

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ КРАЇНИ
“КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО”
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ІНСТИТУТ
ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
Кафедра математичного моделювання та аналізу даних**

До захисту допущено:

В.о. завідувача кафедри

_____ Іван Терещенко
“ ” _____ 2023 р.

**Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра**

зі спеціальності 113 «Прикладна математика»

на тему: **«Визначення оптимального складу коаліцій для
зменшення впливу ворожих агентів на інформаційне середовище
суспільства»**

Виконала: студентка 4 курсу, групи ФІ-91

Равська Анастасія Олександрівна

Керівник:

доцент, к.ф-м.н Терещенко І.М

Рецензент:

професор, д.т.н., с.н.с Кудін А.М.

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань

Студент _____

Київ – 2023 року

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»**

Навчально-науковий Фізико-технічний інститут

Кафедра математичного моделювання та аналізу даних

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 113 «Прикладна математика»

ОПП «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів
та безпеки даних»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ Іван Терещенко

«__» _____ 2023 р.

**ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу**

Студенка: Равська Анастасія Олександрівна

1. Тема роботи **«Визначення оптимального складу коаліцій для зменшення впливу ворожих агентів на інформаційне середовище суспільства»**, керівник: доцент, к.ф-м.н Терещенко Іван Миколайович, затверджені наказом по університету від «__» _____ 2023р. № _____
2. Термін подання студентом роботи «__» _____ 2023р.
3. Вхідні дані до роботи: *опубліковані джерела за тематикою дослідження.*
4. Зміст роботи: *аналіз загроз інформаційному середовищу суспільства, побудова математичної моделі, алгоритм роботи коаліцій проти ворожих агентів та визначення оптимального складу коаліцій.*
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо): *Презентація доповіді*
7. Дата видачі завдання 15 вересня 2022 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Узгодження теми роботи з науковим керівником	Вересень 2022р.	Виконано
2	Огляд опублікованих джерел за тематикою дослідження	Вересень – жовтень 2022 р.	Виконано
3	Підготовка першого розділу	Березень 2023 р.	Виконано
4	Дослідження впливу ворожих агентів на інформаційне середовище суспільства	Квітень 2023 р.	Виконано
5	Пошук оптимального складу коаліцій для зменшення впливу ворожих агентів	Квітень-травень 2023 р.	Виконано
6	Оформлення дипломної роботи	Травень 2023 р.	Виконано
7	Підготовка презентації доповіді	Травень 2023 р.	Виконано

Студентка

_____ Равська А.О.

Керівник

_____ Терещенко І.М.

Реферат

Дипломна робота за обсягом становить 56 сторінок тексту, містить 34 ілюстрації та 1 додаток. Для дослідження було використано 10 бібліографічних найменувань.

В даній роботі розглянуто вплив ворожих агентів на інформаційне середовище суспільства з метою просування своїх наративів. Побудовано модель їхнього впливу, а на противагу їм описуються способи протидії різних контрагентів, що можуть об'єднуватися між собою у коаліції для збільшення ефективності своїх дій.

На основі побудованої математичної моделі було створено алгоритм, з допомогою якого можна визначити який склад коаліцій є оптимальним для зменшення впливу агентів на інформаційне середовище суспільства

Ключові слова: ворожі агенти, контрагенти, інформаційний вплив, соціальні процеси.

Abstract

The thesis consists of 56 pages of text, contains 34 illustrations and 1 appendix. 10 bibliographic names were used for the research.

This work examines the influence of enemy agents on the information environment of society in order to promote their narratives. A model of their influence is built, and in contrast to them, methods of countermeasures of various counterparties, which can join together in a coalition to increase the effectiveness of their actions, are described.

Based on the constructed mathematical model, an algorithm was created, with which it is possible to determine which composition of coalitions is optimal for reducing the influence of agents on the information environment of society

Key words: enemy agents, counterparties, information influence, social processes.

ЗМІСТ

ВСТУП	7
РОЗДІЛ 1.....	9
1.1 Результати попередніх напрацювань	10
Висновки до розділу 1.....	11
РОЗДІЛ 2.....	12
Висновки до розділу 2.....	15
РОЗДІЛ 3.....	16
ПІДГОТОВЧИЙ(ознайомчий етап).....	16
ЕТАП 1	18
ЕТАП 2	27
ЕТАП 3	32
Висновки до розділу 3.....	38
ВИСНОВКИ	39
ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	40
ДОДАТОК А.....	42

ВСТУП

Гібридна війна є поєднанням збройної та інформаційної війни. Зі сторони збройного конфлікту – все очевидно: воює техніка, жива сила, зброя. Це очевидний конфлікт, який несе за собою втрати. Але не варто знецінювати інформаційну війну, адже саме такий підвид конфлікту зачасти дає початок більш глобальному, тобто збройному.

На сьогоднішній день інформація є одним з найважливіших ресурсів людства. Вміння нею керувати, її здобувати та правильно використовувати є основою всіх сфер життя. Інформація може бути шкідливою та правдивою. З цього випливає розуміння того, що якщо правильно використовувати шкідливу інформацію отримується таке поняття як пропаганда, а те, що протистоїть цьому явищу має назву – контрпропаганда.

Кожна держава у світі користується пропагандою, яка зазвичай присутня у багатьох сферах життя. Дослідження її дає можливість спрогнозувати вплив, в першу чергу, на інформаційну безпеку суспільства.

В цій роботі буде розглянуто як за допомогою побудови математичної моделі можна дослідити поведінку та вплив ворожих агентів на інформаційне середовище та яким чином можна їм протидіяти.

Наочну демонстрацію цього впливу можна спостерігати на російському інфополі. Вони вміють використати інформацію таким чином, щоб виправдати всі їхні злочини і перекласти відповідальність. Тим, хто вміє хоча б мінімально фільтрувати отриману інформацію очевидно, що це все відверта брехня, але не варто знецінювати їх роботу на інфополі. Адже їхні агресивні та фальшиві вкиди дуже шкодять внутрішньому життю держави, та іміджу Україні на зовнішньополітичній арені. Подекуди без спростувань їхніх наративів можуть призвести до внутрішніх чвар та розколів між громадянами.

Отже, не складно зробити висновок, що на сьогоднішній день інформаційні технології відіграють одну з ключових ролей як в суспільному чи політичному житті країни, тому їх варто застосувати для проведення досліджень.

Актуальність роботи :

На сьогоднішній день вплив шкідливої агентурної пропаганди можна спостерігати на прикладі російсько-української війни. Постійні вкиди різні за своєю швидкістю поширення та шкідливістю. В залежності від того, наскільки відчутний вплив спричинить пропаганда постає задача плану контрдій, що може полягати в: підсиленні своїх наративів, спростовуванні ворожих, тощо. Тому розробка коаліцій, які здатні дискредитувати дію ворога є важливою задля отримання перемоги в інформаційній війні.

Мета і завдання:

Метою є створення та оптимізація коаліцій для зменшення дії ворожих агентів. Розробка відповідних алгоритмів.

Об'єкт дослідження:

Інформаційне середовище суспільства, на яке здійснюється той чи інший вплив.

Предмет дослідження :

Ефективні алгоритми, що дозволяють підібрати оптимальний склад коаліцій для зменшення ворожого впливу на інформаційне середовище суспільства.

Наукова новизна:

Наукова новизна отриманих результатів полягає в тому, що були створенні та досліджені коаліції, які діяли на ворожих агентів та зменшували їх вплив на інформаційне середовище суспільства.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Інформаційне середовище суспільства - це об'єднання всіх інформаційних ресурсів, які впливають на передачу, та сприйняття інформації індивідуумами в суспільстві. Воно охоплює всі джерела, канали та форми комунікації, такі як: мас-медіа, соціальні мережі, інтернет-платформи, друковані видання, телебачення, радіо тощо.

Інформаційне середовище суспільства впливає на громадську думку, прийняття рішень та формування світогляду. Воно може мати великий вплив на процеси комунікації, культурні цінності, політичну діяльність, економіку та соціальну структуру суспільства.

Пропаганда – це відносно безпечний метод спотворення інформації, який працює на перспективу, власне чим і скористалась росія перед початком агресії в сторону України. Це виявилось дуже ефективною стратегією, адже систематичне нав'язування своїх цінностей та культури у результаті дало розмивання кордонів між державами і послаблення всього українського в інфопросторі. Таким чином росія отримала перевагу і весь світ почав дивитись на проблеми в Україні через призму російської пропаганди.

Контрпропаганда – це інформаційний вплив, що направлений на послаблення дії пропаганди. Зачасту для контрпропаганди використовуються схожі методи для поширення повідомлень на інформаційне середовище суспільства.

В умовах російсько-української війни вплив на інформаційне середовище суспільства стало ще більш потужним важелем впливу. І від того хто виграватиме на інформаційній арені залежить подальший хід війни.

В цій роботі використовується поняття коаліції, тому варто пояснити цей термін.

Коаліція – форма взаємодії або об’єднання двох або більше сторін для досягнення спільної мети. В даній роботі можна пояснити цей термін як найефективніша спільна робота контрагентів для зменшення впливу ворожих агентів на інформаційне середовище суспільства.

Розглядаючи гру, в якій задіяні коаліції, вважається, що контрагенти(гравці) формують коаліційне розбиття, і контрагенти, що входять до складу однієї коаліції діють таким чином, щоб забезпечити сумарний коаліційний виграш. В представленій роботі коаліційний виграш – це програш ворожих агентів, тобто мінімізація їхньої сумарної дії.

1.1 Результати попередніх напрацювань

Розглянемо публікації, в яких піднімається питання ворожого впливу на інформаційне середовище, задля розуміння

Дослідження [2] демонструє наскільки сильно на український інфопростір впливала російська повістка у 2015 році(рис. 1.1). Очевидно, що це значний вплив. Це і було одним з важелів впливу росії на Україну. В цьому дослідженні було проведено опитування 2013 респондентів віком від 18 років з різних куточків України.

Повторне дослідження цією ж організацією було повторно проведено у 2016 році. І ось, на що варто звернути увагу:

Війна на Сході України: У 2015 році українським телеканалам довіряли 50% опитаних, а у 2016 році - 40,4%.

Кількість тих, хто переглядав російські телеканали через супутникове телебачення теж зростає: у 2015 році - 42%, а у 2016 році кількість таких людей сягнула 78,8%.

За словами автора це спричинено тим що у росії більш якісний інформаційний продукт в порівнянні з українським.

Тут і постає проблематика та актуальність цієї роботи.

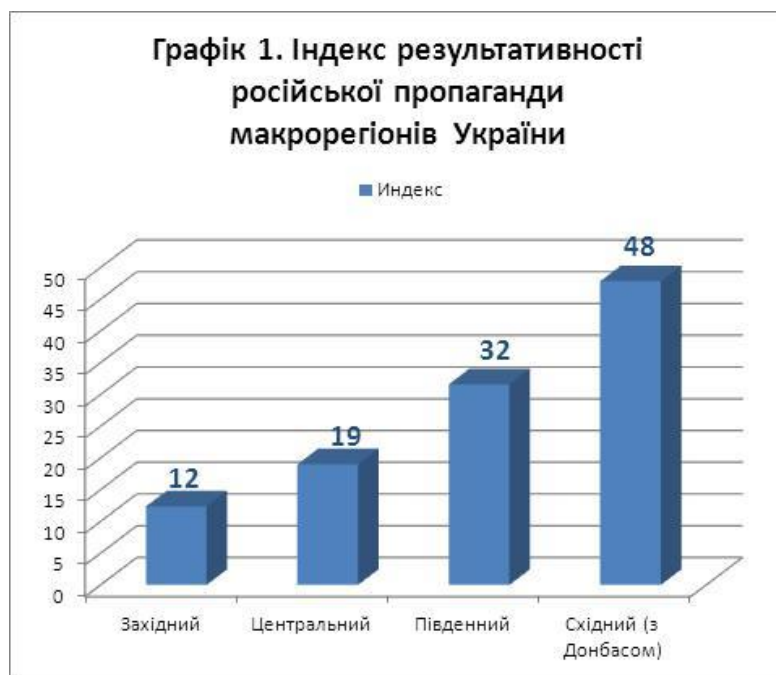


Рис. 1.1 – індекс результативності російської пропаганди станом на 2015 рік

Висновки до розділу 1

У першому розділі буде розглянуто проблематику пропаганди на прикладі російсько-української війни. Було сформовано основні поняття які будуть використовуватись в роботі.

Аналіз попередніх досліджень показав, що російська пропаганда мала значний вплив на українське інформаційне середовище. А у контексті російсько-української війни, вплив на інформаційне середовище стає ще більш потужним і визначальним.

Дослідження також вказує на зростання кількості переглядів російських телеканалів та зменшення довіри до українських джерел інформації. Ці дані підкреслюють актуальність проблеми та необхідність розвитку контрпропаганди для послаблення дії пропаганди і збереження стійкості інформаційного середовища.

РОЗДІЛ 2

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ТА ПОБУДОВА МОДЕЛІ

Нехай $A(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ – множина ворожих агентів, де a_i – певний ворожий наратив. Припускаємо, що A – це стала величина. Також нехай маємо $K(k_1, k_2, k_3, k_4)$ – множина контрагентів, де k_j – деяка дискредитація. Задається загальна кількість джерел інформації:

$$\sum a_i + \sum k_j = A + K \quad (1)$$

Таким чином перед контрагентами k_j стоїть задача: протягом певного відрізка часу ($T_{\max} = 19$, так як це максимальний півперіод a_5) мінімізувати вплив агентів a_i на інформаційне середовище суспільства шляхом створення ефективних коаліцій.

Функція, що описуватиме вплив ворожих агентів a_i матиме загальний вигляд:

$$y(t) = c_i \sin b_i t \quad (2)$$

Де c_i – максимум значення якого може досягнути функція.

Так як є 5 ворожих агентів, то задані наступні рівняння для опису дії кожного з них:

$$a_1 = 9 * \sin \frac{\pi}{12} t$$

$$a_2 = 9 * \sin \frac{\pi}{18} t$$

$$a_3 = 7 * \sin \frac{\pi}{20} t$$

$$a_4 = 6 * \sin \frac{\pi}{28} t$$

$$a_5 = 6 * \sin \frac{\pi}{38} t$$

Функція, яка буде описувати дію суми контрагентів k_j , або коаліцій матиме вигляд:

$$y(t) = d_j \sin b_i t + d_j \sin b_j (t - t_0) \quad (3)$$

Де d_j - точка, яка на графіку буде позначати де кожен з контрагентів дискредитує агентний вплив a_i .

t_0 – затримка початку дії коаліції. Це наближення до реальних умов. Так як спочатку іде ворожий наратив, і аж через деякий час з'являється спростування чи дискредитація.

Аналогічно, є 4 контрагенти, то задані наступні рівняння для опису дії кожного з них матимуть вигляд:

$$k_1 = 6 * \sin \frac{\pi}{10} t$$

$$k_2 = 5 * \sin \frac{\pi}{16} t$$

$$k_3 = 5 * \sin \frac{\pi}{14} t$$

$$k_4 = 2 * \sin \frac{\pi}{20} t$$

Для зручності подальших пояснень вводиться поняття та позначення коаліцій:

Коаліція – об'єднання(сума) двох контрагентів для досягнення однієї мети. В цій роботі метою виступає мінімізація впливу ворожих агентів на інформаційне середовище суспільства.

$$\text{Коаліція 1} = k_1 + k_2$$

$$\text{Коаліція 2} = k_1 + k_3$$

$$\text{Коаліція 3} = k_1 + k_4$$

$$\text{Коаліція 4} = k_2 + k_3$$

$$\text{Коаліція 5} = k_2 + k_4$$

$$\text{Коаліція 6} = k_3 + k_4$$

Варто зауважити, що одна й та ж сама коаліція не може діяти більше одного разу на a_i , і допоки a_i проти якого діє певна коаліція не закінчить свою

дію, ця коаліція не може знову вступити в гру, власне як і k_j які утворюють цю коаліцію.

Тоді очевидно, що одночасно можуть діяти такі коаліції:

Коаліція 1 та Коаліція 6 або

Коаліція 2 та Коаліція 5 або

Коаліція 3 та Коаліція 4 .

Задаємо умови, для вибору точок c_i та d_j :

$$\sum_{i=1}^5 C_i > \sum_{j=1}^4 D_j \quad (4)$$

$$c_i > d_j \quad (5)$$

Можна перевірити на вже наявних рівняннях чи виконуються задані умови:

$$\sum_{i=1}^5 C_i = 37$$

$$\sum_{j=1}^4 D_j = 18$$

Очевидно, що умова (1) та умова (2) виконується, тому рівняння задані коректно.

Для того щоб зменшити дію ворога повинна виконуватись умова:

$$d_{j1} + d_{j2} > C_i \quad (6)$$

Вся робота буде поділена на 3 етапи(ітерації).

Висновки до розділу 2

У цьому розділі було задано множину ворожих агентів та контрагентів. Описано дію кожного з них функціями, на основі яких далі будуть побудовані графіки їх взаємодії. Також було запропоновано математичну модель – мета якої мінімізація впливу ворожих агентів на інформаційне середовище суспільства.. Також задано умови, які повинні виконуватися для формування ефективних коаліцій.

Проте, варто враховувати, що ця модель є спрощеною та базується на певних припущеннях. Реальна ситуація може бути складнішою, оскільки вона включає багато інших факторів, таких як соціальні, політичні та культурні аспекти.

РОЗДІЛ 3

АЛГОРИТМ РОБОТИ

Для розуміння як протистояти шкідливій інформації необхідно розглянути як впливають агенти супротивника на суспільство, та які заходи можуть прийняти контрагенти щоб запобігти поширенню шкідливої інформації.

ПІДГОТОВЧИЙ(ознайомчий етап)

Для початку варто візуалізувати кожен з 5 синусоїд на одному графіку(рис 2.1), для оцінки часу дії і швидкості поширення кожної з них.

Нехай a_1 – голуба синусоїда

a_2 – оранжева синусоїда

a_3 – зелена синусоїда

a_4 – червона синусоїда

a_5 – фіолетова синусоїда

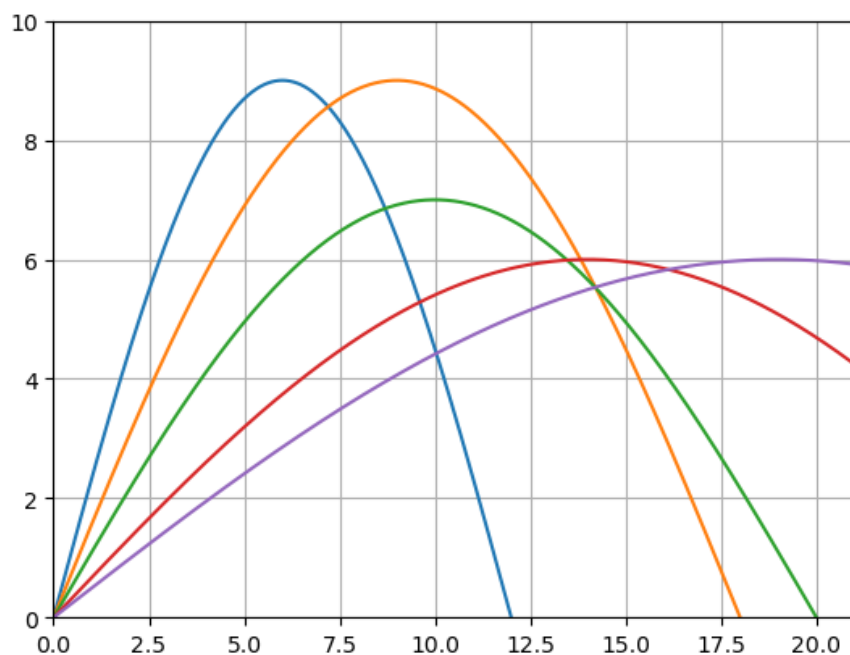


Рис 2.1 – Початковий стан всіх ворожих агентів

Варто розглядати тільки півперіоди графіків ворожих агентів(рис 2.2), так як розглядати кожну з 5 пропаганд має сенс лише до того часу, коли ця ж сама пропаганда набирає популярності. Так як далі вона піде на спад - зменшувати її вплив немає сенсу.

Важливо також зазначити момент, що придушуватись дія a_5 зовсім не буде, так як не вигідно виводити з гри якусь коаліцію, щоб мінімізувати ворожий наратив, який і так повільно набирає популярності. В таких задачах необхідно починати зі зменшення впливу найбільш небезпечних, тобто тих, які швидко набирають популярності в інформаційному середовищі суспільства.

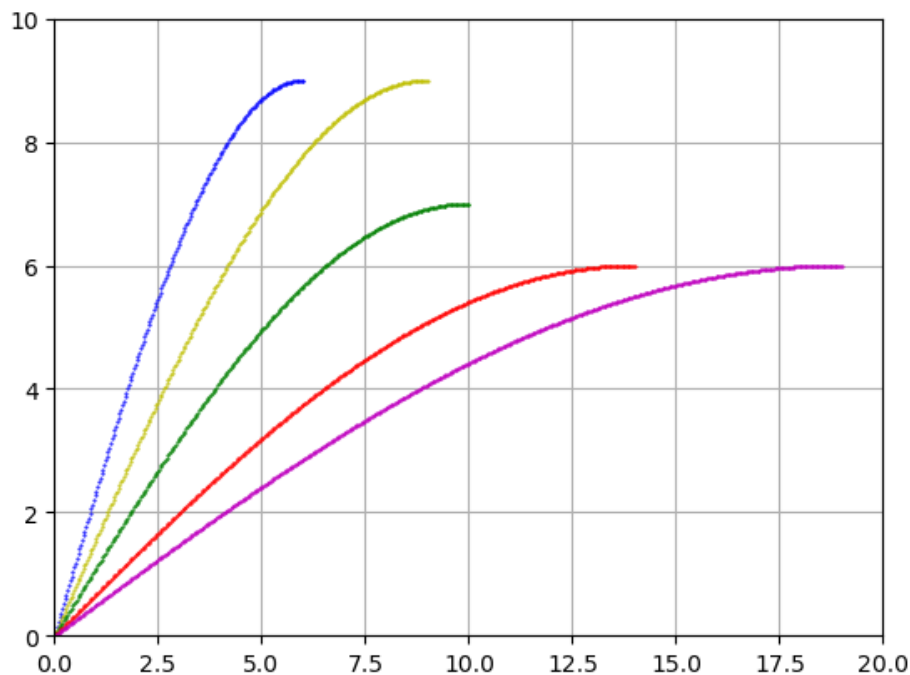


Рис 2.2 – півперіоди кожного з ворожих агентів

Тут більш чітко можна побачити які з ворожих впливів є найбільш небезпечними, і на які потрібно діяти в першу чергу.

Перед основними етапами роботи варто розглянути, як буде працювати певне a_i без зовнішнього впливу на неї. Показано це буде на прикладі a_1 (рис 2.3).

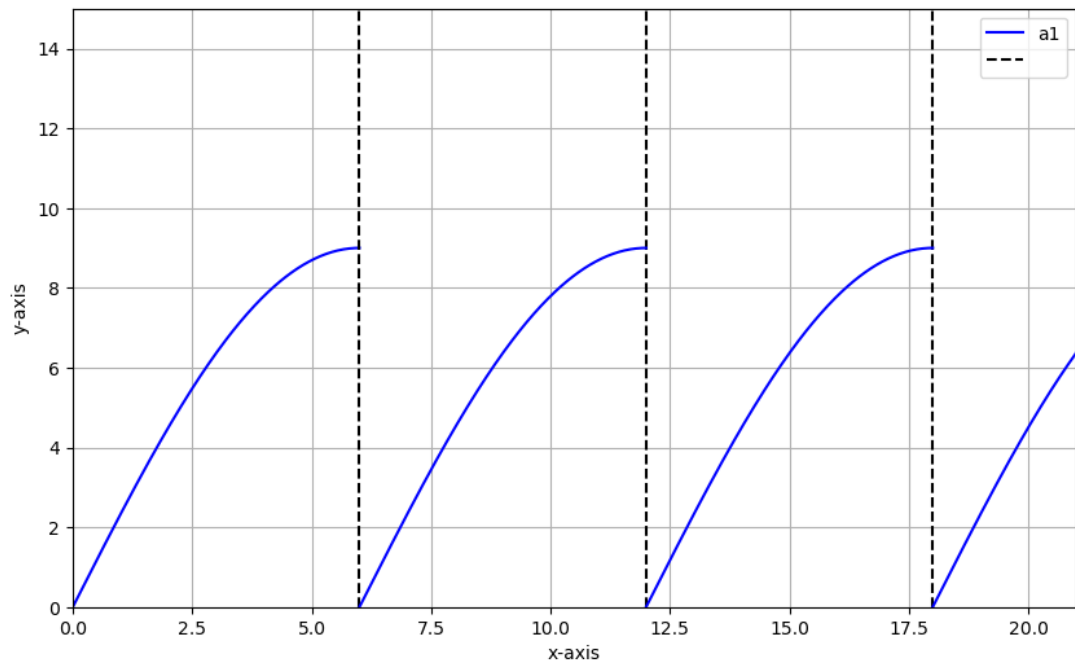


Рис 2.3 – дія a_1 без впливу контрагентів

Видно, що кожного разу a_1 набирає такої ж популярності як і попередні півперіоди. І повторюється протягом всього часу, що був заданий в початкових умовах.

ЕТАП 1

Як було зазначено раніше потрібно дискредитувати найбільш небезпечні, зараз це : a_1 та a_2 . Найкраще тут буде використання Коаліції 1 проти a_1 та Коаліції 6 проти a_2 . Для того щоб довести, що коаліції повинні використовуватись саме так, і що саме вони дадуть мінімальний результат буде продемонстровано як проводився аналіз та обчислення для кожного етапу. На цьому етапі важливо ввести позначення точки дискредитації. Нехай це буде r_{in} .

Де i – номер ворожого агента, проти якого спрацювала коаліція n .

n – номер коаліції, яка діє проти a_i .

За умовами є 6 коаліцій, тому очевидно що потрібно до a_1 та a_2 застосувати кожну з них, на графіках це виглядатиме наступним чином:

Для a_1 :

Коаліція 1 (рис 2.4)

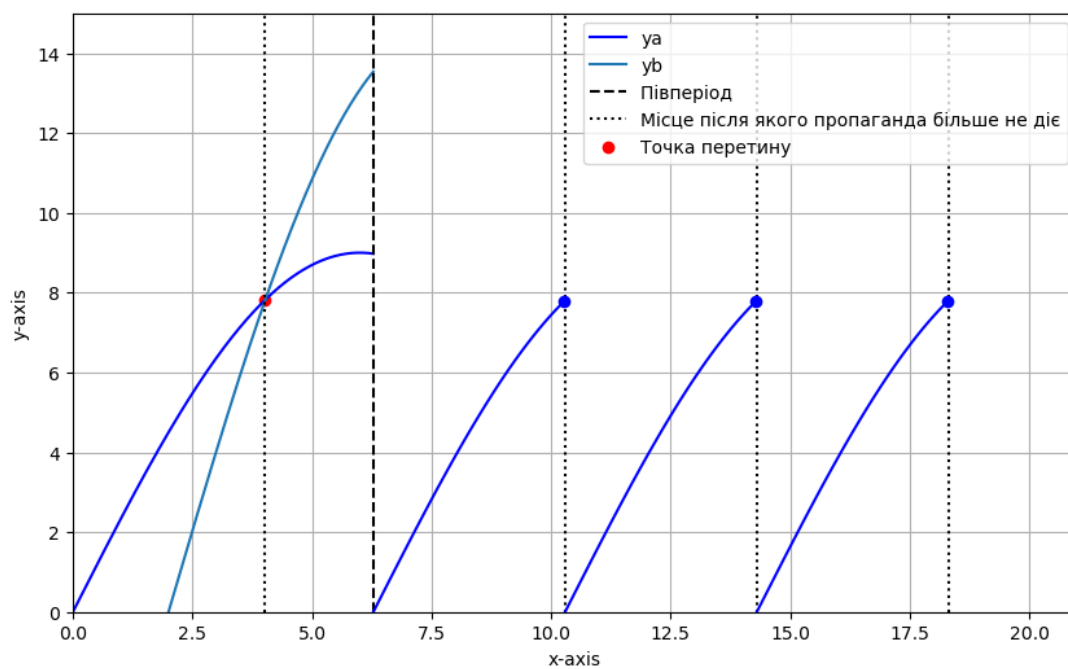


Рис 2.4 – дія Коаліції 1 на a_1

Точка $r_{11} = 4$

Коаліція 2 (рис 2.5)

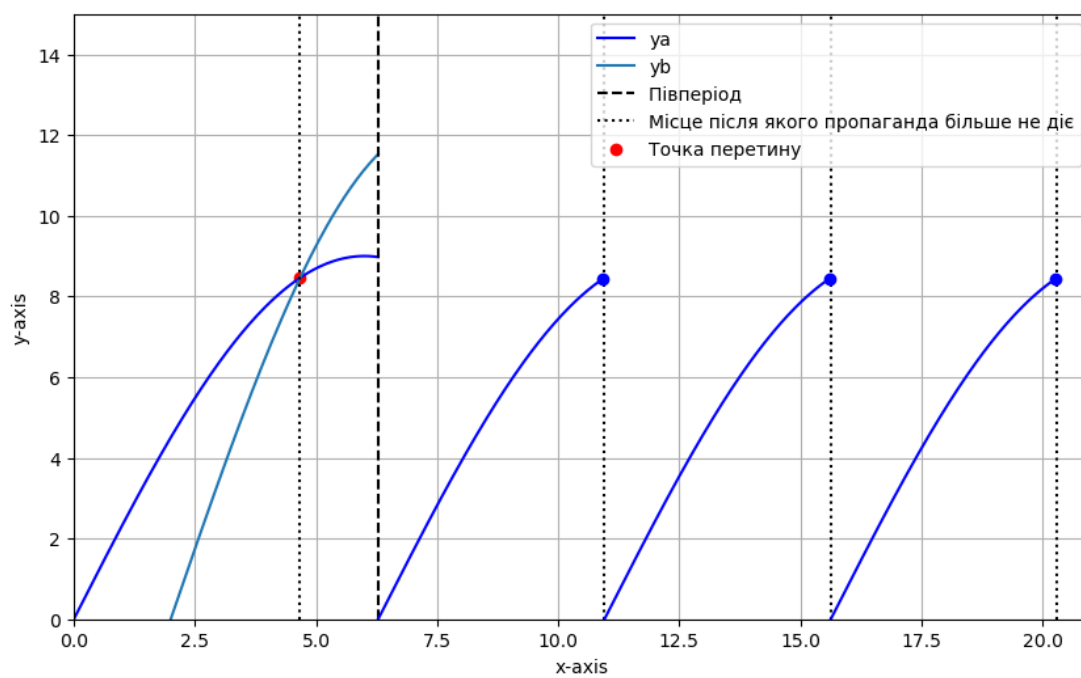


Рис 2.5 – дія Коаліції 2 на a_1

Точка $r_{12} = 4,67$

Коаліція 3 (рис 2.6)

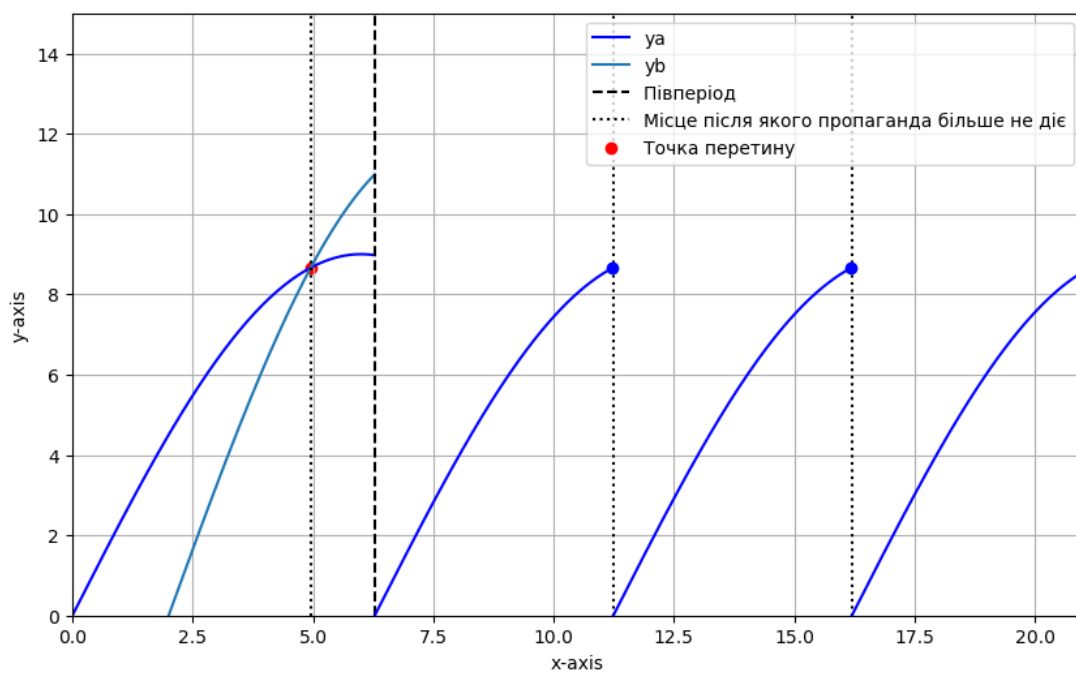


Рис 2.6 – дія Коаліції 3 на a_1

Точка $r_{13} = 4,96$

Коаліція 4 (рис 2.7)

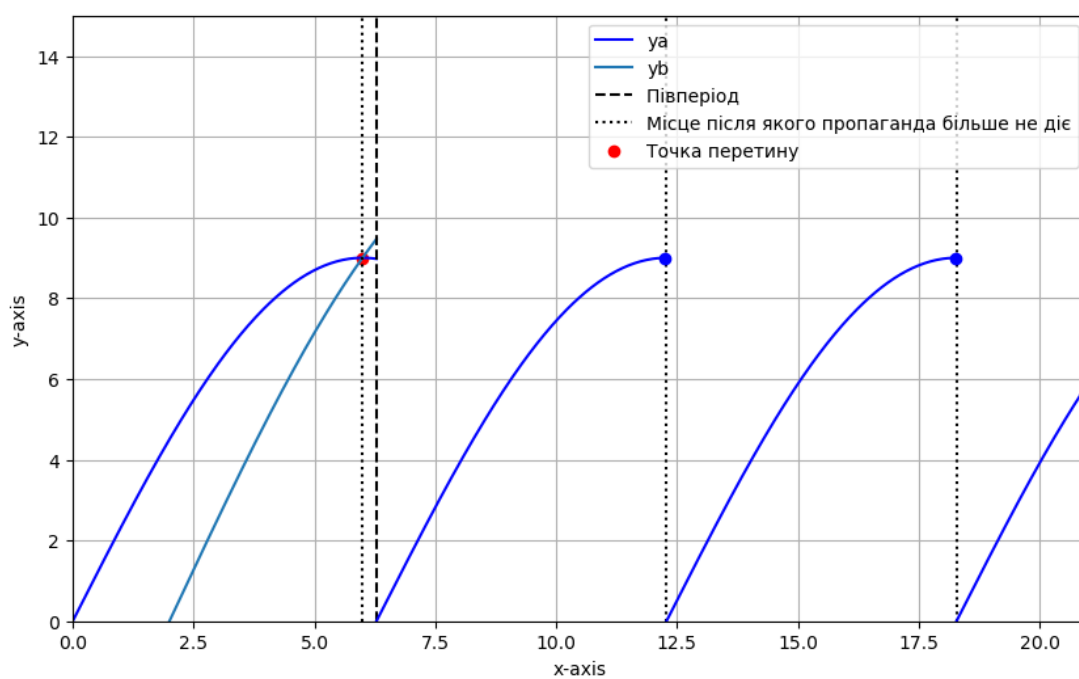


Рис 2.7 – дія Коаліції 4 на a_1

Точка $r_{14} = 6$

Коаліція 5 (рис 2.8)

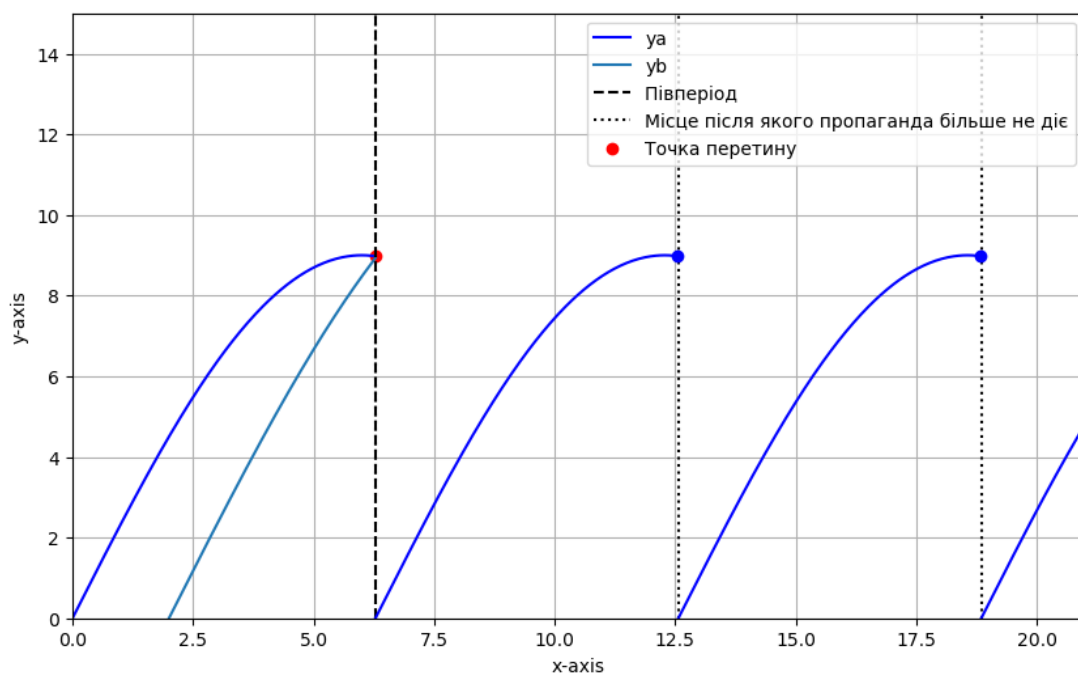


Рис 2.8 – дія Коаліції 5 на a_1

Коаліція 6 (рис 2.9)

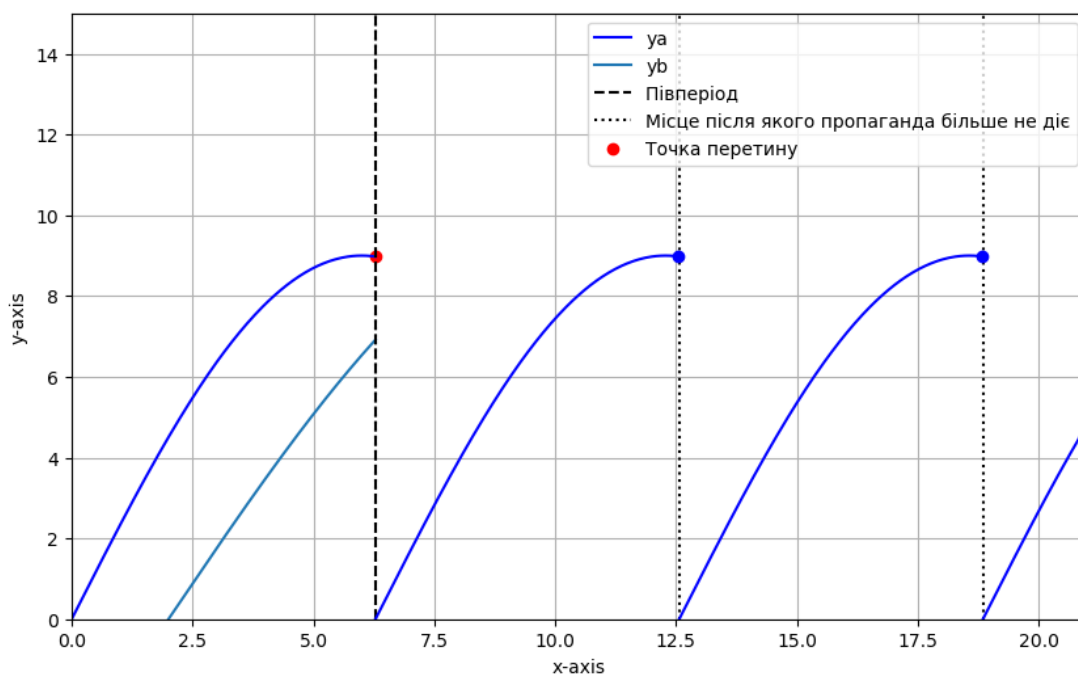


Рис 2.9 – дія Коаліції 6 на a_1

На (рис 2.8 та рис 2.9) видно, що коаліції 5 та 6 не підходять, так як вони не виконують поставленої задачі.

Для a_2 :

Коаліція 1 (рис 2.10)

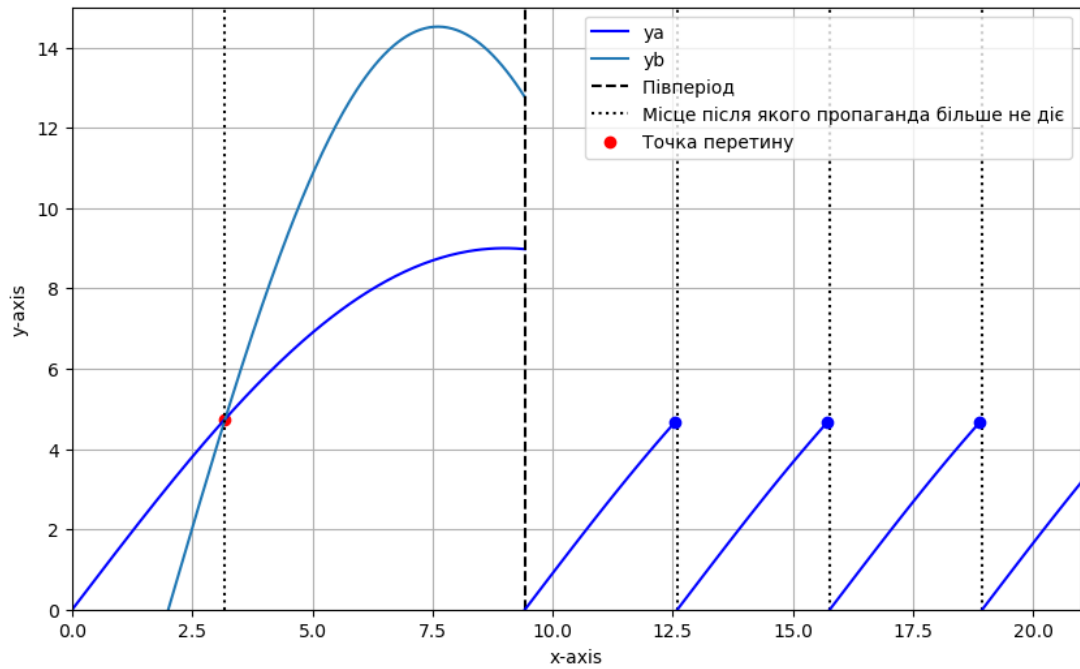
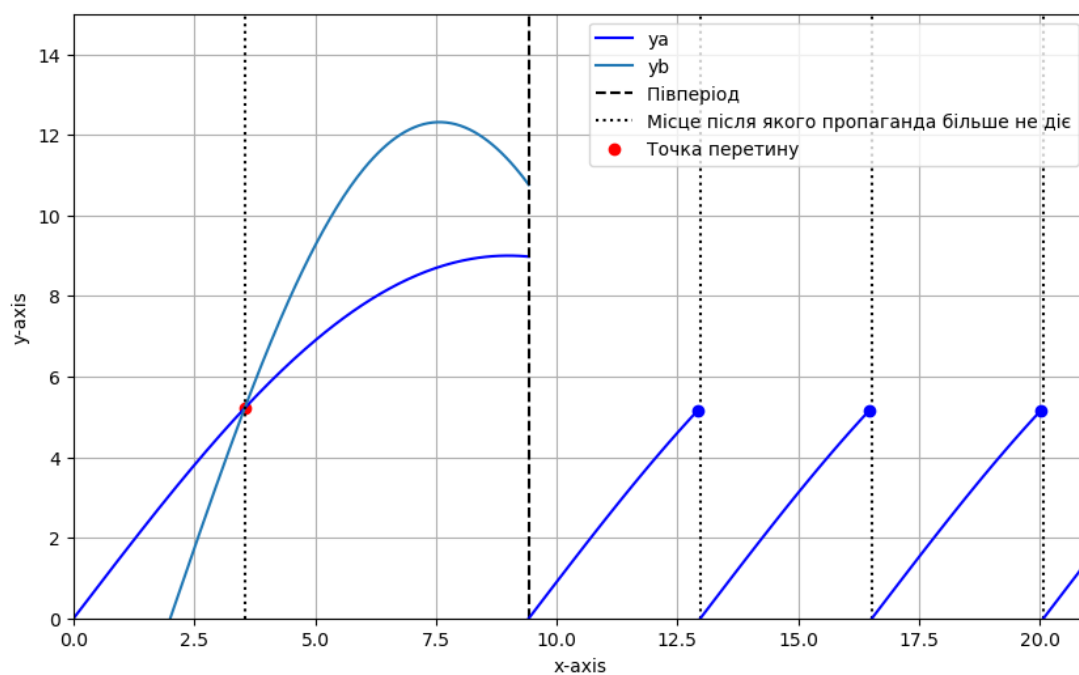


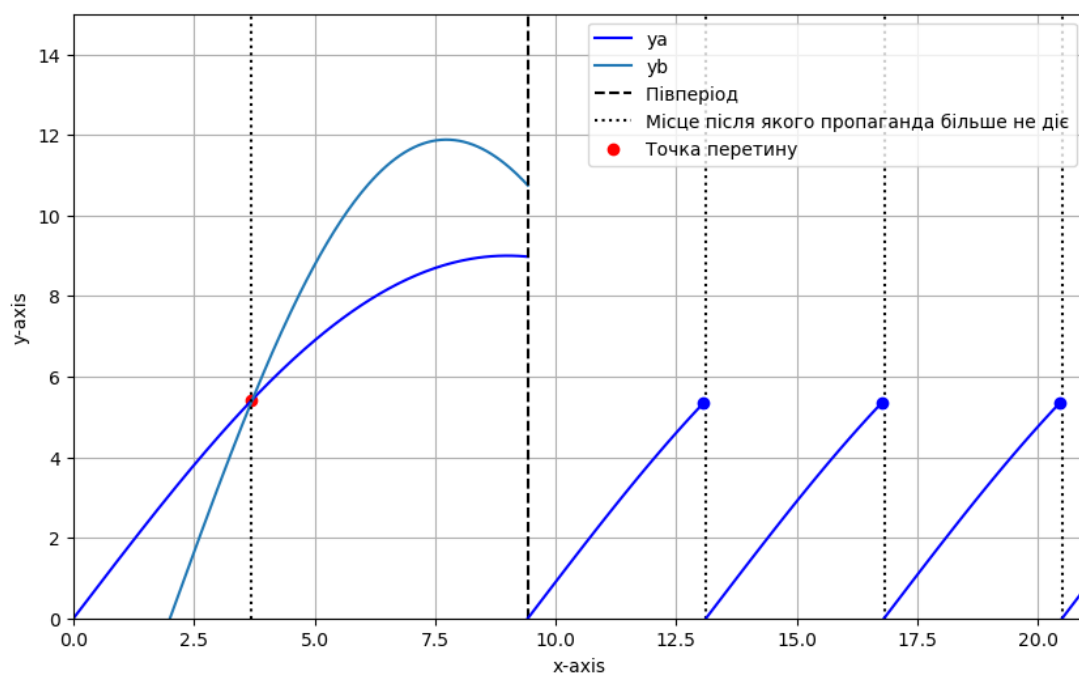
Рис 2.10 – дія Коаліції 1 на a_2

Точка $r_{21} = 3,17$

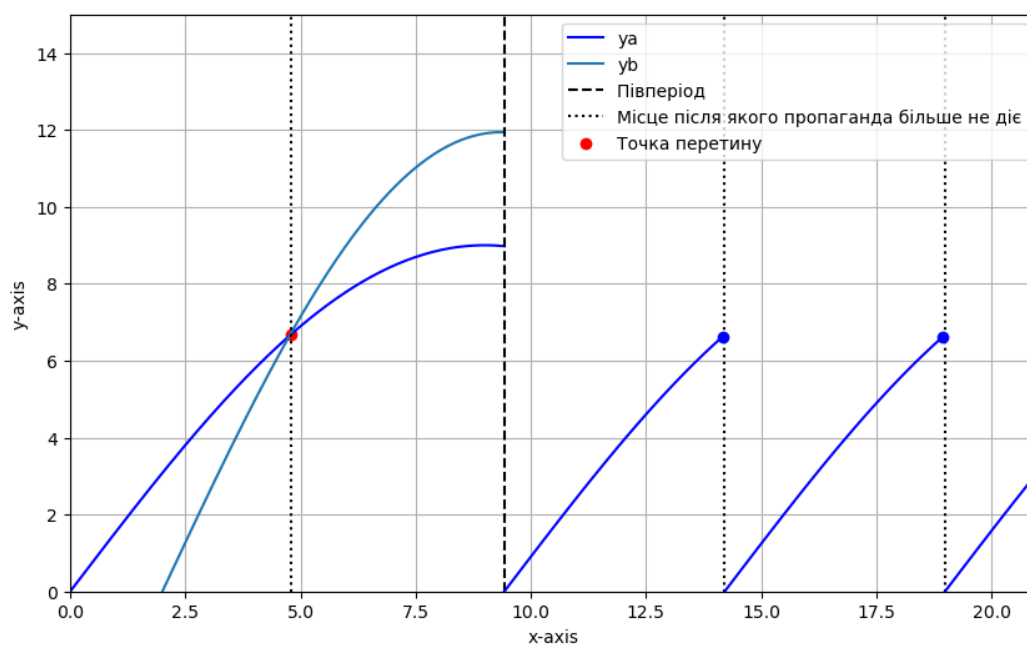
Коаліція 2 (рис 2.11)

Рис 2.11 – дія Коаліції 2 на a_2 Точка $r_{22} = 3,55$

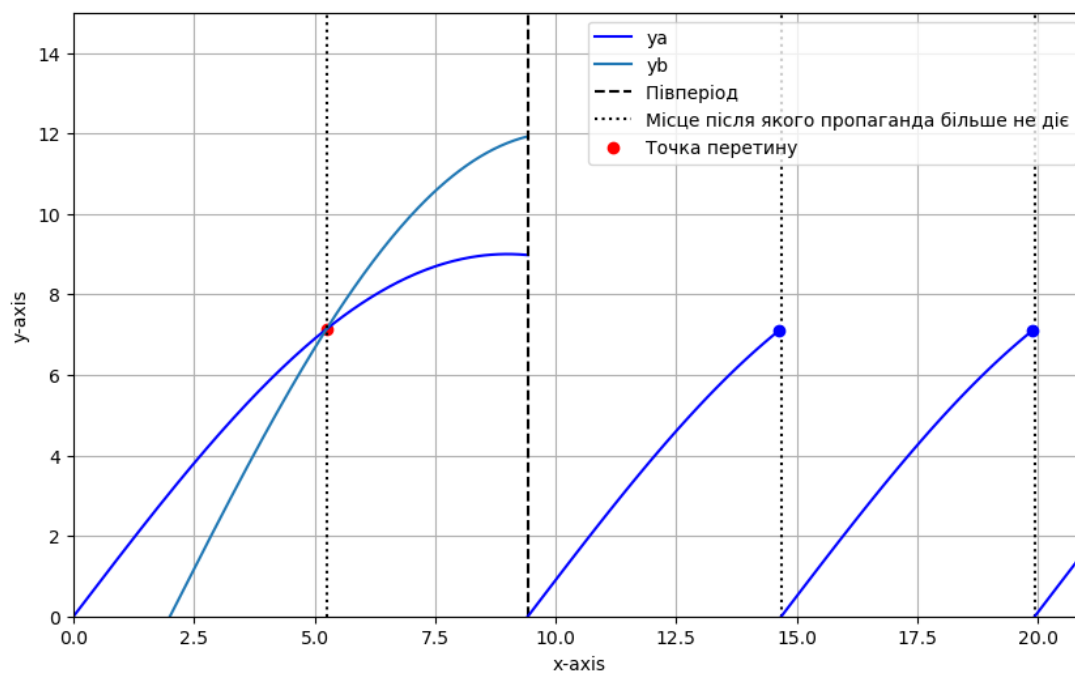
Коаліція 3 (рис 2.12)

Рис 2.12 – дія Коаліції 3 на a_2 Точка $r_{23} = 3,69$

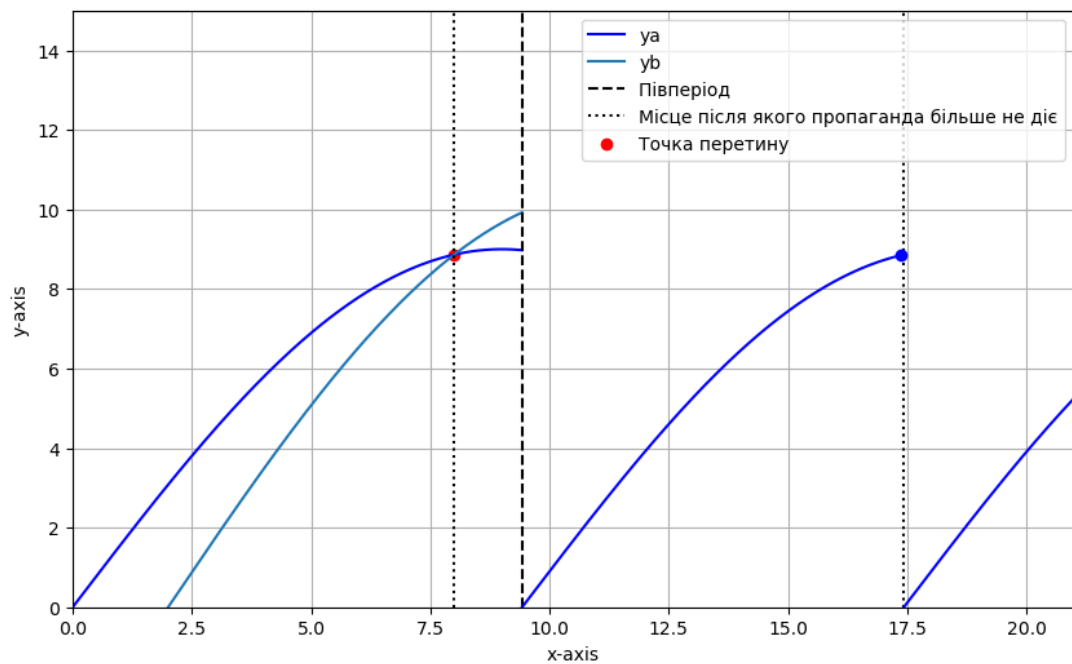
Коаліція 4 (рис 2.13)

Рис 2.13– дія Коаліції 4 на a_2 Точка $r_{24} = 4,78$

Коаліція 5 (рис 2.14)

Рис 2.14 – дія Коаліції 5 на a_2 Точка $r_{25} = 5,26$

Коаліція 6 (рис 2.15)

Рис 2.15 – дія Коаліції 6 на a_2

Точка $r_{26} = 8$

Тоді розглядається сума r_{in} для кожної коаліції, і обирається мінімальна з них:

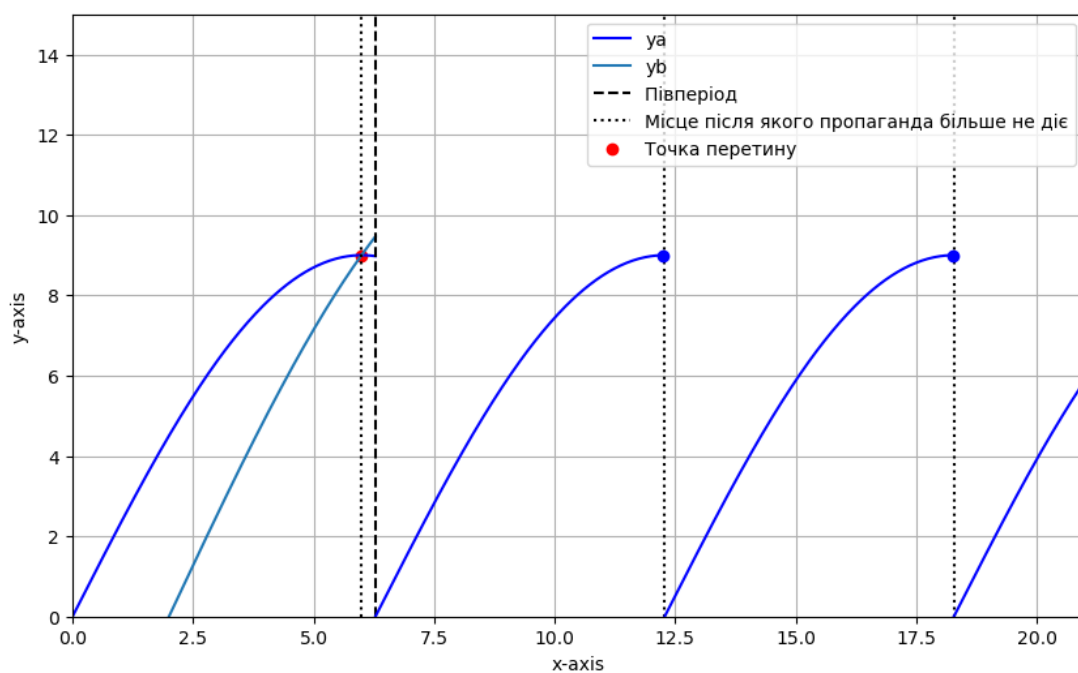
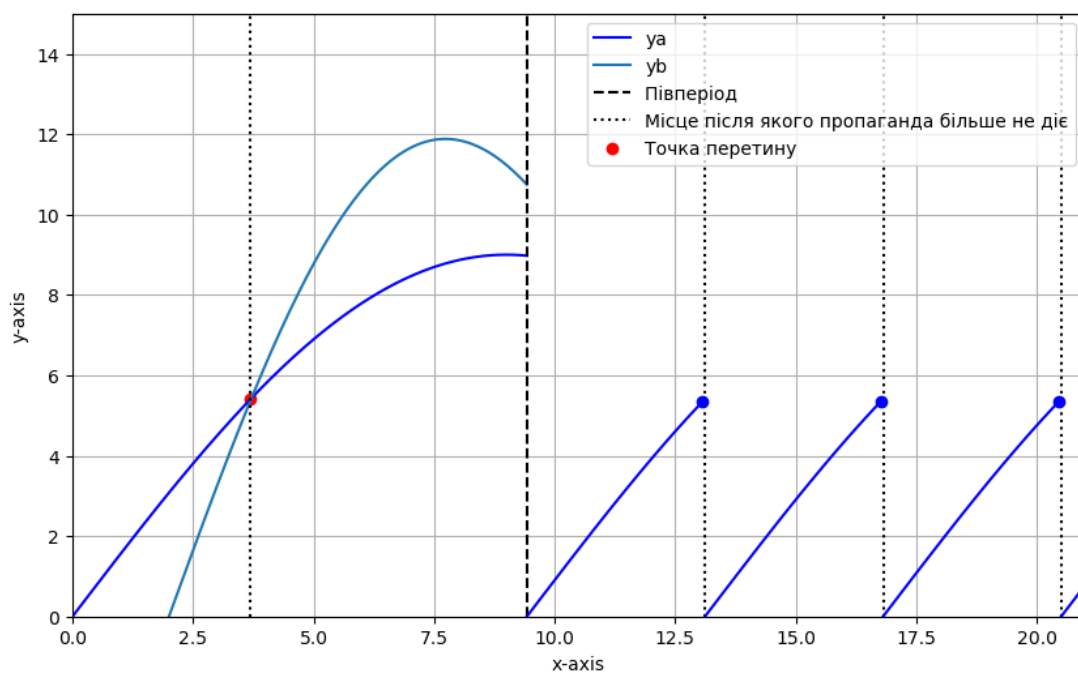
$$r_{11} + r_{26} = 4 + 8 = 12$$

$$r_{12} + r_{25} = 4,67 + 5,26 = 9,93$$

$$r_{13} + r_{24} = 4,96 + 4,78 = 9,74$$

$$r_{23} + r_{14} = 3,69 + 6 = 9,69 \rightarrow \min$$

Розглядаючи вплив коаліцій на a_1 та a_2 на окремих графіках(рис 2.16 та рис 2.17) буде отримано наступне:

Рис 2.16 – дія Коаліції 4 на a_1 Рис 2.17 – дія Коаліції 3 на a_2

Після закінчення півперіоду, коли a_1 починає роботу знову, то він працює лише до точки, де її було дискредитовано раніше. Власне, це і показано на графіках.

Отже, при закінченні етапу 1 загальний графік матиме наступний вигляд(рис 2.18):

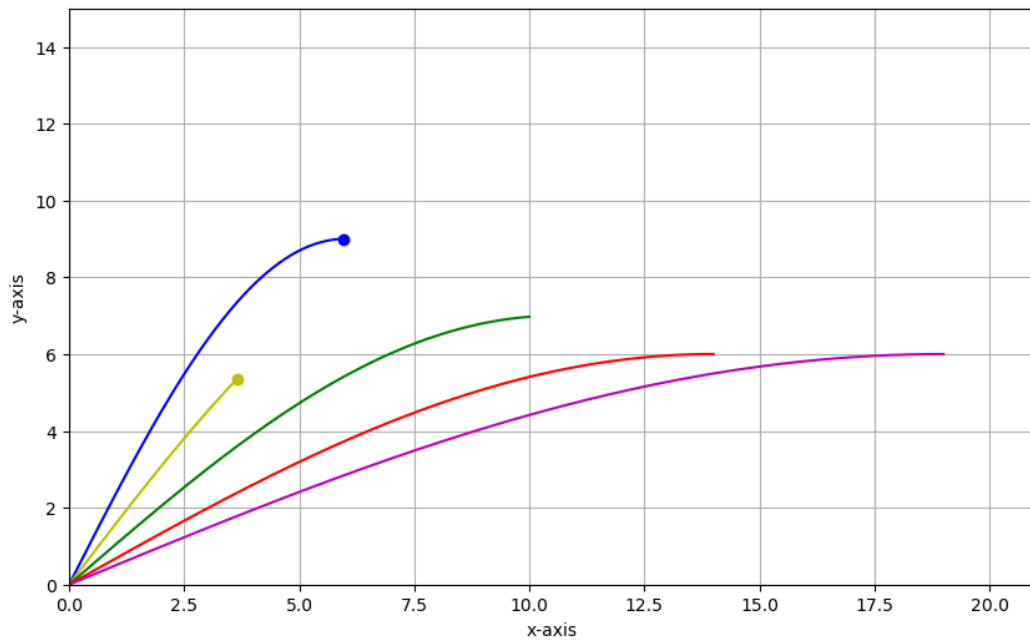


Рис 2.18 – загальний графік на етапі 1

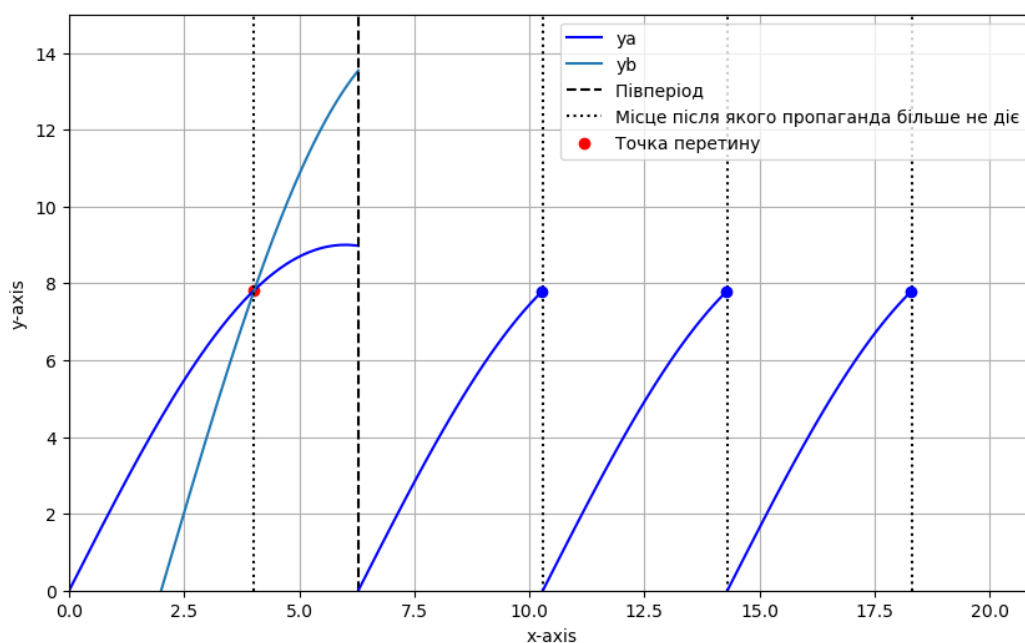
ЕТАП 2

Достатньо швидко поширюється a_1 та a_3 , тому потрібно мінімізувати їх дію. Але варто зауважити що Коаліція 3 поки не може діяти бо її дія закінчується в точці 9. Тому потрібно розглянути дії інших коаліцій на a_1 та a_3 . Аналогічно, як на етапі 1:

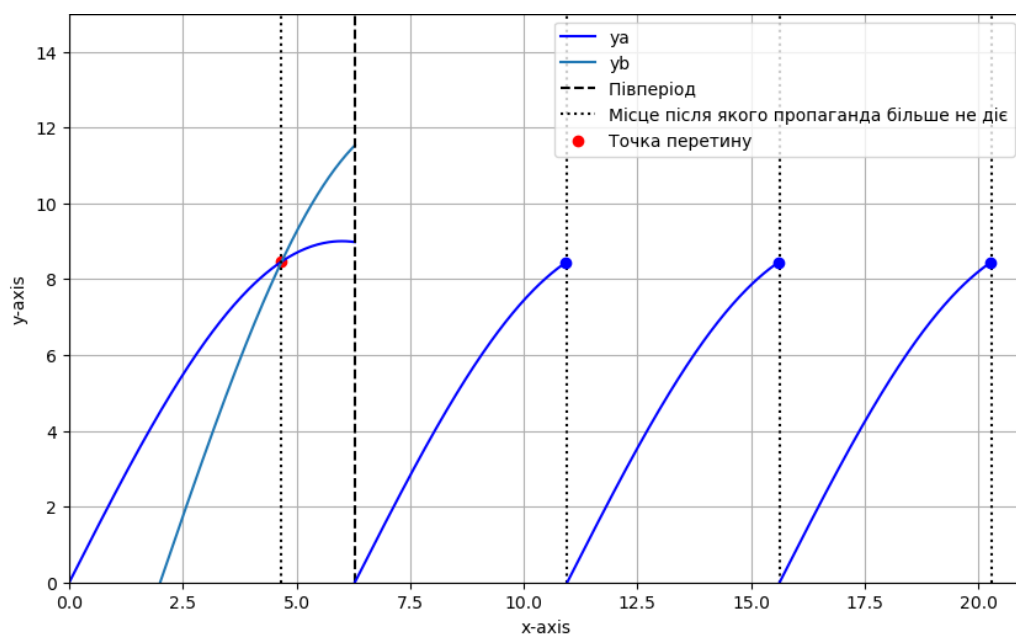
Для a_1 :

Використати ще раз Коаліцію 4 проти a_1 за умовою неможливо, так як вона вже була використана, тому:

Коаліція 1 (рис 2.19)

Рис 2.19 – дія Коаліції 1 на a_1 Точка $r_{11} = 4$

Коаліція 2 (рис 2.20)

Рис 2.20 – дія Коаліції 2 на a_1 Точка $r_{12} = 4,67$

Коаліція 5 (рис 2.14) та Коаліція 6 (рис 2.15) не є ефективними для a_1 , тому вони не розглядаються далі для a_1 .

Для a_3 :

Коаліція 1 (рис 2.21)

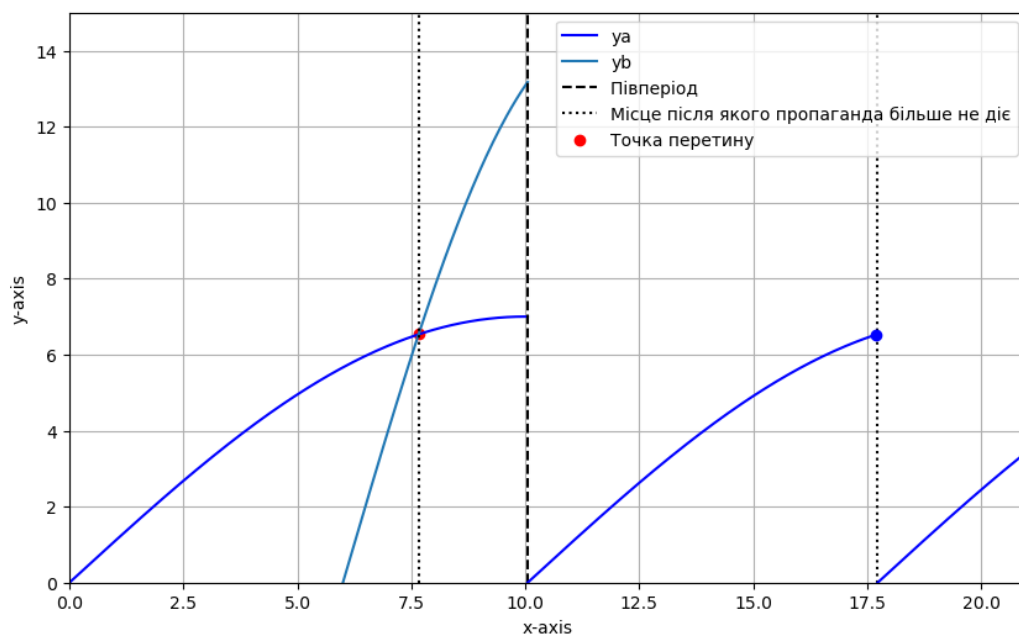


Рис 2.21 – дія Коаліції 1 на a_3

Точка $r_{31} = 7,68$

Коаліція 2 (рис 2.22)

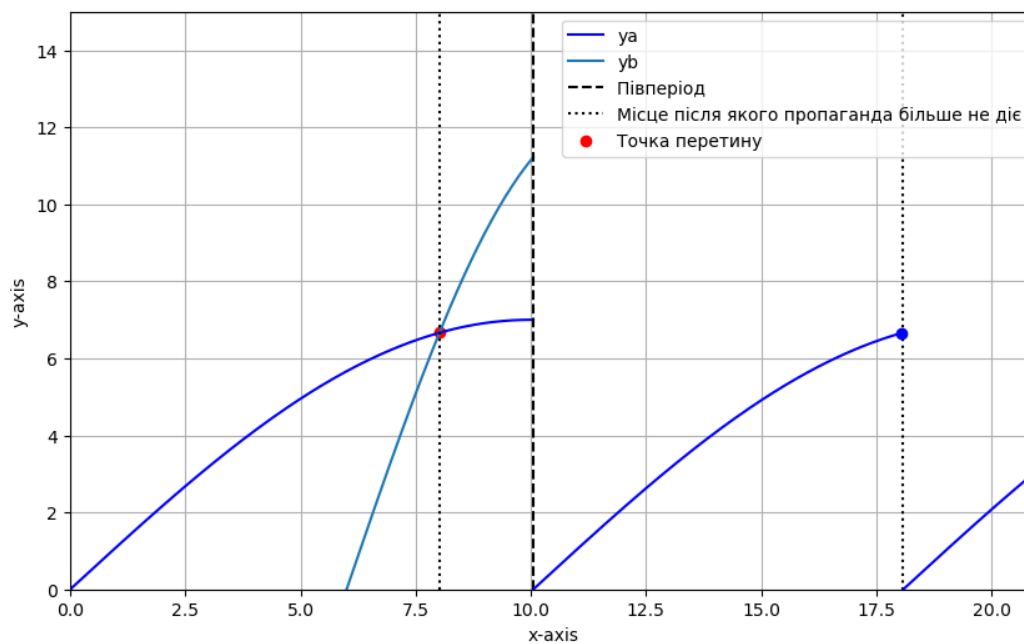
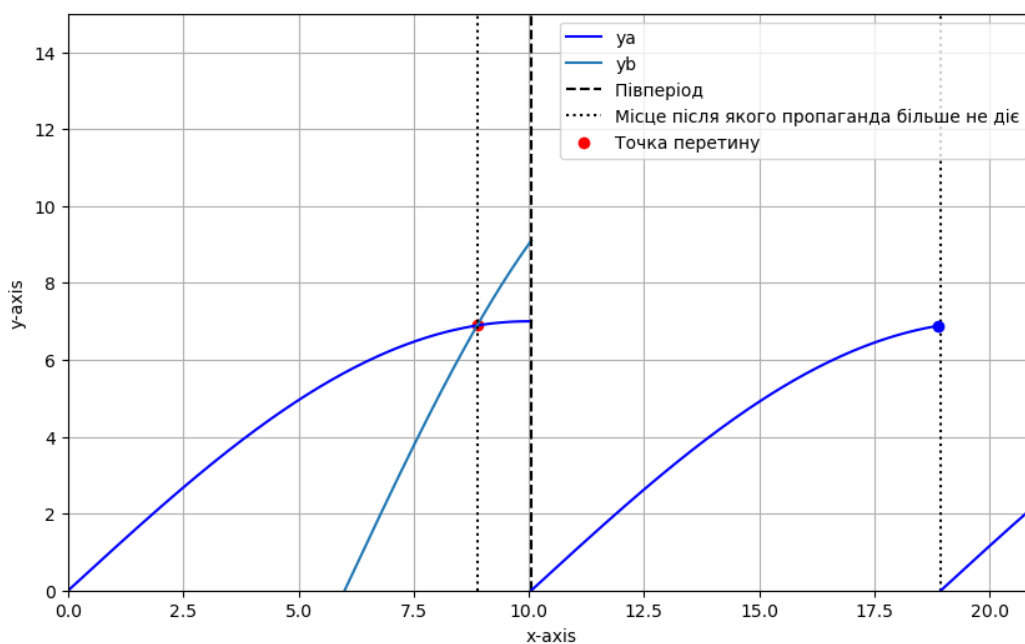


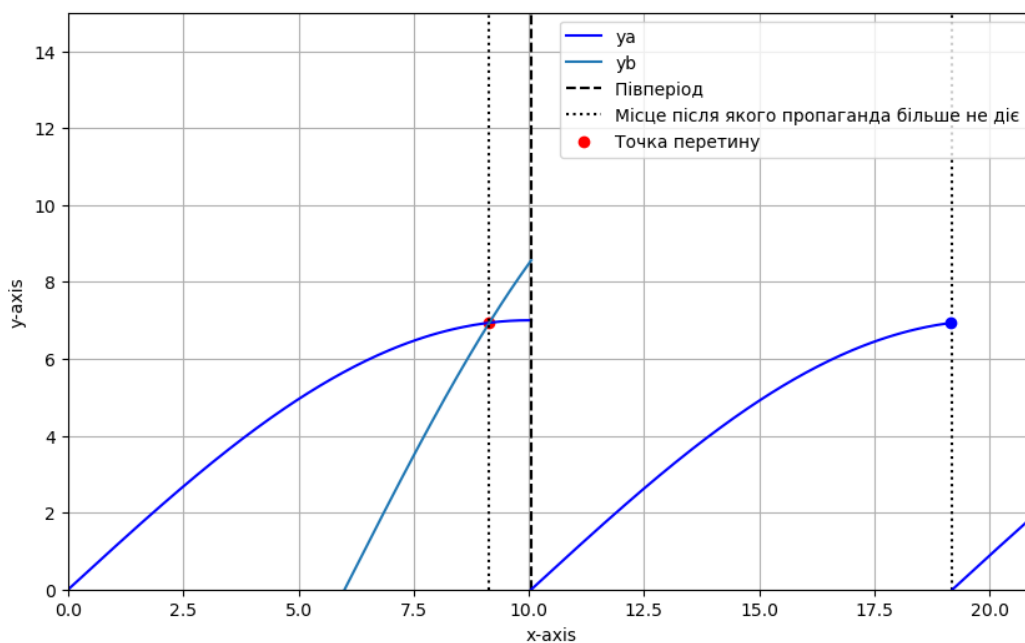
Рис 2.22 – дія Коаліції 2 на a_3

Точка $r_{32} = 8,03$

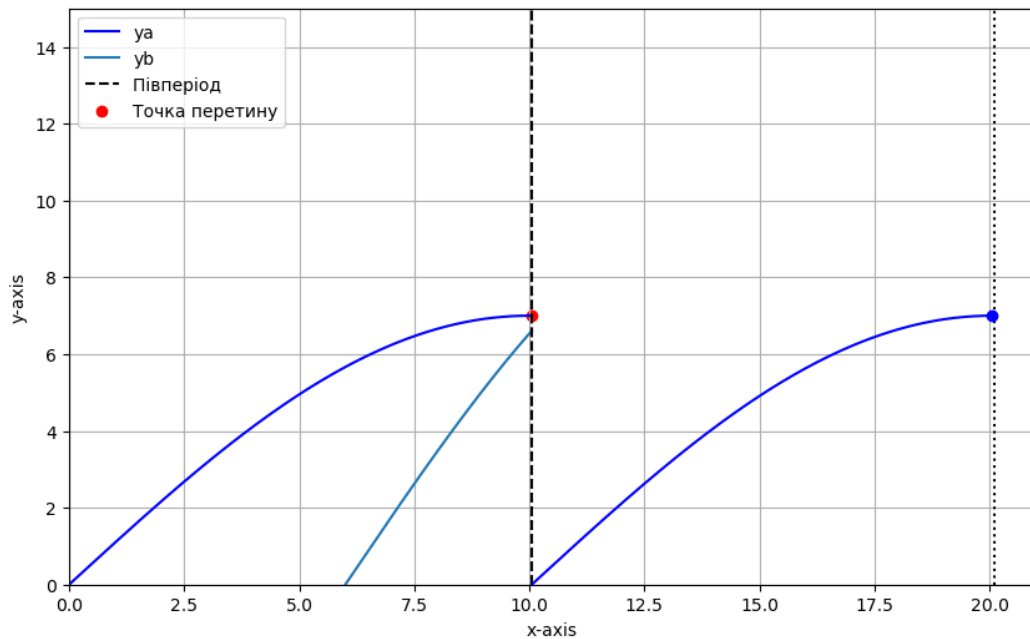
Коаліція 4 (рис 2.23)

Рис 2.23 – дія Коаліції 4 на a_3 Точка $r_{34} = 8,89$

Коаліція 5 (рис 2.24)

Рис 2.24 – дія Коаліції 5 на a_3 Точка $r_{12} = 9,14$

Коаліція 6 (рис 2.25)

Рис 2.25 – дія Коаліції 6 на a_3

Коаліція 6 не є ефективною, тому вона не використовується.

Як було сказано вище Коаліція 3 не може використовуватись для інших ворожих агентів, доки не закінчить свою дію на попереднього, тобто до точки $r = 9$. Для a_1 не може використовуватись Коаліція 4, адже вже була використана. Для a_1 Коаліція 5 та 6 не є ефективними, тому вони теж не використовуються. Тому залишається єдиний варіант, який тоді і є мінімумом.

$$r_{12} + r_{35} = 3,17 + 9,14 = 12,31 \rightarrow \min$$

Таким чином при закінченні роботи етапу 2 на виході отримано такий загальний результат(рис 2.26):

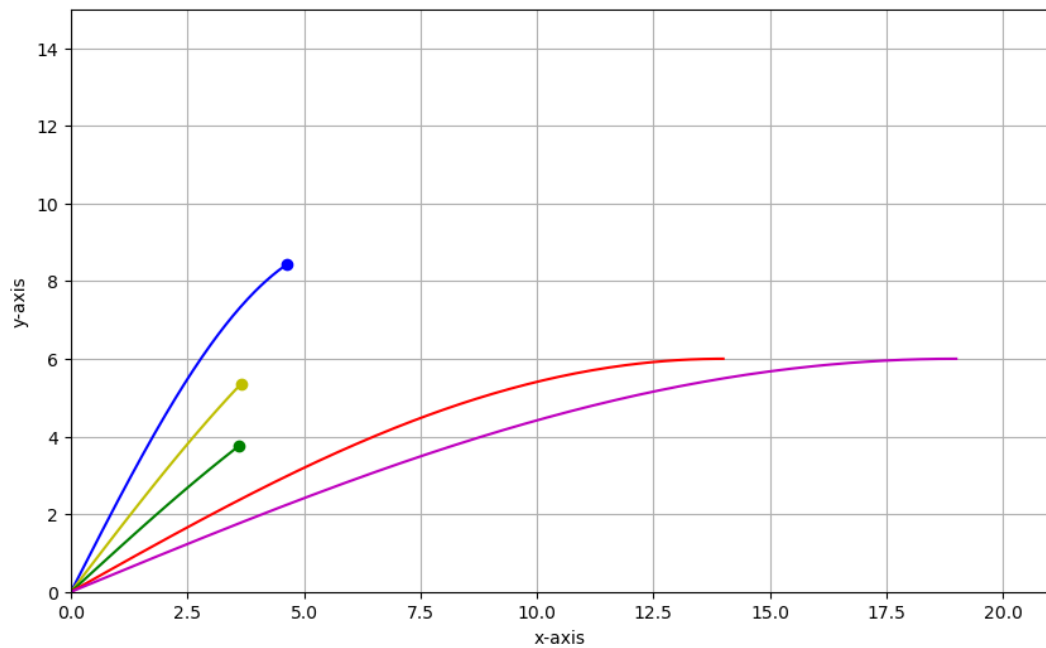


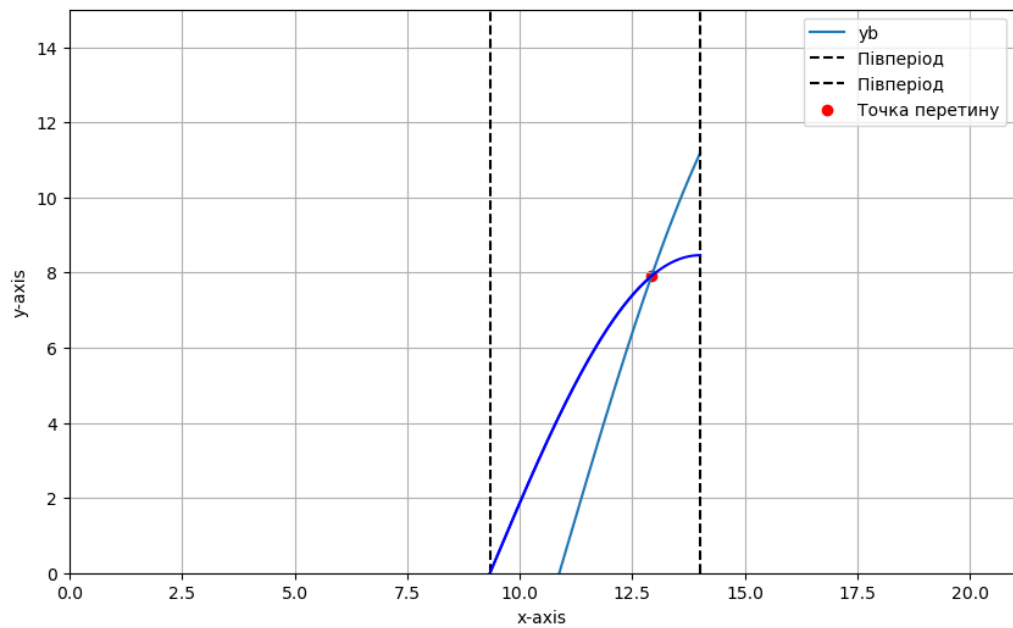
Рис 2.26 – загальний графік на етапі 2

ЕТАП 3

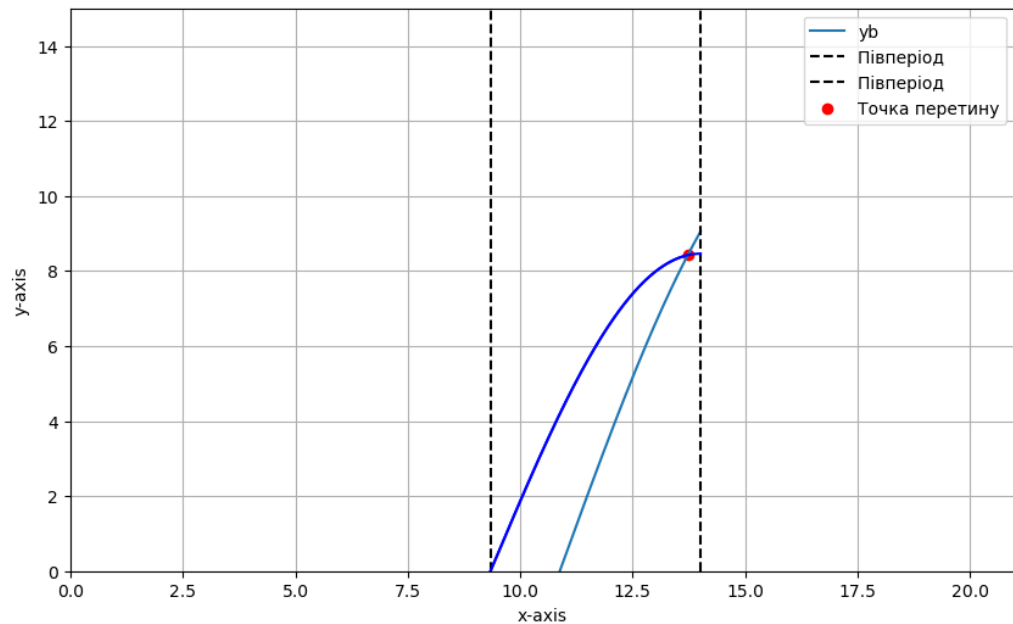
Дію a_2 та a_3 можна більше не мінімізувати, а от ще раз зменшувати ворожий вплив a_1 необхідно, бо його швидкість поширення досі є досить великою. Аналогічно, варто зазначити що Коаліція 2 та 4 більше не можуть діяти на a_1 . Наступна мінімізація агенту a_1 буде відбуватись з свого третього півперіоду так як Коаліції 5 та 6 подіяти зможуть з $r = 10$.

Для a_1 :

Коаліція 1 (рис 2.27)

Рис 2.27 – дія Коаліції 1 на a_1 Точка $r_{11} = 8,26$

Коаліція 3 (рис 2.28)

Рис 2.28 – дія Коаліції 3 на a_1 Точка $r_{13} = 9,06$

Вище вже було зазначено, що Коаліції 5 та 6 не є ефективними, тому вони не використовуються для a_1

Для a_4 :

Коаліція 1 (рис 2.29)

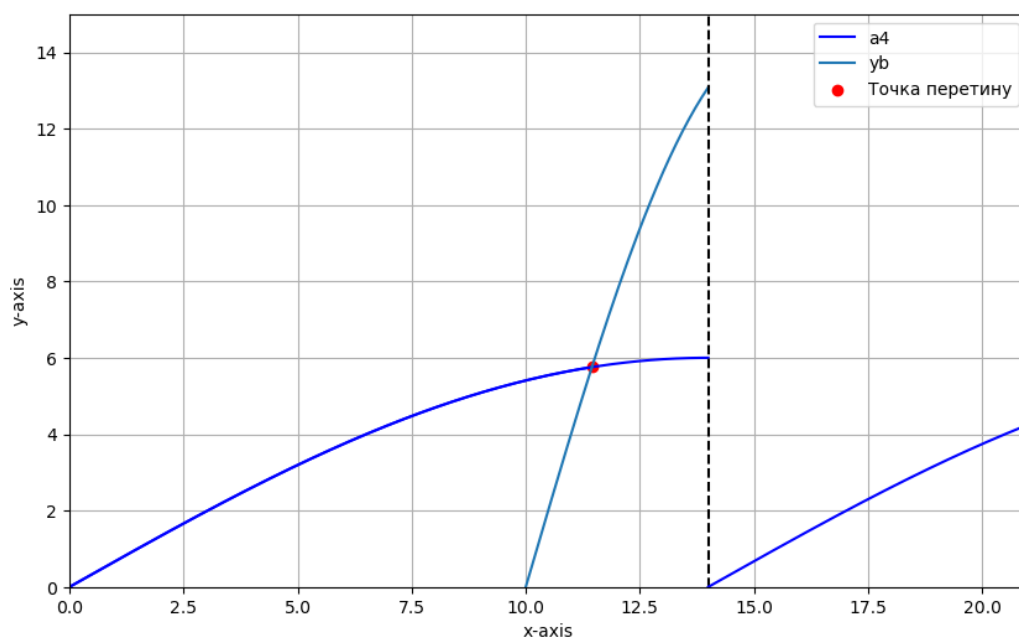


Рис 2.29 – дія Коаліції 1 на a_4

Точка $r_{41} = 25,47$

Коаліція 2 (рис 2.30)

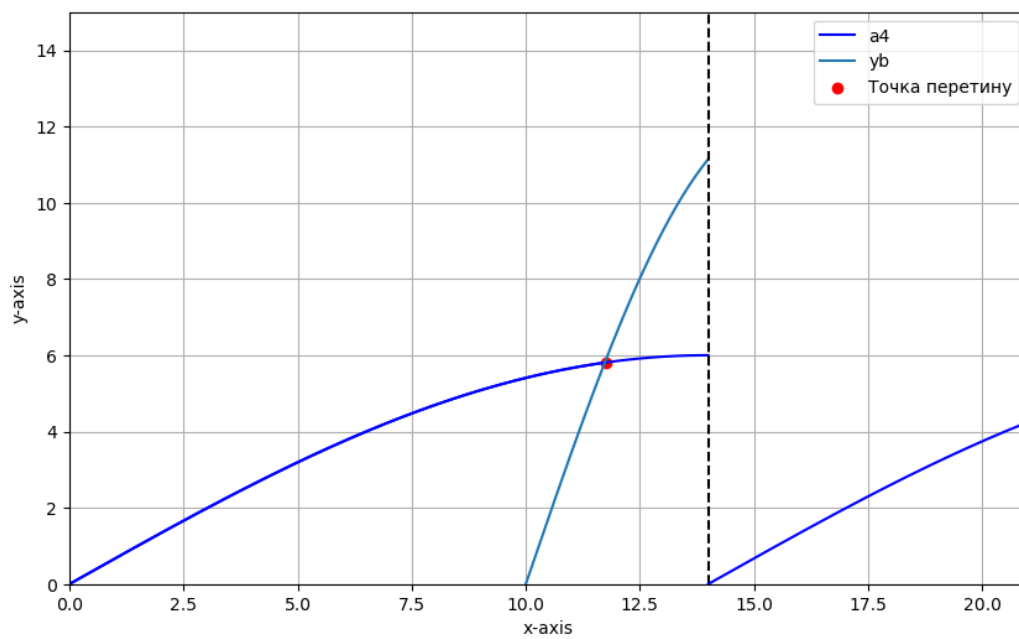
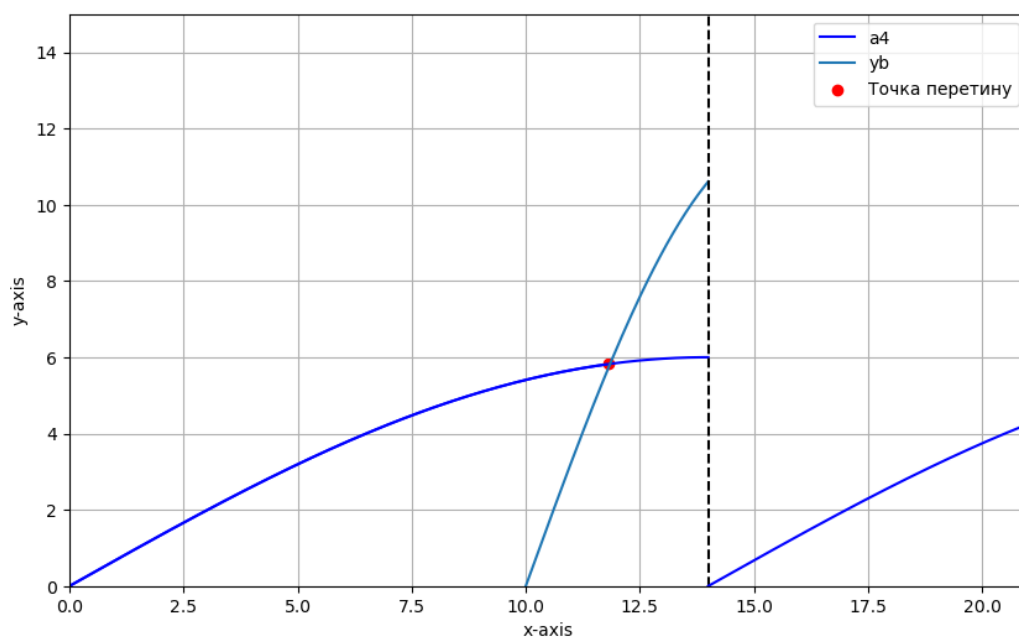


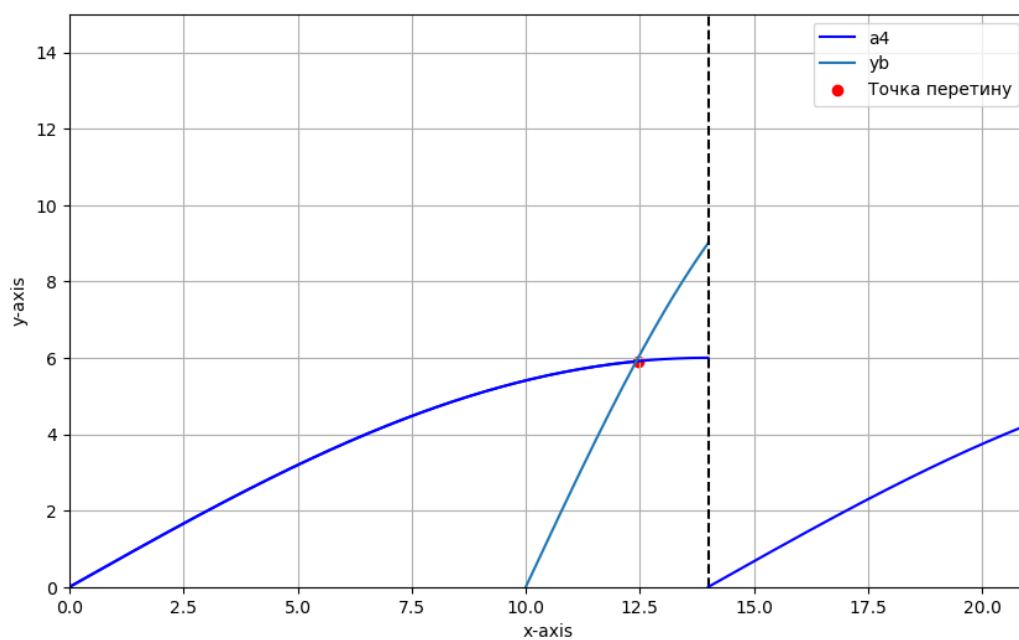
Рис 2.30 – дія Коаліції 2 на a_4

Точка $r_{42} = 27,75$

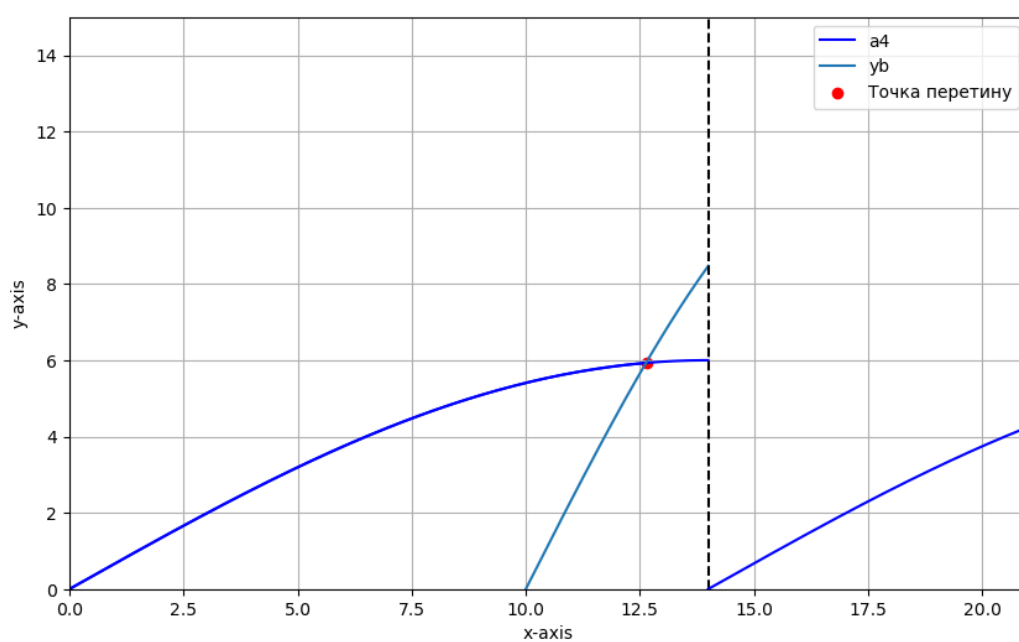
Коаліція 3 (рис 2.31)

Рис 2.31 – дія Коаліції 3 на a_4 Точка $r_{43} = 25,82$

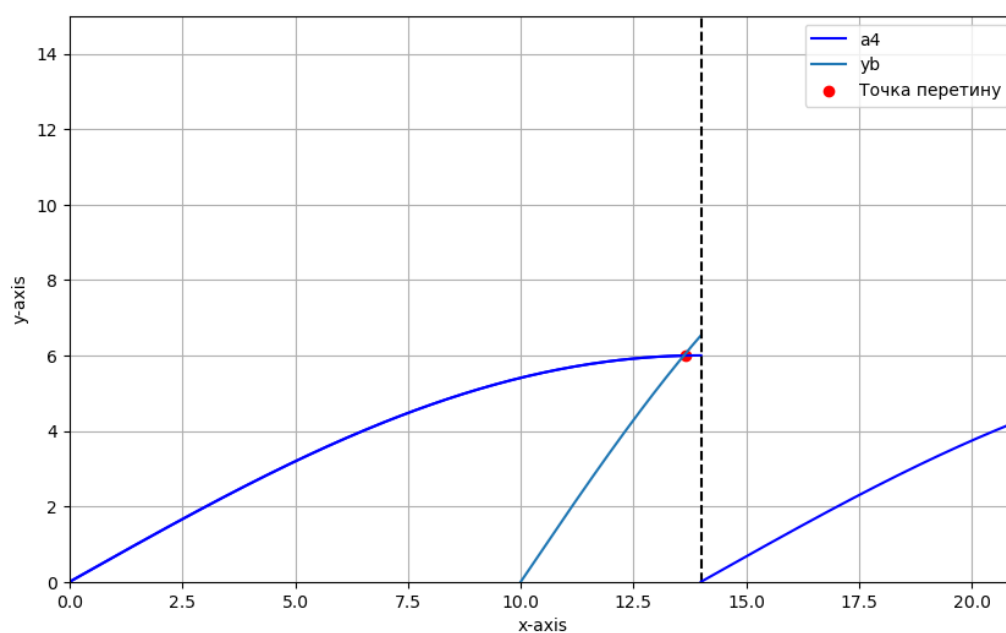
Коаліція 4 (рис 2.32)

Рис 2.32 – дія Коаліції 4 на a_4 Точка $r_{44} = 26,45$

Коаліція 5 (рис 2.33)

Рис 2.33 – дія Коаліції 5 на a_5 Точка $r_{45} = 26,66$

Коаліція 6 (рис 2.33)

Рис 2.33 – дія Коаліції 6 на a_4 Точка $r_{46} = 27,65$

Розглядається сума r_{in} для кожної коаліції, і обирається мінімальна з них:

$$r_{11} + r_{46} = 8,26 + 27,65 = 35,91$$

$$r_{13} + r_{44} = 9,06 + 26,45 = 35,51 \rightarrow \min$$

Але в цій ситуації різниця між мінімальним та максимальним значенням невелика, і краще обрати Коаліцію 1 для a_1 та Коаліцію 6 для a_4 .

Таким чином при закінченні роботи етапу 3 на виході отримано такий загальний результат(рис 2.34):

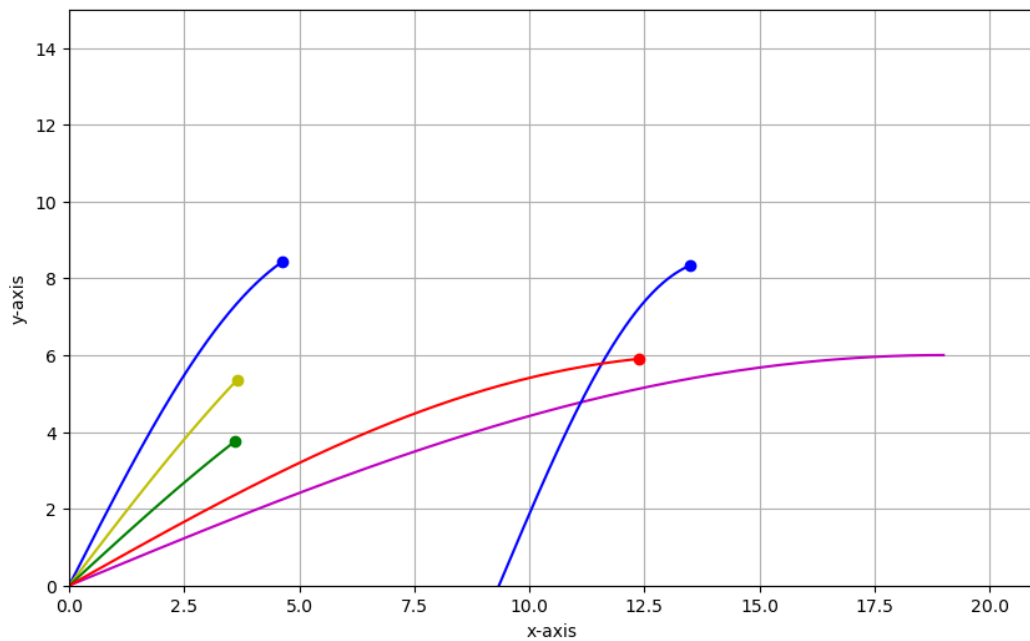


Рис 2.33 – загальний графік на етапі 3

Висновки до розділу 3

У розділі 3 було побудовано та розглянуто як ворожі агенти поведуть себе без втручання, як на них діє кожна з коаліцій, та було обрано найбільш оптимальні коаліції, які мінімізують вплив на інформаційне середовище суспільства.

На графіках було помітно те, що дію ворожого агента a_1 не вдалося мінімізувати остаточно, так як за умовою задачі наявні лише обмежені ресурси (час та кількість коаліцій), проте дію a_2 та a_3 вдалося явно зменшити. І таким чином, з трьох достатньо небезпечних ворожих наративів пригнічити вдалося два, тому що a_4 та a_5 з початку задачі були задані достатньо не впливовими. Отриманий результат вийшов наближеним до реальної ситуації в інформаційному середовищі суспільства. Так як не всі ворожі вкиди можна спростувати або мінімізувати їх вплив в реальній ситуації, також існують такі на які не варто витрачати ресурси в протидії.

ВИСНОВКИ

В даній роботі було запропоновано та розглянуто математичну модель, в якій дії ворожі агенти представлено математичними функціями, що описують вплив кожного з них на інформаційне середовище суспільства протягом деякого часу. Змодельовано гру, в якій задачею контрагентів ставилася мінімізація дій ворожих агентів шляхом утворення коаліцій. Причому варто зазначити, що однією із заданих умов є перевага ворожих агентів над контрагентами на початку роботи моделі.

Роботу кожного з контрагентів та ворожих агентів було представлено у вигляді графіків, де контрагенти діють з певною затримкою в часі, оскільки контрпропаганда починає свою дію лише пізніше. Наведені графіки протидії контрагентів відносно ворожих агентів наочно демонструють, що певне поєднання контрагентів, тобто оптимальний склад коаліцій, може забезпечити більший ефект у боротьбі з ворожою пропагандою та захисті інформаційного середовища суспільства.

Вказані графіки побудовано на основі проведеного чисельного експерименту. За наявності обмежених ресурсів для протидії було розраховано склад коаліцій для успішної протидії ворогу та отримання переваги над ним. Показано вибір оптимального складу коаліцій, що має велике значення для ефективного зменшення впливу ворожих агентів.

Проте, варто зазначити, що реальні умови і ситуації можуть бути значно складнішими, ніж модель, що представлена в дослідженні. Розглянута модель є спрощеною і базується на експертних оцінках та не містить в собі додаткових досліджень.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Нерсисян, Г. А. Методи соціологічних досліджень для діагностики ефективності інструментів асиметричної відповіді на гібридну агресію в гуманітарній сфері / Г. А. Нерсисян // Вісник НТУУ «КПІ». Політологія. Соціологія. Право : збірник наукових праць. – 2016. – № 1/2 (29/30). – С. 76–81. – Бібліогр.: 9 назв.
2. ІНДЕКС РЕЗУЛЬТАТИВНОСТІ РОСІЙСЬКОЇ ПРОПАГАНДИ. Київський міжнародний інститут соціології - 25.3.2015
<https://www.kiis.com.ua/?lang=ukr&cat=reports&id=510>
3. Міщенко, Христина Олександрівна Вплив інформаційних технологій на масову свідомість в умовах "гібридної війни"
<https://er.nau.edu.ua/handle/NAU/42037>
4. Загальна теорія ігор: конспект лекцій [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра за освітньою програмою «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та комп'ютерного зору» спеціальності 113 Прикладна математика / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад. І.М. Терещенко – Електронні текстові дані (1 файл: 3,77 Мбайт). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. – 59-63 с.
5. Тютюнник Анастасія Володимирівна. Київський університет імені Бориса Грінченка\\ КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ
https://elibrary.kubg.edu.ua/id/eprint/3007/1/A_Tiutiunnyk_NITED_NDLIO.pdf
6. Хорошко, В. Концепція застосування інформаційних впливів та протидія інформаційній зброї / В. Хорошко, Ю. Хохлачова, М. Прокоф'єв // Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні : науково-технічний збірник. – 2016. – Вип. 1(31). – С. 9-23. – Бібліогр.: 11 назв.
7. Фісенко, Т. В. Медіадіяльність України під час гібридної агресії / Т. В. Фісенко // Обрії друкарства : науковий журнал. – 2018. – №1 (6). – С. 255-267. – Бібліогр.: 10 назв.
8. Улічев О.С. Модель і методи поширення інформаційних впливів у соціальних мережах в умовах інформаційного протистояння - Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 21.05.01 «Інформаційна безпека держави». – Національний авіаційний університет, - Київ, 2021. - 170 с.
9. Миронець, А. В. Протидія деструктивним інформаційним впливам на політичний контент медіа-продукції з урахуванням ігрового підходу : дипломна робота ... бакалавра : 113 Прикладна математика / Миронець Аліна Володимирівна. – Київ, 2022. – 61 с.

10. Як російська пропаганда мутує в умовах війни, – дослідження\ 2022-12-28

<https://texty.org.ua/fragments/108590/yak-rosijska-propahanda-mutuye-v-umovah-vijny-doslidzhennya>

ДОДАТОК А

Код програмної реалізації:

Частина перша - розглядаємо початкові графіки, та як би вони розвивались без протидії їм

```
import numpy as np
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
X = np.linspace(0, 10*np.pi, 1000)
```

```
A_1 = 9*np.sin((np.pi/12) * X)
```

```
A_2 = 9*np.sin((np.pi/18) * X)
```

```
A_3 = 7*np.sin((np.pi/20) * X)
```

```
A_4 = 6*np.sin((np.pi/28) * X)
```

```
A_5 = 6*np.sin((np.pi/38) * X)
```

```
plt.plot(X, A_1)
```

```
plt.plot(X, A_2)
```

```
plt.plot(X, A_3)
```

```
plt.plot(X, A_4)
```

```
plt.plot(X, A_5)
```

```
plt.ylim(0, 10)
```

```
plt.xlim(0, 21)
```

```
plt.grid(True)
```

```
plt.show()
```

```
def draw_half(x, y, color, max_points):
```

```
# Ініціалізуємо змінну для збереження попереднього значення
previous_y = y[0]
max_x = []

# Проходимося по кожному значенню графіка
for i, current_y in enumerate(y):

    # Перевіряємо різницю між попереднім та поточним значеннями
    difference = current_y - previous_y

    # Якщо різниця велика, зупиняємо малювання
    if previous_y > current_y:

        max_point = [x[i].round(0), current_y.round(0)]
        max_points.append(max_point)
        break

    # Малюємо точку на графіку
    plt.plot(x[i], current_y, color, markersize=1)

    # Оновлюємо попереднє значення
    previous_y = current_y

plt.xlim(0, 20)
plt.ylim(0, 10)

max_points = []

# Показуємо графік
```

```

draw_half(X, A_1, "b.", max_points)
draw_half(X, A_2, "y.", max_points)
draw_half(X, A_3, "g.", max_points)
draw_half(X, A_4, "r.", max_points)
draw_half(X, A_5, "m.", max_points)
print(max_points)

plt.grid(True)
plt.show()

def plot_Default_1(T=6.0, x_lim=21, y_lim=15, points=200, fig_size=(10,6),
dpi=100, toSave=False):
    c = 'b'# color for ya line B - blue, g -green, etc.

    fig, ax = plt.subplots(1,1, figsize=fig_size, dpi=dpi) # create fig, axes
    x = np.linspace(0, T, points) # create X interval

    # # functions
    ya = 9*np.sin((np.pi/12) * x)

    #plot y
    ax.plot(x, ya, c, label = "a1") #11111111111111111111

    # DASHED LINES
    ax.plot([T, T], [0,x_lim], "k--", label="")
    ax.plot([2*T, 2*T], [0,x_lim], "k--", label="")
    ax.plot([3*T, 3*T], [0,x_lim], "k--", label="")
    ax.plot([4*T, 4*T], [0,x_lim], "k--", label=" ")

```

```

ax.set(xlabel='x-axis', ylabel='y-axis', title='')
ax.legend()
ax.set_xlim(0, x_lim)
ax.set_ylim(0, y_lim)

# for i in range(repeats):
ax.plot(x + (0+1)*T, ya, c)
ax.plot(x + 2 * T, ya, c)
ax.plot(x + 3*T, ya, c)

plt.grid(True)
plot_Default_1()
def plot_Changed_1_Col_4(ax, T=2*np.pi, x_lim=21, y_lim=15, points=200,
c='b'):
    x = np.linspace(0, T, points)

    K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-2))
    K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-2))
    K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-2))
    K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-2))

    ya = 9*np.sin((np.pi/12) * x)

    Col_1 = K_1 + K_2
    Col_2 = K_1 + K_3
    Col_3 = K_1 + K_4
    Col_4 = K_2 + K_3
    Col_5 = K_2 + K_4
    Col_6 = K_3 + K_4

```

```
yb = Col_4
```

```
ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))
```

```
xi, yi = x[ids], ya[ids]
```

```
yac = ya[0:np.max(ids)]
```

```
xac = x[0:np.max(ids)]
```

```
print(xi)
```

```
ax.plot(xac + (0)*T, yac, c)
```

```
ax.plot(xac[-1] + (0)*T, yac[-1], c + 'o')
```

```
plt.grid(True)
```

```
def plot_Changed_2_Col_3(ax, T=6*np.pi, x_lim=21, y_lim=15, points=200,
c='y'):
```

```
    x = np.linspace(0, 3*np.pi, points)
```

```
    x_2 = np.linspace(0, T, points)
```

```
    x_3 = np.linspace(0, 10, points)
```

```
    x_4 = np.linspace(0, 14, points)
```

```
    x_5 = np.linspace(0, 19, points)
```

```
    c_1 = 'b'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
    c_2 = 'y'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
    c_3 = 'g'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
    c_4 = 'r'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
    c_5 = 'm'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-2))
```

```
K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-2))
```

```
K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-2))
```

```
K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-2))
```

```
ya = 9*np.sin((np.pi/18) * x)
```

```
ya_3 = 7*np.sin((np.pi/20) * x)
```

```
ya_4 = 6*np.sin((np.pi/28) * x_4)
```

```
ya_5 = 6*np.sin((np.pi/38) * x_5)
```

```
Col_1 = K_1 + K_2
```

```
Col_2 = K_1 + K_3
```

```
Col_3 = K_1 + K_4
```

```
Col_4 = K_2 + K_3
```

```
Col_5 = K_2 + K_4
```

```
Col_6 = K_3 + K_4
```

```
yb = Col_3
```

```
ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))
```

```
xi, yi = x[ids], ya[ids]
```

```
print(xi)
```

```
yac = ya[0:np.max(ids)]
```

```
xac = x[0:np.max(ids)]
```

```
ax.plot(xac + (0)*T, yac, c)
```

```
ax.plot(xac[-1] + (0)*T, yac[-1], c + 'o')
```

```
ax.plot(x_3, ya_3, c_3, label = "ya")
```

```
ax.plot(x_4, ya_4, c_4, label = "ya")
```

```
ax.plot(x_5, ya_5, c_5, label = "ya")
```

```
plt.grid(True)
```

```
def step_1():
```

```
    fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(10, 6), dpi=100)
```

```
    ax.set(xlabel='x-axis', ylabel='y-axis', title='Horizontal velocity, u')
```

```
    ax.set_xlim(0, 21)
```

```
    ax.set_ylim(0, 15)
```

```
    plot_Changed_1_Col_4(ax)
```

```
    plot_Changed_2_Col_3(ax)
```

```
    # plot_Default_4(ax)
```

```
    # plot_Default_5(ax)
```

```
    plt.show()
```

```
step_1()
```

```
def plot_Changed_1_Col_2(ax, T=2*np.pi, x_lim=21, y_lim=15, points=200,
c='b'):
```

```
    x = np.linspace(0, T, points)
```

```
    K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-2))
```

```
    K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-2))
```

```
    K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-2))
```

```
K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-2))
```

```
ya = 9*np.sin((np.pi/12) * x)
```

```
Col_1 = K_1 + K_2
```

```
Col_2 = K_1 + K_3
```

```
Col_3 = K_1 + K_4
```

```
Col_4 = K_2 + K_3
```

```
Col_5 = K_2 + K_4
```

```
Col_6 = K_3 + K_4
```

```
yb = Col_2
```

```
ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))
```

```
xi, yi = x[ids], ya[ids]
```

```
yac = ya[0:np.max(ids)]
```

```
xac = x[0:np.max(ids)]
```

```
print(xi, yi)
```

```
ax.plot(xac + (0)*T, yac, c)
```

```
ax.plot(xac[-1] + (0)*T, yac[-1], c + 'o')
```

```
plt.grid(True)
```

```
def plot_Changed_2_Col_3(ax, T=6*np.pi, x_lim=21, y_lim=15, points=200,
c='y'):
```

```
    x = np.linspace(0, 3*np.pi, points)
```

```
    x_2 = np.linspace(0, T, points)
```

```
x_3 = np.linspace(0, 10, points)
```

```
x_4 = np.linspace(0, 14, points)
```

```
x_5 = np.linspace(0, 19, points)
```

```
c_1 = 'b'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
c_2 = 'y'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
c_3 = 'g'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
c_4 = 'r'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
c_5 = 'm'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
```

```
K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-2))
```

```
K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-2))
```

```
K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-2))
```

```
K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-2))
```

```
ya = 9*np.sin((np.pi/18) * x)
```

```
# ya_3 = 7*np.sin((np.pi/20) * x)
```

```
# ya_4 = 6*np.sin((np.pi/28) * x_4)
```

```
# ya_5 = 6*np.sin((np.pi/38) * x_5)
```

```
Col_1 = K_1 + K_2
```

```
Col_2 = K_1 + K_3
```

```
Col_3 = K_1 + K_4
```

```
Col_4 = K_2 + K_3
```

```
Col_5 = K_2 + K_4
```

```
Col_6 = K_3 + K_4
```

```
yb = Col_3
```

```

ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))
xi, yi = x[ids], ya[ids]

print(xi)

yac = ya[0:np.max(ids)]
xac = x[0:np.max(ids)]

ax.plot(xac + (0)*T, yac, c)
ax.plot(xac[-1] + (0)*T, yac[-1], c + 'o')

# ax.plot(x_3, ya_3, c_3, label = "ya") #1111111111111111
# ax.plot(x_4, ya_4, c_4, label = "ya") #1111111111111111
# ax.plot(x_5, ya_5, c_5, label = "ya") #1111111111111111

plt.grid(True)

def plot_Changed_3_Col_5(ax, T=6*np.pi, x_lim=21, y_lim=15, points=200,
c='g'):
    x = np.linspace(0, 3*np.pi, points)
    x_2 = np.linspace(0, T, points)
    x_3 = np.linspace(0, 10, points)
    x_4 = np.linspace(0, 14, points)
    x_5 = np.linspace(0, 19, points)

    c_1 = 'b'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
    c_2 = 'y'# color for ya line B - blue, g -green, etc.
    c_3 = 'g'# color for ya line B - blue, g -green, etc.

```

c_4 = 'r'# color for ya line B - blue, g -green, etc.

c_5 = 'm'# color for ya line B - blue, g -green, etc.

K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-2))

K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-2))

K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-2))

K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-2))

ya = 7*np.sin((np.pi/20) * x)

ya_4 = 6*np.sin((np.pi/28) * x_4)

ya_5 = 6*np.sin((np.pi/38) * x_5)

Col_1 = K_1 + K_2

Col_2 = K_1 + K_3

Col_3 = K_1 + K_4

Col_4 = K_2 + K_3

Col_5 = K_2 + K_4

Col_6 = K_3 + K_4

yb = Col_5

ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))

xi, yi = x[ids], ya[ids]

print(xi)

yac = ya[0:np.max(ids)]

xac = x[0:np.max(ids)]

```

ax.plot(xac + (0)*T, yac, c)
ax.plot(xac[-1] + (0)*T, yac[-1], c + 'o')

# ax.plot(x_4, ya_4, c_4, label = "ya") #1111111111111111
ax.plot(x_5, ya_5, c_5, label = "ya") #1111111111111111

plt.grid(True)
def step_2():
fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(10, 6), dpi=100)
ax.set(xlabel='x-axis', ylabel='y-axis', title='Horizontal velocity, u')
ax.set_xlim(0, 21)
ax.set_ylim(0, 15)
plot_Changed_1_Col_2(ax)
plot_Changed_2_Col_3(ax)
plot_Changed_3_Col_5(ax)

# plot_Default_4(ax)
# plot_Default_5(ax)

plt.show()
step_2()

def plot_Changed_1_Col_5_1(ax, T=6, x_lim=21, y_lim=15, points=200, c='b'):

x = np.linspace(0, T, points)

K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-2))

```

```
K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-2))
```

```
K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-2))
```

```
K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-2))
```

```
ya = 8.46*np.sin((np.pi/9.34) * x)
```

```
Col_1 = K_1 + K_2
```

```
Col_2 = K_1 + K_3
```

```
Col_3 = K_1 + K_4
```

```
Col_4 = K_2 + K_3
```

```
Col_5 = K_2 + K_4
```

```
Col_6 = K_3 + K_4
```

```
yb = Col_1
```

```
ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))
```

```
xi, yi = x[ids], ya[ids]
```

```
yac = ya[0:np.max(ids)]
```

```
xac = x[0:np.max(ids)]
```

```
print(xi, yi)
```

```
# ax.plot(xac + (0+1)*T, yac, c)
```

```
# ax.plot(xac[-1] + (0+1)*T, yac[-1], c + 'o')
```

```
ax.plot(xac + (0+1)*T, yac, c)
```

```
ax.plot(xac[-1] + (0+1)*T, yac[-1], c + 'o')
```

```
plt.grid(True)
```

```

def plot_Default_4(ax, T=14, x_lim=21, y_lim=15, points=200, fig_size=(10,6),
dpi=100, toSave=False, c="r"):

    x = np.linspace(0, T, points)

    # fig, ax = plt.subplots(1,1, figsize=fig_size, dpi=dpi) # create fig, axes

    K_1 = 8*np.sin((np.pi/10) *(x-10))
    K_2 = 7*np.sin((np.pi/14) *(x-10))
    K_3 = 5*np.sin((np.pi/16) *(x-10))
    K_4 = 6*np.sin((np.pi/24) *(x-10))

    ya = 6*np.sin((np.pi/28) * x)

    Col_1 = K_1 + K_2
    Col_2 = K_1 + K_3
    Col_3 = K_1 + K_4
    Col_4 = K_2 + K_3
    Col_5 = K_2 + K_4
    Col_6 = K_3 + K_4

    yb = Col_4

    ids = np.argmin(np.abs(yb-ya))
    xi, yi = x[ids], ya[ids]

    yac = ya[0:np.max(ids)]
    xac = x[0:np.max(ids)]

    print(xi, yi)

```

```

# ax.plot(xac + (0+1)*T, yac, c)
# ax.plot(xac[-1] + (0+1)*T, yac[-1], c + 'o')
ax.plot(xac + (0)*T, yac, c)
ax.plot(xac[-1] + (0)*T, yac[-1], c + 'o')
plt.grid(True)
def step_3():
fig, ax = plt.subplots(1, 1, figsize=(10, 6), dpi=100)
ax.set(xlabel='x-axis', ylabel='y-axis', title='Horizontal velocity, u')
ax.set_xlim(0, 21)
ax.set_ylim(0, 15)

plot_Changed_1_Col_2(ax)
plot_Changed_2_Col_3(ax)
plot_Changed_3_Col_5(ax)
plot_Changed_1_Col_5_1(ax)
plot_Default_4(ax)

plt.show()
step_3()

```