

ІНЖЕНЕРНА МОДЕЛЬ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ ДЛЯ НАГРІВАННЯ МЕТАЛУ В ТЕРМІЧНИХ ПЕЧАХ

Зінченко В. Ю., Іванов В. І., Лебедєв А. О.

Запорізький національний університет, kafedra_autp@ukr.net

За постановлення теплових завдань під час нагрівання металу в термічних печах слід заздалегідь розв'язати задачу теплопровідності в металі, що піддають нагріванню. У печах камерного типу нагрівання металу під термічну обробку здійснюють, як правило, за багатоступеневими температурно-часовими режимами, що передбачають виконання періодів нагрівання, ізотермічної витримки й охолодження, які регламентовані за швидкістю змінювання температури металу та за часом. Реалізація таких режимів є можливою лише за наявності інформації про динаміку розподілу теплоти в металі, що нагрівають.

Відомою є інженерна модель поширення теплоти в тілах, запропонована Семікіним Й. Д. [1], згідно з якою масивне тіло подають у вигляді n шарів, і за підводом теплоти до тіла відбувається послідовне нагрівання цих шарів. Розподіл теплових потоків і температури у тілі у будь-який момент часу залежить від характеру розподілу поверхневого потоку на момент часу, що передує тому, який розглядають. За значної кількості шарів у масивному тілі така модель наближається до системи, що безперервно розподілена у просторі. Нагрівання кожного окремого шару математично може бути описано одновимірним диференціальним рівнянням теплопровідності.

Теплові потоки від нагрівальних газів до кладки та між окремими шарами пластини подають у формі рівняння Ньютона-Рихмана.

Рівняння миттєвого теплового балансу для першого шару пластини можна записати як

$$m_m c_m \frac{dT_1}{d\tau} = \alpha_\Sigma F (T_n - T_1) - \alpha_{1,2} F (T_1 - T_2), \quad (1)$$

де m_m – маса металу в пластині, кг; c_m – середня теплоємність металу пластини, кДж/(кг·К); α_Σ – сумарний коефіцієнт тепловіддачі від нагрівальних газів конвекцією та випромінюванням, Вт/(м²·К); $\alpha_{1,2}$ – коефіцієнт тепловіддачі від першого шару до другого, Вт/(м²·К); F – площа поверхні пластини, що нагрівають, м²; $T_{н.г}$, T_1 , T_2 – температура нагрівальних газів, першого та другого шару пластини відповідно; τ – час, с.

Виконавши перетворення рівняння (1) та розділивши обидві його частини на вираз $(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2}) F$, отримаємо:

$$\frac{\Delta x^2 \alpha_{1,2}}{\alpha(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2})} \frac{dT_1}{d\tau} + T_1 = \frac{\alpha_\Sigma}{(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2})} T_{н.г} + \frac{\alpha_{1,2}}{(\alpha_\Sigma + \alpha_{1,2})} T_2. \quad (2)$$

Тоді рівняння миттєвого теплового балансу для i -го шару пластини має вигляд

$$\frac{\Delta x^2 \alpha_{i,j+1}}{\alpha(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,j+1})} \frac{dT_i}{d\tau} + T_i = \frac{\alpha_{i-1,i}}{(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,j+1})} T_{i-1} + \frac{\alpha_{i,j+1}}{(\alpha_{i-1,i} + \alpha_{i,j+1})} T_{i+1}. \quad (3)$$

Для спрощення запису рівняння (3) введемо наступні позначення:

$$\theta = \frac{\Delta x^2 \alpha_{i,j+1}}{\alpha(\alpha_{i-1,j} + \alpha_{i,j+1})} ; \quad k_{i-1,j} = \frac{\alpha_{i-1,j}}{(\alpha_{i-1,j} + \alpha_{i,j+1})} ; \quad k_{i+1,j} = \frac{\alpha_{i,j+1}}{(\alpha_{i-1,j} + \alpha_{i,j+1})} .$$

Отже, для пластини нескінченної довжини, що складається з n шарів, можна записати таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \theta_1 \frac{dT_1}{d\tau} + T_1 &= k_{н.г} T_{н.г} + k_{21} T_2 \quad \text{за } T_1(0) = T_1^{\text{поч}} ; \\ \theta_i \frac{dT_i}{d\tau} + T_i &= k_{i-1,i} T_{i-1,i} + k_{i+1,i} T_{i+1,i} \quad \text{за } T_i(0) = T_i^{\text{поч}} ; \\ \theta_n \frac{dT_n}{d\tau} + T_n &= k_{n-1,n} T_{n-1,n} \quad \text{за } T_n(0) = T_n^{\text{поч}} , \end{aligned} \quad (4)$$

де $i = 1, 2, \dots, n$; $\theta_1, \theta_i \dots \theta_n$ – сталі часу, які визначають динаміку змінювання температури в n шарах пластини; $k_{н.г.1} \dots k_{n-1,n}$ – коефіцієнти теплопередачі між окремими шарами пластини; $T_1^{\text{поч}}, T_i^{\text{поч}}, T_n^{\text{поч}}$ – початкові температури першого, i -го і n -го шарів пластини відповідно.

У роботі [2] наведено рівняння, яке отримано шляхом переходу від класичного одновимірного диференціального рівняння теплопровідності в частинних похідних до його диференціально-різницевого виду:

$$\theta_i \frac{du_i}{d\tau} + u_i = k_i \cdot \omega \cdot (\tau - \tau_i) . \quad (5)$$

де θ_i – стала часу печі; k_i – коефіцієнт передачі; τ_i – величина запізнювання за i -им каналом керування; u_i, ω – взаємопов'язані функції.

Зіставлення рівнянь системи (4) з рівнянням (5) вказує на їх ідентичний характер, що є підтвердженням адекватності запропонованої математичної моделі загальноприйнятим представленням.

Комп'ютерне подавання системи (4) є імітаційною моделлю нагрівання пластини нескінченної довжини, яка може бути реалізована за допомогою пакету прикладних програм «*MatLab 6.5 SP1\7+Simulink 5/6*», спеціально розроблених для аналогічних завдань [3].

Для оцінки адекватності запропонованої моделі виконано числове розв'язання одновимірного диференціального рівняння теплопровідності кінцево-різницевою методом у неявному вигляді для постійних значень теплофізичних властивостей металу. Результати моделювання підтверджують можливість добирання оптимальних алгоритмів управління тепловим навантаженням термічної печі.

1. Свинолобов Н. П. Инженерная модель в теории теплопроводности в трактовке И.Д. Семикина // *Металлургическая теплотехника* : сборник научных трудов государственной металлургической академии Украины. Днепропетровск : ГМетАУ, 1999. Т. 2. С. 226–235.

2. Бутковский А. Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. Москва: Наука, 1965. 476 с.

3. Дьяконов В. П. *Mat Lab 6.5 SP 1/7+Simulink 5/6* в математике и моделировании. Москва: СОЛОН-Пресс, 2005. 576 с.