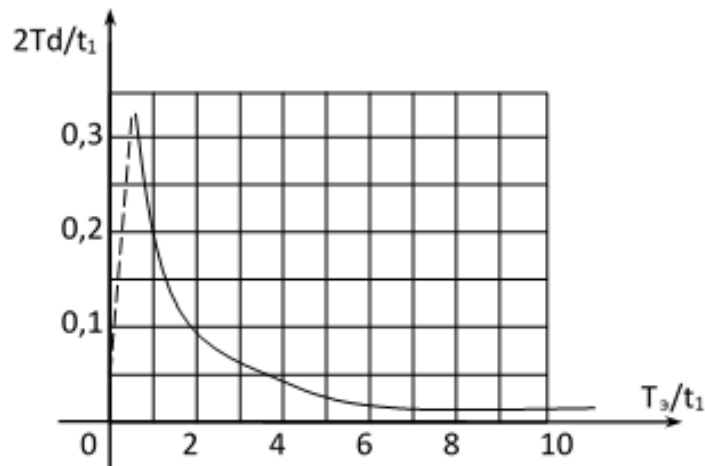


Рисунок 2.9 – Допоміжний графік для визначення динамічних параметрів коливальної ланки.

Знаючи величину $2Td$, можна визначити величину постійної часу ланки по рівнянню:

$$T = \sqrt{\frac{2Td \cdot T_3}{2}}. \quad (2.24)$$

Нехай за графіком величина $2Td$ виявилася рівна c . Тоді, вирахувавши по формулі (2.24) T , можна визначити коефіцієнт згасання:

$$d = \frac{c}{2T}. \quad (2.25)$$

Прикладами коливальних ланок можуть служити: електричний RLC - ланцюжок; виконавчий мембранний механізм; демпфер та ін.

При $d=0$ утворюється окремий випадок коливальної ланки, яка називається консервативною ланкою. Це ідеалізована ланка, що відповідає коливальній ланці, яка працює без витрати енергії. Передатна функція консервативної ланки має вид:

$$W(p) = k_4 / (T^2 p^2 + 1). \quad (2.26)$$

Перехідна функція консервативної ланки характеризується незатухаючими коливаннями.

2.1.8. Аперіодична ланка 2-го порядку

Диференціальне рівняння, передатна функція, характеристичне рівняння цієї ланки такі ж, як у коливальній (2.19, 2.20, 2.21), проте коефіцієнт зага-

сання $d > 1$, при цьому корені характеристичного рівняння (2.21) від'ємні дійсні, що відповідає не коливальному (аперіодичному) перехідному процесу (див. рис. 2.10).

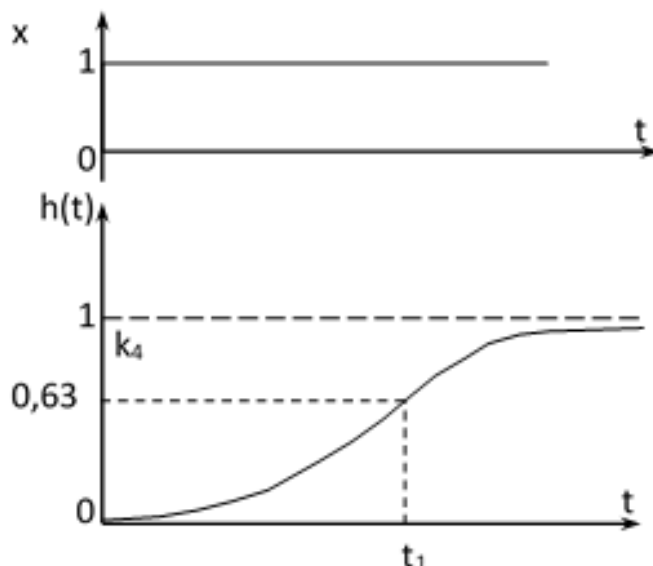


Рисунок 2.10 – Графік аперіодичного перехідного процесу.

При $d > 1$ передатну функцію ланки можна перетворити до виду:

$$W(p) = k_4 / ((T_1 p + 1)(T_2 p + 1)), \quad (2.27)$$

де $T_1, T_2 = T / \left(d \pm \sqrt{d^2 - 1} \right).$

Таким чином, аперіодичну ланку другого порядку можна перетворити в еквівалентне послідовне з'єднання двох аперіодичних ланок 1-го порядку. Отже, аперіодична ланка 2-го порядку не відноситься до числа елементарних ланок.

Для визначення постійних часу T_1 і T_2 використовується одна з модифікацій методу додаткових членів.

На графіку перехідної функції, накресленому в безрозмірному представленні $h(\infty) = 1$, при значенні $h(t_1) = 0,6321$ визначається величина t_1 .

Тоді постійні часу можна визначити по виразах:

$$T_1 = 0.642 \cdot t_1; \quad T_2 = T_1 / 2, \quad (2.28)$$

При цьому помилка у визначенні постійних часу не повинна перевищувати $\pm 4 \%$.

2.2 Завдання

1. Одержати графіки перехідних функцій типових елементарних ланок: підсилювальної, диференціюючої (реальної), інтегруючої, аперіодичної 1-ого порядку, аперіодичної 2-ого порядку, коливальної, консервативної, при подачі на вхід східчастого впливу. Вихідні дані наведені у табл. 2.1.
2. Зробити обробку результатів експериментів з метою одержання значень динамічних параметрів ланок.
3. Оцінити точність апроксимації.

Таблиця 2.1. Вихідні данні

Ланка	Параметри ланки															Час ра- хунку, с			
	K					T					d								
	Варіант №																		
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5		t _k , с		
Підсилювальна	K=1+Nвар/4															10			
Диференціюю- ча реальна						0,1	0,2	0,3	0,15	0,2									1
Інтегруюча																			1
Аперіодична 1- ого порядку						10	5	8	6	9									60
Коливальна						5	5	5	5	5	0,2	0,5	0,4	0,1	0,6				50
Аперіодична 2- ого порядку						5	5	5	5	5	1,1	1,2	1,05	1,001	1,01				50
Консервативна						5	6	4	5	6	0	0	0	0	0	100			

Збурення $x(t)=1,0$. Крок рахунку – авто

Nвар - номер в списку групи; **Варіант №** номер бригади;

(Наприклад, Якщо номер в списку 34, і 2 бригада то $K=1+34/4$; T і d обираємо 2 Варіант).

2.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії

3. Зібрати схему набору моделі ланки в MATLAB, установити його задані параметри.
4. Подати східчасте збурення на вхід кожної ланки, одержати графіки перехідних функцій. Результати показати викладачу.
5. Зробити обробку результатів експериментів:
 - а) перенести графіки перехідних функцій з екрану у звіт;
 - б) одержати з графіків динамічні параметри кожної ланки;
 - в) оцінити точність апроксимації, порівнявши задане значення параметра з отриманим експериментально: наприклад, задана постійна часу $T_3=10$ с, отримана експериментально $T_3=10,2$ с; помилка визначення дорівнює:

$$\left| \frac{T_3 - T_3}{T_3} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{10,2 - 10,0}{10,0} \right| \cdot 100\% = 2\% < 4\%,$$

де 4% - максимально припустима похибка апроксимації.

2.4 Міст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Структурні схеми набору моделей.
4. Графіки збурень і перехідних функцій для кожної ланки.
5. Ілюстрації до одержання динамічних параметрів ланок по їхніх графіках перехідних функцій, а також необхідні розрахунки.
6. Результати оцінки точності апроксимації.
7. Висновки.

2.5 Контрольні запитання

1. Обґрунтуйте необхідність розбивки будь-якої системи на типові елементарні ланки.
2. Перерахуйте статичні й астатичні типові ланки, інерційні і безінерційні.
3. Приведіть рівняння руху кожної типової ланки.
4. Приведіть графік перехідної функції кожної типової ланки.
5. Приведіть вирази передатних функцій кожної типової ланки.
6. У якій послідовності набирається модель ланки у MATLAB?
7. Яка методика запуску режиму імітаційного моделювання елементарної ланки?
8. Яка методика одержання результатів моделювання у MATLAB?
9. Як визначаються динамічні параметри аперіодичної ланки 1-ого порядку за графіком перехідної функції?
10. Як визначаються динамічні параметри аперіодичної ланки 2-ого порядку за графіком перехідної функції?
11. Як визначаються динамічні параметри коливальної ланки за графіком перехідної функції?
12. Як визначаються динамічні параметри інтегруючої ланки за графіком перехідної функції?

3. Заняття № 3.

Визначення частотних характеристик типових позиційних ланок

Мета роботи: ознайомитися з методами експериментального і теоретичного одержання частотних характеристик, засвоїти методику експериментального одержання частотних характеристик ланок, методику визначення динамічних параметрів ланок по графікам їхніх частотних характеристик.

3.1 Частотні характеристики типових позиційних ланок

3.1.1 Загальні відомості

Якщо подати на вхід будь-якого з розглянутих у лабораторній роботі № 2 позиційних ланок (аперіодичної, коливальної, підсилювальної) синусоїдальні коливання:

$$x = a \cdot \sin(\omega t), \quad (3.1)$$

то на виході ланки встановлюються теж синусоїдальні коливання, але зі зміненими амплітудою і фазою:

$$y = A_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.2)$$

Посилення амплітуди:

$$K = \frac{A_1}{a}, \quad (3.3)$$

і зсув фази φ будуть мати різні значення при різних частотах коливань ω .

Залежності амплітуди і фази вихідних коливань від частоти називаються частотними характеристиками.

Очевидно, що частотні характеристики можна легко одержати для будь-якої ланки експериментальним шляхом, подаючи коливання на вхід ланки і міряючи їх на виході.

Частотні характеристики легко визначаються також і розрахунковим шляхом через передатну функцію ланки.

3.1.2 Частотні характеристики аперіодичної ланки першого порядку.

Аналогічно до підходу, який застосовується для аналізу синусоїдального змінного струму в електротехніці, замінюючи оператор Лапласа p на $j\omega$, виконаємо таку ж заміну у виразі передатної функції ланки (2.17) одержимо:

$$W(j\omega) = k_3 / (j\omega + 1), \quad (3.4)$$

тобто комплексне число, модуль якого дає підсилення амплітуди A , а аргумент – зсув фази φ .

З виразу (3.4) шляхом математичних перетворень утворюються вираз для амплітудної і фазової частотних характеристик аперіодичної ланки 1-го порядку:

$$A = \frac{k_3}{\sqrt{T^2 \omega^2 + 1}}, \quad \varphi = -\arctg(T\omega). \quad (3.5)$$

Формула (3.4), у якій містяться обидві характеристики (3.5), називається амплітудно-фазовою частотною характеристикою.

Графіки частотних характеристик, побудовані по формулам (3.4), (3.5), зображені на рис. 3.1 - 3.3.

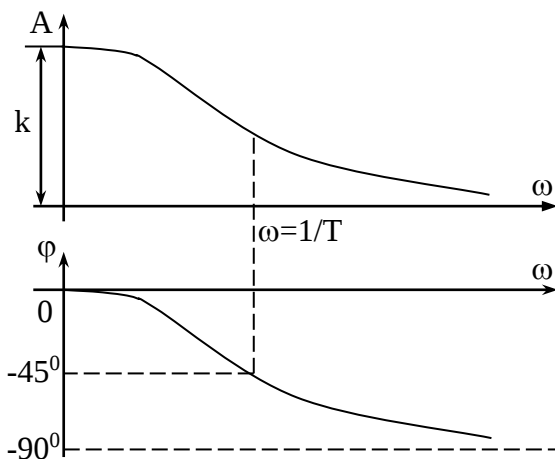


Рисунок 3.1 – Графік амплітудної частотної характеристики аперіодичної ланки 1-го порядку (А.Ч.Х).

Рисунок 3.2 – Графік фазової частотної характеристики аперіодичної ланки 1-го порядку (Ф.Ч.Х).

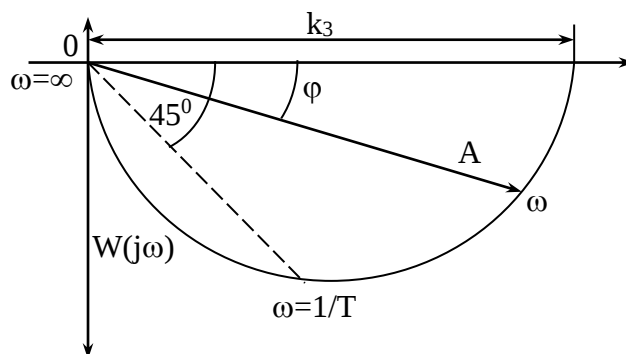


Рисунок 3.3 – Графік амплітудно - фазової частотної характеристики аперіодичної ланки 1-ого порядку (А.Ф.Ч.Х.).

При цьому амплітудно-фазова характеристика $W(j\omega)$, що будується в полярних координатах A, φ , має вигляд півкола, діаметр якого дорівнює статичному коефіцієнту передачі K_3 . Кожна точка характеристики відповідає певному значенню частоти коливань ω .

Очевидно, що зі збільшенням частоти ω посилення амплітуди A весь час падає і тим швидше, чим більше постійна часу T , що характеризує інерційність ланки. В результаті коефіцієнт підсилення у динаміці (у коливальному режимі) завжди менше статичного коефіцієнта K_3 . Ця властивість характерна для аперіодичних ланок. На низьких частотах, де A близько до K_3 , ланка добре пропускає коливання, а на високих частотах погано. Тому кожна ланка характеризується своєю смугою пропускання частот. Для аперіодичної ланки 1-го порядку відповідно до рис. 3.1 - 3.3 її можна прийняти:

$$0 \leq \omega \leq \frac{1}{T}. \quad (3.6)$$

Важливо зауважити, що по вигляду частотної характеристики можна судити про властивості перехідного процесу. Так, тривалість перехідного процесу дорівнює приблизно $3T$. Ширина ж смуги пропускання частот обернено пропорційна T . Звідси витікає правило, що є загальним для багатьох ланок і систем: чим ширше на частотній характеристиці смуга пропускання, тим швидше загасає перехідний процес (менше інерційність).

Часто на практиці буває, що передатна функція (диференціальне рівняння динаміки) ланки невідома, але можна експериментально зняти з нього частотні характеристики. Тоді, якщо отримані характеристики подібні до наведених на рис. 3.1–3.3, можна зробити висновок, що досліджувана ланка є аперіодичною ланкою першого порядку. За характерними точками, наведеними на рис. 3.3, можна визначити коефіцієнти K і T .

3.1.3 Частотні характеристики аперіодичної ланки другого порядку

Відповідно до виразу (2.27), замінюючи p на $j\omega$, одержимо вираз амплітудно-фазової характеристики:

$$W(j\omega) = \frac{k_4}{(jT_1\omega + 1)(jT_2\omega + 1)}. \quad (3.7)$$

Звідси одержуємо амплітудну частотну характеристику:

$$A(\omega) = \frac{k_4}{\left(\sqrt{T_1^2\omega^2 + 1}\right)\left(\sqrt{T_2^2\omega^2 + 1}\right)}. \quad (3.8)$$

і фазову частотну характеристику:

$$\varphi(\omega) = -\arctg(T_1\omega) - \arctg(T_2\omega). \quad (3.9)$$

Частотні характеристики цієї ланки наведені на рис.3.4 - 3.6.

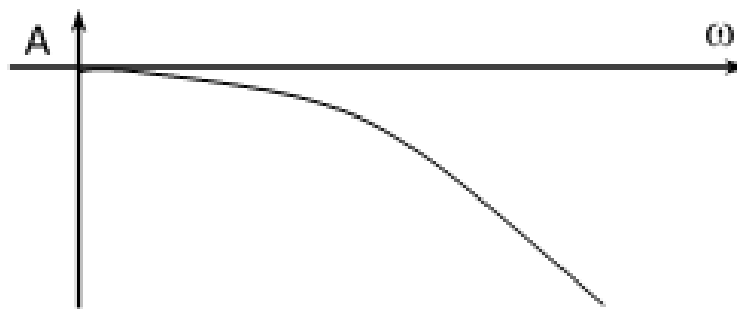


Рисунок 3.4 – Графік амплітудної частотної характеристики аперіодичної ланки 2-го порядку (А.Ч.Х.)

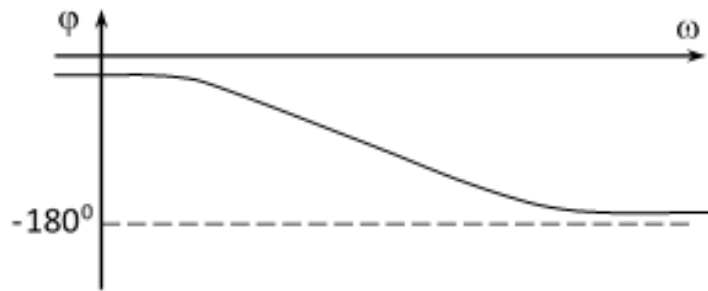


Рисунок 3.5 – Графік фазової частотної характеристики аперіодичної ланки 2-го порядку (Ф.Ч.Х.)

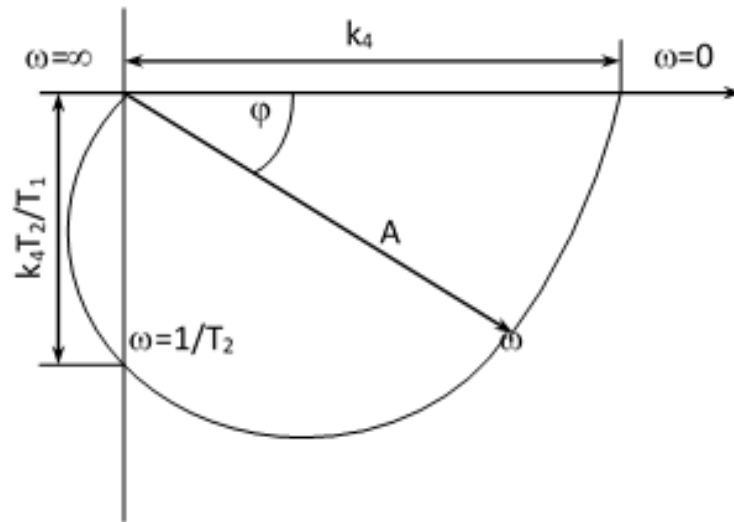


Рисунок 3.6 – Графік амплітудно - фазової частотної характеристики ланки 2-го порядку (А.Ф.Ч.Х.)

3.1.4 Частотні характеристики коливальної ланки

Для коливальної ланки вираження амплітудно-фазової характеристики:

$$W(j\omega) = \frac{k_4}{(-T_2^2 \omega^2 + jT_1\omega + 1)}. \quad (3.10)$$

Амплітудна частотна характеристика:

$$A(\omega) = \frac{k_4}{\sqrt{(1 - T_2^2 \omega^2)^2 + T_1^2 \omega^2}}. \quad (3.11)$$

Фазова частотна характеристика:

$$\varphi(\omega) = -\arctg \left[\frac{T_1 \omega}{(1 - T_2^2 \omega^2)} \right]. \quad (3.12)$$

Амплітудно-фазова характеристика, побудована по формулі (3.10), буде мати такий же вигляд, як і на рис.3.6, але тільки більш витягнутий донизу.

Графік фазової частотної характеристики також збігається з зображенням на рис.3.5. Графіки амплітудних характеристик при різноманітних співвідношеннях $\frac{T_1}{2T_2}$ показані на рис.3.7.

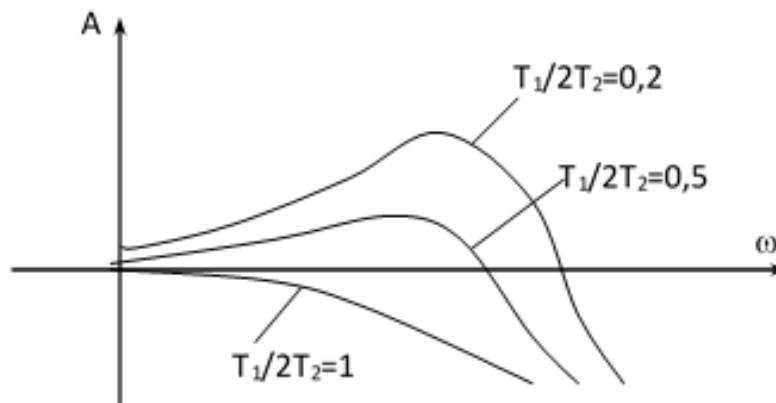


Рисунок 3.7 – Графіки амплітудних частотних характеристик коливальної ланки

3.1.5 Частотні характеристики підсилювальної ланки

Амплітудно-фазова характеристика:

$$W(j\omega) = K. \quad (3.13)$$

амплітудна частотна характеристика:

$$A(\omega) = K. \quad (3.14)$$

фазова частотна характеристика:

$$\varphi(\omega) = 0. \quad (3.15)$$

3.1.6 Логарифмічні частотні характеристики

У практичних розрахунках автоматичних систем дуже зручно застосовувати графіки частотних характеристик, побудованих у логарифмічному масштабі.

Для побудови логарифмічної амплітудної частотної характеристики (Л.А.Ч.Х.) по осі ординат відкладається величина $20\lg$, позначимо її через A_i :

$$A_i = 20\lg. \quad (3.16)$$

Одиниця виміру цієї величини називається децибел. Збільшенню A_i на кожні 20 децибел відповідає зміна посилення амплітуди в 10 разів (тому що $\lg 1=0$, $\lg 10=1$, $\lg 100=2$ і т.д.), а на один децибел доводиться зміна посилення амплітуди в $\sqrt[20]{10} \approx 1,12$ разу. Нульова крапка на осі ординат (рис. 3.8) відповідає посиленню амплітуди $A=1$ (тому що $\lg 1=0$). Посиленню амплітуди $A<1$, тобто ослабленню її, відповідають негативні значення ординати A_i .

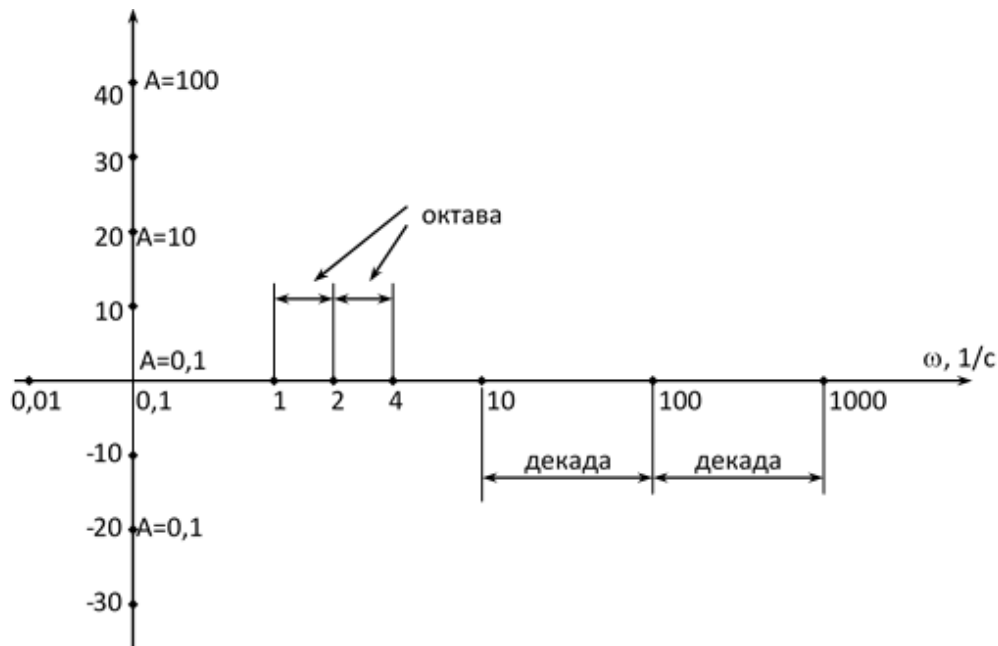


Рисунок 3.8 – Ілюстрація до побудови логарифмічних частотних характеристик.

По осі абсцис відкладається $\lg(\omega)$, але пишеться значення самої частоти ω . Тому на осі абсцис утворюється нерівномірний логарифмічний масштаб. Рівномірними одиницями на осі абсцис служать октава і декада. Кожній октаві відповідає збільшення частоти ω у 2 рази, а кожній декаді - у 10 разів. Октава дорівнює приблизно 0,3 декади (тому що $\lg 2 \approx 0,3$, а $\lg 10 \approx 1$). На початку координат на осі абсцис можна поміщати за бажанням будь-яке значення частоти в залежності від того, у якому діапазоні частот доводиться будувати частотну характеристику. На рис. 3.8, наприклад, проставлена $\omega=0,1$ (точка $\omega=0$ буде в безкрайності зліва, тому що $\lg 0 \rightarrow -\infty$).

3.2 Визначення динамічних параметрів типових позиційних ланок по графікам їх АФХ

Для аперіодичної ланки 1-го порядку вираження А.Ф.Х. описується формулою (3.4), а графік зображений на рис. 3.3.

А.Ф.Х. має вигляд півкола в четвертім квадранті. Діаметр півкола дорівнює модулю характеристики при $\omega = 0$,

$$A(0) = k_3. \quad (3.17)$$

Постійна часу об'єкта:

$$T = \frac{\operatorname{tg} \varphi_k}{\omega_k}, \quad (3.18)$$

де ω_k і φ_k - частота і фаза однієї з точок характеристики. Для аперіодичної ланки 2-го порядку і коливальної ланки А.Ф.Х. описується вираженням (3.7), а графік А.Ф.Х. наведений на рис.3.6.

Наближені значення параметрів ланки визначаються із співвідношень:

$$K_4 = A(0), \quad (3.19)$$

$$T_1 + T_2 = \frac{A(0)}{\omega_k A(\omega_k) \sqrt{1 + \operatorname{ctg} \varphi_k}}, \quad (3.20)$$

$$T_1 \cdot T_2 = \frac{1}{\omega_k^2} - \frac{T_1 + T_2}{\omega_k \cdot \operatorname{tg} \varphi_k}, \quad (3.21)$$

3.3 Завдання

1. Отримати А.Ф.Х. аперіодичної ланки 1-ого порядку, аперіодичної ланки 2-ого порядку, коливальної ланки, підсилювальної ланки в MATLAB по вихідним даним попередньої лабораторної роботи (табл. 2.1).
2. Отримати А.Ф.Х. кожної ланки, указаної в пункті 1, експериментальним методом.
3. По А.Ф.Х. кожної ланки, отриманої експериментально, визначити її динамічні параметри, порівняти отримані результати із заданими значеннями, зробити висновок про точність апроксимації.

3.4 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії

1. Вивчити методичні вказівки до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії

Для кожної ланки, указаної в пункті 1, проробити наступне.

3. Вибрати зображення ланки у бібліотеці MATLAB і перенести у вікно моделі.
4. Проставити ланці задані параметри (див. табл. 2.1.) .
5. Побудувати - Л.Ч.Х.
6. Побудувати - Л.А.Х.
7. Проаналізувати характеристики при зміні частотного діапазону, 0,01-10000Гц.
8. Ознайомитися як виконати збільшення/зменшення графіків.
9. Одержати графіки А.Ф.Х. ланки.
10. Перенесіть графік А.Ф.Х. ланки у звіт.
11. Стисло опишіть послідовність виконаних операцій при побудові графіків Л.А.Х, Л.Ч.Х., А.Ф.Х..
12. Для експериментального одержання А.Ф.Х. послідовно задавайте значення частоти $\omega = 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1; 2$, рад\с,
13. Послідовно подавайте на вхід досліджуваної ланки синусоїдальні впливи із вказаними у пункті 12 частотами, для кожного значення ω_k дивіться графіки на вході і виході ланки.
14. Для кожної частоти ω_k визначте посилення амплітуди A_k по формулі (3.3) і зсув фази φ_k між вхідним і вихідним сигналами. Результати занесіть у таблицю вигляду:

ω	ω_1	ω_2	...	ω_7
$A(\omega)$				
$\varphi(\omega)$				

При визначенні зсуву по фазі φ_k між вхідним та вихідним сигналами ланки на кожній частоті ω_k рахуйте кількість клітинок (ділень) n_k від вертикальної осі до першого максимуму синусоїди. Зсув по фазі визначається по формулі:

$$\varphi_k = n_k c \omega_k, [\text{рад}\backslash\text{с}], \quad (3.22)$$

де c – ціна одного ділення (клітинки), с;

$n_k c = \Delta t$ – зсув у часі, с .

15. По отриманим у пункті 14. значенням φ_k, A_k побудуйте графік А.Ф.Х..

16. По отриманих графіках А.Ф.Х., використовуючи формули 3.17. ÷ 3.21., визначіть динамічні параметри ланки.

17. Порівняйте отримані у пункті 16. значення із заданими у табл. 2.1 і зробіть висновок про точність апроксимації.

18. Порівняйте графіки А.Ф.Х., одержані у п. 9. та у п. 15.

Примітка. При перенесенні графіків у звіт не забувайте ретельно проставляти розмітку по осях координат!

3.5 Зміст звіту про роботу

1. Назва роботи.
2. Мета роботи.
3. Графіки А.Ч.Х. ланок, побудовані MATLABом (тобто розрахунковим шляхом).
4. Таблиці даних для побудови експериментальних АФХ.
5. Графіки А.Ф.Х. ланок, побудовані експериментально.
6. Математичний опис частотних характеристик у загальному виді (привести поруч із відповідним графіком).
7. Розрахунки динамічних параметрів ланок по їх експериментально отриманим А.Ф.Х.
8. Висновки про точність апроксимації.

3.6 Контрольні запитання

1. Методика експериментального визначення частотних характеристик.
2. Методика визначення частотних характеристик розрахунковим шляхом.
3. Запишіть аналітичні вирази частотних характеристик аперіодичної ланки 1-ого порядку.
4. Зобразіть графіки частотних характеристик аперіодичної ланки 1-ого порядку.
5. Запишіть аналітичні вирази частотних характеристик аперіодичної ланки 2-ого порядку.
6. Покажіть графіки частотних характеристик аперіодичної ланки 2-ого порядку.
7. Запишіть аналітичні вирази частотних характеристик коливальної ланки.
8. Покажіть графіки частотних характеристик коливальної ланки.
9. Як будують логарифмічні частотні характеристики?
10. По яких виразах визначають динамічні параметри аперіодичної ланки 1-ого порядку, користуючись графіком А.Ф.Х.?
11. По яких виразах визначають динамічні параметри аперіодичної ланки 2-ого порядку, користуючись графіком А.Ф.Х.?
12. По яких виразах визначають динамічні параметри коливальної ланки, користуючись графіком А.Ф.Х.?

4. Заняття №4

Моделювання лінійних автоматичних систем регулювання

Мета роботи: вивчення методів моделювання автоматичних систем регулювання (АСР), придбання навиків упорядкування і дослідження структурних схем моделей АСР.

4.1 Математичні моделі АСР

Для ефективного керування виробничими процесами, у тому числі при використанні для керування обчислювальної і мікропроцесорної техніки, для дослідження об'єктів і АСР необхідно мати математичний опис процесів, що протікають як у системі, так і в її елементах.

Особливо важливо мати математичний опис, коли в системі автоматичного (автоматизованого) керування є керуюча обчислювальна техніка, вона аналізує процеси в об'єкті і виробляє керуючу дію, використовуючи закладені в ній математичні описи (моделі).

Математична модель - сукупність рівнянь, нерівностей, умов, що обмежують, які у кількісній формі описують залежність вихідних величин об'єкта (системи) від вхідних у сталому і перехідному режимах.

Так, для практичного уявлення статичних моделей найбільш часто використовують статичний поліном виду:

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i + \sum_{j \neq i}^m a_{ij} \cdot x_i \cdot x_j + \sum_{i=1}^m a_{ii} x_i^2, \quad (4.1)$$

де a_0 - вільний член; a_i , a_{ij} , a_{ii} - коефіцієнти, що характеризують вплив параметрів x_i , взаємодії параметрів x_i із x_j і їхніх квадратів x_i^2 на вихідну величину.

Рівняння динаміки лінійної системи в загальному вигляді записуються у вигляді:

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy}{dt} + a_n y = \\ = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_{m-1} \frac{dx}{dt} + b_m x, \end{aligned} \quad (4.2)$$

де x і y - відповідно вхідна і вихідна величини елемента або системи; a_i, b_j - коефіцієнти рівняння.

Коефіцієнти диференціального рівняння залежать від різноманітних фізичних параметрів, що характеризують об'єкт: маси частин, що рухаються, теплоємності нагрівальних елементів, індуктивностей та ємностей електричних ланцюгів та ін.

У більшості практичних ситуацій коефіцієнти диференціального рівняння істотно не змінюються, тобто будемо вважати їх постійними.

У операторному вигляді рівняння (4.2) записується у вигляді:

$$\begin{aligned} \left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n \right) Y(p) = \\ = \left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m \right) X(p), \end{aligned} \quad (4.3)$$

де $Y(p), X(p)$ – зображення по Лапласу вихідної і вхідної величини.

З виразу (4.3) легко одержати передатну функцію системи:

$$W_C(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{\left(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m \right)}{\left(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n \right)}, \quad (4.4)$$

Передатна функція, як і диференціальне рівняння, визначає динамічні властивості елемента або системи і є найбільш широко застосовуваною формою математичної моделі.

Як випливає з виразу (4.4), передатна функція не залежить від форми вхідного сигналу x і характеризує лише власні динамічні характеристики елемента або системи, що описується.

4.2 Методи складання структурних схем моделей АСР

4.2.1 Метод передатної функції.

Полягає у тому, що диференціальне рівняння системи перетворюється в передатну функцію по формулах (4.2) – (4.4), що безпосередньо використовується у MATLAB для імітаційного моделювання поведінки систем. Метод простий і не вимагає додаткових роз'яснень.

4.2.2 Метод зниження порядку похідної.

Складемо блок - схему моделі третього порядку:

$$a_0 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 y = b_0 x. \quad (4.5)$$

Вирішимо це рівняння відносно старшої похідної:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -\frac{a_1}{a_0} \frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{a_2}{a_0} \frac{dy}{dt} - \frac{a_3}{a_0} y + \frac{b_0}{a_0} x. \quad (4.6)$$

Позначимо $\frac{a_1}{a_0} = c_1$; $\frac{a_2}{a_0} = c_2$; $\frac{a_3}{a_0} = c_3$; $\frac{b_0}{a_0} = c_4$.

Тоді рівняння (4.6) перетворимо до вигляду:

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = -c_1 \frac{d^2 y}{dt^2} - c_2 \frac{dy}{dt} - c_3 y + c_4 x. \quad (4.7)$$

Припустимо, що старша похідна $\frac{d^3 y}{dt^3}$ відома.

В процесі трикратного інтегрування старшої похідної одержимо послідовно: $\frac{d^2 y}{dt^2}$, $\frac{dy}{dt}$, y . Якщо помножити ці похідні на коефіцієнти c_1 , c_2 , c_3 і потім

скласти з $c_4 x$, то одержимо старшу похідну $\frac{d^3 y}{dt^3}$, тобто замкнемо контур моделі АСР (рис. 4.1).

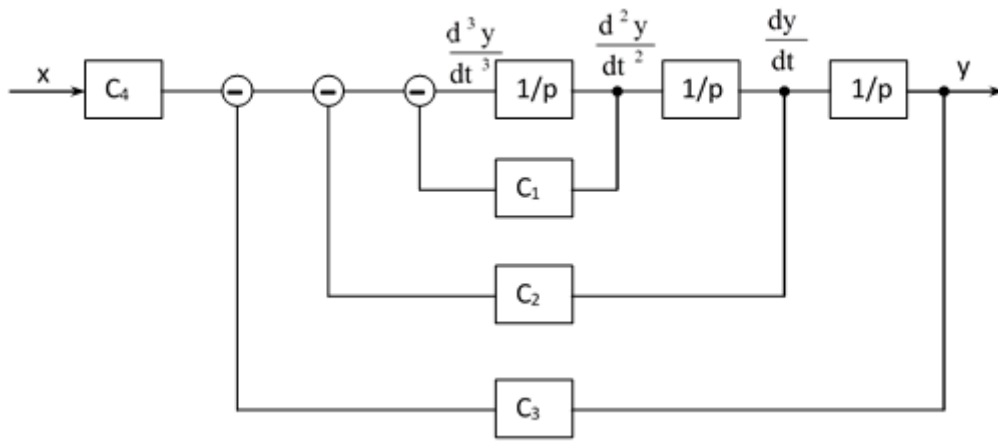


Рисунок 4.1. Блок - схема моделі АСР по методу зниження порядку похідної.

Використання методу не викликає ускладнень, якщо права частина диференціального рівняння не містить похідних. Інакше, оскільки в MATLAB не бажано використання чистого диференціатора (а тільки реальну ланку, що диференціює) і не може забезпечити точного формування похідних dx/dt , d^2x/dt^2 і т.д. при заданому $x(t)$, доцільно для рішення такого рівняння використовувати метод канонічної форми.

4.2.3 Метод канонічної форми

Метод канонічної форми застосовується, якщо виконується умова $m \leq n$ і коефіцієнти рівняння (4.2) постійні. Як приклад розглянемо рівняння, у якому $m=n=3$. У операторному вигляді рівняння запишеться так (при $a_0=1$):

$$\begin{aligned} p^3 Y(p) + a_1 p^2 Y(p) + a_2 p Y(p) + a_3 Y(p) = \\ = b_0 p^3 X(p) + b_1 p^2 X(p) + b_2 p X(p) + b_3 X(p). \end{aligned} \quad (4.8)$$

Згрупуємо в (4.8) члени з однаковими степенями оператора p :

$$\begin{aligned} p^3 [Y(p) - b_0 X(p)] + p^2 [a_1 Y(p) - b_1 X(p)] + \\ + p [a_2 Y(p) - b_2 X(p)] + [a_3 Y(p) - b_3 X(p)] = 0. \end{aligned} \quad (4.9)$$

Розв'яжемо рівняння (4.9) щодо старшої похідної:

$$\begin{aligned} p^3 [Y(p) - b_0 X(p)] = -p^2 [a_1 Y(p) - b_1 X(p)] - \\ - p [a_2 Y(p) - b_2 X(p)] - [a_3 Y(p) - b_3 X(p)]. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Тричі проінтегруємо рівняння (4.10), що в операторній формі відповідає діленню на p^3 лівої і правої частин цього рівняння:

$$\begin{aligned} Y(p) &= b_0 X(p) + \frac{1}{p} \{[-a_1 Y(p) + b_1 X(p)] + \frac{1}{p^2} [(-a_2 Y(p) + b_2 X(p)) + \\ &+ \frac{1}{p^3} (-a_3 Y(p) + b_3 X(p))]\} = b_0 X(p) + \frac{1}{p} \{[-a_1 Y(p) + b_1 X(p)] + \\ &+ \frac{1}{p^2} [(-a_2 Y(p) + b_2 X(p)) + Y_3(p)]\} = b_0 X(p) + \frac{1}{p} \{[-a_1 Y(p) + b_1 X(p)] + \\ &+ Y_2(p)\} = b_0 X(p) + Y_1(p). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Тут використані позначення:

$$\begin{cases} Y_3(p) = \frac{1}{p} [-a_3 Y(p) + b_3 X(p)]; \\ Y_2(p) = \frac{1}{p} [(-a_2 Y(p) + b_2 X(p)) + Y_3(p)]; \\ Y_1(p) = \frac{1}{p} [(-a_1 Y(p) + b_1 X(p)) + Y_2(p)]. \end{cases} \quad (4.12)$$

Доповнимо отриману систему рівнянь (4.12) у канонічній формі рівнянням зв'язку $y = b_0 x + y_1$, одержимо у часовій області:

$$\begin{cases} y_3 = \int_{t_0}^{t_k} (-a_3 y + b_3 x) dt; \\ y_2 = \int_{t_0}^{t_k} [(-a_2 y + b_2 x) + y_3] dt; \\ y_1 = \int_{t_0}^{t_k} [(-a_1 y + b_1 x) + y_2] dt; \\ y = b_0 x + y_1. \end{cases} \quad (4.13)$$

Система рівнянь (4.12) може бути покладена в основу складання набірної схеми рішення задачі.

Будемо вважати, що x задано, а y відомо.

Відповідно до (4.12) для одержання рішення вихідного диференціального рівняння необхідно шляхом послідовного інтегрування перших трьох рівнянь (4.12) визначити y і знайти y як суму $b_0 x + y_1$. В результаті переходимо до наступної блок-схеми розв'язку задачі (див. рис. 4.2).

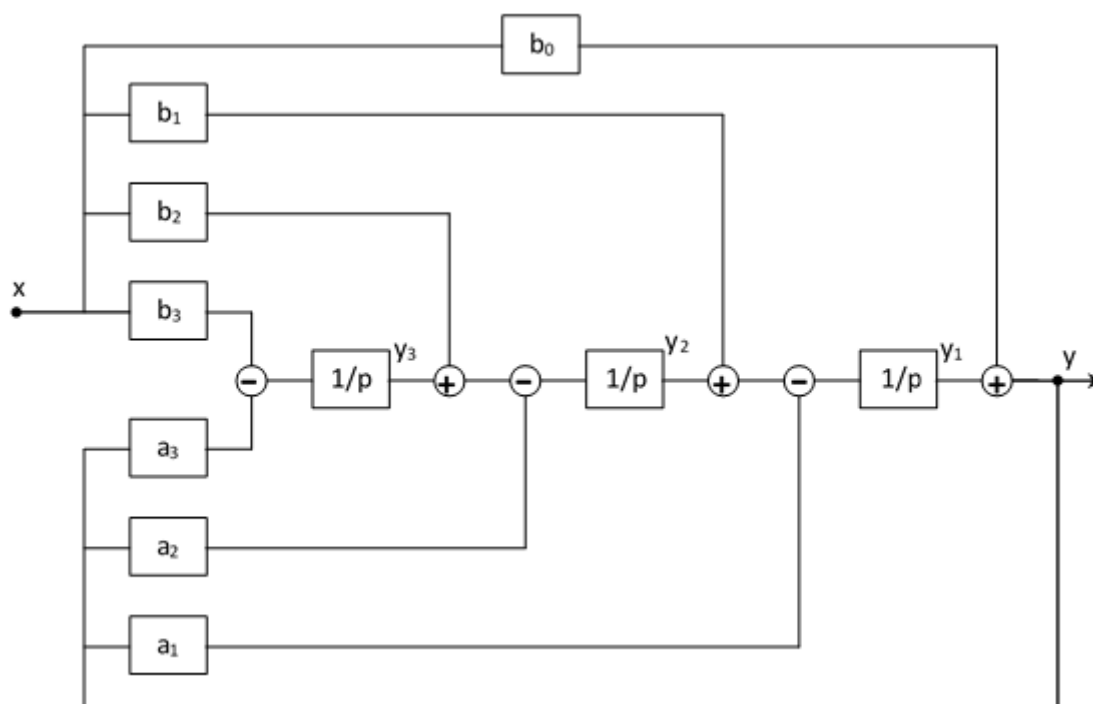


Рисунок 4.2 – Блок-схема моделі АСР по методу каноничної форми.

4.3 Завдання

1. Задано дві АСР, що описуються диференціальними рівняннями "а" і "б".
Вихідні дані наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1. Вихідні дані

№ варіанту	Диференціальне рівняння системи	Час рахунку t_k , с
1	а $0.5y^{IV} + y^{III} + 4.7y^{II} + 1.1y^I + 3y = 12x$	50
	б $0.5y^{III} + 4.5y^{II} + 2y^I + 3y = 12x^{II} + 5x^I + x$	30
2	а $y^{IV} + 2.5y^{III} + 10y^{II} + 7y^I + 5y = 12x$	15
	б $0.2y^{III} + 1.7y^{II} + 2y^I + 1.1y = 26x^{II} + 6x^I + 0.3x$	10
3	а $y^{IV} + 2y^{III} + 10y^{II} + 7y^I + 5y = 15x$	20
	б $0.1y^{III} + 1.7y^{II} + 1y^I + 1.1y = 6x^{II} + 0.6x^I + 0.1x$	10
4	а $y^{IV} + 0.5y^{III} + 10y^{II} + 4y^I + 5y = 10x$	20
	б $0.5y^{III} + 2.7y^{II} + 2y^I + 1.1y = 20x^{II} + 3x^I + 0.8x$	10

5	а	$y^{IV} + 2.5y^{III} + 15y^{II} + 7y^I + 5y = 2x$	20
	б	$0.15y^{III} + 1.5y^{II} + 2y^I + 1.1y = 15x^{II} + 6x^I + 0.2x$	10
6	а	$0.2y^{IV} + 0.6y^{III} + 2.5y^{II} + 1.3y^I + 1.6y = 5.5x$	30
	б	$0.5y^{III} + 2.5y^{II} + 1.5y^I + y = 15x^{II} + 5x^I + 0.5x$	25
7	а	$0.6y^{IV} + 1.8y^{III} + 9.1y^{II} + 1.5y^I + 2y = 2x$	50
	б	$0.35y^{III} + 3.8y^{II} + 1.75y^I + 2y = 10x^{II} + 4.5x^I + 2x$	20
8	а	$y^{IV} + 4.5y^{III} + 18y^{II} + 1.4y^I + y = 20x$	15
	б	$2y^{III} + 11y^{II} + 3y^I + 1.5y = 24x^{II} + 9x^I + 2.5x$	30
9	а	$0.2y^{IV} + 4.8y^{III} + 2.8y^{II} + 17y^I + 2y = 30x$	13
	б	$2y^{III} + 10y^{II} + 5y^I + 4.5y = 27x^{II} + 2x^I + 2.9x$	30
10	а	$y^{IV} + 4.3y^{III} + 3.8y^{II} + 13y^I + 1.3y = 15x$	25
	б	$3y^{III} + 12y^{II} + 7y^I + 2.5y = 21x^{II} + 9.5x^I + 5.5x$	37
11	а	$y^{IV} + 4.3y^{III} + 3.8y^{II} + 13y^I + 1.9y = 15x$	25
	б	$2y^{III} + 10y^{II} + 6y^I + 2.5y = 15x^{II} + 9.5x^I + 7.5x$	37
12	а	$0.5y^{IV} + 1.5y^{III} + 5.8y^{II} + 12y^I + 7.8y = 15x$	65
	б	$8y^{III} + 10y^{II} + 3.5y^I + 6.4y = 28x^{II} + 13x^I + 2.5x$	10
13	а	$y^{IV} + 6.5y^{III} + 18y^{II} + 3.4y^I + 5y = 30x$	15
	б	$2y^{III} + 11y^{II} + 3y^I + 1.5y = 24x^{II} + 9x^I + 2.5x$	30
14	а	$3y^{IV} + 2.3y^{III} + 38y^{II} + 2.3y^I + 9.3y = 11x$	25
	б	$2y^{III} + 11y^{II} + 3y^I + 5.5y = 21x^{II} + 6.5x^I + 3.5x$	37
15	а	$0.3y^{IV} + 3.5y^{III} + 4.8y^{II} + 1.4y^I + y = 10x$	15
	б	$2.5y^{III} + 1.1y^{II} + 6y^I + 1.5y = 2.4x^{II} + 3x^I + 1.5x$	39

- Для кожної з двох заданих моделей “а” і “б” одержати графіки перехідних процесів по методу передатної функції.
- Для кожної з двох заданих моделей розробити набірну схему, відповідно, по методу зниження порядку похідної (для “а”) і по методу канонічної форми (для “б”).
- Для схем “а” і “б” одержати графіки перехідних процесів.

5. Переконалися у повній ідентичності графіків, одержаних при виконанні пункту 2. та пункту 4.

4.4 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії.

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.
3. Одержати вирази передатних функцій по диференціальних рівняннях "а" і "б".
4. Побудувати в протоколі складальні схеми моделей "а" і "б" відповідно по методу зниження порядку похідної і по методу канонічної форми.

Робота в лабораторії.

5. Вибрати в вікні MATLAB блок з одиничним східчастим впливом $1(t)$.
6. Вибрати в нижньому вікні екрана MATLAB блок $W(s)$.
7. Проставити цьому блоку значення коефіцієнтів передатної функції a_i, b_j із заданого диференціального рівняння "а" (або з виразу передатної функції "а", отриманого у пункті 3).
8. З'єднати блок $W(s)$ з блоком одиничним східчастим впливом $1(t)$.
9. Запустити набрану схему для виконання моделювання, одержати графік перехідного процесу на виході блока $W(s)$, показати графік викладачу.
10. Проробити аналогічні дії по пунктах 5 – 9 із передатною функцією "б".
11. Набрати схему моделі "а", підготовлену у пункті 4.
12. Запустити набрану схему у режимі імітаційного моделювання, одержати графік перехідного процесу АСР, показати графік викладачу.
13. Порівняти отриманий у пункті 12. графік із графіком, отриманим у пункті 9. Зробити висновок про правильність набору схеми і точність апроксимації.
14. Аналогічні дії пунктів 11 - 13 виконати для моделі "б".
15. Роздрукувати отримані графіки для моделей "а" та "б" і занести їх до протоколу. .

4.5 Міст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Завдання.
4. Складальні схеми вирішення задач (чотири).
5. Графіки перехідних процесів (чотири).
6. Висновки про правильність набору моделей і точність отриманих результатів.

4.6 Контрольні запитання

1. Область застосування математичних моделей АСР та їх елементів.
2. Дайте визначення математичної моделі.
3. Запишіть рівняння статичної моделі об'єкта у загальному вигляді.
4. Запишіть у загальному вигляді диференціальне рівняння одномірного лінійного об'єкта.
5. Запишіть диференціальне рівняння одномірного лінійного об'єкта другого порядку при подачі на вхід східчастої дії.
6. Запишіть рівняння одномірного лінійного об'єкта в операторному вигляді.
7. Отримайте з диференціального рівняння одномірного лінійного об'єкта його статичну математичну модель.
8. У чому полягає метод передатної функції?
9. У чому полягає метод зниження порядку похідної?
10. У чому полягає метод канонічної форми?

5. Заняття №5

Дослідження стійкості автоматичних систем регулювання

Мета роботи: вивчити частотні методи оцінки стійкості автоматичних систем регулювання (АСР), навчитися оцінювати стійкість системи по графіках її ЛЧХ і АФХ, корегувати настройки регулятора для одержання стійкої АСР.

5.1 Загальні поняття стійкості

У замкнутих автоматичних системах регулювання при наявності збурювання у загальному випадку виникають коливання регульованої величини. Ці коливання можуть бути загасаючими, незатухаючими і розбіжними (перехідні процеси можуть бути і неколивальними – аперіодичними, що прямують до положення рівноваги або віддаляються від нього). Системи, у яких виникають розбіжні коливання регульованої величини, непрацездатні. При їхньому застосуванні порушується хід технологічного процесу, що може призвести до аварій.

Для характеристики відзначених особливостей впроваджене поняття «стійкість».

Автоматична система регулювання називається стійкою, якщо вона, будучи виведеною зі стану рівноваги, після зняття збурюючої дії повертається до старого положення рівноваги або в кінцеву область, що примикає до цього положення. Стійкість – внутрішня властивість системи регулювання, що не залежить від зовнішніх впливів.

Стійкість системи можна визначати: по однорідному диференціальному рівнянню замкненої системи при рівності нулю збурень (корені повинні бути від'ємними, а комплексні корені повинні мати від'ємні дійсні частини); по критеріях стійкості - алгебраїчних (Гурвіца, Рауса) і частотних.

5.2 Частотні критерії стійкості

У багатьох випадках, особливо для систем високого порядку, коли рішення диференціальних рівнянь і алгебраїчні критерії стійкості стають

дуже громіздкими, зручніше і наглядніше виявляється частотне дослідження. Крім того, частотне дослідження вигідно у тих випадках, коли для деяких ланок системи, що легко піддаються макетуванню, легше буває зняти частотні характеристики, чим складати диференціальні рівняння динаміки.

5.2.1 Частотний критерій Михайлова.

Розглянемо ліву частину характеристичного рівняння замкненої автоматичної системи регулювання:

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n. \quad (5.1)$$

Підставимо у цей поліном уявне значення $p = j\omega$ та отримаємо вираз, який має вигляд:

$$Q(j\omega) = a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} j\omega + a_n, \quad (5.2)$$

та називається вектором Михайлова. В діапазоні частот ω від 0 до ∞ вектор (5.2) буде змінюватися за довжиною і напрямком, а його кінець опише на комплексній площині криву, що називають годографом Михайлова (рис. 5.1).

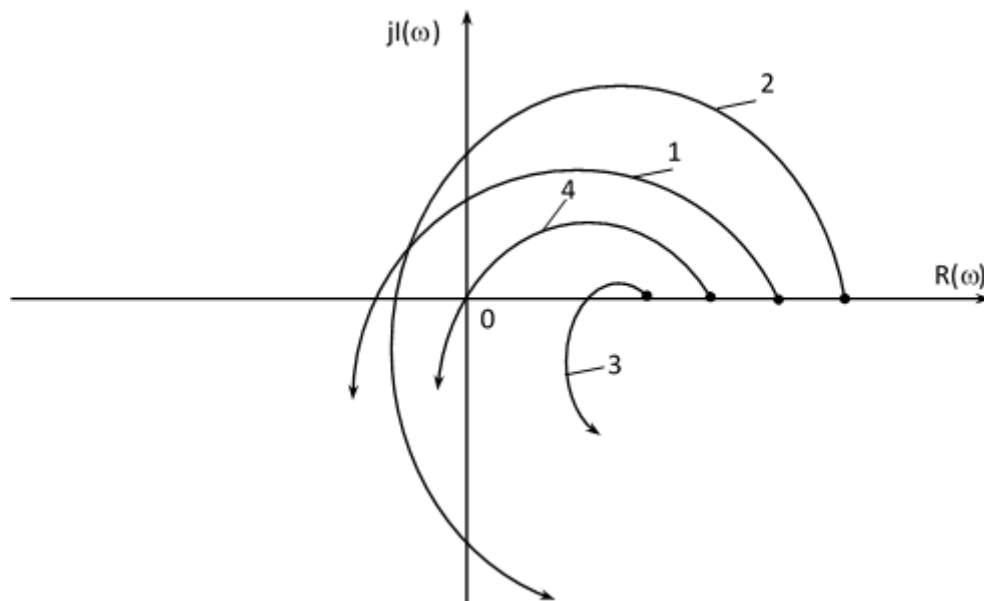


Рисунок 5.1 – Різновиди годографів Михайлова.

Формулювання критерію: автоматична система регулювання стійка, якщо годограф Михайлова починається при $\omega = 0$ на додатній дійсній півосі і зі збільшенням частоти від 0 до ∞ проходить у додатньому напрямку (проти

годинної стрілки) послідовно, ніде не обертаючись у нуль, n квадрантів (n – порядок диференціального рівняння системи).

Будь-яке відхилення від вказаного правила свідчить про нестійкість системи. На рис. 5.1. крива 1 відповідає стійкій системі з рівнянням 3-го порядку, крива 2 – стійкій системі 4-го порядку, крива 3 відповідає нестійкій системі, крива 4 – системі, що знаходиться на межі стійкості, коли годограф Михайлова проходить через 0.

5.2.2 Частотний критерій Найквіста

Перевагами розглянутого критерію є те, що він дозволяє судити про стійкість замкнутої системи по характеристиках розімкнутої системи і може бути застосований для систем із простим запізнюванням без поправок і доповнень.

Якщо у вираз передатної функції розімкнутої системи:

$$W_{\text{роз}}(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p), \quad (5.3)$$

де i - номер ланки, n - кількість ланок у системі; підставити $p=j\omega$, одержимо АФЧХ розімкнутої системи:

$$W_{\text{роз}}(j\omega) = \prod_{i=1}^n W_i(j\omega), \quad (5.4)$$

яка будується на комплексній площині при зміні частоти ω від 0 до ∞ .

Формулювання критерію: автоматична система регулювання, яка стійка в розімкнутому стані, стійка і в замкнутому, якщо АФХ розімкнутої системи при зміні частоти від 0 до ∞ не охоплює на комплексній площині точку з координатами $(-1; j0)$ – рис. 5.2.

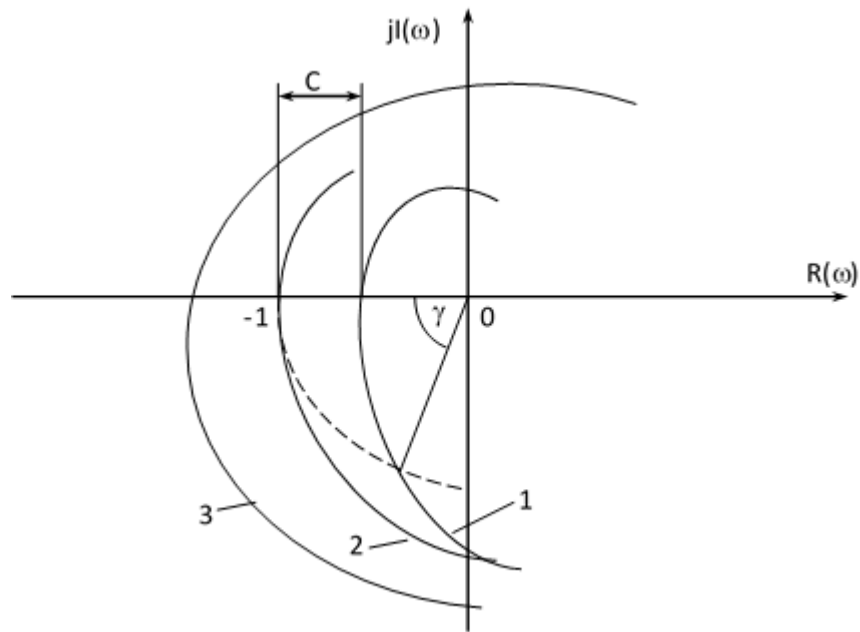


Рисунок 5.2 – Частотний критерій Найквіста.

Для нестійкої в розімкненому стані системи формулювання критерію декілька складніше і тут не розглядається.

Якщо АФХ розімкнутої системи проходить через точку з координатами $(-1; j0)$, як показано на рис. 5.2 (крива 2), то система знаходиться на коливальній межі стійкості, у ній виникають незатухаючі коливання вихідної величини. Якщо АФХ розімкнутої системи охоплює точку $(-1; j0)$, то замкнута система нестійка (рис. 5.2, крива 3).

АФХ стійкої АСР зображена на рис. 5.2. (крива 1), причому, тут C – запас стійкості по модулю A , а γ – запас стійкості по фазі φ . Чим більше C та γ , тим більший запас стійкості має система.

5.2.3 Дослідження стійкості АСР по логарифмічних частотних характеристиках

Сформульований частотний критерій стійкості зводиться до того, що при зсуві фази φ посилення амплітуди A було б менше одиниці. Звідси, з огляду на те, що $lg 1 \rightarrow 0$, одержуємо наступний критерій.

Для стійкості замкнутої системи потрібно, щоб при значенні $\varphi = -180^\circ$ (точка C на графіку ЛФЧХ на рис. 5.3) логарифмічна амплітудна частотна характеристика мала негативне значення.

Для забезпечення належного загасання перехідного процесу та мінімальної його коливальності (перерегулювання) необхідно, щоб система перебувала на достатній відстані від межі стійкості, яка визначається умовою $A=0$ при $\varphi=-180^\circ$. З цією метою зазвичай вводять поняття запасу стійкості за амплітудою ED і по фазі FG (рис. 5.3). Для практичного використання задаються певні значення цих параметрів.

По логарифмічних частотних характеристиках розімкнутого контура можна проаналізувати вплив динамічних параметрів (T і K) на стійкість даної системи регулювання.

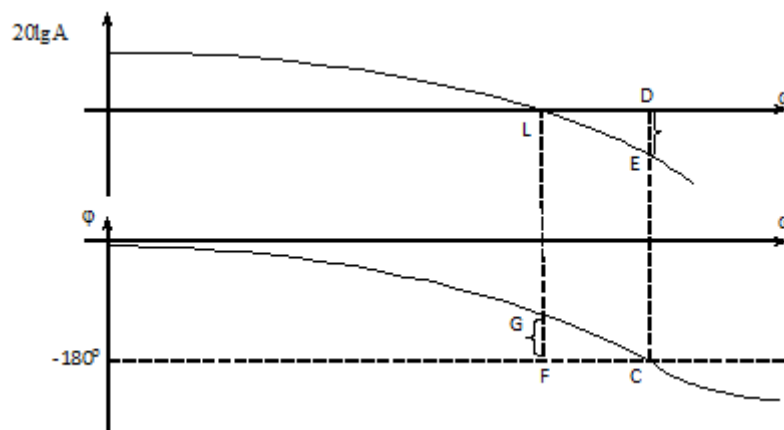


Рисунок 5.3 – Визначення стійкості по логарифмічних частотних характеристиках.

Якщо збільшити коефіцієнт підсилення регулятора $K_{рег}$, то амплітудна характеристика A буде рухатися вгору не змінюючи свого вигляду. Фазова характеристика залишиться без зміни. Отже, буде зменшуватись запас стійкості по амплітуді DE і змінюватись запас стійкості по фазі FG (останній за рахунок переміщення точки L вправо при підйомі всієї характеристики A). Система буде на межі стійкості, коли точка E співпаде з D . При подальшому збільшенні $K_{рег}$ дана система регулювання буде нестійка. Якщо змінювати час ізодрому регулятора T_u , то буде змінюватися і амплітудна, і фазова характеристики, причому ці зміни настільки наочні, що дозволяють легко простежити їхній вплив на стійкість системи регулювання.

Як бачимо, простота дослідження, на противагу алгебраїчним методам, не залежить від порядку системи. Це є причиною того, що в даний час в

інженерних розрахунках звичайних лінійних автоматичних систем найбільш поширене застосування саме логарифмічних частотних характеристик.

5.3 Завдання

На рис. 5.4. приведена узагальнена структурна схема розімкнутої автоматичної системи регулювання.

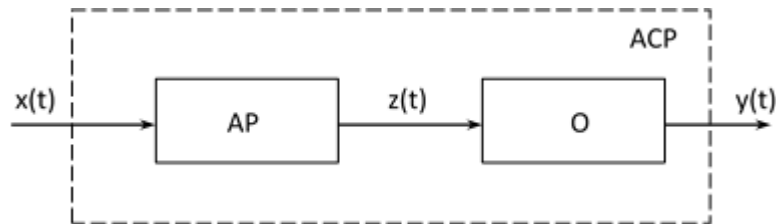


Рисунок 5.4 – Узагальнена структурна схема розімкнутої системи.

Де: AP – автоматичний регулятор; O – об'єкт регулювання; $y(t)$ – вихідна регульована величина; $x(t)$ – задане значення регульованої величини; $z(t)$ – регулюючий вплив регулятора на об'єкт.

Рівняння динамічної характеристики об'єкта задано в операторному вигляді:

$$(a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3)Y(p) = K_0 Z(p), \quad (5.5)$$

де a_0, a_1, a_2, a_3 – коефіцієнти рівняння руху;

K_0 – коефіцієнт передачі об'єкта по регулюючому впливу.

Рівняння для П-регулятора має вигляд:

$$Z(t) = K_p X(t) \quad (5.6)$$

Рівняння для І-регулятора має вигляд:

$$Z(p) = (K_p / p) X(p) \quad (5.7)$$

Рівняння для ІІ-регулятора має вигляд:

$$Z(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_u \cdot p} \right) X(p) \quad (5.8)$$

Вихідні дані наведені у табл. 5.1.

Таблиця 5.1 Вихідні дані

№ варіанта	Тип регулятор а	Коефіцієнти рівняння регулятора		Коефіцієнти рівняння об'єкта регулювання					Частота АФХ	
		K_p	T_n	a_0	a_1	a_2	a_3	K_0	ω_{min}	ω_{max}
1	П	0.4		0.75	3	0.5	1	1	0.8	100
	I	0.04		0.75	3	0.5	1	1	0.01	1
	ПІ	6	4	0.75	3	0.5	1	1	0.55	10
2	П	0.2		0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.2	100
	I	0.02		0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.2	100
	ПІ	2	23	0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.9	10
3	П	0.1		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	I	0.02		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	ПІ	20	75	1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
4	П	0.5		0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
	I	0.1		0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
	ПІ	1	70	0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
5	П	0.1		1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
	I	0.01		1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
	ПІ	2	50	1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
6	П	0.1		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	I	0.0106		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	ПІ	0.05	75	1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
7	П	0.1		2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
	I	0.0217		2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
	ПІ	0.05	70	2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
8	П	0.1		2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
	I	0.029		2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
	ПІ	0.1	50	2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
9	П	0.2		0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
	I	0.01		0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
	ПІ	2	40	0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
10	П	0.6		0.6	1.2	0.8	1	3	0.6	10
	I	0.06		0.6	1.2	0.8	1	3	0.6	10
	ПІ	2	20	0.6	1.2	0.8	1	2	0.6	10
11	П	0.4		0.8	0.6	0.4	0.2	2	0.6	10
	I	0.04		0.8	0.6	0.4	0.2	2	0.6	10
	ПІ	3	10	0.8	0.6	0.4	0.2	1	0.6	10
12	П	0.5		0.5	1.1	0.7	0.9	4	0.6	10
	I	0.04		0.5	1.1	0.7	0.9	3	0.6	10
	ПІ	3	15	0.5	1.1	0.7	0.9	2	0.6	10

Продовження таблиці 5.1

13	П	0.4		0.25	0.6	0.4	0.5	1	0.6	10
	I	0.05		0.25	0.6	0.4	0.5	4	0.6	10
	III	2.5	17	0.25	0.6	0.4	0.5	2	0.6	10
14	П	0.3		1.5	1	1.5	0.5	1	0.6	10
	I	0.03		1.5	1	1.5	0.5	1	0.6	10
	III	3	10	1.5	1	1.5	0.5	2	0.6	10
15	П	0.3		1.5	2	1	1	3	0.6	10
	I	0.03		1.5	2	1	1	3	0.6	10
	III	3	10	1.5	2	1	1	3	0.6	10
16	П	0.5		2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
	I	0.05		2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
	III	5	20	2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
17	П	0.5		1	3	2	1	1	0.6	10
	I	0.05		1	3	2	1	1	0.6	10
	III	5	40	1	3	2	1	1	0.6	10
18	П	0.1		2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
	I	0.01		2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
	III	1	30	2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
19	П	0.2		1.5	3	2	1	2	0.6	10
	I	0.02		1.5	3	2	1	2	0.6	10
	III	2	15	1.5	3	2	1	2	0.6	10
20	П	0.1		0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
	I	0.01		0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
	III	1	30	0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
21	П	0.15		1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
	I	1.01		1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
	III	1	40	1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
22	П	0.3		2	4	1	1	4	0.6	10
	I	0.03		2	4	1	1	4	0.6	10
	III	3	25	2	4	1	1	4	0.6	10
23	П	0.1		1	5	3	2	2	0.6	10
	I	0.01		1	5	3	2	2	0.6	10
	III	1	15	1	5	3	2	2	0.6	10
24	П	0.2		0.5	5	3	1	5	0.6	10
	I	0.02		0.5	5	3	1	5	0.6	10
	III	2	10	0.5	5	3	1	5	0.6	10
25	П	0.1		1	6	3	1	1	0.6	10
	I	0.01		1	6	3	1	1	0.6	10
	III	1	40	1	6	3	1	1	0.6	10

Необхідно:

а) для кожного типу регулятора одержати вираз передатної функції розімкненої системи як

$$W_c(p) = W_0(p) \cdot W_{AP}(p),$$

де $W_c(p)$ – передатна функція розімкненої АСР;

$W_0(p)$ – передатна функція об'єкту;

$W_{AP}(p)$ – передатна функція автоматичного регулятора.

б) одержати графіки АФХ за допомогою MATLAB;

в) дослідити АСР на стійкість.

5.4 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.
3. Одержати вирази передатних функцій АСР із П-, І- та ПІ- регулятором у чисельному вигляді, з використанням вихідних даних.

Примітка 1. Одержання передатних функцій системи потребує відповідних перетворень виразів (5.5)–(5.6), особливо трудомісних для системи з ПІ-регулятором.

Робота в лабораторії

4. Одержати передатну функцію АСР із П- регулятором у вигляді блока на полі екрана MATLAB. Для цього вибрати блок $W(p)$ і проставити значення коефіцієнтів передатної функції, отриманої у п. 5.4.3.
5. Одержати графіки ЛЧХ і АФЧХ за допомогою MATLAB.
6. Дослідити графіки АФХ і ЛЧХ на предмет стійкості АСР.
7. У випадку, якщо АСР виявиться нестійкою, треба змінювати параметри регулятора (k_p для П- та І-регулятора і k_p, T_u для ПІ-регулятора) таким чином, щоб домогтися стійкості АСР. Знайти такі значення параметрів, при яких система має найкращі характеристики (найменший час виходу на установлений режим).

Визначити запаси стійкості АСР по модулю і фазі на графіках ЛЧХ і АФЧХ.

Примітка 2. При визначенні запасу стійкості АСР по фазі будуйте графік АФХ з однаковим масштабом по осях абсцис та ординат (на екрані масштаби різні!).

8. Визначити критичні значення параметрів регулятора, при яких АСР знаходиться на межі стійкості.
9. Виконати аналогічні дії по пунктах 4 - 9. для АСР із І- регулятором і з ІІ- регулятором.

Примітка 3: Для визначення запасів стійкості по модулю і фазі, виберіть такі межі частоти ω , у яких на графіку АФЧХ чітко видна область перетину кривої АФЧХ з від'ємною абсцисою. Для зміни частоти у режимі АЧХ або АФЧХ можна вибрати межі $\omega_{min}-\omega_{max}$.

5.5 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Вихідні дані.
4. Вирази передатних функцій розімкнутих АСР у чисельному вигляді.
5. Графіки АФХ АСР.
6. Результати визначення запасів стійкості по модулю і фазі.
7. Значення найкращих параметрів регулятора для стійких АСР.
8. Критичні значення параметрів регулятора для стійких АСР.

5.6 Контрольні питання

1. Які ознаки стійкої і нестійкої системи по вигляду її перехідного процесу?
2. Визначення стійкості.
3. Назвіть відомі методи оцінки стійкості систем.
4. По яких особливостях диференціального рівняння системи і його рішення можна оцінити стійкість системи?
5. Які переваги частотних критеріїв стійкості?

6. Формулювання частотного критерію Михайлова.
7. Формулювання частотного критерію Найквіста.
8. Визначення запасу стійкості по модулю і фазі на графіку АФХ розімкнутої системи.
9. Формулювання умови стійкості по ЛЧХ.
10. Визначення запасу стійкості по модулю і фазі на графіках ЛАЧХ і ЛФЧХ.

6. Заняття № 6

Дослідження якості автоматичних систем регулювання

Мета роботи: вивчення методів оцінки якості лінійних автоматичних систем регулювання (АСР), дослідження якості АСР по графіках перехідних процесів, корегування параметрів настройки АСР для забезпечення необхідної якості системи.

6.1 Методи оцінки якості лінійних АСР

Стійкість є необхідною, але недостатньою властивістю автоматичної системи регулювання, оскільки в стійкій системі можуть виникати дуже повільно загасаючі, тривалі перехідні процеси. Виникає необхідність кількісно оцінити якість процесів регулювання при стійкій роботі системи.

Найбільш поширеними критеріями якості в автоматичці є: статична і динамічна помилки, час регулювання, величина перерегулювання, ступінь загасання, інтегральні критерії.

З графіка на рис.6.1 легко визначити деякі критерії якості.

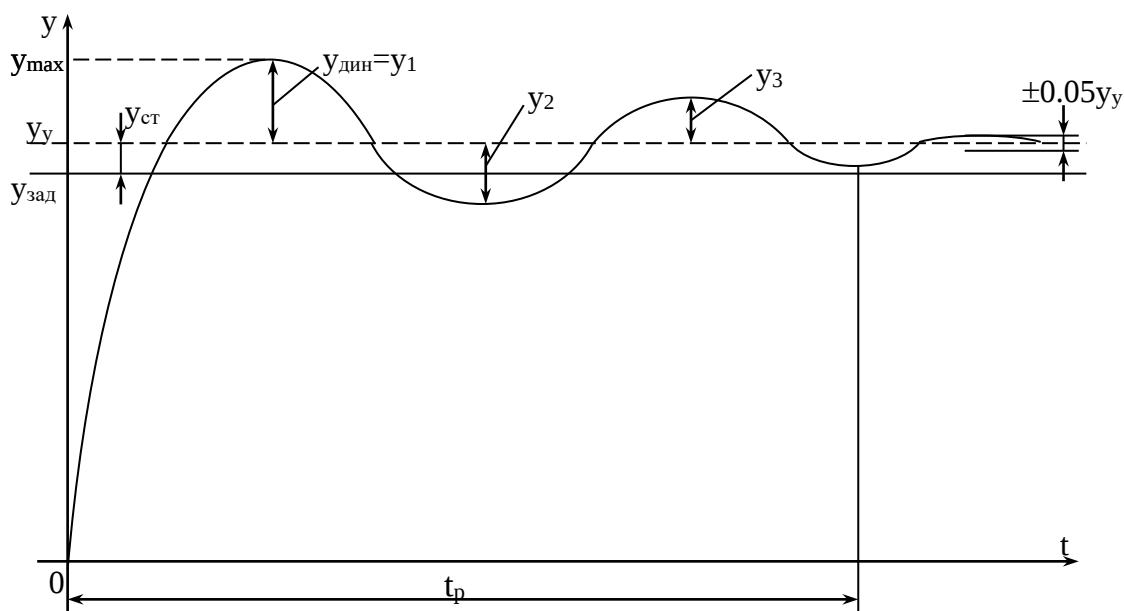


Рисунок 6.1. До визначення показників якості перехідного процесу

Так, статична помилка $u_{ст}$ дорівнює різниці між сталим значенням регульованої величини y_y і її заданим значенням $u_{зад}$:

$$u_{ст} = |y_y - u_{зад}|. \quad (6.1)$$

Статична помилка характеризує тільки точність, обумовлену законом регулювання, і не враховує точність роботи вимірювальних та інших приладів і пристроїв системи. Застосування П- і ПД- законів регулювання не дозволяє уникнути статичної помилки (єдиний виняток - астатичний об'єкт при збуренні за завданням). У реальних системах величина статичної помилки не повинна виходити за дозволені межі, обумовлені технологічними вимогами. Якщо допустима статична помилка повинна бути малою або дорівнювати нулю, необхідно застосовувати регулятори з інтегральною складовою в законі регулювання (І-, ПІ-, ПІД-), що забезпечують регулювання без статичної помилки.

Динамічна помилка $u_{дин}$ дорівнює найбільшому відхиленню в перехідному процесі регульованої величини від її сталого значення:

$$u_{дин} = u_{max} - y_y. \quad (6.2)$$

Час регулювання t_p , тобто тривалість перехідного процесу, визначається до моменту, коли відхилення $y - y_y$ увійде в попередньо задані невеликі межі, наприклад, $\pm 5\%$ від y_y (рис.6.1). Часом регулювання характеризується швидкодія системи.

Кількісною оцінкою інтенсивності загасання коливального процесу служить ступінь загасання Ψ :

$$\Psi = (y_1 - y_3) / y_1, \text{ [долі одиниці]} \quad (6.3)$$

Найбільш часто використовувані на практиці значення Ψ лежать у межах від 0,75 до 0,9.

Ще одна важлива характеристика якості - перерегулювання η :

- для астатичних систем ($y_y = 0$):

$$\eta = (y_2 / y_1) 100, \%. \quad (6.4)$$

- для статичних систем:

$$\eta = (y_{\max} - y_y) / y_y \cdot 100, \% . \quad (6.5)$$

Зазвичай до систем висувається вимога щодо перерегулювання: $\eta \leq 20 \div 30\%$.

Розрізняють декілька видів інтегральних критеріїв, з яких найбільше поширення отримав інтегральний квадратичний критерій I^2 :

$$I^2 = \int_0^{\infty} y^2(t) dt . \quad (6.6)$$

Критерій (6.6) дає сумарну оцінку якості перехідного процесу, з урахуванням тривалості процесу і динамічного відхилення регульованої величини від заданого значення.

Для оцінки якості роботи АСР істотними є такі питання:

- чи приведе регулятор регульовану величину точно до заданого значення, або буде мати місце статична помилка;
- яка максимальна величина розбалансу в ході регулювання;
- яка швидкодія системи, тобто як швидко завершиться перехідний процес.

Відповісти на ці питання можна, знаючи як властивості об'єкта, так і властивості регулятора, при яких АСР працює найкращім чином (оптимальне налагодження), забезпечуючи оптимальний перехідний процес у системі регулювання.

Очевидна вимога при настроюванні регулятора полягає у зменшенні статичної помилки $y_{ст}$, динамічної помилки $y_{дин}$, часу регулювання t_p , інтегрального квадратичного критерію I^2 , перерегулювання η і збільшенні ступеню загасання Ψ . Проте реальні властивості системи такі, що покращення одного параметра веде до погіршення іншого. Наприклад, зменшення динамічної помилки $y_{дин}$ веде до збільшення часу регулювання t_p . Тому прагнуть знайти такі параметри настроювання регулятора, що мінімізують один показник, за умови, що інші показники перехідного процесу не виходять за рамки визначених обмежень.

У більшості випадків оптимальним вважається такий перехідний процес, для якого $I^2 \rightarrow \min$ при $\Psi \approx 0,75$ (при $\Psi > 0,75$ збільшується динамічна помилка $u_{дин}$, а при $\Psi < 0,75$ сильно зростає час регулювання t_p).

У деяких випадках вибором відповідних параметрів налаштування регулятора неможливо домогтися необхідної якості перехідних процесів. Тоді доводиться застосовувати додаткові заходи покращення якості - введення коригувальних ланок, додаткових контурів регулювання, застосування компенсаційних збурень.

6.2 Завдання

Задано автоматичну систему регулювання у вигляді структурної схеми.

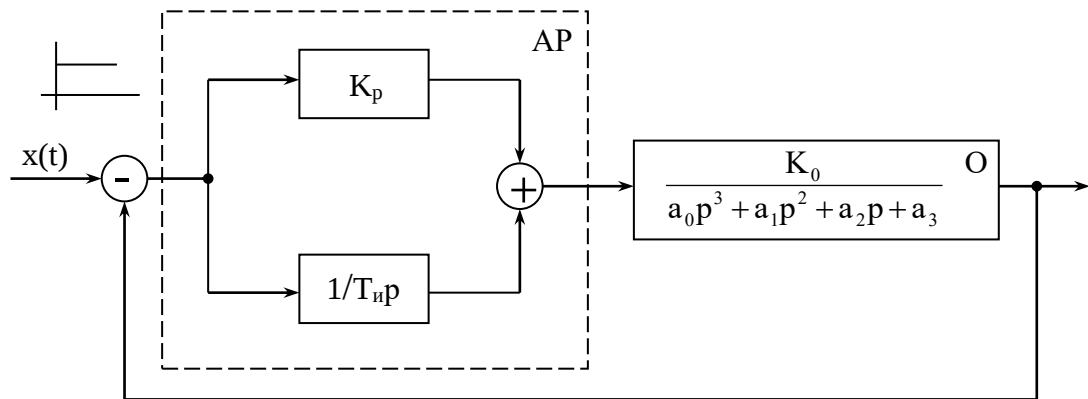


Рисунок.6.2. Структурна схема АСР.

де AP - автоматичний регулятор; O - об'єкт регулювання. Позначення коефіцієнтів і вихідні дані див. у Таблиці 6.1.

Необхідно, подавши на вхід АСР одиничну ступінчасту дію і підбираючи параметри AP , одержати перехідний процес із такими показниками якості:

- а) для П- регулятора ($T_u = \infty$) – $t_p \rightarrow \min$ при $u_{дин} \approx 20\%$;
- б) для І- регулятора ($K_p = 0$) – $\eta \leq 25\%$;
- в) для ПІ- регулятора (рис.6.2) – $\Psi \approx 0,75$.

Інтегральний квадратичний критерій якості перехідного режиму визначається як величина:

$$I^2 = \int_0^{\infty} [y(x) - y_{уст}]^2 dx = \int_0^{\infty} \Delta y(x)^2 dx, \quad (6.7)$$

де $\Delta y(x)$ - це помилка перехідного процесу.

Для реалізації цієї формули в системі MATLAB необхідно скористатися наступною структурною схемою:

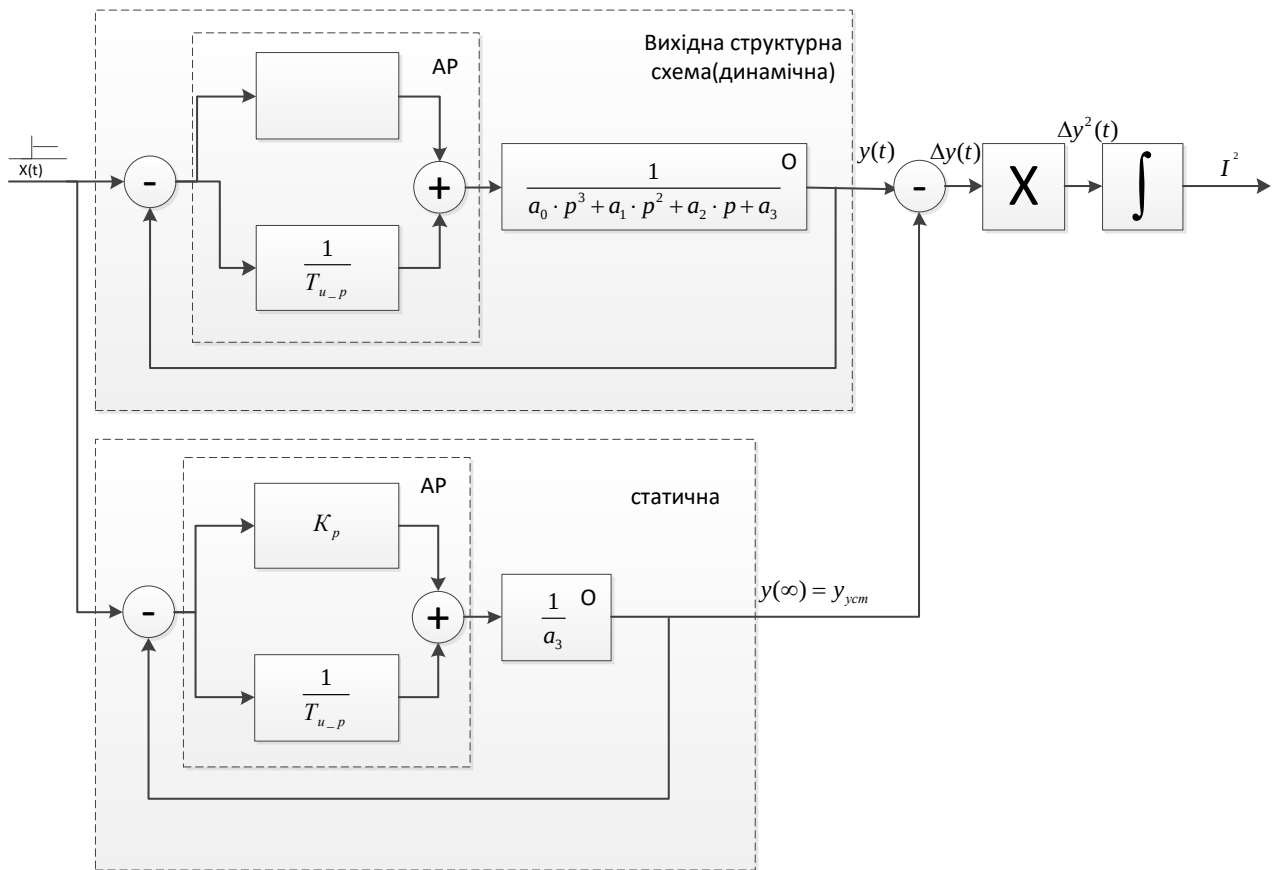


Рисунок 6.3. Структурна схема знаходження квадратичного критерію

X – помножувач: блок в MATLAB, в якому вихідний сигнал – це квадрат вхідного сигналу.

∫ – інтегратор: блок в MATLAB, який інтегрує вхідний сигнал, тобто вихідний сигнал – це інтеграл вхідного сигналу.

Таблиця 6.1 .Вихідні дані

№ варіанта	Тип регулятора	Коефіцієнти рівняння регулятора		Коефіцієнти рівняння об'єкта регулювання					Частота АФХ	
		K_p	T_u	a_0	a_1	a_2	a_3	K_0	ω_{min}	ω_{max}
1	П	0.4		0.75	3	0.5	1	1	0.8	100
	I	0.04		0.75	3	0.5	1	1	0.01	1
	ПІ	6	4	0.75	3	0.5	1	1	0.55	10
2	П	0.2		0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.2	100
	I	0.02		0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.2	100
	ПІ	2	23	0.3	1.6	0.3	0.5	2	0.9	10
3	П	0.1		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	I	0.02		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	ПІ	20	75	1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
4	П	0.5		0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
	I	0.1		0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
	ПІ	1	70	0.5	1.8	0.35	0.7	0.3	0.6	10
5	П	0.1		1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
	I	0.01		1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
	ПІ	2	50	1	3.5	0.6	1.5	4	0.6	10
6	П	0.1		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	I	0.0106		1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
	ПІ	0.05	75	1.6	5.5	1	2.1	7	0.6	10
7	П	0.1		2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
	I	0.0217		2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
	ПІ	0.05	70	2.6	4.5	2	2.5	7	0.6	10
8	П	0.1		2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
	I	0.029		2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
	ПІ	0.1	50	2	5.3	2.1	4.2	7	0.6	10
9	П	0.2		0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
	I	0.01		0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
	ПІ	2	40	0.4	1.6	1	1.5	0.7	0.6	10
10	П	0.6		0.6	1.2	0.8	1	3	0.6	10
	I	0.06		0.6	1.2	0.8	1	3	0.6	10
	ПІ	2	20	0.6	1.2	0.8	1	2	0.6	10
11	П	0.4		0.8	0.6	0.4	0.2	2	0.6	10
	I	0.04		0.8	0.6	0.4	0.2	2	0.6	10
	ПІ	3	10	0.8	0.6	0.4	0.2	1	0.6	10
12	П	0.5		0.5	1.1	0.7	0.9	4	0.6	10
	I	0.04		0.5	1.1	0.7	0.9	3	0.6	10
	ПІ	3	15	0.5	1.1	0.7	0.9	2	0.6	10

Продовження таблиці 6.1

13	II	0.4		0.25	0.6	0.4	0.5	1	0.6	10
	I	0.05		0.25	0.6	0.4	0.5	4	0.6	10
	III	2.5	17	0.25	0.6	0.4	0.5	2	0.6	10
14	II	0.3		1.5	1	1.5	0.5	1	0.6	10
	I	0.03		1.5	1	1.5	0.5	1	0.6	10
	III	3	10	1.5	1	1.5	0.5	2	0.6	10
15	II	0.3		1.5	2	1	1	3	0.6	10
	I	0.03		1.5	2	1	1	3	0.6	10
	III	3	10	1.5	2	1	1	3	0.6	10
16	II	0.5		2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
	I	0.05		2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
	III	5	20	2	3	1.5	1.5	2	0.6	10
17	II	0.5		1	3	2	1	1	0.6	10
	I	0.05		1	3	2	1	1	0.6	10
	III	5	40	1	3	2	1	1	0.6	10
18	II	0.1		2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
	I	0.01		2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
	III	1	30	2	4	0.5	0.5	3	0.6	10
19	II	0.2		1.5	3	2	1	2	0.6	10
	I	0.02		1.5	3	2	1	2	0.6	10
	III	2	15	1.5	3	2	1	2	0.6	10
20	II	0.1		0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
	I	0.01		0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
	III	1	30	0.5	2	1.5	0.5	1.5	0.6	10
21	II	0.15		1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
	I	1.01		1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
	III	1	40	1	1.5	1	0.5	1	0.6	10
22	II	0.3		2	4	1	1	4	0.6	10
	I	0.03		2	4	1	1	4	0.6	10
	III	3	25	2	4	1	1	4	0.6	10
23	II	0.1		1	5	3	2	2	0.6	10
	I	0.01		1	5	3	2	2	0.6	10
	III	1	15	1	5	3	2	2	0.6	10
24	II	0.2		0.5	5	3	1	5	0.6	10
	I	0.02		0.5	5	3	1	5	0.6	10
	III	2	10	0.5	5	3	1	5	0.6	10
25	II	0.1		1	6	3	1	1	0.6	10
	I	0.01		1	6	3	1	1	0.6	10
	III	1	40	1	6	3	1	1	0.6	10

6.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Набрати блок-схему АСР відповідно до рис.6.2 у MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із Таблиці 6.1.
2. Підбираючи значення K_p П-регулятора (при цьому T_u задати дуже великим, наприклад $T_u=100000$, тобто виключити з роботи блок $1/T_u p$), одержати перехідний процес із заданими показниками якості, показати графік викладачу.
3. Виконати аналогічні дії (як в п 2.) для І-регулятора (зробити $K_p=0$) та ІІІ- регулятора.

6.4 Міст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Структурна схема АСР (рис. 6.2).
4. Таблиці пошуку оптимальних налаштувань регулятора:

а) П- регулятор:

K_p					
T_p					
$Y_{дин}$					

б) І- регулятор:

T_u					
η					

в) ПІ- регулятор:

K_p					
T_u					
I^2					
ψ					

У випадку, коли при розгляді ПІ-регулятора процес виявляється розбіжним, необхідно ввести корегуючу ланку – диференціатор. Зробити відповідні висновки.

5. Графіки перехідних процесів АСР, що забезпечують задані показники якості.

6. Висновки по роботі.

7.

6.5 Контрольні питання

1. Назвіть найбільш поширені критерії якості.
2. Охарактеризуйте статичну помилку регулювання.
3. Охарактеризуйте динамічну помилку регулювання.
4. Як визначають час регулювання?
5. Як визначають ступінь загасання перехідного процесу?
6. Як визначають величину перерегулювання?
7. Охарактеризуйте інтегральний квадратичний критерій якості.
8. Якими засобами домагаються покращення якісних показників роботи АСР?
9. Які конкретні значення показників якості, що забезпечують оптимальний перехідний процес?

7. Заняття № 7

Дослідження та оптимізація параметрів системи стабілізації

Мета роботи: дослідити частотні та часові характеристики САР, визначити оптимальні значення коефіцієнта передачі та сталої часу регулятора.

7.1 Основні теоретичні відомості

Замкнена система з використанням принципу зворотного зв'язку, тобто з вимірюванням відхилення регульованої величини від заданого значення та використанням отриманого результату для наближення процесу керування до заданого закону, називається *системою автоматичного регулювання (САР)*.

В САР завжди можна виділити *об'єкт регулювання*, тобто пристрій, в якому той чи інший параметр, що характеризує деякий процес, підлягає зміні (або регулюванню) у відповідності до заданого закону. Крім того, в САР є пристрій, за допомогою якого регульований параметр процесу автоматично змінюється в бажаному напрямку. Цей пристрій називається *автоматичним регулятором*.

Системи автоматичного регулювання класифікуються за різними ознаками.

За **характером зміни керуючого впливу** розрізняють системи автоматичної стабілізації, програмного регулювання та слідкуючі системи.

За **виглядом сигналів, що передаються**, виділяють системи безперервні, з гармонічною модуляцією, імпульсні, релейні та цифрові.

За **способом математичного опису**, який прийнято при дослідженні, виділяють лінійні та нелінійні системи. Обидві групи можуть бути представлені безперервними, дискретними та дискретно-безперервними системами.

За **типом контрольованих змін своїх властивостей** розрізняють системи, що не пристосовуються, та системи, що пристосовуються (адаптивні). В останньому класі можна виділити самонастроювальні системи з самонастроюванням параметрів або впливів та системи, що самоорганізуються, з контрольованими змінами структури.

Системи автоматичної стабілізації характеризуються тим, що у процесі роботи системи керуючий вплив залишається сталою величиною. Основним завданням системи автоматичної стабілізації є підтримання на постійному рівні з допустимою похибкою регульованої величини незалежно від діючих збурень.

Системи програмного регулювання відрізняються тим, що керуючий вплив змінюється за заздалегідь встановленому закону в функції від часу або координат системи. Така система є системою відтворення, в якій основним завданням є по можливості точніше відтворення керуючого впливу на виході у вигляді відповідних змін регульованої величини.

В *слідкуючих системах* керуючий вплив також є величиною змінною, але математичний опис його в часі не може бути встановлений, тому що джерелом сигналу виступає зовнішнє явище, закон зміни якого заздалегідь невідомий. Такі системи призначені для відтворення на виході керуючого впливу з можливо більшою точністю.

САР буде статичною по відношенню до збурюючого впливу, якщо при прямуванні збурюючого впливу до сталої величини відхилення регульованої величини також прямує до сталої, відмінної від нуля, величини і залежить від величини прикладеного впливу.

САР буде астатичною за збурюючим впливом, якщо при прямуванні збурюючого впливу до сталої величини відхилення регульованої величини прямує до нуля і не залежить від величини прикладеного впливу.

САР буде астатичною по відношенню до керуючого впливу, якщо при прямуванні керуючого впливу до сталої величини похибка прямує до нуля і не залежить від величини впливу.

САР можна назвати статичною по відношенню до керуючого впливу, якщо при прямуванні останнього до сталої величини похибка також прямує до сталої, відмінної від нуля, величини і залежить від значення прикладеного впливу.

7.2 Основні елементи САР

Вимірювальні елементи.

Потенціометричний датчик. Потенціометричний датчик призначається для перетворення механічного переміщення в електричну величину у вигляді напруги. В основі принципу дії датчика лежить зміна опору при зміні положення движка на потенціометрі. У навантаженому потенціометрі нема лінійного зв'язку між вихідною та вхідною величинами датчика. Відхилення від лінійного закону свідчить про наявність похибки у вимірюванні та перетворенні механічного переміщення за допомогою потенціометра.

Динамічні властивості датчика, що розглядається разом з навантаженням, можна охарактеризувати передаточною функцією.

Диференціальні рівняння датчика мають вигляд:

$$\begin{aligned} c\alpha U_0 &= (R_{вих} + R_n)I + L_n \frac{dI}{dt}; \\ U &= R_n I + L_n \frac{dI}{dt}, \end{aligned} \quad (7.1)$$

де c – сталий коефіцієнт, що визначається схемою датчика; α – положення задаючого движка; U_0 – напруга живлення потенціометра; $R_{вих}$ – внутрішній опір потенціометра; R_n – активний опір навантаження; L_n – індуктивний опір навантаження.

Застосовуючи до цих рівнянь перетворення Лапласа та визначаючи відношення зображення виходу до зображення входу, отримаємо передаточну функцію датчика у випадку індуктивного навантаження:

$$W(p) = \frac{U(p)}{\alpha(p)} = K \frac{T_1 p + 1}{T_2 p + 1}, \quad (7.2)$$

$$\text{де } K = \frac{aU_0 R_n}{R_{вих} + R_n}, \quad T_1 = \frac{L_n}{R_n}, \quad T_2 = \frac{L_n}{R_{вих} + R_n}.$$

Тахогенератори постійного та змінного струму. За принципом дії та за своїм конструктивним оформленням тахогенератори постійного струму є звичайними електричними машинами, що працюють в генераторному режи-

мі. В конструктивному відношенні асинхронний тахогенератор (тахогенератор змінного струму) являє собою електричну машину з короткозамкненим ротором. Тахогенератори застосовуються в якості датчиків, що здійснюють вимірювання механічної величини у вигляді кутової швидкості та перетворення її в електричну напругу.

При відсутності навантаження магнітний потік збудження залишається сталим і внаслідок цього можна вважати, що електрорушійна сила E лінійно залежить від кутової швидкості обертання ротора Ω :

$$E = K\Omega, \quad K = \frac{30c\Phi}{\pi}, \quad (7.3)$$

де c – стала, що визначається конструкцією даної машини; Φ – потік збудження.

Відповідно до того, що кут повороту ротора θ та кутова швидкість Ω пов'язані співвідношенням $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$, отримаємо:

$$E = K \frac{d\theta}{dt}. \quad (7.4)$$

Застосовуючи перетворення Лапласа до рівняння (7.4), можна отримати передаточну функцію ненавантаженого тахогенератора:

$$W(p) = \frac{U(p)}{\theta(p)} = Kp, \quad W(p) = \frac{U(p)}{\Omega(p)} = K, \quad (7.5)$$

де $U(p)=E(p)$ у випадку відсутності або малих значень навантаження.

Підсилювальні елементи.

Електронні підсилювачі. В залежності від характеру міжкаскадного зв'язку підсилювачі напруги розділяють на підсилювачі, виконані на опорах, трансформаторні підсилювачі, дросельні та підсилювачі з безпосереднім зв'язком.

Підсилювачі напруги характеризуються коефіцієнтом підсилення, смугою пропускання та чутливістю, які за звичай визначаються за еквівалентними схемами. Важливими показниками є також простота виготовлення, вага та

габарити, коефіцієнт частотних та фазових викривлень, коефіцієнт корисної дії.

Кінцевим щаблем підсилювального пристрою є підсилювач потужності, який повинен забезпечити необхідну потужність для керування навантаженням. Підсилювачі потужності можуть бути одноктактними та двохтактними.

Перехідна функція підсилювача має вигляд:

$$W(p) = \frac{U_{вих}(p)}{U_{вх}(p)} = K, \quad (7.6)$$

де K – коефіцієнт підсилення підсилювача.

Електромашинні підсилювачі. В якості керованого генератора у сучасних слідкуючих системах широко застосовується електромашинний підсилювач (ЕМП) з подовжно-поперечним збудженням. ЕМП являє собою генератор постійного струму, ротор якого обертається двигуном постійного чи змінного струму.

Динамічна характеристика ЕМП в режимі холостого ходу:

$$T_q T_\kappa \frac{M_{lk} \Omega^2}{L_\kappa} u_\kappa = T_q T_\kappa \frac{d^2 e_l}{dt^2} + (T_q + T_\kappa) \frac{de_l}{dt} + e_l, \quad e_l = L_q i_q \frac{d\theta}{dt}, \quad (7.7)$$

де e_l – Е.Р.С. у подовжньому колі.

Передаточна функція ЕМП в режимі холостого ходу має вигляд:

$$W(p) = \frac{E_l(p)}{U_\kappa(p)} = \frac{K_U}{(T_q p + 1)(T_\kappa p + 1)}, \quad K_U = \frac{T_q T_\kappa M_{lk} \Omega^2}{L_\kappa}, \quad T_\kappa = \frac{L_\kappa}{R_\kappa}, \quad T_q = \frac{L_q}{R_q}, \quad (7.8)$$

де K_U – коефіцієнт підсилення; T_κ – стала часу обмотки, що керує; T_q – стала часу поперечного кола; M_{lk} – коефіцієнт взаємоіндукції подовжньої та керуючої обмоток; $\Omega = \frac{d\theta}{dt}$ – кутова швидкість обертання якоря; $R_q + j\omega L_q$ та $R_\kappa + j\omega L_\kappa$ – комплексні опори поперечного та керуючого кіл.

В якості навантаження ЕМП зазвичай використовується виконавчий двигун постійного струму з незалежним збудженням. Передаточна функція ЕМП, що працює на виконавчий двигун:

$$W(p) = \frac{\theta_{вих}(p)}{U_{\kappa}(p)} \frac{K_U K_D}{p(T_D p + 1)(T_q p + 1)(T_{\kappa} p + 1)}, \quad (7.9)$$

де $\theta_{вих}$ – кут повороту вала двигуна; K_D – коефіцієнт підсилення за кутовою швидкістю обертання ротора двигуна; T_D – електромеханічна стала часу двигуна.

Виконавчі елементи.

Двигуни постійного струму з незалежним збудженням. В слідкуючих системах широко застосовуються двигуни постійного струму з незалежним збудженням. В процесі роботи слідкуючого привода швидкість робочого механізму, а, отже, і виконавчого двигуна знаходиться у безперервній зміні. Очевидно, виконавчі двигуни в цьому випадку повинні мати такі властивості, які допускали б можливість регулювання швидкості в досить широких межах. В ряді випадків двигуни постійного струму володіють характеристиками, що дозволяють здійснювати плавне та економічне регулювання швидкості при значному відношенні максимальної кутової швидкості обертання якоря до мінімальної.

Рівняння руху двигуна постійного струму у випадку регулювання швидкості шляхом зміни потоку збудження при постійному струмі в обмотці якоря:

$$T_3 T_D \frac{d^2 \Omega}{dt^2} + (T_3 + T_D) \frac{d\Omega}{dt} + \Omega = K U_3, \quad T_3 = \frac{L_3}{R_3}, \quad T_D = \frac{J}{\rho}, \quad K = \frac{k'}{R_3 \rho}, \quad (7.10)$$

Де T_3 – стала часу обмотки збудження; T_D – електромеханічна стала часу двигуна; $R_3 + j\omega L_3$ – комплексний опір обмотки збудження; J – момент інерції усіх мас, що обертаються; ρ – коефіцієнт тертя.

Передатна функція двигуна постійного струму при регулюванні швидкості зміною потоку збудження, має вигляд:

$$W(p) = \frac{\Omega(p)}{U_{\varphi}(p)} = \frac{K}{(T_A p + 1)(T_{\varphi} p + 1)}. \quad (7.11)$$

7.3 Графоаналітичний розрахунок параметрів налаштування АСР за показником коливальності

Умова забезпечення заданого значення показника коливальності.

Як міру стійкості системи використовують максимум амплітудно-частотної характеристики (АЧХ) системи по каналу керуючого впливу, тобто показник коливальності (M). Чим більше максимум АЧХ замкненої системи, тим ближче амплітудно-фазна характеристика (АФХ) розімкненої системи до критичної точки $(-1+j0)$ комплексної площини і, отже, тим менший запас стійкості має система.

Щоб система мала деякий заданий запас стійкості, тобто щоб максимум АЧХ замкненої системи не перевищував деякого значення $M_{зад}$, необхідно, щоб АФХ розімкненої системи не заходила всередину області, обмеженою колом радіуса:

$$r_{зад} = \frac{M_{зад}}{M_{зад}^2 - 1}, \quad (7.12)$$

з центром на від'ємній дійсній півосі на відстані:

$$R_0 = \frac{M_{зад}^2}{M_{зад}^2 - 1}, \quad (7.13)$$

від початку координат (рис. 7.1,а).

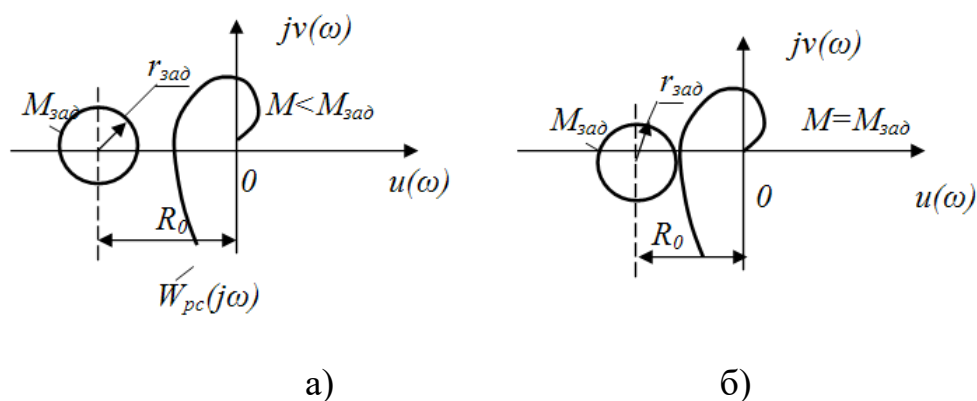


Рисунок 7.1. АФХ розімкненої системи

При рівності показника коливальності його заданому значенню АФХ розімкненої системи повинна дотикатися до цього кола (рис.7.1, б).

Проведемо пряму OA , що дотикається до кола заданого індексу M_{3ad} (рис.7.2).

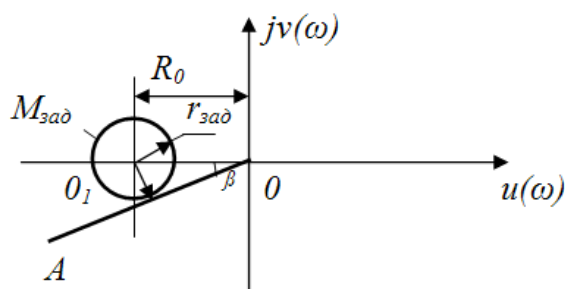


Рисунок 7.2. АФХ розімкненої системи

Маємо: $\sin \beta = \frac{r_{3ad}}{R_0}$. Підставляючи сюди значення r_{3ad} і R_0 із (7.12) і (7.13), одержимо:

$$\sin \beta = \frac{1}{M_{3ad}}, \quad \beta = \arcsin \frac{1}{M_{3ad}}. \quad (7.14)$$

Отже, при величині коефіцієнта передачі регулятора, що відповідає заданому запасу стійкості системи, коло з індексом M_{3ad} повинно дотикатися одночасно АФХ розімкненої системи (рис.7.3) та прямої, проведеної з початку координат під кутом β до від'ємної дійсної півосі.

Ввівши АФХ розімкненої системи $W_{pc1}(j\omega)$ при одиничному коефіцієнті передачі регулятора, нескладними геометричними побудовами можна показати, що:

$$K_{p_{opt}} = \frac{r_{зад}}{r} = \frac{M_{зад}}{M_{зад}^2 - 1} \cdot \frac{1}{r}, \quad (7.15)$$

де r - радіус кола, що дотикається одночасно до АФХ розімкненої системи $W_{pc1}(j\omega)$ і прямої, проведеної під кутом β (7.14) до від'ємної дійсної півосі з початку координат комплексної площини.

Звідси впливає наступний порядок розрахунку оптимальних налаштувань регуляторів.

АСР із П - регулятором

1. Викреслюють АФХ розімкненої системи $W_{pc}(j\omega) = K_p W_{об}(j\omega)$ при одиничному коефіцієнті передачі $K_p=1$, тобто $W_{об}(j\omega)$ (рис.7.3)

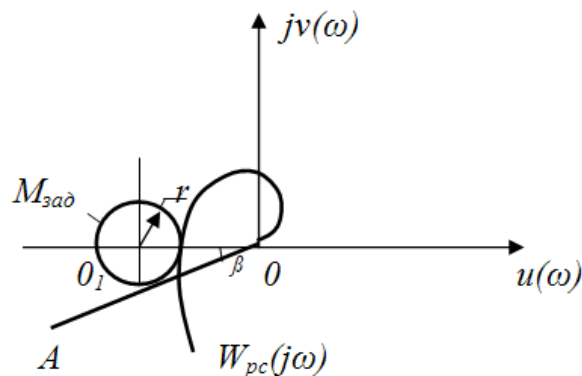


Рисунок 7.3. АФХ розімкненої системи, одиничний коефіцієнті передачі

2. З початку координат проводять пряму під кутом β (7.14) до від'ємної дійсної півосі.

3. Креслять коло з центром на дійсній від'ємній півосі, що дотикається одночасно АФХ об'єкта регулювання і цієї прямої.

4. За заміряним значенням радіуса r кола знаходять значення оптимального коефіцієнта передачі відповідно до (7.15).

АСР із ПІ-регулятором

Розімкнена АСР із ПІ-регулятором описується передаточною функцією:

$$W_{pc}(p) = W_{p_{PI}}(p) W_{об}(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right) W_{об}(p), \quad (7.16)$$

при $K_p=1$:

$$W_{pc1}(p) = W_{об}(p) + \frac{W_{об}(p)}{T_i p}. \quad (7.17)$$

Звідси:

$$W_{pcl}(j\omega) = W_{o\delta}(j\omega) + \frac{W_{o\delta}(j\omega)}{jT_i\omega} = W_{o\delta}(j\omega) + \frac{W_{o\delta}(j\omega)}{T_i\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}}. \quad (7.18)$$

Це означає, що включення ПІ-регулятора приводить до додавання до векторів $W_{o\delta}(j\omega)$ цих же векторів, повернутих на 90° за годинниковою стрілкою і змінених за модулем в $1/T_i\omega$ раз (рис.7.4, а).

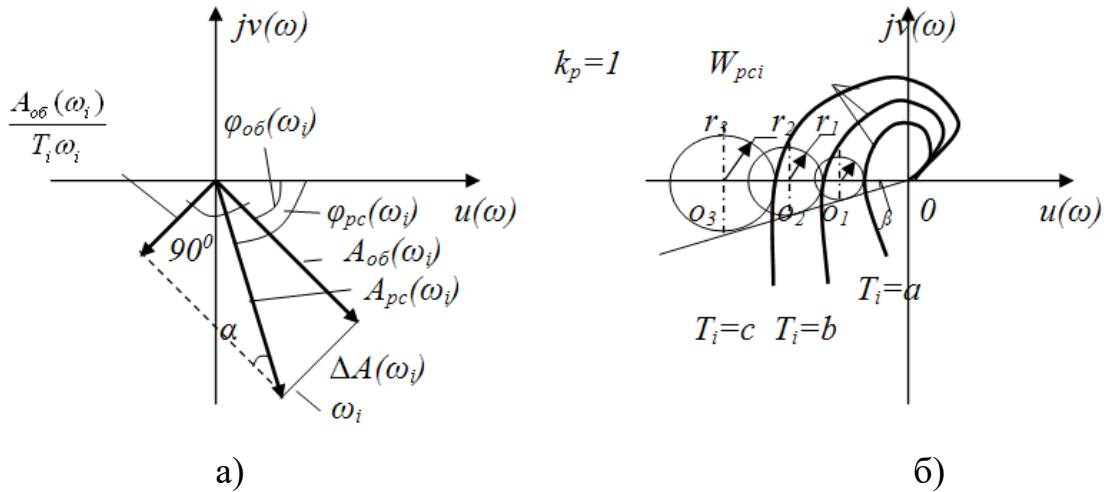


Рисунок 7.4 – АФХ розімкненої системи

Звідси випливає, що АФХ розімкненої системи при $K_p=1$ може бути побудована графічно при наявності графіка $W_{o\delta}(j\omega)$ чи розрахована аналітично.

З рис.7.4,а маємо:

$$\begin{aligned} A_{pcl}^2(\omega) &= A_{o\delta}^2(\omega) + \Delta A^2(\omega), \\ \varphi_{pc}(\omega) &= -[\varphi_{o\delta}(\omega) + \alpha] = -\left[\varphi_{o\delta}(\omega) + \arctg \frac{\Delta A(\omega)}{A_{o\delta}(\omega)} \right], \end{aligned} \quad (7.19)$$

звідки:

$$\begin{aligned} A_{pcl}(\omega) &= \frac{A_{o\delta}(\omega)}{T_i\omega} \sqrt{1 + T_i^2 \omega^2}, \\ \varphi_{pc}(\omega) &= -\left[\varphi_{o\delta}(\omega) + \arctg \frac{1}{T_i\omega} \right], \end{aligned} \quad (7.20)$$

$\varphi_{o\delta}(\omega)$ враховується за абсолютним значенням. Далі розрахунок параметрів налаштування проводять у такому порядку:

1. Тим чи іншим способом будують сімейство АФХ розімкненої системи при $K_p=1$ і деякому фіксованому значенні часу ізодрому T_i , (тобто часом ізодрому T_i задаються).

2. Проводять пряму з початку координат під кутом β до від'ємної дійсної півосі і будують кола, що дотикаються одночасно до цієї прямої та характеристик, побудованих для різних значень T_i (рис.7.4, б).

3. Обчислюють оптимальні значення коефіцієнта передачі регулятора (7.15) за знайденими значеннями радіусів відповідних кіл.

4. За результатами розрахунку в площині параметрів K_p-T_i будують межі заданого показника коливальності (рис. 7.5).

5. Оптимальному настроюванню буде відповідати точка в тій області, для якої $\frac{K_p}{T_i} \rightarrow \max$. Цій умові задовольняє точка дотику дотичної, проведеної з початку координат до межі заданого показника коливальності (до границі стійкості, заданої показником коливальності M).

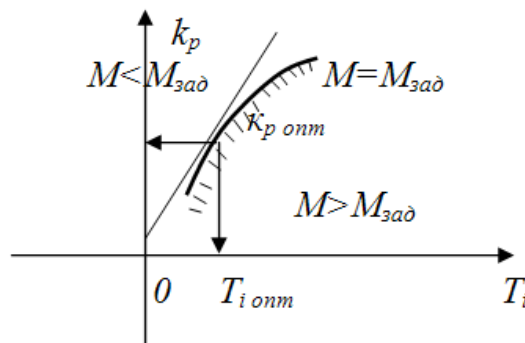


Рисунок 7.5 – Побудова межі заданого показника коливальності

7.4 Завдання

1. Скласти передаточні функції елементів та системи в цілому для астатичного регулятора швидкості двигуна постійного струму (рис. 7.6, 7.7) в розімкненому та замкненому стані. Вихідні дані наведені у табл. 7.1.

2. Визначити K_{TG} для забезпечення швидкості обертання двигуна в усталеному режимі відповідно варіанту (з умови при $t \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$).

3. Визначити оптимальні значення k та T_i регулятора графоаналітичним методом.

4. Визначити k регулятора з умови стійкості системи алгебраїчним методом.

5. Побудувати часові та частотні характеристики системи для:

- k_{opt} – коефіцієнт, визначений у пункті 3 ;
- $k_{гран}$ – коефіцієнт, визначений у пункті 4 ;
- $k_{дов}$ – довільний допустимий коефіцієнт, що описує деякий робочий режим системи.

Таблиця 7.1. Вихідні дані

Номер бригади	Тип регулятора (Параметри одиничні)	Показник коливальності M	Загальна інформація (N варіанту по списку групи)
1	П	1,2	$U_{зад} = N_B \cdot 10$ $n_{зад} = N_B \cdot 10^2 \frac{об}{хв}$ $K_{перед.дов.} = K_{дов} = 5$ $T_{дов} = 0.3, T_3 = 10^{-2}$ $K_{ЕМП} = 40$ $T_{ЕМП} = 0.15$ $K_{ЕП} - ?$ $W_{Т.Г} = K_{Т.Г} - ?$ $K_{ДДР} = 10$ $K_{РД} = 1 / 500$ $K_P = 50$
2	ПІ	1,8	
3	П	1,5	
4	ПІ	1,5	
5	ПІ	2,0	
6	ПІ	2,0	
7	П	1,7	
8	ПІ	1,8	
9	ПІ	1,4	

Принципова схема статичного регулятора швидкості двигуна постійного струму має вигляд:

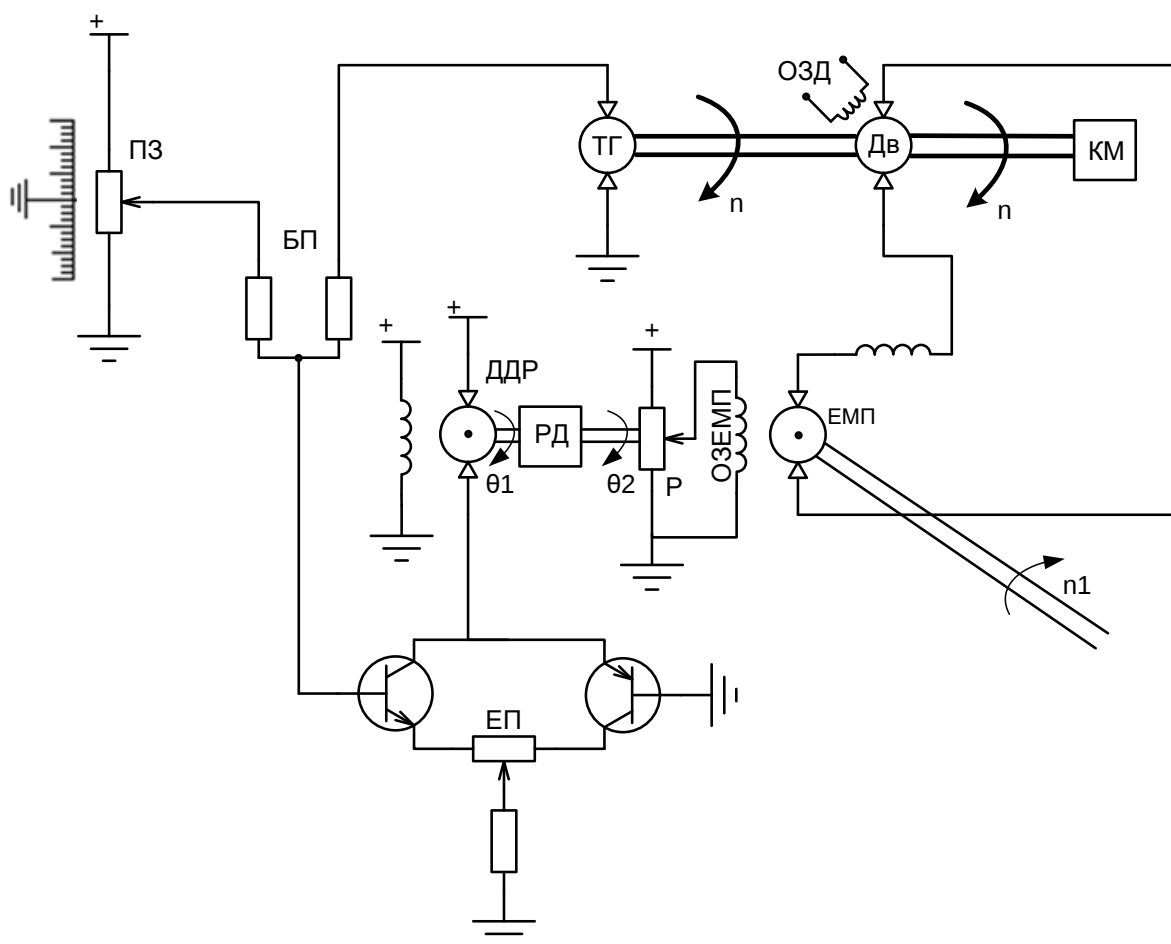


Рисунок 7.6. Принципова схема астатичного регулятора швидкості двигуна постійного струму(для випадку пропорційного регулятора).

де:

ПЗ – потенціометр-задавач; БП – блок порівнювання; ТГ – тахогенератор; Дв – двигун; КМ – керуючий механізм; ЕМП – електромашинний підсилювач; ОЗЕМП – обмотка збудження електромашинного підсилювача; ЕП – електронний підсилювач; ДДР – допоміжний двигун реостата; Р – реостат; РД – редуктор; ОЗД - обмотка збудження двигуна.

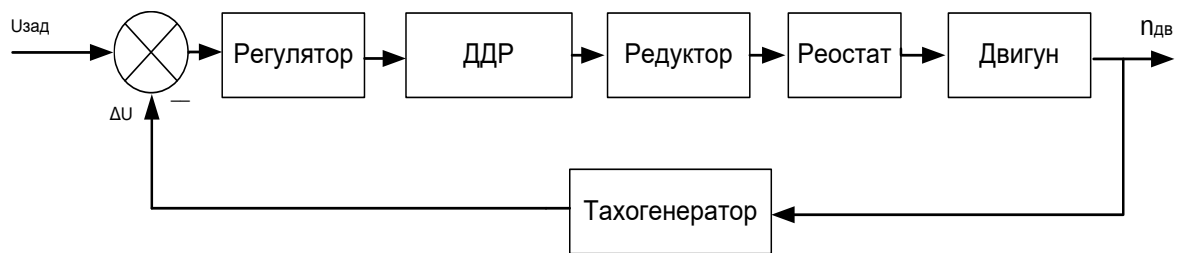


Рисунок 7.7. Структурна схема астатичного регулятора швидкості двигуна постійного струму

7.5 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.
3. Робота в лабораторії по підготовці звіту

7.6 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Класифікація САР.
4. Електричні та структурні схеми моделі.
5. Розрахунок K тахогенератора відповідно варіанту.
6. Електричні та структурні схеми моделі.
7. Необхідні рисунки та розрахунок до графоаналітичного методу.
8. Розрахунок k регулятора з умови стійкості системи алгебраїчним методом.
9. Графіки часових та частотних характеристик замкненої системи для:

- k_{onm} – коефіцієнт, визначений у пункті 3 ;

- $k_{гран}$ – коефіцієнт, визначений у пункті 4 ;
- $k_{дов}$ – довільний допустимий коефіцієнт, що описує деякий робочий режим системи.

10. Висновки по роботі.

7.7 Контрольні питання

1. Система автоматичного регулювання. Визначення. Складові цієї системи та їх визначення.
2. Ознаки, за якими класифікують САР.
3. Яка САР буде статичною, а яка астатичною по відношенню до збурюючого впливу.
4. Яка САР буде статичною, а яка астатичною по відношенню до керуючого впливу.
5. Вимірювальні елементи САР. Їх параметри.
6. Підсилювальні елементи САР. Їх параметри.
7. Виконавчі елементи САР. Їх параметри.
8. Графоаналітичний розрахунок за показником коливальності. Навести приклад АФХ АСР з П–регулятором. Пояснити характеристику та хід побудови.
9. Графоаналітичний розрахунок за показником коливальності. Навести приклад АФХ АСР з ПП–регулятором. Пояснити характеристику та хід побудови.

8. Заняття № 8

Дослідження можливостей оптимізації регулювання в середовищі Matlab

Мета роботи: вивчення методів оптимізації в середовищі Matlab лінійних АСР, для забезпечення необхідної якості системи.

8.1 Основні теоретичні відомості

MathLab має оператори, що можуть застосовуватись для знаходження показників якості процесу керування автоматичної системи керування (АСК). Ці оператори можна знайти в каталозі Simulink Response Optimization, що знаходиться в кореневому каталозі Simulink Library Browser (рис. 8.1).

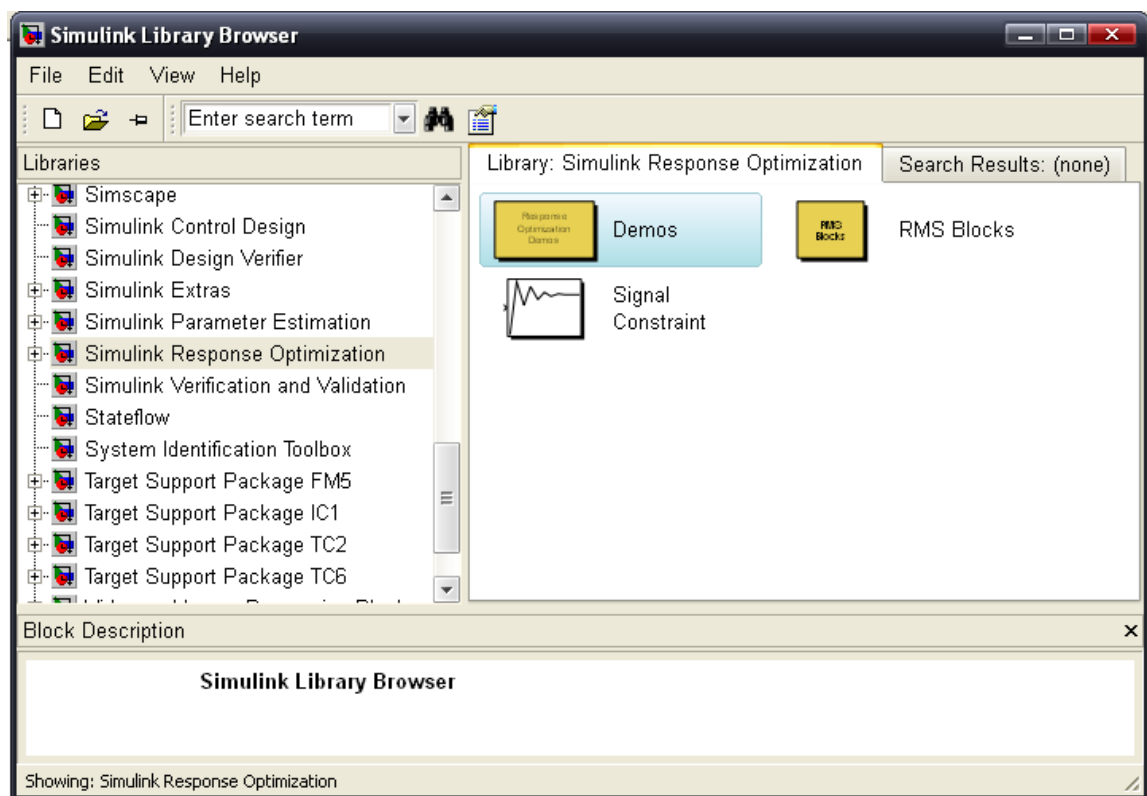


Рисунок 8.1 Вікно бібліотеки операторів підсистеми оптимізації АСК

Оператор Signal Constraint має своє графічне вікно користувача (рис. 8.5) і в інтерактивному режимі дозволяє виконувати такі операції:

- задати потрібні обмеження в часовій області на будь-який сигнал досліджуваної АСК;
- задати параметри ланок, які необхідно оптимізувати;
- задати невизначені параметри ланок;
- задати діапазон зміни невизначених параметрів ланок;
- здійснити параметричну оптимізацію АСК із урахуванням заданих обмежень.

8.2 Приклади виконання роботи

Розглянемо процес оптимізації за допомогою оператора Signal Constraint на прикладі математичної моделі процесу керування АСК двигуна постійного струму (ДПС). Модель наведена на рис.8.2.

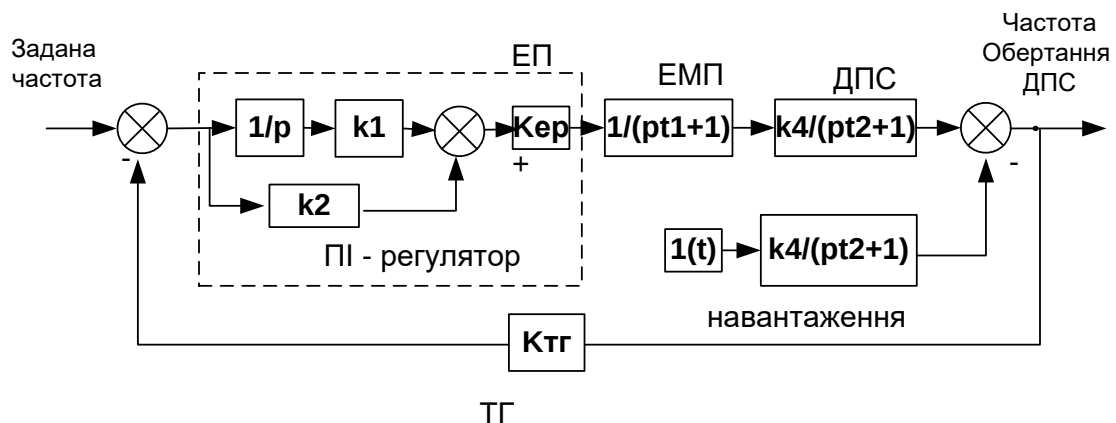


Рисунок 8.2. Модель АСК ДПС

де: ТГ – тахогенератор; ДПС – двигун постійного струму; ЕМП – електромашинний підсилювач; ЕП – електронний підсилювач.

Наше завдання оптимізувати показники якості процесу керування АСК ДПС (рис.8.2.) для вихідного сигналу в середовищі Simulink з такими параметрами: перерегулювання $\pm 20\%$, відхилення керованої координати $\pm 1\%$ через 1 с після появи сигналу збурення (навантаження) шляхом відповідного вибору коефіцієнта підсилення K_{ep} електронного підсилювача.

Процесу оптимізації передуює введення змінної K_{ep} в середовище MathLab за допомогою командної строки. Для цього в вікні Command Window для нашого прикладу вводимо наступне: $K_{ep}=0.1$. В вікні Workspace можна впевнитися, що змінна була введена правильно (рис.8.3.):

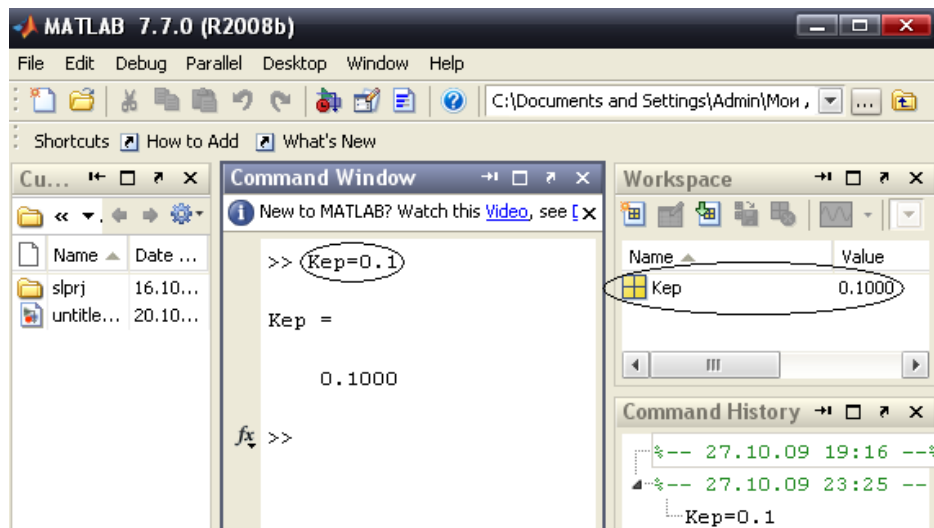


Рисунок 8.3 – Вікно Workspace

Потім у вікні оператора Gain, призначеного для запису кількісних значень коефіцієнта підсилення ЕП, необхідно записати літерне позначення K_{ep} – коефіцієнта підсилення ЕП (рис.8.4).

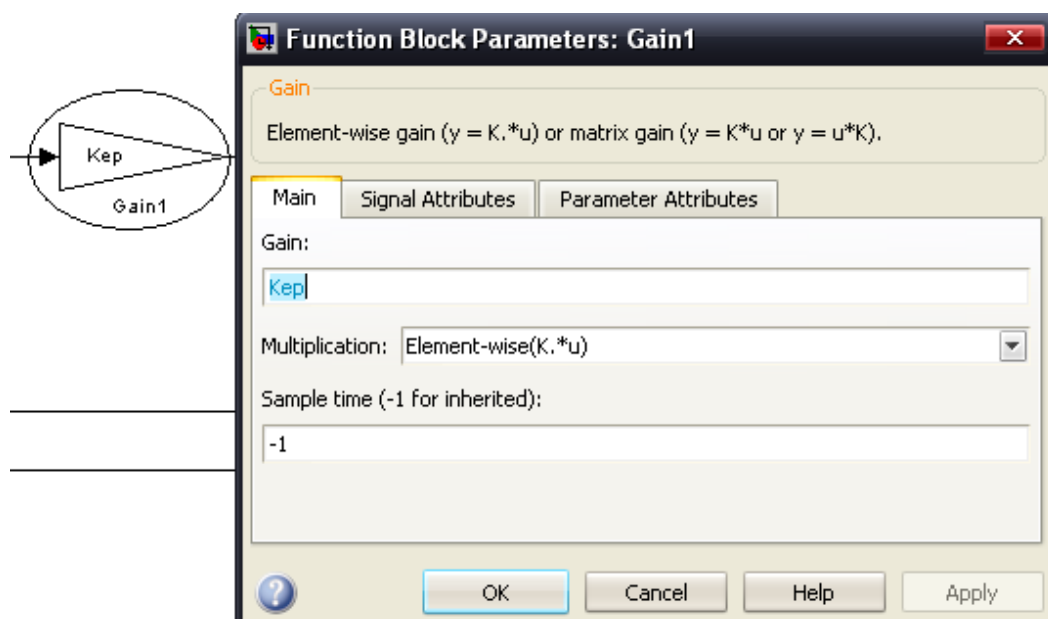


Рисунок 8.4 – Вікно оператора Gain

Вікно оператора Signal Constraint відкривається подвійним натисканням лівої клавіші миші з курсором, який знаходиться в межах його графічного зображення. Вигляд графічного вікна налаштування параметрів оптимізації, що відкривається за замовчуванням, наведено на рис.8.5. На ньому зображені деякі стандартизовані параметри показників якості процесів керування для слідкуючих АСК, які встановлюються ділянками верхньої та нижньої обмежувальних ліній. У нашому випадку оптимізуються параметри АСК стабілізації швидкості ДПС. Тому для реалізації поставленої задачі оптимізації верхню й нижню обмежувальні лінії потрібно розбити на, відповідні умовам поставленої задачі оптимізації, чотири ділянки. Розбиття здійснюється за допомогою команди Split (розділити), яка викликається через контекстне меню (натисканням правої клавіші миші з курсором, що знаходиться у визначеному умовами задачі місці обмежувальної прямої) (рис. 8.5).

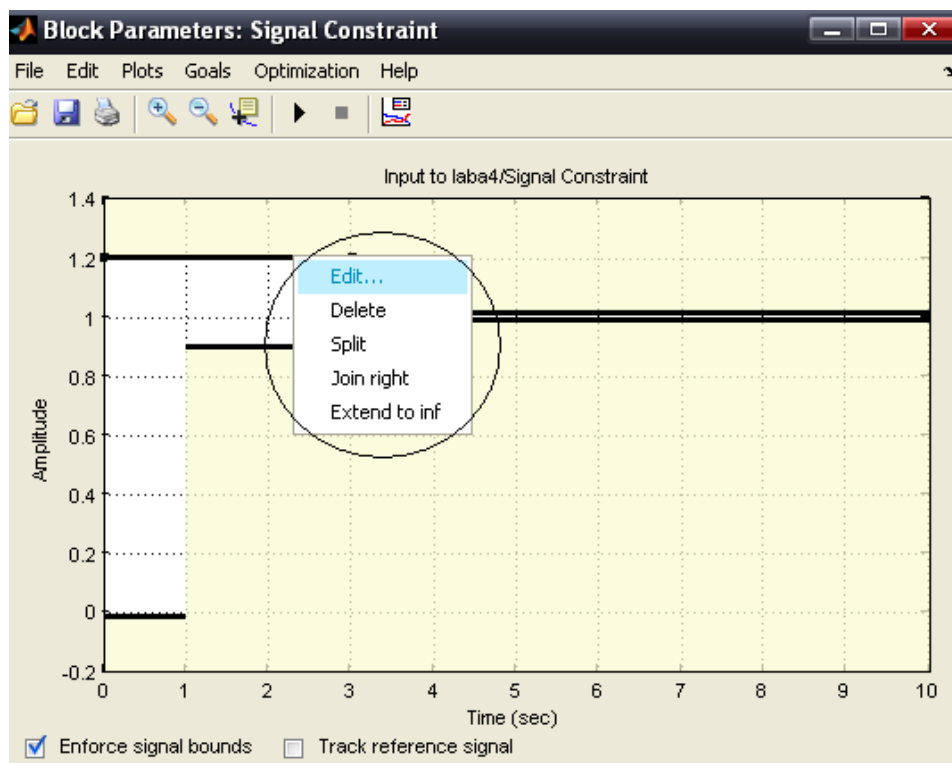


Рисунок 8.5. Вікно оператора Signal Constraint

Точні значення необхідних обмежень ділянок установлюються у вікні Edit (підменю, що виділене на рис.8.7). Після введення потрібних значень маємо отримати обмеження, що зображенні на рис.8.7.

Зауваження: Введені значення (рис.8.6) не в повній мірі відповідають графічному зображенню (рис.8.7). Знайдіть помилку.

Edit Design Requirement

Design requirement: Upper time response bound from 0 to 10 sec

Design requirement parameters

Segments:

Start		End		Slope	Weight
Time	Amplitude	Time	Amplitude		
0	1.2000	1	1.2000	0	1
1	1.0100	2.9000	1.0100	0	1
2.9000	1.2000	4	1.2000	0	1

Insert Delete

Close Help

Рисунок 8.6 – Вікно Edit

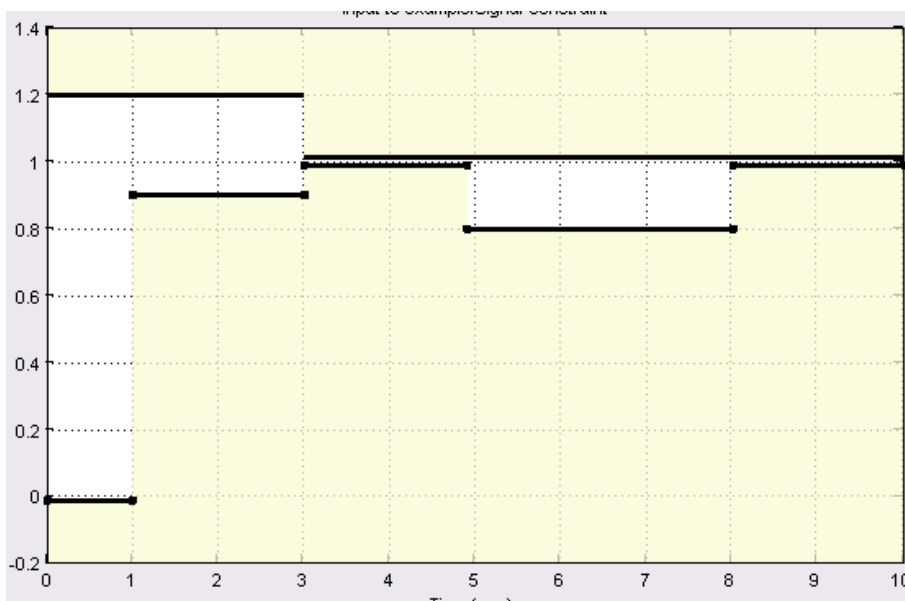


Рисунок 8.7 – Графічне зображення введені значень

На даному етапі роботи варто зберегти налаштувань оператора Signal Constraint (рис. 8.8):

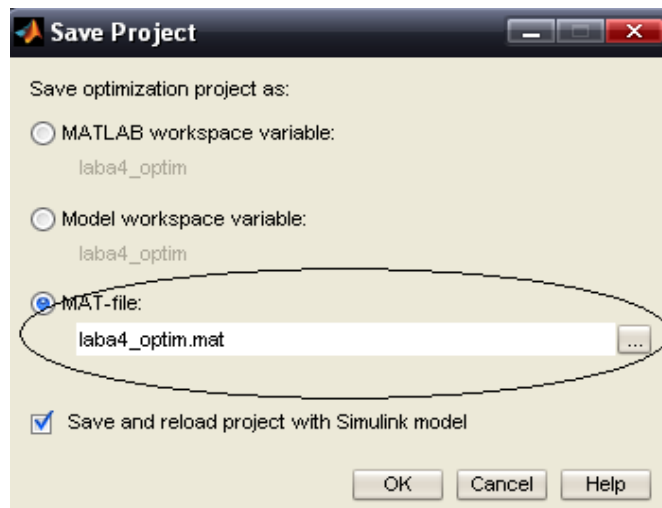


Рисунок 8.8 – Вікно збереження налаштувань оператора Signal Constraint

При повторному вході в середовище MathLab можна буде швидко встановити потрібні настройки. Після встановлення обмежень налаштовуються межі зміни параметра, що оптимізується. Вікно для налаштування відкривається послідовно через меню *Optimization*, його субменю *Tuned Parameters* оператора оптимізації Signal Constraint (рис.8.5). Натисканням лівої клавіші миші на іконку *Add* у вікні *Tuned Parameters* (рис.8.9) викликається вікно *Add Parameters* у якому з'являється перелік параметрів, що підлягають оптимізації (в нашому випадку K_{ep}). Вибравши потрібний параметр, натисканням кнопки *OK* здійснюється його перенесення у вікно *Tuned Parameters*. Далі у відповідних вікнах встановлюємо межі його зміни.

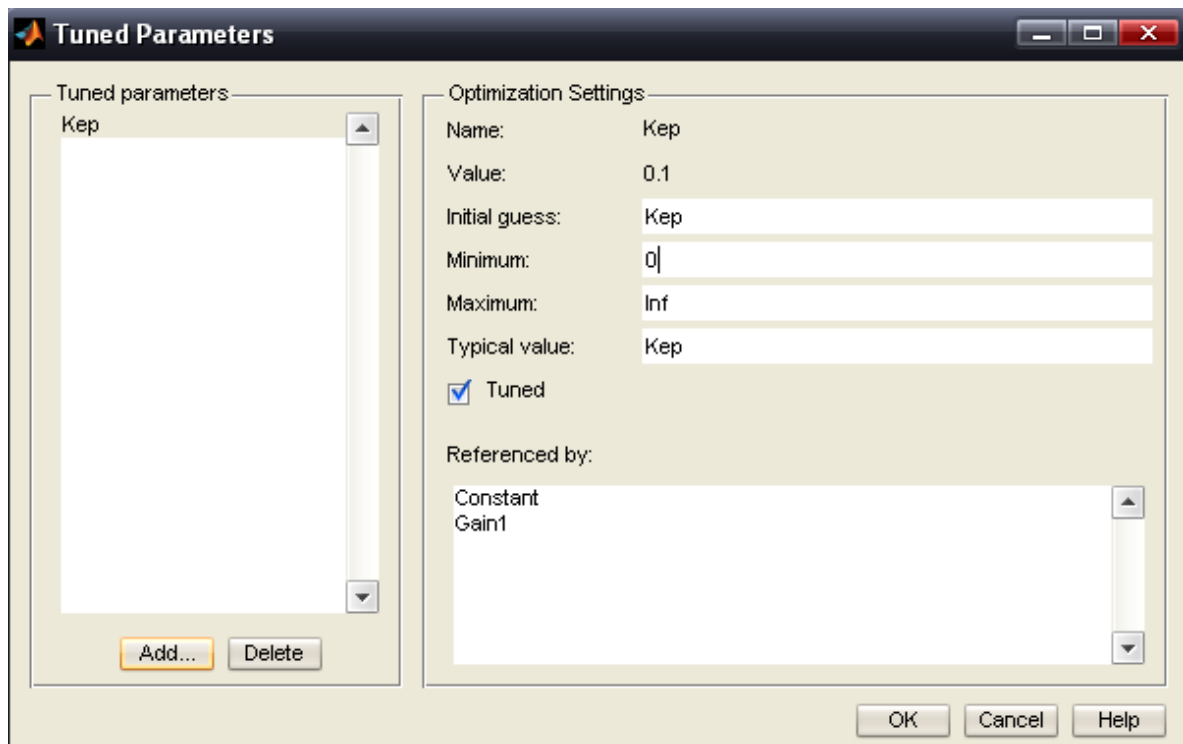


Рисунок 8.9 – Вікно *Tuned Parameters*

Наступним кроком є вибір методу оптимізації шляхом відкривання субменю *Uncertain Parameters* та встановлення параметрів для вибраного методу в субменю *Optimization Options*. Метод оптимізації та його параметри залишити за замовчуванням.

Запуск математичного моделювання АСК у режимі оптимізації здійснюється натисканням клавіші *Start* меню *Optimization*. Результати оптимізації наведені на рис.8.10. З нього видно, що оптимізація здійснюється за чотири ітерації.

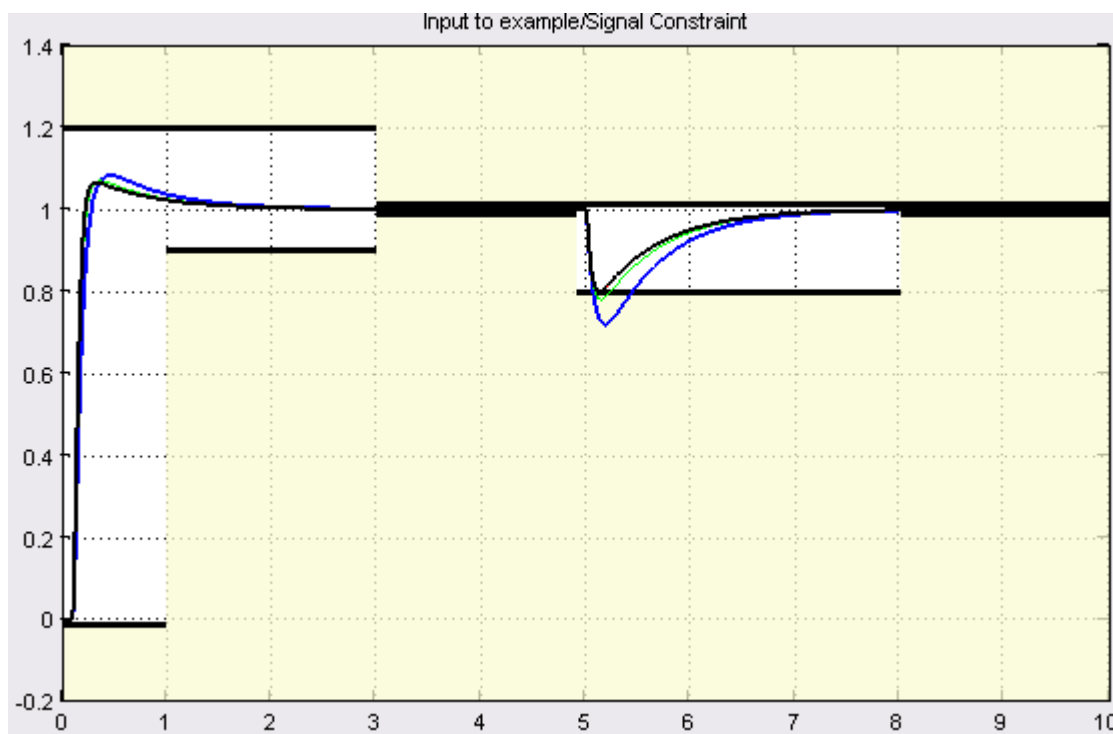


Рисунок 8.10 – Результати оптимізації

8.3 Завдання

1. У відповідності до свого варіанту вибрати параметри схеми в Таблиці 8.1 та побудувати схему (рис. 8.2) в середовищі Matlab.
2. Провести розрахунок K_{me} для забезпечення заданої частоти обертання двигуна в усталеному режимі відповідно до варіанту (з умови при $t \rightarrow \infty$, $p \rightarrow 0$) N.
3. Провести настройку оптимізаційних параметрів згідно прикладу (п 8.2) та встановити відповідні обмеження (Таблиця 8.1).
4. Системно регулюючи коефіцієнт підсилення ПІ-регулятора K_{ep} досягти потрібних показників перехідного процесу (перерегулювання $\leq 20\%$), вихід на усталений режим ($\pm 2\%$) не більше 3 секунд.
5. Ввімкнути навантаження через час t (Таблиця 8.1) з показниками якості (перерегулювання $\leq 20\%$), вихід на усталений режим ($\pm 2\%$) не більше 3 секунд.
6. Розрахунки повторити для навантажень (0-50%), довільно 3 точки.

Таблиця 8.1 Вихідні дані

№п/п	K_1	K_2	K_3	K_4	T_1	T_2	U_{on}	N (об/хв.)	Час ввімкнення навантаження, с
1	2	1	50	2	0.015	4	10	1500	3
2	2.1	1.1	45	2.2	0.015	5	1	500	3.5
3	2.2	1.2	40	2.4	0.015	6	5	1000	4
4	2.3	1.3	45	2.6	0.015	7	10	2500	5
5	2.4	1.4	50	2.8	0.015	5.5	10	3000	3
6	2.5	1.5	55	3	0.015	7	5	750	3.5
7	2.6	1.6	60	2	0.015	8	5	820	4
8	2.7	1.7	40	2.4	0.015	9	10	1200	4.5
9	2.8	1.8	55	1.6	0.015	10	10	2700	5
10	2.9	1.9	40	1.8	0.015	11	1	300	3

8.4 Міст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.
5. Розрахунок $K_{тл}$.
6. Вихідна структурна схема.
7. Графіки оптимізації процесу регулювання.
8. Графік ітераційного процесу, і вікно (Optimization Progress).
9. Висновки по роботі.

8.5 Контрольні питання

1. Охарактеризуйте динамічну помилку регулювання.
2. Як при повторному вході в середовище MathLab можна швидко встановити потрібні настройки оптимізації?

3. Як визначають час регулювання?
4. Як визначають величину перерегулювання ?
5. Якими засобами можна досягти покращення якісних показників роботи АСР?
6. Пояснити процес налагодження.

9. Заняття № 9

Дослідження нелінійних динамічних систем методом фазових траєкторій

Мета роботи: ознайомитися з методом фазових траєкторій для дослідження нелінійних динамічних систем.

9.1 Основні теоретичні відомості

Розглянемо, як для системи управління, схема якої зображена на рис.9.1, при нульових початкових умовах побудувати фазову траєкторію.

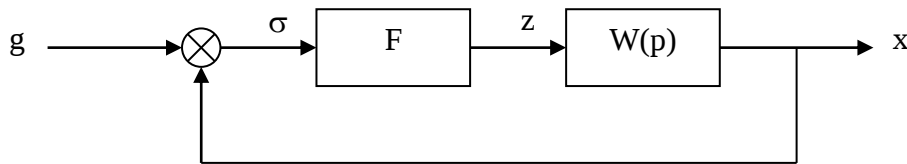


Рисунок 9.1 Структурна схема

Для дослідження вільного руху систем, що описуються диференціальним рівнянням другого порядку:

$$\ddot{x}(t) = f(x(t), \dot{x}(t)), \quad (9.1)$$

де $f(x, \dot{x})$ - кусочно-безупинна функція, застосовується метод фазової площини.

Перепишемо рівняння (9.1) у вигляді системи двох рівнянь першого порядку:

$$\frac{dx(t)}{dt} = y(t), \quad \frac{dy(t)}{dt} = f(x(t), y(t)). \quad (9.2)$$

Оскільки час t входить неявно в рівняння руху (аналізована система *автономна*), то його легко виключити, розділивши друге рівняння системи (9.2) на перше. Одержимо *рівняння фазових траєкторій* системи:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}. \quad (9.3)$$

яке зв'язує стан x і швидкість руху $y=\dot{x}$ системи (9.2). Розв'язок $y=y(x)$ рівняння називається *фазовою траєкторією*, а похідна $\frac{dy}{dx}$ - *фазовою швидкістю*.

Зауважимо, що для визначення вільного руху $x(t)$ потрібно вирішувати рівняння (9.1) другого порядку з початковими умовами $x(t_0)=x_0, \dot{x}(t_0)=\dot{x}_0$. Фазова траєкторія $y=y(x)$ визначається як рішення рівняння першого порядку при початковій умові $y(x_0)=\dot{x}_0$.

Графіки фазових траєкторій будуються на фазовій площині в координатах x і $y=\dot{x}$. Зміні стану системи (9.2) із часом відповідає рух точки $(x(t), \dot{x}(t))$ по фазовій траєкторії. Тим самим аналіз вільного руху зводиться до побудови фазових траєкторій системи (9.2), що показують її поведінку на фазовій площині.

9.2 Алгоритм побудови фазової траєкторії

1. Скласти диференціальне рівняння вільного руху системи $\ddot{x}(t)=f(x(t), \dot{x}(t))$, якщо система управління задана структурною схемою або описана яким-небудь іншим способом.

2. Записати рівняння фазових траєкторій $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x, y)}{y}$ і початкову умову у вигляді $y(x_0)=\dot{x}_0$.

3. Одержати фазову траєкторію $y=y(x)$, вирішуючи задачу Коші, поставлену в п. 2.

4. Побудувати графік залежності $y=y(x)$ на фазовій площині (у координатах x і y). Зазначити (стрілкою) напрямок руху по фазовій траєкторії, що відбувається у бік збільшення координати x при $y>0$ і у бік зменшення абсциси при $y<0$. Відзначимо, що фазові траєкторії перетинають вісь абсцис вертикально.

9.3 Приклади виконання роботи

Приклад 1. Для системи управління, структурна схема якої зображена на рис.9.2, при початкових умовах $x(0)=1, \dot{x}(0)=0$ побудувати фазову траєкторію.

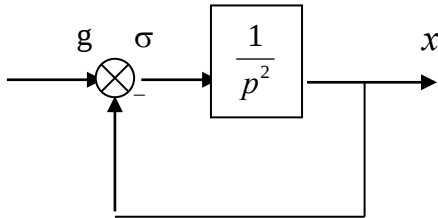


Рисунок 9.2

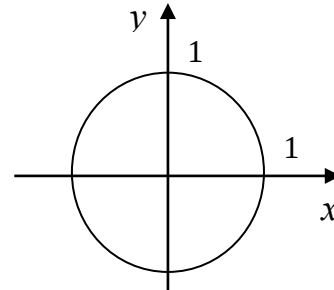


Рисунок 9.3

1. По структурній схемі (рис.9.2) складаємо диференціальне рівняння. Сигнали g, σ, x пов'язані співвідношеннями $\ddot{x} = \sigma, \sigma = g - x$. Отже, вільний рух при $(g(t) \equiv 0)$ описується рівнянням $\ddot{x} = -x$.

Записуємо рівняння фазових траєкторій і початкову умову:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{x}{y}, \quad y(1) = 0. \quad (9.4)$$

2. Розділяючи змінні в рівнянні (9.4) і інтегруючи їх, одержуємо $\frac{y^2}{2} = -\frac{x^2}{2} + \frac{c^2}{2}$. З загального інтеграла $x^2 + y^2 - c^2 = 0$ рівняння (9.4) виділяємо частинний інтеграл $x^2 + y^2 - 1 = 0$, що задовольняє початковій умові.

3. Частинний інтеграл у неявному виді задає фазову траєкторію, графік якої є колом. На рис.9.3 зображені шукана фазова траєкторія і зазначений напрямок руху по ній, що відповідає зміні $x(t)$ стану і $\dot{x}(t)$ швидкості аналізованої системи з часом. Як бачимо, дана система управління при відсутності зовнішніх впливів робить незатухаючі (тому що фазова траєкторія - замкнута лінія) коливання.

Зауваження. Якщо в системі присутні нелінійні елементи, що мають релейний характер, або елементи з зоною нечутливості, або з зоною неоднозначності, то фазову площину варто розбити на області і для кожної області записати відповідне рівняння фазових траєкторій. Потім необхідно побудува-

ти фазову траєкторію в області, що містить початкову точку $(x_0, \dot{x}_0)$. Якщо фазова траєкторія, що виходить із точки $(x_0, \dot{x}_0)$, досягає межі, що відокремлює початкову область від сусідньої, то потрібно знайти координати точки $(\delta_1, \dot{\delta}_1)$ її перетинання з межею. Ці координати використовуються в якості початкових умов для розв'язання рівняння фазових траєкторій, що відповідає сусідній області.

Таким чином, побудова фазової траєкторії для аналізованих систем починається з області, що містить початкову точку $(x_0, \dot{x}_0)$, і продовжується по-спільно з переходами від області до області. Відзначимо, що на межі областей фазова траєкторія безупинна, а фазова швидкість $\frac{dy}{dx}$ може зазнавати розриву.

Приклад 2. Для системи управління, структурна схема якої зображена на рис.9.4, при початкових умовах $x(0)=3, \dot{x}(0)=0$ побудувати фазову траєкторію.

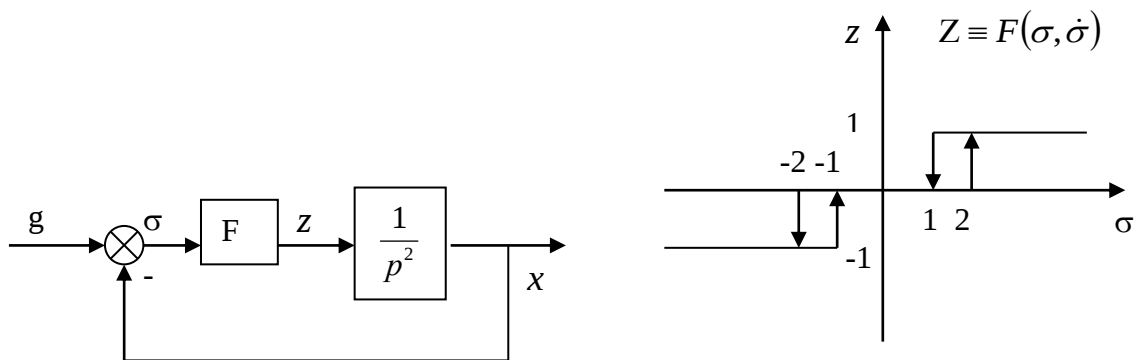


Рисунок 9.4

1. По структурній схемі (рис.9.4) складаємо диференціальне рівняння вільного руху ($g(t) \equiv 0$):

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= z \\ z &= F(\sigma, \dot{\sigma}), \quad \Rightarrow \ddot{x} = F(-x, -\dot{x}) \\ \sigma &= -x,\end{aligned}$$

Оскільки функція F непарна, то рівняння руху можна записати так:

$$\ddot{x} = -F(x, \dot{x}).$$

Тоді рівняння фазових траєкторій буде мати вигляд:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F(x,y)}{y}.$$

2. Дана система містить релейний елемент F із зоною нечутливості і з зоною неоднозначності. Розділимо фазову площину на три області: **A**, **Б**, **В** (рис.9.5), у кожній із яких функція $F(x,y)$ приймає значення: -1, 0, 1.

3. Запишемо рівняння фазових траєкторій:

для області **A**: $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{y}$; для області **Б**: $\frac{dy}{dx} = 0$; для області **В**: $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{y}$.

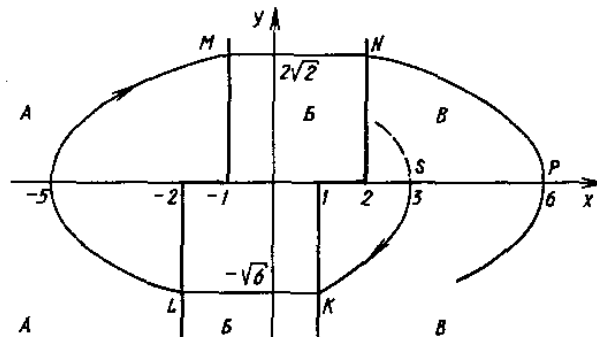


Рисунок 9.5

4. Початкова точка $S(3;0)$ лежить в області **В**, тому спочатку вирішуємо задачу Коші для цієї області:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{y}, \quad y(3) = 0$$

5. Інтегруючи рівняння, одержуємо сімейство парабол, $\frac{y^2}{2} = -x + c$, із якого вибираємо параболу $x = 3 - \frac{y^2}{2}$, що проходить через початкову точку $S(3;0)$. Встановлюємо напрямок руху зображуючої точки по даній параболі і відкидаємо одну з її гілок (гілка при $c > 0$), тому що рух по цій гілці може бути тільки до початкового моменту часу. Гілка параболі, що залишилася, досягає межі $(x=1; y<0)$ області **В** в точці $K(1; -\sqrt{6})$ і потрапляє в область **Б**.

6. Формулюємо задачу Коші для області Б:

$$\frac{dy}{dx} = 0, y(1) = -\sqrt{6}.$$

7. Як бачимо, в області Б фазова швидкість не змінюється і фазова траєкторія є прямою: $y(x) = -\sqrt{6}$. Межу ($x=-2, y<0$) області Б ця пряма перетинає в точці $L(-2; -\sqrt{6})$. Далі послідовно одержуємо:

$$\text{дуга LM: } x = \frac{y^2}{2} - 5; M(-1; 2\sqrt{2});$$

$$\text{дуга MN: } y = 2\sqrt{2}; N(2; 2\sqrt{2});$$

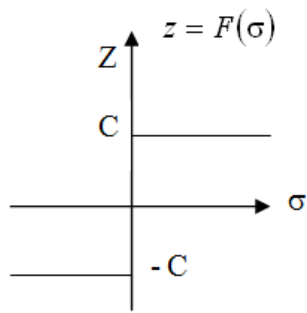
$$\text{дуга NP: } x = 6 - \frac{y^2}{2}; P(6; 0).$$

Фазова траєкторія системи зображена на рис.9.5.

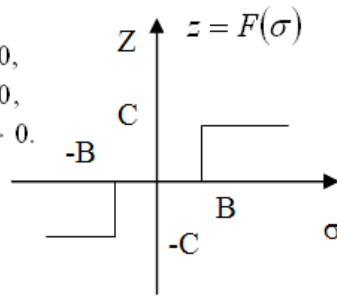
9.4 Завдання

Таблиця 9.1. Варіанти завдання

Об'єкт керування $W(p)$	Варіант	Нелінійність	Параметри
$\frac{k}{p(Tp+1)}$	1,2,3,4,5	1,2,3,4,5	$k=1.4 \ T=0.5$
	6,7,8,9,10	1,2,3,4,5	$k=2.4 \ T=1.5$
	11,12,13, 14,15	1,2,3,4,5	$k=4.5 \ T=1.4$
$\frac{k}{(T_1p+1)(T_2p+1)}$	16,13,18, 19,20	1,2,3,4,5	$k=5 \ T_1=0.18 \ T_2=0.3$
	21,22,23, 24,25	1,2,3,4,5	$k=3 \ T_1=0.3 \ T_2=0.5$
	26,23,28, 29,30	1,2,3,4,5	$k=4 \ T_1=0.4 \ T_2=0.3$



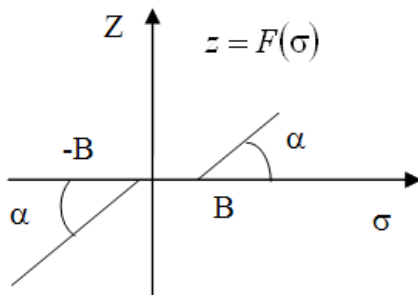
$$F(\sigma) = \begin{cases} c, & \sigma > 0, \\ 0, & \sigma = 0, \\ -c, & \sigma < 0. \end{cases}$$



$$F(\sigma) = \begin{cases} c, & \sigma > b, \\ 0, & -b \leq \sigma \leq b, \\ -c, & \sigma < -b. \end{cases}$$

Рисунок 9.6. Нелінійність 1
(релейний елемент)

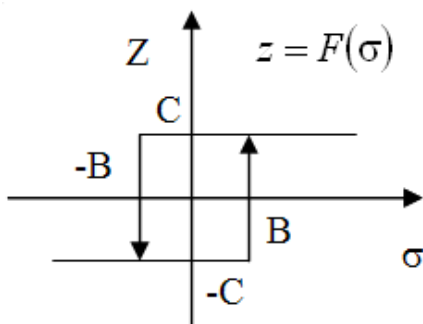
Рисунок 9.3. Нелінійність 2 (релейний
елемент з зоною нечутливості)



$$F(\sigma) = \begin{cases} c(\sigma - b), & \sigma > b, \\ 0, & -b \leq \sigma \leq b, \\ c(\sigma + b), & \sigma < -b, \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = c.$$

Рисунок 9.8. Нелінійність 3 (елемент з зоною нечутливості)



$$F(\sigma, \dot{\sigma}) = \begin{cases} c, & \sigma \geq b \text{ або } \left\{ \begin{array}{l} -b < \sigma \leq b \\ u\dot{\sigma} < 0 \end{array} \right\} \\ -c, & \sigma \leq -b \text{ або } \left\{ \begin{array}{l} -b < \sigma \leq b \\ u\dot{\sigma} > 0 \end{array} \right\} \end{cases}$$

Рисунок 9.9. Нелінійність 4 (елемент з петлею гистерезиса)

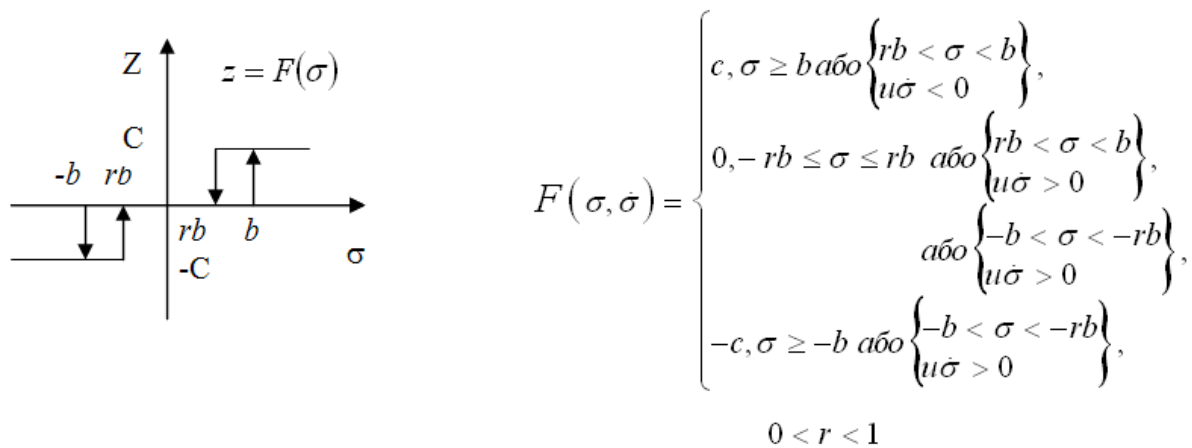


Рисунок 9.10. Нелінійність 5 (елемент з зонами нечутливості і неоднозначності)

Зауваження. Параметри B , C , r , b вибрати довільно.

9.5 Міст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Вихідні передатні функції лінійної і нелінійної частини системи з указівкою значень коефіцієнтів.
4. Диференціальне рівняння вільного руху системи.
5. Рівняння фазових траєкторій.
6. Графік фазової траєкторії.
7. Програми розрахунку і побудови характеристик.
8. Висновки по роботі.

9.6 Контрольні питання і завдання

1. Що називається фазовою траєкторією?
2. Що таке фазова швидкість системи?
3. Яким методом можна одержати рівняння фазової траєкторії?
4. Сформулювати алгоритм побудови фазової траєкторії.
5. Перерахувати типові нелінійні елементи.

10. Заняття № 10

Дослідження релейної електромеханічної слідкуючої системи

Мета роботи: дослідження нелінійних електромеханічних систем в часовій області.

10.1 Основні теоретичні відомості

Нелінійними САУ є системи, в яких рівняння динаміки нелінійні, тобто містять члени, функції яких та їх похідні знаходяться в ступені, відмінному від одиниці.

Для нелінійних систем принцип суперпозиції не виконується, тобто реакція системи на суму дій не дорівнює сумі реакцій на кожну дію зокрема.

Практично всі реальні системи є нелінійними. До нелінійних елементів відносяться елементи, характеристики яких мають різкі переломи, або розриви. Прикладом таких елементів є релейні елементи з характеристиками рис.10.1.

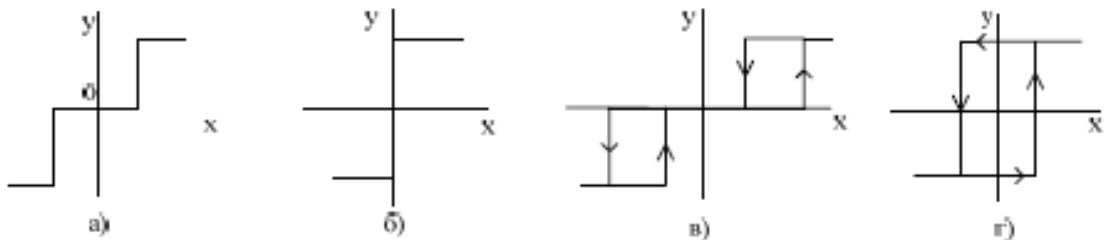


Рисунок 10.1. Релейні характеристики

Релейні пристрої мають таку особливість, що під час досягнення вхідним сигналом заданого значення, вихідний сигнал змінюється стрибкоподібно.

Комбіновані нелінійні характеристики – це комбінація з різних розглянутих вище типів характеристик.

Принципова відмінність нелінійних ланок АСУ від лінійних полягає в тому, що коефіцієнти підсилення нелінійної ланки залежать від вхідного чи вихідного сигналу. Наявність у замкнених АСУ ланок із нелінійними характеристиками є причиною виникнення особливих режимів, які не властиві лі-

нійним АСУ. Одним із таких режимів є виникнення автоколивань. Тому аналіз нелінійних АСУ зводиться до встановлення можливості виникнення автоколивань і визначення їхніх параметрів (амплітуди, фази та частоти).

Розглянемо роботу системи з нелінійним елементом на прикладі слідкуючої системи з релейним підсилювачем рис.10.3.

Слідкуючі системи - це такі системи, в яких вхідна величина змінюється випадковим чином, а завданням системи є забезпечення відповідної зміни вихідної величини. Прикладом таких систем є системи керування зенітним вогнем, ракета типу земля-повітря, торпеди, копії для розкрою металу, тканини і т.п.

Наприклад, зенітна ракета – автоматично стежить за переміщенням цілі й рухається в її напрямку. Алгоритмом САУ ракети є підтримання її руху в напрямку цілі. Вхідна величина – напрямок на ціль, який визначається радіолокатором, звуковим чи інфрачервоним датчиком. Вихідна величина – напрямок фактичного руху ракети за азимутом та кутом до горизонту. Збурюючі дії – атмосферні потоки, маневри цілі та ін.

Лінійна слідкуюча система зображена на рис.10.2.

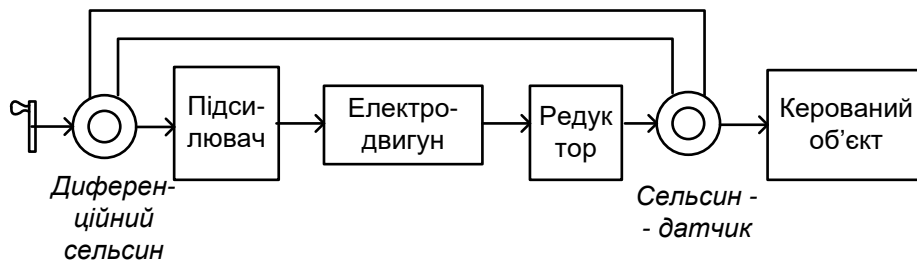


Рисунок 10.2. Слідкуюча система регулювання кута повертання.

Якщо замінити в системі рис.10.2 складний підсилювач по напрузі та потужності на релейний, то отримаємо нелінійну систему рис.10.3

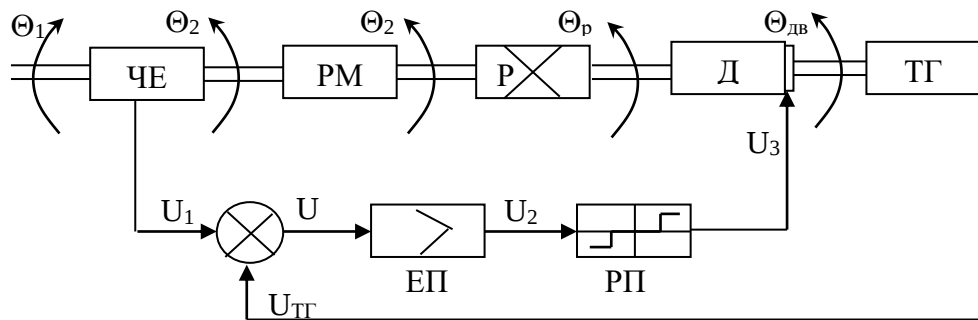


Рисунок 10.3. Слідкуюча система з релейним підсилювачем

де: ЧЕ – чутливий елемент; РМ – робочий механізм; Р – редуктор; Д – двигун; ТГ – тахогенератор; РП – релейний підсилювач; ЕП – електронний підсилювач; Θ_1 – кут повороту задавача; Θ_2 – кут повороту РМ; $\Theta_{дв}$ – кут повороту двигуна; U_1 – напруга неузгодженості ЧЕ.

За заданою схемою складемо диференціальні рівняння в окремих ланках системи:

1. Рівняння ЧЕ:

$$U_1 = k_1 \Theta, \quad (10.1)$$

де $\Theta = \Theta_1 - \Theta_2$, k_1 – крутизна характеристики ЧЕ;

2. Рівняння електронного підсилювача:

$$(T_1 p + 1) U_2 = k_2 U, \quad (10.2)$$

де $U = U_1 + U_{ТГ}$, U_2 – напруга на виході підсилювача, U_1 – напруга на вході підсилювача, K_2 – коефіцієнт передачі підсилювача, T_1 – постійна часу;

3. Рівняння релейного підсилювача:

$$U_3 = F(U_2). \quad (10.3)$$

4. Рівняння виконавчого двигуна:

$$p(T_m p + 1) \Theta_{дв} = k_3 U_3, \quad (10.4)$$

де U_3 – напруга на виході РП, K_3 – коефіцієнт передачі двигуна, T_m – постійна часу двигуна;

5. Рівняння тахогенератора (як диференціюючої ланки позитивного зворотного зв'язку):

$$U_{mг} = k_4 p \Theta_{дв}. \quad (10.5)$$

6. Рівняння редуктора:

$$\Theta_2 = (1/i) \Theta_{06}, \quad (10.6)$$

де i – передаточне число редуктора.

Для моделювання нелінійної частини використовуються наступні ланки системи Matlab:

1. Ланка транспортного запізнення:



Має такі параметри:

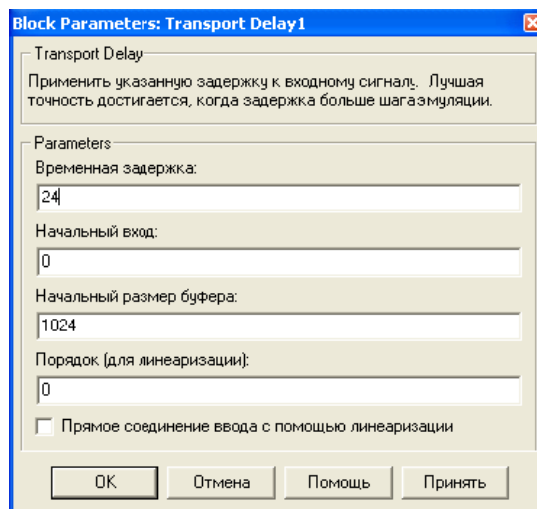


Рисунок 10.4 Параметри ланки транспортного запізнення

Основний параметр, який потрібно змінювати – затримка часу.

2. Ланка із зоною нечутливості:



Вікно її параметрів має такий вигляд:

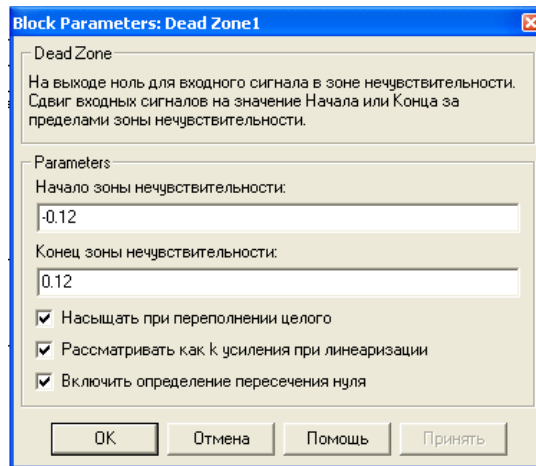


Рисунок 10.5 – Параметри ланки із зоною нечутливості

Тут «Начало зоны нечувствительности» – ліва межа зони нечутливості; «Конец зоны нечувствительности» – права межа нечутливості.

3. Ланка, яка обмежує амплітуду сигналу:



Ця ланка не має змінюваних параметрів.

10.2 Завдання

Скласти структурну схему згідно рис.10.3 та, відповідно до завдання, одержати передаточні характеристики для заданого варіанту. Позначення коефіцієнтів і вихідні дані див. у Таблиці 5.1.

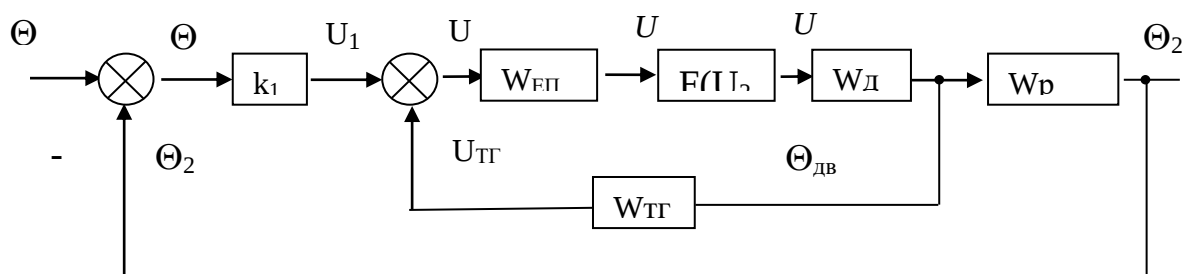


Рисунок 10.6 – Структурна схема слідкуючої системи з релейним підсилювачем

де $F(U_2)$ – статична характеристика релейного елемента із зоною нечутливості виду:

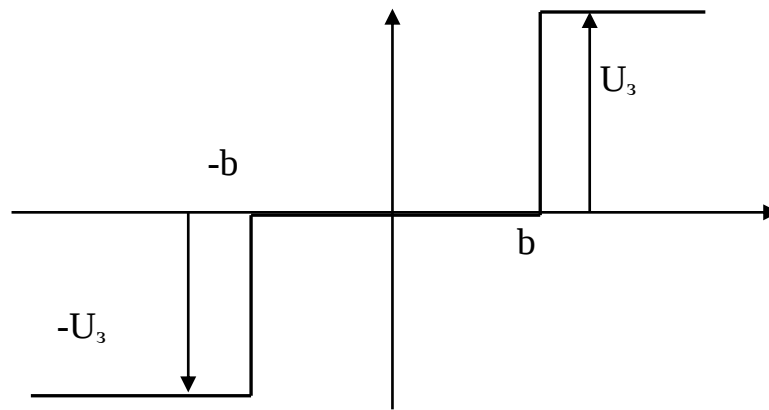
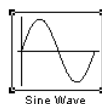


Рисунок 10.7 – Характеристика релейного елемента із зоною нечутливості

Необхідно:

- а) Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну одиничного сигналу), для значень часу спрацювання релейного елемента (часу запізнення в діапазоні 0-0,1с) при нульовому збуренні;
- б) За допомогою MATLAB оцінити вплив збурення (в діапазоні 0% - 50%), при середньому часі спрацювання релейного елемента, на процес регулювання - часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну одиничного сигналу);
- в) За допомогою MATLAB визначити максимальну швидкість (частоту радіани на секунду) слідування системи при заданому сигналі типу *синусоїда*.



Визначити максимальне значення швидкості, коли система працездатна (запізнювання синусоїдального сигналу на виході в порівнянні з входом не більше 90°) при варіації часу спрацювання релейного елемента і збурення в заданих (пп а, б) межах.

Таблиця 10.1 Варіанти індивідуальних завдань

№	K_1	K_2	K_3	K_4	T_1	$T_{дв}$	i	U_3	b	n
1	57	0.01566	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	500	100	0.1	1000
2	57	0.0113	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	800	110	0.15	2000
3	57	0.0104	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1000	120	0.20	3000
4	57	0.01	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1100	130	0.25	4000
5	57	0.0098	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1200	140	0.30	5000
6	57	0.00959	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1300	150	0.35	6000
7	57	0.00952	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1400	160	0.40	7000
8	57	0.00945	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1500	180	0.45	8000
9	57	0.00943	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	1600	200	0.50	9000
10	57	0.001748	n/U_{max}	0.01	0.0001	0.05	2000	220	0.05	5000

10.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Сформувати та налаштувати нелінійний елемент $F(U_2)$ з статичною характеристикою рис.10.7.
2. Сформувати АСР (рис.10.6) у MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із Таблиці 10.1.
3. Визначити критичні значення параметрів регулятора, при яких АСР знаходиться в зоні стійкості при 0 часі спрацювання релейного елемента і 0-му збуренні (коефіцієнти K_2 і K_4).

Примітка 1. При визначенні критичних значень K_2 і K_4 необхідно контролювати засобами відображення сигнали на вході і виході релейного елемента. При необхідності можна спочатку вимкнути позитивний зворотній зв'язок.

4. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну одиничного сигналу), для значень часу запізнення в діапазоні 0-0,1с (довільно 3 точки), при нульовому збуренні.

5. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну одиничного сигналу), для збурення в діапазоні 0% - 50% (довільно 3 точки) і середньому часі запізнення.

***Примітка 2.** Моделювання навантаження виконується по аналогії з попередніми лабораторними роботами.*

6. За допомогою MATLAB визначити максимальну швидкість (частоту радіани на секунду) слідкування системи, для цього :

- підключити блок з *синусоїдальним сигналом* ($\omega_{min} = 1$ рад/с);
- на виході системи підключити блок **MUX** та об'єднати сигнали входу і виходу системи;
- збільшуючи частоту синусоїдального сигналу, визначити максимальне значення швидкості, коли система працездатна (запізнювання синусоїдального сигналу на виході в порівнянні з входом не більше 90°) при варіації часу спрацювання релейного елементу і збурення в вище наведених межах.

10.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.
5. Структурна схему для моделювання в системі MATLAB.
6. Графіки часових характеристик системи при збуренні від 0 до 50% (3 точки) і запізнюванням у каналі керування 0 сек.
7. Графіки часових характеристик системи при 0 збуренні і запізнюванні в каналі керування в від 0 до 0,1 сек (3 точки).
8. Графіки часових характеристик як реакція на *синусоїдальний сигнал* для максимального значення швидкості слідкування при 0-му часі спрацювання

релейного елементу і 0-му збуренні, і ще два графіки узгоджені з викладачем після демонстрації досліду.

9. Висновки по роботі.

10.5 Контрольні питання

1. Що таке слідкуюча система?
2. Вплив позитивного зворотного зв'язку?
3. Чи може працювати система в розімкненому варіанті?
4. Як впливає запізнення в каналі управління?
5. Як впливає збурення в каналі управління?
6. Як сформувати нелінійний елемент системі MATLAB?
7. Як визначається максимальна швидкість слідкування ?

11. Заняття № 11

Дослідження нелінійних систем стабілізації

Мета роботи: дослідження системи стабілізації температури за допомогою комплексу MatLab.

11.1 Основні теоретичні відомості

По характеру внутрішніх процесів САУ діляться на безперервні, дискретні і релейні. *Дискретні* – системи, в яких хоч в одній ланці при безперервній зміні вхідної величини, вихідна величина змінюється не безперервно, а має вид окремих імпульсів, що з'являються через деякі проміжки часу. Розглянемо приклад дискретної САУ (рис.11.1).

Вимірювальний пристрій складається з термометра опору 1, включеного в якості одного з плечей моста 2, і обмотки поляризованого реле ввімкненого в діагональ моста. Міст 2 настроюється так, що при заданій температурі, яку потрібно підтримувати незмінною, струм в діагоналі моста відсутній. Таким чином, вимірювальний пристрій регулятора дає на виході струм, пропорційний відхиленню температури u_1 . Контакти поляризованого реле РП вмикають напругу на відповідну обмотку збудження виконавчого двигуна Д. Якір двигуна живиться через обмотку збудження. Двигун Д через редуктор Р повертає шторки подачі тепла. Стрілка на редукторі рухається вліво і вправо, торкаючись до обмотки потенціометра 3. З стрілки та центральної частини потенціометру знімається напруга, яка живить другу обмотку поляризованого реле. Дана обмотка може вмикатись синфазно і протифазно.

Для заданої електричної схеми побудуємо структурну схему і проведемо дослідження в часовій області.

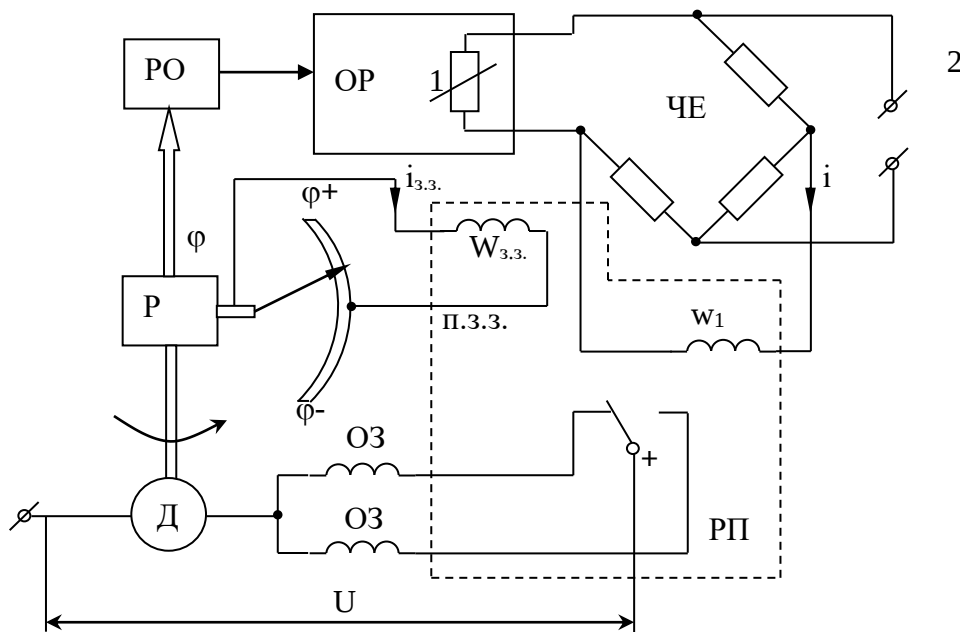


Рисунок 11.1. Системи стабілізації температури з релейним підсилювачем

де: ЧЕ – чутливий елемент (міст з термоопором); ОР – об’єкт регулювання; Р – редуктор; Д – двигун; РП – релейний підсилювач (поляризоване реле); РО – регулюючий орган (заслінка або шторки); ОЗ – обмотка збудження двигуна; п.з.з. – позитивний зворотній зв’язок (потенціометр зворотного зв’язку).

Об’єкт регулювання являє собою аперіодичну ланку 1-го порядку з постійною часу T_0 . Коефіцієнт передачі регулюючого органу (РО) позначимо k_0 , коефіцієнт передачі чутливого елемента (ЧЕ) k_1 , коефіцієнт передачі двигуна (Д) k_2 .

За заданою схемою складемо диференціальні рівняння в окремих ланках системи:

1. Рівняння об’єкта регулювання:

$$(T_0 \cdot p + 1) v_2 = k_0 \cdot \phi \quad (11.1)$$

де k_0 – коефіцієнт передачі регулюючого органу; V_2 – фактичне значення температури об’єкта; ϕ – кут повороту регулюючого органу; T_0 – постійна часу об’єкта регулювання.

2. Рівняння чутливого елемента (ЧЕ):

$$a \cdot w_1 = k_1 \cdot v; \quad v = v_1 - v_2, \quad (11.2)$$

де V_1 – задане значення температури об'єкта; V – помилка системи; k_1 – коефіцієнт передачі чутливого елемента; $a \cdot w_1$ – ампер-витки спрацювання реле.

3. Рівняння релейного підсилювача:

$$U = F(a \cdot w_1), \quad a \cdot w = a \cdot w_1 + a \cdot w_{3.3}. \quad (11.3)$$

4. Рівняння двигуна постійного струму:

$$p \cdot \alpha = k_2 \cdot U, \quad (11.4)$$

де α – кут повороту вала двигуна; k_2 – коефіцієнт передачі двигуна.

5. Рівняння редуктора:

$$\phi = k_3 \cdot \alpha, \quad k_3 = \frac{1}{3}, \quad (11.5)$$

де i – передаточне число редуктора.

6. Рівняння ланки зворотного зв'язку:

$$a \cdot w_{3.3} = k_{3.3} \cdot \phi, \quad (11.6)$$

де $a \cdot w_{3.3}$ – ампер-витки обмотки 3.3.

Для моделювання нелінійної частини використовуються наступні ланки системи Matlab:

1. Ланка транспортного запізнення:

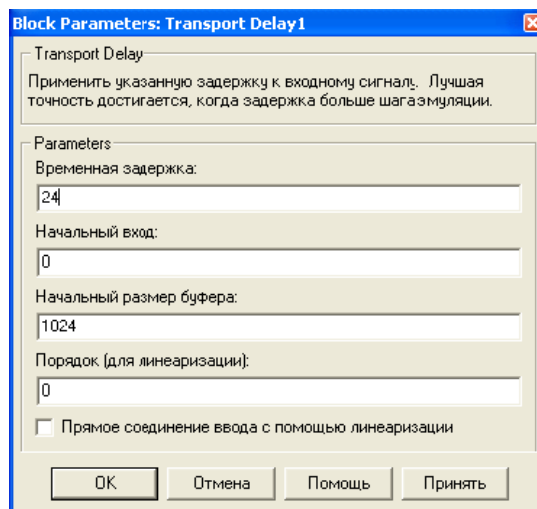


Рисунок 11.2 – Параметри налаштування ланки транспортного запізнення

Вона має такі параметри:

Основний параметр, який потрібно змінювати – затримка часу.

2. Ланка із зоною нечутливості:



Вікно його параметрів має такий вигляд:

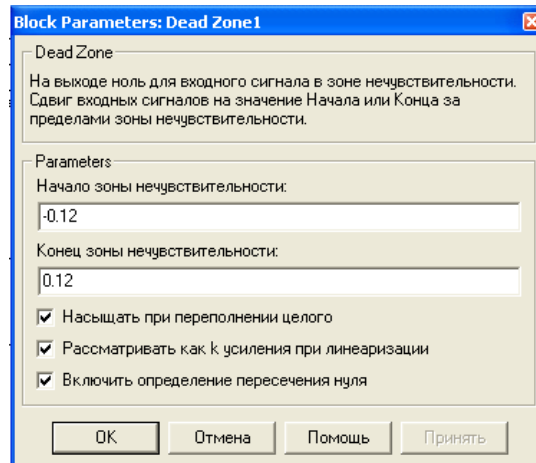


Рисунок 11.3 – Параметри налаштування ланки із зоною нечутливості

Тут «Начало зоны нечувствительности» – ліва межа зони нечутливості; «Конец зоны нечувствительности» – права межа нечутливості.

3. Ланка, яка обмежує амплітуду сигналу:



Ця ланка не має змінюваних параметрів.

11.2 Завдання

Скласти структурну схему згідно рис.11.1 та відповідно до завдання одержати передаточні характеристики для заданого варіанту. Позначення коефіцієнтів і вихідні дані див. у Таблиці 11.1.

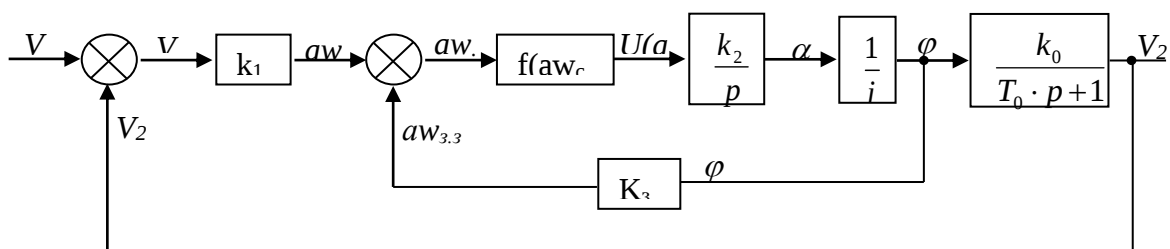


Рисунок 11.4. Структурна схема слідкуючої системи з релейним підсилювачем

де $f(a\omega_{cp})$ – статична характеристика релейного елемента із зоною нечутливості виду:

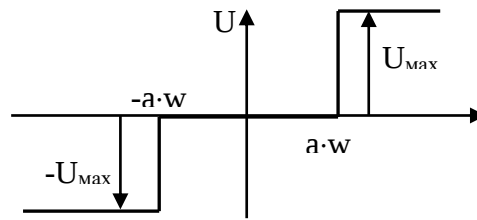


Рисунок 11.5. Характеристика релейного елемента із зоною нечутливості

Необхідно:

- а) Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну температури V_1), для значень часу спрацювання релейного елемента (часу запізнення в діапазоні 0-0,1с), при нульовому збуренні;
- б) За допомогою MATLAB оцінити вплив збурення (в діапазоні 0% - 50%), при середньому часі спрацювання релейного елемента, на процес регулювання - часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу “скачок”).

Таблиця 11.1. Варіанти індивідуальних завдань

№ вар	K_1 , А- в/град	$a\omega$, А-В	U_{max}	K_2 , рад/В*с	$i_{ред}$	K_o , град/рад	T_o , с	V_1 , град. С	Час вві- мкнення наван- таження	$K_{зз}$
1	0.25	0.2	100	2	500	10	0.1	5	5	0.1
2	0.3	0.22	110	2	800	5.5	0.2	10	5.5	0.1
3	0.15	0.25	150	3	1000	9.3	0.3	12	5	0.1
4	0.4	0.28	180	3	2000	10	0.4	15	6	0.1
5	0.5	0.3	220	4	1250	4	0.5	18	5	0.05
6	0.5	0.32	110	4	1750	7.8	0.6	24	5.5	0.05
7	0.6	0.35	120	5	1500	5.2	0.7	25	6	0.01
8	0.45	0.4	230	5	1000	2.69	0.8	30	6.5	0.01
9	0.45	0.45	380	2.5	500	2.15	0.9	32	6	0.01
10	0.35	0.5	220	4.5	2000	7	1.0	36	5	0.05

11.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Сформувати та налаштувати нелінійний елемент $F(U_2)$ з статичною характеристикою рис.11.5.
2. Сформувати АСР (рис.11.4) у MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із Таблицею 11.1.
3. Визначити критичні значення параметрів регулятора, при яких АСР знаходиться в зоні стійкості при 0 часі спрацювання релейного елемента і 0-му збуренні (коефіцієнти K_1 і $K_{з.з}$)

Примітка 1. При визначенні критичних значень K_1 і $K_{з.з}$ необхідно контролювати засобами відображення сигнали на вході і виході релейного елемента. При необхідності можна спочатку вимкнути позитивний зворотній зв'язок.

4. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу “скачок”), для значень часу запізнення в діапазоні 0-0,1с (довільно 3 точки), при нульовому збуренні.

5. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу “стрибок”), для збурення в діапазоні 0%-50% (довільно 3 точки) і середньому часі запізнення.

Примітка 2. Моделювання навантаження виконується по аналогії з попередніми лабораторними роботами.

11.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.

5. Структурну схему для моделювання в системі MATLAB.
6. Графіки часових характеристик системи при збуренні від 0 до 50% (3 точки) і запізнюванням у каналі керування 0 сек.
7. Графіки часових характеристик системи при 0 збуренні і запізнюванні в каналі керування в від 0 до 0,1 сек (3 точки).
8. Висновки по роботі.

11.5 Контрольні питання

1. Що таке чутливий елемент?
2. Як моделюється двигун постійного струму?
3. Як моделюється підсилювач?
4. Чи впливає позитивний зворотній зв'язок на якість роботи системи?
5. Чи може працювати система в розімкненому варіанті?
6. Як впливає запізнення в каналі управління?
7. Як впливає збурення в каналі управління?
8. Як сформувати нелінійний елемент системі MATLAB?

12. Заняття № 12

Дослідження регулятора швидкості двигуна постійного струму з релейним підсилювачем

Мета роботи: провести дослідження системи в часовій області за допомогою комплексу MatLab.

12.1 Основні теоретичні відомості

По характеру внутрішніх процесів САУ діляться на безперервні, дискретні і релейні. Дискретні – системи, в яких хоча б в одній ланці при безперервній зміні вхідної величини, вихідна величина змінюється не безперервно, а має вид окремих імпульсів, що з'являються через деякі проміжки часу. Розглянемо приклад дискретної САУ рис.12.1.

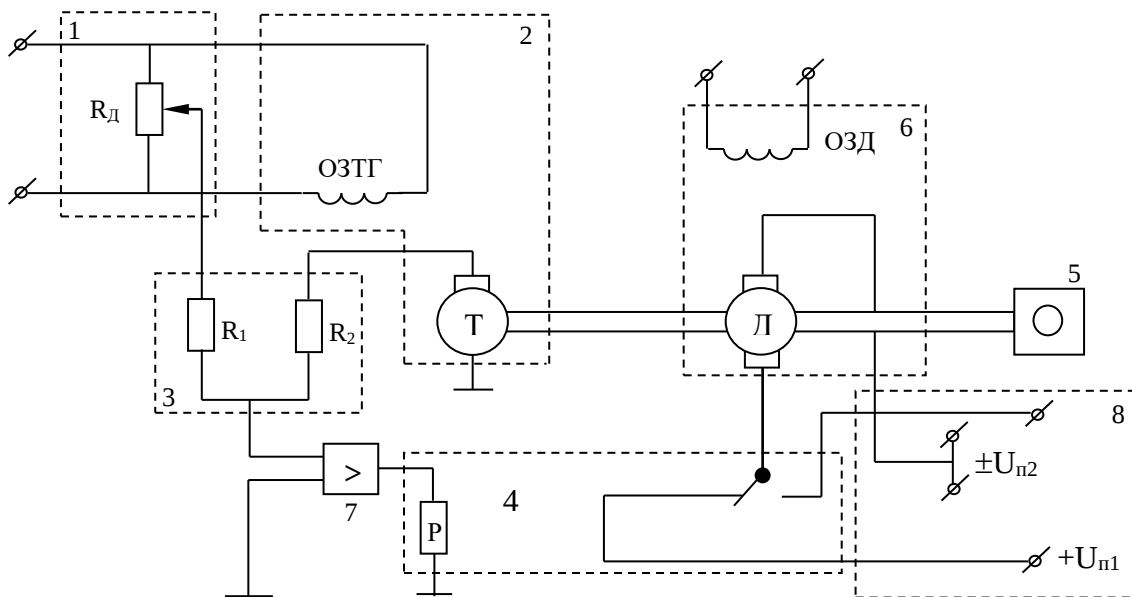


Рисунок 12.1. Система регулювання швидкості двигуна постійного струму де: 1 – задавач; 2 – вимірювальний орган; 3 – блок порівняння; 4 – поляризоване реле; 5 – робочий механізм; 6 – виконуючий керуючий двигун; 7 – електронний підсилювач; 8 – джерело живлення керуючого двигуна.

За заданою схемою складемо диференціальні рівняння в окремих ланках системи:

1. Рівняння чутливого елемента:

$$b = k \cdot v., \quad (12.1)$$

де $v = v_{\text{зад}} - v_{\text{ТГ}}$ - помилка системи.

2. Рівняння чутливого елемента:

$$a = k \cdot v, \quad (12.2)$$

де $v = v_{\text{зад}} - v_{\text{ТГ}}$ - помилка системи.

3. Рівняння електронного підсилювача:

$$a = k_1 b, \quad (12.3)$$

де a – напруга на виході підсилювача; b – напруга на вході підсилювача; k_1 – коефіцієнт передачі підсилювача.

4. Рівняння релейного підсилювача:

$$U = F(a). \quad (12.4)$$

5. Рівняння об'єкта, що регулюється:

$$U(a) \cdot k_{\text{об}} = v_{\text{об}} \cdot (1 + Tp), \quad (12.4)$$

де $v_{\text{об}}$ - кількість обертів двигуна (об'єкта, який регулюється), об/хв.

6. Рівняння тахогенератора:

$$v_{\text{ТГ}} = k_{\text{ТГ}} \cdot v_{\text{об}}, \quad (12.1)$$

де $v_{\text{ТГ}}$ - кількість обертів тахогенератора, об/хв.

Для моделювання нелінійної частини використовуються наступні ланки системи Matlab:

1. Ланка транспортного запізнення:



Вона має такі параметри:

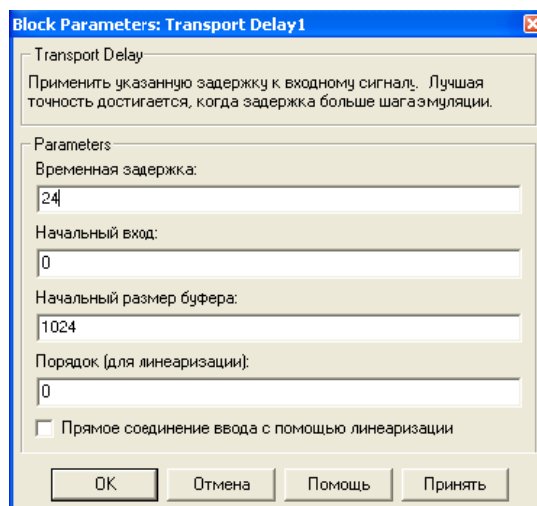


Рисунок 12.2

Основний параметр, який потрібно змінювати – затримка часу.

2. Ланка із зоною нечутливості: 

Вікно його параметрів має такий вигляд:

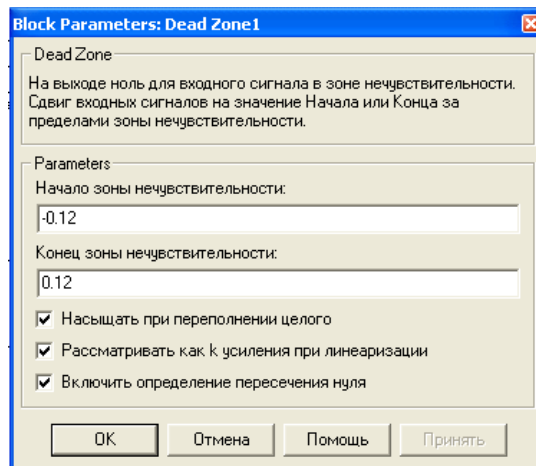


Рисунок 12.3.

Тут «Начало зоны нечувствительности» – ліва межа зони нечутливості; «Конец зоны нечувствительности» – права межа нечутливості.

3. Ланка, яка обмежує амплітуду сигналу: 

Ця ланка не має змінюваних параметрів.

12.2 Завдання

Скласти структурну схему згідно рис.12.1 та відповідно до завдання одержати передаточні характеристики для заданого варіанту. Позначення коефіцієнтів і вихідні дані див. у Таблиці 12.1.

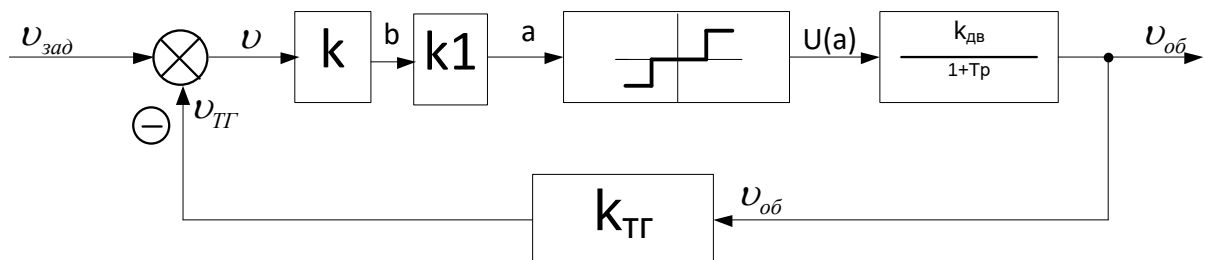


Рисунок 12.4 – Структурна схема слідкуючої системи з релейним підсилювачем

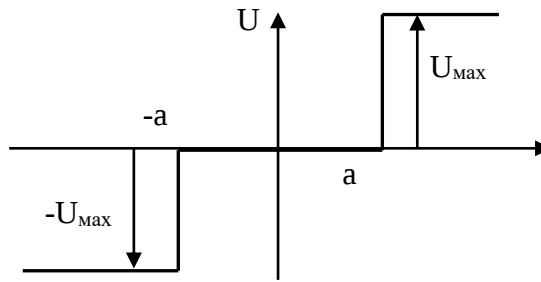


Рисунок 12.5 – Статична характеристика релейного елемента із зоною нечутливості

Таблиця 12.1 Варіанти індивідуальних завдань

№ вар	$U_{зад}$ В	k Ав/град	k_1 Ав/град	$a\omega$, А-В	U_{max}	$K_{дв}$	T_c	$n_{зад} (\frac{об}{хв})$	Час ввімкнення навантаження
1	20	0.25	1	0.2	100	10	0.1	500	5
2	10	0.3	1	0.22	110	5.5	0.2	1000	5.5
3	30	0.15	1	0.25	150	9.3	0.3	1200	5
4	3	0.4	1	0.28	180	10	0.4	1500	6
5	40	0.5	1	0.3	220	4	0.5	1800	5
6	4	0.5	1	0.32	110	7.8	0.6	2400	5.5
7	5	0.6	1	0.35	120	5.2	0.7	2500	6
8	50	0.45	1	0.4	230	2.69	0.8	3000	6.5
9	2.5	0.45	1	0.45	380	2.15	0.9	3200	6
10	4.5	0.35	1	0.5	220	7	1.0	3600	5

12.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Сформувати та налаштувати нелінійний елемент $F(U_2)$ з статичною характеристикою рис. 7.5
2. Сформувати АСР (рис.12.4) у MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із Таблиці 12.1.

3. Для заданої кількості обертів згідно варіанту і задаючої дії визначити коефіцієнт передачі Т.Г. При розрахунку використовувати точки нелінійності $-U_{max}$, $+U_{max}$.

4. Визначити критичні значення параметрів регулятора, при яких АСР знаходиться в зоні стійкості при 0 часі спрацювання релейного елемента і 0-му збуренні (коефіцієнт K_1)

***Примітка 1.** При визначенні критичних значень K_1 необхідно контролювати засобами відображення сигнали на вході і виході релейного елемента.*

5. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу “скачок”), для значень часу запізнення в діапазоні 0-0,1с (довільно 3 точки), при нульовому збуренні.

6. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу “скачок”), для збурення в діапазоні 0% - 50% (довільно 3 точки) і середньому часі запізнення.

***Примітка 2.** Моделювання навантаження виконується по аналогії з попередніми лабораторними роботами*

12.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.
5. Структурну схему для моделювання в системі MATLAB.
6. Графіки часових характеристик системи при збуренні від 0 до 50% (3 точки) і запізнюванням у каналі керування 0 сек.
7. Графіки часових характеристик системи при 0 збуренні і запізнюванні в каналі керування в від 0 до 0,1 сек (3 точки).
8. Висновки по роботі.

12.5 Контрольні питання

1. Що таке чутливий елемент?
2. Як моделюється двигун постійного струму?
3. Як моделюється релейний підсилювач?
4. Чи може працювати система в розімкненому варіанті?
5. Як впливає запізнення в каналі управління?
6. Як впливає збурення на якість управління?

13. Заняття № 13

Автоматичне регулювання тиску з нелінійним підсилювачем

Мета роботи: дослідити систему автоматичного регулювання тиску та побудувати графіки перехідних процесів для даної системи.

13.1 Основні теоретичні відомості

Системи автоматичного регулювання тиску використовуються майже у всіх галузях промисловості, зокрема в енергетиці (ГЕС, ТЕС, АЕС та ін.), машинобудуванні (гідравлічні приводи, системи підтримки постійного тиску в колесах у військовій техніці та ін..) тощо. Розглянемо приклад такої системи (рис.13.1).

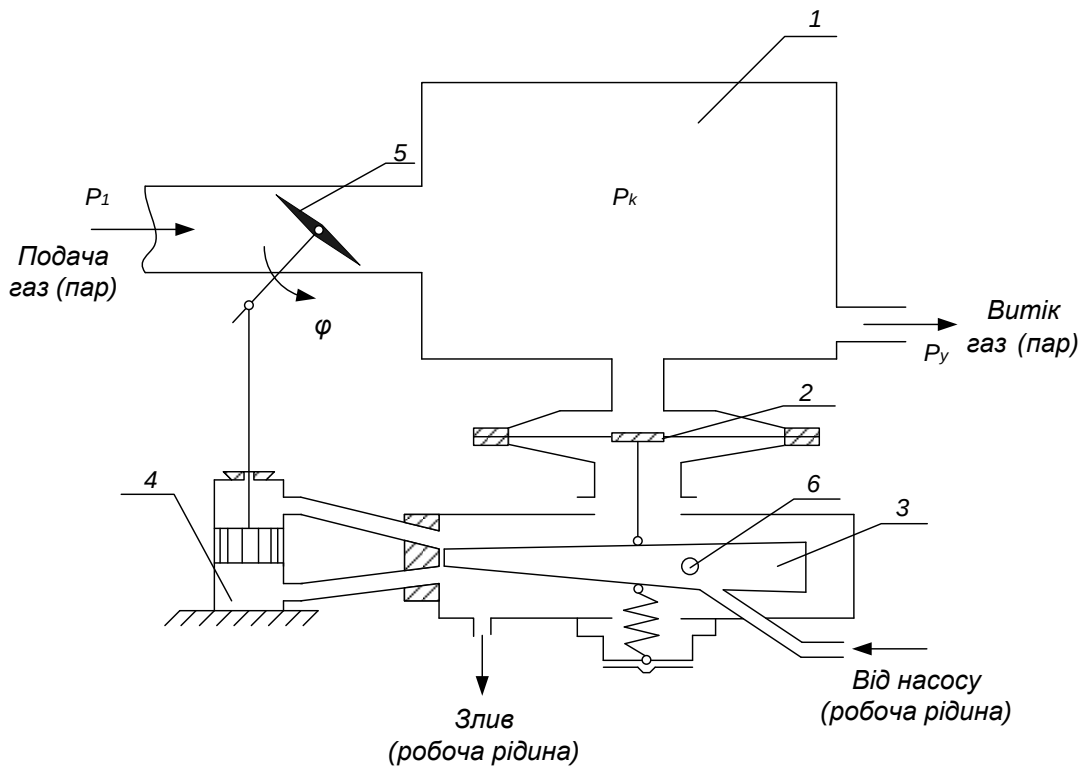


Рисунок 13.1 – Система автоматичного регулювання тиску
де 1 - резервуар; 2 - мембрана (чутливий елемент); 3 - струйний підсилювач;
4 - гідравлічний двигун; 5 - заслонка (орган регулювання); 6 - точка підвісу
сопла струменевого підсилювача.

У збалансованому режимі, коли зусилля з боку мембрани рівне зусиллю пружини, сопло струменевого підсилювача знаходиться в нейтральному положенні (як на рис.13.1). Це відповідає певному положенню заслінки 5.

У разі збільшення тиску в резервуарі 1 мембрана прогинається, тим самим направляє сопло до нижнього каналу. З сопла під тиском виходить робоча рідина, яка змушує підніматись поршень, що призводить до закриття заслінки 5. У випадку зменшення тиску в резервуарі 1, під дією пружини сопло знаходиться навпроти верхнього каналу. В цьому положенні під тиском робочої рідини поршень опускається, при цьому, відкриваючи заслінку 5, збільшується подача газу(пару).

Гідравлічний двигун (ГД) – це двигун, що перетворює енергію рідини на механічну енергію веденої ланки (в нашому випадку заслінки 5). ГД перетворює потенціальну енергію рідини (головним чином, енергію тиску) на механічну енергію веденої ланки, яка здійснює обмежений зворотно-поступальний рух (силовий гідроциліндр) тим самим або відкриває заслінку або закриває.

Об'єкт регулювання являє собою аперіодичну ланку 1-го порядку з постійною часу T_0 . Коефіцієнт передачі регулюючого органу (РО) позначимо k_0 , коефіцієнт передачі чутливого елемента (ЧЕ) – k_1

За заданою схемою складемо диференціальні рівняння для окремих ланок системи:

1. Рівняння об'єкта регулювання:

$$(T_0 p + 1) \cdot \Delta p = k_0 \cdot \varphi, \quad (13.1)$$

де Δp - відхилення тиску; φ - кут повороту заслінки; k_0 – коефіцієнт передачі регулюючого органу; T_0 - постійна часу об'єкту регулювання.

2. Рівняння чутливого елемента (ЧЕ):

$$(T_1^2 \cdot p^2 + T_2 \cdot p + 1) \cdot \delta = -k_1 \cdot \Delta p. \quad (13.2)$$

де k_1 – коефіцієнт передачі чутливого елемента; T_1, T_2 – постійні часу чутливого елемента; δ – величина ходу (переміщення) сопла струменевого підсилювача; знак «-» означає, що мембранний вимірювач тиску рухається в протилежну сторону.

3. Диференціальне рівняння лінійної частини системи:

$$(T_0 \cdot p + 1) \cdot (T_1^2 \cdot p^2 + T_2 \cdot p + 1) \cdot \delta = -k_0 \cdot k_1 \cdot \varphi. \quad (13.2)$$

Статична характеристика струменевого підсилювача та гідравлічного двигуна зображена на рис.13.6 (нелінійний елемент).

4. Рівняння нелінійного елемента:

$$p \cdot \varphi = F(\delta). \quad (13.3)$$

Для моделювання нелінійної частини використовуються наступні ланки системи Matlab:

1. Ланка із зоною нечутливості: 

Вікно його параметрів має такий вигляд:

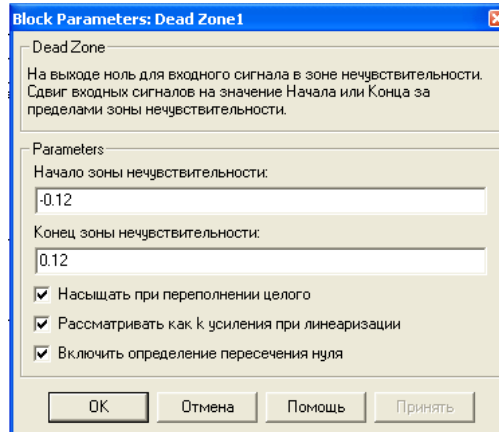


Рисунок 13.2 – Меню обмежувача зони нечутливості

Тут «Начало зоны нечувствительности» – ліва межа зони нечутливості; «Конец зоны нечувствительности» – права межа нечутливості.

2. Ланка, яка обмежує амплітуду сигналу: 

Вікно її параметрів має такий вигляд:

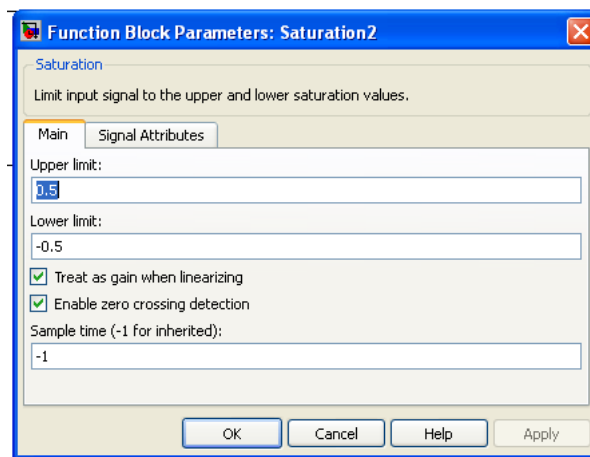


Рисунок 8.3 – Меню обмежувача амплітуди

Параметри: характеризується верхньою та нижньою межею.

3. Ланка, яка формує граничну швидкість зміни сигналу:



Rate Limiter

Вікно його параметрів має такий вигляд:

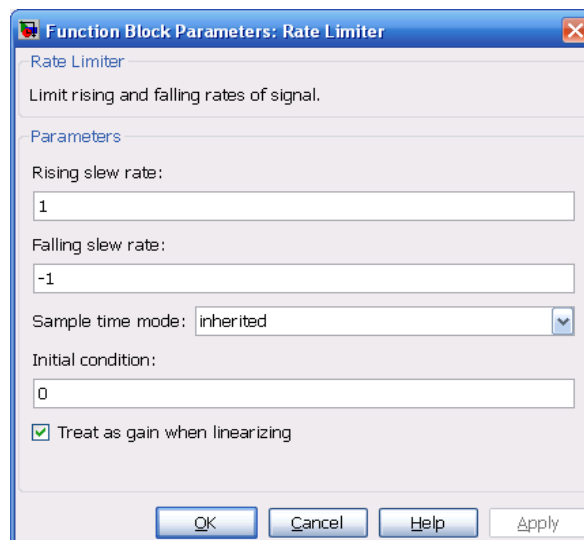


Рисунок 13.4 – Меню обмежувача швидкості

Блок обмежувача швидкості обмежує першу похідну сигналу, що проходить через нього. Сигнал виходу змінюється не швидше за вказану межу. Похідна обчислюється за допомогою цього рівняння:

$$rate = \frac{u(i) - y(i-1)}{t(i) - t(i-1)} \quad (13.4)$$

За допомогою даного елемента можна регулювати параметри нахилу лінії вихідного сигналу.

13.2 Завдання

Скласти структурну схему згідно рис.13.1 та відповідно до завдання одержати передаточні характеристики для заданого варіанту. Позначення коефіцієнтів і вихідні дані див. у Таблиці 13.1.

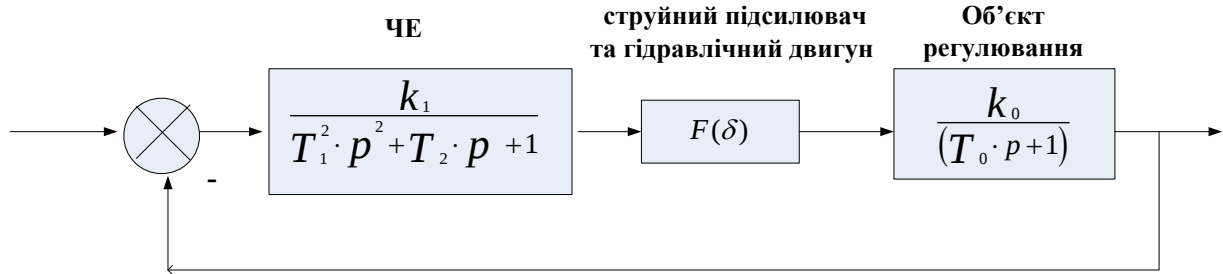


Рисунок 13.5 – Структурна схема автоматичної системи регулювання тиску де, $F(\delta)$ статична характеристика елемента із зоною нечутливості та насиченням виду:

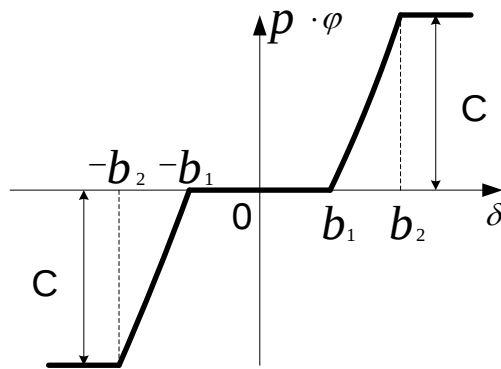


Рисунок 13.6. Статична характеристика підсилювача із зоною нечутливості та насиченням

де $p \cdot \varphi$ - швидкість зміни кута повороту заслінки; C - переміщення циліндра гідролічного двигуна; $\pm b_1$ - зона нечутливості.

Таблиця 13.1. Варіанти індивідуальних завдань

№ варіанта	$F(\delta)$			Об'єкт рег.		k_1	T_1	T_2
	b_1	b_2	C	k_0	T_0			
1	0,1	0,2	2	7	0,4	3,5	0,65	0,03
2	0,3	0,4	1,5	2	0,65	8	0,3	0,004
3	0,2	0,9	1	5	0,5	10	0,12	0,025
4	0,4	1	2,5	4	0,6	9	0,25	0,017
5	0,25	0,45	3	5	0,5	10	0,082	0,007
6	0,3	1	1	2	0,5	2	0,5	0,006
7	0,35	0,6	2	5	0,6	3	0,04	0,008
8	0,5	0,8	1,5	6	0,45	5	0,06	0,04
9	0,3	1	2	10	0,55	6	0,045	0,006
10	0,45	0,5	3	8	0,6	7	0,055	0,002

13.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Сформувати та налаштувати нелінійний елемент $F(\delta)$ з статичною характеристикою рис.13.6.

2. Сформувати АСР (рис.13.5) у MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із Таблиці 13.1.

3. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу “скачок”), для збурення (0, 25%, 50%)

Примітка 1. Моделювання навантаження виконується по аналогії з попередніми лабораторними роботами.

4. Змінюючи параметр C (переміщення циліндра гідравлічного двигуна) на $\pm 20\%$, оцінити його вплив на перехідний процес.

5. Оцінити вплив зони нечутливості (при $b_1=0$ та при $b_1=$ заданому) на перебіг перехідного процесу.

13.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.
5. Структурна схема для моделювання в системі MATLAB.
6. Графіки часових характеристик системи при збуренні (0, 25%, 50%).
7. Графіки часових характеристик системи при 0 збуренні і при $C = \pm 20\%$.
8. Графіки часових характеристик системи при 0 збуренні і при $b_1 = 0$ та при $b_1 =$ заданому.
9. Висновки по роботі.

13.5 Контрольні питання

1. Що таке чутливий елемент, яким фізичним об'єктом він поданий?
2. Чи може працювати система в розімкненому варіанті?
3. Як сформувати нелінійний елемент системи MATLAB?
4. Яку функцію виконує струйний підсилювач?
5. Пояснити роботу системи.

14. Заняття № 14

Дослідження нелінійних систем регулювання швидкості обертання гідрогенератора

Мета роботи: Дослідити систему регулювання, отримати графік перехідного процесу.

14.1 Основні теоретичні відомості

На рис.14.1 зображена система регулювання швидкості обертання гідрогенератора (1). Швидкість обертання гідрогенератора визначається кількістю води, яка подається за одиницю часу на лопаті гідроагрегата. Як видно з рис.14.1, подачу води на лопатки гідроагрегата обмежує заслінка (5). Система налаштовується на певне значення швидкості обертання гідрогенератора. Відцентровий механізм, обертаючись, під дією відцентрових сил піднімає та опускає муфту (В). При цьому важіль (АВ) змінюючи кут нахилу відносно нерухомої точки (А) (до моменту початку руху циліндра гідравлічного двигуна (4)). На важелі АВ закріплений шток золотника позначений (С). Золотник (3), впливаючи на гідравлічний двигун, піднімає та опускає заслінку (5). Таким чином, чим більша швидкість обертання гідрогенератора, тим менше води заслінка пускає на лопатки гідрогенератора, зменшуючи його швидкість.

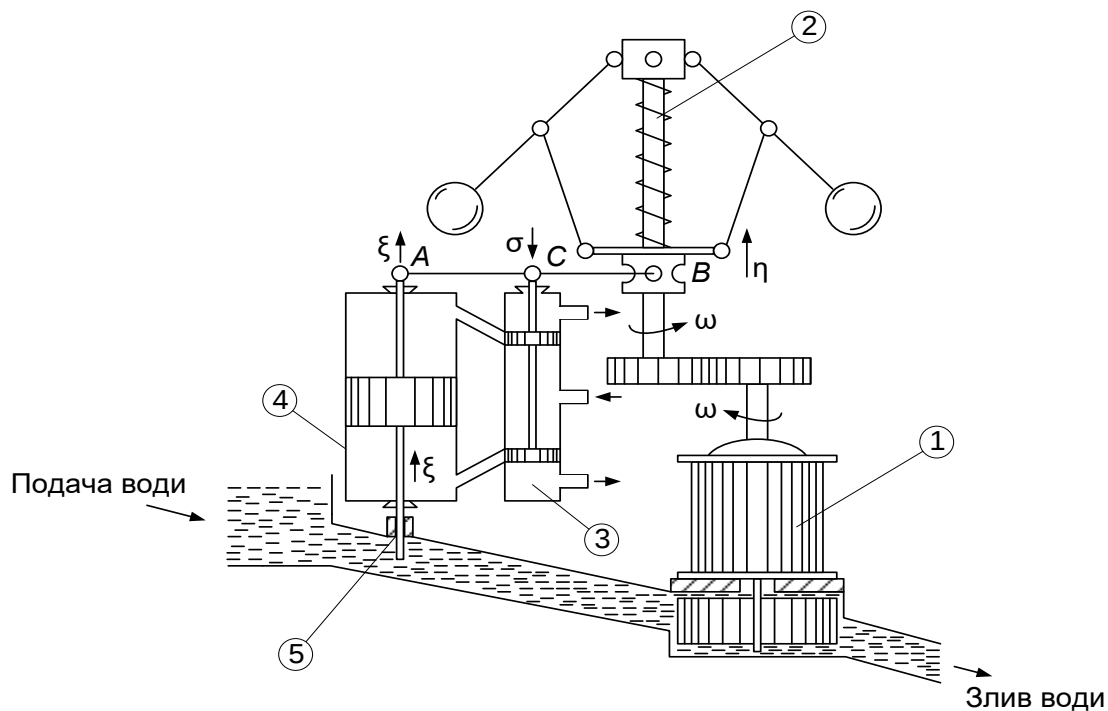


Рисунок 14.1 – Система регулювання швидкості обертання гідрогенератора де 1 – об’єкт гідроагрегат; 2 – відцентровий механізм (чутливий елемент, представляє собою аперіодичну ланку другого порядку з коефіцієнтом передачі k_1 та постійними часу T_1 и T_2); 3 – золотник (розподільник); 4 – гідролінійний двигун; 5 – заслінка; σ – переміщення штоку золотника;

Запишемо диференціальні рівняння ланок системи:

1. Рівняння об’єкта регулювання (гідрогенератора):

$$(T_0 p + 1) \cdot \omega = k_0 \xi, \quad (14.1)$$

де ξ – переміщення циліндра гідролінійного двигуна і зв’язаної з ним заслінки; ω – кутова швидкість обертання вала гідроагрегата; k_0 – коефіцієнт передачі регулюючого органу; T_0 – постійна часу об’єкту регулювання.

2. Рівняння чутливого елемента (відцентрового механізму):

$$(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) \cdot \eta = k_1 \omega, \quad (14.2)$$

де k_1 - коефіцієнт передачі чутливого елемента; T_1, T_2 - постійні часу чутливого елемента; η – координата розміщення муфти відцентрового механізму.

3. Рівняння золотника:

Для складання рівняння золотника задамося напрямком відрахунку всіх координат так, як показано на рис.14.2. При довільному переміщенні точок A , B та C отримаємо:

$$\sigma = -k_2\eta - k_3\xi, \quad (14.3)$$

де $k_2 = \frac{AC}{AB}$, $k_3 = \frac{BC}{AB}$ - коефіцієнти передачі важеля; σ – переміщення штоку золотника; знак «-» означає, що переміщення муфти відцентрового механізму та штоку золотника відбуваються в протилежний бік.

4. Рівняння гідравлічного двигуна запишемо в наступному вигляді:

$$\rho\xi = F(\sigma), \quad (14.4)$$

де $F(\sigma)$ - нелінійна функція, задана статистичною характеристикою (рис. 14.6).

По рівнянням (14.1)-(14.4) визначаємо диференціальне рівняння лінійної частини системи:

$$(T_0p + 1)(T_1p + 1)(T_2p + 1)\sigma = -(k_0k_1k_2 + k_3)\xi. \quad (14.5)$$

Це рівняння доповнюється рівнянням нелінійної ланки:

$$\rho\xi = F(\sigma). \quad (14.6)$$

Для моделювання нелінійної частини використовуємо наступні ланки системи MATLAB:

1. Ланка з зоною нечутливості:  .

Вікно її параметрів має такий вигляд:

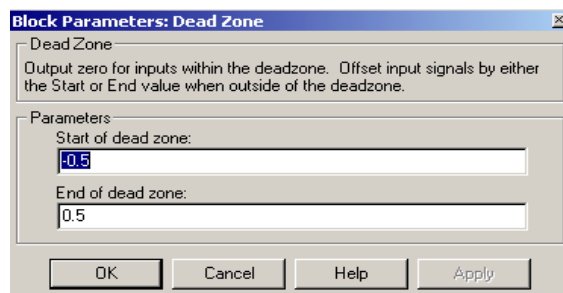


Рисунок 14.2 Меню обмежувача зони нечутливості

Параметри: «Початок зони нечутливості» та «Кінець зони нечутливості» - це межі зони нечутливості.

2. Ланка обмежуюча амплітуду сигналу:



Вікно її параметрів має такий вигляд:

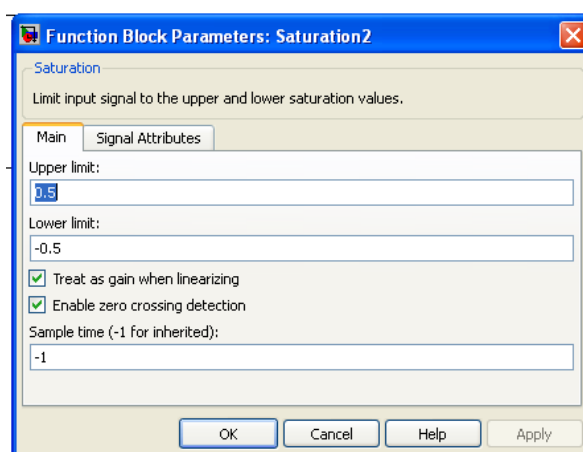


Рисунок 14.3 – Меню обмежувача амплітуди

Параметри: характеризується верхньою та нижньою межею.

3. Ланка, яка формує граничну швидкість зміни сигналу:



Вікно її параметрів має такий вигляд:



Рисунок 14.4 – Меню обмежувача швидкості

Блок обмежувача швидкості обмежує першу похідну сигналу, що проходить через нього. Сигнал виходу змінюється не швидше за вказану межу. Похідна обчислюється за допомогою рівняння:

$$rate = \frac{u(i) - y(i-1)}{t(i) - t(i-1)} . \quad (14.7)$$

За допомогою даного елемента можна регулювати параметри нахилу лінії вихідного сигналу.

14.2 Завдання.

1. Скласти структурну схему згідно рис.14.1 для заданої та отримати передаточні характеристики згідно варіанта. Позначення коефіцієнтів і вихідні дані дивитись у табл.14.1.

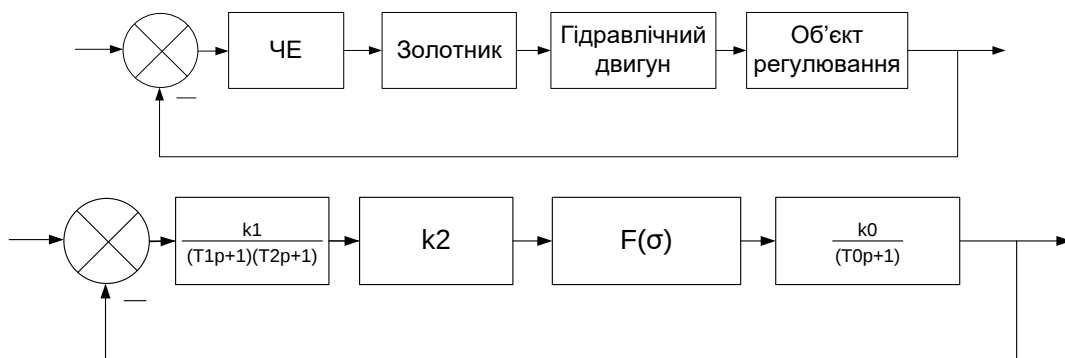


Рисунок 14.5 – Структурна схема регулятора швидкості обертання гідрогенератора

де $F(\sigma)$ – статична характеристика гідравлічного двигуна наступного виду:

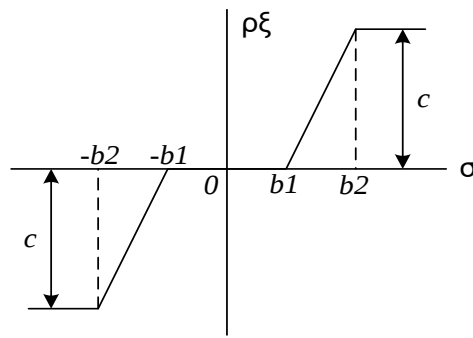


Рисунок 14.6 – Статична характеристика гідравлічного двигуна.

2. Для свого варіанта по табл.14.1 вибрати дані. c - переміщення штоку золотника, ξ - переміщення циліндра гідравлічного двигуна та зв'язаної з ним заслінки (максимальне значення = C).

3. Оцінити вплив збурюючого впливу на об'єкт регулювання (0, 25, 0, 50%).

4. Змінюючи параметр c на $\pm 20\%$, оцінити його вплив на отриманий перехідний процес.

5. Оцінити вплив зони нечутливості (при $b_1=0$ та при b_1 = заданому).

6. Запізненням системи знехтувати.

Таблиця 14.1. Варіанти індивідуальних завдань

№ варіан- ту	F(σ)			T Γ		k1	k2	T1	T2
	b1	b2-b1	C	k0	T0				
1	0,3	1	1	2	0,5	2	3	0,5	0,006
2	0,35	0.6	2	5	0,6	3	2	0,04	0,008
3	0,5	0.8	1,5	6	0,45	5	3	0,06	0,04
4	0,3	1	2	10	0,55	6	10	0,045	0,006
5	0,45	0.5	3	8	0,6	7	2	0,055	0,002
6	0,35	0.2	2	7	0,4	3,5	10	0,65	0,03
7	0,1	0.4	1,5	2	0,65	8	3	0,3	0,004
8	0,25	0.9	1	5	0,5	10	7	0,12	0,025
9	0,4	1	2,5	4	0,6	9	5	0,25	0,017
10	0,2	0.45	3	5	0,5	10	6	0,082	0,007

14.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Сформувати та налаштувати нелінійний елемент $F(\sigma)$ з статичною характеристикою рис.14.6.
2. Сформувати АСР (рис.14.5) у системі MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із табл.14.1.
3. Змінюючи параметри b_1 в блоці "Dead zone", на значення від 0 до 100%, де 100% - задана величина, для 4 довільних значень з цієї зони отримати часові характеристики АСР. Решта параметрів - згідно варіанту.
4. Змінюючи параметри b_2-b_1 в блоці "Rate limiter", на $\pm 50\%$ для 4 довільних значень з цієї зони отримати часові характеристики АСР. Решта параметрів - згідно варіанту.
5. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на сигнал типу "скачок"), для збурення в діапазоні 0% - 50% (довільно 3 точки). Решта параметрів - згідно варіанту.

Примітка 1. *Моделювання навантаження виконується по аналогії з попередніми лабораторними роботами.*

14.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.
5. Структурну схему для моделювання в системі MATLAB.
6. Чотири графіки часових характеристик системи до пункту 3 порядку виконання роботи.

7. Чотири графіки часових характеристик системи до пункту 4 порядку виконання роботи.

8. Три графіки часових характеристик системи до пункту 5 порядку виконання роботи.

9. Висновки по роботі.

14.5 Контрольні питання

1. Як сформувати нелінійний елемент в системі MATLAB?
2. Яку функцію виконує гідравлічний підсилювач?
3. Пояснити роботу системи.
4. Оцінити вплив збурюючого впливу.
5. Як впливає значення параметру C на вид характеристики, що отримується в роботі?

15. Заняття № 15

Дослідження замкнених систем зі змінною структурою

Мета роботи: дослідити вплив зміни структури на якість роботи системи.

15.1 Основні теоретичні відомості

На рис.15.1 представлено слідкуючу систему зі змінною структурою, структурну схему якої наведено на рис.15.2.

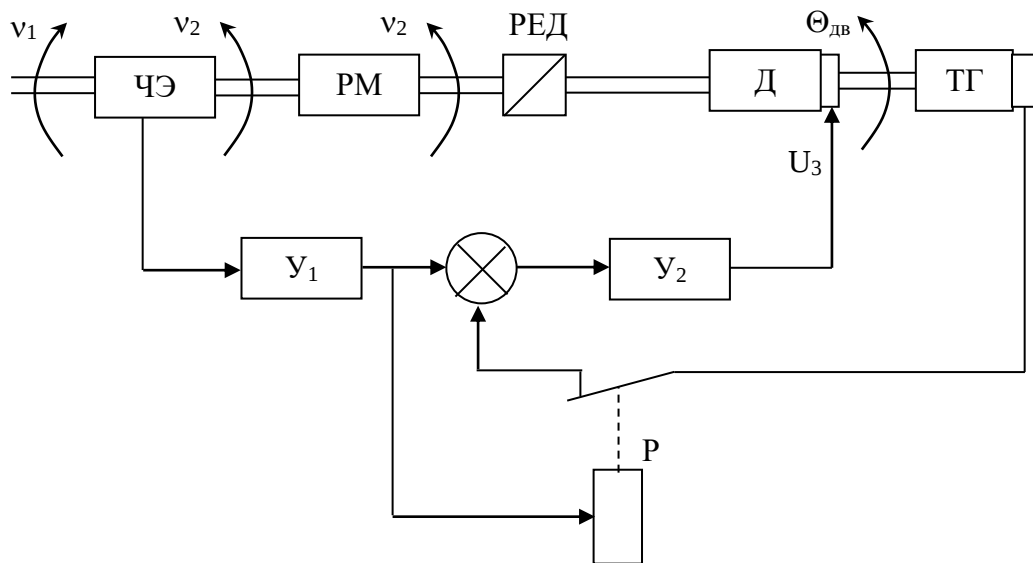


Рисунок 15.1. Слідкуюча система зі змінною структурою

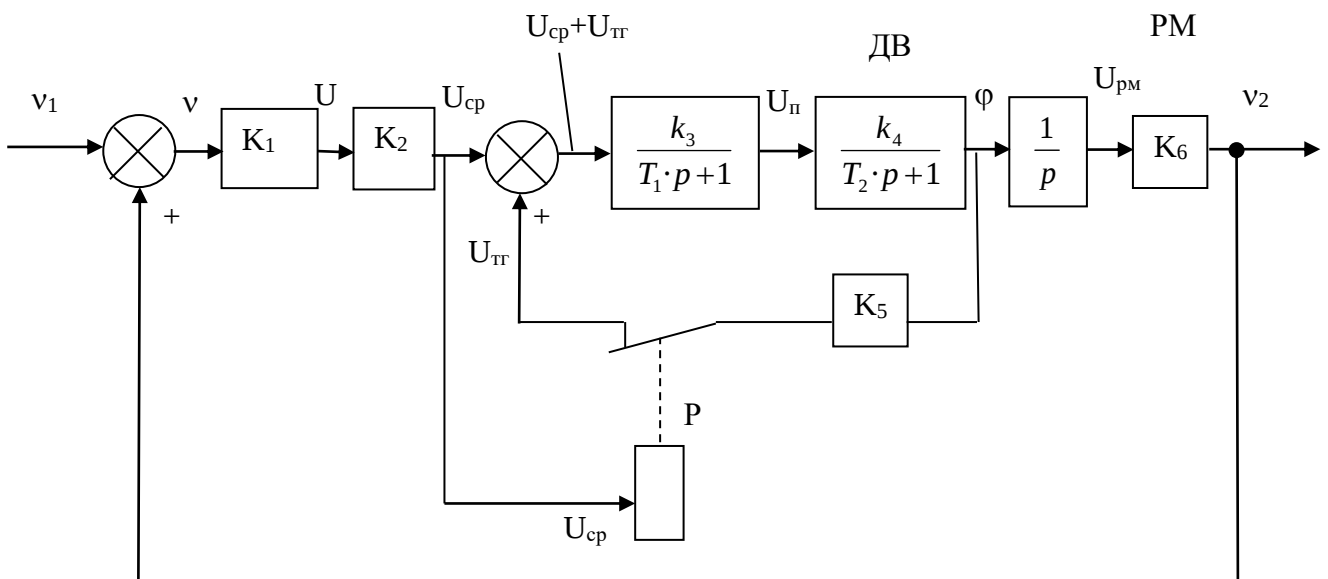


Рисунок 15.2 – Структурна схема слідкуючої системи зі змінною структурою

Запишемо рівняння ланок системи:

1. Рівняння ЧЕ:

$$K_1 \cdot v = U. \quad (15.1)$$

2. Рівняння попереднього підсилювача:

$$K_2 \cdot U = U_{cp}. \quad (15.2)$$

3. Рівняння тахогенератора:

$$K_5 \cdot \phi_{dv} = U_{TG}. \quad (15.3)$$

4. Рівняння робочого механізму:

$$v_{pm} \cdot p = \phi. \quad (15.4)$$

5. Рівняння підсилювача потужності:

$$(v_{cp} \cdot U_{TG}) \cdot (T_1 \cdot p + 1) = K_3 \cdot U_n. \quad (15.5)$$

6. Рівняння двигуна:

$$U_n \cdot (T_2 \cdot p + 1) = K_4 \cdot \phi. \quad (15.6)$$

Для моделювання реле, за допомогою якого змінюється структура системи в програмі Matlab можна використати такий елемент ключ:



Вікно меню ключа має вигляд:

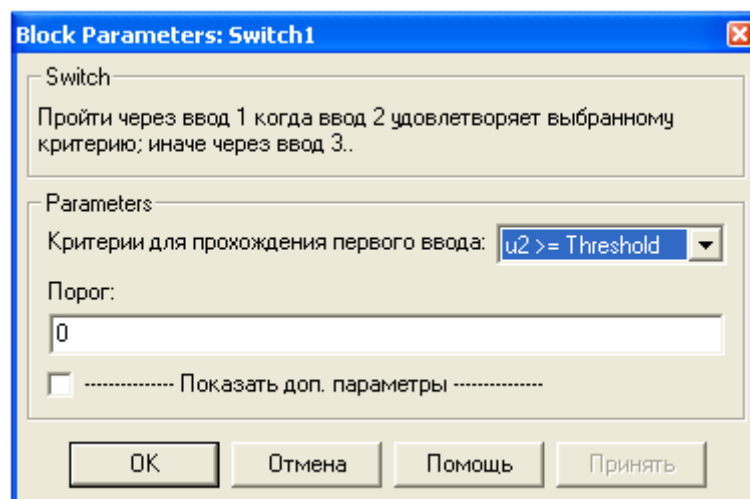


Рисунок 15.3. Меню элемента ключ

Цей елемент має такий алгоритм роботи: сигнал проходить через вхід 1, коли вхід 2 задовольняє вибраному критерію, інакше сигнал проходить через вхід 3.

Основний параметр – напруга спрацювання (U_{cp}).

15.2 Завдання

1. Підбором коефіцієнта k_2 досягнути стійкої роботи системи при оптимальному перерегулюванні $< 20\%$.
2. Одержати передаточні функції системи для двох варіантів: при ввімкненому та вимкненому коефіцієнті k_5 . Побудувати частотні характеристики для стійкої системи для двох варіантів (АФХ розімкненої системи та ЛАХ(Боде) розімкненої системи). Визначити запас стійкості системи по модулю та по фазі.
3. Оцінити вплив кута розходження (v_1-v_2) на зміну структури системи.

Таблиця 15.1. Варіанти індивідуальних завдань

$$K_1=0.01$$

$$K_6=1/i_{ред}$$

$$T_1=0.02$$

$$T_2=0.5$$

Варіант	K_3	K_4	$i_{ред}$	U_{cp}
1	10	55	1000	10
2	15	50	1000	15
3	20	45	1000	8
4	25	40	800	25
5	30	35	1000	10
6	35	30	1200	12
7	40	25	1100	20
8	45	20	750	18
9	50	15	800	10
10	55	10	1250	15

15.3 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Сформувати АСР (рис.15.2) у MATLAB, задаючи блокам значення коефіцієнтів із табл.15.1.

2. Визначити критичні значення параметрів регулятора, при яких АСР знаходиться в зоні стійкості при 0 часі спрацювання релейного елементу і 0-му збуренні (коефіцієнти K_2 і K_4)

Примітка 1. При визначенні критичних значень K_2 і K_4 необхідно контролювати сигнали на вході і виході релейного елементу засобами відображення. При необхідності можна спочатку вимкнути позитивний зворотній зв'язок.

3. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну одиничного сигналу), для значень часу запізнення в діапазоні 0-0,1с (довільно 3 точки), при нульовому збуренні.

4. Одержати за допомогою MATLAB часові характеристики (реакцію системи на стрибкоподібну зміну одиничного сигналу), для збурення в діапазоні 0% - 50% (довільно 3 точки) і середньому часі запізнення.

Примітка 2. Моделювання навантаження виконується по аналогії з попередніми лабораторними роботами.

5. За допомогою MATLAB визначити максимальну швидкість (частоту радіани на секунду) слідкування системи, для цього :

- підключити блок з синусоїдальним сигналом ($\omega_{min} = 1$ рад/с);
- на виході системи підключити блок MUX та об'єднати сигнали входу і виходу системи;
- збільшуючи частоту синусоїдального сигналу, визначити максимальне значення швидкості, коли система працездатна (запізнювання синусоїдального сигналу на виході в порівнянні з входом не більше 90°) при варіації часу спрацювання релейного елементу і збурення в вище наведених межах.

15.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Коротка теоретична інформація.
4. Вихідні дані.

5. Структурну схему для моделювання в системі MATLAB.
6. Графіки часових характеристик системи при збуренні від 0 до 50% (3 точки) і запізнюванням у каналі керування 0 сек.
7. Графіки часових характеристик системи при 0 збуренні і запізнюванні в каналі керування від 0 до 0,1 сек (3 точки).
8. Графіки часових характеристик як реакція на *синусоїдальний сигнал* для максимального значення швидкості слідкування при 0-му часі спрацювання релейного елемента і 0-му збуренні і ще два графіки, узгоджені з викладачем після демонстрації досліду.
9. Висновки по роботі.

15.5 Контрольні питання

1. Що таке слідкуюча система?
2. Вплив позитивного зворотного зв'язку?
3. Чи може працювати система в розімкненому варіанті?
4. Як впливає має зміна структури на роботу системи?
5. Як впливає збурення в каналі управління?
6. Як сформулювати зміну структури в системі MATLAB?
7. Як визначається максимальна швидкість слідкування ?

16. Заняття № 16

Дослідження імпульсних автоматичних систем

Мета роботи: вивчення імпульсних систем, їх комп'ютерне моделювання, дослідження перехідних процесів в імпульсних системах.

16.1 Імпульсні системи

Імпульсні системи являють собою особливий клас систем автоматичного регулювання. У цих системах хоча б одна з величин, що характеризують роботу системи (відхилення регульованої величини y від заданого значення y_z , керуючий вплив та ін.) використовується не безупинно, а лише в дискретні моменти, називані *моментами зняття*.

Дискретизація (квантування) сигналу полягає в заміні безупинного сигналу тими або іншими дискретними значеннями і може бути здійснена за часом, за рівнем, або за часом і рівнем (рис.16.1).

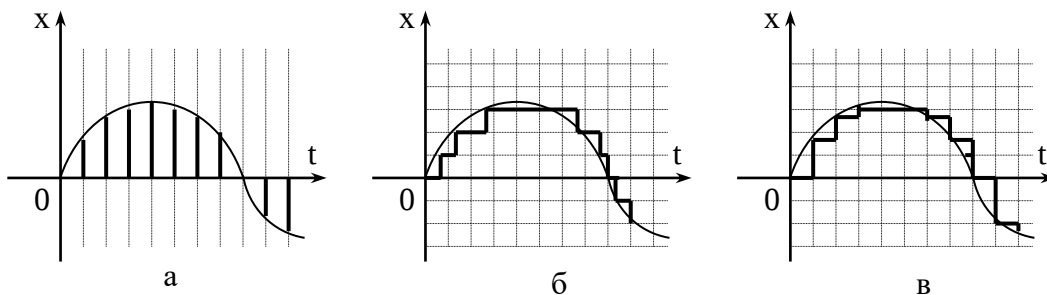


Рисунок 16.1 – Спосіб квантування сигналів

Дискретизація сигналу за часом, наведена на рис. 16.1,а, полягає у відборі значень сигналу в заздалегідь визначені моменти часу, рівномірно розподілені з інтервалом квантування за часом.

При дискретизації сигналу за рівнем значення сигналу виділяють при досягненні їм заздалегідь фіксованих рівнів (рис.16.1,б). Рівні, як правило, рівновіддалені; відстань між ними визначається інтервалом квантування за рівнем.

Дискретизація сигналу за часом і за рівнем показана на рис.16.1,в.

Автоматичні системи в залежності від типу квантування, що у них використовують, підрозділяються на три види:

- *імпульсні*, якщо хоча б одна з величин, що характеризують стан системи, квантується за часом;
- *релейні*, якщо хоча б одна з цих величин квантується за рівнем;
- *цифрові*, якщо хоча б одна з цих величин квантується і за часом, і за рівнем.

Імпульсні системи застосовують для регулювання процесів, що порівняно повільно протікають, до яких відноситься багато теплових процесів, наприклад, процеси нагрівання рідин і твердих речовин у резервуарах або печах різноманітного типу. Особливо великий ефект ці системи забезпечують у порівнянні з безперервними системами в тих випадках, коли запізнювання в об'єкті виявляється більше, ніж його постійна часу.

Основна відмінність імпульсних систем регулювання від неперервних полягає у тому, що вони працюють на імпульсних сигналах визначеної періодичності. Імпульсні сигнали характеризуються періодом повторення імпульсів T_u і висотою імпульсу h_u . Тривалість імпульсів $t_u = \gamma T_u$ (γ - скважність імпульсів, $\gamma \leq 1$) називається *робочим інтервалом*. Параметри імпульсів залежать від значень вхідної величини на момент знімання ($t_u = nT_u$, $n=0,1,2,\dots$).

При розгляді імпульсних систем регулювання всі неперервні елементи, до яких належать: об'єкт регулювання (що включає регульовану ділянку, чутливий і перетворюючий елементи), формувач вихідного впливу, порівнюючий та управляючий елементи, а також виконавчий механізм, будемо відносити до лінійної частини системи (рис.16.2).

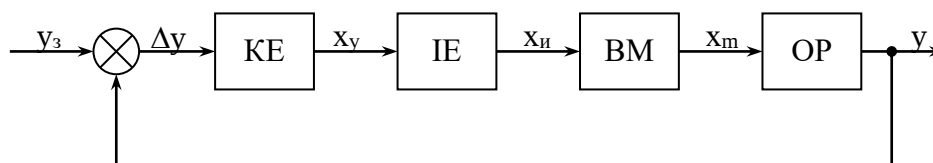


Рисунок 16.2 – Структурна схема імпульсної системи регулювання де IE - імпульсний елемент; KE - керуючий елемент; BM - виконавчий механізм; OP - об'єкт регулювання.

При роботі системи регулювання відхилення Δu після порівняльного елемента подається на керуючий елемент КЕ, у якому виробляється керуючий сигнал, що надходить на імпульсний елемент ІЕ. Керуючий елемент визначає закон регулювання. Вихідний сигнал імпульсного елемента являє собою послідовність імпульсів, що із визначеною періодичністю ($t=nT_u$) впливають на виконавчий механізм ВМ. Таким чином, передача керуючого сигналу на виконавчий механізм здійснюється шляхом модуляції імпульсів керуючим сигналом x_y .

У залежності від засобу модуляції системи імпульсного регулювання підрозділяються на три види. У імпульсному елементі першого виду при зміні значення вхідної величини x_y імпульсного елемента змінюється амплітуда імпульсів (рис.16.3), тобто здійснюється амплітудно-імпульсна модуляція. Пунктирною лінією на рис.16.3 показане переміщення вихідного вала виконавчого механізму x_m , на вхід якого надходять імпульси x_u . У імпульсному елементі другого виду при зміні значення вхідної величини x_y імпульсного елемента пропорційно їй змінюється тривалість імпульсів t_u , при $h_u=const$, тобто здійснюється широтно-імпульсна модуляція.

Вихідна величина імпульсного елемента третього виду являє собою послідовність імпульсів постійної амплітуди і постійної тривалості, а знак імпульсу визначається знаком вхідної величини ІЕ на момент знімання.

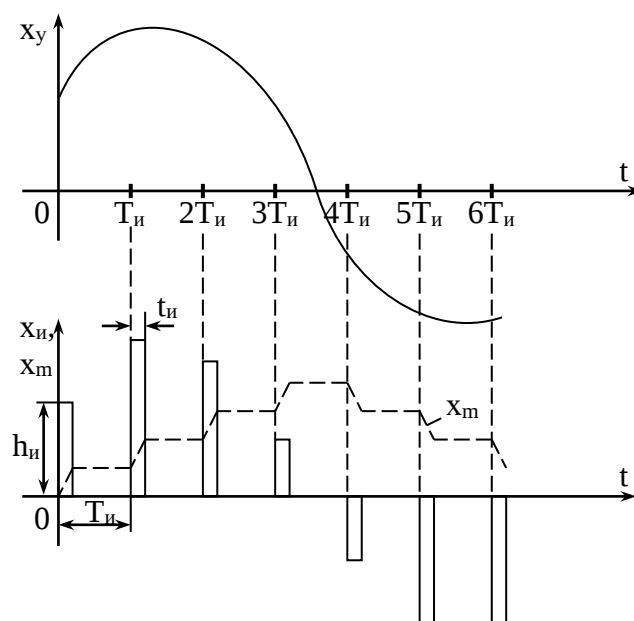


Рисунок 16.3. Графік роботи імпульсного елемента першого виду

У системах регулювання з імпульсним елементом першого виду швидкість виконавчого механізму пропорційна амплітуді імпульсу, а в інших двох системах - постійна, але в елементах другого виду час переміщення виконавчого механізму залежить від величини вхідного сигналу. Так як в системах з імпульсним елементом першого і другого видів сигнал, що надходить на виконавчий механізм, пропорційний керуючому сигналу, їх можна розглядати як аналоги неперервних лінійних систем, у той час як система з ІЕ третього виду є аналогом релейної системи регулювання (див. попередні лаб. раб.).

16.2 Стійкість і якість імпульсних систем регулювання

Поняття стійкості імпульсних систем формується точно так само, як і для безупинних систем регулювання. Стійкість імпульсних систем можна визначати практично за допомогою тих же критеріїв, що й стійкість безупинних лінійних автоматичних систем регулювання.

Розглянемо, як приклад, аналог критерію Найквіста. Імпульсна АСР стійка або нейтральна в розімкнутому стані, стійка у замкнутому, якщо АФХ розімкнутої системи при зміні частоти ω від 0 до $\omega_i/2$ не охоплює на компле-

кській площині точку з координатами $(-1; j0)$. Тут $\frac{\omega_i}{2} = \frac{\pi}{T}$. Єдина відмінність від неперервних систем полягає у тому, що інтервал виміру частоти складає від 0 до $\omega/2$ (а не від 0 до ∞).

Про стійкість розімкненої імпульсної системи можна судити по стійкості її неперервної частини, тому що полюси імпульсної системи (корені характеристичного рівняння) збігаються з полюсами передатної функції безупинної частини. Тому, якщо безупинна частина стійка, нейтральна або нестійка, то такою ж буде і розімкнута імпульсна система.

Основні визначення, що стосуються якості процесів у неперервних системах автоматичного регулювання, справедливі і для імпульсних систем. І ті й інші системи характеризуються такими показниками, як статична помилка, час регулювання та ін. Різниця лише в тому, що ці показники у випадку імпульсних систем визначають на підставі інформації про дискретні значення перехідної функції. Якщо частота роботи імпульсного елемента достатньо велика, то імпульсна система по своїх властивостях наближається до неперервної. При цьому дискретні значення сигналів на графіках з'єднуються плавними кривими, дослідження яких проводять методами, призначеними для неперервних систем.

16.3 Моделювання імпульсного елемента в MATLAB

Імпульсний елемент в MATLAB реалізується за допомогою елемента типу «ключ», що функціонує за таким алгоритмом:

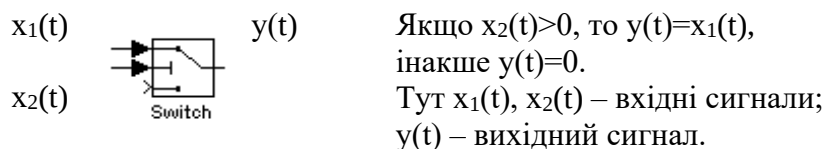


Рисунок 16.4 – Блок ключа з алгоритмом роботи

Для роботи блока встановлюємо параметри згідно меню.

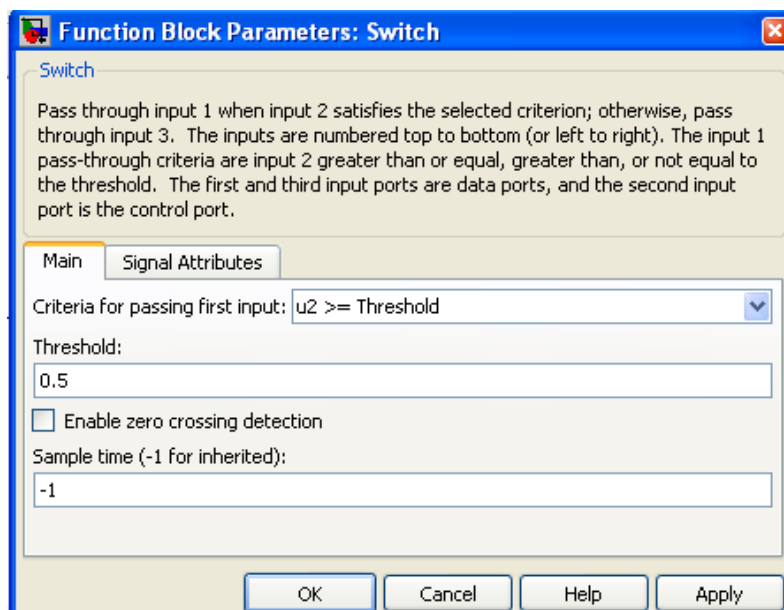


Рисунок 16.5 – Налаштування елемента ключ

Крім того, є блок генератора прямокутного сигналу:



Блок генерує прямокутний вихідний сигнал (меандру). Для роботи блока необхідно задати період сигналу T_k , с. З'єднавши зазначені блоки за схемою (рис.16.6), одержимо схему імпульсного елемента:

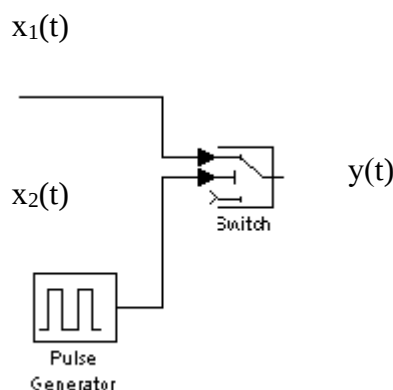


Рисунок 16.6. Схема імпульсного елемента

де $x_1(t)$ - аналоговий вхідний сигнал (сигнал типу “стрибок.

Так як за умовою роботи ключа $x_2(t) > 0$, негативні півхвилі прямого вхідного сигналу $x_2(t)$ не використовуються, на виході ключа сигнал буде мати вигляд імпульсів з амплітудою вхідного сигналу з періодом T_k .

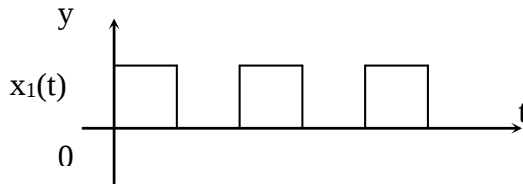


Рисунок 16.7. Сигнал $y(t)$ на виході елемента ключ

16.4 Завдання

Задано структурну схему АСР, приведену на рис.16.8.

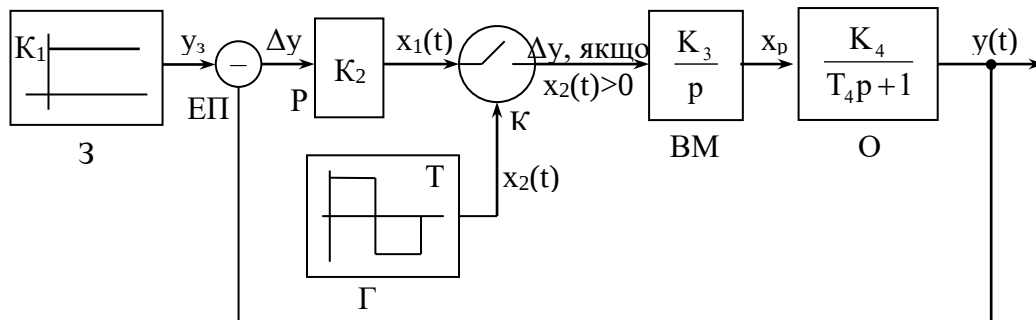


Рисунок 16.8. Структурна схема імпульсної АСР

де Γ - генератор; $З$ – формувач заданого впливу; P - регулятор; K - ключ; BM - виконавчий механізм; O - об'єкт.

Вихідні дані наведені у табл.16.1.

Таблиця 16.1. Вихідні дані

Параметр	Номер варіанта										Примітка
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
K_4	0,3	0,5	1	0,8	0,6	0,1	0,3	0,6	0,3	0,2	$K_1=5,0$ $K_2=1,0$ $K_3=0,1$
T_4	50	30	200	40	30	45	25	200	20	35	
T_k, c	30	15	30	15	15	20	5	10	10	1	
Час розрахунку t_p	400	200	1500	400	200	950	500	1000	500	600	

Необхідно дослідити перехідні процеси в імпульсній АСР на виході кожного блоку, вивчити і проаналізувати проходження сигналу по блокам системи, дослідити вплив параметрів системи (T_k , K_2 , T_4) на перехідний процес.

16.5 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

3. Набрати в MATLAB схему імпульсної АСР з вихідними даними, відповідно до табл.16.1.
4. Запустити задачу на рішення в режимі імітаційного моделювання.
5. Отримати графіки перехідних процесів на виході кожної ланки схеми.
6. Вивчити вплив на перехідні процеси параметрів: імпульсного елемента (T_k), пропорційного регулятора (K_2), об'єкта (T_4) (для цього послідовно зробити значення кожного параметра спочатку менше, а потім більше заданого).
7. Зробити висновки про вплив зазначених параметрів на характер перехідних процесів в системі.
- 8.

16.6 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Структурна схема імпульсної АСР з вихідними даними.
4. Графіки перехідних процесів на виході кожної ланки, отримані по вихідним даним.
5. Висновки про вплив параметрів системи на характер перехідних процесів.

16.7 Контрольні питання

1. Поняття про імпульсні системи.
2. Засіб квантування сигналу за часом.
3. Засіб квантування сигналу за рівнем.

4. Комбінований засіб квантування сигналу.
5. Визначення імпульсної, релейної і цифрової системи.
6. Структурна схема імпульсної АСР.
7. Режим амплітудної модуляції імпульсного елемента.
8. Режим широтної модуляції імпульсного елемента.
9. Режим широтно-імпульсної модуляції.
10. Ознаки стійкості імпульсної АСР.
11. Показники якості імпульсної АСР.
12. Коли використання імпульсної АСР особливо ефективно?
13. Зобразіть і поясніть роботу схеми імпульсного елемента в MATLAB.

17. Заняття № 17

Системи з цифровим регулятором

Мета роботи: розрахунок, дослідження та комп'ютерне моделювання, цифрових систем автоматичного регулювання.

17.1 Основні теоретичні відомості

Об'єкт управління. Лінійна математична модель, що описує поведінку об'єкта управління наведена у табл.17.1 в формі передаточної функції.

Регулятор. В системі може бути встановлений пропорційний (П), або пропорційно-інтегральний (ПІ) регулятор, роль якого виконує ЕОМ.

Структурна схема системи показана на рис.17.1.

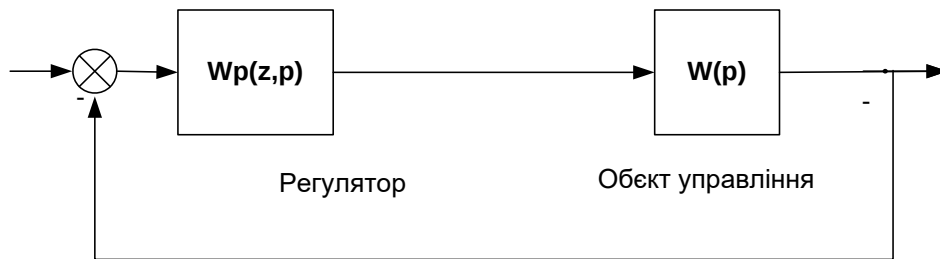


Рисунок 17.1. Структурна схема системи

17.2 Приклад виконання розрахунків

Приклад 1. Для заданої структурної схеми системи рис.17.1 знайти дискретні передатні функції розімкненої системи $W(z)$ і замкнутої системи $\Phi(z)$ в припущенні, що запізнювання цифрової обчислювальної машини (ЦОМ) відсутнє і можна нехтувати впливом квантування по рівню, тобто можна розглядати лінійне завдання.

$Kp=1$, розглядаємо задачу без регулятора.

Перетворена функція безперервної частини має вигляд:

$$W(p) = \frac{K}{p(1 + T_1 \cdot p)}. \quad (17.1)$$

Чисельні значення коефіцієнтів: загальний коефіцієнт підсилення $K=10$ сек⁻¹, постійна часу $T_1=0,05$ с і період дискретності ЦОМ $T_0=0,1$ с.

Розв'язок:

Передатна функція $W(z)$ розімкнутої системи може бути знайдена згідно:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} \sum_{n=0}^{\infty} h(nT_0) z^{-n} = \frac{z-1}{z} F(z), \quad (17.2)$$

Де $h(nT_0)$ – перехідна функція безперервної частини в дискретні моменти часу ($n=0,1,2,\dots$), а $F(z)$ є z -перетворенням цієї функції.

Перехідна функція для (17.1) має вигляд:

$$h(t) = K \left[t - T_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \right]. \quad (17.3)$$

По таблиці z -перетворення знаходимо:

$$F(z) = K \left[\frac{T_0 \cdot z}{z-1} - T_1 \frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)} \right], \quad (17.4)$$

де $d = e^{-\frac{T_0}{T_1}} = e^{-2} = 0,135$.

З (17.2) знаходимо передаточну функцію розімкнутої системи:

$$W(z) = K \left[\frac{T_0}{z-1} - \frac{T_1(1-d)}{z-1} \right] = \frac{k \cdot T_0 \left(z - d - \frac{T_1}{T_0} (1-d)(z-1) \right)}{(z-1)(z-d)}. \quad (17.5)$$

Оскільки перехідна функція $h(t)$ є перетворенням Лапласа від передатної функції безперервної частини $W(p)$, що ділиться на p , тобто:

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}, \quad (17.6)$$

то часто використовують символічний запис формули (17.2):

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{W(p)}{p} \right\}. \quad (17.7)$$

При цьому дискретна передатна функція може визначатися в наступній послідовності:

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ \frac{K}{p^2(1+T_1p)} \right\} = K \frac{z-1}{z} Z \left\{ -\frac{T_1}{p} + \frac{1}{p^2} + \frac{1}{p + \frac{1}{T_1}} \right\}. \quad (17.8)$$

z- перетворення кожного доданку в правій частині (17.8) неважко визначити, скориставшись таблицею z- перетворень:

$$W(z) = K \frac{z-1}{z} \left[-\frac{T_1 \cdot z}{z-1} + \frac{T_0 \cdot z}{(z-1)^2} + \frac{T_1 \cdot z}{z-d} \right] = K \left[-T_1 + \frac{T_0}{(z-1)} + \frac{T_1 \cdot (z-1)}{z-d} \right] =$$

$$= \frac{K \cdot T_0 \left[z-d - \frac{T_1}{T_0} (1-d)(z-1) \right]}{(z-1)(z-d)} . \quad (17.9)$$

Остаточний вираз (12.9), природно, співпадає з (17.5). Підстановка чисельних значень дає:

$$W(z) = \frac{0,568z + 0,297}{(z-1)(z-d)} . \quad (17.10)$$

Передатна функція замкнутої системи:

$$\Phi(z) = \frac{W(z)}{1+W(z)} = \frac{0,568z + 0,297}{z^2 - 0,567z + 0,432} . \quad (17.11)$$

У разі включеного регулятора, знаходимо критичне значення Kp , використовуючи перетворення:

$$z = \frac{1+\varpi}{1-\varpi} . \quad (17.12)$$

Знайдемо частоту зрізу для заданої перехідної функції. Для цього необхідно перевести її в частотну область по формулах переходу:

$$z = \frac{1+\varpi}{1-\varpi} ; \quad \varpi = j\lambda \frac{T_0}{2} . \quad (17.13)$$

Отримаємо перехідну функцію в частотній області:

$$W(j \cdot \lambda) = \frac{0,586 \frac{1+j \cdot \lambda \cdot 0,05}{1-j \cdot \lambda \cdot 0,05} + 0,297}{\left(\frac{1+j \cdot \lambda \cdot 0,05}{1-j \cdot \lambda \cdot 0,05} - 1 \right) \left(\frac{1+j \cdot \lambda \cdot 0,05}{1-j \cdot \lambda \cdot 0,05} - 0,135 \right)} . \quad (17.14)$$

Частоту зрізу можна знайти виходячи з рівняння:

$$|W(j \cdot \lambda)| = 1 . \quad (17.15)$$

Вирішивши його одержимо: $\lambda_{cp} = 9,499c^{-1}$.

Запас по фазі можна знайти по формулі:

$$\mu = 90^\circ - \arctg\left(\frac{\operatorname{Re}(W(j \cdot \lambda))}{\operatorname{Im}(W(j \cdot \lambda))}\right) = 84,281^\circ. \quad (17.16)$$

Фазовий зсув по модулю досягає 180° при $\lambda \rightarrow \infty$:

$$\beta = \frac{1}{|W(j \cdot \lambda)|} = 8,376. \quad (17.17)$$

При визначенні показника коливальності треба використати частотну показову функцію замкнутої системи:

$$\Phi(j \cdot \lambda) = \frac{W(z)}{1+W(z)} = \frac{0,568 \frac{1+j \cdot \lambda \cdot 0,05}{1-j \cdot \lambda \cdot 0,05} + 0,297}{\left(\frac{1+j \cdot \lambda \cdot 0,05}{1-j \cdot \lambda \cdot 0,05}\right)^2 - 0,567 \frac{1+j \cdot \lambda \cdot 0,05}{1-j \cdot \lambda \cdot 0,05} + 0,432}. \quad (17.18)$$

Максимальне значення модуля останнього виразу дорівнюватиме показнику коливальності:

$$A(\lambda) = |\Phi(j \cdot \lambda)|; \Rightarrow \frac{dA(\lambda)}{dt} = 0. \quad (17.19)$$

Приклад 2.

Ускладнимо завдання включивши в контур регулятор.

Закони регулювання:

Для опису основних законів регулювання необхідно зробити ряд допущень. Допустимо, що демодулятор виконаний у вигляді екстраполятора нульового порядку, що має передатну функцію виду:

$$a_0 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 y = b_0 x, \quad (17.20)$$

то передатна функція цифрового демодулятора:

$$W_{\partial n}(z, p) = \frac{z-1}{z};$$

$$W_{\partial n}^n(p) = \frac{1}{p}. \quad (17.21)$$

Тоді:

$$K^*(z) = \frac{T \cdot W_p^{\text{жс}}(p)}{\frac{1}{p}} = T \cdot p \cdot W_p^{\text{жс}}(p). \quad (17.22)$$

Передатна функція цифрового регулятора:

$$W_p^*(z) = \frac{T \cdot p \cdot W_p^{\text{жс}}(p)}{\frac{z-1}{z}} = \frac{z}{z-1} T \cdot p \cdot W_p^{\text{жс}}(p). \quad (17.23)$$

Підставляючи тепер передатні функції типових лінійних регуляторів, отримаємо:

Інтегральний закон регулювання:

$$a_0 \frac{d^3 y}{dt^3} + a_1 \frac{d^2 y}{dt^2} + a_2 \frac{dy}{dt} + a_3 y = b_0 x. \quad (17.24)$$

Пропорційний закон регулювання:

$$\begin{aligned} W_p^{\text{жс}}(p) &= K_u; \\ K^*(z) &= T \cdot p \cdot W_p^{\text{жс}}(p) = T \cdot p \cdot K_u; \end{aligned} \quad (17.25)$$

Отже, йдеться про знаходження дискретної системи такої, що реалізує операцію цифрового диференціювання. Передатну функцію цифрового диференціатора можна вибрати у вигляді зворотних цифрових інтеграторів. Передатна функція цифрового диференціатора, зворотна передатній функції цифрового інтегратора, що виконує інтеграцію за правилом прямокутників, має вигляд:

$$W_s^*(z) = \frac{1}{p} \frac{z-1}{z};. \quad (17.26)$$

Для такого диференціатора передатна функція цифрового регулятора має вигляд:

$$\begin{aligned} W_p^{\text{жс}}(z) &= \frac{z}{z-1} K^*(z) = \frac{z}{z-1} T \cdot K_u \frac{1}{T} \frac{z-1}{z} = K_u; \\ W_p^{\text{н}}(z, p) &= \frac{1}{T} W_p^*(z) \cdot W_{\text{дн}}(z, p) = \frac{1}{T} K_u \frac{z-1}{z \cdot p} = \frac{K_u}{T \cdot p} \frac{z-1}{z};, \\ W_p^{\text{н}}(p) &= \frac{K_u}{T \cdot p} \frac{e^{T \cdot p} - 1}{e^{T \cdot p}} = \frac{K_u}{T \cdot p} (1 - e^{-T \cdot p}); \end{aligned} \quad (17.27)$$

ПІ-закон регулювання:

Може бути реалізований інтегратором, і пропорційним регулятором:

$$W_{pu}^*(z) = \frac{T \cdot K_u \cdot z}{z-1};$$

$$W_{pn}^*(z) = K_n;$$

$$W_{pun}^*(z) = W_{pn}^*(z) + W_{pu}^*(z) = \frac{T \cdot K_u \cdot z}{z-1} + K_n = \frac{T \cdot K_u \cdot z + K_n(z-1)}{z-1} = K_n \frac{\left(\frac{T}{T_u} + 1\right)z - 1}{z-1};$$

$$W_{pun}^H(z, p) = \frac{1}{T} W_{pun}^*(z) \cdot W_{\partial M}^*(z, p) = \frac{1}{T} K_n \frac{\left(\frac{T}{T_u} + 1\right)z - 1}{z-1} \frac{z-1}{p \cdot z} = \frac{K_n}{p \cdot T} \left(\frac{T}{T_u} + 1 - z^{-1}\right); \quad (17.28)$$

$$W_{pun}^H(p) = \frac{K_n}{p \cdot T} \left(\frac{T}{T_u} + 1 - e^{-T \cdot p}\right);$$

$$K_u = \frac{K_n}{T_u};$$

$$T_u = \frac{K_n}{K_u};$$

ПІД- закон регулювання:

Підставляючи в:

$$K^*(z) = T \cdot W_p^{\text{жс}}(p) \leftarrow W_p^{\text{жс}}(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_u \cdot p} + T_\partial \cdot p\right), \quad (17.29)$$

отримаємо:

$$K^*(z) = T \cdot K_n \left(\frac{T}{T_u} + T \cdot p + T_\partial \cdot T \cdot p^2\right). \quad (17.30)$$

Якщо використати диференціатор з передатною функцією виду:

$$W_\partial^*(z) = \frac{1}{T} \frac{z-1}{z}; \quad (17.31)$$

$$K^*(z) = \frac{K_u \left(\frac{T}{T_u} + 1 + \frac{T_\partial}{T}\right) z^2 - \left(1 + \frac{2T_\partial}{T}\right) z + \frac{T_\partial}{T}}{z^2}; \quad (17.32)$$

$$W_p^*(z) = K_u \frac{\left(\frac{T}{T_u} + 1 + \frac{T_\partial}{T}\right) z^2 - \left(1 + \frac{2T_\partial}{T}\right) z + \frac{T_\partial}{T}}{z(z-1)};$$

Передатна функція еквівалентного безперервного регулятора набуде вигляду:

$$\begin{aligned} W_p^u(z, p) &= \frac{K_u}{p} \left[\left(\frac{T}{T_u} + 1 + \frac{T_\partial}{T} \right) - \left(1 + \frac{2T_\partial}{T} \right) z^{-1} + \frac{T_\partial}{T} z^{-2} \right]; \\ W_p^u(p) &= \frac{K_u}{p} \left[\left(\frac{T}{T_u} + 1 + \frac{T_\partial}{T} \right) - \left(1 + \frac{2T_\partial}{T} \right) e^{-T \cdot p} + \frac{T_\partial}{T} e^{-2T \cdot p} \right]; \end{aligned} \quad (17.33)$$

17.3 Постановка задачі

У роботі розглядається система регулювання яка в своєму контурі має цифрову обчислювальну машину (ЕОМ). У роботі необхідно:

1. Визначити передаточну функцію $F(z)$ розімкненої та замкнутої системи (рис.17.1).
2. Визначити критичне значення K_p регулятора, коли система знаходиться на межі стійкості при періоді квантування $T_0=0,1T_{об}$.
3. Визначити частоту зрізу.
4. Визначити запас стійкості по фазі і модулю.
5. Визначити показник коливальності.
6. Побудувати модель цифрової системи в середовищі Matlab/Simulink.
7. Порівняти перехідні процеси в цифровій системі при зміні періоду квантування:
 - $T_{01}=0,5 T_{об}$,
 - $T_{02}=T_{об}$
 - $T_{03}=10 T_{об}$
8. Пояснити ефекти, що спостерігається при збільшенні інтервалу квантування.
9. Для останнього варіанта розрахувати перерегулювання і час перехідного процесу.

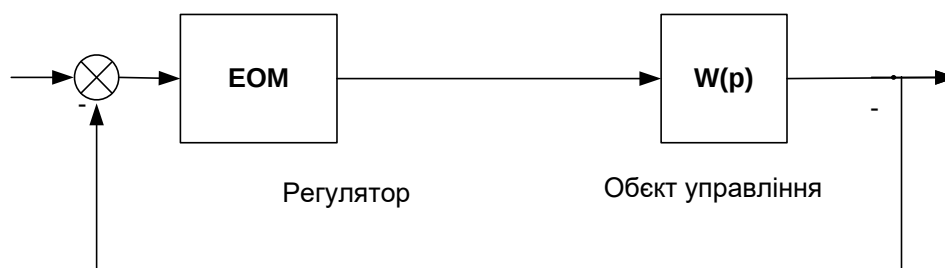


Рисунок 17.2 – Функціональна схема системи

17.4 Варіанти завдань

Таблиця 17.1 Вихідні дані

№ вар.	Тип регулятора	K_{pn}	T_u	$T_1 = T_{об}$	K	$W_o(p)$
1	П	1	0,1	0,01	1	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
2	ПІ	1	0,1	0,02	2	$\frac{K}{p}$
3	П	1	0,1	0,03	3	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
4	ПІ	1	0,1	0,04	4	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
5	П	1	0,1	0,05	5	$\frac{K}{p}$
6	ПІ	1	0,1	0,06	6	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
7	П	1	0,1	0,07	7	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
8	ПІ	1	0,1	0,08	8	$\frac{K}{p}$
9	П	1	0,1	0,09	9	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
10	ПІ	1	0,1	0,1	10	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
11	П	1	0,1	0,11	11	$\frac{K}{p}$
12	ПІ	1	0,1	0,12	12	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
13	П	1	0,1	0,13	13	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
14	ПІ	1	0,1	0,14	14	$\frac{K}{p}$

15	Π	1	0,1	0,15	15	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
16	ΠΙ	1	0,1	0,16	16	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
17	Π	1	0,1	0,17	17	$\frac{K}{p}$
18	ΠΙ	1	0,1	0,18	18	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
19	Π	1	0,1	0,19	19	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
20	ΠΙ	1	0,1	0,2	20	$\frac{K}{p}$
21	Π	1	0,1	0,21	21	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
22	Π	1	0,1	0,22	22	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$
23	ΠΙ	1	0,1	0,23	23	$\frac{K}{p}$
24	Π	1	0,1	0,24	24	$\frac{K}{p \cdot (T_1 \cdot p + 1)}$
25	Π	1	0,1	0,25	25	$\frac{K}{T_1 \cdot p + 1}$

Таблиця 17.2. Таблиця перетворень

№	Оригінал $f(t)$	Перетворення Лапласа $F_L(p)$	Z-перетворення $F(z)$	Модифіковане z-перетворення $F(z, \vartheta)$
1	$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$\frac{z}{z-1}$	$\frac{z}{z-1}$
2	t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{T_o \cdot z}{(z-1)^2}$	$\frac{T_o \cdot z}{(z-1)^2} + \frac{\sigma \cdot T_o \cdot z}{z-1}$
3	$\frac{1}{2}t^2$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{T_o^2 \cdot (z+1)}{2 \cdot (z-1)^3}$	$\frac{T_o^2 \cdot z}{(z-1)^3} + \frac{(1+2\sigma)T_o^2 \cdot z}{2(z-1)^2} + \frac{(T_o\sigma)^2 \cdot z}{2(z-1)^2}$
4	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$	$\frac{z}{z-d}, d = e^{-\alpha T_o}$	$\frac{z \cdot d^\sigma}{z-d}$
5	$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$	$\frac{(1-d)z}{(z-1)(z-d)}, d = e^{-\alpha T_o}$	$\frac{z}{z-1} - \frac{z \cdot d^\sigma}{z-d}$
6	$\sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{p^2 + \beta^2}$	$\frac{z \cdot \sin(\beta T_o)}{z^2 - 2z \cdot \cos(\beta T_o) + 1}$	$\frac{z^2 \cdot \sin(\sigma \cdot \beta \cdot T_o) + z \cdot \sin(\delta \cdot \beta \cdot T_o)}{z^2 - 2z \cdot \cos(\beta \cdot T_o) + 1}, \delta = 1 - \sigma$
7	$\cos(\beta t)$	$\frac{p}{p^2 + \beta^2}$	$\frac{z^2 - z \cdot \cos(\beta T_o)}{z^2 - 2z \cdot \cos(\beta T_o) + 1}$	$\frac{z^2 \cdot \cos(\sigma \cdot \beta \cdot T_o) - z \cdot \cos(\delta \cdot \beta \cdot T_o)}{z^2 - 2z \cdot \cos(\beta \cdot T_o) + 1}$
8	$e^{-\alpha t} \cdot \sin(\beta t)$	$\frac{\beta}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\frac{z \cdot d \cdot \cos(\beta T_o)}{z^2 - 2z \cdot d \cdot \cos(\beta T_o) + d^2}$	$zd^\sigma \left(\frac{z \cdot \sin(\sigma \cdot \beta \cdot T_o) + d \cdot \sin(\delta \cdot \beta \cdot T_o)}{z^2 - 2z \cdot d \cdot \cos(\beta \cdot T_o) + d^2} \right)$
9	$e^{-\alpha t} \cdot \cos(\beta t)$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2 + \beta^2}$	$\frac{z^2 - z \cdot d \cdot \cos(\beta T_o)}{z^2 - 2z \cdot d \cdot \cos(\beta T_o) + d^2}$	$zd^\sigma \left(\frac{z \cdot \cos(\sigma \cdot \beta \cdot T_o) - d \cdot \cos(\delta \cdot \beta \cdot T_o)}{z^2 - 2z \cdot d \cdot \cos(\beta \cdot T_o) + d^2} \right)$

17.5 Порядок виконання роботи

Підготовка до роботи в лабораторії:

1. Вивчити інструкцію до лабораторної роботи.
2. Підготувати розрахунки та відповіді на контрольні питання.

Робота в лабораторії:

1. Виконати розрахунок критичного значення K_p регулятора, коли система знаходиться на межі стійкості при періоді квантування $T_0=0,1T_{об}$.

2. Виконати для стійкої системи (розрахунок K_{pl}):

- Розрахувати частоту зрізу.
- Визначити запас стійкості по фазі і модулю.
- Визначити показник коливальності.

3. Набрати в MATLAB схему АСР зі своїми вихідними даними.

4. Запустити задачу в режимі імітаційного моделювання.

5. Отримати графіки перехідних процесів при критичному значенні K_p регулятора, коли система знаходиться на межі стійкості при періоді квантування $T_0=0,1T_{об}$ і для стійкої системи K_{pl} .

6. Отримати графіки перехідних процесів в цифровій системі при зміні періоду квантування при K_{pl} :

- $T_{01}=0,5T_{об}$,
- $T_{02}=T_{об}$
- $T_{03}=10T_{об}$

7. Зробити висновки про вплив зазначених параметрів на характер перехідних процесів в системі.

17.6 Зміст звіту по роботі

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Стислий опис системи і постановка задачі.

4. Розрахунок критичного значення K_p регулятора, коли система знаходиться на межі стійкості при періоді квантування $T_0=0,1T_{об}$.
5. Розрахунок:
 - розрахунок частоти зрізу;
 - визначити запас стійкості по фазі і модулю;
 - визначити показник коливальності;
6. Схема моделі, побудованої в середовищі Simulink (для копіювання моделі в буфер обміну треба вибрати команду верхнього меню *Edit - Copy model to clipboard* у вікні моделі);
7. Результати моделювання (графіки перехідних процесів) згідно завдання;
8. Пояснення результатів та висновки по роботі.

17.7 Контрольні питання і завдання

1. Що таке квантування?
2. Що таке квантування по часу?
3. Що таке квантування по рівню?
4. Як виконуються розрахунки згідно завдання ?
5. Прокоментуйте хід виконання роботи.
6. Поясніть поняття дискретне перетворення Лапласа і z-перетворення
7. Як визначається передаточна функція дискретної системи?

18. Заняття № 18

Цифрові системи управління

Мета роботи: освоєння технології моделювання в середовищі Matlab/Simulink. Освоєння методу цифрового переустаткування безупинного регулятора.

18.1 Основні теоретичні відомості

Об'єкт управління. Лінійна математична модель першого порядку, що описує курсові коливання судна судна, має вигляд:

$$\begin{aligned}\dot{\varphi} &= \omega_y \\ \dot{\omega}_y &= -\frac{1}{T_s} \omega_y + \frac{K}{T_s} \delta,\end{aligned}\tag{18.1}$$

де φ – кут курсових коливань судна (кут відхилення від заданого курсу), ω_y – кутова швидкість обертання навколо вертикальної осі, δ – кут повороту вертикального руля щодо положення рівноваги, T_s – постійна часу, K – постійний коефіцієнт, що має розмірність сек^{-1} .

Передатна функція від кута повороту руля до кута курсових коливань записується у виді:

$$F(s) = \frac{K}{s(T_s s + 1)}.\tag{18.2}$$

У лабораторній роботі досліджується модель судна-сухогруза: $T_s=18,2$ сек, $K=0,0694 \text{ сек}^{-1}$.

Привод (рульова машина) спрощено моделюється ланкою першого порядку:

$$H(s) = \frac{K_R}{T_R s + 1},\tag{18.3}$$

з параметрами $T_R=2\text{сек}$, $K_R=1$.

Для виміру кута курсових коливань судна використовується гірокомпас, математична модель якого записується у вигляді аперіодичної ланки першого порядку з передатною функцією:

$$G(s) = \frac{K_{oc}}{T_{oc} s + 1},\tag{18.4}$$

де для даної системи $T_{oc}=6$ сек, $K_{oc}=1$.

Структурна схема системи стабілізації показана на рис.18.1.

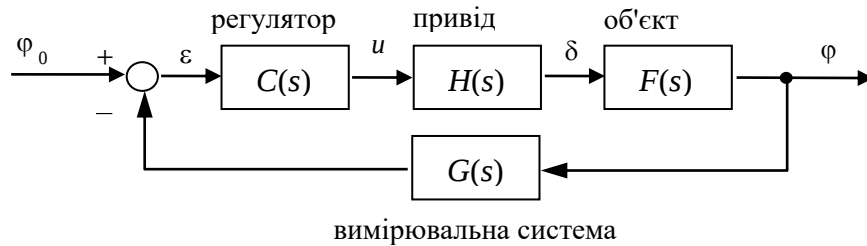


Рисунок 18.1. Структурна схема системи стабілізації судна на курсі

Регулятор. На судні встановлений пропорційно-інтегрально-диференціальний (ПІД) безупинний регулятор, що описується передаточною функцією:

$$C(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T_V s + 1} \right), \quad (18.5)$$

з параметрами $K_c=0,8$, $T_I=1000$ сек, $T_D=T_S=18,2$ сек, $T_V=1$ сек.

Приклад.

Підготування вихідних даних:

1. Запустіть систему Matlab;
2. Введіть дані для передаточної функції $F(s)$:

Ts = 18.2;

K = 0.0694;

F = tf(K, [Ts 1 0])

[n,d] = tfdata(F, 'v')

Останній рядок означає, що чисельник і знаменник скалярної передаточної функції $F(s)$ записані в поліном n і d .

3. Аналогічно опишіть всі інші передаточні функції (ці операції можна виконати інакше, написавши скрипт на мові системи Matlab у виді файла).

Модель безупинної системи:

1. Запустіть пакет Simulink, набравши у командному вікні системи Matlab

>> simulink

2. Створіть нову модель (**File - New - New model**).

3. Виберіть групу елементів **Continuous** у вікні **Simulink Library Browser** і перетягніть у вікно нової моделі елемент **Transfer Fcn** (передаточна функція).

Подвійним кліком мишею відкрийте меню цього блоку і введіть n у поле *Numerator* і d у поле *Denominator*. Це означає, що чисельник і знаменник передаточної функції $F(s)$ повинні бути задані в командному вікні системи Matlab як поліном з іменами n і d .

В цьому блоці правою кнопкою миші виберіть пункт **Format - Flip name** з контекстного меню. При цьому назва блока повинна переміститися нагору. В

вікна **Simulink Library Browser** у вікно моделі. Двічі клацніть мишею по цьому блоку і введіть 0 у поле *Step time* і $10 \cdot \pi / 180$ у поле *Final value* (зміна курсу на 10 градусів).

Для створення елемента суматора перемістіть блок **Math operation - Sum** із вікна Simulink Library Browser у вікно моделі.

Подвійним кліком мишею по цьому блоку введіть $\pm$ у поле **List of signs** (другий вхід – від'ємний зворотний зв'язок).

Для того, щоб на виході одержати значення кута курсових коливань судна і кута перекладки руля в градусах, додайте в модель два блоки-підсилювачі (**Math operations - Gain**). Для кожного з них виберіть (подвійним кліком на блок) коефіцієнт підсилення $180/\pi$.

Для перегляду графіків зміни кута курсових коливань судна і кута перекладки руля додайте в модель два блоки-осцилографи (**Sinks - Scope**).

З'єднаєте потрібні входи і виходи блоків. Для цього треба натиснути ліву кнопку миші на виході елемента-джерела сигналу і вести мишу до потрібного входу елемента-приймача, де відпустити кнопку миші. Для того, щоб зробити розвилку, наприклад, при створенні лінії зворотного зв'язку, треба натиснути на праву кнопку миші в потрібному місці лінії і, не відпускаючи її, протягнути лінію до входу потрібного блока. У результаті повинна утворитися схема, показана на рис.18.2.

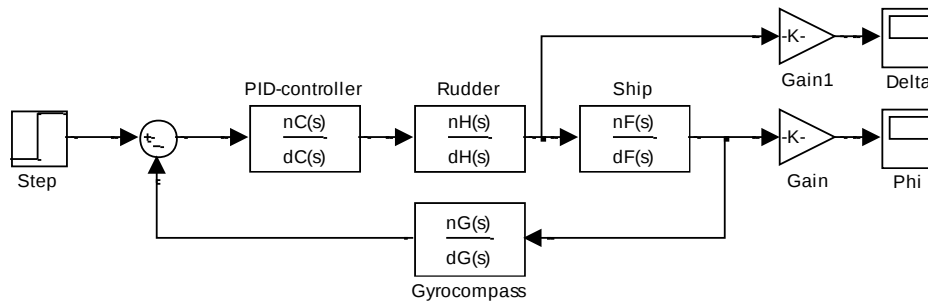


Рисунок 18.2. Модель безупинної системи стабілізації

Моделювання.

Для установки часу моделювання (150 секунд) у вікні моделі виберіть пункт меню **Simulation - Parameters** і встановіть для параметра **Stop time** значення 150.

Для того, щоб почати моделювання, клацніть по кнопці  або виберіть пункт меню **Simulation - Start**.

Для того, щоб подивитися графіки, клацніть двічі по блоку **Scope**. Якщо графік не поміщається у вікно, для автоматичного масштабування клацніть по кнопці  у вікні графіка, а потім – по кнопці  (щоб запам'ятати налаштування). У такий спосіб настройте вікна обох елементів.

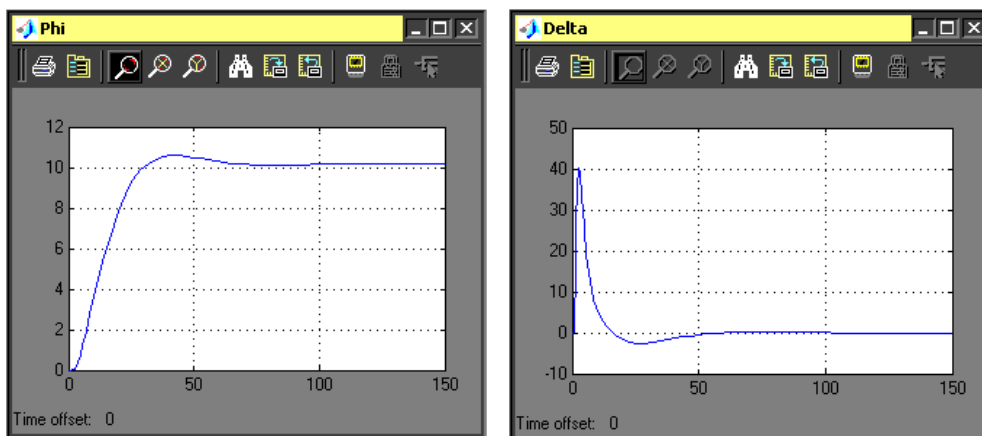


Рисунок 18.3. Графік вихідного сигналу

Переустаткування безупинного регулятора.

Перейдіть у командне вікно системи Matlab. Для побудови дискретного регулятора, переустаткованого по методу Тастина, уведіть команди:

```
>> T = 1;
>> Cd = c2d ( C, T, 'tustin' );
```

```
>> [nCd,dCd] = tfdata ( Cd, 'v' ) ;
```

Перша з них визначає інтервал квантування (1 сек), друга - будує дискретний регулятор, отриманий із регулятора *C* за допомогою перетворення Тастина, а третя виділяє його чисельник і знаменник.

Моделювання цифрової системи управління:

1. Перейдіть у вікно моделі системи. На цьому етапі треба побудувати модель цифрової системи і порівняти її з вихідною моделлю. Для цього зробимо так, щоб кожний елемент **Scope** виводив два сигнали (від безупинної і цифрової систем).

2. Обведіть рамкою (при натиснутій лівій кнопці миші) два елементи **Scope** разом із підсилювачами і відокреміть їх від системи, перетягуючи при натиснутій клавіші **Shift**.

3. Виділіть всі елементи замкнутого контуру і скопіюйте їх (перетягуючи при натиснутій клавіші **Ctrl**) на вільне місце нижче першої схеми.

4. У новій схемі видаліть блок, що відповідає безупинному регулятору, і встановіть на його місце блок типу **Discrete Transfer Fcn** із групи **Discrete**. Зробіть подвійне натискання мишею по цьому блоку і введіть **nCd** поле **Numerator**, **dCd** поле **Denominator** і **T** поле **Sample time**.

5. Для того, щоб об'єднати два сигнали в один векторний сигнал, використовують блок-мультиплексор. Перетягніть два таких блоки (блоки **Mux** із групи **Signal routing** або, в інших версіях, із групи **Connections**) у свою модель. На вхід одного мультиплексора подайте сигнали виходу безупинної і цифрової систем (кути курсових коливань судна), а на входи другого - сигнали управління (кути повороту руля). Виходи мультиплексорів з'єднайте з входами підсилювачів перед блоками-осциллографами. Тепер у вікні осциллографів виведені два графіки.

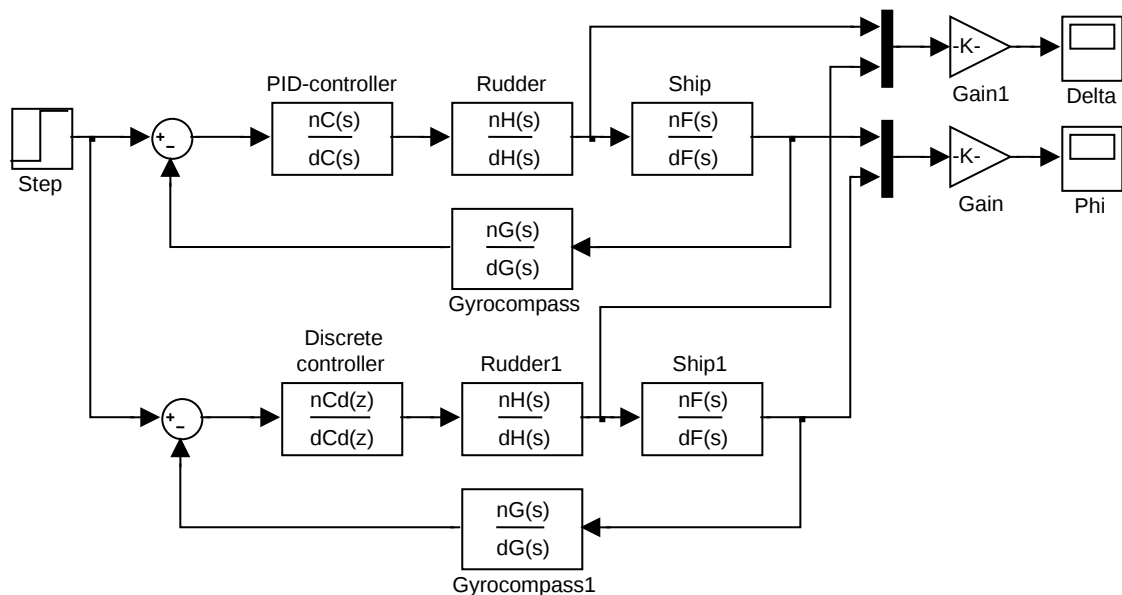


Рисунок 18.4. Модель для порівняння безупинної і цифрової систем

6. Виконайте моделювання цієї системи.
7. Виконайте переустаткування для інтервалу квантування 5 сек і наново проведіть моделювання. Поясніть отримані результати.
8. По графіку визначте час перехідного процесу і перерегулювання для безупинної і цифрової систем.

18.2 Постановка задачі

У роботі розглядається задача стабілізації судна на курсі.

Необхідно:

1. Побудувати модель безупинної системи в середовищі Matlab/Simulink.
2. Побудувати перехідний процес у безупинній системі при зміні курсу на 10 градусів.
3. Виконати переустаткування безупинного регулятора за допомогою перетворення Тастина $s = \frac{2}{T} \cdot \frac{z-1}{z+1}$ при виборі інтервалу квантування $T = 1$ сек.
4. Побудувати модель цифрової системи в середовищі Matlab/Simulink.
5. Порівняти перехідні процеси в безупинній і цифровій системах при зміні курсу на 10 градусів.

6. Повторити процедуру для інтервалу квантування $T=5$ сек, пояснити ефекти, що спостерігаються при збільшенні інтервалу квантування.

7. Для останнього варіанта розрахувати перерегулювання і час перехідного процесу.

18.3 Варіанти завдань

Таблиця 18.1 Вихідні дані

№ вар.	T_S	T_R	K	K_R	T_{oc}	K_{oc}	K_c	T_I	$T_D = T_S$	T_V
1	18,20	2	0,07	1	6	1	0,80	1000	18,20	1
2	19,02	3	0,07	1	5	1	0,47	831	19,02	1
3	18,87	4	0,04	1	3	1	0,50	920	18,87	1
4	18,48	5	0,02	1	1	1	0,61	933	18,48	1
5	18,34	2	0,06	1	3	1	0,63	863	18,34	1
6	18,22	3	0,06	1	2	1	0,24	943	18,22	1
7	18,84	4	0,07	1	5	1	0,93	854	18,84	1
8	18,69	5	0,05	1	6	1	0,82	976	18,69	1
9	18,69	2	0,05	1	3	1	0,38	846	18,69	1
10	18,93	3	0,00	1	5	1	0,53	986	18,93	1
11	18,51	4	0,06	1	4	1	0,30	858	18,51	1
12	18,22	5	0,02	1	4	1	0,02	917	18,22	1
13	18,59	2	0,02	1	5	1	0,05	822	18,59	1
14	18,60	3	0,06	1	5	1	0,19	926	18,60	1
15	18,45	4	0,06	1	3	1	0,55	886	18,45	1
16	18,33	5	0,03	1	4	1	0,70	847	18,33	1
17	18,60	6	0,04	1	3	1	0,68	848	18,60	1
18	18,81	3	0,04	1	4	1	0,39	825	18,81	1
19	18,27	5	0,01	1	5	1	0,79	905	18,27	1
20	19,02	2	0,01	1	6	1	0,90	961	19,02	1
21	18,51	3	0,06	1	2	1	0,70	965	18,51	1
22	18,86	5	0,01	1	3	1	0,57	924	18,86	1
23	18,97	3	0,05	1	5	1	0,54	898	18,97	1
24	18,46	3	0,02	1	4	1	0,38	908	18,46	1
25	18,33	3	0,04	1	3	1	0,72	925	18,33	1

18.4 Зміст звіту про роботу

1. Найменування роботи.
2. Мета роботи.
3. Стислий опис системи.

4. Опис методу переустаткування безупинних регуляторів за допомогою білінійного перетворення Тастина.

5. Схема моделі, побудованої в середовищі Simulink (для копіювання моделі в буфер обміну треба вибрати команду верхнього меню **Edit - Copy model to clipboard** у вікні моделі).

6. Результати моделювання (графіки перехідних процесів).

7. Пояснення результатів.

8. Висновки по роботі.

18.5 Контрольні питання

1. Що таке квантування?

2. Що таке квантування по часу?

3. Що таке квантування по рівню?

4. Реальний і ідеальний квантівники.

5. Сформулюйте теорему Котельнікова-Шеннона.

6. Поясніть поняття дискретне перетворення Лапласа і z-перетворення.

7. Як визначається передаточна функція дискретної системи?

Додаток

Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України

“Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

Кафедра автоматизації
енергосистем

З В І Т

про виконання завдання

Заняття №_____.

по курсу “ Теорія автоматичного керування ”

(Назва заняття)

Виконав: студент групи
(шифр групи)
(П.І.Б. студента)

Перевірів: (поса-
да)
(П.І.Б. викладача)

Київ (рік)

на інших аркушах йде виклад за таким планом:

- мета роботи;
- основні теоретичні відомості по темі;
- умова завдання, вибраного відповідно до варіанта;
- надруковані структурні схеми і графіки згідно завдання;
- надруковані результати розрахунків;
- аналіз результатів та висновки.

Список літератури

1. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування: Підручник. — 2-ге вид., перероб. і догі. — К.: Либідь, 2007. — 656с.
2. Гоголюк П.Ф., Гречин Т.М.С Теорія автоматичного керування: Підручник. — Львів: Видавництво Національного університету "Львівська політехніка", 2008. — 285 с.
3. Навчальний посібник з дисципліни "Теорія автоматичного керування" [Електронний ресурс] : електрон. вид. комбін. використання на DVD-ROM. у 2 ч. Ч. 1. / А. П. Гуров, С.І. Ольшевський, О.О. Черно, Л.І. Бугрім ; МОН України, НУК ім.адмірала Макарова. — Електрон. дані. — Миколаїв : НУК, 2018.
4. Савицький В., Федоришин Р. Технічні засоби автоматизації: Навчальний посібник. — Л.: Львівська політехніка, 2018. — 292с.