

СИСТЕМА ПРОГНОЗУВАННЯ І АНАЛІЗУ СЕЗОННИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ У МАРКЕТИНГОВИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

Пащенко А.І.¹, Тимошук О.Л.², Стусь О.В.³

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна

¹ skullbasher696@gmail.com, ² oxana.tim@gmail.com [0000-0003-1863-3095], ³ stus@kpi.ua

Метою роботи є дослідження проблеми прогнозування і аналізу сезонних часових рядів. Особливо у випадках, коли сигнал нестационарний або містить циклічні коливання, то задача прогнозування постає перед дослідником цікавою та складною проблемою, у тому числі у контексті маркетингових досліджень для здійснення прогнозів у питаннях бізнесу.

Наведено огляд деяких відомих методів прогнозування часових рядів, а також розглянуто підходи до виявлення сезонних коливань у часовому ряді. Запропоновано алгоритм прогнозування на основі методу спектрального сингулярного аналізу. Представлено результати прогнозування вибраних часових рядів за допомогою методу спектрального сингулярного аналізу, а також відомих методів на основі сезонних моделей. Виконано порівняльний аналіз методів, використовуючи створену програму у вигляді веб-додатку.

Ключові слова: маркетингові дослідження, стратегія, часові ряди, тренд, сезонність, оцінка, прогнозування, модель.

1. ВСТУП

На сьогодні маркетингові дослідження є невід'ємною складовою будь-якого бізнес-плану. Кінцева мета будь-якого маркетингового дослідження полягає у формуванні ефективної стратегії та тактики компанії з урахуванням як реальних і потенційних ринкових умов і факторів, так і її поточної позиції та перспектив розвитку.

У діяльності підприємства важливе місце займають процеси планування та контролю, які є взаємодоповнюючими. Обидва вони починаються з прогнозування, яке охоплює всі ключові змінні діяльності підприємства – обсяг продажів, попит, рівень запасів, чисельність персоналу. Вважається, що починати необхідно з прогнозування показника обсягу продажів. На основі прогнозу обсягу продажів планують обсяг запасів, виробництво, чисельність персоналу, рівень накладних витрат, план потоку грошових коштів. При цьому попит на більшість товарів та послуг має сезонний характер. Тому постає задача моделювання та прогнозування певних показників з врахуванням сезонної циклічності.

Маркетинговий аналіз забезпечує цінну та своєчасну інформацію про стан ринку, ефективність просування продукції компанії, а також сприяє вибору оптимальної стратегії просування та визначенню перспективних напрямків розвитку бізнесу.

Тому прогнози відіграють важливу роль у прийнятті управлінських рішень щодо інвестування в нові ризиковані проєкти, а також у виборі ринкової стратегії та тактики. У процесі прогнозних досліджень використовуються різноманітні підходи та методи аналізу.

Таким чином, метою роботи є дослідження методів прогнозування сезонних часових рядів, розробка алгоритму, який би міг універсально застосовуватися до сезонних часових рядів різного типу.

Створений програмний продукт у вигляді веб-застосунку призначатиметься для прогнозування реальних сезонних часових рядів з порівнянням результатів за відомими методами, зокрема Уінтерса, Тейла-Вейджа та спектрального сингулярного аналізу.

2. МАРКЕТИНГОВІ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА СЕЗОННІ КОЛИВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ

Проведення маркетингових досліджень – найважливіша складова аналітичної функції маркетингу. Відсутність подібних досліджень загрожує вельми несприятливими наслідками для будь-якої фірми.

Головна увага у маркетингових дослідженнях приділяється ринковим аспектам: оцінка стану та тенденцій (кон'юнктури) розвитку ринку, дослідження поведінки споживачів, аналіз діяльності конкурентів, постачальників, посередників, вивчення комплексу маркетингу, що включає управління товарним асортиментом, ціноутворення та розробку стратегії цін, формування каналів збуту продукції та спрямоване застосування засобів стимулювання.

Проведення маркетингових досліджень та прийняття на основі їх результатів продуманих маркетингових рішень передбачає необхідність виділення макро- та мікросередовища маркетингу як об'єкта дослідження.

Варіантів проведення маркетингових досліджень існує безліч, все залежить від цілей і від того, як використовувати результати аналітики. Незважаючи на різноманіття видів проведення маркетингових досліджень, в їх основі лежить загальна методологія, що визначає певний порядок виконання [1]. Її концепція може бути представлена у вигляді рисунку 1.



Рисунок 1. Етапи маркетингового дослідження

Прогнозування – це найбільш складний вид діяльності у системі маркетингових досліджень. Воно є основним і завершальним етапом досліджень, головні результати якого товаровиробники закладають у основу програм своєї діяльності. Відмінності у горизонті прогностичної роботи знаходять відображення у характері планування кожної окремої фірми: стратегічне планування – на базі середньо- та довгострокових прогнозів, а поточне планування господарських операцій – на основі короткострокових прогнозів.

Бізнес-діяльність в умовах періодичної змінюваності сезонів супроводжується специфічними змінами динаміки соціально-економічних процесів. Більш-менш стійкі внутрішньорічні коливання рівнів економічних показників спостерігаються з різним ступенем інтенсивності в усіх сферах життя суспільства: виробництві, обігу, споживання. Це проявляється у внутрішньорічних спадах і підйомах випуску продукції, обсягах її реалізації, споживання сировини та енергії, коливанні фінансових результатів та інші показники.

Одним із важливих завдань статистики є дослідження змін показників у часових інтервалах. Соціально-економічні явища суспільного життя перебувають у постійному розвитку: від кількох секунд на біржі до років у макроекономіці. У статистиці процес змін і розвитку соціально-економічних явищ у часі прийнято називати динамікою.

Основна мета статистичного вивчення динаміки комерційної діяльності полягає у виявленні та вимірюванні закономірностей їх розвитку у часі. Ці закономірності можна вивчати, якщо мати дані з певного кола показників на ряд моментів часу або за ряд проміжків часу, що слідує одне за одним.

Ряд розташований у хронологічній послідовності значень статистичних показників, являє собою часовий ряд (іноді його ще називають рядом динаміки). У часовому ряді процес економічного розвитку зображується у вигляді сукупності перерв безперервного, що дозволяють детально проаналізувати особливості розвитку за допомогою характеристик, які відображають зміну параметрів економічної системи в часі. У кожному часовому ряді є два основні елементи: показники часу t ; відповідні їм рівні розвитку досліджуваного явища у [2].

Як показники часу в рядах динаміки виступають або певні дати (моменти) часу, або окремі періоди (роки, квартали, місяці, добу). Рівні рядів динаміки відображають кількісну оцінку (міру) розвитку в часі досліджуваного явища.

3. МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Прогнозування являє собою процес оцінки майбутнього стану об'єкта або явища шляхом аналізу його минулого та поточного розвитку, а також систематизації інформації про його якісні й кількісні характеристики у перспективі. Підсумком такого процесу є прогноз – уявлення про ймовірний розвиток існуючих тенденцій у майбутньому.

У будь-якій фінансовій, комерційній активності виникає потреба у передбаченні майбутнього. Прогнозування подій у соціально-економічній сфері є невід'ємною частиною

3.1. Сезонні моделі часових рядів

Як уже згадувалося, в економіці чимало процесів мають періодичні сезонні ефекти. Відповідно, часові ряди, що їх відображають, несуть регулярні сезонні коливання. Такі ряди та їхні коливання можна подати як результат дії моделей двох основних типів: з мультиплікативними або з адитивними коефіцієнтами сезонності [3].

Моделі першого типу мають вигляд:

$$\begin{aligned}x_t &= \xi_t + \varepsilon_t \\ \xi_t &= a_{1,t} f_t,\end{aligned}$$

де $a_{1,t}$ – динаміка величини, що характеризує тенденцію розвитку процесу;

$f_t, f_{t-1}, \dots, f_{t-l+1}$ – коефіцієнти сезонності;

l – кількість фаз в повному сезонному циклі;

ε_t – неавтокорельований шум з нульовим математичним сподіванням.

Моделі другого типу записуються як

$$\begin{aligned}x_t &= \xi_t + \varepsilon_t \\ \xi_t &= a_{1,t} + g_t,\end{aligned}$$

де $a_{1,t}$ – величина, що описує тенденцію розвитку процесу;

$g_t, g_{t-1}, \dots, g_{t-l+1}$ – адитивні коефіцієнти сезонності;

l – кількість фаз в повному сезонному циклі;

ε_t – неавтокорельований шум з нульовим математичним сподіванням.

Тепер подивимося на адаптивну модель з мультиплікативною сезонністю, описану П. Р. Уінтерсом, а також адитивну модель, запропоновану Г. Тейлом і С. Вейджем [3]. Ці моделі рекомендовано застосовувати для прогнозування об'ємів сезонних продажів із використанням комп'ютерного аналізу.

Модель Уінтерса базується на аналізі ізольованих часових рядів про продажі. Єдиною використовуваною інформацією є передісторія продажів даного товару. Модель Уінтерса є моделлю експоненціального типу.

Тому доцільно в прогностичних моделях враховувати конкретний характер тенденції та сезонних коливань. Це й зробив Уінтерс за допомогою експоненційної схеми. Модель при цьому стає складнішою, проте й точність прогнозів для більшості товарів істотно зростає [4].

Тоді повна сезонна модель Уінтерса з лінійним зростанням має наступний вигляд:

$$\begin{aligned}\hat{a}_{1,t} &= \alpha_1 \frac{x_t}{\hat{f}_{t-l}} + (1 - \alpha_1)(\hat{a}_{1,t-1} + \hat{a}_{2,t-1}) \quad 0 < \alpha_1 < 1; \\ \hat{f}_t &= \alpha_2 \frac{x_t}{\hat{a}_{1,t}} + (1 - \alpha_2)\hat{f}_{t-1} \quad 0 < \alpha_2 < 1; \\ \hat{a}_{2,t} &= \alpha_3(\hat{a}_{1,t} - \hat{a}_{1,t-1}) + (1 - \alpha_3)\hat{a}_{2,t-1} \quad 0 < \alpha_3 < 1.\end{aligned}$$

У моделі $\hat{a}_{1,t}$ є зваженою сумою поточної оцінки $\frac{x_t}{\hat{f}_{t-l}}$, отриманої шляхом очищення від сезонних коливань фактичних даних x_t та попередньої оцінки $\hat{a}_{1,t-1}$ з врахуванням найпізнішої оцінки адитивного фактору зростання $\hat{a}_{2,t-1}$. В якості коефіцієнта сезонності f_t береться його найпізніша оцінка, зроблена для аналогічної фази циклу. Потім величина $\hat{a}_{1,t}$, отримана за першим рівнянням, використовується для визначення нової оцінки коефіцієнта сезонності за другим рівнянням. Тоді прогноз на τ кроків: $\hat{x}_\tau(t) = (\hat{a}_{1,t} + \tau \hat{a}_{2,t}) \hat{f}_{t-l+\tau}$. А оптимальні значення $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ знаходяться експериментально.

Далі розглянемо адитивну модель сезонних явищ з лінійним зростанням, запропоновану Г. Тейлом і С. Вейджем:

$$\begin{aligned}x_t &= a_{1,t} + g_t + \varepsilon_t \\ a_{1,t} &= a_{1,t-1} + a_{2,t},\end{aligned}$$

де $a_{1,t}$ – величина рівня процесу після елімінування сезонних коливань;

$a_{2,t}$ – адитивний коефіцієнт зростання;

g_t – адитивний коефіцієнт сезонності;

ε_t – білий шум.

Розглянемо адаптивну процедуру оновлення значень $\hat{a}_{1,t}$. В момент часу t маємо спостереження x_t , про яке відомо, що $x_t = a_{1,t} + g_t + \varepsilon_t$.

Про шум та сезонний фактор g_t нічого не відомо. Величину ε_t замінюємо нулем, а в якості g_t візьмемо останню оцінку сезонного фактора g_{t-l} , де l – період сезонного циклу.

Величина $x_t - \hat{g}_{t-l}$ розглядається як нове «фактичне» значення $a_{1,t}$. Останньою оцінкою рівня a_1 є $\hat{a}_{1,t-1}$, але вона відповідає моменту часу $t-1$, а не t . Тому до $\hat{a}_{1,t-1}$ додається $\hat{a}_{2,t}$. Але оскільки оцінку $\hat{a}_{2,t}$ ми ще не можемо отримати, то замість неї беремо $\hat{a}_{2,t-1}$, одержану на попередньому кроці. Це призводить до наступної процедури адаптації:

$$\hat{a}_{1,t} = \alpha_1 (x_t - \hat{g}_{t-l}) + (1 - \alpha_1) (\hat{a}_{1,t-1} + \hat{a}_{2,t-1}).$$

При цьому: $\hat{a}_{2,t} = \alpha_2 (\hat{a}_{1,t} - \hat{a}_{1,t-1}) + (1 - \alpha_2) \hat{a}_{2,t-1}$,

де α_2 та $(1 - \alpha_2)$ – ваги джерел інформації. Процедура дає одержання оцінки g_t :

$$\hat{g}_t = \alpha_3 (x_t - \hat{a}_{1,t}) + (1 - \alpha_3) \hat{g}_{t-l}.$$

Параметри згладжування задовольняють наступну умову:

$$0 < \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 < 1.$$

Адаптивне прогнозування проводиться наступним чином. Нехай t – поточний момент часу. Отже, $\hat{a}_{1,t}$, $\hat{a}_{2,t}$, $\hat{g}_t$, $\hat{g}_{t-1}$, ... відомі. Тоді прогноз на τ кроків вперед виглядатиме як

$$\hat{x}_\tau(t) = \hat{a}_{1,t} + \tau \hat{a}_{2,t} + \hat{g}_{t-l+\tau}.$$

Для деяких продуктів, що характеризуються стабільною інтенсивністю продажу та малими сезонними коливаннями, вже проста експоненційна модель є цілком задовільною. Для певних продуктів характерні істотні сезонні зміни рівня продажів. Багато продуктів, однак, мають помітну тенденцію зростання або падіння продажів, особливо коли вони тільки виходитимуть на ринок вперше або коли з'явилися нові конкуруючі товари.

3.2. Спектральний сингулярний аналіз

Першою ідеєю, що лежить в основі методу, є створення повторюваності шляхом переходу від часового ряду до послідовності векторів, що складаються з відрізків часового ряду вибраної довжини. Другою ідеєю є аналіз отриманої багатовимірної вибірки (траєкторної матриці) за допомогою її сингулярного розкладу або, використовуючи статистичні аналоги, аналізу головних компонент. Так, виходить розкладання вихідного часового ряду (його траєкторної матриці) за базисом, породжуваного ним самим [5–8].

Базовий алгоритм складається з двох взаємопов'язаних етапів, розкладу та відновлення. Отож, починаючи з етапу розкладу.

Розглянемо часовий ряд $F = (f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$ дійсних значень довжини N , нехай $N > 2$. Будемо припускати, що ряд F – ненульовий, тобто існує, принаймні, одне i , таке що $f_i \neq 0$. Зазвичай вважається, що $f_i = f(i\Delta)$ для деякої функції $f(t)$, де t – час, а Δ – певний часовий інтервал. Тож, числа $0, \dots, N-1$ можуть бути інтерпретовані не тільки як дискретні моменти часу, але як і певні мітки, які мають лінійно-впорядковану структуру.

Крок 1. Вкладення:

Процедура вкладення переводить вихідний часовий ряд у послідовності багатовимірних векторів.

Будуємо траєкторну матрицю – це матриця вигляду:

$$X = (x_{ij})_{i,j=1}^{L,K} = \begin{pmatrix} f_0 & f_1 & \dots & f_{K-1} \\ f_1 & f_2 & \dots & f_K \\ f_2 & f_3 & \dots & f_{K+1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{L-1} & f_L & \dots & f_{N-1} \end{pmatrix}.$$

Крок 2. Сингулярний розклад:

Результатом цього кроку є сингулярний розклад (SVD) траєкторної матриці ряду.

Позначимо при E , що $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$, як власні числа матриці S , взяті у порядку не спадання ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_L \geq 0$), та $U_1, U_2, \dots, U_L$ – ортонормовану систему власних векторів матриці S , відповідних власним числам.

Якщо при $d = \max \{i : \lambda_i > 0\}$ позначити $V_i = \frac{X^T U_i}{\sqrt{\lambda_i}}$, $i = 1, \dots, d$, то сингулярний розклад

матриці X може бути записаний як

$$X = X_1 + \dots + X_d, \quad (1)$$

де $X_i = \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T$.

Крок 3. Групування:

На основі розкладу (1) процедура групування поділяє всі множини індексів $(1, \dots, d)$ на m підмножин $I_1, I_2, \dots, I_m$, які попарно не перетинаються.

Нехай $I = \{i_1, \dots, i_p\}$. Тоді матриця X_I , відповідна групі I , визначається як

$$X_I = X_{i_1} + X_{i_2} + \dots + X_{i_p}.$$

Такі матриці обчислюються для $I_1, I_2, \dots, I_m$, тим самим розклад (1) може бути записано в згрупованому вигляді:

$$X = X_{I_1} + X_{I_2} + \dots + X_{I_m}. \quad (2)$$

Крок 4. Діагональне усереднення:

На останньому кроці базового алгоритму кожна матриця згрупованого розкладу (2) переводиться в новий ряд довжини N .

Нехай Y – деяка $L \times K$ матриця з елементами y_{ij} , де $1 < i < L$, $1 < j < K$.

Покладемо $L^* = \min(L, K)$, $K^* = \max(L, K)$ та $N = L + K - 1$.

Нехай $y_{ij}^* = y_{ij}$, якщо $L < K$, та $y_{ij}^* = y_{ji}$ інакше.

Діагональне усереднення переводить матрицю Y в ряд $g_0, g_1, \dots, g_{N-1}$ за формулою

$$g_k = \begin{cases} \frac{1}{k+1} \sum_{m=1}^{k+1} y_{m, k-m+2}^*, & 0 \leq k < L^*, \\ \frac{1}{L^*} \sum_{m=1}^{L^*} y_{m, k-m+2}^*, & L^* - 1 \leq k < K^*, \\ \frac{1}{N-k} \sum_{m=k-K^*+2}^{N-K^*+1} y_{m, k-m+2}^*, & K^* \leq k < N. \end{cases}$$

Застосовуючи діагональне усереднення до результуючих матриць X_k , ми отримуємо ряди $\hat{F}^{(k)} = (\hat{f}_0^{(k)}, \dots, \hat{f}_{N-1}^{(k)})$, а отже, вихідний ряд $(f_0, f_1, \dots, f_{N-1})$ розкладається у суму m рядів:

$$f_n = \sum_{k=1}^m f_n^{(k)}.$$

4. ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ МЕТОДІВ

Для подальшої роботи було обрано датасет, використовуючи репозиторій сайту Kaggle. Розглядатиметься набір з чотирьох параметрів на 36 точок даних зі сфери роздрібної торгівлі. Періодом дискретизації виступає 1 місяцем, для аналізу та прогнозування можна буде використовувати три інші виміри, а саме, «Відвідувачі» в одиницях вимірювання, «Температура» у градусах °C і «Продажі» в одиницях валюти. Нехай працюватимемо у подальшому для всіх моделей з параметром «Продажі».

Нижче подано результати роботи по моделі Уінтерса (рис. 2), Тейла-Вейджа (рис. 3) та по спектральному сингулярному аналізу (рис. 4, 5).

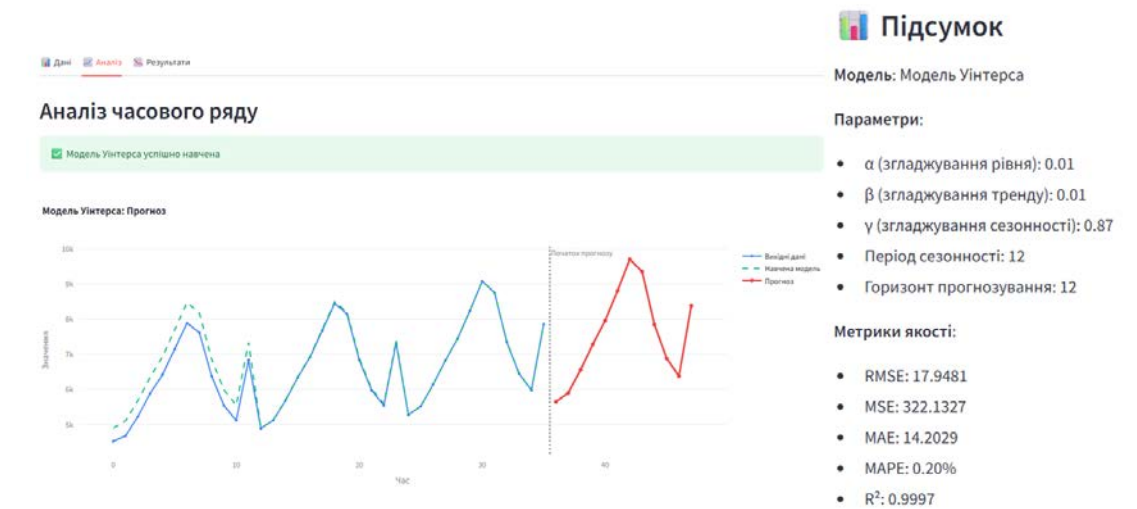


Рисунок 2. Результати роботи по моделі Уінтерса

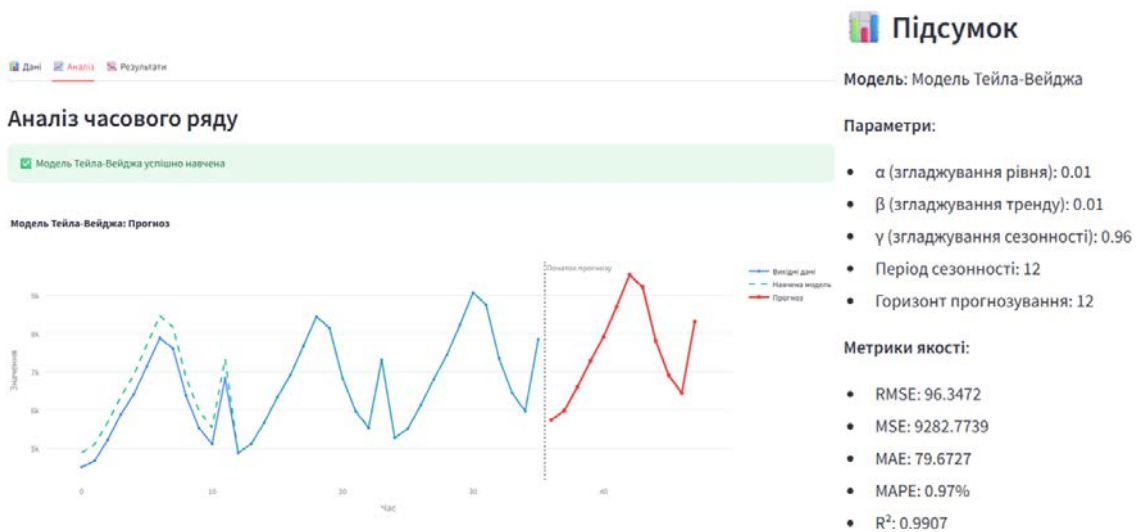
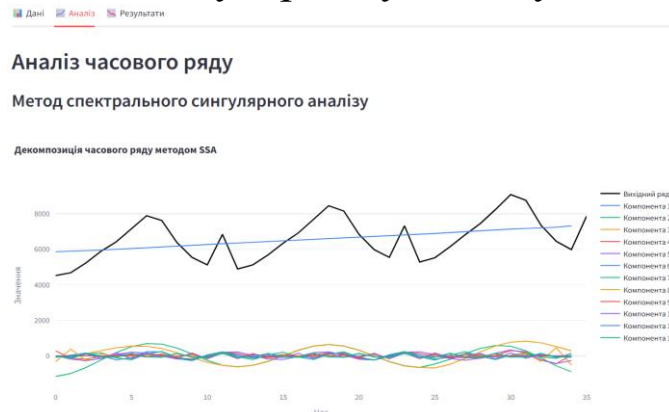


Рисунок 3. Результати роботи по моделі Тейла-Вейджа

Результати роботи по спектральному сингулярному аналізу



14

Рисунок 4. Результати роботи по спектральному аналізу



Рисунок 5. Значення сингулярного розкладу

Розглянутий процес добре піддався моделюванню, особливо для методів Уінтерса та Тейла-Вейджа. Ці моделі показали гарні результати за метриками якості при досить схожих вхідних параметрах, але кращою з них двох усе ж таки стала модель Уінтерса. При цьому для кожного окремого процесу кращими можуть виявитись різні моделі залежно від його природи та характеру. Так, можна виділити орієнтацію методу спектрального сингулярного аналізу на широкий клас процесів. Це універсальний метод дослідження сезонних часових рядів, що є актуальним у випадку, коли відсутня попередня інформація про характер процесу та немає апріорі відомої моделі, яка б добре описувала процеси зі спорідненого класу, або у випадку коли просто важко підібрати модель. Якості моделі можуть стати корисними у роботі з різноманітними потребами у сфері маркетингових досліджень.

5. ВИСНОВКИ

Отримані результати мають як теоретичну цінність для подальшого розвитку методів аналізу сезонності, так і практичне значення – для підвищення ефективності управлінських рішень у сфері економіки та бізнесу. Сезонні та інші явища у часових рядах мають значний вплив на сферу бізнесу, що підкреслює необхідність тактичного підходу в контексті маркетингових досліджень. Використання прогностичних моделей дозволяє точніше оцінити можливі наслідки на ринку та розробити ефективні стратегії реагування, що забезпечить стійкість і стабільність зі сторони маркетингу в бізнесі.

Маркетингові дослідження виступають важливим засобом для виявлення майбутніх тенденцій і прийняття обґрунтованих управлінських рішень. Розглянуті методи та моделі

забезпечують ефективний аналіз і прогнозування економічної динаміки, що є ключовим для досягнення цілей маркетингової діяльності.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Данченко О. Б., Дзюба Т. В. Маркетингові дослідження у проєктах: навч. посіб. Київ: ВНЗ «Університет економіки та права «КРОК», 2021. 224 с.
2. Бідюк П. І., Романенко В. Д., Тимошук О. Л. Аналіз часових рядів: навч. посіб. Київ: Політехніка, 2013. 600 с.
3. Клебанова Т. С. Оцінка, аналіз і попередження кризового стану підприємств житлово-комунального господарства: монографія / за ред.: Т. С. Клебанової, О. В. Димченко, О. О. Рудаченко. Харківський національний університет міського господарства ім. О. М. Бекетова. Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2016. 213 с.
4. Боднар Г. Й., Гембара Т. В. Математичне моделювання структурних стохастичних динамічних процесів в освітньому середовищі ВНЗ. Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, 2015. URL: <https://sci.ldubgd.edu.ua/bitstream/123456789/2167/1/%D0%BD%D0%BE%D0%B2%20%D0%A1%D0%A2%D0%90%D0%A2%D0%A2%D0%AF%20%D0%9A%D0%9E%D0%9D%D0%A4%201.pdf> (дата звернення: 05.09.2025).
5. Jenkins G. M., Watts D. G. Spectral Analysis and Its Applications. Original from, the University of Michigan. Holden-Day, 1969. 525 p.
6. Golyandina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A. Analysis of Time Series Structure: SSA and related techniques. Chapman&Hall/CRC, 2001.320 p.
7. Основи та цілі спектрального сингулярного аналізу. Academic Dictionaries and Encyclopedias. URL: <https://en-academic.com/dic.nsf/enwiki/8828599> (дата звернення: 03.09.2025).
8. Vautard R., Yiou P., Ghil M. Singular-spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signal. Physica D. 1992. Vol. 58. P. 95-126.