

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОСТУ ПОПУЛЯЦІЙ РИБ ПІД ВПЛИВОМ ВОДНОГО ЗАБРУДНЕННЯ

В. Ч. В. Чинь¹, І. М. Терещенко¹

¹ Навчально-науковий Фізико-технічний інститут

Анотація

У роботі представлено підхід до моделювання чисельності популяцій риб у річці Дніпро з урахуванням рівнів водного забруднення. Для оцінки впливу екологічних чинників використано дані гідрохімічного моніторингу та вилову за період 2019–2023 років. Проведено регіональну кластеризацію пунктів спостереження та побудовано модель росту популяцій із впливом агрегованого індексу забруднення. Отримані значення коефіцієнтів чутливості дозволили оцінити відносну важливість забрудників. На прикладі виду Лин проаналізовано сценарій зниження рівня кисню у воді, що демонструє потенціал моделі до прогнозування наслідків екологічних змін.

Ключові слова: водне забруднення, популяція риб, модель росту, логістичне рівняння, рівняння Ферхюльста, RMSE, сценарне моделювання

Вступ

Сучасні екологічні виклики вимагають комплексного аналізу взаємозв'язків між станом довкілля та біорізноманіттям. Водні екосистеми, зокрема річка Дніпро, зазнають значного антропогенного навантаження, що відображається на популяціях риб. Урахування впливу хімічного складу води на чисельність риб є актуальним як для оцінки екологічного стану, так і для управління рибними ресурсами [1].

У даній роботі пропонується підхід до оцінювання динаміки популяцій риб за допомогою адаптованої математичної моделі, яка враховує концентрації декількох водних забрудників одночасно. Основою для розрахунків є дані моніторингу якості води та обсягів рибного вилову на різних ділянках Дніпра.

1. Постановка задачі

Метою даного дослідження є моделювання динаміки чисельності рибної популяції в річці Дніпро залежно від рівня хімічного забруднення води.

Для цього було запропоновано використання модифікованого логістичного рівняння, що враховує негативний вплив забрудників. Подібні підходи до опису популяційної динаміки широко використовувалися в історії математичної біології [2].

Базовою моделлю є логістичне рівняння Ферхюльста [3], що описує зростання популяції з обмеженням ємності середовища:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K}\right),$$

де $N(t)$ – чисельність популяції у момент часу t , r – коефіцієнт росту популяції, K – ємність середовища.

Для урахування зовнішнього тиску – у даному випадку хімічного забруднення – вводиться негативний

доданок, пропорційний до інтегрального забруднення:

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t)\left(1 - \frac{N(t)}{K}\right) - \gamma Z(t),$$

де γ – коефіцієнт чутливості популяції до забруднення, $Z(t)$ – агрегований індекс забруднення.

Індекс $Z(t)$ розраховується як зважена сума нормалізованих значень концентрацій забруднюючих речовин:

$$Z(t) = \sum_i \alpha_i X_i(t), \quad \sum_i \alpha_i = 1, \quad \alpha_i \geq 0$$

де $X_i(t)$ – концентрації забруднюючих речовин у момент часу t , α_i – ваги, що визначають внесок кожного чинника в загальний індекс.

З метою коректного аналізу та побудови порівнюваних моделей:

- вилов трансформується логарифмічно ($N(t) = \log(1 + C(t))$), де $C(t)$ – фактичний вилов у момент часу t ;
- значення забрудників стандартизуються (нормування на середнє та стандартне відхилення);
- вагові коефіцієнти α_i оптимізуються під час навчання моделі.

2. Методика дослідження

2.1. Дані

У роботі використано два основні джерела даних за період 2019–2023 років: результати моніторингу хімічного складу води у басейні Дніпра [4] та дані про щомісячний вилов риби [5].

Географічну агрегацію (рис. 1) було реалізовано шляхом кластеризації координат постів спостереження методом k-середніх [6]. Це дозволило виділити

чотири регіони з подібними просторовими характеристиками.



Рис. 1. Карта кластеризації регіонів моніторингу та вилову

Дані про вилов було агреговано по регіонах, викремлено основні види, а також проведено обчислення приросту вилову на місячній шкалі.

2.2. Попередня обробка

Для усунення пропусків у даних проведено інтерполяцію значень окремих показників по кожному регіону. Всі числові змінні було стандартизовано за допомогою z-нормалізації.

Зі складу змінних було виключено показники з низькою присутністю або надмірною корельованістю. Було сформовано матрицю забрудників, що узгоджується із роками спостереження вилову для кожної популяції в регіоні.

2.3. Побудова моделей

Для кожного виду риби в кожному регіоні будувалася окрема динамічна модель росту популяції. Основою стала модифікована логістична модель з додатковим членом, що враховує кумулятивний вплив забруднення.

В якості залежної змінної використовувався логарифмічно трансформований вилов. Параметри моделі — r, K, γ, N_0 та вектори ваг $\bar{\alpha}_i$ для кожного забрудника — оптимізувалися за допомогою методу L-BFGS-B [7]. Для оцінки точності моделі використовувалася середньоквадратична похибка RMSE між прогнозами моделі та спостереженнями [8].

2.4. Сценарний аналіз

На основі побудованих моделей здійснювався сценарний аналіз. Для окремих регіонів і видів було змодельовано вплив зниження концентрації окремих забрудників (наприклад, фосфатів або кисню) на майбутню чисельність риби.

Таке зниження задавалося у вигляді фіксованого відсотка (наприклад, -30%), після чого порівнювалися базові й сценарні траєкторії динаміки вилову. Це дозволяє кількісно оцінити потенційний позитивний ефект від поліпшення якості води.

3. Результати моделювання

3.1. Аналіз апроксимації

Моделі було успішно побудовано для 54 комбінацій «вид риби – регіон». У більшості випадків спостерігається висока точність апроксимації: $RMSE < 0,001$ досягнуто для 8 моделей, зокрема для лина, клешня, краснопірки та білизни. Це вказує на майже ідеальне відтворення динаміки чисельності.

Найкращі приклади апроксимації:

- Лин (рис. 2): модель практично збігається зі спостереженнями, $RMSE$ не перевищує $0,003$.

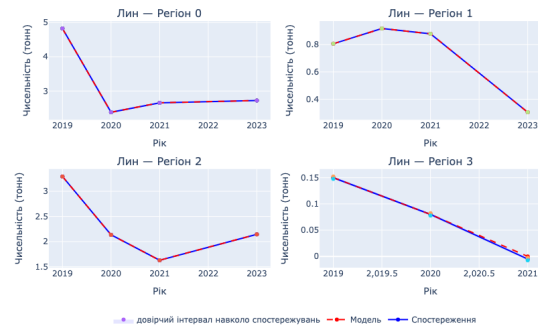


Рис. 2. Лин – Регіони 0-3

- Клешень (рис. 3): адекватна динаміка, хоч $RMSE$ у регіоні 2 є дещо вищим ($\approx 1,1$), що пояснюється розкидом у даних вилову.

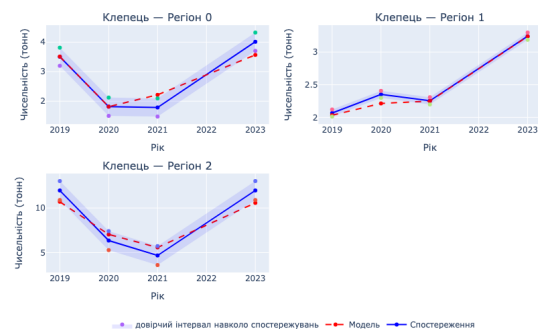


Рис. 3. Клешень – Регіони 0-2

- Білізна (рис. 4): моделі успішно відтворюють динаміку популяції навіть за різних варіантів змінності. $RMSE \approx 1,9 \times 10^{-6}$.

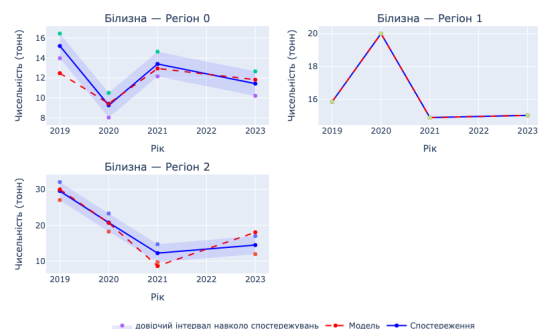


Рис. 4. Білізна – Регіони 0-2

Моделі з найвищим RMSE (від 50) отримані для плоскирки, рослиноїдних, карася сріблястого, тюльки та ляща в окремих регіонах. Це свідчить про можливу нестабільність рядів, вплив сторонніх факторів або неадекватність логістичної моделі для цих популяцій.

У таких випадках доцільним є подальше розширення моделі – наприклад, включення температури, біотичних взаємодій або людського фактору.

3.2. Вплив окремих забрудників

Для аналізу значущості різних показників якості води в моделях було зібрано значення вагових коефіцієнтів α , що відповідають кожному забруднику. На рис. 5 наведено теплокарту середніх значень α для кожного виду риб. Вона демонструє, які саме забрудники найчастіше мають значний вплив у побудованих моделях.

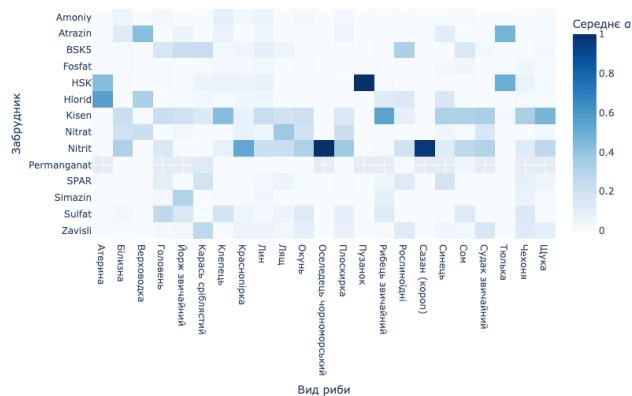


Рис. 5. Теплокарта середніх α -коефіцієнтів по забрудниках та видах риб

Як видно з табл. 1, де представлено топ-5 забрудників за середнім значенням α , найбільший вплив мають: нітрити, кисень, нітрати, сульфати та біохімічне споживання кисню.

Ці результати узгоджуються з екологічними уявленнями про вплив кисню як життєво важливого елементу для водних організмів та токсичність сполук азоту. Таким чином, виявлені забрудники є пріоритетними для моніторингу та контролю.

3.3. Розподіл параметрів

Для кожної моделі оцінювалися основні параметри логістичного зростання. Було також обчислено RMSE – середньоквадратичну похибку моделі.

Таблиця X демонструє приклади параметрів моделей для окремих видів риб у різних регіонах. Вона дозволяє оцінити, наскільки точними були моделі

(через RMSE) і які саме забрудники мали вагомий вплив (через α -коефіцієнти).

Таблиця 2. Параметри моделей росту риб для різних регіонів

Вид риби	r	K	γ	RMSE	Найбільші α
Лин	0,05	100	0,55	$6 \cdot 10^{-8}$	Завислі: 0,17
Головень	0,06	100	0,38	$3 \cdot 10^{-7}$	Сульфати: 0,36
Білізна	0,05	100	0,51	$2 \cdot 10^{-6}$	Нітрати: 0,47

У переважній більшості випадків RMSE моделей є невеликим, що свідчить про високу якість відтворення динаміки чисельності. Водночас значущі значення α найчастіше спостерігаються лише для окремих забрудників, що дозволяє виокремити ключові чинники впливу на конкретні види.

Так, наприклад, у моделі для білізни в регіоні 0 вагомий вплив амоній і нітриту, тоді як у регіоні 2 – кисень і атразин. Подібні закономірності спостерігаються і в інших випадках, де для кожного виду формується унікальний набір чутливостей до факторів якості води.

Таке моделювання дає змогу не лише описати динаміку чисельності, але й виявити ключові екологічні чинники, що зумовлюють зміни для кожного виду риби в конкретному регіоні.

3.4. Аналіз сценаріїв забруднення

Було проведено аналіз впливу покращення якості води на чисельність риби шляхом зменшення концентрації окремих забрудників у моделі. Зокрема, розглянуто сценарій зменшення вмісту нітратів (Nitrat) на 50% для виду Лин.



Рис. 6. Сценарне моделювання для виду «Лин» з 50% зменшенням нітрату

Згідно з результатами моделювання (рис. 6), у регіонах 0–2 прогнозується зростання чисельності риби порівняно з базовою моделлю. Наприклад, у

регіоні 0 популяція Лина у 2023 році за сценарієм вища майже на 40% відносно прогнозу базової моделі. Подібну динаміку видно і в регіоні 1, де спостерігається позитивна тенденція вже з 2020 року. У регіоні 2 ефект помітно слабший, але також зберігається позитивне відхилення.

У регіоні 3, де абсолютна чисельність Лина є значно нижчою, вплив зменшення нітратів є обмеженим, однак теж проявляється у вигляді незначного покращення у 2020–2021 роках.

Ці результати вказують на потенційний позитивний ефект заходів зі зниження вмісту нітратів у водоймах, однак чутливість до цього фактору залежить від регіону та початкових умов.

Висновки

У роботі було розроблено та реалізовано підхід до моделювання чисельності риб у басейні Дніпра з урахуванням екологічних факторів забруднення. Моделі побудовано для 54 комбінацій «вид риби-регіон» із використанням логістичного рівняння з екологічною корекцією.

Низькі значення RMSE у більшості випадків свідчать про високу якість апроксимації. Найвищу точність досягнуто для виду лин у регіонах 0–2, головня, краснопірки та сома. Найгіршу – для ляща, клепця та рослиноїдних у деяких регіонах, що може вказувати на дію інших непрямих чинників або нестабільні дані.

Аналіз α -коефіцієнтів дозволив виявити, що найбільший вплив на популяції мають нітроти, кисень, нітрати, сульфати та біологічне споживання кисню (BSK5). Різні види мають різні провідні фактори, а вагомість впливу варіюється залежно від регіону.

Сценарне моделювання показало, що зниження концентрації нітратів на 30% може спричинити зростання чисельності лина на 8-20% залежно від регіону. Це свідчить про можливість регулювання стану популяцій шляхом покращення якості водного середовища.

Отримані результати вказують на практичну можливість побудувати інформативні моделі, здатні не лише описувати динаміку чисельності, а й виявляти

суттєві екологічні чинники для кожного виду. Такі моделі можуть бути корисним інструментом для екологічного моніторингу та планування природоохоронних заходів.

Перелік використаних джерел

1. Allan J. D., Castillo M. M. Stream Ecology. — 2-е вид. — Springer Dordrecht, 23.07.2007. — 436 с. — ISBN 978-1-4020-5582-9.
2. Bacaër N. A Short History of Mathematical Population Dynamics. — 1-е вид. — Springer London, 01.02.2011. — 160 с. — ISBN 978-0-85729-115-8.
3. P. F. Verhulst's "notice sur la loi que la populations suit dans son accroissement" from correspondence mathematique et physique. Ghent, vol. X, 1838 / M. Vogels, R. Zoeckler, D. M. Stasiw, L. C. Cerny // Journal of Biological Physics. — 1975. — Vol. 3, no. 4. — P. 183–192. — DOI: [10.1007/BF02309004](https://doi.org/10.1007/BF02309004). — URL: <https://doi.org/10.1007/BF02309004>.
4. Державне агентство водних ресурсів України. Дані державного моніторингу поверхневих вод. — 2024. — URL: <https://data.gov.ua/dataset/surface-water-monitoring>.
5. Державне агентство України з розвитку меліорації, рибного господарства та продовольчих програм. Інформація про обсяги вилову за видами риб у розрізі водойм, адміністративно-територіальних одиниць, річкових басейнів. — 2024. — URL: <https://data.gov.ua/dataset/2534ef2f-44b7-4a2c-80a0-398400db9244>.
6. Tan P.-N., Steinbach M., Kumar V. Introduction to Data Mining, 2nd edition. — 2-е вид. — Pearson, 14.07.2021. — 864 с. — ISBN 978-0-1375-0628-6.
7. Nocedal J., Wright S. J. Numerical Optimization. — 2-е вид. — Springer-Verlag New York, 11.12.2006. — 664 с. — ISBN 978-0-387-40065-5.
8. Willmott C. J., Matsuura K. Advantages of the mean absolute error (MAE) over the root mean square error (RMSE) in assessing average model performance // Climate Research. — 2005. — Т. 30, № 1. — С. 79–82.