УДК 621.7.011

Грушко О.В. к.т.н., доц. Винницкий национальный технический университет, г. Винница, Украина

ПАРАМЕТР НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ, УЧИТЫВАЮЩИЙ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛА, И ЕГО ВЛИЯНИЕ НА ПЛАСТИЧНОСТЬ

Grushko O.

Vinnytsia National Technical University, Vinnytsia, Ukraine

THE STRESS CONDITION PARAMETER ACCORDING MATERIAL PROPERTIES AND ITS INFLUENCE ON PLASTICITY

Предложен параметр напряженного состояния в виде суммы относительных главных напряжений с коэффициентами их влияния. Коэффициенты влияния являются механическими свойствами материала. Диаграмму пластичности при помощи данного показателя предлагается аппроксимировать экспоненциальной функцией. Проверка для трех различных материалов показала достаточную близость опытных точек к диаграмме пластичности. Приведены зависимости, при помощи которых можно произвести расчет коэффициентов влияния на основе испытания образцов в условиях сдвига, одноосного растяжения, плоской деформации и равномерного двухосного растяжения. Даны рекомендации по определению коэффициентов при произвольных видах испытаний. Минимальное количество испытаний–4. <u>Ключевые слова:</u> параметр напряженного состояния, диаграмма пластичности, пластичность, механические свойства материала, разрушение, испытание.

Введение

Пластичность металлов зависит от ряда факторов, среди которых, кроме природы самого материала, основными являются термомеханические параметры самого процесса: вид напряженного состояния, температура, скорость деформации, история деформирования и пр. В большинстве работ, вид напряженного состояния, характеризующий пластичность, определяется показателем жесткости напряженного состояния (относительным гидростатическим давлением) по В.А. Бабичкову в виде [1-7]

$$\eta = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i},\tag{1}$$

где σ_i - интенсивность нормальных напряжений (напряжение Museca), $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ - главные нормальные напряжения.

Считается, что пластичность металла достаточно хорошо описывается показателем η при его отрицательных значениях. Однако, в положительной области, для пластичных материалов, наблюдается немонотонность зависимости пластичности от η . Часто деформации при растяжении превышают деформацию сдвига; при двухосном растяжении пластичность соизмерима с деформацией одноосного растяжения, а при плоском деформированном состоянии может быть наименьшая из отмеченных [1-7]. Т.е. функция, описывающая пластичность при помощи данного показателя будет немонотонна, что вносит неопределенность при аппроксимации и экстраполяции экспериментальных данных. Поиск удобного показателя и функции диаграммы пластичности, отвечающие условиям монотонности, нулевой пластичности при равномерном трехосном растяжении и удовлетворительной корреляции с экспериментальными данными до сих пор является дискуссионным вопросом. Не исключено, что универсальный показатель напряженного состояния, инвариантный по отношению к механическим свойствам материала (например, сталь, алюминиевые сплавы и т.д.) [3, 4]. На существование такого параметра указывают работы Г. Д. Деля [4]. Т.е. для каждого материала, вообще говоря, может быть свой параметр, от которого зависит его пластичность.

Цель

Целью работы является обоснование показателя вида напряженного состояния, с учетом свойств материала, при аппроксимации диаграммы пластичности монотонной функцией, поиск его констант и проверка для различных материалов.

Исследование

Предположим, что пластичность металла зависит от величины

$$\varsigma = \frac{k_1 \sigma_1 + k_2 \sigma_2 + k_3 \sigma_3}{\sigma_i} = k_1 a_1 + k_2 a_2 + k_3 a_3,$$
(2)

где $a_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i}, a_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_i}, a_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_i}$ - относительные главные напряжения, k_1, k_2, k_3 - коэффициенты влияния

относительных главных напряжений на пластичность металла – являются механическими характеристиками материала, могут быть как положительными так и отрицательными, а также равными нулю.

Отметим, что если $k_1 = k_2 = k_3 = 1$ – одинаковое влияние всех относительных главных напряжений, то получим показатель жесткости напряженного состояния (1) $\zeta = \eta$.

Если $k_1 = 1$, $k_2 = 0$, $k_3 = -1$ – среднее относительное главное напряжение не влияет, два иных имеют одинаковое влияние на пластичность с учетом знака напряжения, то

$$\zeta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_i} = \frac{2\tau_{\max}}{\sigma_i}$$

Если $k_1 = 1, k_2 = 0, k_3 = 0$ – влияет только первое главное напряжение, то получим показатель напряженного состояния по М.А. Зайкову [3]

$$\zeta = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} \, .$$

Отметим также, что практически все известные показатели можно выразить через величины a_1, a_2, a_3 . В частности, показатель вида напряженного состояния Надаи-Лоде

$$\mu_{\sigma} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} = \frac{2a_2 - a_1 - a_3}{a_1 - a_3}.$$

Показатели, учитывающие третий инвариант тензора напряжений. По Хью-Вербицкому [5]

$$\xi = \frac{27}{2} \frac{I_3(D_{\sigma})}{\sigma_i^3} = \frac{1}{2} (2a_1 - a_2 - a_3)(2a_2 - a_1 - a_3)(2a_3 - a_1 - a_2).$$

По В. А. Огородникову [1, 2]

$$\chi = \frac{\sqrt[3]{I_3(T_{\sigma})}}{\sigma_i} = \sqrt[3]{a_1 a_2 a_3} .$$
(3)

Показатели, определяющие разрушение срезом и отрывом [4]

$$\beta = \frac{1 - s_{sf} \cdot \eta}{\sigma_1 / \sigma_i} = \frac{1}{a_1} - s_{sf} - s_{sf} \frac{a_2}{a_1} - s_{sf} \frac{a_3}{a_1},$$

$$\theta = \frac{1 - k_{sf} \cdot \eta}{\tau_{\max} / \sigma_i} = 2 \frac{1 - k_{sf} \cdot a_1 - k_{sf} \cdot a_2 - k_{sf} \cdot a_3}{a_1 - a_3},$$

где s_{sf}, k_{sf} – коэффициенты, учитывающие свойства материала.

Диаграмму пластичности аппроксимируем экспоненциальной функцией, часто используемой при различных показателях напряженного состояния [1-5]

$$e_p = d \cdot \exp(-q \cdot \varsigma)$$

Выбор такой функции связан также с тем, что при трехосном растяжении пластичность равна нулю, при трехосном сжатии – бесконечности.

Для уменьшения количества определяемых констант и удобства их анализа, переопределим показатель (2) положив $k_1 = 1$

$$\zeta = a_1 + \overline{k_2}a_2 + \overline{k_3}a_3 , \qquad (4)$$

$$e_p = d \cdot \exp\left(-q \cdot \left(a_1 + \overline{k_2}a_2 + \overline{k_3}a_3\right)\right),\tag{5}$$

где $\bar{k}_2 = \frac{k_2}{k_1}$, $\bar{k}_3 = \frac{k_3}{k_1}$ - коэффициенты влияния относительных главных напряжений на пластичность металла,

выраженные в долях по отношению к влиянию относительного первого главного напряжения a_1 ,

 $d,q\,$ - константы диаграммы пластичности, определяемой показателем ζ .

Очевидно, что должно выполняться условие: при $q \ge 0$, $1 + \overline{k_2} + \overline{k_3} \ge 0$; при $q \le 0$, $1 + \overline{k_2} + \overline{k_3} \le 0$, иначе при трехосном растяжении пластичность металла будет равна бесконечности.

Можно провести некоторую аналогию с аппроксимацией диаграммы пластичности по В.А. Огородникову [1, 2] - положив $\bar{k}_2 = \bar{k}_3 = 1$ и обозначив $q = \lambda$, $d = e_{p0}$, получим

$$e_p = e_{p0} \exp(-\lambda \eta).$$

где *e*_{*p*0} - пластичность металла при сдвиге, λ - чувствительность пластичности металла к изменению схемы напряженного состояния.

Когда $\overline{k_2} = \overline{k_3} \neq 1$, коэффициенты q, d теряют ясный физический смысл.

В частности, d - есть условная пластичность металла, когда комплекс $\sigma_1 + \bar{k}_2 \sigma_2 + \bar{k}_3 \sigma_3$ равен нулю (или $\zeta^{(0)} = 0$). Обозначим ее $e_p(\zeta^{(0)})$. Обозначим пластичность $e_p(\zeta^{(1)})$, соответствующую случаю, когда $\sigma_1 + \bar{k}_2 \sigma_2 + \bar{k}_3 \sigma_3 = \sigma_i$ (или $\zeta^{(1)} = 1$). Тогда, по аналогии с λ , q - есть чувствительность пластичности металла к изменению схемы напряженного состояния, определяемой показателем ζ

$$q = \ln \frac{e_p(\zeta^{(0)})}{e_p(\zeta^{(1)})}$$

Коэффициенты $\bar{k}_1, \bar{k}_2, \bar{k}_3$ имеют определенный физический смысл, связанный с показателем ζ . При одноосном растяжении $\zeta_1 = \bar{k}_1 = 1$.

При сдвиге $\zeta_2 = \frac{1-k_3}{\sqrt{3}}$.

При одноосном сжатии $\zeta_3 = -\overline{k_3}$.

При плоском деформированном состоянии (с учетом плоского напряженного состояния) $\zeta_4 = \frac{2 + k_2}{\sqrt{3}}$.

При двухосном равномерном растяжении $\zeta_5 = 1 + \overline{k_2}$.

При двухосном равномерном сжатии $\zeta_6 = -\overline{k}_2 - \overline{k}_3$.

Аппроксимация (5) содержит 4 неизвестных величины, следовательно, необходимо по крайней мере 4 экспериментальные точки для определения диаграммы пластичности. Наибольший интерес представляет область положительного гидростата, поскольку именно здесь наблюдается немонотонность зависимости пластичности от η . Кроме того, достаточно часто в областях положительного и отрицательного гидростата наблюдается различных характер разрушения - отрывом и срезом, что следует учитывать, аппроксимируя диаграммы разными функциями [4]. Таким образом, ограничимся положительной областью гидростатического давления и для калибровки модели используем только 4 точки – испытанием образцов на растяжение, сдвиг, плоское деформированное состояние и равномерное двухосное растяжение - ζ_1 , ζ_2 , ζ_4 , ζ_5 . Обозначим пластичность, соответствующую этим показателям e_{p1} , e_{p2} , e_{p4} , e_{p5} . Коэффициенты модели (5), в этом случае определятся так

$$d = \exp \frac{\ln(e_{p1}e_{p5}) - \sqrt{3}\ln(e_{p4})}{2 - \sqrt{3}},$$

$$q = \frac{\ln(e_{p1}/e_{p5}) - \sqrt{3}\ln(e_{p1}/e_{p4})}{\sqrt{3} - 2},$$

$$\overline{k}_{2} = \frac{(\sqrt{3} - 2)\ln(e_{p1}/e_{p5})}{\ln(e_{p1}/e_{p5}) - \sqrt{3}\ln(e_{p1}/e_{p4})},$$

$$\overline{k}_{3} = \frac{\ln(e_{p1}) + (3 - 2\sqrt{3})\ln(e_{p2}) + (\sqrt{3} - 3)\ln(e_{p4}) + (\sqrt{3} - 1)\ln(e_{p5})}{\ln(e_{p1}/e_{p5}) - \sqrt{3}\ln(e_{p1}/e_{p4})}.$$
(6)

Часто траектории путей деформирования при испытании образцов не соответствуют чистому растяжению, сдвигу и т.д. Тогда имеем нелинейную систему уравнений. Прологарифмируем выражение (3) с целью ее линеаризации

$$\ln e_p = \ln d - qa_1 - q\overline{k_2}a_2 - q\overline{k_3}a_3,$$

обозначим $y = \ln e_p$, $b_0 = \ln d$, $b_1 = -q$, $b_2 = -q\overline{k_2}$, $b_3 = -q\overline{k_3}$, тогда формула (3) примет вид

$${}^{(i)} = b_0 + b_1 a_1^{(i)} + b_2 a_2^{(i)} + b_3 a_3^{(i)}, \ 1 \le i \le n$$

$$\tag{7}$$

где i – номер эксперимента, n - количество экспериментов.

Если количество экспериментальных точек для построения диаграммы пластичности превышает 4, то следует искать коэффициенты b_i методом наименьших квадратов.

Проверку предложенной модели выполним на основе ряда литературных данных [5-7], выполнив перерасчет показателей напряженного состояния на относительные главные напряжения в соответствии с нижеприведенными зависимостями.

Соотношение главных напряжений при плоском напряженном состоянии через показатель η

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{2 + \eta^2}{2(\eta^2 - 1)} \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{4\eta^2 - \eta^4}}{(\eta^2 - 1)},$$
(8)

тогда

$$a_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \frac{K_{\sigma}}{\sqrt{1 - K_{\sigma} + K_{\sigma}^2}},\tag{9}$$

$$a_{3} = \frac{\sigma_{3}}{\sigma_{i}} = \frac{1}{\sqrt{1 - K_{\sigma} + K_{\sigma}^{2}}} \,. \tag{10}$$

Знак «+» или «–» в выражении (8) выбирается из условия, чтобы $a_1 + a_3 = \eta$. Определенные по (9) и (10) значения обозначают в порядке алгебраического убывания следуя условию $a_1 \ge a_2 \ge a_3$, где одно из $a_i = 0$.

Если напряженное состояние осесимметричное (растяжение цилиндрических сплошных заготовок, в т.ч. с круговой выточкой), то с учетом гипотезы Хаара-Кармана равенства двух главных напряжений имеем

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{\eta + 2}{\eta - 1},$$

$$a_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i} = \frac{K_{\sigma}}{K_{\sigma} - 1} = \frac{1}{3}(\eta + 2),$$
 (11)

$$a_{2} = a_{3} = \frac{\sigma_{2}}{\sigma_{i}} = \frac{\sigma_{3}}{\sigma_{i}} = \frac{1}{K_{\sigma} - 1} = \frac{1}{3}(\eta - 1).$$
(12)

В работе [5] приведено сравнение семи различных моделей разрушения и данные для построения диаграммы пластичности алюминиевого сплава 2025-T351. Испытывались плоские образцы различной формы, трубчатые, круглые сплошные, сплошные с выточками (на растяжение) и цилиндрические (на осадку) – всего 15 опытов. На рис. 1, а, взятым непосредственно из [5], представлены диаграммы пластичности с соответствии с аппроксимациями сравниваемых моделей разрушения. Используя формулы перерасчета (8)-(12), получили 10 групп значений $a_1, a_2, a_3 - e_p$ (во внимание принимали только положительные значения $\eta/3$); далее численно решалась система уравнений (7). В результате получили такие значения коэффициентов выражения (5): $\overline{k_2} = -0,108, \ \overline{k_3} = -0,786, \ d = 58130, \ q = 11,81$. Таким образом, диаграмма пластичности описывается кривой (рис. 1, б)

$$e_p = 58130 \cdot \exp\left[-11, 81 \cdot (a_1 - 0, 108a_2 - 0, 786a_3)\right] = 58130 \cdot \exp\left(-11, 81 \cdot \zeta\right) = \exp\left(10, 97 - 11, 81 \cdot \zeta\right),$$

rge $\zeta = \frac{\sigma_1 - 0, 108 \cdot \sigma_2 - 0, 786 \cdot \sigma_3}{\sigma_i}.$

Как видно из рис. 1, б), точки ложатся достаточно близко к диаграмме. Некоторый разброс можно объяснить влиянием истории деформирования, градиента деформаций [1, 2] и иными факторами, не учтенные в модели. Впрочем, разброс присутствует во всех 7 моделях, что видно из рис. 1, а.

В работе [6] приведены данные для построения диаграммы пластичности алюминиевого сплава 6061-Т6 (лист 2 мм). Аналогично предыдущему анализу, получены такие коэффициенты $\overline{k_2} = -0,063, \overline{k_3} = -0,761, d = 2578, q = 8,124$. На рис. 2, а, показана диаграмма пластичности в координатах $\eta - e_p$, отметим сильную нелинейность и наличие на ней экстремальных зон; а на рис 2, б) - диаграмма пластичности в координатах $\zeta - e_p$, которая имеет свойство гладкости и тесную корреляционную связь с экспериментом. Ее функция имеет вид

$$e_p = 2578 \cdot \exp(-8, 124 \cdot \zeta) = \exp(7, 85 - 8, 124 \cdot \zeta),$$

 $\cdot \sigma_3$.

где $\zeta = \frac{\sigma_1 - 0,063 \cdot \sigma_2 - 0,761 \cdot \sigma_3}{\sigma_i}$.

На рис. 3 показаны диаграммы пластичности некоторой марки стали WBP, на основе данных работы [7]. Коэффициенты модели рассчитывали по формулам (6). Одна точка диаграммы (рис. 3, б) не лежит на кривой, вследствие того, что ее не использовали в расчете коэффициентов, в отличие от остальных. И в этом случае можно сделать вывод о гладкости и удовлетворительной точности диаграммы $\zeta - e_p$, описываемой уравнениями

$$e_p = 202 \cdot \exp(-0.134 \cdot \zeta) = \exp(5.31 - 0.134 \cdot \zeta),$$

где $\zeta = \frac{\sigma_1 + 0,028 \cdot \sigma_2 - 0,822 \cdot \sigma_3}{\sigma_i}$



Рис. 1. Диаграммы пластичности алюминиевого сплава 2025-Т351

а- в зависимости от показателя $\eta/3$ [5], *б*- в зависимости от показателя ζ с параметрами $\overline{k_2} = -0,108, \ \overline{k_3} = -0,786$

Неудобство использования параметра напряженного состояния ζ состоит в его уникальности для каждого материала. Можно предположить, что для определенной группы металлов, некоторые константы, входящих в показатель будут одинаковы, или иметь определенные корреляционные связи. Однако, данное предположение требует дополнительной экспериментальной проверки.

Без учета истории деформирования, считаем, что разрушение наступает, когда [1-3]



Рис. 2. Диаграммы пластичности алюминиевого сплава 6061-Т6 (лист 2 мм) *а*- в зависимости от показателя η [6], *б*- в зависимости от показателя ζ с параметрами $\overline{k_2} = -0,063, \ \overline{k_3} = -0,761$ Для проверки и калибровки модели использовались преимущественно данные для плоского и частично для осесимметричного напряженного состояния. При объемном напряженном состоянии проверка требует постановки специальных экспериментов в камере высокого давления [1]. В этом случае объемность схемы можно учесть показателем, содержащим третий инвариант тензора напряжений, например, с использованием показателя (3).



Рис. 3. Диаграммы пластичности стали WBP

а- в зависимости от показателя η [7], δ - в зависимости от показателя ζ с параметрами $\overline{k_2} = 0,028, \ \overline{k_3} = -0,822$

Выводы

Использование параметров напряженного состояния, с учетом свойств материала, позволяет аппроксимировать диаграммы пластичности монотонными функциями с существенно меньшим отклонением от опытных данных, чем при традиционном подходе, с использованием параметра **η**. Одним из таких параметров может быть ζ - сумма относительных главных напряжений с весовыми коэффициентами их влияния на пластичность в виде (1).

Наибольшее влияние на пластичность рассмотренных материалов оказывает первое относительное главное напряжение $a_1 = \frac{\sigma_1}{\sigma_i}$, второе по силе влияния - $a_3 = \frac{\sigma_3}{\sigma_i}$, т.е. $\overline{k_1} > |\overline{k_3}| > |\overline{k_2}|$. Причем, влияние второго

относительного главного напряжения $a_2 = \frac{\sigma_2}{\sigma_i}$ существенно меньше двух иных. Гипотетично, такая тенденция

характерна для большинства материалов.

Параметры k_3 для двух различных алюминиевых сплавов практически одинаковы, исходя из этого можно предположить, что для определенных групп материалов он будет постоянен.

Для ряда материалов показатель ζ меняется в достаточно узком диапазоне от 1 до 1,2, т.е., пути деформирования для квазимонотонного процесса, построенные в таких координатах, будут иметь небольшой наклон. Следовательно, производная, характеризующая историю деформирования $d\zeta/de_i$ будет близка к нулю и ее влиянием при оценке деформируемости можно пренебречь, однако это требует дополнительной экспериментальной проверки и теоретических исследований.

Анотація. Запропоновано параметр напруженого стану у вигляді суми відносних головних напруг з коефіцієнтами їх впливу. Коефіцієнти впливу є механічними властивостями матеріалу. Діаграму пластичності за допомогою даного показника пропонується апроксимувати експоненціальною функцією. Перевірка для трьох різних матеріалів показала достатню близькість дослідних точок до діаграми пластичності. Приведені залежності, за допомогою яких можна провести розрахунок коефіцієнтів впливу на основі випробування зразків в умовах зсуву, одноосьового розтягу, плоскої деформації і рівномірного двоосьового розтягу. Подані рекомендації для визначення коефіцієнтів при довільних видах випробувань. Мінімальна кількість випробувань – 4.

<u>Ключові слова:</u> параметр напруженого стану, діаграма пластичності, пластичність, механічні властивості матеріалу, руйнування, випробовуання.

Abstract. <u>Purpose</u>. The purpose of the research is grounding of the stress condition parameter, taking into consideration the material properties in the process of approximation of the plasticity diagram by monotonic function, its constant searching and verification for various materials.

Design/methodology/approach.

The stress condition parameter is offered as a sum of relative main tensions with the coefficients of their influence. Coefficients of influence are mechanical properties of material. The diagram of plasticity is suggested to approximate with an exponential function through this index. Verification for three different materials has shown the sufficient closeness of experimental points to the diagram of plasticity. There are dependences with which it is possible to make the calculation of coefficients of influence on the basis of specimen test in the conditions of shear, axial tension, plain strain and biaxial tension. There are recommendations on the determination of the coefficients for arbitrary types of tests. The minimum number of tests are 4.

<u>Findings.</u> The greatest influence on the plasticity of the material has a relative first principal stress (the ratio of the maximum normal stress to the von Mises stress). Relative influence of the second and the third principal stress is much smaller. The third parameter is the relative influence of principal stress for two different aluminum alloys is practically the same. Based on this we can assume that it will be permanent for certain groups of materials.

<u>Originality/value</u>. Using the stress condition parameters, taking into consideration the properties of the material it makes possible to approximate the plasticity chart monotone functions with much less deviation from the experimental data than by using the stress triaxiality.

Keywords: The stress condition parameter, diagram of plasticity, plasticity, mechanical properties of material, fracture, test.

- 1. Огородников В. А. Оценка деформируемости металлов при обработке давлением. К. : Выща шк., 1983. 175 с.
- Огородников В. А. Энергия. Деформации. Разрушение (задачи автотехнической экспертизы). / В. А. Огородников, В. Б. Киселев, И. О. Сивак Винница: Универсум–Винница, 2005. 204 с.
- 3. Дель Г.Д. Технологическая механика. М.: Машиностроение, 1978. 174 с.
- 4. *Dell, H.* CrachFEM A Comprehensive Approach For The Prediction Of Sheet Metal Failure / Dell, H.; Gese, H. and Oberhofer, G. // NUMIFORM '07, Materials Processing and Design: Modeling, Simulation and Applications, Porto, 18 21 June 2007, American Institute of Physics, CP908, pp. 165-170.
- 5. *Wierzbicki, T.* Calibration and evaluation of seven fracture models / Wierzbicki, T.; Bao, Y.; Lee, Y.-W.; Bai, Y. // International Journal of mechanical Sciences, 47 (2005) pp. 719-743.
- Luo, M. Ductile Fracture Calibration and Validation of Anisotropic Aluminum Sheets / M. Luo, T. Wierzbicki, // (11 pages) By Massachusetts Institute of Technology Conference: 2009 SEM Annual Conference & Exposition on Experimental & Applied Mechanics Proceedings, June 1-4, 2009.
- Kolleck, R. Failure prediction method for hydro forming simulation of thick walled tubes / Kolleck, Ralf; Auer, Peter; Auer, Gerfried // The 14th International Esaform Conference On Material Forming: ESAFORM 2011. AIP Conference Proceedings, Volume 1353, 2011. – pp. 295-300.

REFERENCES

- 1. Ogorodnikov V. A. Ocenka deformiruemosti metallov pri obrabotke davleniem (Estimation of deformability of metals at treatment pressure). Kyiv: Vywa shk., 1983. 175 p.
- Ogorodnikov V. A., Kiselev V. B., Sivak I. O. Jenergija. Deformacii. Razrushenie (zadachi avtotehnicheskoj jekspertizy) (Energy. Deformations. Destruction (tasks of motor-vehicle examination). Vinnica: Universum Vinnica, 2005. 204 p.
- 3. Del' G. D. Tehnologicheskaja mehanika (Technological mechanics). Moscow: Mashinostroenie, 1978. 174 p.
- 4. *Dell, H.*, Gese, H., Oberhofer, G. CrachFEM A Comprehensive Approach For The Prediction Of Sheet Metal Failure. NUMIFORM '07, Materials Processing and Design: Modeling, Simulation and Applications, Porto, 18-21 June 2007, American Institute of Physics, CP908, pp. 165-170.
- 5. *Wierzbicki, T.*; Bao, Y.; Lee, Y.-W.; Bai, Y. Calibration and evaluation of seven fracture models. International Journal of mechanical Sciences, no. 47 (2005), pp. 719-743.
- Luo, M.; Wierzbicki T. Ductile Fracture Calibration and Validation of Anisotropic Aluminum Sheets (11 pages) By Massachusetts Institute of Technology Conference: 2009 SEM Annual Conference & Exposition on Experimental & Applied Mechanics Proceedings, June 1-4, 2009.
- 7. *Kolleck, R.*; Peter, A.; Gerfried A. Failure prediction method for hydro forming simulation of thick walled tubes. The 14th International Esaform Conference On Material Forming: ESAFORM 2011. AIP Conference Proceedings, Volume 1353, 2011, pp. 295-300.