

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

О.П.Кузь, О. В. Дрозденко, О.В. Долянівська

ФІЗИКА

ВИБРАНІ РОЗДІЛИ. МАГНЕТИЗМ

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітніми програмами «Біотехнології» та «Хімічні технології та інженерія»
спеціальностей G21 Біотехнології та біоінженерія
G1 Хімічні технології та інженерія

Електронне мережне навчальне видання

2-ге видання, перероблене і доповнене

Київ
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО

2026

УДК 535 (000)

Автори: Кузь Олександр Павлович,
Дрозденко Олександра Володимирівна,
Долянівська Ольга Валеріївна

Рецензенти: *Воронов С.О.*, проф., д. техн. наук, професор кафедри прикладної фізики КПІ ім. Ігоря Сікорського
Микитенко В.І., д. техн. наук, професор кафедри комп'ютерно-інтегрованих оптичних та навігаційних систем КПІ ім. Ігоря Сікорського

Відповідальний редактор Котовський В.Й., доктор техн. наук, професор

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол № 7 від 08.05.2026 р.)
за поданням Вченої ради Фізико-математичного факультету
(протокол № 3 від 08.04.2026р.)*

Кузь О.П

Фізика. Вибрані розділи. Магнетизм [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за освіт. програмами «Біотехнології» та «Хімічні технології та інженерія» спеціальностей G21 Біотехнології та біоінженерія та G1 Хімічні технології та інженерія/ О.П.Кузь, О. В. Дрозденко, О.В. Долянівська ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2-ге вид., переробл. та доповн. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026. – 111 с.

В навчальному посібнику викладено вибрані розділи магнетизму. А саме поняття магнітного поля та електромагнітної індукції. В посібнику приділено увагу основним законам, запропоновано питання для самостійної роботи, а також наведено приклади розв'язку задач. Навчальний посібник призначений для здобувачів ступеня бакалавр за спеціальностями: Галузеве машинобудування, Біотехнології та біоінженерія, Хімічні технології та інженерія. Також буде корисним для інших спеціальностей що вивчають фізику.

УДК 535 (000)

Реєстр. № 25/26-384. Обсяг 5 авт. арк.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Перемоги, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© О. П. Кузь, О. В. Дрозденко, О. В. Долянівська 2026
© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	7
1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ СТРУМУ	8
1.1. Взаємодія струмів. Магнітне поле. Закон Ампера.....	8
1.2. Дослідження магнітного поля за допомогою елементарного контуру зі струмом. Вектори індукції \vec{B} і напруженості \vec{H} магнітного поля, потоки цих векторів.....	10
1.3. Закон Біо – Савара – Лапласа.....	12
1.4. Застосування закону Біо–Савара–Лапласа для розрахунку магнітних полів	14
Приклади розв’язування задач	17
Запитання та завдання для контролю	21
2. ЗАКОН ПОВНОГО СТРУМУ	22
2.1. Циркуляція вектора індукції \vec{B} (вектора напруженості \vec{H}) магнітного поля для випадку нескінченно довгого провідника зі струмом.....	22
2.2. Закон повного струму	23
2.3. Вихровий характер магнітного поля. Теорема.....	24
Остроградського–Гауса для магнітного поля	24
2.4. Застосування закону повного струму для розрахунку	25
магнітних полів	25
Приклади розв’язування задач	28
Запитання та завдання для контролю	29
3. КОНТУР ЗІ СТРУМОМ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ. РОБОТА ПРИ ПЕРЕМІЩЕННІ СТРУМУ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ	30

3.1. Контур зі струмом в однорідному магнітному полі	30
3.2. Плоский контур довільної форми в однорідному магнітному полі	31
3.3. Контур зі струмом у неоднорідному магнітному полі	33
3.4. Робота при переміщенні провідника зі струмом..... у магнітному полі	33
3.5. Робота при переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі. Енергія контуру зі струмом у магнітному полі	34
Приклади розв'язання задач	36
Запитання та завдання для контролю	37
4. РУХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У МАГНІТНОМУ І ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛЯХ	37
4.1. Сила Лоренца.....	37
4.2. Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі.....	39
4.3. Фокусування електронного пучка за допомогою електричних	40
і магнітних полів. Поняття про електронні лінзи.....	40
4.4. Відхилення електронного пучка в ЕПТ електричним і магнітним полями	43
4.5. Ефект Холла.....	44
Приклади розв'язання задач	46
Запитання та завдання для контролю	50
5. ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ.....	51
5.1. Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея. Правило Ленца	51
5.2. Пояснення явища електромагнітної індукції за допомогою	53
сили Лоренца.....	53

5.3. Виникнення вихрового електричного поля при зміні магнітного поля. Пояснення явища електромагнітної індукції на його основі	55
5.4. Вихрові струми. Їх роль у техніці	57
5.5. Кількість електрики, що переноситься індукційним струмом. Балістичний метод вимірювання індукції	59
магнітного поля.....	59
Приклади розв'язання задач	61
Запитання та завдання для контролю	64
6. ВЗАЄМНА ІНДУКЦІЯ. САМОІНДУКЦІЯ	65
6.1. Взаємна індукція. Взаємна індуктивність	65
6.2. Самоіндукція. Індуктивність. ЕРС самоіндукції	67
6.3. Струми замикання і розмикання електричного кола з індуктивністю	70
6.4. Зв'язок між взаємною індуктивністю двох котушок і їх індуктивностями	72
6.5. Скін-ефект	73
Приклади розв'язання задач	74
Запитання та завдання для контролю	78
7. ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ.....	79
7.1. Енергія магнітного поля.....	79
7.2. Взаємна енергія магнітних полів струмів.....	80
Запитання та завдання для контролю	82
8 МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ	83
8.1. Механічний і магнітний (орбітальний і спіновий) моменти електрона, атома, молекули.....	83
8.2. Намагнічування речовин у магнітному полі	85

8.3. Зв'язок між величинами, що характеризують магнітне поле.....	86
і магнетики (B, H, J, χ, μ)	86
8.4. Класифікація магнетиків.....	88
Приклади розв'язання задач	90
Запитання та завдання для контролю	91
9 ФЕРОМАГНЕТИКИ.....	92
9.1. Феромагнетизм. Спінова природа феромагнетизму.....	92
9.2. Намагнічування феромагнетику. Магнітний гістерезис	93
9.3. Феримагнетизм. Ферити і їх застосування в радіотехніці	94
9.4. Заломлення ліній магнітної індукції на межі двох магнетиків	95
Запитання та завдання для контролю	98
Задачі для самостійного розв'язання.....	98
Список рекомендованої літератури	111

ПЕРЕДМОВА

В сучасному технологічному світі існує дуже багато явищ які неможливо пояснити без розуміння тих процесів що там протікають. Один з розділів фізики, а саме «Магнетизм» дає можливість зрозуміти що відбувається з різними матеріалами і як виникає магнітне поле. У посібнику розглянуто механізм виникнення магнітного поля навкруги та в різних матеріалах. В даному посібнику зібрано теоретичний та практичний матеріал, що дає змогу, не використовуючи підручники, отримати повну картину та знання основних законів з розділу фізики «Магнетизм».

Тематика наведеного в навчальному посібнику матеріалу направлена на отримання та закріплення теоретичних та практичних знань студентів. В результаті вивчення даних матеріалів студенти мають знати визначення основних понять магнетизму. Таких як магнітне поле, його характеристики, електромагнітна індукція. Розуміти основні закономірності виникнення магнітного поля в речовинах та різні види електромагнітної індукції.

Студенти повинні вміти використовувати методи експериментальних та теоретичних досліджень магнітного поля, а також використовувати знання для розв'язку практичних задач. Для самоконтролю в посібнику наведено контрольні запитання та література для широкого вивчення того чи іншого розділу або явища.

1. МАГНІТНЕ ПОЛЕ СТРУМУ

1.1. Взаємодія струмів. Магнітне поле. Закон Ампера

Електричні струми взаємодіють між собою. Наприклад, два тонкі прямолінійні провідники притягуються один до одного, якщо струми мають однакові напрямки, і відштовхуються, коли струми протилежні (рис. 1.1).

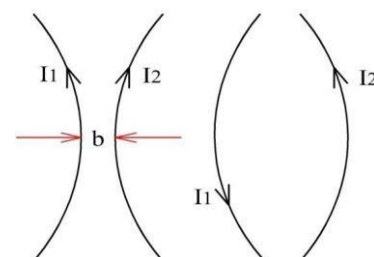


Рис. 1.1

Дослід свідчить, що сила взаємодії, яка припадає на одиницю довжини кожного з паралельних провідників, пропорційна значенням струмів I_1 і I_2 і обернено пропорційна відстані b між ними:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{b}, \quad (1.1)$$

де $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна стала.

Таку взаємодію дослідив Ампер у 1820 р. Вона здійснюється через поля, що виникають навколо струмів, і які називаються магнітними полями.

У 1820 році Ерстед виявив, що магнітне поле струму впливає на магнітну стрілку таким же чином, як і магнітне поле Землі або магніту (рис.1.2).

Зазначимо, що магнітне поле, як і електричне, є однією з форм існування

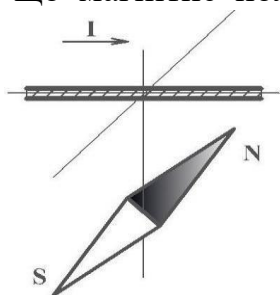


Рис. 1.2



Рис. 1.3

матерії. Воно є частиною більш загального – електромагнітного поля. Магнітне поле діє і на електричні заряди, але тількина ті, що рухаються. Характеризується магнітне поле такими величинами як індукція B і напруженість H магнітного поля.

Ампер встановив закон, згідно з яким магнітне поле діє на провідник зі струмом (закон Ампера). Оскільки характеризувати вплив магнітного поля на довгі провідники зі струмом незручно, то для цього часто використовують поняття "елемент струму".

Під елементом струму розуміють добуток $I d\vec{l}$, де I – сила струму, $d\vec{l}$ – вектор, який має довжину dl і напрямлений вздовж напрямку струму (рис. 1.3).

У магнітному полі на елемент струму діє сила, яка пропорційна струму I і магнітній індукції B .

$$d\vec{F} = I [\vec{dl}, \vec{B}] \quad (1.2)$$

Це і є закон Ампера, записаний у векторному вигляді. У скалярному вигляді величина сили Ампера визначається формулою:

$$dF = I B dl \sin \alpha, \quad (1.3)$$

де α – кут між $d\vec{l}$ і \vec{B} (рис. 1.4).

Напрямок сили впливає з векторного добутку (1.2). Вона напрямлена

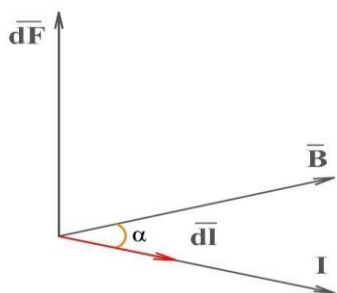


Рис. 1.4

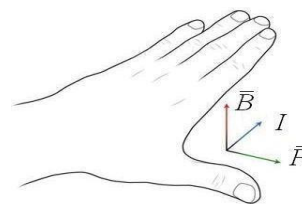


Рис. 1.5

перпендикулярно до векторів $d\vec{l}$ і \vec{B} згідно з правилом правого свердлика: при повертанні ручки свердлика від $d\vec{l}$ до \vec{B} , сила напрямлена вздовж руху свердлика.

Для визначення напрямку дії сили Ампера на струм зручно користуватися так званім правилом лівої руки: пальці напрямлені за напрямком струму, лінії індукції входять в долоню, відведений на 90° великий палець показує напрямок сили (рис. 1.5).

1.2. Дослідження магнітного поля за допомогою елементарного контуру зі струмом. Вектори індукції \vec{B} і напруженості \vec{H}

магнітного поля, потоки цих векторів

Із закону Ампера $d\vec{F} = I \left[d\vec{l}, \vec{B} \right]$ випливає, що введена характеристика поля \vec{B} може бути визначена при вимірюванні механічної дії магнітного поля на елемент струму. Аналогічно з випадком електричного поля, коли для дослідження використовувався пробний точковий заряд, для дослідження магнітного поля застосовується "пробний контур". Це плоский елементарний контур зі струмом. Він повинен бути настільки малим, щоб у його межах магнітне поле можна було вважати постійним.

Орієнтацію пробного контуру в просторі характеризують напрямком нормалі \vec{n} до контуру, зв'язаної з напрямком струму правилом правого гвинта (додатний напрямок).

Якщо такий пробний контур (рис. 1.6) внести в магнітне поле, то він повертатиметься навколо осі OO' , оскільки на нього діє обертальний момент \vec{M} пари сил. Цей обертальний момент тим більший, чим більший струм I , площа контуру S , величина магнітної індукції B і синус кута (α) між \vec{B} і \vec{n} :

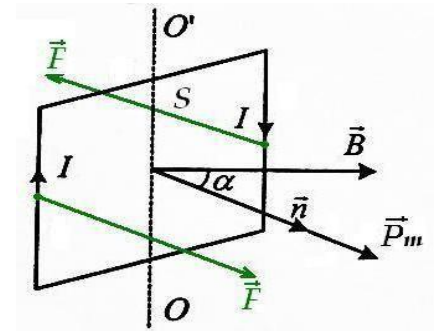


Рис. 1.6

$$M = I \cdot S \cdot B \sin \alpha. \quad (1.4)$$

Аналогічно до того, як ми вводили електричний момент для диполя $p = q \cdot l$ введемо магнітний момент контуру:

$$p_m = I \cdot S. \quad (1.5)$$

Або у векторній формі:

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}, \quad (1.6)$$

де \vec{n} – нормаль до поверхні контуру, вздовж якої напрямлений магнітний момент контуру.

Тоді для обертального моменту сили запишемо:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (1.7)$$

Якщо магнітний момент контуру помістити в магнітне поле так, щоб $\alpha = \pi/2$, то обертальний момент сили буде максимальним:

$$M_{\max} = p_m \cdot B.$$

Звідси можемо визначити індукцію магнітного поля:

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m}. \quad (1.8)$$

Індукція магнітного поля B дорівнює максимальному значенню обертального моменту сил M_{\max} , що діє на одиничний пробний контур ($p_m = 1$) в даній ділянці поля, і збігається з напрямком нормалі до контуру \vec{n} в умовах рівноваги. Подібно визначалась напруженість електричного поля E – як сила, що діє на одиничний пробний заряд.

Означена таким чином, індукція магнітного поля B є силовою характеристикою поля, отже є аналогом напруженості електричного поля E . Як і електричне поле, магнітне поле характеризується лініями магнітної індукції, що в кожній точці збігаються з напрямком \vec{B} . Кількість ліній, що проходять через перпендикулярну одиничну поверхню, чисельно повинна дорівнювати B .

Для характеристики магнітного поля вводиться також потік вектора магнітної індукції $\vec{\Phi}$, який дорівнює кількості ліній вектора \vec{B} , що проходять через дану поверхню (dS) (рис.1.7):

$$d\Phi = B \cdot dS \cdot \cos(\vec{n}, \vec{B}) = B \cdot dS \cdot \cos\alpha. \quad (1.9)$$

Оскільки $B \cdot \cos\alpha = B_n$ – проекція вектора \vec{B} на нормаль \vec{n} , то формула для потоку має вигляд:

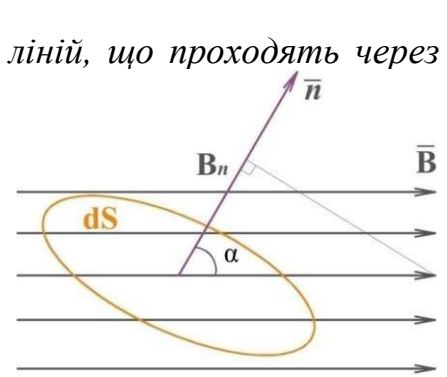


Рис. 1.7

$$d\Phi = B_n \cdot dS. \quad (1.9')$$

Щоб визначити магнітний потік через довільну поверхню (S) в неоднорідному магнітному полі, останню розбивають на ряд нескінченно малих елементів dS (рис.1.8).

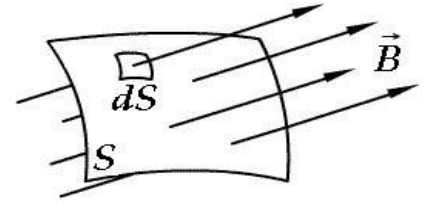


Рис.1.8

Повний магнітний потік:

$$\Phi_B = \int_S \vec{B}_n \cdot d\vec{S}. \quad (1.10)$$

Поряд з вектором \vec{B} для характеристики магнітного поля вводиться також вектор напруженості магнітного поля \vec{H} :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu \cdot \mu_0},$$

де μ – відносна магнітна проникність середовища, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна стала. Напруженість магнітного поля \vec{H} є аналогом вектора електричного зміщення \vec{D} . Потік вектора напруженості \vec{H} визначається подібно потоку вектора \vec{B} :

$$d\Phi_H = H_n \cdot dS.$$

Історично магнітна індукція \vec{B} як сумарне поле у магнетику була введена за аналогією до електричної індукції \vec{D} . Оскільки ж електростатичне поле потенціальне, а магнітне – вихрове, повної аналогії між характеристиками цих полів \vec{B} і \vec{E} , а також \vec{H} і \vec{D} бути не може.

1.3. Закон Біо – Савара – Лапласа

Ми виявили, що навколо провідника зі струмом існує магнітне поле. Дослід демонструє, що чим довший провідник зі струмом, тим більша величина цього

поля. Тому для визначення величини поля використовується елемент струму $I d\vec{l}$.

У 1920 р. було встановлено закон, який визначає магнітну індукцію, що створюється елементом струму:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [\vec{dl}, \vec{r}]}{r^3}, \quad (1.11)$$

або у скалярному вигляді:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \cdot \sin\alpha. \quad (1.12)$$

Це закон Біо – Савара – Лапласа.

Тут \vec{r} - радіус-вектор, проведений від елемента струму $I d\vec{l}$ до точки, де розглядається поле; α – кут між \vec{r} і $I d\vec{l}$. З векторного добутку (1.11) випливає, що $d\vec{B} \perp \vec{r}$ і $d\vec{B} \perp I d\vec{l}$.

Напрямок $d\vec{B}$ можна визначити за правилом правого свердлика; він збігається з рухом ручки свердлика в даній точці (А), якщо свердлик переміщується у напрямку $I d\vec{l}$. Тобто $d\vec{B}$, напрямлене по дотичній до кола, яке проведене у площині, перпендикулярній до струму, і проходить через точку А (рис. 1.9)

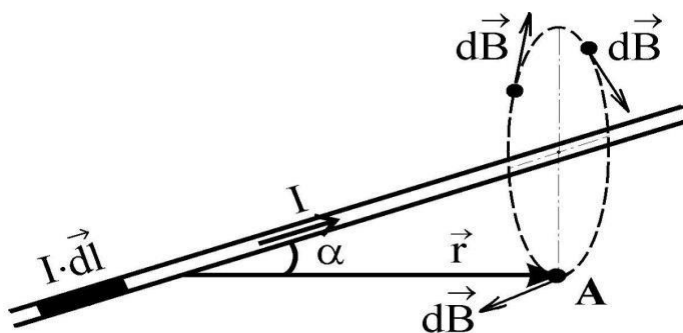


Рис. 1.9

Це означає, що силові лінії магнітного поля концентрично розміщені навколо осі струму, тобто вони замкнені. Поля із замкненими силовими лініями називаються вихровими. Отже, магнітне поле – вихрове. Закон Біо – Савара – Лапласа можна застосовувати до елементів струму різної форми розрахувати результуюче поле як

суперпозицію полів $d\vec{B}$ усіх елементів: $\vec{B} = \sum d\vec{B}_i$.

1.4. Застосування закону Біо–Савара–Лапласа для розрахунку магнітних полів

а) Магнітне поле прямолінійного провідника зі струмом

Розрахуємо поле B для випадку провідника зі струмом кінцевої довжини. Для цього виділимо на провіднику елемент струму $I d\vec{l}$ і запишемо закон Біо – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l}}{r^2} \cdot \sin\alpha. \quad (1.13)$$

Оскільки від усіх елементів струму магнітні поля $d\vec{B}$ напрямлені однаково, то сумарне поле в точці A :

$$B = \int d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dl}{r^2} \cdot \sin\alpha. \quad (1.13')$$

Змінні dl і r виразимо через α . Згідно з рис. 1.10, $DC = dl \cdot \sin\alpha$. З іншого боку, $DC = r \cdot d\alpha$. Прирівнявши, маємо:

$$r \cdot d\alpha = dl \cdot \sin\alpha,$$

тоді

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{r d\alpha}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\alpha}{r}.$$

Оскільки $\frac{b}{r} = \sin\alpha$, то $\frac{1}{r} = \frac{\sin\alpha}{b}$,

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \frac{\sin\alpha d\alpha}{b} = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2),$$

звідки

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} (\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2). \quad (1.14)$$

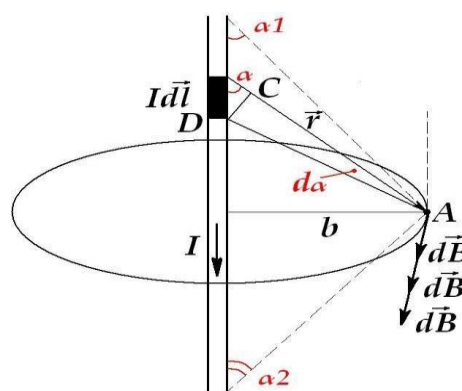


Рис.1.10

Якщо провідник нескінченно довгий, то $\alpha_1 = 0$, а $\alpha_2 = \pi$. Тоді:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi b} [1 - (-1)]$$

або

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}. \quad (1.15)$$

\vec{B} – поле на відстані b від нескінченно довгого провідника зі струмом. поля для нескінченно довгого провідника залежить від відстані b точки до провідника, а лінії індукції являють собою концентричні кола в площині, перпендикулярній до струму (рис. 1.11).

Напруженість магнітного поля (у вакуумі):

$$H = \frac{B}{\mu\mu_0} = \frac{\mu_0 I}{2\pi\mu_0 b} = \frac{I}{2\pi b}.$$

Як бачимо, індукція

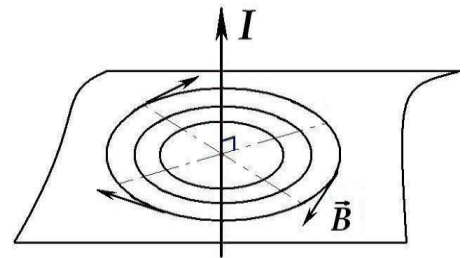


Рис. 1.11

Розмірність напруженості та індукції магнітного

поля:

$$[H] = \frac{A}{m}; \quad [B] = T \text{ (Тесла)}.$$

б) Магнітне поле заряду, що рухається

Провідник зі струмом створює у навколишньому середовищі магнітне поле. Але електричний струм у будь-якому провіднику – це напрямлений рух заряджених частинок: у металах – електронів, в електролітах – іонів, у газах – електронів та іонів. Тому можна стверджувати, що будь-який заряд, що рухається, створює навколо себе магнітне поле. Знайдемо вираз для цього поля.

Розглянемо малий відрізок провідника довжиною dl зі струмом (рис. 1.12). Згідно із законом Біо – Савара – Лапласа:

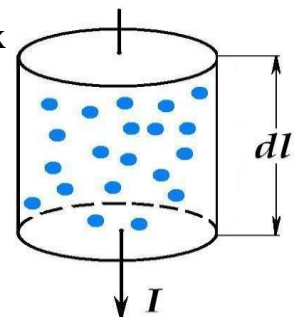


Рис. 1.12

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \cdot \sin\alpha. \quad (1.16)$$

$$Idl = jdsdl = jdV = qnvdV = qvdN.$$

елемент струму де dN – кількість носіїв заряду в об'ємі dV , v – швидкість їх напрямленого руху. Підставивши це значення у (1.16), матимемо:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv dN}{r^2} \cdot \sin\alpha,$$

$$\frac{dB}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2} \cdot \sin\alpha \quad (1.17)$$

або у векторній формі

$$\frac{d\vec{B}}{dN} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q[\vec{v}, \vec{r}]}{r^3} \cdot \sin\alpha. \quad (1.18)$$

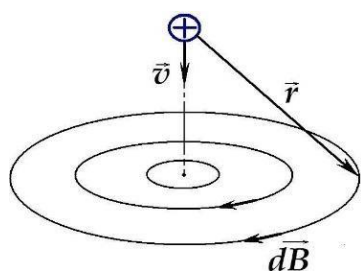


Рис. 1.13

Це і є магнітне поле, яке створюється однією зарядженою частинкою, що рухається зі швидкістю v . Це поле перпендикулярне до \vec{v} і \vec{r} і визначається за правилом правого свердлика (рис. 1.13).

в) Розрахунок поля колового струму

Розглянемо струм, який тече по тонкому провіднику, що має форму кільця радіусом R (коловий струм) і визначимо індукцію поля в центрі кільця (рис. 1.14).

Кожен елемент струму $d\vec{l}$ створює у центрі індукцію $d\vec{B}$, напрямлену вздовж нормалі до контуру. За законом Біо – Савара – Лапласа:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}.$$

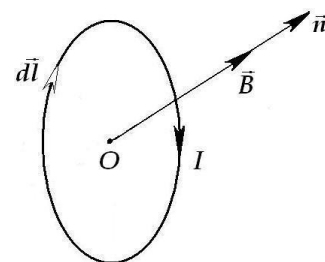


Рис. 1.14

Таким чином, у центрі колового струму

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{r^2} \cdot \sin\alpha = C \frac{Idl}{R^2} \cdot \sin \frac{\pi}{2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Idl}{R^2}.$$

Векторне додавання $d\vec{B}$ зводиться до складання модулів:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} \int dl = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{R^2} 2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R}. \quad (1.19)$$

Приклади розв'язування задач

Задача № 1.1 Тонким провідником вигнутим у вигляді прямокутника зі сторонами a та b , проходить струм I . Визначити магнітну індукцію поля B у центрі перетину діагоналей прямокутника.

Розв'язання:

Прямокутник складається з чотирьох прямих провідників (рис.1.1.1). Індукція магнітного поля в центрі прямокутника дорівнює сумі індукцій, створених в цій точці кожним прямолінійним струмом:

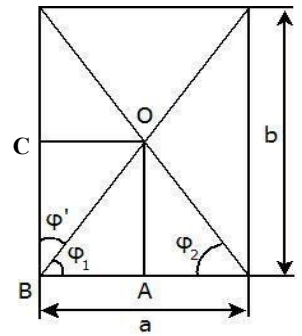


Рис. 1.1.1

$$B_0 = 2B_1 + 2B_2, \quad (1)$$

де B_1 і B_2 – індукції, створені струмами провідників довжиною a та b .

Магнітна індукція поля, створюваного відрізком прямого провідника зі струмом дорівнює:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi r} (\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2), \quad (2)$$

де r – відстань від провідника до точки O .

За умовою задачі, кінці провідника розташовані симетрично відносно точки в якій ми визначаємо магнітну індукцію, звідси,

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \cos\varphi. \quad (3)$$

Підставимо (3) у (2), отримаємо:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \cos\varphi. \quad (4)$$

Запишемо магнітну індукцію для провідників довжиною a та b :

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \cos\varphi, \quad (5)$$

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi r} \cos\varphi', \quad (6)$$

Із трикутників ABO та BOC :

$$\cos\varphi_1 = \frac{AB}{BO} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (7)$$

$$\cos\varphi' = \frac{BC}{BO} = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}. \quad (8)$$

Підставимо у формулу (1) вирази (5) та (6) враховуючи (7) і (8), отримаємо:

$$B_0 = \frac{2\mu_0 I}{\pi} \left[\frac{Ia}{b\sqrt{a^2 + b^2}} + \frac{Ib}{a\sqrt{a^2 + b^2}} \right] = \frac{2\mu_0 I \sqrt{a^2 + b^2}}{\pi ab}.$$

Задача №1.2

Струм $I = 20 \text{ A}$ тече по довгому провіднику, зігнутому під кутом. Визначити напруженість H магнітного поля в точці, що лежить на бісектрисі цього кута і знаходиться на відстані $a = 10 \text{ см}$ від вершини кута.

Розв'язання:

Розіб'ємо провідник на вертикальні та горизонтальні ділянки, кожна з яких створює в точці C магнітне поле (рис. 1.2.1). Нехай \vec{H}_1 – напруженість магнітного поля, що створюється вертикальними ділянками, \vec{H}_2 горизонтальними.

Тоді результуюча напруженість:

$$\vec{H} = \vec{H}_1 + \vec{H}_2.$$

Оскільки вектори \vec{H}_1 і \vec{H}_2 напрямлені на нас, тому можна записати:

$$H = H_1 + H_2. \quad (1)$$

За законом Біо – Савара – Лапласа:

$$H_1 = \int_0^{\alpha} \frac{3\pi^4 I \sin\alpha}{4\pi r^2} dl, \quad (2)$$

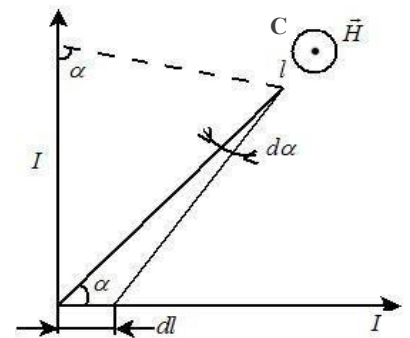


Рис. 1.2.1

$$H_2 = \int_{\pi/4}^{\pi} \frac{I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl. \quad (3)$$

Виразимо величини r і dl через кут α :

$$dl = \frac{rd\alpha}{\sin \alpha}; \quad r = \frac{x}{\sin \alpha}, \quad \text{де } x = \frac{a}{\sqrt{2}}, \quad \text{тобто } r = \frac{a}{\sqrt{2} \sin \alpha}.$$

Підставимо отримані співвідношення в формулу (2):

$$H_1 = \int_0^{3\pi/4} \frac{I \sin \alpha}{4\pi r^2} dl = \frac{I}{4\pi} \int_0^{3\pi/4} \frac{\alpha \sin \alpha \cdot 2 \sin^2 \alpha}{a^2 \sin^2 \alpha \cdot \sqrt{2} \sin \alpha} dl = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a} \int_0^{3\pi/4} \sin \alpha d\alpha = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a} \left(-\cos \frac{3}{4}\pi + \cos 0 \right)$$

Аналогічно для H_2 :

$$H_2 = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a} \int_{\pi/4}^{\pi} \sin \alpha d\alpha = \frac{\sqrt{2}I}{4\pi a} \left(-\cos \pi + \cos \frac{\pi}{4} \right).$$

Підставивши числові данні отримуємо:

$$H_1 = 37,9 \text{ A/м},$$

$$H_2 = 39,3 \text{ A/м}.$$

Підставивши отримані значення в (1) отримаємо

$$H = 77,2 \text{ A/м}.$$

Задача №1.3

Визначити напруженість H магнітного поля на осі кругового контуру на відстані $a = 3 \text{ см}$ від його площини. Радіус контуру $R = 4 \text{ см}$, струм в контурі $I = 2 \text{ А}$.

Розв'язання:

Виберемо елемент струму $I d\vec{l}$ (рис. 1.3.1). В точці A він створює поле:

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I \left[d\vec{l} \times \vec{r} \right]}{r^3}.$$

В силу симетрії сумарний вектор \vec{B} спрямований вздовж осі x , а це означає, що для знаходження модуля вектора необхідно додати проекції всіх векторів $d\vec{B}$

на вісь Ox .

$$dB_x = dB \cos \varphi = \frac{\mu \mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos \varphi.$$

Інтегруючи цей вираз по всім dl , що дає

$$2\pi R, \text{ враховуючи, що } \cos \varphi = \frac{R}{r}, \quad r = (a^2 + R^2)^{\frac{1}{2}},$$

отримуємо:

$$B = \frac{\mu \mu_0 2\pi R^2 I}{4\pi (a^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Оскільки $B = \mu \mu_0 H$, то

$$H = \frac{R^2 I}{2(a^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Підставивши числові данні отримаємо $H = 12,7 \text{ А/м}$.

Задача №1.4

По тонкому провіднику у вигляді кільця радіусом $R = 20 \text{ см}$ протікає струм $I = 100 \text{ А}$. Перпендикулярно до площини кільця порушено однорідне магнітне поле індукцією $B = 20 \text{ мТл}$. Визначити силу F яка розтягує кільце.

Розв'язання:

Виділимо на кільці диференційну малу ділянку довжиною dl (що утворює кут α). З рис. 1.4.1 видно, що $dl = R \sin \alpha$.

Умова рівноваги кільця:

$$2F_p \sin \frac{\alpha}{2} = F,$$

де F – сила Ампера

$$F = IBdl, \text{ тобто } 2F_p \sin \frac{\alpha}{2} = IBR \sin \alpha.$$

Для малих кутів $\sin \alpha \approx \alpha$, тоді:

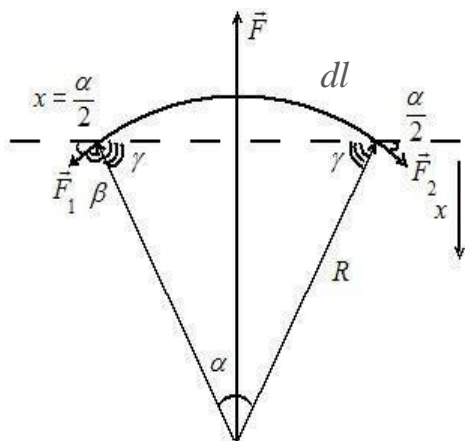


Рис. 1.4.1

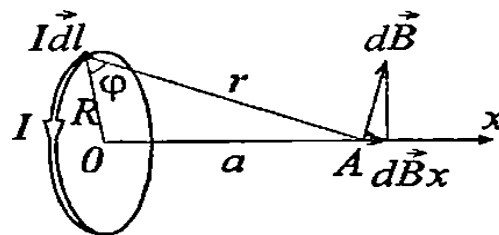


Рис. 1.3.1

$$2F_p \frac{\alpha}{2} = IBR\alpha, \quad F_p = IBR.$$

Підставивши числові значення отримаємо: $F_p = 0,4 \text{ Н}$.

Задача №1.5

Плоска квадратна рамка зі стороною $a = 20 \text{ см}$ лежить в одній площині з нескінченно довгим прямим дротом, по котрому протікає струм $I = 100 \text{ А}$. Рамка розташована так що найближча до дроту сторона паралельна йому і знаходиться на відстані $L = 10 \text{ см}$ від дроту. Визначити магнітний потік Φ , який пронизує рамку.

Розв'язання:

Магнітний потік, що пронизує рамку (рис. 1.5.1) визначаємо за формулою:

$$\Phi = \int_S B_n dS.$$

Магнітну індукцію визначаємо:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x},$$

Тоді

$$d\Phi = B(x)dS,$$

$$d\Phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} a dx, \quad \Phi = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \int_L^{L+a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I a}{2\pi} \ln \frac{L+a}{a}.$$

Підставимо числові значення: $\Phi = 1,62 \text{ мкВб}$.

Запитання та завдання для контролю

1. Записати і пояснити закон Ампера.
2. Дати означення індукції магнітного поля.
3. Що таке потік вектора індукції?
4. Записати і пояснити закон Біо - Савара - Лапласа.
5. Як визначається величина і напрямок магнітного поля прямогопровідника зі струмом?
6. Як визначається величина і напрямок магнітного поля заряду, що рухається?

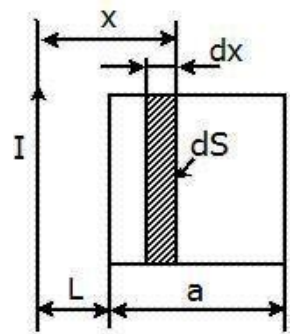


Рис. 1.5.1

7. Як визначається величина і напрямок магнітного поля колового витка зі струмом?

2. ЗАКОН ПОВНОГО СТРУМУ

2.1. Циркуляція вектора індукції \vec{B} (вектора напруженості \vec{H}) магнітного поля для випадку нескінченно довгого провідника зі струмом

Циркуляцією вектора \vec{B} називається інтеграл виду:

$$\oint_l \vec{B} d\vec{l} = \oint_l B dl \cos(\vec{B}, d\vec{l}) = \int_l B_l dl. \quad (2.1)$$

Знайдемо значення цього інтеграла для випадку, коли контур l охоплює нескінченно довгий провідник зі струмом. Нехай провідник прямолінійний і перпендикулярний до площини листа, у якій знаходиться контур l (рис. 2.1).

У кожній точці контуру l вектор \vec{B} напрямлений по дотичній до кола, що проходить через цю точку (наприклад, А). Виберемо обхід контуру і візьмемо відрізок dl у точці А.

Для трикутників ACD і AB_lB , які подібні, можемо записати:

$$\frac{dl_B}{dl} = \frac{B_l}{B}, \quad (2.2)$$

звідки $B_l dl = B dl_B$.

Підставимо це значення в (2.1):

$$\oint_l B_l dl = \oint_l B dl_B = \oint_l B b d\alpha, \quad \text{де } dl_B = b d\alpha.$$

Оскільки для прямолінійного провідника зі струмом:

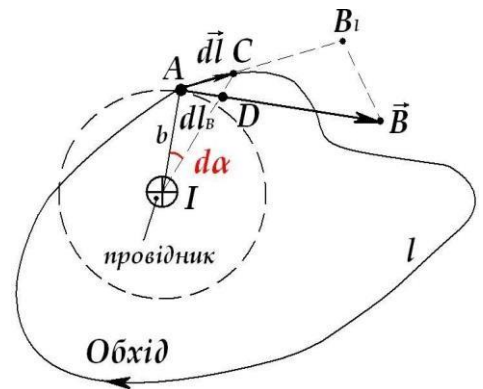


Рис. 2.1

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi b}, \quad \text{то}$$

$$\oint_l B_l dl = \oint_\alpha B b d\alpha = \oint_\alpha \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi b} \right) b d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi} 2\pi = \mu_0 I. \quad (2.3)$$

Таким чином, циркуляція вектора \vec{B} для випадку нескінченного провідника, що охоплюється контуром l , має вигляд:

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 I. \quad (2.4)$$

2.2. Закон повного струму

Якщо контур, розташований в магнітному полі, не охоплює струм, то циркуляція магнітного поля по цьому контуру буде дорівнювати нулю. Дійсно, при обході контуру радіус-вектор \vec{r} описує спочатку додатні кути α , а потім від'ємні (рис.2.2), так що $\oint_l d\alpha = 0$.

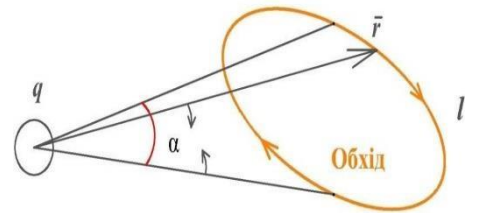


Рис.2.2

Тому для контуру l , який не охоплює струм:

$$\oint_l B_l dl = 0. \quad (2.5)$$

Зазначимо, що контур, який охоплює струм, може мати будь-яку форму і від цього циркуляція вектора \vec{B} не залежить. Дійсно, для частини контуру l' (рис. 2.3):

$$\oint_{l'} B_l dl = 0,$$

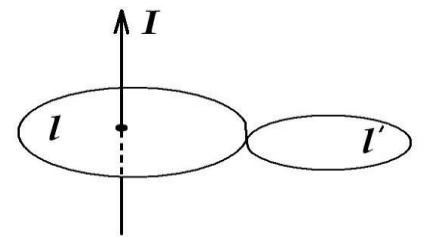


Рис. 2.3

тому загалом:

$$\oint_l B_l dl = \mu_0 I. \quad (2.6)$$

Аналогічно можна записати для вектора \vec{H} :

$$\oint_l H_t dl = I. \quad (2.7)$$

Ми розглянули плоскі контури, але все викладене справедливе і для неплоских контурів, а також для нескінченних провідників не тільки прямолінійних, а будь-якої форми.

Очевидно, якщо контур охоплює декілька струмів I_1, I_2, \dots , то їхні вектори магнітного поля у певній точці А (рис. 2.4) додаються (згідно з принципом суперпозиції) і вираз для циркуляції можемо записати таким чином:

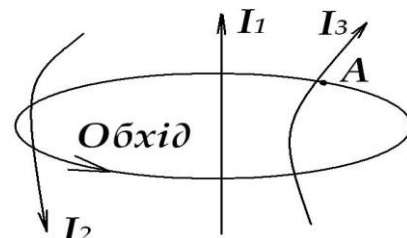


Рис. 2.4

$$\oint_l B_t dl = \mu_0 \sum_i I_i. \quad (2.8)$$

Це і є закон повного струму. Тут сума алгебраїчна. Додатними слід вважати струми, які зв'язані з обходом контуру правилом правого свердлика, а від'ємними – навпаки.

2.3. Вихровий характер магнітного поля. Теорема Остроградського–Гауса для магнітного поля

Порівняємо вирази для циркуляції векторів \vec{B} і \vec{E} :

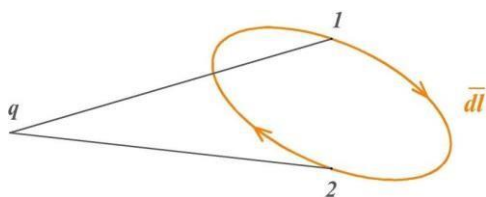


Рис. 2.5

$$\int_1^2 E_t dl = \varphi_1 - \varphi_2, \quad (2.9)$$

$$\int_2^1 E_t dl = \varphi_2 - \varphi_1.$$

А для замкненого контуру (рис. 2.5):

$$\oint E_t dl = 0, \quad (2.10)$$

(циркуляція дорівнює нулю). Це умова потенціальності поля.

Для магнітного поля:

$$\oint_l B_l dl = \sum_i \mu_0 I \neq 0. \quad (2.11)$$

Тобто, магнітне поле не є потенціальне і при обході контуру ми не отримуємо того ж потенціалу – він змінюється на $\mu_0 I$.

Поля, для яких циркуляція вектора не дорівнює нулю, називаються вихровими або соленоїдальними.

Таким є магнітне поле. Існує також вихрове електричне поле. Силкові лінії цих полів замкнені. Знайдемо потік вектора \vec{B} через замкнену поверхню S (рис. 2.6):

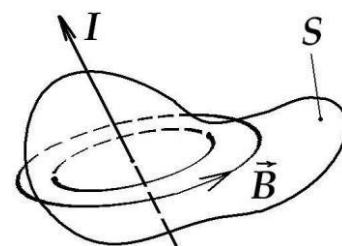


Рис. 2.6

$$\Phi = \oint_l B_n dS = 0. \quad (2.12)$$

Цей потік дорівнює нулю, бо силкові лінії магнітного поля замкнені і скільки їх входить у поверхню, стільки й виходить. Рівняння (2.12), таким чином, є теоремою Остроградського – Гауса для магнітного поля.

У випадку електричного поля потік вектора напруженості дорівнює алгебричній сумі зарядів охоплених замкненою поверхнею, ділений на ϵ_0 :

$$\oint_s E_n dS = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}.$$

Оскільки для магнітного поля потік вектора \vec{B} становить нуль, то можна зробити висновок, що магнітних зарядів не існує.

2.4. Застосування закону повного струму для розрахунку магнітних полів

а) магнітне поле нескінченно довгого соленоїда

На рис. 2.7 показано нескінченно довгий соленоїд, всі витки зі струмом якого охоплені прямокутним контуром $QPRTQ$ так, що сторона RT нескінченно далека від соленоїда. Теорему про циркуляцію вектора \vec{B} запишемо таким чином:

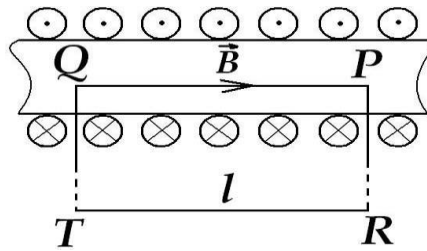


Рис. 2.7

$$\oint_{QPRTQ} B_{\vec{r}} dl = \int_{QP} B_{\vec{r}} dl + \int_{PR} B_{\vec{r}} dl + \int_{RT} B_{\vec{r}} dl + \int_{TQ} B_{\vec{r}} dl = \mu_0 NI, \quad (2.13)$$

де N – кількість витків соленоїда, охоплених контуром. Щоб визначити B , треба показати, що:

$$\int_{PR} B_{\vec{r}} dl = 0; \quad \int_{RT} B_{\vec{r}} dl = 0; \quad \int_{TQ} B_{\vec{r}} dl = 0. \quad (2.14)$$

Магнітне поле соленоїда складається з полів усіх витків. У середині соленоїда поля кожного з витків додаються і в точках K, L, M, N деякої лінії, паралельної до осі соленоїда, поле повинне бути однаковим (рис.2.8).

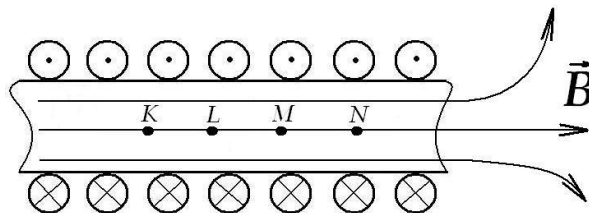


Рис. 2.8

Оскільки магнітне поле можна представити за допомогою лінійіндукції, то, очевидно, ці лінії будуть паралельні до осі соленоїда. Однак, при виході із соленоїда лінії індукції повинні розходитись і, оскільки магнітне поле є вихровим, замикатись через нескінченність. Очевидно, що на нескінченності їх густина дорівнює нулю. Отже, якщо частина контуру TR проходить на великій відстані від соленоїда, де $B = 0$, то:

$$\int_{RT} B_{\vec{r}} dl = 0.$$

Тепер доведемо, що:

$$\int_{PR} B_{\perp} dl = \int_{TQ} B_{\perp} dl = 0.$$

Для цього розглянемо ділянку соленоїда, де проходить, наприклад, частина контуру PR (рис. 2.9). Виділимо деякий елемент струму в точці C' на відстані h від PR . Цей елемент створює в точці S на ділянці контуру PR поле $d\vec{B}'$.

Відповідний симетричний елемент струму в точці C'' з іншого боку від PR створить поле $d\vec{B}''$. Очевидно, що вектор результуючого поля $d\vec{B}_s = d\vec{B}' + d\vec{B}''$ перпендикулярний до PR , а це означає, що проекція його на PR дорівнює нулю,

тому $\int_{PR} B_{\perp} dl = 0$.

Аналогічно й $\int_{TQ} B_{\perp} dl = 0$. Таким чином, циркуляція для контуру $QPRTQ$

запишеться:

$$\oint_{QPRTQ} B_{\perp} dl = \int_Q B_{\perp} dl = \mu_0 NI, \quad (2.15)$$

звідси

$$B = \mu_0 \frac{N}{l} I \quad (2.16)$$

або

$$B = \mu_0 n I, \quad (2.17)$$

де $n = \frac{N}{l}$ – густина витків соленоїда.

Зауважимо, що в даному випадку значення B не залежить від того, в якому місці соленоїда проходить сторона контуру QP . Виходить, що поле в соленоїді у перерізі однорідне. Однак навряд чи можна вважати такий висновок коректним.

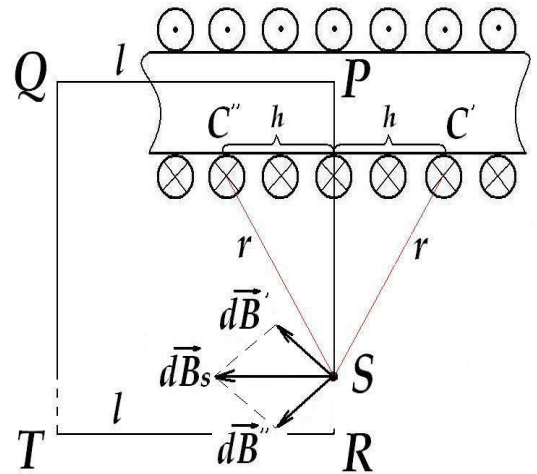


Рис. 2.9

Очевидно, розрахунок індукції магнітного поля соленоїда треба робити, користуючись більш строгими методами, в основі яких і лежить закон Біо – Савара – Лапласа.

б) Поле тороїда

Тороїд – це котушка щільно намотаних витків на тороїдальному осерді. Проходження струму по витках тороїда створює магнітне поле, яке напрямлене по дотичній до кола радіусом r в середині тороїда. Довжина тороїда визначається його середньою лінією $l = 2\pi R$ (рис.2.10).

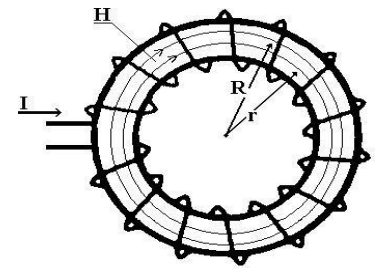


Рис. 2.10

Запишемо циркуляцію для вектора \vec{B} вздовж такої лінії довжиною $l = 2\pi R$

$$\oint_l B, dl = B \int_l dl = B 2\pi R = \mu_0 NI,$$

Звідси

$$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I. \quad (2.18)$$

Таким чином, поле всередині тороїда залежить від r , тобто воно неоднорідне. При $r = R$ (середня лінія):

$$B = \mu_0 \frac{N}{2\pi R} I = \mu_0 n I, \quad (2.19)$$

де $\frac{N}{2\pi r} = \frac{N}{2\pi R} = n$ – лінійна густина витків.

Як бачимо, поле в середині тороїда таке ж, як і в нескінченно довгому соленоїді. При збільшенні радіуса тороїда R поле в ньому стає все більш однорідним і при $R \rightarrow \infty$ тороїд фактично переходить у соленоїд.

Приклади розв'язування задач

Задача №2.1

Визначити індуктивність тороїдального соленоїда з N витків, внутрішній

радіус якого дорівнює b , а поперечний переріз має форму квадрату зі стороною a . Простір всередині соленоїда заповнено однорідним парамагнетиком з магнітною проникністю μ .

Розв'язання:

Напруженість магнітного поля всередині тороїда на відстані r від його осі визначимо, скориставшись теоремою про циркуляцію. Нехай, струм тороїда дорівнює I . Тоді: $2\pi rH = NI$, звідки

$$H = \frac{NI}{2\pi r}.$$

Розіб'ємо внутрішній простір тороїда на циліндричні прошарки радіусами r та товщиною dr . Тоді магнітна енергія, яка знаходиться в такому прошарку, дорівнює

$$dW = \mu\mu_0 H^2 \pi a r dr.$$

Проінтегрувавши це співвідношення по r від b до $b+a$, визначимо магнітну енергію тороїда:

$$W = \frac{\mu\mu_0 N^2 I^2 a}{4\pi} \int_b^{b+a} \frac{dr}{r} = \frac{\mu\mu_0 N^2 I^2 a}{4\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right).$$

Звідси визначимо індуктивність соленоїда:

$$L = \frac{\mu\mu_0 N^2 a}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{a}{b}\right).$$

Запитання та завдання для контролю

1. Що таке циркуляція вектора \vec{B} ?
2. Записати і пояснити закон повного струму.
3. Що означає твердження, що магнітне поле вихрове?
4. Сформулювати теорему Остроградського - Гауса для магнітного поля.
5. Розрахувати магнітне поле нескінченно довгого соленоїда.
6. Розрахувати магнітне поле тороїда.

3. КОНТУР ЗІ СТРУМОМ У МАГНІТНОМУ ПОЛІ. РОБОТА ПРИ ПЕРЕМІЩЕННІ СТРУМУ В МАГНІТНОМУ ПОЛІ

3.1. Контур зі струмом в однорідному магнітному полі

При визначенні індукції магнітного поля ми розглядали пробний контур у магнітному полі і знаємо, що на нього діють сили, які утворюють обертальний момент сил \vec{M} .

Розглянемо це питання детальніше. Нехай контур прямокутний і орієнтований так, що вектор \vec{B} паралельний до його площини (рис. 3.1). Згідно із законом Ампера, на сторони b сила Ампера діяти не буде: $d\vec{F} = I[d\vec{l}, \vec{B}] = 0$, (бо $[d\vec{l}, \vec{B}] = 0$, оскільки $d\vec{l}$ і \vec{B} – вектори паралельні).

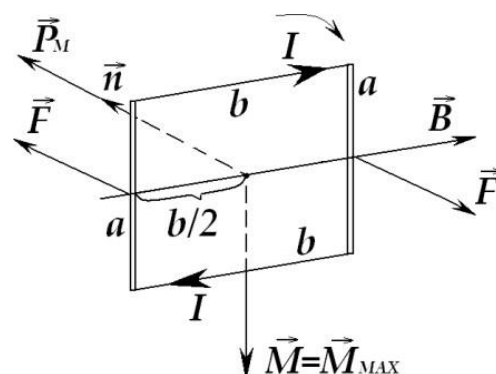


Рис. 3.1

На ліву сторону a контуру буде діяти сила:

$$F = I \cdot a \cdot b \cdot \sin \frac{\pi}{2} = I \cdot a \cdot b. \quad (3.1)$$

На праву сторону a діятиме така ж сила, але в протилежному напрямку. Виникає момент пари сил

$$M = F \left(\frac{b}{2} \right) 2 = Iab \left(\frac{b}{2} \right) 2 = IabB = IS, \quad (3.2)$$

де $S = ab$. – площа контуру.

Позначимо:

$$IS = p_m, \quad (3.3)$$

– магнітний момент контуру. У векторному вигляді:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}.$$

Тобто, магнітний момент контуру збігається з нормаллю до поверхні контуру (\vec{n}). Тоді для моменту пари сил (3.2) можемо записати:

$$M = ISB = p_m B$$

або у векторному вигляді

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}] \quad (3.4)$$

– обертальний момент сили що діє на контур зі струмом в магнітному полі.

Цей момент повертає контур так, щоб його магнітний момент $P\vec{p}_m$ мав напрямок \vec{B} . Після такого повороту (в умовах рівноваги) сили, що діють на сторони, розтягують чи стискають контур (залежно від напрямків l і \vec{B}), а момент пари сил $\vec{M} = 0$ (рис. 3.2).

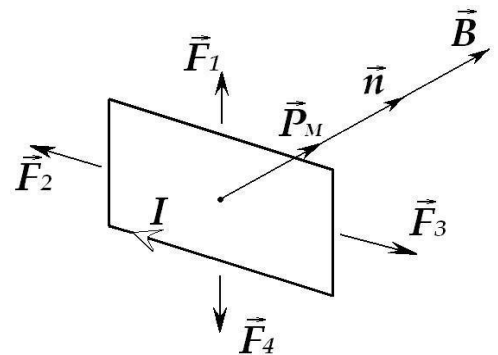
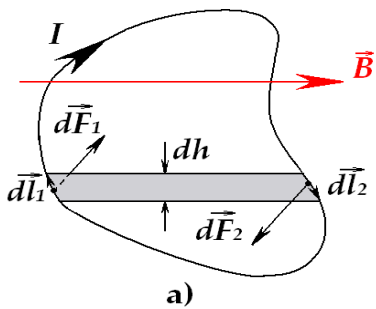


Рис. 3.2

3.2. Плоский контур довільної форми в однорідному магнітному полі

Покажемо, що формула $M = p_m B \sin \alpha$ справедлива для плоского контуру

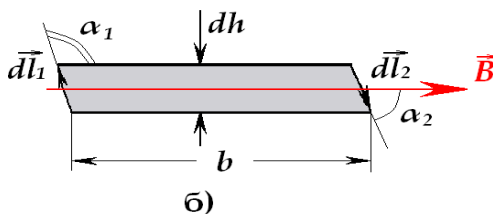
довільної форми. Для цього розіб'ємо площу контуру на вузькі смужки висотою dh паралельно до B (рис.3.3). На елемент dl_1 діє сила:



а)

$$dF_1 = Idl_1 B \sin \alpha_1, \quad (3.5)$$

(напрявлена за рис. 3.3); на елемент dl_2 діє сила:



б)

$$dF_2 = Idl_2 B \sin \alpha_2, \quad (3.6)$$

(напрявлена на нас). Оскільки (рис. 3.3б)

Рис. 3.3

$$\begin{aligned} dl_1 \sin \alpha_1 &= dh, \\ dl_2 \sin \alpha_2 &= dh, \end{aligned} \quad (3.7)$$

то

$$\begin{aligned} dF_1 &= IBdh, \\ dF_2 &= IBdh. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Як бачимо, ці сили рівні і утворюють момент пари сил.

$$dM = dF \left(\frac{b}{2} \right) = IBbdh, \quad (3.9)$$

оскільки $b dh = dS$ – площа елемента, то

$$dM = IBdS. \quad (3.10)$$

Якщо просумувати елементи dM , то одержимо результуючий момент сил:

$$M = \int dM = IB \int dS = IB S = p_m B. \quad (3.11)$$

Тобто, для контуру будь-якої форми, що знаходиться у магнітному полі B , яке паралельне до його площини обертальний момент пари сил:

$$M = p_m B \quad (3.12)$$

або у векторному вигляді:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (3.13)$$

Така ж формула для моменту пари сил, що діє на коловий контур зі струмом, тобто на виток зі струмом. При довільній орієнтації контуру відносно магнітного поля індукцію магнітного поля B можна розкласти на складові B_2 і B_1 і розглядати

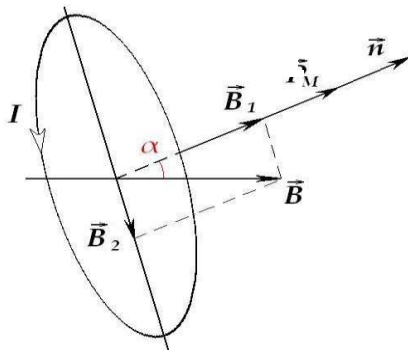


Рис. 3.4

дію кожної складової окремо (рис. 3.4). Складова B_1 зумовлює розтягування чи стискання контуру, а B_2 , що знаходиться в його площині, призведе до виникнення обертального моменту:

$$M = p_m B = p_m B \sin \alpha = p_m B \sin \alpha. \quad (3.14)$$

Або у векторному вигляді:

$$\vec{M} = [\vec{p}_m, \vec{B}]. \quad (3.15)$$

3.3. Контур зі струмом у неоднорідному магнітному полі

Помістимо контур зі струмом у неоднорідне магнітне поле таким чином, щоб магнітний момент контуру \vec{p}_m був орієнтований вздовж поля (рис.3.5).

На елемент контуру $d\vec{l}$ буде діяти сила $d\vec{F}$, перпендикулярна до лінії \vec{B} у цій точці. Цю силу можна розкласти на складові $d\vec{F}_x$ і $d\vec{F}_y$. Сили $d\vec{F}_y$, що діють на різні елементи контуру, призведуть до розтягування (чи стискування) його, а сили $d\vec{F}_x$ – будуть втягувати контур в ділянку більш сильного поля (чи виштовхувати його). Значення сили F_x пропорційне градієнту поля:

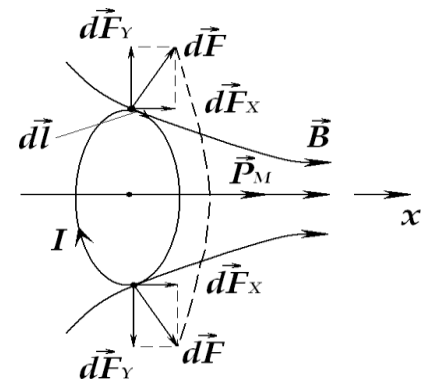


Рис.3.5

$$F_x = p_m \frac{dB}{dx} \cos \angle \vec{p}_m, \vec{B}. \quad (3.16)$$

Таким чином, контур зі струмом у магнітному полі повертається так, щоб його магнітний момент \vec{p}_m був орієнтований вздовж поля \vec{B} , і втягується (або виштовхується) в область більш сильного поля, якщо воно неоднорідне.

3.4. Робота при переміщенні провідника зі струмом у магнітному полі

Припустимо, що провідник зі струмом може вільно переміщуватись у магнітному полі (рис.3.6). Вважаємо, що поле однорідне і не є перпендикулярним до напрямку переміщення x , тобто утворює з нормаллю n до контуру зі струмом деякий кут α . На провідник довжиною l буде діяти сила Ампера $F = I \cdot l \cdot B \sin(\angle \vec{l}, \vec{B})$.

Робота в цьому випадку при переміщенні перемички на відстань dx буде:

$$dA = F dx \cos \alpha = I B l dx \cos \alpha = I B dS \cos \alpha. \quad (3.17)$$

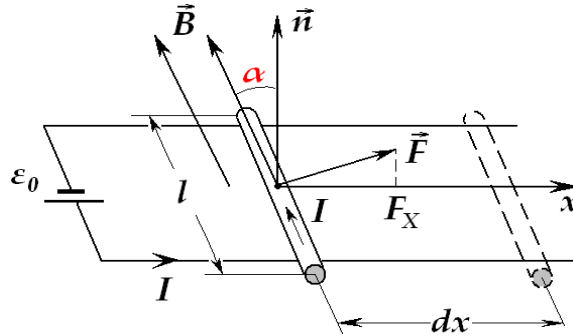


Рис. 3.6

Величина $BdS \cos \alpha = d\Phi$ – це зміна магнітного потоку, що пронизує контур, при русі перемички l . Тому для (3.17) можемо записати:

$$dA = I d\Phi. \quad (3.18)$$

3.5. Робота при переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі. Енергія контуру зі струмом у магнітному полі

Розглянемо випадок, коли контур переміщується в одній площині перпендикулярно до магнітного поля (рис. 3.7). Початкове значення магнітного потоку через поверхню контуру Φ_1 , а кінцеве Φ_2 . Поділимо контур на дві частини – ACD і DKA . При переміщенні провідника ACD зліва направо виконується робота:

$$A_1 = I \Phi' + \Phi_2, \quad (3.19)$$

де Φ' – потік через площу між початковим і кінцевим положенням контуру. Провідник DKA пройде поверхню, потік через яку $\Phi_1 + \Phi'$. При цьому виконана робота:

$$A_2 = -I \Phi_1 + \Phi'. \quad (3.20)$$

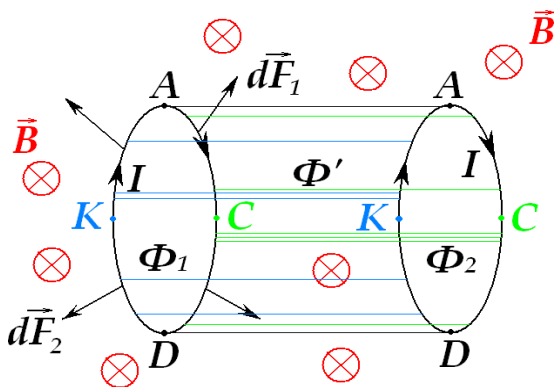


Рис. 3.7

Ця робота від'ємна, оскільки сили $d\vec{F}_2$, що діють на провідник DKA , напрямлені проти переміщення.

Робота, що виконується при переміщенні всього контуру, дорівнює сумі робіт $A_1 + A_2$:

$$A = A_1 + A_2 = I \Phi' + \Phi_2 - \Phi_1 + \Phi' = I \Phi_2 - \Phi_1 = I \Delta \Phi. \quad (3.21)$$

Таким чином, робота при переміщенні контуру зі струмом у магнітному полі дорівнює добутку струму на зміну магнітного потоку, що пронизує контур:

$$A = I \Delta \Phi. \quad (3.22)$$

Можна показати, що виведена формула (3.22) справедлива для будь-якого руху контуру у магнітному полі, також і при повороті контуру. Наприклад, якщо магнітний момент контуру орієнтований за полем $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$ (рис. 3.8), то при

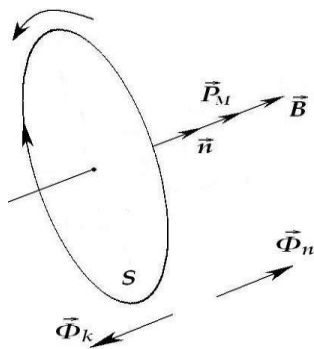


Рис. 3.8

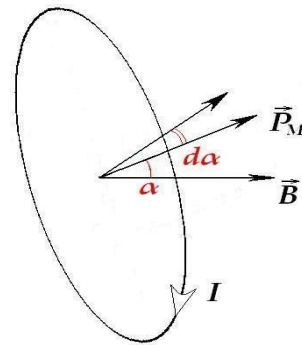


Рис. 3.9

повороті контуру на 180° у положення, при якому $\vec{p}_m \downarrow \vec{B}$, виконується робота:

$$A = I \Phi_k - \Phi_n = I -BS - IBS = -2IBS = -p_m B.$$

Знак « \leftarrow » означає, що робота в даному випадку виконана проти поля зовнішніми силами і ця робота пішла на збільшення енергії контуру зі струмом у магнітному полі: $|A| = W = 2p_m B$.

Знайдемо вираз для енергії контуру зі струмом у магнітному полі в загальному випадку. Нехай контур має магнітний момент \vec{p}_m орієнтований відносно \vec{B} під кутом α (рис. 3.9). Щоб збільшити кут α на величину $d\alpha$, треба виконати роботу проти сил, що діють на контур у полі:

$$dA = M d\alpha = p_m B \sin \alpha d\alpha, \quad (3.23)$$

$$dW = p_m B \sin \alpha d\alpha.$$

Інтегруючи, знаходимо

$$W = \int dW = p_m B \int \sin \alpha d\alpha = -p_m B \cos \alpha + const.$$

Ця робота йде на збільшення енергії контуру у магнітному полі: при $\alpha = 0$, $W = W_{\min} = -p_m B$ – мінімальна енергія; при $\alpha = \pi$, $W = W_{\max} = p_m B$ – максимальна енергія.

Покладемо $const = 0$, тоді одержимо:

$$W = -p_m B \cos \alpha = -\vec{p}_m \vec{B}.$$

Довільно орієнтований контур буде переходити у положення з $\vec{p}_m \uparrow \vec{B}$, при якому його енергія мінімальна.

Приклади розв'язання задач

Задача №3.1

Невелика котушка зі струмом, магнітний момент котрої дорівнює $\vec{p}_m = \frac{1}{2}$, знаходиться на осі колового витка радіуса R , по якому протікає струм I . Визначити модуль сили, який діє на котушку, якщо її відстань від центра витка дорівнює x , а вектор \vec{p}_m співпадає по напрямку з віссю витка.

Розв'язок:

Значення сили F_x пропорційне градієнту поля:

$$F_x = p_m \frac{\partial}{\partial x} B_x, \quad (1)$$

але

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{R dl}{x^2 + R^2}^{3/2} = \frac{\mu_0 I R^2}{4\pi 2} \frac{1}{x^2 + R^2}^{3/2}. \quad (2)$$

Підставимо рівняння (2) в (1):

$$F = \frac{\mu_0 I \cdot 2\pi R^2}{4\pi \cdot 2 x^2 + R^2} \cdot \frac{3}{2} \cdot 2x \cdot P_M = \frac{\mu_0 6\pi R^2 I P_M x}{4\pi x^2 + R^2}.$$

Відповідь: $F = \frac{\mu_0 6\pi R^2 I P_M x}{4\pi x^2 + R^2}.$

Запитання та завдання для контролю

1. Що таке обертальний момент сили?
2. Чому на контур у магнітному полі діє обертальний момент сили?
3. Що таке магнітний момент контуру?
4. Чому дорівнює обертальний момент контуру?
5. Як поводить ся контур зі струмом у неоднорідному магнітному полі?
6. Чому дорівнює робота з переміщення контуру зі струмом у магнітному полі?
7. Чому дорівнює енергія контуру зі струмом у магнітному полі? Від чого вона залежить?

РУХ ЗАРЯДЖЕНИХ ЧАСТИНОК У МАГНІТНОМУ І ЕЛЕКТРИЧНОМУ ПОЛЯХ

4.1. Сила Лоренца

У магнітному полі на провідник зі струмом діє сила Ампера. Оскільки провідник зі струмом відрізняється від провідника без струму тільки впорядкованим рухом електронів, то можна припустити, що ця сила зумовлена дією магнітного поля на заряди, які рухаються напрямлено. Цей висновок підтверджується, наприклад, дією магнітного поля на електронний пучок в електронно-променевої трубки. Якщо піднести збоку до електронно-променевої трубки магніт,

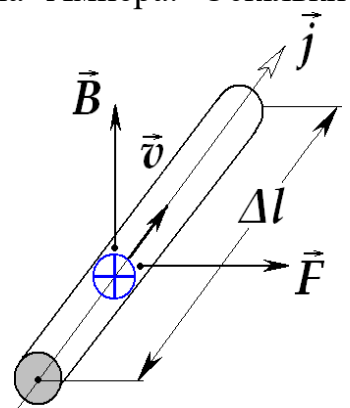


Рис. 4.1

промінь на екрані зміститься у перпендикулярному напрямку.

Визначимо силу, яка діє на заряд, що рухається у магнітному полі, виходячи із закону Ампера (рис. 4.1).

На елемент струму $I\Delta l$ діє сила:

$$\Delta \vec{F} = I [\Delta \vec{l}, \vec{B}] = jS [\Delta \vec{l}, \vec{B}]. \quad (4.1)$$

Оскільки $\vec{j} \parallel \Delta \vec{l}$, то (4.1) можемо записати:

$$\Delta \vec{F} = S\Delta l [\vec{j}, \vec{B}]. \quad (4.2)$$

Густину струму виразимо через дрейфову швидкість \vec{v} :

$$\vec{j} = en\vec{v}.$$

Тоді матимемо:

$$\Delta \vec{F} = S\Delta l [en\vec{v}, \vec{B}] = \Delta V en [\vec{v}, \vec{B}] = eN [\vec{v}, \vec{B}], \quad (4.3)$$

де $N = \Delta V n$ – кількість зарядів, що рухаються в елементі провідника об'ємом $\Delta V = S\Delta l$. З рівняння (4.3) одержуємо:

$$\vec{F}_l = \frac{\Delta \vec{F}}{N} = e [\vec{v}, \vec{B}], \quad (4)$$

\vec{F}_l – сила, яка діє на одну заряджену частинку – сила Лоренца. У скалярному вигляді сила Лоренца:

$$F_l = evB \sin \alpha, \quad (4.5)$$

де α – кут між \vec{v} і \vec{B} .

Якщо заряд рухається вздовж лінії \vec{B} , то $\alpha = 0$ і сила Лоренца дорівнює нулю. Для позитивного заряду напрямок сили Лоренца можна визначити за правилом лівої руки (рис. 4.2): лінії індукції входять у долоню, чотири пальці напрямлені за швидкістю \vec{v} , відхилений на 90° великий палець показує напрямок сили Лоренца. Коли рухається негативний заряд, напрямок F протилежний.

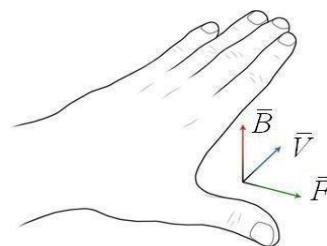


Рис. 4.2

Зазначимо, що $\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]$ – це магнітна складова сили Лоренца, оскільки іноді силою Лоренца називається величина:

$$\vec{F} = e\vec{E} = e[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (4.6)$$

4.2. Рух зарядженої частинки в однорідному магнітному полі

Сила Лоренца завжди напрямлена перпендикулярно до швидкості зарядженої частинки (маємо на увазі магнітну складову). Тому вона роботи над частинкою не виконує. Отже, діючи на заряджену частинку постійним магнітним полем, змінити її енергію не можна. Уявімо собі заряд q , який влітає в однорідне магнітне поле зі швидкістю $\vec{v} \perp \vec{B}$ (рис. 4.3). Під дією сили Лоренца цей заряд буде рухатись по колу. Доцентрове прискорення:

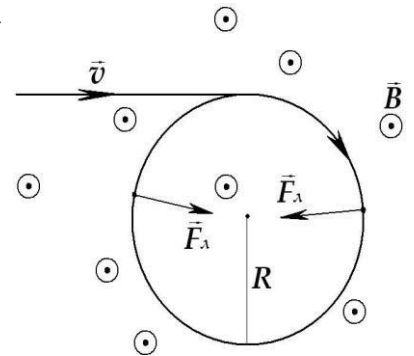


Рис. 4.3

$$a = \frac{F}{m} = \frac{qvB}{m}. \quad (4.7)$$

З іншого боку, доцентрове прискорення:

$$a = \frac{v^2}{R}. \quad (4.8)$$

Прирівнявши (4.7) і (4.8), знайдемо R :

$$R = \frac{v^2}{\frac{qvB}{m}} = \frac{mv}{qB}. \quad (4.9)$$

Як бачимо, радіус кола залежить від швидкості v , індукції B і питомого заряду q/m .

Період обертання знайдемо з формули:

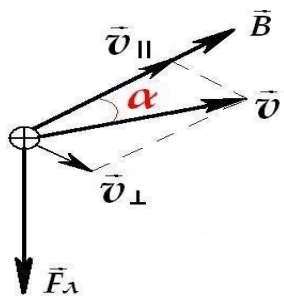
$$v = \frac{2\pi R}{T}, \quad T = \frac{2\pi R}{v},$$

$$T = \frac{2\pi}{\frac{q}{m} B}. \quad (4.10)$$

Період обертання частинки по колу не залежить від швидкості, а тільки від питомого заряду q/m та індукції поля B .

Розглянемо рух позитивно зарядженої частинки під деяким кутом $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ до магнітного поля (рис. 4.4).

Розкладемо вектор v на складові v_{\perp} і v_{\parallel} :



$$\begin{aligned} v_{\perp} &= v \sin \alpha, \\ v_{\parallel} &= v \cos \alpha. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Сила Лоренца:

$$F_n = qv_{\perp} B = qv B \sin \alpha. \quad (4.12)$$

Рис. 4.4

Вона перпендикулярна до \vec{v} і \vec{B} . Під дією цієї сили частинка буде рухатись по колу, радіус якого згідно з (4.9):

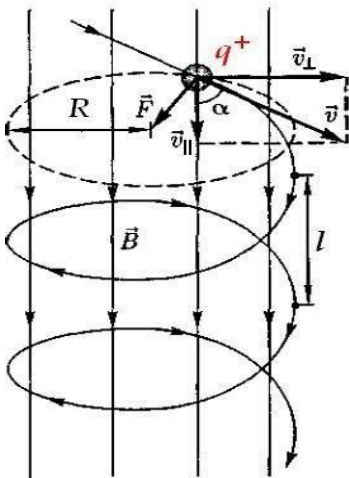


Рис. 4.5

$$R = \frac{v_{\perp}}{\frac{qB}{m}} = \frac{v \sin \alpha}{\frac{qB}{m}}. \quad (4.13)$$

Крім того, частинка буде рівномірно рухатись у напрямку B зі швидкістю v_{\parallel} .

Результуючий рух буде по спіралі радіусом R і кроком l (рис. 4.5):

$$l = v_{\parallel} T = v_{\parallel} \frac{2\pi}{\frac{qB}{m}} = \frac{2\pi m}{qB} v \cos \alpha. \quad (4.14)$$

4.3. Фокусування електронного пучка за допомогою електричних і магнітних полів. Поняття про електронні лінзи

Електричні і магнітні поля використовуються для формування електронного променя в електронно-променевих трубках (ЕПТ). На електрон у неоднорідному електричному полі діє сила, яка напрямлена вздовж силових ліній, тобто перпендикулярно до еквіпотенціальних ліній.

Тому електрон у неоднорідному полі змінює свою траєкторію (рис. 4.6(а)).

Таким чином, неоднорідні електричні поля діють як збірні (рис. 4.6(а)) і розсіюючі (рис. 4.6(б)) лінзи, що використовується для формування променя.

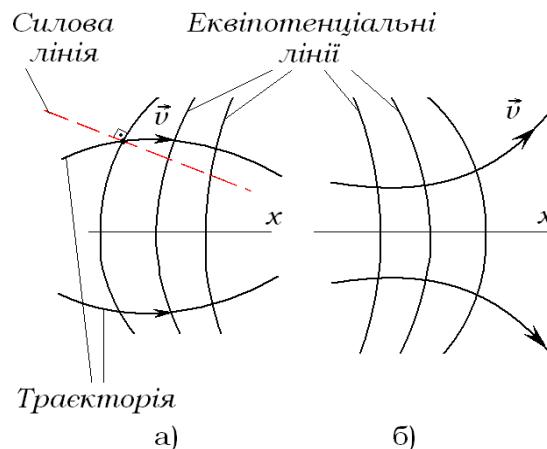


Рис. 4.6

Такі неоднорідні поля виникають між циліндричними електродами ЕПТ. На рис. 4.7 зображена найпростіша фокусуєча система електронно - променевої трубки, яка складається з двох анодів A_1 та A_2 та модулятора M .

Для фокусування електронного променя використовуються також однорідні і неоднорідні магнітні поля – так звані "магнітні лінзи".

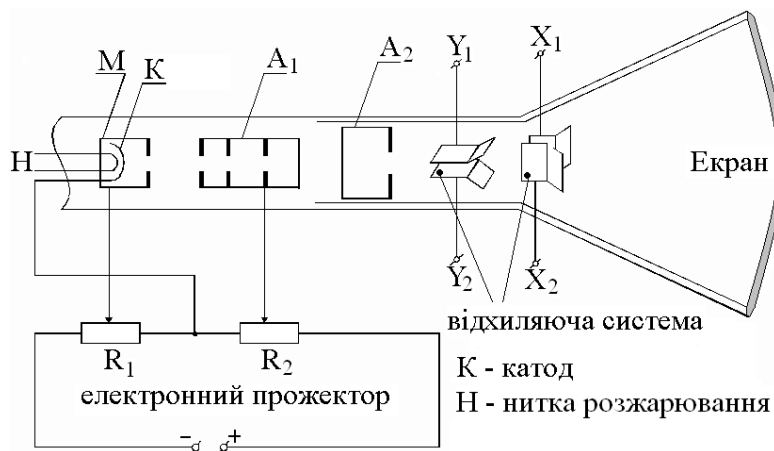


Рис. 4.7

Неоднорідне магнітне поле створюється фокусуєчою котушкою ФК з великим числом витків проводу (рис. 4.8).

Нехай електрон потрапляє в таке магнітне поле зі швидкістю \vec{v} під деяким кутом до осі x . На нього з боку магнітного поля буде діяти сила Лоренца.

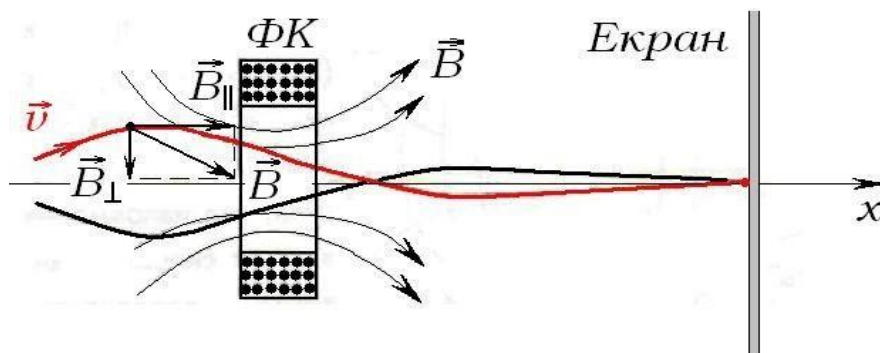


Рис. 4.8

Індукцію \vec{B} можна розкласти на радіальну \vec{B}_\perp і \vec{B}_\parallel осьову складові. Під дією радіальної складової \vec{B}_\perp електрон буде рухатись по колу навколо осі x (рис. 4.9(а)). Тобто, у нього з'явиться швидкість \vec{v}' і вздовж осі x він буде рухатись по спіралі. Але оскільки при швидкості \vec{v}' на електрон буде діяти сила Лоренца \vec{F}' з боку

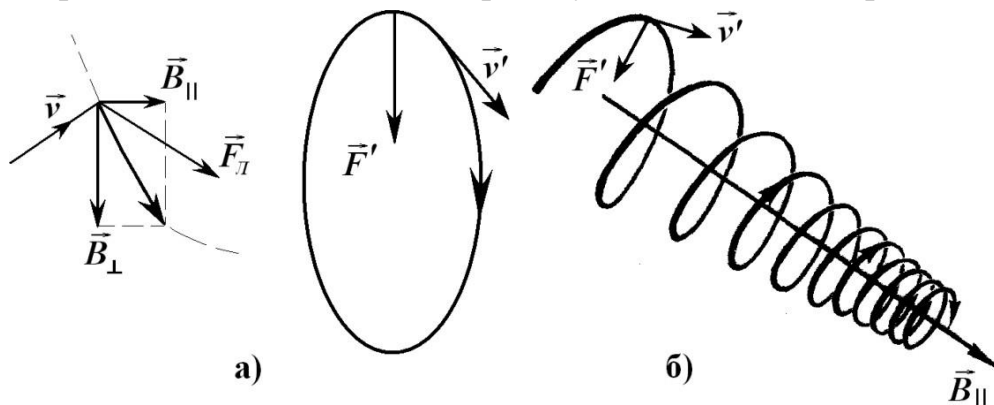


Рис. 4.9

\vec{B}_\parallel , яка напрямлена до осі, то він буде притискатися до осі (рис. 4.9(б)). Рухаючись по складних гвинтових лініях, електрони, таким чином, фокусуються на екрані.

Магнітна фокусуєча система має більший діаметр "лінзи", ніж електростатична, що забезпечує високу якість фокусування.

Крім того, вона дає змогу фокусувати потужніший промінь, ніж це можна зробити за допомогою електростатичної системи (електрони в пучку

відштовхуються). Застосовується магнітне фокусування у кінескопах, часто разом з електростатичним.

4.4. Відхилення електронного пучка в ЕПТ електричним і магнітним полями

Електричне і магнітне поля застосовуються в електронно-променевих трубках для керування електронним пучком, його переміщенням по екрану.

Потрапляючи в однорідне електричне поле, пучок відхиляється ним (див. рис. 4.7, 4.10).

Ступінь відхилення h характеризується чутливістю трубки: $S = h/U_{\text{відх}}$, де $U_{\text{відх}}$ – відхиляюча напруга сигналу.

Розрахунок свідчить, що чутливість S тим більша, чим довше промінь перебуває в полі відхиляючих пластин (l_1) і чим більша відстань цих пластин до екрану (l_2):

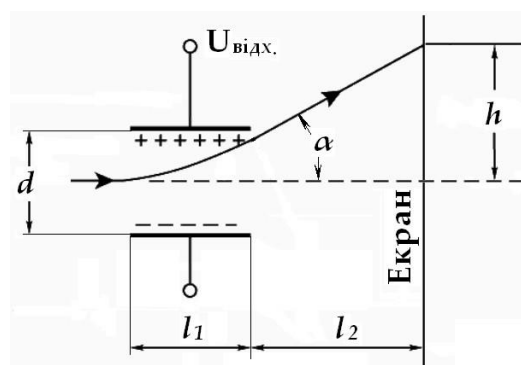


Рис. 4.10

$$S = \frac{l_1 l_2}{2dU_a}. \quad (4.14)$$

Крім того, чутливість обернено пропорційна відстані між пластинами d і напрузі анода U_a , тобто залежить від швидкості електронів – чим вона більша, тим швидше електрони проходять пластини і менше відхиляються. Тому трубки з електростатичним відхиленням порівняно з екраном довгі.

Таку ж властивість відхиляти електронний пучок має поперечне магнітне поле. На електрон у магнітному полі діє сила Лоренца у напрямку, перпендикулярному до його руху (рис. 4.11).

Чутливість трубки з магнітним відхиленням більша, ніж з електростатичним, і менше залежить від анодної напруги:

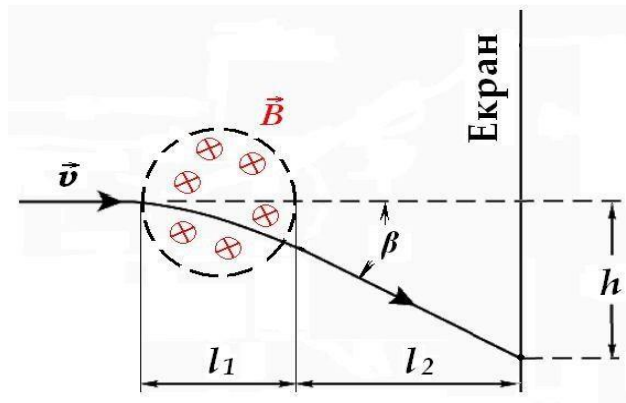


Рис. 4.11

$$S = \gamma \frac{l_1 l_2}{\sqrt{U_a}}. \quad (4.15)$$

Пояснюється це тим, що при магнітному відхиленні сила Лоренца пропорційна швидкості і збільшується з ростом U_a .

Така властивість дає змогу використовувати високу анодну напругу в трубках для дослідження швидкозмінних процесів.

Граничний кут відхилення магнітних систем у декілька разів більший, ніж у електростатичних, і досягає 55° , завдяки чому трубки з магнітним відхиленням при тій же величині екрана значно коротші. Створюються магнітні поля за допомогою котушок, які парами ставляться на шляху променя (рис. 4.12). Використовується магнітне відхилення головним чином у кінескопах.

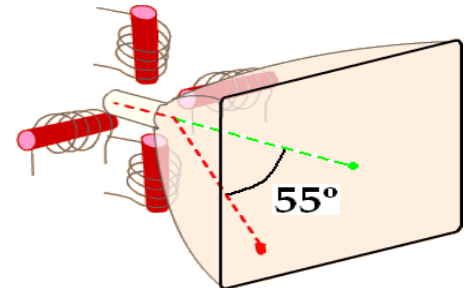


Рис. 4.12

4.5. Ефект Холла

Ми розглянули відхилення зарядів, які рухаються в магнітному полі у вакуумі в результаті дії сили Лоренца. Подібне відхилення зарядів спостерігається також при проходженні струму у металі чи у напівпровіднику, що призводить до появи електричного поля у напрямку, перпендикулярному до струму і магнітного поля. Це і є ефект Холла (рис. 4.13).

Для зручності будемо вважати, що струм створюється напрямленим рухом

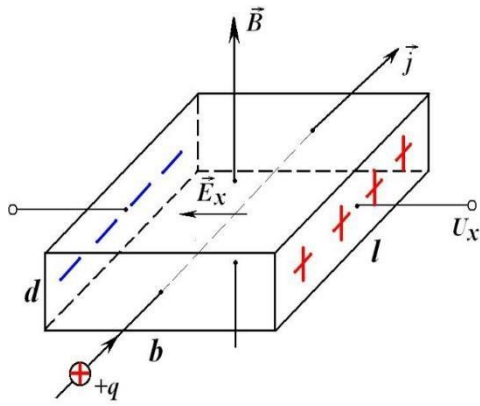


Рис. 4.13

додатних зарядів (коли струм створюється електронами, їх швидкість протилежна до напрямку струму). У магнітному полі на такі заряди діє сила Лоренца і відхиляє їх, створюючи поперечну різницю і потенціалів U_x і відповідне електричне поле E_x . Це поле напрямлене проти сили Лоренца і протидіє відхиленню зарядів, в наслідок чого настає рівновага, коли:

$$F_L = F_E. \quad (4.16)$$

Оскільки $F_L = qvB$, а $F_E = qE_x$, то:

$$qvB = qE_x, \quad (4.17)$$

звідки

$$E_x = vB. \quad (4.18)$$

Швидкість v знайдемо із виразу для густини струму:

$$j = qvn, \quad (4.19)$$

$$v = \frac{j}{qn}.$$

Тоді (4.18) запишемо:

$$E_x = \frac{1}{qn} B j, \quad (4.20)$$

$$E_x = R_x B j.$$

де

$$R_x = \frac{1}{qn}. \quad (4.21)$$

R_x – коефіцієнт Холла, який виражається через концентрацію n носіїв заряду q .

Враховуючи, що $E_x = \frac{U_x}{b}$, можемо записати:

$$\frac{U_x}{b} = R_x B j \quad (4.22)$$

або

$$\frac{U_x}{b} = R_x B \frac{1}{S} = R_x B \frac{1}{bd}, \quad (4.23)$$

$$U_x = R_x B \frac{1}{d}, \quad (4.24)$$

звідки

$$R_x = \frac{U_x d}{IB}. \quad (4.25)$$

Формула (4.25) дає змогу обчислити R_x за результатами вимірювання U_x , d , I , B і, скориставшись формулою (4.21), знайти концентрацію n носіїв заряду, що використовується у науці і техніці. На основі датчиків Холла працюють прилади для визначення індукції магнітного поля.

Приклади розв'язання задач

Задача №4.1

α -частинка, момент імпульсу якої $M = 1,33 \cdot 10^{-23} \frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$, влітає в однорідне магнітне поле, перпендикулярне її руху. Індукція магнітного поля $B = 25 \text{ мТл}$. Визначити кінетичну енергію W α -частинки.

Розв'язання:

Момент імпульсу α -частинки $\vec{M} = m[\vec{v}, \vec{R}]$ або

$$\vec{M} = mv R \sin \alpha = mv R, \quad (1)$$

(оскільки, $\alpha = 90^\circ$).

На частинку діє сила Лоренца:

$$F = m \frac{v^2}{R} \text{ або } qvB = m \frac{v^2}{R}. \quad (2)$$

З (1) маємо $R = \frac{M}{mv}$. Підставивши вираз в (2), визначимо

$$mv^2 = qB \frac{M}{m}. \quad (3)$$

Оскільки кінетична енергія дорівнює $W = \frac{mv^2}{2}$, то, з врахуванням (3), отримаємо:

$$W = \frac{qBM}{2m} = 500 \text{ eV}.$$

Задача №4.2

Частинка влітає в однорідне магнітне поле напруженістю $H = 200 \text{ кА/м}$, зі швидкістю $v = 10^6 \text{ м/с}$, рухаючись по колу радіусом $R = 8,3 \text{ см}$. Визначити відношення q/m для зарядженої частинки. Напрямок швидкості руху частинки перпендикулярний до напрямку магнітного поля. Порівняти визначене значення зі значенням q/m для електрона, протона та α -частинки.

Розв'язання:

Швидкість руху зарядженої частинки в магнітному полі під дією сили Лоренца:

$$v = \frac{qBR}{m}. \quad (4)$$

Магнітна індукція і напруженість магнітного поля зв'язані відношенням:

$$B = \mu\mu_0 H,$$

але так як для повітря магнітна проникність $\mu = 1$, тому

$$B = \mu_0 H. \quad (5)$$

Підставивши (5) в (4), визначимо:

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{\mu_0 HR} = 4,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}.$$

Для електрона $\frac{q}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$; для протона $\frac{q}{m} = 9,6 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$; для α -частинки

$$\frac{q}{m} = 4,8 \cdot 10^7 \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$

Задача №4.3

Магнітне поле напруженістю $H = 8 \text{кА/м}$ та електричне поле напруженістю $E = 1 \text{кВ/м}$ напрямлені однаково. Електрон влітає в електричне поле зі швидкістю $v = 10^5 \text{м/с}$. Визначити нормальне a_n , тангенціальне a_τ , та повне a прискорення електрона.

Задачу розв'язати, якщо швидкість електрона:

- паралельна напрямку електричного поля;
- перпендикулярна до напрямку електричного поля.

Розв'язання:

а) Зі сторони магнітного поля на електрон діє сила Лоренца:

$$F = |e|vB \sin \alpha.$$

Оскільки, \vec{v} паралельна \vec{H} (рис. 4.1.1), то $\alpha = 0, F = 0$, отже, напрям швидкості не змінюється і $a_n = 0$. Під дією сил електричного поля, отримуємо тангенціальне прискорення:

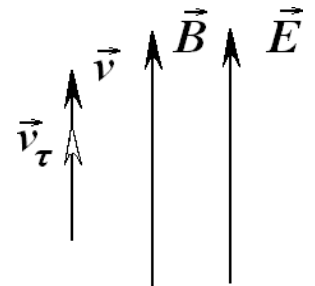


Рис. 4.1.1

$$F_{el} = eE = m|a_\tau|,$$

$$|a_\tau| = \frac{eE}{m} = 1,76 \cdot 10^{14} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Повне прискорення $a = |a_\tau| = 1,76 \cdot 10^{14} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

б) Якщо \vec{v} перпендикулярна \vec{H} (рис. 4.4.2), то $a_\tau = 0$ і електрон рухається по колу. На нього діє сила Лоренца:

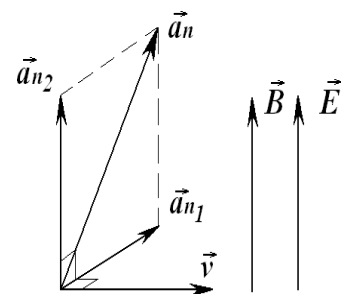


Рис. 4.4.2

$$F = |e|vB \sin 90^\circ = |e|vB,$$

яка надає йому прискорення a_n . Отже, $evB = m a_n$ звідки $a_n = \frac{evB}{m}$.

Електричне поле діє перпендикулярно руху електрона, тобто тангенціально не

прискорюється, тому $a_\tau = 0$, а нормальне прискорення $a_{n_2} = \frac{eE}{m}$.

Вектори \vec{a}_{n_1} та \vec{a}_{n_2} напрямлені перпендикулярно один до одного, тому результуюче нормальне прискорення:

$$a_n = \sqrt{\left(\frac{eE}{m}\right)^2 + \left(\frac{evB}{m}\right)^2} = \frac{e}{m} \sqrt{E^2 + v^2 B^2}$$

або

$$a_n = \frac{e}{m} \sqrt{E^2 + v^2 \mu_0^2 H^2} = 2,5 \cdot 10^{14} \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Задача №4.4

Пучок електронів, прискорених різницею потенціалів $U = 300 \text{ В}$, влітає в однорідне магнітне поле, напрямлене від рисунка 4.4.3 до нас. Ширина поля $b = 2,5 \text{ см}$. У відсутності магнітного поля пучок електронів дає пляму в точці А флуоресцентного екрану, розміщеного на відстані $l = 5 \text{ см}$ від краю полюсів магніту. При включенні магнітного поля пляма зміщується в точку В. Визначити зміщення $x = AB$ пучка електронів, якщо відомо, що індукція магнітного поля

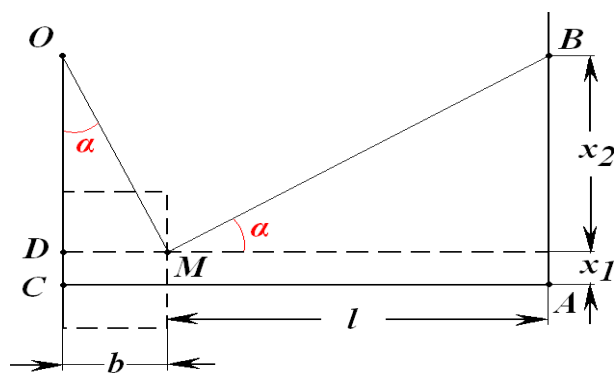


Рис. 4.4.3

$$B = 14,6 \text{ мкТл}.$$

Розв'язання:

Загальне зміщення електрона $x = x_1 + x_2$, де x_1 – зміщення електрона в магнітному полі. Електрон в магнітному полі рухається по колу радіусом $R = \frac{mv}{eB}$.

Зміщення x_1 можна визначити з відношення:

$$x_1 = DC = OC - OD.$$

$$\text{Але } OC = R \text{ і } OD = \sqrt{OM^2 - DM^2} = \sqrt{R^2 - b^2}.$$

Таким чином, зміщення $x_1 = R - \sqrt{R^2 - b^2}$. Зміщення x_2 може бути визначено з пропорції $\frac{x_2}{l} = \frac{DM}{DO}$, звідки $x_2 = \frac{bl}{\sqrt{R^2 - b^2}}$. Тоді зміщення

$$x = R - \sqrt{R^2 - b^2} + \frac{bl}{\sqrt{R^2 - b^2}}. \text{ Маємо } R = \frac{mv}{eB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2Um}{e}}.$$

дані отримаємо:

$$R = 4\text{см}, x = 4,9\text{см}.$$

Запитання та завдання для контролю

1. Що таке сила Лоренца? Як визначити напрямок дії сили Лоренца?
2. Як рухається заряджена частинка в однорідному магнітному полі, якщо $\vec{v} \perp \vec{B}$?
3. Електрон влітає зі швидкістю \vec{v} в однорідне магнітне поле, так що $\vec{v} \perp \vec{B}$. Зобразити траєкторію його руху.
4. Вивести формулу для радіуса кола, по якому рухається електрон в однорідному магнітному полі ($\vec{v} \perp \vec{B}$).
5. Вивести формулу для періоду обертання заряду в однорідному магнітному полі.
6. Якою буде траєкторія електрона, що влітає в однорідне магнітне поле під кутом α до вектора \vec{B} ?
7. Як відбувається фокусування електронного пучка? Що таке електронні лінзи?
8. Пояснити принцип дії електронно-променевої трубки.
9. Як відбувається фокусування електронного пучка неоднорідним магнітним полем?
10. Як відбувається відхилення електронного пучка в ЕПТ?
11. Що таке ефект Холла?
12. Яке застосування має ефект Холла?

ЕЛЕКТРОМАГНІТНА ІНДУКЦІЯ

5.1. Явище електромагнітної індукції. Закон Фарадея.

Правило Ленца

У 1831 р. Фарадей виявив, що в замкненому контурі при зміні потоку магнітної індукції через поверхню, обмежену цим контуром, виникає електричний струм. Це явище називають електромагнітною індукцією, а струм, що виникає – індукційним.

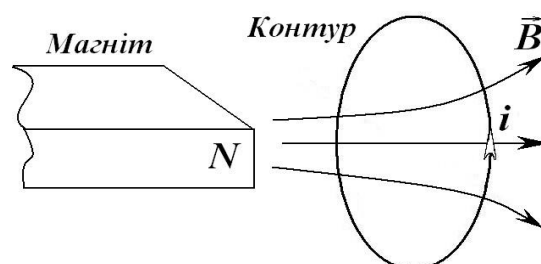


Рис. 5.1

Явище електромагнітної індукції можна продемонструвати за допомогою дослідів з магнітом, наближаючи чи віддаляючи його від контуру (рис. 5.1), чи змінюючи струм і магнітне поле в котушці (рис. 5.2).

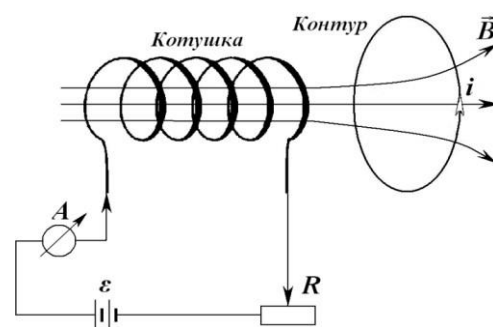


Рис. 5.2

Явище електромагнітної індукції свідчить про те, що при зміні магнітного потоку в контурі виникає електрорушійна сила ε_i – так звана ЕРС індукції. Величина ε_i не залежить від способу, яким здійснюється зміна магнітного потоку Φ , і визначається лише швидкістю цієї зміни ($d\Phi/dt$). Знак ЕРС індукції ε_i визначається напрямком зміни потоку, тобто його зростанням чи спаданням. У вигляді формули це можна записати таким чином:

$$\varepsilon_i = -k \frac{d\Phi}{dt}.$$

Коефіцієнт пропорційності k залежить від вибору системи одиниць вимірювання. В міжнародній системі (SI) $k = 1$. Знак "–" враховує напрямок ЕРС. Таким чином, у системі SI можна написати:

$$\varepsilon_i = - \frac{d\Phi}{dt}.$$

Це закон Фарадея для електромагнітної індукції.

Ми розглянули виникнення ЕРС індукції у найпростішому контурі з одного витка. Якщо контур складається із N витків, з'єднаних послідовно, то і ЕРС дорівнює сумі ЕРС індукції кожного витка (рис. 5.3):

$$\varepsilon_i = -\sum_{i=1}^N \frac{d\Phi_i}{dt} = -\frac{d}{dt} \sum_{i=1}^N \Phi_i.$$

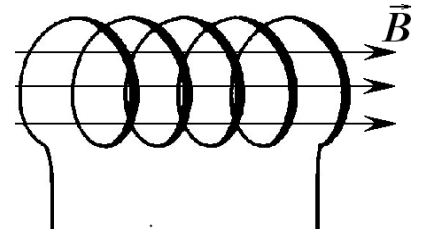


Рис. 5.3

Позначимо:

$$\sum_{i=1}^N \Phi_i = \psi.$$

Тоді:

$$\varepsilon_i = -k \frac{d\psi}{dt}.$$

Величину ψ , називають повним магнітним потоком.

Розглянемо більш детально, який напрямок має індукційний струм.

Російський вчений Ленц сформулював таке правило (правило Ленца): індукційний струм завжди напрямлений так, щоб протидіяти причині, що його зумовлює. Нехай у контурі 1 протікає

струм I_1 і створює магнітне поле \vec{B}_1 , силові лінії якого пронизують контури 1 і 2 (рис. 5.4). Якщо струм I_1 збільшується

$dI_1/dt > 0$, то потік вектора магнітної індукції Φ_2 через контур 2 теж збільшується, і в ньому виникне ЕРС

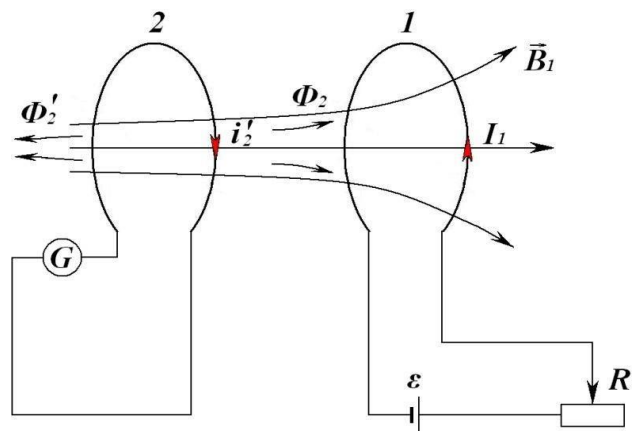


Рис. 5.4

індукції і струм i_2' , такого напрямку, щоб протидіяти причині, що його викликала, тобто, протидіяти збільшенню потоку магнітної індукції. Це означає,

що струм i_2' у контурі 2 тече в протилежному напрямку відносно струму I_1 і

створює потік Φ_2' , напрямлений проти потоку Φ_2 .

Тепер розглянемо випадок зменшення струму I_1 $dI_1/dt < 0$ (рис. 5.5). Потік Φ_2 при цьому теж зменшується і в контурі 2, згідно з правилом Ленца, виникає індукційний струм i_2' такого напрямку, щоб створений ним потік Φ_2' протидіяв зменшенню потоку Φ_2 , тобто щоб доповнював його. У цьому випадку i_2' повинен мати такий же напрямок, як і струм I_1 .

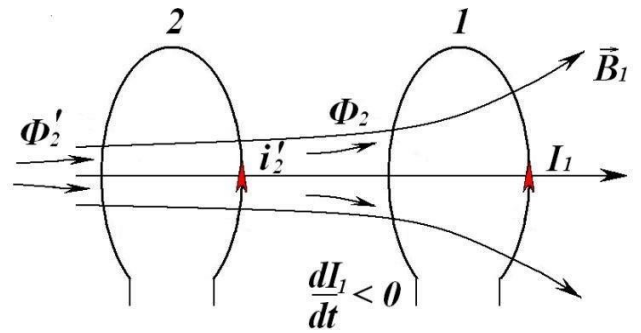


Рис. 5.5

5.2. Пояснення явища електромагнітної індукції за допомогою сили Лоренца

Електрорушійна сила індукції зумовлена зміною магнітного потоку $\Phi = BS \cos \alpha$, α – кут між \vec{B} і \vec{n} – нормаллю до поверхні контуру. Ця зміна може бути викликана зміною геометрії контуру (тобто площі, охопленої контуром), або зміною індукції магнітного поля B , чи зміною орієнтації контуру в полі.

Будемо вважати, що зміна магнітного потоку відбувається за рахунок зміни геометрії контуру (S) і покажемо, що при цьому в контурі повинна виникнути ЕРС індукції згідно із законом Фарадея.

Для цього візьмемо замкнений провідний контур з рухомою перемичкою l і помістимо його в однорідне магнітне поле з індукцією \vec{B} , лінії якої перпендикулярні до площини контуру ($\alpha = 0$). Протилежна до перемички сторона має розрив, до якого приєднано вольтметр з великим опором (рис.5.6).

Нехай перемичка MN рухається зі швидкістю \vec{v} . Разом з перемичкою рухаються електрони і на кожен з них буде діяти сила Лоренца:

$$\vec{F}_L = e[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (5.1)$$

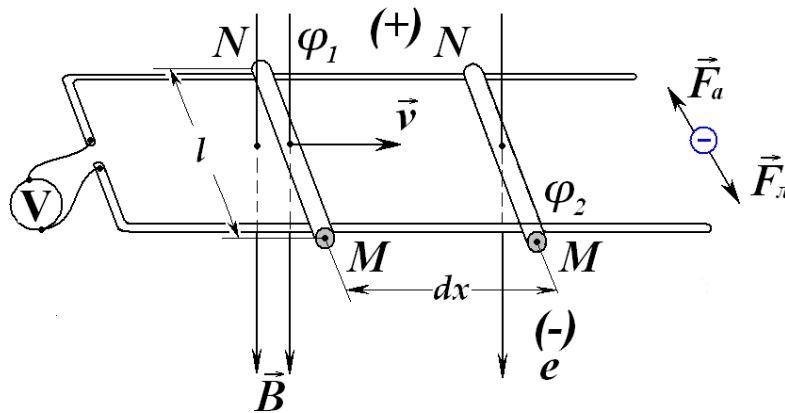


Рис. 5.6

Під дією цієї сили електрони будуть зміщуватись до кінця M перемички, а позитивний заряд буде "оголюватись" біля кінця N , оскільки цей заряд утворюють іони металу, які знаходяться у вузлах кристалічної ґратки.

Таке зміщення електронів буде відбуватись до тих пір, доки не виникне різниця потенціалів $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ на довжині перемички l і відповідне електричне поле напруженістю:

$$E = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l}. \quad (5.2)$$

В умовах динамічної рівноваги сила, що діє з боку цього електричного поля, напрямлена проти сили Лоренца і рівна їй за величиною:

$$|F_q| = |F_L| \quad (5.3)$$

або

$$Ee = evB \sin \alpha, \quad (5.4)$$

де $\alpha = 90^\circ$.

Оскільки $\sin 90^\circ = 1$, то $Ee = evB$ і

$$E = vB. \quad (5.5)$$

З урахуванням (5.5) вираз (5.2) набуде вигляду:

$$E = -\frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l} = vB, \quad (5.6)$$

звідки

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -lvB. \quad (5.7)$$

Швидкість переміщення перемички $v = dx/dt$. Підставивши цей вираз у (5.7), одержимо:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -l \frac{dx}{dt} B. \quad (5.8)$$

Тут $ldx = dS$ – приріст площі контуру за час dt .

З врахуванням цього:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = -\frac{dBS}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (5.9)$$

де $d\Phi = Bldx = BdS$. – приріст потоку $d\Phi$ через контур.

Виникаюча різниця потенціалів на кінцях перемички є не що інше, як електрорушійна сила індукції, тому (5.9) можемо записати:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.10)$$

Це і є закон Фарадея.

Таким чином, виходячи з уявлення про силу Лоренца, яка діє на електрон, що рухається разом з перемичкою, ми одержали вираз для ЕРС індукції.

5.3. Виникнення вихрового електричного поля при зміні магнітного поля. Пояснення явища електромагнітної індукції на його основі

У попередньому параграфі ми розглянули ЕРС індукції при зміні магнітного потоку за рахунок зміни геометрії контуру.

Однак ЕРС індукції може виникнути також внаслідок зміни індукції магнітного поля B у часі:

$$\Phi = B(t)S \cos \alpha.$$

Це підтверджує експеримент. Наприклад, якщо підносити до замкнутого провідного контуру магніт, то в контурі з'являється індукційний струм i (рис. 5.7(а)). Існування ж індукційного струму свідчить про те, що в контурі діє ЕРС яка, очевидно, зумовлена зміною B у часі:

$$\varepsilon \sim \frac{dB}{dt}. \quad (5.11)$$

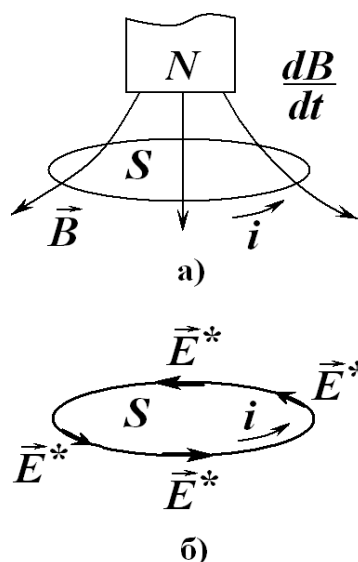
Але ми знаємо, що, згідно з означенням, ЕРС дорівнює роботі поля сторонніх сил по переміщенню одиничного заряду по частині контуру, де діють ці сили:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \oint_i E_i^{\text{ст}} dl. \quad (5.12)$$

У нашому випадку теж діють сторонні сили, бо існує струм і ЕРС індукції. Позначимо напруженість поля цієї сторонньої сили через E^* . Тоді вираз (5.12) набере вигляду:

$$\varepsilon = \varepsilon_i = \oint_i E_i^* dl. \quad (5.13)$$

Поле сторонніх сил E^* має електричну природу, бо воно не зумовлене ні



хімічними, ні тепловими, ні іншими процесами. Воно діє на заряд у кожній точці замкнутого провідного контуру (зазначимо, що всі точки цього провідного контуру еквівалентні). Отже, силові лінії цього поля замкнені (рис. 5.7(б)). Поле, силові лінії якого замкнені, називається *вихровим*. Із попередніх лекцій з магнетизму відомо, що вихровим є магнітне поле. Як бачимо, вихровим може бути також і електричне поле. Отже, вихрове поле зумовлює появу ЕРС індукції та індукційний струм у контурі.

Рис. 5.7 а,б

Згідно з законом Фарадея:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (5.14)$$

маємо

$$\oint_i E_i^* dl = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (5.15)$$

Оскільки в загальному випадку магнітний потік Φ неоднорідний, то подаємо Φ через інтеграл:

$$\Phi = \int B_n dS. \quad (5.16)$$

Підставляючи цей вираз у (5.15), одержимо:

$$\oint_i E_i^* dl = -\frac{d}{dt} \int B_n dS, \quad (5.17)$$

де $\oint_i E_i^* dl = \varepsilon_i$ – це ще один запис закону Фарадея.

Зазначимо, що рівняння (5.17) є одним із рівнянь Максвелла в теорії електромагнітного поля.

Аналізуючи рівняння (5.17), доходимо висновку, що магнітне поле, яке змінюється в часі, породжує вихрове поле E^* із замкненими силовими лініями. Це вихрове поле і створює індукційний струм у контурі. Цей висновок узгоджується з ідеєю Максвелла, що всяке магнітне поле, що змінюється у часі, породжує електричне поле – ідеєю утворення електромагнітних хвиль.

Таким чином, електричні поля бувають двох видів – потенціальні (електростатичні) і вихрові. У потенціальному полі силові лінії починаються на додатних і закінчуються на від'ємних зарядах, а у випадку вихрового поля силові лінії замкнені.

5.4. Вихрові струми. Їх роль у техніці

Внаслідок явища електромагнітної індукції у замкненому провідному контурі

виникає індукційний струм. Але індукційні струми можуть збуджуватися і в суцільних провідних середовищах, оскільки в них можна виділити безліч замкнених контурів.

Тому змінне магнітне поле в об'ємі провідника призводить до появи вихрових струмів або струмів Фуко, названих іменем першого їх дослідника (рис. 5.8).

Оскільки електричний опір провідників малий, вихрові струми можуть досягати значних величин і розігрівати метал, що може відігравати як позитивну, так і негативну роль у техніці.

Нагрівання провідників вихровими струмами застосовують в індукційних металургійних печах.

Така піч являє собою котушку (індуктор), що живиться високочастотним струмом великої сили (рис. 5.9). Якщо помістити в середину котушки провідне тіло (тигель із тугоплавкого металу, наприклад, платини), то в ньому виникнуть вихрові струми, які можуть розігріти його до високої температури. Таким способом здійснюється плавлення речовин у вакуумі, що дає змогу одержувати матеріали високої чистоти.

Згідно з правилом Ленца, струми Фуко вибирають усередині провідника такі шляхи і напрямки, щоб якнайсильніше протидіяти причині, що їх викликає. Тому провідники, які рухаються в магнітному полі, гальмуються, що зумовлено взаємодією струмів Фуко з магнітним полем. Цим користуються для демпфірування (заспокоєння) рухливих частин гальванометрів, сейсмографів та інших приладів (рис.5.10).

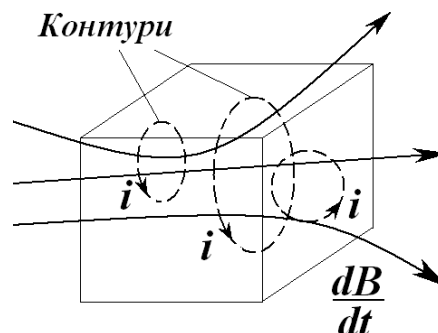


Рис. 5.8

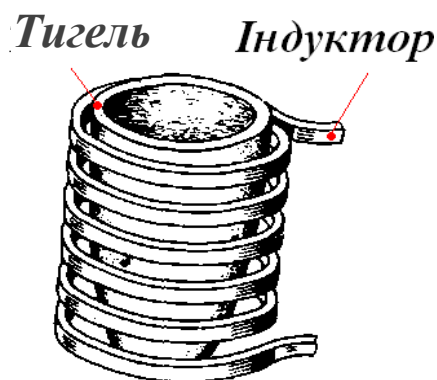


Рис. 5.9

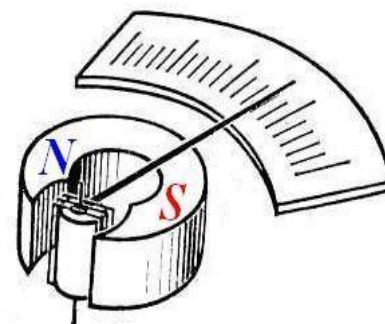


Рис. 5.10

Струми Фуко можуть бути також шкідливими.

Наприклад, у залізних осердях трансформаторів і якорях електричних генераторів вихрові струми є причиною непотрібного нагрівання. Тому для зменшення вихрових струмів такі деталі виготовляють з тонких листів, розділених найтоншими шарами ізолятора, які переривають можливі лінії вихрових струмів і послаблюють їх (рис. 5.11).

Деталь із пластин на рис. 5.11(а) має значно слабші вихрові струми, ніж деталь на рис.5.11(б).

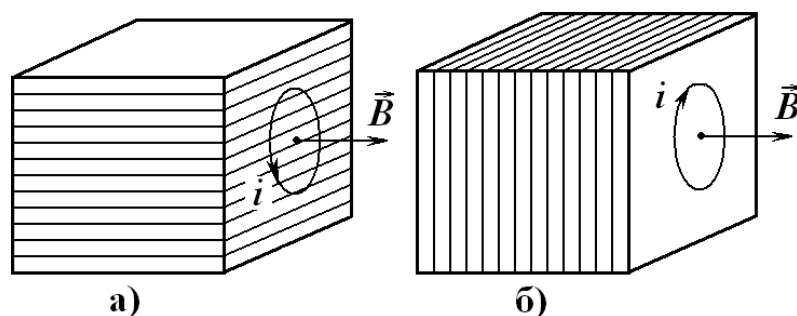


Рис. 5.11

У радіотехніці для зменшення вихрових струмів осердя котушок індуктивності роблять з магнітодіелектриків – матеріалів, які складаються із подрібненого феромагнетика, спресованого з діелектриком (рис. 5.12). Також використовуються ферити – напівпровідникові чи діелектричні матеріали, які мають сильні магнітні властивості і достатньо високий опір, що зменшує вихрові струми.

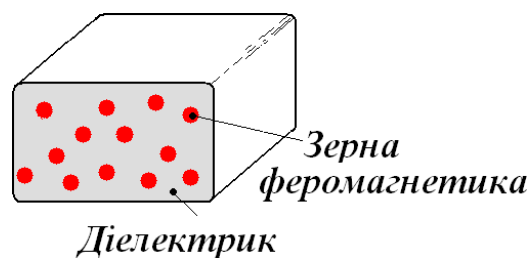


Рис. 5.12

5.5. Кількість електрики, що переноситься індукційним струмом. Балістичний метод вимірювання індукції магнітного поля

Балістичний метод вимірювання магнітної індукції розробив А.Г. Столетов.

Суть його полягає в тому, що в магнітне поле поміщається рамка з N витками перпендикулярно до ліній індукції і швидко повертається на 90° (рис. 5.13).

При повороті рамки повний магнітний потік змінюється від ψ_1 до $\psi_2 = 0$. Миттєве значення струму в котушці:

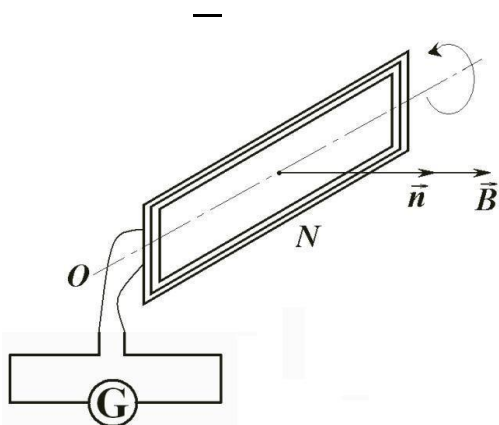


Рис. 5.13

$$i = \frac{\varepsilon_i}{R} = -\frac{d\psi/dt}{R}, \quad (5.18)$$

де R – загальний опір кола.

Так як $i = dq/dt$, то заряд dq , що протікає в колі за час dt :

$$dq = idt = -\frac{d\psi/dt}{R} dt = -\frac{d\psi}{R}. \quad (5.19)$$

Проінтегрувавши цей вираз, знайдемо весь заряд, що пройшов у колі:

$$q = \int dq = -\int_1^2 \frac{d\psi}{R} = -\frac{1}{R} d\psi \Big|_1^2 = -\frac{1}{R} (\psi_2 - \psi_1) = \frac{1}{R} (\psi_1 - \psi_2). \quad (5.20)$$

Повний магнітний потік $\psi_1 = NBS$ (при $\vec{n} \parallel \vec{B}$), а $\psi_2 = 0$ (при $\vec{n} \perp \vec{B}$). Тому:

$$\psi_1 - \psi_2 = NBS. \quad (5.21)$$

Підставивши (5.21) у (5.20), знаходимо:

$$q = \frac{1}{R} NBS. \quad (5.22)$$

Цей заряд може бути вимірний за допомогою так званого балістичного гальванометра, рамка якого має великий період власних коливань і дає змогу інтегрувати індукційний струм за час поштовху. Таким чином, відхилення світлового зайчика гальванометра пропорційне значенню заряду, що проходить:

$$q = C_m t, \quad (5.23)$$

де t – число поділок, на які відхиляється світловий зайчик гальванометра по шкалі;

C_q – так звана балістична стала гальванометра, значення якої вказується в паспорті припаду.

З формул (5.22) і (5.23) одержуємо вираз для B :

$$B = \frac{C_q R}{NS} m. \quad (5.24)$$

Вимірявши число поділок m , на яке відхиляється світловий зайчик, і знаючи повний опір електричного кола гальванометра R , а також число витків N контуру і його площу S , можна обчислити індукцію магнітного поля B .

Зазначимо, що рамку не обов'язково повертати в магнітному полі на 90° ; магнітний потік можна зменшити до нуля, наприклад, вимкнувши струм електромагніту.

Користуючись балістичним методом, можна також знаходити невеликі зміни ΔB за відхиленням світлового зайчика гальванометра на невелике число поділок Δm . Тоді формула (5.24) матиме вигляд:

$$\Delta B = \frac{C_q R}{NS} \Delta m. \quad (5.25)$$

Ця формула використовується при дослідженні властивостей феромагнетиків на лабораторному занятті.

Приклади розв'язання задач

Задача №5.1

Коловий контур радіусом $r = 2 \text{ см}$ розміщений в однорідному магнітному полі індукція якого $B = 0,2 \text{ Тл}$. Площина контуру перпендикулярна до напрямку магнітного поля. Опір контуру $R = 1 \text{ Ом}$. Яка кількість електрики q пройде крізь котушку при повороті на кут $\alpha = 90^\circ$.

Розв'язання:

Кількість електрики, пройденої через поперечний переріз провідника при

виникненні в ньому індуктивного струму:

$$dq = -\frac{1}{R}d\Phi.$$

Елементарний магнітний потік:

$$d\Phi = BS \sin \alpha d\alpha.$$

Так як α – кут між площиною контуру та напрямком вектора магнітної індукції. Тоді кількість електрики, що пройде через котушку при повороті її на кут $\alpha = 90^\circ$:

$$q = -\frac{1}{R} \int_0^{\alpha} d\Phi = -\frac{BS}{R} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha d\alpha = -\frac{BS}{R} \cos \alpha \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{BS}{R} \left(\cos \frac{\pi}{2} - \cos 0 \right) = \frac{BS}{R}.$$

Так як $S = \pi r^2$, то $q = \frac{B\pi r^2}{R} = 0,25 \text{ Кл}$.

Задача №5.2

Котушка діаметром $D = 10 \text{ см}$, що складається з $N=500$ витків дроту, знаходиться в магнітному полі. Визначити середнє ЕРС індукції ε_{cp} , що з'являється в котушці, якщо індукція магнітного поля збільшиться з часом $t = 0,1 \text{ с}$ від 0 до 2 Тл.

Розв'язання:

Відповідно до закону Фарадея:

$$\varepsilon_{cp} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

де зміна потоку магнітної індукції через котушку:

$$\Delta\Phi = NS \Delta B.$$

Отже,

$$\varepsilon_{cp} = NS \frac{\Delta B}{\Delta t},$$

де $\Delta B = B_2 - B_1$.

За умовою $B_1 = 0$, $B_2 = 2 \text{ Тл}$. Підставивши числові значення: $\varepsilon_{cp} = 78,5 \text{ В}$.

Задача №5.3

В магнітному полі, індукція котрого $B = 0,05 \text{ Тл}$, обертається стрижень довжиною $l = 1 \text{ м}$ з кутовою швидкістю $\omega = 20 \text{ рад/с}$. Вісь обертання проходить через кінець стрижня й паралельна магнітному полю. Визначити ЕРС індукції ε , що виникає на кінцях стрижня.

Розв'язання:

Відповідно до закону Фарадея:

$$\varepsilon_{cp} = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t},$$

де зміна магнітного потоку:

$$\Delta \Phi = B \Delta S \sin \alpha.$$

Оскільки, $\alpha = 90^\circ$, $\Delta \Phi = B \Delta S$.

За один оберт стрижень перетинає площу $\Delta S = \pi l^2$ за час $\Delta t = t$. Тоді магнітний потік, що перетинає стрижень за один оберт:

$$\Phi = B \pi l^2,$$

виникаюча на кінцях стержня ЕРС:

$$\varepsilon = \frac{B \pi l^2}{t} = B \pi l^2 n = \frac{B l^2 \omega}{2}.$$

Підставивши числа, отримаємо: $\varepsilon = 0,5 \text{ В}$.

Задача №5.4

В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,1 \text{ Тл}$, обертається котушка, що складається з $N = 200$ витків. Вісь обертання котушки перпендикулярна до її осі та до напрямку магнітного поля. Період обертання котушки $T = 0,2 \text{ с}$, площа поперечного перерізу $S = 4 \text{ см}^2$. Визначити максимальну ЕРС індукції ε_{\max}

в котушці, що обертається.

Розв'язання:

Миттєве значення ЕРС індукції ε визначається рівнянням:

$$\varepsilon = -\frac{d\psi}{dt}, \quad (1)$$

потокозчеплення:

$$\psi = N\Phi, \quad (1)$$

де N – число витків котушки, що пронизуються магнітним потоком Φ .

Підставивши вираз ψ в (1), отримаємо:

$$\varepsilon = -N\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При обертанні котушки магнітний потік Φ , який пронизує котушку в момент часу t , змінюється за законом:

$$\Phi = BS \cos \omega t, \quad (3)$$

де

$$\omega = \frac{2\pi}{T}, \quad (4)$$

ω – кутова швидкість обертання котушки.

Підставивши (3) в (2) та продиференціювавши за часом, визначимо миттєве значення ЕРС індукції $\varepsilon = NB\omega \sin \omega t$.

Максимального значення ЕРС досягне при $\sin \omega t = 1$. Звідси, підставивши (4) отримаємо:

$$\varepsilon_{\max} = NBS \frac{2\pi}{T} = 250 \text{ мВ}.$$

Запитання та завдання для контролю

1. В чому полягає явище електромагнітної індукції?
2. Записати і пояснити закон Фарадея для електромагнітної індукції.

3. Який напрямок має індукційний струм? Сформулювати правило Ленца.
4. Чому в провіднику, який рухається у магнітному полі, виникає різниця потенціалів? Від чого залежить ця різниця потенціалів?
5. Пояснити виникнення вихрового поля. Чим вихрове поле відрізняється від потенціального електричного поля?
6. Пояснити виникнення ЕРС індукції за допомогою вихрового електричного поля.
7. Що таке вихрові струми? Яка їх роль у техніці, радіотехніці?
8. У чому полягає балістичний метод вимірювання індукції магнітного поля?

ВЗАЄМНА ІНДУКЦІЯ. САМОІНДУКЦІЯ

6.1. Взаємна індукція. Взаємна індуктивність

Якщо зміна магнітного потоку викликана зміною струму, то явище електромагнітної індукції можна поділити на два види – взаємну індукцію і самоіндукцію.

Розглянемо детальніше спочатку взаємну індукцію – виникнення ЕРС в одному із взаємо зв'язаних контурів при зміні струму в іншому (рис. 6.1).

Нехай у контурі 1 протікає струм I_1 , що створює в контурі 2 повний магнітний потік ψ_2 , який пропорційний I_1 :

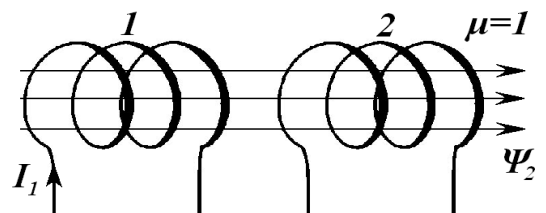


Рис.6.1

$$\psi_2 = L_{21}I_1. \tag{6.1}$$

Коефіцієнт пропорційності L_{21} називається *коефіцієнтом взаємної індукції*, або *взаємною індуктивністю*.

Якщо відбувається зміна струму I_1 , то змінюється потік у контурі 2 і в ньому виникає ЕРС індукції:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\psi_2}{dt} = -\frac{d L_{21}I_1}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}. \quad (6.2)$$

Якщо ж тече струм I_2 у контурі 2, то він створює потік у контурі 1, який пропорційний струму I_2 :

$$\psi_1 = L_{12}I_2. \quad (6.3)$$

При зміні струму I_2 виникає ЕРС у контурі 1:

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\psi_1}{dt} = -\frac{d L_{12}I_2}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt}. \quad (6.4)$$

У розглянутому прикладі (рис. 6.1) магнітне осердя відсутнє ($\mu = 1$). Як свідчать розрахунки і досліди, в цьому випадку коефіцієнти взаємної індукції L_{12} і L_{21} рівні:

$$L_{12} = L_{21}. \quad (6.5)$$

При наявності феромагнетика ($\mu \gg 1$), його намагнічування залежить від сили струму і кількості витків котушки (рис. 6.2), тому коефіцієнти взаємної індукції не будуть рівними:

$$L_{12} \neq L_{21}. \quad (6.6)$$

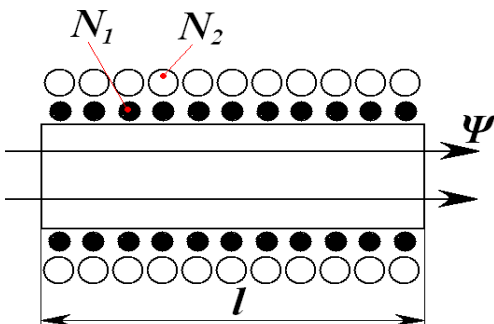


Рис. 6.2

Покажемо це для довгого соленоїда з феромагнітним осердям, на якому намотані дві котушки з кількістю витків N_1 і N_2 (рис. 6.2).

Нехай через котушку N_1 протікає струм I_1 і створює магнітне поле B_1 , що пронизує котушку N_2 .

Тоді повний магнітний потік через котушку N_2 :

$$\psi_2 = B_1 S N_2. \quad (6.7)$$

Індукція у нескінченно довгому соленоїді:

$$B_1 = \mu_{H_1} \mu_0 H_1 = \mu_{H_1} \mu_0 n_1 I_1, \quad (6.8)$$

де $H_1 = n_1 I_1$ – напруженість магнітного поля, що створюється котушкою N_1 ; n_1 –

густота витків котушки N_1 ; μ_{H_1} – відносна магнітна проникність осердя, яка залежить від напруженості магнітного поля.

Підставивши (6.8) у (6.7), одержимо:

$$\psi_2 = B_1 S N_2 = \mu_{H_1} \mu_0 n_1 I_1 S N_2 = \mu_{H_1} \mu_0 \frac{N_1}{l} I_1 S N_2 = \frac{S}{l} \mu_{H_1} \mu_0 N_1 N_2 I_1 \quad (6.9)$$

або

$$\psi_2 = L_{21} I_1, \quad (6.10)$$

де

$$L_{21} = \frac{S}{l} \mu_{H_1} \mu_0 N_1 N_2 \quad (6.11)$$

– взаємна індуктивність контурів.

Аналогічний вираз одержимо, якщо струм буде змінюватися у котушці N_2 , а котушку N_1 буде пронизувати потік Ψ_1 :

$$L_{12} = \frac{S}{l} \mu_{H_2} \mu_0 N_1 N_2. \quad (6.12)$$

Оскільки магнітні проникності μ_{H_1} і μ_{H_2} залежать від напруженості магнітного поля, а магнітне поле залежить від густоти витків котушок і значення струму в них:

$$\begin{aligned} H_1 &= n_1 I_1, \\ H_2 &= n_2 I_2, \end{aligned}$$

то в загальному випадку $\mu_{H_1} \neq \mu_{H_2}$, а отже:

$$L_{12} \neq L_{21}. \quad (6.13)$$

Лише у випадку, коли $\mu_{H_1} = \mu_{H_2} = 1$, тобто при відсутності магнітного осердя:

$$L_{12} = L_{21}, \quad (6.14)$$

про що вже йшлося раніше (6.5).

6.2. Самоіндукція. Індуктивність. ЕРС самоіндукції

Електрорушійна сила індукції не залежить від того, чим викликана зміна

магнітного потоку. І якщо по контуру йде струм, то він створює магнітне поле в

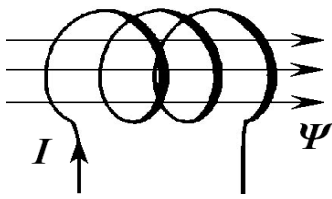


Рис. 6.3

цьому контурі і відповідний магнітний потік Ψ (рис. 6.3).

При зміні струму повинен змінитися потік Ψ , а значить повинна виникнути ЕРС індукції. Оскільки ця ЕРС виникає в тому ж контурі, у якому протікає струм, то вона називається ЕРС самоіндукції. Оскільки $\psi \sim B \sim I$ (по

закону Біо - Савара - Лапласа), то можемо записати:

$$\psi = LI. \quad (6.15)$$

Коефіцієнт пропорційності L називається індуктивністю:

$$L = \frac{\psi}{I}. \quad (6.16)$$

Одиниця виміру індуктивності – Генрі (Гн). 1Гн – Вб/А – це індуктивність такого контуру, у якому при протіканні струму 1А створюється магнітний потік 1 Вб.

Для створення індуктивності у радіотехніці широко використовують котушки з певною кількістю витків дроту. Такою котушкою індуктивності, наприклад, є дросель. Фізичною моделлю котушки індуктивності може бути соленоїд. Розглянемо, від чого залежить індуктивність соленоїда.

а) Індуктивність нескінченно довгого соленоїда

Скористаємося формулою (6.16):

$$L = \frac{\psi}{I}, \quad (6.17)$$

тут ψ – повний магнітний потік, що пронизує витки соленоїда:

$$\psi = BSN = \mu_0 \mu HSN. \quad (6.18)$$

Напруженість поля в соленоїді $H = NI$. Тому (6.18) можемо записати:

$$\psi = \mu_0 \mu n N S I = \mu_0 \mu \frac{N}{l} N S I = \mu_0 \mu \frac{N^2}{l} S I = \mu_0 \mu n^2 V I,$$

де $n = N/l$ – число витків соленоїда на довжину соленоїда; V – його об'єм.

Підставивши одержане значення для Ψ у (6.17), маємо:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V. \quad (6.19)$$

Як бачимо (6.19), індуктивність нескінченно довгого соленоїда визначається густотою витків n . Вона залежить також від магнітних властивостей осердя соленоїда (μ) і його об'єму.

б) Електрорушійна сила самоіндукції

За законом Фарадея ЕРС індукції визначається швидкістю зміни магнітного потоку, який залежить від струму. Отже, ЕРС самоіндукції залежить від швидкості зміни струму в контурі:

$$\varepsilon_c = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{d LI}{dt}, \quad (6.20)$$

$$\varepsilon_c = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right). \quad (6.21)$$

Перший доданок $\left(-L \frac{dI}{dt} \right)$ характеризує ЕРС самоіндукції, що зумовлена швидкістю зміни струму, а другий $\left(-I \frac{dL}{dt} \right)$ – зміною індуктивності контуру.

Зміна індуктивності L контуру може відбуватись через залежність магнітної проникності μ від магнітного поля (наприклад, для соленоїда (6.19) $L = \mu_0 \mu n^2 V$).

Якщо $L = const$ (магнітні осердя у контурі відсутні), то у формулі (6.21) $\frac{dL}{dt} = 0$ і тоді електрорушійна сила самоіндукції залежить тільки від швидкості зміни струму:

$$\varepsilon_c = -\frac{d\psi}{dt} = -\frac{dI}{dt}. \quad (6.22)$$

Явище самоіндукції має велике значення в радіотехніці.

Згідно з правилом Ленца струм самоіндукції протидіє зміні струму в контурі, в результаті чого наростання і спадання струму відбувається поступово.

Завдяки самоіндукції у коливальному контурі можливі коливальні процеси.

Поступова зміна струму відбувається також при замиканні чи розмиканні електричних кіл з індуктивністю.

6.3. Струми замикання і розмикання електричного кола з індуктивністю

а) Струми розмикання

За правилом Ленца струми, що виникають внаслідок самоіндукції, завжди напрямлені так, щоб протидіяти змінам струму в колі. Це призводить до того,

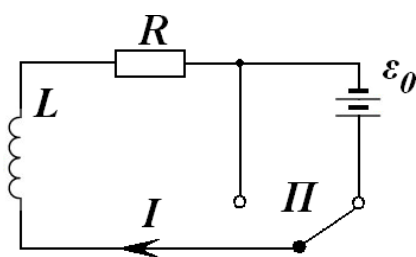


Рис. 6.4

що встановлення струму при замиканні і його спад при розмиканні відбувається не миттєво, а поступово. Знайдемо характер зміни струму при розмиканні електричного кола. Нехай у коло з індуктивністю L , що не залежить від струму, і опором R увімкнена ЕРС ε_0 (рис. 6.4). У колі протікає постійний струм:

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{R}, \quad (6.23)$$

(опір джерела струму і котушки вважаємо настільки малим, щоб ним можна було знехтувати). У момент часу $t=0$ відімкнемо джерело струму, замкнувши одночасно на коротко коло перемикачем. Як тільки сила струму в колі почне спадати, виникне ЕРС самоіндукції, яка протидіятиме спаданню. У цей момент сила струму в колі буде описуватись рівнянням $\varepsilon_c = IR$, або $-L \frac{dI}{dt} = IR$,

$$-\frac{dI}{dt} = \frac{R}{L} I. \quad (6.24)$$

Розділимо змінні і проінтегруємо:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{I} &= -\frac{R}{L} dt, \\ \int \frac{dI}{I} &= -\frac{R}{L} t + C. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Рівняння (6.25) запишемо у вигляді:

$$I = Ce^{-\frac{R}{L}t}. \quad (6.26)$$

Значення C знайдемо з початкових умов. При $t = 0$ сила струму $I = I_0$, тому $I_0 = C$. В результаті рівняння (6.26) набуде вигляду:

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{L}t} = I_0 e^{-\frac{t}{\frac{L}{R}}}. \quad (6.27)$$

Отже, після вимкнення ЕРС сила струму в колі з індуктивністю спадає за експоненціальним законом (рис. 6.5). Швидкість спадання визначається величиною $\frac{L}{R} = \tau$, яку називають *сталюю часу* кола. З урахуванням цього, рівняння

(6.27) має вигляд:

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (6.28)$$

При $t = \tau$, $I = I_0 e^{-1}$, звідки:

$$\frac{I_0}{I} = e. \quad (6.29)$$

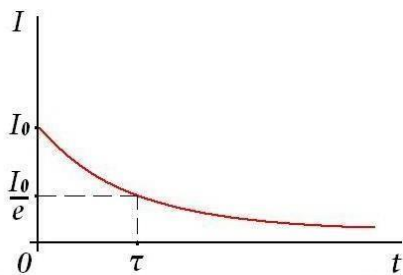


Рис. 6.5

Таким чином, *стала часу* τ – це час, протягом якого сила струму зменшується в e разів. Чим більше L і менше R , тим більша стала часу τ і тим повільніше спадає струм у колі.

Якщо просто здійснити розрив кола з великою індуктивністю, то в місці розриву виникає великий опір і, щоб підтримати струм I_0 , з'явиться велика напруга, яка може викликати іскру чи дугу.

б) Струми замикання

При замиканні кола крім ЕРС джерела ε_0 буде діяти ЕРС самоіндукції

$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt}$. За другим правилом Кірхгофа:

$$IR = \varepsilon_0 + \varepsilon_c = \varepsilon_0 - L \frac{dI}{dt} \quad (6.30)$$

$$\frac{dI}{dt} + \frac{R}{L}I = \frac{\varepsilon_0}{L}. \quad (6.31)$$

Розв'язок цього рівняння має такий вигляд:

$$I = I_\infty \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right). \quad (6.32)$$

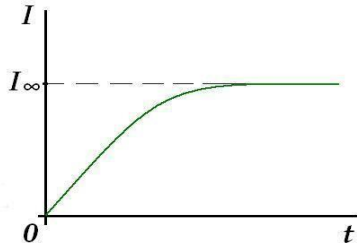


Рис. 6.6

де $I_\infty = \varepsilon_0/R$ зафіксований струм у колі. При $t = 0, I = 0$; при $t = \infty, I = I_\infty$. Наростання струму з часом (6.32) графічно показано на рис. 6.6.

6.4. Зв'язок між взаємною індуктивністю двох котушок і їх індуктивностями

Ми розглянули взаємну індукцію і самоіндукцію. Якщо є дві індуктивно зв'язані котушки без феромагнетика, то вони характеризуються взаємною індукцією $L_{12} = L_{21}$ однак кожна з них має свою індуктивність L_1 і L_2 . Виразимо взаємну індуктивність L_{12} через індуктивності L_1 і L_2 .

Можемо записати:

$$\begin{aligned} \psi_2 &= L_{21}I_1, \\ \psi_1 &= L_{12}I_2. \end{aligned} \quad (6.33)$$

З іншого боку, для окремих контурів:

$$\begin{aligned} \psi_2 &= L_2I_2, \\ \psi_1 &= L_1I_1. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Тому, прирівнюючи відповідно (6.33) і (6.34), одержимо:

$$\begin{aligned} L_{21}I_1 &= L_2I_2, \\ L_{12}I_2 &= L_1I_1. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Перемножимо ліві і праві сторони рівнянь (6.35):

$$\begin{aligned} L_{21}I_1L_{12}I_2 &= L_2I_2L_1I_1, \\ L_{21}L_{12} &= L_2L_1. \end{aligned} \quad (6.36)$$

Враховуючи, що при відсутності феромагнетика $L_{12} = L_{21}$, маємо:

$$L_{12}^2 = I_1 L_2,$$

Звідки

$$L_{12} = \sqrt{I_1 L_2}. \quad (6.37)$$

6.5. Скін-ефект

Явище скін-ефекту виникає внаслідок електромагнітної індукції при протіканні змінних струмів високої частоти через провідник і полягає в тому, що густина струму більша на поверхні і зменшується до центру провідника. Ця нерівномірність тим більша, чим товстіший провідник і чим більша частота змінного струму. При дуже високих частотах струм практично проходить у тонкому поверхневому шарі, від якого явище дістало назву скін-ефекту (від - англ. *skin* шкіра, поверхневий шар).

Розглянемо провідник, по якому протікає змінний струм i (рис. 6.7). Цей струм створює всередині провідника магнітне поле \vec{H} , силові лінії якого знаходяться у площині, перпендикулярній до осі провідника. Припустимо, що струм i зростає ($\frac{di}{dt} > 0$). Тоді поле H , що зростає, приведе до появи

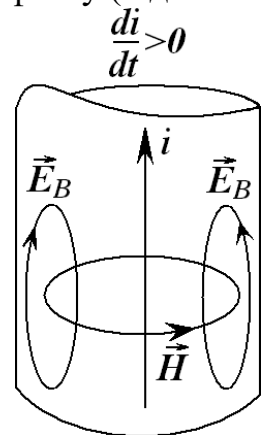


Рис. 6.7

вихрового електричного поля \vec{E}_B і яке біля поверхні збігається зі струмом i , а на осі провідника – протилежне до нього.

Отже, це поле буде посилювати струм на поверхні і послаблювати його на осі. Тобто, струм витісняється до поверхні провідника.

Припустимо тепер, що струм i зменшується ($\frac{di}{dt} < 0$). У

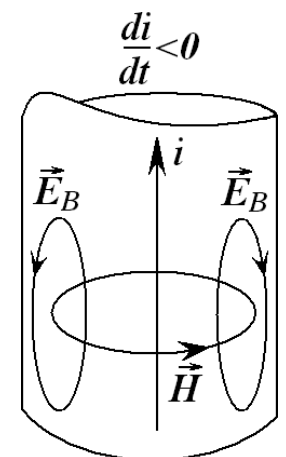


Рис. 6.8

цьому випадку магнітне поле \vec{H} , що спадає, зумовлює появу електричного вихрового поля \vec{E}_B , яке буде напрямлене в

протилежну сторону (рис. 6.8). Біля поверхні воно буде протилежне струмові, а на осі збігатиметься з ним. Це означає, що вихрове електричне поле і у цьому випадку сприяє зміні струму біля поверхні (зменшує струм, який спадає) і протидіє зміні струму у центрі провідника (посилює струм, який зменшується).

Таким чином, в обох випадках – як при збільшенні, так і при зменшенні струму, вихрове електричне поле на осі провідника протидіє, а на поверхні сприяє змінам струму, в результаті чого на осі провідника змінний струм менший, а на поверхні - більший.

Внаслідок скін-ефекту електричний струм при великих частотах протікає переважно у поверхневому шарі провідника.

Це дає ефект зменшення діючого перерізу провідника і є причиною збільшення його опору. При великих частотах і товстих провідниках це збільшення опору може бути значним.

Існування скін-ефекту завжди беруть до уваги в техніці швидкозмінних струмів. Оскільки такі струми практично не йдуть у глибині провідника, то лінії для них роблять з провідників у вигляді труб-хвилеводів. Хвилеводи, які застосовуються у сучасній техніці надвисоких частот (НВЧ), покривають тонким шаром срібла, яке добре проводить струм.

Приклади розв'язання задач

Задача №6.1

Котушка з металевим осердям має площу поперечного перерізу $S = 20\text{см}^2$ та число витків $N = 500$. Індуктивність котушки з осердям $L = 0,28\text{Гн}$ при струмі крізь обмотку $I = 5\text{А}$. Визначити магнітну проникність μ металевого осердя.

Розв'язання:

Миттєве значення потокозчеплення для котушки визначається:

$$\psi = LI. \quad (1)$$

Крім цього,

$$\psi = N\Phi = NBS. \quad (2)$$

Прирівнявши праві частини виразів (1) та (2), отримаємо:

$$NBS = LI,$$

звідки

$$B = \frac{LI}{NS}; \quad B = 1,4 \text{ Тл.}$$

Магнітна індукція та напруженість магнітного поля зв'язані відношенням

$$B = \mu\mu_0 H. \text{ Звідси:}$$

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}.$$

З графіку залежності індукції \vec{B} від напруженості \vec{H} магнітного поля (рис. 6.6.1) визначимо значення H , яке відповідає

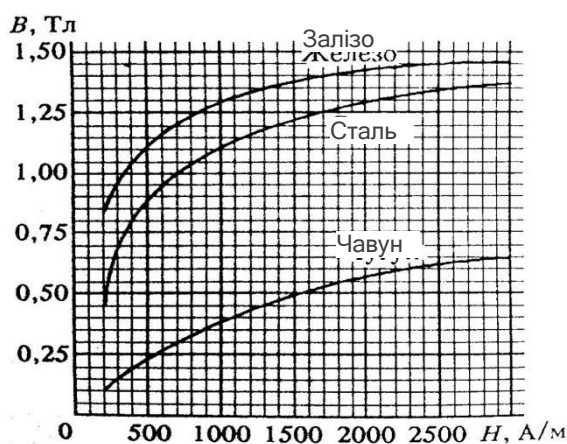


Рис. 6.6.1

$$B = 1,4 \text{ Тл}; \quad H = 0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{А}}{\text{м}}.$$

$$\text{Тоді } \mu = 1400.$$

Задача №6.2

На соленоїд, з металевим осердяем, довжиною $l = 144 \text{ см}$ та діаметром $D = 5 \text{ см}$ надітий дровий виток. Обмотка соленоїда має $N = 200$ витків, і по ній тече струм $I = 2 \text{ А}$. Яка середня ЕРС $\varepsilon_{\text{ср}}$ індукується в надітому на соленоїд витку, коли струм в соленоїді вимикається за час $t = 2 \text{ мс}$?

Розв'язання:

Зміна магнітного потоку у витку досягається зміною струму в соленоїді. При цьому індукуємо ЕРС:

$$\varepsilon = -L_{12} \frac{\Delta I}{\Delta t}, \quad (1)$$

де $L_{12} = \mu\mu_0 n_1 n_2 S l$ – взаємна індуктивність витка та соленоїда. Для соленоїда $n_1 = N/l$ – число витків на одиницю довжини, $S = \pi D^2/4$ – площа поперечного

перерізу, тоді:

$$L_{12} = \mu\mu_0 N \frac{\pi D^2}{4}, \quad (2)$$

оскільки, для витка $n_2 = 1$. Вважаючи початковий час та кінцевий струм рівними нулю, отримаємо $\Delta t = -t$ та $\Delta I = I$, тоді, з врахуванням (2), рівняння (1) можна переписати у вигляді:

$$\varepsilon_{cp} = \mu\mu_0 N \frac{\pi D^2 I}{4t}. \quad (3)$$

Напруженість магнітного поля соленоїда:

$$H = In_1 = \frac{IN}{l} = 2,77 \cdot 10^3 \frac{A}{m},$$

за графіком (рис. 6.6.1) визначаємо значення магнітної індукції $B = 1,6 Tл$. Оскільки

$$H = 2,77 \cdot 10^3 \frac{A}{m}, \text{ то } \mu\mu_0 = \frac{B}{H} = 0,575 \frac{mTл}{m}.$$

Підставивши отримані значення в рівняння (3), маємо: $\varepsilon_{cp} = 1,61 B$.

Задача №6.3

В однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 0,1 Tл$, рівномірно обертається котушка, що складається з $N = 100$ витків дроту. Частота обертання котушки $n = 5 c^{-1}$, площа поперечного перерізу котушки $S = 0,01 m^2$. Вісь обертання перпендикулярна до осі котушки і напряму магнітного поля. Визначити максимальну ЕРС індукції ε_{max} в котушці, що обертається.

Розв'язання:

Розглянемо один виток рамки (рис. 6.6.2). При рівномірному обертанні навколо осі OO' з кутовою швидкістю ω магнітний потік крізь його площу буде змінюватися за законом:

$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad (1)$$

де S – площа рамки; α – кут між нормаллю до площини та вектором \vec{B} .

Вважаючи, що при $t = 0$, $\alpha = 0$ маємо $\alpha = \omega t$.

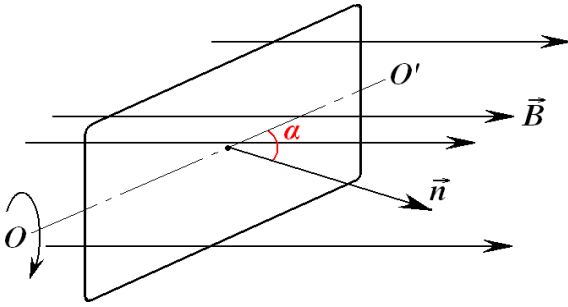


Рис. 6.6.2

Індукована у витку ЕРС індукції:

$$\varepsilon_i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(-\frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \right) = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

Оскільки

$$\Phi t = BS \cos \alpha = BS \cos \omega t,$$

за формулою (1), диференціюючи цю

функцію та пам'ятаючи, що $\frac{d \cos \omega t}{dt} = -\omega \sin \omega t$, отримаємо:

$$\varepsilon_i = BS\omega \sin \omega t. \quad (3)$$

Індукована в N витках ЕРС буде в N разів більша:

$$\varepsilon = N\varepsilon_i = NBS\omega \sin \omega t = \varepsilon_{\max} \sin \omega t,$$

де ε_{\max} – максимальне значення (амплітуда) ЕРС індукції:

$$\varepsilon_{\max} = NBS\omega. \quad (4)$$

Отже, при рівномірному обертанні рамки в однорідному магнітному полі в ній виникає змінна синусоїдальна ЕРС самоіндукції. Підставляючи в (4) значення кутової швидкості $\omega = 2\pi n$, де n – частота обертання рамки, отримаємо:

$$\varepsilon_{\max} = 2\pi n NBS \approx 3,14 B.$$

Задача №6.4

Дві котушки намотані на одне спільне осердя. Індуктивність першої котушки $L_1 = 0,2 \text{ Гн}$, другої – $L_2 = 0,8 \text{ Гн}$; опір другої котушки $R_2 = 600 \text{ Ом}$. Який струм I_2 потече в другій котушці, якщо струм $I_1 = 0,3 \text{ А}$, що протікає в першій котушці, вимкнута протягом часу $t = 1 \text{ мс}$.

Розв'язання:

Взаємна індуктивність котушок:

$$L_{12} = \mu \mu_0 n_1 n_2 S l. \quad (1)$$

Індуктивність першої котушки:

$$L_1 = \mu\mu_0 n_1^2 S l. \quad (2)$$

Індуктивність другої котушки:

$$L_2 = \mu\mu_0 n_2^2 S l. \quad (3)$$

Перемноживши (2) на (3), отримаємо:

$$L_1 L_2 = \mu\mu_0 S l^2 n_1^2 n_2^2.$$

Звідки

$$n_1 n_2 = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{\mu\mu_0 S l}. \quad (4)$$

Підставивши (4) в (1), визначимо $L_{12} = \sqrt{L_1 L_2}$. При вимкненні струму

I_1 в другій котушці виникає ЕРС рівна:

$$\varepsilon_2 = -L_{12} \frac{dI_1}{dt}. \quad (5)$$

За законом Ома для замкненого кола $I_2 = \varepsilon_2 / R_2$ або, з врахуванням (5), середній струм в другій котушці:

$$I_2 = \frac{L_{12}}{R_2} \frac{\Delta I_1}{\Delta t} = \frac{\sqrt{L_1 L_2}}{R} \frac{I_1}{t} \approx 0,2 \text{ A}.$$

Запитання та завдання для контролю

1. Що таке взаємна індукція? Навести приклади виникнення взаємної індукції.
2. Записати формулу для електрорушійної сили взаємної індукції двох контурів.
3. Пояснити, коли коефіцієнти взаємної індукції двох котушок рівні, а коли відрізняються між собою. Чому?
4. Що таке самоіндукція?
5. Що таке індуктивність контуру?
6. Який зв'язок існує між індуктивностями двох контурів і коефіцієнтом взаємної індукції?
7. Розрахувати індуктивність нескінченно довгого соленоїда.

8. Як змінюється струм у контурі з індуктивністю при замиканні і розмиканні кола?
 9. Пояснити явище скін-ефекту. Коли виникає скін-ефект? Яка його роль у радіотехніці?

ЕНЕРГІЯ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

7.1. Енергія магнітного поля

Магнітне поле має енергію. Покажемо це на досліді. В електричному полі з котушкою індуктивності L протікає струм I (рис.7.1). При цьому паралельно підключена газорозрядна(неонова) лампа

не горить, оскільки її напруга запалювання велика ($U_3 \approx 80B$), а ЕРС у колі надто мала ($\varepsilon \approx 1,5B$). Однак, якщо ключ K розімкнати і від'єднати ЕРС ε , лампочка N спалахне. Це може статися

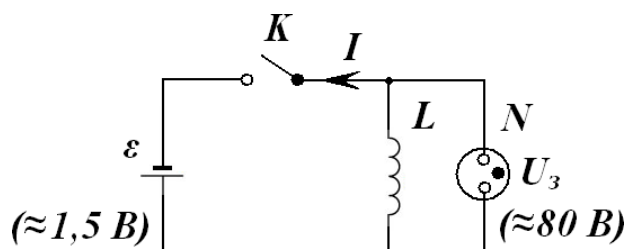


Рис. 7.1

тільки за рахунок енергії магнітного поля, яке існує в котушці індуктивності на момент розмикання при протіканні струму самоіндукції. Знайдемо вираз для енергії магнітного поля. Робота струму:

$$dA = \varepsilon_1 dq = -L \frac{dI}{dt} dq, \quad (7.1)$$

де $\varepsilon_i = -L \frac{dI}{dt}$ – електрорушійна сила самоіндукції.

Оскільки $dq = Idt$, то (7.1) запишемо:

$$dA = -L \frac{dI}{dt} Idt = -L I dI. \quad (7.2)$$

Це робота за елементарний проміжок часу dt . Щоб знайти всю роботу, треба проінтегрувати dA при всіх значеннях струму, який спадає від I до 0 .

$$A = \int dA = -L \int_1^0 IdI \frac{dI}{dt} = -L \frac{I^2}{2} \Big|_1^0 = 0 - \left(-\frac{LI^2}{2} \right) = \frac{LI^2}{2}. \quad (7.3)$$

Ця робота йде в даному випадку на випромінювання лампочки, на нагрівання провідників і зумовлена тільки магнітним полем, яке зникає. Тому можна зробити висновок, що магнітне поле має енергію.

Для котушки індуктивністю L , по якій тече струм I , енергія магнітного поля:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (7.4)$$

Можна виразити енергію магнітного поля струму через величини B і H , що характеризують магнітне поле. Для цього підставимо у формулу (7.4) вираз для індуктивності соленоїда:

$$L = \mu\mu_0 n^2 V. \quad (7.5)$$

де μ – магнітна проникність середовища (осердя соленоїда); n – густина витків; V – об'єм соленоїда. Тоді маємо:

$$W = \frac{\mu\mu_0 n^2 V I^2}{2}. \quad (7.6)$$

Оскільки напруженість поля всередині соленоїда $H = nI$, то вираз (7.4) для енергії магнітного поля набуде вигляду:

$$W = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V. \quad (7.7)$$

Густина енергії магнітного поля:

$$\frac{W}{V} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (7.8)$$

Враховуючи, що $B = \mu\mu_0 H$, формулу (7.8) запишемо дещо інакше:

$$\frac{W}{V} = \omega = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (7.9)$$

7.2. Взаємна енергія магнітних полів струмів

Якщо поле створюється не одним контуром, а системою n індуктивно зв'язаних контурів, то енергія магнітного поля цієї системи не може бути знайдена на основі принципу суперпозиції, оскільки енергія магнітного поля пропорційна квадрату індукції результуючого поля: $W \sim B^2$, а квадрат індукції не дорівнює сумі квадратів індукцій полів окремих струмів:

$$\vec{B}^2 = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \dots + \vec{B}_n \neq \vec{B}_1^2 + \vec{B}_2^2 + \dots + \vec{B}_n^2.$$

Це стосується також і енергії:

$$W \neq W_1 + W_2 + \dots + W_n.$$

Причиною чого є існування взаємної індукції між контурами.

Знайдемо вираз для енергії системи індуктивно зв'язаних контурів $1, 2, \dots, n$ у яких протікають струми I_1, I_2, \dots, I_n (рис. 7.2).

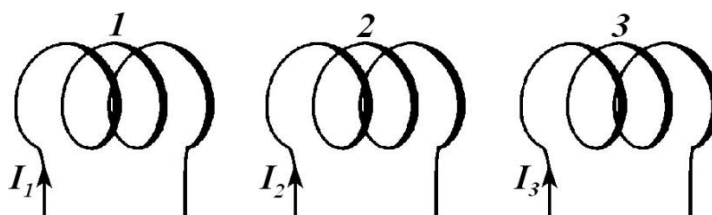


Рис. 7.2

Енергія окремого контуру зі струмом:

$$W = \frac{LI^2}{2}. \quad (7.10)$$

Оскільки при протіканні в контурі струму магнітний потік, що пронизує його, $\psi = LI$, то індуктивність контуру $L = \psi/I$ і вираз для енергії (7.10) набирає вигляду:

$$W = \frac{\psi I}{2}. \quad (7.11)$$

Для системи контурів можемо записати:

$$W = \sum_{k=1}^n \frac{\psi_k I_k}{2}. \quad (7.12)$$

Загальний (повний) потік через окремий контур K зумовлюється самоіндукцією

(ψ_k') і взаємоіндукцією (ψ_k'') :

$$\psi_k = \psi_k' + \psi_k^0 \quad (7.13)$$

або

$$\psi_k = L_k I_k + \sum_{l=1, l \neq k}^n L_{kl} I_l, \quad (7.14)$$

де L_{kl} – коефіцієнт взаємної індукції. Підставивши (7.14) у (7.12), знайдемо вираз для енергії магнітного поля:

$$\begin{aligned} W &= \sum_{k=1}^n \frac{\psi_k I_k}{2} = \sum_{k=1}^n \frac{I_k}{2} \left(L_k I_k + \sum_{l=1, l \neq k}^n L_{kl} I_l \right) = \\ &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \left(L_k I_k^2 + \sum_{l=1, l \neq k}^n L_{kl} I_l I_k \right) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n L_k I_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1, l \neq k}^n L_{kl} I_l I_k = \\ &= W_1 + W_2, \end{aligned} \quad (7.15)$$

де $W_1 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n L_k I_k^2$ енергія магнітного поля струмів контурів, які індуктивно не зв'язані між собою; $W_2 = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{l=1, l \neq k}^n L_{kl} I_l I_k$ взаємна енергія струмів індуктивно зв'язаних контурів.

Для двох контурів вираз для енергії (7.15) має вигляд:

$$\begin{aligned} W &= \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + \frac{L_{12} I_1 I_2}{2} + \frac{L_{21} I_1 I_2}{2}, \quad (7.16) \\ W_1 &= \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2}, \\ W_2 &= \frac{L_{12} I_1 I_2}{2} + \frac{L_{21} I_1 I_2}{2}, \end{aligned}$$

де W_1 – енергія магнітних полів окремих струмів, W_2 – взаємна енергія магнітних полів двох струмів.

Запитання та завдання для контролю

1. Навести приклади, які підтверджують, що магнітне поле має енергію.
2. Вивести формулу для енергії магнітного поля струму.
3. Вивести формулу для енергії магнітного поля, яка виражається через B (чи H).
4. Записати і пояснити формулу для взаємної енергії магнітного поля струмів.

МАГНІТНЕ ПОЛЕ В РЕЧОВИНІ

8.1. Механічний і магнітний (орбітальний і спіновий) моменти електрона, атома, молекули

При внесенні речовини у магнітне поле, вона намагнічується. Для пояснення цього явища Ампер припустив, що у молекулах речовини циркулюють молекулярні колові струми. Однак природа цих струмів стала зрозумілою лише після створення планетарної моделі атома Резерфордом і теорії будови атома Бором, коли було виявлено, що електрони обертаються навколо ядер і створюють колові струми. При цьому вони мають механічний і магнітний моменти, які відіграють важливу роль у механізмі намагнічування тіл.

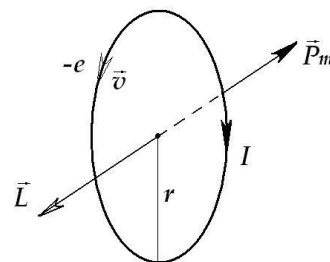


Рис. 8.1

Розглянемо детальніше ці моменти. Нехай електрон рухається зі швидкістю v по орбіті радіуса r (рис. 8.1). При цьому виникає коловий струм I , який створює магнітний момент \vec{p}_m :

$$p_m = IS = I\pi r^2 = \frac{-e}{T}\pi r^2 = -\frac{e2\pi r r}{2T}$$

або

$$p_m = -\frac{evr}{2}. \quad (8.1)$$

Це і є орбітальний магнітний момент електрона.

Електрон, рухаючись по орбіті, має також момент імпульсу L (орбітальний механічний момент):

$$L = mvr. \quad (8.2)$$

Відношення орбітального магнітного моменту до орбітального механічного називається гіромагнітним співвідношенням:

$$\frac{p_m}{L} = \frac{-\frac{e2vr}{2}}{mvr} = -\frac{e}{2m}. \quad (8.3)$$

Спроби перевірити це співвідношення експериментально не мали успіху. Подальші дослідження свідчили, що крім орбітальних моментів електронів, існують ще спінові (або власні) магнітний p_{ms} і механічний L_s моменти. Існування цих моментів намагались пояснити, розглядаючи електрон як заряджену кульку, що обертається навколо своєї осі (*to spin* – обертатись). Пізніше виявилось, що електрон не обертається, але має власний механічний момент (спін) і спіновий магнітний момент. Спіновий магнітний момент є елементарним магнітним моментом і називається магнетон Бора μ_B :

$$p_{ms} = \frac{-eh}{2m} = -\mu_B = 0,927 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{Т}}. \quad (8.4)$$

Механічний спіновий момент (момент імпульсу):

$$L_s = \frac{1}{2} \hbar \text{ де, } \hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (8.5)$$

Гіромагнітне співвідношення для спінових моментів удвічі більше, ніж для орбітальних:

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m}. \quad (8.6)$$

Магнітний момент атома складається з орбітальних і спінових магнітних моментів електронів, а також магнітного моменту ядра – $\vec{p}_{m\text{я}}$:

$$\vec{p}_{mAT} = \sum_i \vec{p}_{mi}^{OPB} + \vec{p}_{ms\ i} + \vec{p}_{m\text{я}}. \quad (8.7)$$

Магнітним моментом ядра можна знехтувати як малим, порівняно з іншими. Магнітний момент молекули дорівнює векторній сумі магнітних моментів атомів.

Ці магнітні моменти створюють загальне намагнічування речовини.

Розглянемо детальніше, як відбувається намагнічування речовини у магнітному полі.

8.2. Намагнічування речовин у магнітному полі

Якщо по провіднику тече електричний струм, то навколо нього створюється магнітне поле. Величина і характер поля залежить від середовища, де це поле виникає. Пояснюється це тим, що всі речовини є магнетиками і здатні у магнітному полі намагнічуватися, тобто набувати магнітного моменту p_m (рис. 8.2).

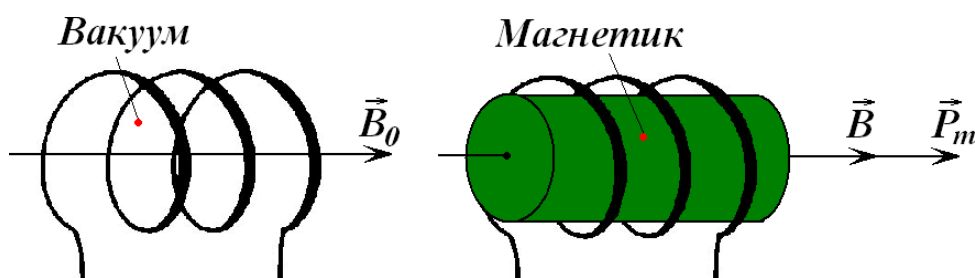


Рис. 8.2

Намагнічений магнетик створює магнітне поле B' , яке накладається на магнітне поле B_0 :

$$B = B_0 + B',$$

де B_0 – зовнішнє поле (поле струму, поле зовнішніх магнітів).

Кожен електрон, атом, молекула мають магнітні моменти, і, якщо зовнішнє поле відсутнє, вони орієнтовані хаотично і їх результуючий магнітний момент рівний нулю, а отже й результуюче магнітне поле B' дорівнює нулю.

Якщо ж магнетик розташований у зовнішньому магнітному полі ($B_0 \neq 0$), то магнітні моменти молекул переважно орієнтуються у напрямку поля і магнетик намагнічується – його сумарний магнітний момент стає відмінним від нуля і виникає поле B' магнетика (рис. 8.3).

Намагнічування магнетика характеризують магнітним моментом одиниці об'єму. Цю величину називають вектором намагнічування J , або намагніченістю.

Вектор намагнічування визначається як векторна сума всіх магнітних моментів окремих молекул \vec{p}_m в одиниці об'єму:

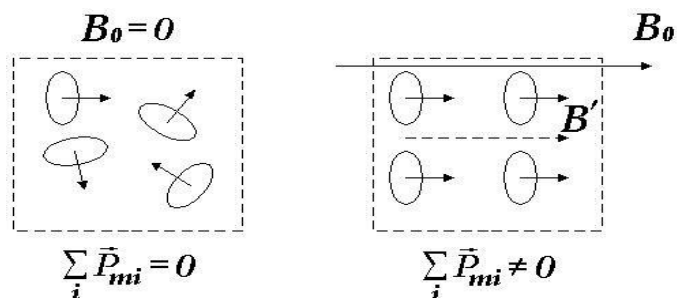


Рис. 8.3

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^n \frac{\vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \quad (8.8)$$

де ΔV – малий об'єм навколо точки, яка розглядається, такий, щоб J можна було вважати однорідним.

Розмірність вектора намагнічування така ж, як і напруженості магнітного поля H :

$$J = \frac{p_i}{V} = \frac{IS}{V} = \frac{I S}{V} = \frac{A}{m}.$$

Намагнічування магнетика тим більше, чим більша напруженість поля H , в якому він перебуває:

$$J = \chi H. \quad (8.9)$$

Величина χ називається магнітною сприйнятливістю. Значення χ для різних магнетиків різне, може бути більше або менше нуля залежно від характеру намагнічування, що ми й розглянемо далі. Абсолютне значення $\chi \sim 10^{-5}$.

8.3. Зв'язок між величинами, що характеризують магнітне поле і магнетика (B , H , J , χ , μ)

Магнітне поле характеризується індукцією B і напруженістю H , між якими існує зв'язок:

$$B = \mu\mu_0 H, \quad (8.10)$$

де μ – магнітна проникність, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ – магнітна стала.

Магнітна проникність вакууму $\mu_{\text{вак}} = 1$, тому у вакуумі індукція магнітного поля:

$$B_0 = \mu_0 H. \quad (8.11)$$

Розділивши (8.10) на (8.11), одержимо:

$$\mu = \frac{B}{B_0}. \quad (8.12)$$

Тобто, магнітна проникність показує, у скільки разів магнітна індукція в речовині більша (чи менша), ніж у вакуумі.

При наявності магнетика, його магнітне поле B' накладається на поле в вакуумі B_0 , тому сумарне поле:

$$B = B_0 + B' = \mu_0 H + B'. \quad (8.13)$$

Таким чином, B' являє собою поле магнетика, що характеризується намагніченістю J . Виразимо B' через J :

$$B' = k J. \quad (8.14)$$

Оскільки J має розмірність H , то, враховуючи (8.11), доцільно прийняти $k = \mu_0$. Тоді,

$$B' = \mu_0 J,$$

тоді (8.13) запишемо:

$$B = \mu_0 H + \mu_0 J \quad (8.15)$$

або

$$B = \mu_0 H + J.$$

Оскільки $J = \chi H$:

$$B = \mu_0 H + \chi H = \mu_0 (1 + \chi) H. \quad (8.16)$$

Величина $1 + \chi = \mu$ – магнітна проникність магнетика; $B = \mu\mu_0 H$.

Величини χ і μ – важливі характеристики магнетиків.

8.4. Класифікація магнетиків

Магнітна сприйнятливість χ може бути менша нуля, більша нуля і набагато більшою за одиницю. Відповідно μ буде менше одиниці, більше одиниці і набагато більше одиниці.

У залежності від цього речовини поділяються на діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики:

- $\chi < 0; \mu < 1$ – діамагнетики,
- $\chi > 0; \mu > 1$ – парамагнетики,
- $\chi \gg 0; \mu \gg 1$ – феромагнетики.

Розглянемо причину діамагнетизму, парамагнетизму феромагнетизму окремо.

Діамагнетизм – це властивість речовини намагнічуватись назустріч зовнішньому магнітному полю (діа- розходження, $\vec{J} \uparrow \downarrow \vec{B}_0$).

В результаті діамагнетик відштовхується від полюса магніту і для нього $\chi < 0$ (рис. 8.4).

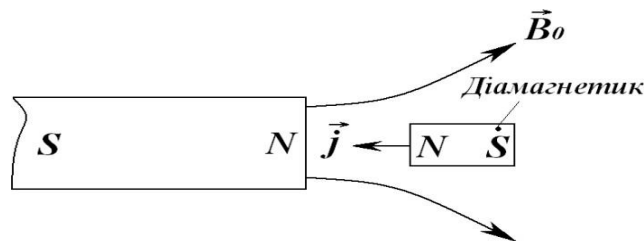


Рис. 8.4

Дійсно, оскільки $J = \chi H$, а $\vec{J} \uparrow \downarrow \vec{H}$, то $\chi < 0$. Така властивість діамагнетиків пояснюється додатковим рухом орбіт електронів навколо ліній індукції магнітного поля – прецесією електронних орбіт. Покажемо це за допомогою рис. 8.5.

Електрон, що рухається по орбіті, подібний до дзиги.

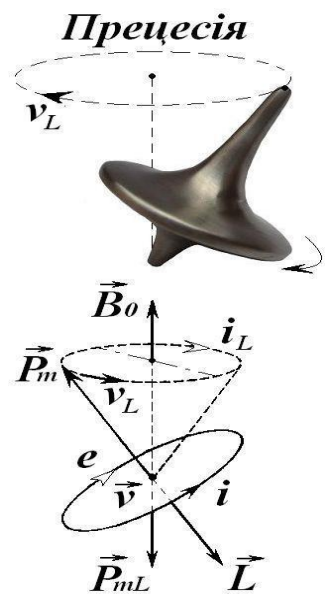


Рис. 8.5

Якщо вісь дзиги нахилити, то вона буде обертатись навколо вертикалі – це явище називається прецесією. Подібно поводить ся електрон в атомі у магнітному полі – його орбіта обертається навколо силової лінії з частотою $\omega = \frac{eB}{2m}$. Це так звана ларморова частота. Ларморова частота однакова для всіх електронів і не залежить ні від радіуса орбіти, ні від швидкості електронів.

У результаті прецесії виникає додатковий коловий струм i_L і додатковий магнітний момент \vec{p}_{mL} , який напрямлений проти \vec{B} .

Ларморова прецесія присутня у всіх речовинах, але спостерігати діамагнетизм можна тоді, коли скомпенсовані орбітальні магнітні моменти власні (спінові) магнітні моменти електронів. До таких речовин належать атоми й іони із заповненими електронними оболонками – іони F, Cl, Na^+ , атоми благородних газів. Також діамагнітні атоми й іони, які в незаповнених оболонках мають два електрони з антипаралельними спінами, наприклад, $Zn, Be, Ca, Pb^{++}, Ge, Si, P, Bi, Cu, Au, Ag$ та інші.

Слід зауважити, що діамагнітна сприйнятливість не залежить від температури, оскільки вона визначається обертанням електронів навколо ядер і їх прецесією, що має місце при будь-якій температурі.

Парамагнетизм (пара - поряд) – це властивість речовини намагнічуватись у зовнішньому полі в напрямку цього поля ($\vec{J} \uparrow \vec{B}_0$). Тому парамагнетики притягуються до полюсів магніту (рис. 8.6).

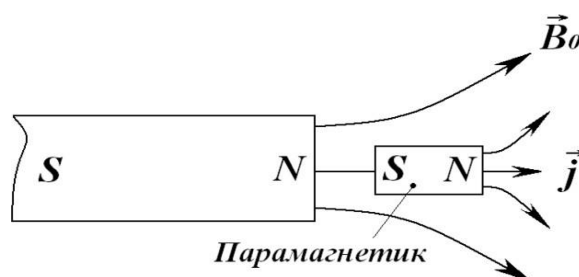


Рис. 8.6

Парамагнетизм може бути зумовлений орбітальним рухом електронів і

відповідними їхніми магнітними моментами \vec{p}_m .

Ці моменти орієнтуються вздовж магнітного поля (рис. 8.7).

Парамагнетизм проявляється також у речовинах, атоми яких мають не скомпенсовані спінові магнітні моменти \vec{p}_{ms} (рис. 8.8).

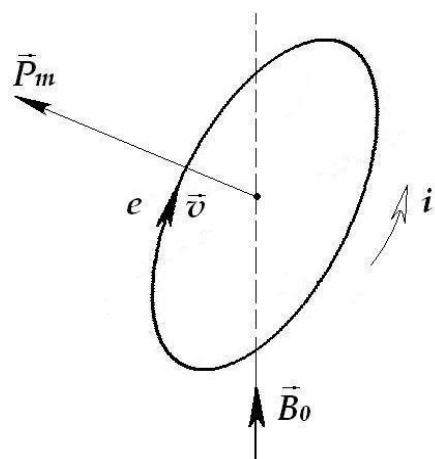


Рис. 8.7

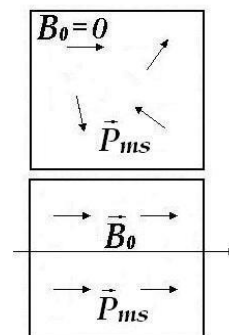


Рис. 8.8

Якщо магнітне поле відсутнє, спінові магнітні моменти \vec{p}_m внаслідок теплового руху орієнтуються хаотично і результуючий магнітний момент дорівнює нулю – речовина не намагнічена.

У зовнішньому магнітному полі B_0 спінові магнітні моменти орієнтуються в напрямку поля і парамагнетик намагнічується. Ступінь намагнічування залежить від температури, оскільки вона "розкидає" зорієнтовані спінові магнітні моменти.

Парамагнетиками є лужні метали, лужноземельні (Al , Se), газоподібні речовини (O_2 , NO), багато хімічних сполук. Для парамагнетиків $\chi \sim 10^{-3} - 10^{-6}$.

Приклади розв'язання задач

Задача №8.1

Сталий струм I тече вздовж довгого однорідного циліндричного дроту округлого перерізу. Дріт зроблено з парамагнетика з магнітною сприйнятливістю χ .

Визначити:

а) об'ємний молекулярний струм I'_{ob} ;

б) поверхневий молекулярний струм $I'_{нов}$.

Визначити напрям струмів один відносно одного.

Розв'язання:

За теоремою про циркуляцію для напруженості магнітного поля $2\pi RH = I$ визначимо H всередині дроту поблизу його поверхні (R – радіус дроту):

$$H = \frac{I}{2\pi R}.$$

Звідси визначимо намагніченість:

$$J = \chi H = \frac{\chi I}{2\pi R}.$$

Визначимо об'ємний молекулярний струм :

$$I'_{об} = \chi I.$$

Густина поверхневого молекулярного струму з граничної умови для J (намагніченість ззовні дроту дорівнює нулю) повний поверхневий молекулярний струм: $i'_{нов} = -J$. Звідси визначаємо

$$I'_{нов} = 2\pi R i'_{нов} = \chi I.$$

Відповідь: а) $I'_{нов} = \chi I$, б) $I'_{об} = \chi I$. Струми направлені на зустріч один одному.

Запитання та завдання для контролю

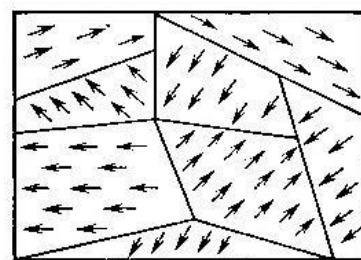
1. Чому речовина намагнічується? Що є причиною намагнічування?
2. Які магнітні моменти має електрон?
3. Чому дорівнює магнітний момент атома?
4. Що таке вектор намагнічування?
5. Як зв'язаний вектор намагнічування з напруженістю магнітного поля?
6. Якими величинами характеризується магнетик?
7. Що таке магнітна сприйнятливість і магнітна проникність?
8. Що таке діамагнетики, парамагнетики і феромагнетики ?

ФЕРОМАГНЕТИКИ

9.1. Феромагнетизм. Спінова природа феромагнетизму

До феромагнетиків належать сильномагнітні речовини ($\mu \sim 10^3 \mu \sim 10^3$), які здатні зберігати залишкову намагніченість при відсутності магнітного поля. Такими є залізо, нікель, кобальт, гадоліній і їх сплави. Феромагнетизм властивий цим речовинам тільки у кристалічному стані.

Основи феромагнетизму були створені в 1928 р. Я.І. Френкелем і В. Гейзенбергом. Ними розроблена квантово-механічна теорія обмінної взаємодії електронів, згідно з якою відповідальними за магнітні властивості феромагнетиків є спінові магнітні моменти електронів. За певних умов у кристалах можуть виникати так звані обмінні сили, які змушують магнітні моменти електронів розташовуватись паралельно один до одного (рис. 9.1). У результаті виникають мікро ділянки спонтанного намагнічування, які називаються доменами. У межах кожного домену намагнічування максимальне, однак у початковому стані домени зорієнтовані безладно, тому результуючим магнітний момент дорівнює нулю.



$$B_0 = 0, J = 0$$

Рис. 9.1

При дії магнітного поля на феромагнетик відбувається переорієнтація доменів у напрямку поля, внаслідок чого домени, орієнтовані за полем, ростуть за рахунок доменів, орієнтованих під більшими кутами. Переорієнтація відбувається скачками, різко, а також плавно, особливо при великих полях. Процеси, пов'язані з переорієнтацією доменів, є незворотними.

Для кожного феромагнетика є певна температура T_C – температура Кюрі, при якій ділянки спонтанного намагнічування розпадаються і речовина втрачає феромагнітні властивості. Для заліза $T_C = 768^\circ\text{C}$. При температурі вище точки

Кюрі феромагнетик стає звичайним парамагнетиком.

9.2. Намагнічування феромагнетика. Магнітний гістерезис

Намагніченість феромагнетиків залежить від напруженості магнітного поля не лінійно, як у парамагнетиків $J = \alpha H$, а складним чином. Вона нелінійно зростає і при деякому полі ($\sim 100 \text{ А/м}$) виходить на насичення ($J = J_{\text{НАС}}$). Це основна крива намагнічування (рис. 9.2). Крива намагнічування заліза вперше була одержана і детально досліджена А.Г. Столетовим. Ним розроблений балістичний метод вимірювання індукції B .

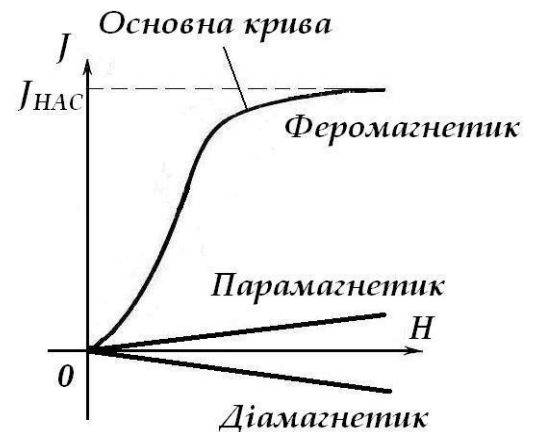


Рис. 9.2

На практиці феромагнетика частіше характеризуються залежністю $B = f(H)$.

Оскільки $B = \mu_0 H + J$, то при $J = J_{\text{НАС}}$:

$$B = \mu_0 H + \mu_0 J_{\text{НАС}} = \mu_0 H + \text{const.} \quad (9.1)$$

Це означає, що залежність $B = B(H)$ після $J = J_{\text{НАС}}$ стає лінійною.

Для феромагнетиків характерна наявність гістерезису запізнювання (рис. 9.3). Йдеться про запізнювання значень B при зміні H . Якщо, наприклад, довести намагнічування від нуля до насичення (на рис. 9.3 крива 1, точка 2) і потім зменшувати H , то повернення буде відбуватись по кривій 3. При $H = 0$ індукція B не буде дорівнювати нулю, як було на початку, а буде мати деяке залишкове значення B_r . Щоб індукція дорівнювала нулю, треба прикласти поле з протилежним знаком H_c — коерцетивну силу. Крива 1 є основною кривою намагнічування.

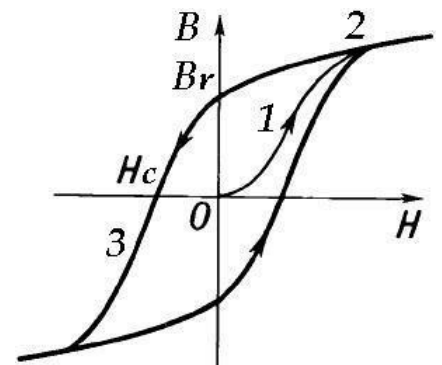


Рис. 9.3

Наявність залишкової намагніченості дає змогу виготовляти постійні магніти.

Постійний магніт тим краще зберігає свої властивості, чим більша коерцетивна сила ($H_c \approx 10^3 - 10^5 \text{ A/м}$). Такі феромагнетики називаються *магнітожорсткими*. Феромагнетики з малим значенням ($H_c = 0,8 - 8 \text{ A/м}$) називаються *магнітом'якими*. Вони використовуються для виготовлення осердь трансформаторів, котушок індуктивності.

Якщо на феромагнетик діяти змінним магнітним полем, індукція буде змінюватись, описуючи *петлю гістерезису*. Таким чином, у феромагнетику $B = f(H)$ залежить неоднозначно. Тому поняття магнітної проникності застосовується лише до основної кривої намагнічування. Магнітна проникність залежить від H :

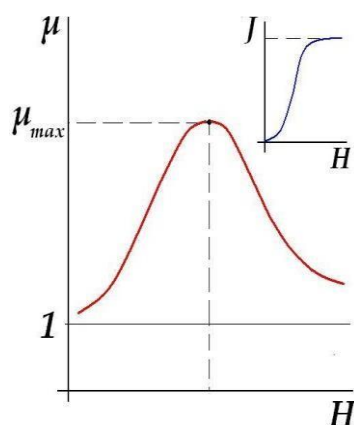


Рис. 9.4

$$\mu = 1 + \chi = 1 + \frac{J}{H}. \quad (9.2)$$

Значення J зростає спочатку швидше, ніж H , тому μ зростає. Однак після $J = J_{нас}$ μ починає спадати при $H \rightarrow \infty$ прямує до 1 (рис.9.4).

Величини B_r , H_c і μ_{max} є важливими характеристиками феромагнетика.

Застосовуються феромагнетики для виготовлення осердь трансформаторів, котушок індуктивності і дають можливість значно збільшити їх індуктивність. Широко застосовуються сплави Ni і Fe (пермалої), сплави $Al - Si - Fe$ (альсифери). Для них $\mu \sim 10^4$.

9.3. Феримагнетизм. Ферити і їх застосування в радіотехніці

На відміну від феромагнетиків, які мають ділянки спонтанного сильного намагнічування, у *феримагнетиках* сусідні частинки речовини (атоми, іони) утворюють підґратки з магнітними моментами, напрямленими назустріч один одному. Відмінна від нуля векторна сума намагніченостей підґраток і визначає спонтанне намагнічування речовини (рис. 9.5).

До феримагнетиків відносяться ферити, які широко застосовуються у радіотехніці. Це діелектричні чи напівпровідникові іонні кристали. Наприклад, ферити – хімічні сполуки окису заліза Fe_2O_3 з окислами інших металів ($Co - Fe_2 - O_3$).

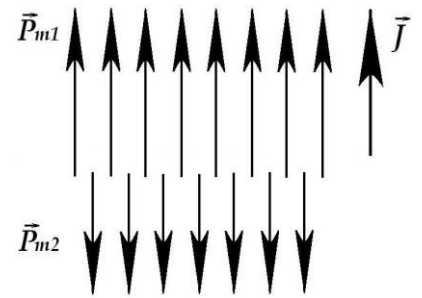


Рис. 9.5

Застосування феритів у радіотехніці зумовлене тим, що вони поєднують у собі феромагнітні та напівпровідникові (чи діелектричні) властивості, тобто мають великі значення μ і великий опір.

9.4. Заломлення ліній магнітної індукції на межі двох магнетиків

На межі двох різних магнетиків з неоднаковими значеннями магнітної проникності лінії магнітної індукції заломлюються. Щоб з'ясувати, як це відбувається, виділимо на межі двох середовищ циліндр з основами S_1 та S_2 і висотою h (рис. 9.6). Визначимо потік магнітної індукції через поверхню цього циліндра (теорема Остроградського - Гауса для магнітного поля):

$$\oint_S B_n dS = 0. \tag{9.3}$$

Визначимо потік через поверхні S_1, S_2 і S_b :

$$\oint_S B_n dS = -B_{n1} S_1 + B_{n2} S_2 + B_k S_b = 0.$$

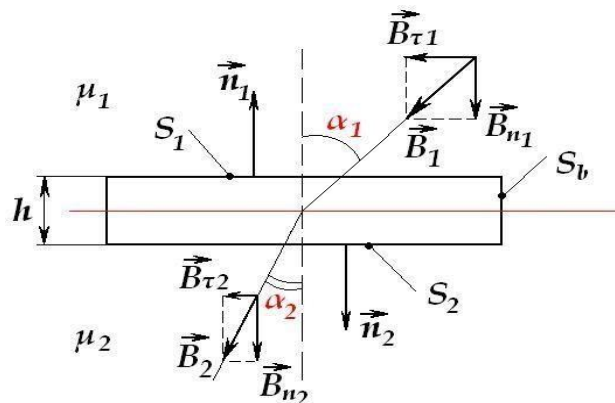


Рис. 9.6

Перший доданок має знак "-" тому, що $n_1 \uparrow \downarrow B_{n1}$. Якщо $h \rightarrow 0$, то потік через бічну поверхню можна вважати рівним нулю.

Тоді

$$-B_{n1}S_1 + B_{n2}S_2 = 0. \quad (9.4)$$

Оскільки $S_1 = S_2$, то

$$B_{n1} = B_{n2}. \quad (9.5)$$

Тобто, нормальна складова вектора магнітної індукції при переході через межу двох магнетиків не змінюється.

Наприклад, якщо зробити в осерді розріз (рис. 9.7), то у зазорі й осерді індукція буде однаковою ($B_{n1} = B_{n2}$).

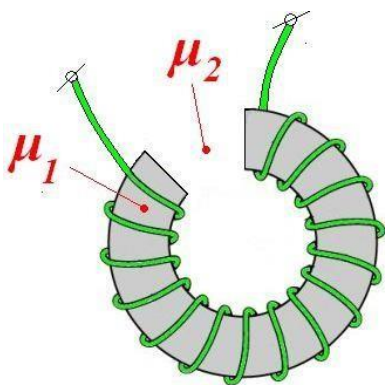


Рис. 9.7

Нормальні складові напруженості магнітного поля H_{n1} і H_{n2} неоднакові.

Оскільки:

$$\begin{aligned} B_{n1} &= \mu_1 \mu_0 H_{n1}, \\ B_{n2} &= \mu_2 \mu_0 H_{n2}, \end{aligned} \quad (9.6)$$

то, враховуючи, що $B_{n1} = B_{n2}$, маємо:

$$\frac{H_{n1}}{H_{n2}} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (9.7)$$

нормальна складова напруженості магнітного поля на межі двох магнетиків має розрив.

Визначимо тангенціальні (дотичні) складові магнітного поля $H_{\tau 1}$, $H_{\tau 2}$, $B_{\tau 1}$, $B_{\tau 2}$. Для цього розглянемо прямокутний контур l , що охоплює два середовища (μ_1 і μ_2) і знайдемо циркуляцію H для цього контуру (рис. 9.8):

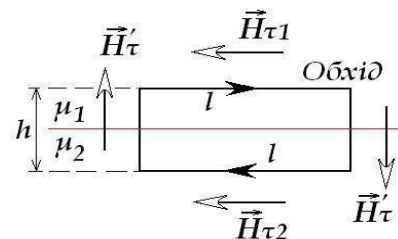


Рис. 9.8

$$-H_{\tau 1}l + H_{\tau 2}l + 2H_{\tau}h = \sum_n I_k$$

або

$$\oint_l H_t dl = \sum_n I_k, \quad (9.8)$$

(знак "-" означає, що $H_{\tau 1}$ не збігається з обходом контуру).

Якщо $h \rightarrow 0$, то $2H_{\tau}h \rightarrow 0$ і тоді можемо записати:

$$-H_{\tau 1}l + H_{\tau 2}l = \sum_n I_k \quad (9.9)$$

(всередині контуру l струмів немає). Звідси маємо:

$$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}. \quad (9.10)$$

Тобто, *тангенціальна складова вектора H при переході через межу двох середовищ не змінюється.*

Тангенціальна складова індукції магнітного поля на межі має розрив.

Дійсно:

$$\begin{aligned} B_{\tau 1} &= \mu_1 \mu_0 H_{\tau 1}, \\ B_{\tau 2} &= \mu_2 \mu_0 H_{\tau 2}, \end{aligned} \quad (9.11)$$

$$\frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}} = \frac{\mu_1 H_{\tau 1}}{\mu_2 H_{\tau 2}}. \quad (9.12)$$

Запишемо співвідношення для тангенсів кутів α_1 і α_2 :

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\frac{B_{\tau 1}}{B_{n1}}}{\frac{B_{\tau 2}}{B_{n2}}} = \frac{B_{\tau 1} B_{n2}}{B_{\tau 2} B_{n1}} = \frac{B_{\tau 1}}{B_{\tau 2}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Як бачимо, що у магнетику з більшим значенням μ кут α більший ($\mu_1 > \mu_2, \alpha_1 > \alpha_2$).

Ця властивість широко використовується у техніці для формування магнітних

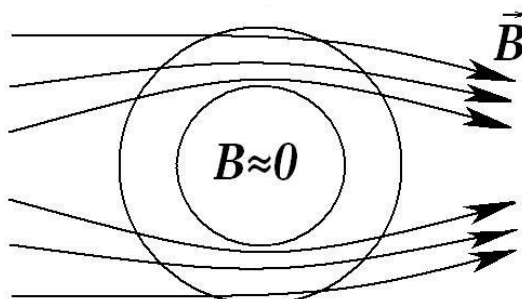


Рис. 9.9

пучків, а також для захисту від магнітного поля приладів. Для захисту від магнітного поля деякий об'єм оточують магнітним екраном (рис. 9.9). Згущення ліній магнітної індукції в екрані призводить до ослаблення магнітного поля всередині екрана.

Запитання та завдання для контролю:

1. Які речовини називаються феромагнетиками?
2. Яка природа феромагнетизму? Що таке домени?
3. Що відбувається з феромагнетиками у магнітному полі?
4. Пояснити процес перемагнічування феромагнетика. Що таке гістерезис?
5. Що таке залишкова намагніченість?
6. Що таке коерцетивна сила?
7. Які феромагнетики називаються магнітожорсткими? Магнітом'якими?
8. Пояснити залежність магнітної проникності від напруженості магнітного поля.
9. У чому полягає феромагнетизм? Що таке ферити і які їх властивості?
10. Як відбувається заломлення ліній магнітної індукції на межі двох магнетиків?

Задачі для самостійного розв'язання

Магнітне поле постійного струму

1. Два довгих прямих провідники зі струмами, сила кожного $I = 10\text{ А}$, розміщені взаємно перпендикулярно. Визначити індукцію магнітного поля B в точці, що лежить на середині перпендикуляра до осей цих провідників, якщо довжина перпендикуляра $d = 10\text{ см}$.
2. По двох нескінченних прямолінійних провідниках, розташованих вертикально на відстані $d = 15\text{ см}$ один від одного, протікають в одному напрямку струми

силами $I_1 = 4\text{ A}$ та $I_2 = 6\text{ A}$. Визначити положення точок, в яких індукція магнітного поля дорівнює нулю.

3. По провіднику, який зігнуто у вигляді прямокутника зі сторонами $a = 30\text{ см}$ і $b = 40\text{ см}$, тече струм силою $I = 60\text{ A}$. Визначити індукцію магнітного поля B в точці перетину діагоналей.
4. Котушка довжиною $l = 20\text{ см}$ містить $N = 100$ витків. По обмотці котушки тече струм $I = 5\text{ A}$. Діаметр котушки дорівнює $d = 20\text{ см}$. Визначити магнітну індукцію в точці, що лежить на осі котушки на відстані $a = 10\text{ см}$ від її кінця.
5. Довгий прямий соленоїд із дроту діаметром $d = 0,5\text{ мм}$ намотаний так, що витки щільно прилягають один до одного. Визначити напруженість H магнітного поля всередині соленоїда при силі струму $I = 4\text{ A}$? Товщиною ізоляції знехтувати.
6. При якій силі струму, що проходить по тонкому провідному кільцю радіуса $R = 0,2\text{ м}$, індукція магнітного поля в точці, рівновіддаленій від усіх точок кільця на відстань $r = 0,3\text{ м}$, дорівнюватиме $B = 20\text{ мкТл}$?
7. Прямий провідник довжиною $l = 90\text{ см}$ зігнуто у вигляді рівностороннього трикутника і розташовано у вакуумі. Якою повинна бути сила струму у провіднику, щоб індукція магнітного поля у точці, де перетинаються висоти утвореного трикутника, становила $B = 1,24\text{ мкТл}$?
8. По тонкому провіднику, вигнутому у вигляді кола, тече струм. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. У скільки разів зміниться індукція магнітного поля в центрі контуру?
9. По провіднику, вигнутому у вигляді кола, тече струм. Напруженість магнітного поля у центрі кола $H_1 = 50\text{ А/м}$. Не змінюючи сили струму в провіднику, йому надали форму квадрата. Визначити напруженість H_2 магнітного поля в точці перетину діагоналей цього квадрату.

10. По нескінченно довгому провіднику, зігнутому під прямим кутом тече струм силою $I = 50 \text{ А}$. Визначити напруженість H магнітного поля у точці, розташованій на бісектрисі цього кута на відстані $b = 20 \text{ см}$ від його вершини.
11. По плоскому контуру з тонкого провідника проходить струм, сила якого $I = 20 \text{ А}$ (рис.1). Визначити індукцію магнітного поля B в точці O . Радіус кола $R = 5 \text{ см}$.
12. Струм, сила якого $I = 12 \text{ А}$, проходить по замкнутому провіднику (рис. 2). Радіус зігнутої частини провідника $R = 0,12 \text{ м}$, кут $2\varphi = 90^\circ$. Визначити індукцію магнітного поля B в точці O .

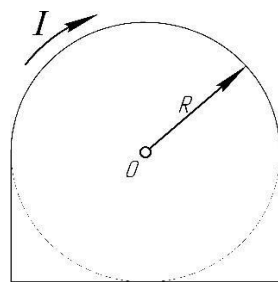


Рис. 1

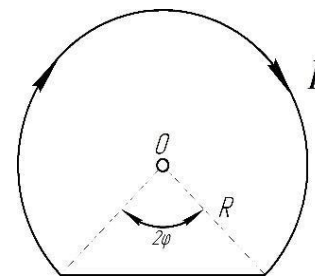


Рис. 2

13. Згідно з теорією Бора електрон в атомі водню рухається навколо ядра по коловій орбіті радіуса $r = 53 \text{ нм}$. Визначити індукцію магнітного поля B , яку створює електрон у центрі колової орбіти.

Сила, що діє на провідник зі струмом у магнітному полі

14. По тонкому дроту у вигляді кільця радіусом $R = 20 \text{ см}$ тече струм $I = 100 \text{ А}$. Перпендикулярно площині кільця збуджено однорідне магнітне поле з індукцією $B = 20 \text{ мкТл}$. Визначити силу F , що розтягує кільце.
15. По двох паралельних провідниках, довжина кожного $l = 3 \text{ м}$, протікають однакові сили струму. Відстань між провідниками $d = 1 \text{ см}$. Струми взаємодіють між собою із силою $F = 0,5 \text{ мН}$. Визначити силу струму в провідниках.

16. У магнітне поле прямого струму, сила якого $I_1 = 20\text{ А}$, вміщено дротяну квадратну рамку. Сторона рамки $a = 10\text{ см}$. По рамці тече струм, сила якого $I_2 = 9\text{ А}$. Провідник зі струмом розміщується в площині рамки. Одна сторона рамки паралельна прямому струмові і розташована від нього на відстані $b = 5\text{ см}$ (рис.3). Визначити результуючу силу F , що діє на рамку.

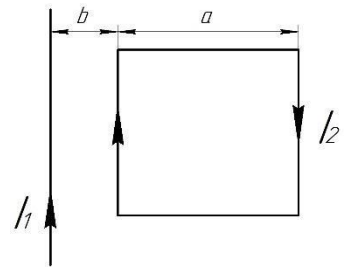


Рис. 3

17. По двох тонких дротах, вигнутих у вигляді кілець радіусами $R = 10\text{ см}$, течуть однакові струми $I = 10\text{ А}$ в кожному. Визначити силу F взаємодії цих кілець, якщо площини, у яких лежать кільця, паралельні, а відстань між центрами кілець дорівнює $d = 1\text{ мм}$.
18. По тонкому провіднику у вигляді кільця радіуса $r = 20\text{ см}$ протікає струм силою $I = 100\text{ А}$. Перпендикулярно до площини кільця збуджено однорідне магнітне поле, індукція якого $B = 20\text{ мТл}$. Визначити силу, що розтягує кільце.
19. Електрон влетів в однорідне магнітне поле з індукцією $B = 0,2\text{ Тл}$ і почав рухатися по колу радіусом $R = 5\text{ см}$. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного колового струму.
20. Тонке кільце, маса якого $m = 15\text{ г}$, радіус $r = 12\text{ см}$, рівномірно заряджене з лінійною густиною $\tau = 10\text{ нКл/м}$. Кільце рівномірно обертається відносно осі, яка є перпендикулярною до площини кільця й проходить через її центр. Визначити відношення магнітного моменту p_m колового струму, що створюється кільцем, до його моменту імпульсу L .
21. Електрон у незбудженому атомі водню рухається навколо ядра по колу радіусом $r = 53\text{ нм}$. Визначити магнітний момент p_m еквівалентного колового струму і механічний момент M , що діє на коловий струм, якщо атом вміщений в магнітне

поле, лінії індукції якого паралельні площині орбіти електрона. Магнітна індукція поля дорівнює $B = 0,1 \text{ Тл}$.

22. По тонкому стрижню довжиною $l = 20 \text{ см}$ рівномірно розподілений заряд $Q = 240 \text{ нКл}$. Стрижень приведений у обертання з постійною кутовою швидкістю $\omega = 10 \text{ рад/с}$ щодо осі, перпендикулярної стрижню і проходить через його середину. Визначити: 1) магнітний момент p_m , зумовлений обертанням зарядженого стрижня; 2) відношення магнітного моменту до моменту імпульсу (p_m / L) якщо стрижень має масу $m = 12 \text{ г}$.
23. На осі колового струму, сила якого $I_1 = 10 \text{ А}$, радіус $R = 10 \text{ см}$, на відстані $h = 2 \text{ м}$ від його центра розміщено невеликий виток, по якому протікає струм силою $I_2 = 2 \text{ А}$. Вісь колового струму лежить у площині витка, площа якого $S = 8 \text{ см}^2$. Визначити механічний момент M , що діє на виток.
24. Тонкий дрід у вигляді кільця масою $m = 3 \text{ г}$ вільно підвішений на гнучкій нитці в однорідному магнітному полі. По кільцю тече струм $I = 2 \text{ А}$. Період малих крутильних коливань відносно вертикальної осі дорівнює $T = 1,2 \text{ с}$. Визначити магнітну індукцію поля.

Сила, що діє на заряд, який рухається в магнітному полі

25. Електрон рухається в однорідному магнітному полі, індукція якого $B = 4 \text{ мТл}$. Визначити період T обертання електрона.
26. Протон, який пройшов прискорюючу різницю потенціалів U , влетів в магнітне поле перпендикулярно лініям індукції і описав дугу радіусом R . Визначити частоту обертання протона в магнітному полі та індукцію магнітного поля.
27. Заряджена частинка влетіла перпендикулярно до ліній індукції в однорідне магнітне поле, створене в середовищі. Внаслідок взаємодії з речовиною частинка, перебуваючи в полі, втратила половину своєї первісної енергії. У

скільки разів відрізнятимуться радіуси кривизни R траєкторії початку та кінця шляху?

28. Заряджена частинка, що пройшла прискорюючу різницю потенціалів $U = 2\text{кВ}$, рухається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 15,1\text{мТл}$ по колу радіусом $R = 1\text{см}$. Визначити відношення $|q|/m$ заряду частинки до її маси та v швидкість частинки.
29. Електрон рухається у однорідному магнітному полі напруженістю $H = 4\text{кА/м}$ зі швидкістю $v = 10^7\text{ м/с}$. Вектор швидкості спрямований перпендикулярно до ліній напруженості. Визначити силу F , з якою поле діє на електрон, і радіус R кола, по якому він рухається.
30. Протон і α -частинка, прискорені однаковою різницею потенціалів, влітають в однорідне магнітне поле. У скільки разів радіус кривизни R_1 траєкторії протона більше радіуса кривизни R_2 траєкторії α -частинки?
31. Два іони, що мають однаковий заряд, але різні маси, влетіли в однорідне магнітне поле. Перший іон почав рухатися по колу радіусом $R_1 = 5\text{см}$, другий іон – по колу радіусом $R_2 = 2,5\text{см}$. Визначити відношення m_1/m_2 мас іонів, якщо вони пройшли однаково прискорюючу різницю потенціалів.
32. Заряджена частинка рухається по колу радіусом $R = 1\text{см}$ в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,1\text{Тл}$. Паралельно магнітному полю збуджено електричне поле напруженістю $E = 100\text{В/м}$. Визначити проміжок часу Δt , протягом якого має діяти електричне поле, щоб кінетична енергія частинки зросла вдвічі.

Закон повного струму. Магнітний потік. Магнітні ланцюги

33. Діаметр D тороїда без осердя по середній лінії дорівнює 30 см . У перерізі тороїд має коло радіусом $r = 5\text{ см}$. По обмотці тороїда, що містить $N = 2000$ витків, тече струм $I = 5\text{ А}$ (рис. 4). Користуючись законом повного струму, визначити максимальне та мінімальне значення магнітної індукції B у тороїді.

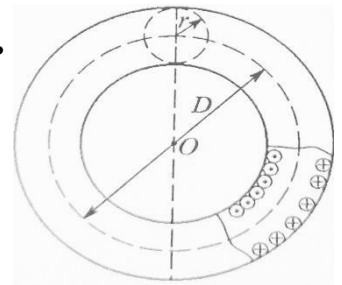


Рис. 4

34. Плоска квадратна рамка зі стороною $a = 20\text{ см}$ лежить в одній площині з нескінченно довгим прямим дротом, по якому тече струм $I = 100\text{ А}$. Рамка розташована так, що найближча до дроту сторона паралельна йому і знаходиться на відстані $l = 10\text{ см}$ від дроту. Визначити магнітний потік Φ , що пронизує рамку.
35. Тороїд квадратного перерізу містить $N = 1000$ витків. Зовнішній діаметр D тороїда дорівнює 40 см , внутрішній $d = 20\text{ см}$. Визначити магнітний потік Φ в тороїді, якщо сила струму, що протікає по обмотці, дорівнює $I = 10\text{ А}$. (Врахувати, що магнітне поле тороїда неоднорідне.)
36. На залізне кільце намотане в один шар $N = 500$ витків дроту. Середній діаметр кільця дорівнює $d = 25\text{ см}$. Визначити магнітну індукцію B в залізі та магнітну проникність μ заліза ¹⁾, якщо сила струму I обмотує: 1) $0,5\text{ А}$; 2) $2,5\text{ А}$.
37. Соленоїд намотаний на чавунне ¹⁾ кільце перерізом $S = 5\text{ см}^2$. При силі струму $I = 1\text{ А}$ магнітний потік $\Phi = 250\text{ мкВб}$. Визначити число n витків соленоїда, що припадають на відрізок завдовжки 1 см середньої лінії кільця.
38. У залізному ¹⁾ осерді соленоїда індукція $B = 1,3\text{ Тл}$. Залізне осердя замінили на сталеве. Визначити, у скільки разів слід змінити силу струму в

¹⁾ Для визначення магнітної проникності скористатися графіком (рис. 5). Явище гістерезиса не враховувати.

обмотці соленоїда, щоб індукція в осерді залишилася незмінною.

39. Обмотка тороїда, що має сталеве ¹⁾ осердя з вузьким вакуумним зазором, містить $N=1000$ витків. По обмотці тече струм $I=1A$. При якій довжині l_0 вакуумного зазору індукція магнітного поля в ньому дорівнюватиме $B=0,5Tл$? Довжина тороїда за середньою лінією дорівнює $l=1m$.

40. Визначити магніторушійну силу, при якій у вузькому вакуумному зазорі довжиною $l_0=3,6mm$ тороїда із залізним ¹⁾ осердем, магнітна індукція дорівнює $B=1,4Tл$. Довжина тороїда за середньою лінією дорівнює $l=0,8m$.

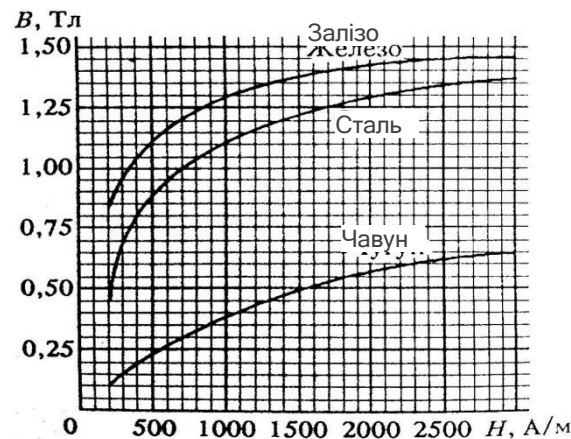


Рис. 5

Робота по переміщенню провідника зі струмом у магнітному полі.

Електромагнітна індукція. Індуктивність

41. Два прямолінійних довгих паралельних провідники розміщені на відстані $r_1=10cm$ один від одного. По провідниках в одному напрямку протікають струми, сили яких $I_1=20A$ і $I_2=30A$. Яку роботу треба виконати (на одиницю довжини), щоб розсунути ці провідники на відстань $r_2=20cm$?

42. По провіднику, зігнутому у вигляді квадрату зі стороною $a=10cm$, протікає незмінний струм $I=20A$. Площина квадрату складає кут $\alpha=20^\circ$ з лініями

- індукції однорідного магнітного поля ($B = 0,1 \text{ Тл}$). Визначити роботу, яку необхідно здійснити для того, щоб видалити провідник за межі поля.
43. Виток, яким тече струм $I = 20 \text{ А}$, вільно встановився в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,016 \text{ Тл}$. Діаметр витка дорівнює $d = 10 \text{ см}$. Визначити роботу A , яку потрібно здійснити, щоб повернути виток на кут $\alpha = \pi/2$ щодо осі, що збігається з діаметром. Те саме, якщо кут $\alpha = 2\pi$.
44. Квадратна рамка зі стороною $a = 10 \text{ см}$, якою тече струм $I = 200 \text{ А}$, вільно встановилася в однорідному магнітному полі ($B = 0,2 \text{ Тл}$). Визначити роботу, яку необхідно здійснити при повороті рамки навколо осі, що лежить у площині рамки та перпендикулярна до ліній магнітної індукції, на кут $\alpha = 2\pi/3$.
45. До джерела струму з ЕДС $\varepsilon = 0,5 \text{ В}$ із дуже малим внутрішнім опором приєднали два металевих стрижня, які розташовані горизонтально і паралельно один одному. Відстань між стрижнями $l = 20 \text{ см}$. Стрижні знаходяться в однорідному магнітному полі, що направлено вертикально. Магнітна індукція $B = 1,5 \text{ Тл}$. По стрижням під дією сил поля ковзає зі швидкістю $v = 1 \text{ м/с}$ прямолінійний провідник опором $R = 0,02 \text{ Ом}$. Опором стрижней можна знехтувати. Визначити:
- 1) ЕРС індукції ε_i ;
 - 2) силу F , що діє на провідник з боку поля;
 - 3) силу струму I в ланцюгу;
 - 4) потужність P_1 , яка витрачається на рух провідника;
 - 5) потужність P_2 , яка витрачається на нагрівання провідника;
 - 6) потужність P_3 джерела струму, що віддається в ланцюг.
46. Прямий провідник довжиною $l = 10 \text{ см}$ розташований в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 1 \text{ Тл}$. Його кінці замкнені гнучким провідником, що знаходиться поза полем. Опір всього ланцюга дорівнює $R = 0,4 \text{ Ом}$. Яка потужність знадобиться для того, щоб рухати провідник перпендикулярно лініям індукції зі швидкістю $v = 20 \text{ м/с}$?

47. Рамка площею $S = 100 \text{ см}^2$ містить $N = 10^3$ витків дроту опором $R_1 = 12 \text{ Ом}$. До кінців обмотки підключений зовнішній опір $R_2 = 20 \text{ Ом}$. Рамка рівномірно обертається в однорідному магнітному полі ($B = 0,1 \text{ Тл}$) із частотою $n = 8 \text{ с}^{-1}$. Визначити максимальну потужність P_{max} змінного струму ланцюга.
48. Магнітна індукція поля між полюсами двохполюсного генератора дорівнює $B = 0,8 \text{ Тл}$. Ротор має $N = 100$ витків площею $S = 400 \text{ см}^2$. Визначити частоту n обертання якоря, якщо максимальне значення ЕРС індукції $\varepsilon_i = 200 \text{ В}$.
49. У дротяне кільце, приєднане до балістичного гальванометра, вставили прямий магніт. По ланцюгу протікає кількість електрики $Q = 10 \text{ мкКл}$. Визначити магнітний потік Φ , який перетинається кільцем, якщо опір ланцюга гальванометра дорівнює $R = 30 \text{ Ом}$.
50. Рамка із дроту опором $R = 0,01 \text{ Ом}$ рівномірно обертається в однорідному магнітному полі з індукцією $B = 0,05 \text{ Тл}$. Вісь обертання лежить у площині рамки та перпендикулярна лініям індукції. Площа рамки дорівнює $S = 100 \text{ см}^2$. Визначити, кількість електрики Q , що протікає через рамку за час повороту її на кут $\alpha = 30^\circ$ у наступних трьох випадках: 1) від $\alpha_0 = 0$ до $\alpha_1 = 30^\circ$; 2) від α_1 до $\alpha_2 = 60^\circ$; 3) від $\alpha_3 = 90^\circ$.
51. Тонкий мідний провід масою $m = 1 \text{ г}$ зігнутий у вигляді квадрату і кінці його замкнені. Квадрат розташований у однорідному магнітному полі $B = 0,1 \text{ Тл}$ так, що площина його перпендикулярна лініям індукції поля. Визначити кількість електрики Q , яка потече по провіднику, якщо квадрат, потягнувши за протилежні вершини, витягнути в лінію.
52. В однорідному та постійному за часом магнітному полі з індукцією $B = 0,2 \text{ Тл}$ у площині, перпендикулярній лініям індукції, розміщується замкнутий залізний

провідник у формі рівнобічного трикутника. Периметр трикутника $l = 12 \text{ см}$.

Визначити:

- 1) середню ЕРС індукції, що виникає в провіднику, якщо він деформується в квадрат протягом 1 мс ;
 - 2) напрям індукційного струму;
 - 3) заряд, який протече по провіднику за умов зміни форми, якщо площа поперечного перерізу провідника $S_0 = 1 \text{ мм}^2$.
53. Довгий соленоїд з немагнітним осердям, площа перерізу якого дорівнює $S = 5 \text{ см}^2$, а кількість витків $N = 1200$ (витки щільно прилягають один до одного) тече струм силою $I = 2 \text{ А}$. Індукція магнітного поля в центрі соленоїда $B = 10 \text{ мТл}$. Визначити: 1) індуктивність та 2) енергію магнітного поля соленоїда.
54. Індуктивність котушки дорівнює $L = 2 \text{ мГн}$. Струм частотою $\nu = 50 \text{ Гц}$, що протікає по котушці, змінюється за синусоїдальним законом. Визначити середню ЕРС самоіндукції, що виникає за інтервал часу, протягом якого струм у котушці змінюється від мінімального до максимального значення. Амплітудне значення сили струму $I_0 = 10 \text{ А}$.
55. Довгий прямий соленоїд, намотаний на немагнітний каркас, має $N = 1000$ витків та індуктивність $L = 3 \text{ мГн}$. Який магнітний потік Φ і яке потокозчеплення Ψ створює соленоїд при силі струму $I = 1 \text{ А}$?

Енергія магнітного поля соленоїда і тороїда

56. На залізне кільце намотано в один шар $N = 200$ витків. Визначити енергію W магнітного поля, якщо при струмі $I = 2,5 \text{ А}$ магнітний потік в залізі дорівнює $\Phi = 0,5 \text{ мВб}$.
57. При деякій силі струму густина енергії магнітного поля соленоїда (без осердя) дорівнює $\omega = 0,2 \text{ Дж/м}^3$. У скільки разів збільшиться густина енергії поля за тієї ж сили струму, якщо соленоїд матиме залізне осердя?

58. Котушка індуктивністю $L = 1 \text{ мГн}$ та повітряний конденсатор, що складається з двох круглих пластин діаметром $D = 20 \text{ см}$ кожна, з'єднані паралельно. Відстань між пластинами дорівнює $d = 1 \text{ см}$. Визначити період T коливань.
59. Коливальний контур має індуктивність $L = 1,6 \text{ мГн}$, електроємність $C = 0,04 \text{ мкФ}$ та максимальну напругу на затискачах, що дорівнює $U_{\text{max}} = 200 \text{ В}$. Визначити максимальну силу струму I_{max} в контурі. Опором контуру знехтувати.
60. Коливальний контур складається з паралельно з'єднаних конденсатора електроємністю $C = 1 \text{ мкФ}$ і котушки індуктивністю $L = 1 \text{ мГн}$. Опором контуру знехтувати. Визначити частоту коливань.
61. Визначити кількість коливань, що потрібна для того, щоб амплітуда заряду у контурі з логарифмічним декрементом загасання $0,0004$ зменшилася в п'ятеро. Записати закони зміни заряду, напруги та струму у залежності від часу, якщо спочатку конденсатор був заряджений до напруги 100 В . Частота згасаючих коливань дорівнює $2 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$, індуктивність котушки $0,5 \text{ мГн}$.
62. Коливальний контур має ємність $C = 10 \text{ мкФ}$, індуктивність $L = 25 \text{ мГн}$ та активний опір $R = 0,1 \text{ Ом}$. Визначити, який проміжок часу знадобиться для того, щоб енергія, що була накопичена в цьому контурі, зменшилася в e^2 разів, і через скільки коливань це станеться. Визначити логарифмічний коефіцієнт згасання коливань.
63. Два конденсатори з ємностями $C_1 = 0,52 \text{ мкФ}$ та $C_2 = 0,1 \text{ мкФ}$ включені послідовно в ланцюг змінного струму напругою 220 В та частотою 50 Гц . Визначити струм в ланцюзі та спад потенціалу на кожному з конденсаторів.

Магнітні властивості речовини

64. Визначити магнітну сприйнятливість χ та молярну магнітну сприйнятливість χ_m платини, якщо питома магнітна сприйнятливість $\chi_{\text{пит}} = 1,30 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 / \text{кг}$.

65. Напруженість H магнітного поля у міді дорівнює $H = 10^6 \text{ А/м}$. Визначити намагніченість J міді та магнітну індукцію B , якщо відомо, що питома магнітна сприйнятливість $\chi_{\text{мтм}} = -1,1 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3/\text{кг}$.

66. Атом водню знаходиться в магнітному полі з індукцією $B = 1 \text{ Тл}$. Обчислити магнітний момент M_j , обумовлений прецесією електронної орбіти. Прийняти, що середнє значення квадрата відстані $\langle r^2 \rangle$ електрона від ядра дорівнює $(2/3)r_1^2$ (r_1 – радіус першої борівської орбіти).

67. Питома парамагнітна сприйнятливість трьохоксида ванадію (V_2O_3) при $t = 17^\circ\text{C}$ дорівнює $\chi_{\text{мтм}} = 1,89 \cdot 10^{-7} \text{ м}^3/\text{кг}$. Визначити магнітний момент M_j (в магнетонах Бора), що припадає на молекулу V_2O_3 .

68. Визначити, у скільки разів кількість молекул, які мають позитивні проекції магнітного моменту на напрямок вектора магнітної індукції зовнішнього поля ($B = 1 \text{ Тл}$), більше числа молекул, що мають від'ємну проекцію, у двох випадках: 1) $T_1 = 300 \text{ К}$; 2) $T_2 = 1 \text{ К}$. Магнітний момент молекули прийняти рівним магнетону Бора.

69. При температурі $T_1 = 300 \text{ К}$ та магнітної індукції $B_1 = 0,5 \text{ Тл}$ була досягнута певна намагніченість J парамагнетика. Визначити магнітну індукцію B_2 , при якій збережеться та сама намагніченість, якщо температуру підвищити до $T_2 = 450 \text{ К}$.

70. Шматок сталі внесли у магнітне поле напруженістю $H = 1600 \text{ А/м}$. Визначити намагніченість J сталі. (Необхідно скористатися графіком на рис. 5).

71. Прямокутний феромагнітний брус об'ємом $V = 10 \text{ см}^3$ набув у магнітному полі напруженістю $H = 800 \text{ А/м}$ магнітний момент $p_m = 0,8 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Визначити магнітну проникність μ феромагнетика.

Список рекомендованої літератури:

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.2 Електрика і магнетизм.– К.: Техніка, 2001р.
2. Бригінець В.П., Подласов С.О. Загальна фізика. Інтернет-ресурс за адресою <http://physics.zfft.kpi.ua>
3. Загальний курс фізики. Збірник задач. За редакцією проф. І.П. Гаркуші. –К.: Техніка, 2003.