

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені Ігоря СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ
ІНСТИТУТ

Кафедра математичного моделювання та аналізу даних

«До захисту допущено»

В.о. завідувача кафедри

_____ Ганна ЯЙЛИМОВА

«___» _____ 2024 р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра

зі спеціальності: 113 Прикладна математика

на тему: «Інформаційний вплив на динаміку рейтингу довіри
з урахуванням моделі Рікера»

Виконав: студент 4 курсу, групи ФІ-02
Драгой Яніна Миколаївна

Керівник: доцент, к.ф.-м.н., Терещенко І.М.

Рецензент: доцент, к.ф.-м.н., с.н.с., Смирнов А.С.

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень з праць інших авторів без відповідних посилань.

Студент _____

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені Ігоря СІКОРСЬКОГО»
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИЙ ФІЗИКО-ТЕХНІЧНИЙ
ІНСТИТУТ

Кафедра математичного моделювання та аналізу даних

Рівень вищої освіти — перший (бакалаврський)
Спеціальність (освітня програма) — 113 Прикладна математика,
ОПП «Математичні методи моделювання, розпізнавання образів та
комп'ютерного зору»

ЗАТВЕРДЖУЮ

В.о. завідувача кафедри

_____ Ганна ЯЙЛИМОВА

«__» _____ 2024 р.

ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу

Студент: Драгой Яніна Миколаївна

1. Тема роботи: *«Інформаційний вплив на динаміку рейтингу довіри з урахуванням моделі Рікера»*,

керівник: доцент, к.ф-м.н., Терещенко І.М.,

затверджені наказом по університету №__ від «__» _____ 2024 р.

2. Термін подання студентом роботи: «__» _____ 2024 р.

3. Вихідні дані до роботи: *опубліковані джерела за тематикою дослідження.*

4. Зміст роботи: *аналізуючи динаміку змін рейтингу довіри з урахуванням інформаційного впливу, побудовано математичну модель взаємодії між трьома групами виборців, у якій основним фактором є вплив на множину нейтральних, щоб її значення наближалось до нуля.*

5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо): *Презентація доповіді.*

6. Дата видачі завдання: 10 вересня 2023 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання	Примітка
1	Узгодження теми роботи із науковим керівником	09-15 жовтня 2023 р.	Виконано
2	Огляд опублікованих джерел за тематикою дослідження	Жовтень - листопад 2023 р.	Виконано
3	Аналіз існуючих моделей	Лютий 2024 р.	Виконано
4	Побудова математичної моделі	Березень 2024 р.	Виконано
5	Розробка двоетапного моделювання динаміки рейтингу довіри	Квітень-травень 2024 р.	Виконано
6	Програмна реалізація моделі	Квітень-травень 2024 р.	Виконано
7	Корегування параметрів моделі	Травень 2024 р.	Виконано
8	Оформлення дипломної роботи	Травень-червень 2024 р.	Виконано
9	Підготовка презентації доповіді	Червень 2024 р.	Виконано

Студент

_____ Драгой Я.М.

Керівник

_____ Терещенко І.М.

РЕФЕРАТ

Кваліфікаційна робота містить: 44 стор., 8 рисунків, 0 таблиць, 8 джерел.

Метою дослідження полягає у тому, щоб визначити та проаналізувати як інформаційні повідомлення впливають на зміну думки, кожної групи виборців. Об'єктом дослідження будуть три групи виборців, а також кількість інформаційних повідомлень, що потрібна для зміни їх думки. Тоді математична модель динаміки рейтингу та антирейтингу довіри і модель поширення інформаційних повідомлень — це предмет дослідження.

У ході дослідження було побудовано математичну модель динаміки рейтингу довіри до кандидата з урахуванням інформаційного впливу на виборців. Модель створена на основі двох вже відомих моделей, що досліджують соціальні табіологічні процеси. Результати роботи представлені у виді графіків із описом, що аналізує отримані результати. В описі результатів також наведено наскільки кожна ситуація є вигашною чи програшною для кандидатів.

ІНФОРМАЦІЙНІ ПОВІДОМЛЕННЯ, РЕЙТИНГ, АНТИРЕЙТИНГ,
ІНФОРМАЦІЙНИЙ ВПЛИВ

ABSTRACT

Qualification work contains: 44 pages, 8 figures, 0 tables, 8 sources.

The purpose of the research is to determine and analyze how informational messages affect the change of opinion of each group of voters. The object of the research will be three groups of voters, as well as the number of informational messages needed to change their opinion. Then the mathematical model of the dynamics of rating and anti-rating of trust and the model of dissemination of informational messages — this is the subject of research.

In the course of the study, a mathematical model of the dynamics of the candidate's trust rating was built, taking into account the informational influence on voters. The model was created on the basis of two already known models investigating social and biological processes. The results of the work are presented in the form of diagram with a description that analyzes the obtained results. The description of the results also shows how each situation is a win or lose for the candidates.

INFORMATION MESSAGES, RATING, ANTI-RATING,
INFORMATION INFLUENCE

ЗМІСТ

Вступ.....	7
1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ	9
1.1 Введення	9
1.2 Модель Кумара Мізри.....	10
1.3 Модель Рікера.....	12
1.4 Базові поняття про рейтинг політичних діячів	14
1.5 Проведення опитування	15
2 Побудова моделі.....	18
2.1 Постановка задачі.....	18
2.2 Опис моделі.....	18
3 Результати чисельного експерименту	24
3.1 Завдання чисельних експериментів	24
3.2 Вхідні дані	24
3.3 Перший етап моделювання	25
3.4 Другий етап моделювання	30
Висновки	36
Перелік посилань	37
Додаток А Тексти програм.....	38
А.1 Етап 1	38
Додаток Б Тексти програм	41
Б.1 Етап 2	41

ВСТУП

Актуальність дослідження. Актуальність даного дослідження полягає у тому, що виборчий процес є важливою та невід’ємною складовою суспільно-політичного життя будь-якої демократичної країни. У свою чергу рейтинг довіри та антирейтинг є одними із найважливіших аспектів, що впливають безпосередньо на результати проведених виборів, а також за допомогою цих показників можна прогнозувати шанси кандидатів на успіх, а також бачити як ті чи інші рішення прийняті під час передвиборчої кампанії впливають на показники схвалення чи несхвалення населенням.

У даній роботі пропонується математична модель, що демонструє динаміку змін рейтингу довіри під дією інформаційного впливу. Проаналізувавши ситуацію, зроблено висновок, що інформаційний вплив, є найбільш вагомим фактором, що може з часом кардинально змінювати ситуацію.

Кожен так чи інакше стикається з інформаційним впливом на телебаченні, в журналах чи газетах, інтернет ЗМІ, телеграм-каналах тощо. Тому виборці приймають рішення на основі різноманітних джерел інформації, які можуть як позитивно, так і негативно впливати на їхню думку про кандидата. Розроблена модель допомагає кількісно оцінити ці впливи та передбачити зміни в рейтингу та антирейтингу кандидата.

Метою дослідження є визначити як інформаційні повідомлення впливають на зміну думки відносно кандидата. Для досягнення мети необхідно розв’язати **задачу дослідження**, яка полягає у створенні математичної моделі динаміки зміни рейтингу антирейтингу та нейтральних і додати до неї модель, що допоможе проілюструвати інформаційний вплив. Для розв’язання задачі необхідно вирішити такі завдання:

- 1) провести огляд опублікованих джерел за тематикою дослідження;
- 2) проаналізувати вже відомі моделі;
- 3) програмно реалізувати модель;
- 4) внести зміни, якщо потрібно;

5) обробити отримані результати;

Об'єктом дослідження є виборці, що підтримують або є противниками кандидата і ті, хто мають нейтральне відношення до нього, а також кількість інформаційних повідомлень, що потрібна для зміни їх думки.

Предметом дослідження є математична модель динаміки рейтингу та антирейтингу довіри до політичного кандидата, а також модель поширення інформаційних повідомлень.

При розв'язанні поставлених завдань використовувались такі *методи дослідження*: пошук та аналіз відомих моделей, постановка та аналіз диференціальних рівнянь, математичне моделювання, числові методи, обробка даних.

Наукова новизна отриманих результатів полягає у створенні нової математичної моделі перерозподілу виборців між групами прихильників, противників та нейтрально налаштованих та застосовано цю модель до реальних даних, щоб розв'язати задачу, яка полягає в тому, щоб за допомогою інформаційних повідомлень наблизити чисельність групи нейтральних до нуля. Для ілюстрації наближеної до реальності ситуації інформаційний вплив на виборців буде змінюватися з часом.

Практичне значення результатів полягає, в тому що чисельні експерименти допомагають наочно побачити як збільшується кількість прихильників кандидата за допомогою інформаційного впливу, що дає змогу більш критично оцінювати свою позицію щодо кандидата і бути менш сприйнятливим до пропаганди.

1 ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

1.1 Введення

Багато фізичних явищ і процесів у природі та техніці описуються за допомогою звичайних диференціальних рівнянь та їхніх систем. Класична теорія звичайних диференціальних рівнянь є потужним апаратом, необхідним для складання математичних моделей різних прикладних задач [1]. Однією із областей застосування диференціальних рівнянь є, зокрема, і моделювання процесів, пов'язаних з виборами.

Математичне моделювання виборчих процесів з використанням диференціальних рівнянь, має широке використання у соціологічній і політичній сферах. Сучасна політична арена є сукупністю складних соціальних, економічних та культурних взаємозв'язків, а також вимагає глибокого розуміння і вміння робити прогнози, враховуючи різноманітні фактори, що впливають на результати виборчого процесу. Використання математичних моделей у цьому контексті дає змогу аналізувати і прогнозувати динаміку змін на основі врахування таких факторів, як тенденції голосування, суспільні настрої, агітаційні стратегії та інші чинники.

При розгляді виборчого процесу можна використовувати диференціальні рівняння для моделювання таких аспектів, як розподіл виборців з часом, динаміка підтримки кандидатів тощо. Одним зі способів використання диференціальних рівнянь є моделювання динаміки підтримки кандидатів серед виборців з урахуванням ефективності інформаційного впливу, що здійснюється на різні групи виборців.

Також, диференціальні рівняння можуть бути використані для моделювання розподілу виборців у просторі та часі, що дозволяє врахувати територіальні відмінності у підтримці кандидата, а також динаміку зміни цієї підтримки з часом.

1.2 Модель Кумара Мізри

Розглянемо модель, яку запропонував Кумар Мізра у роботі [3]. У цій моделі досліджується динаміка зміни чисельності виборців, що надають перевагу одній з двох партій. Згідно з моделлю можна розділити потенційних виборців на три групи:

- група, тих хто ще не визначився кого підтримує;
- група прихильників першої партії;
- група прихильників другої партії.

У моделі представлений в роботі [3] використовують наступні позначення:

N — загальна чисельність населення;

V — множина виборців, що не визначилися;

B — множина прихильників першої партії;

C — множина прихильників другої партії;

μ — коефіцієнт, приросту чи скорочення населення;

θ_1 — коефіцієнт переходу з множини B до множини C ;

θ_2 — коефіцієнт переходу з множини C до множини B .

Загальна модель має вигляд:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= \mu N - \beta_1 V \frac{B}{N} - \beta_2 V \frac{C}{N} - \mu V, \\ \frac{dB}{dt} &= \beta_1 V \frac{B}{N} - \theta_1 B \frac{C}{N} + \theta_2 C \frac{B}{N} - \mu B, \\ \frac{dC}{dt} &= \beta_2 V \frac{C}{N} + \theta_1 B \frac{C}{N} - \theta_2 C \frac{B}{N} - \mu C,\end{aligned}\tag{1.1}$$

де $V(0) \geq 0$, $B(0) \geq 0$, $C(0) \geq 0$, $N = V + B + C$.

Далі за допомогою аналітичного припущення $\theta_1 - \theta_2 = \theta$ модель (1.1) можна спростити до вигляду:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= \mu N - \beta_1 V \frac{B}{N} - \beta_2 V \frac{C}{N} - \mu V, \\ \frac{dB}{dt} &= \beta_1 V \frac{B}{N} - \theta B \frac{C}{N} - \mu B, \\ \frac{dC}{dt} &= \beta_2 V \frac{C}{N} + \theta B \frac{C}{N} - \mu C.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Після цього можна виконати нормування, ввівши наступні параметри:

$$v = \frac{V}{N}, \quad b = \frac{B}{N}, \quad c = \frac{C}{N}.\tag{1.3}$$

З урахуванням наведених перетворень модель виглядатиме наступним чином:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= \mu - \beta_1 vb - \beta_2 vc - \mu v, \\ \frac{dB}{dt} &= \beta_1 vb - \theta bc - \mu b, \\ \frac{dC}{dt} &= \beta_2 vc + \theta bc - \mu c.\end{aligned}\tag{1.4}$$

У статті [3] розглядаються такі ситуації:

- (1) одна з партій має перевагу над іншою;
- (2) партії мають однакові можливості та чисельність;
- (3) партії відсутні.

Дана модель досліджує чисельність виборців для політичних партій, але її також можна використовувати і для дослідження формування рейтингу довіри до одного кандидата. Але для поставленої в роботі задачі параметр θ не буде вважатися константою. Натомість θ розглядатиметься як функція, що залежить від кількості інформаційних повідомлень. Окрім того θ_1 і θ_2 будуть представлені як окремі величини для того, щоб бачити вплив на множини B та C .

1.3 Модель Рікера

У теорії хаосу, а саме в динаміці популяцій, модель Рікера — це модель зростання популяції. Модель було запропоновано в 1954 році Біллом Рікером [4]. Модель Рікера описує кількість особин у дискретний момент часу $t + 1$ залежно від кількості особин N попереднього покоління на момент часу t . Розглянемо дану модель:

$$x_{t+1} = x_t \cdot e^{r(1-\frac{x_t}{k})}, \quad (1.5)$$

де маємо наступні позначення

x_{t+1} — кількість дорослих особин в момент часу $t + 1$;

x_t — кількість дорослих особин в момент часу t ;

r — внутрішня швидкість розвитку популяції;

k — ємність біологічного середовища.

У залежності від значення параметра внутрішньої швидкості розвитку рівняння (1.5) буде мати різні властивості.

Однією з головних галузей застосування моделі Рікера є риболовство, саме тому вона має різні модифікації відповідно до конкретних потреб і ситуацій. Тож розглянемо одну з таких модифікованих моделей Рікера запропоновану у роботі [2].

Модель Рікера враховує безліч параметрів, такі як численність особин в момент часу t , біологічна область середовища, а також внутрішнє зростання популяції але так як дана модель широко використовується в рибних господарствах то досить логічним кроком буде додати в модель фактор вилову риби. Проте з боку людини може відбуватися не лише вилов риби, а також і внесення мальків до біологічного середовища. Це є досить актуальним питанням так як в промисловості дуже часто зустрічається це явище. У моделі можна враховувати вилов риби і внесення мальків окремо,

проте в реальному житті ці дві дії зазвичай виконуються разом.

Таким чином модель запропонована у роботі [2], з урахуванням вище сказаного, буде виглядати так:

$$x_{t+1} = x_t \cdot (1 - z) \cdot e^{r(1 - \frac{x_t}{k})} + p \cdot x_t, \quad (1.6)$$

де

x_{t+1} — кількість дорослих особин в момент часу $t + 1$;

x_t — кількість дорослих особин в момент часу t ;

z — відсоток вилову риби;

r — внутрішня швидкість розвитку популяції;

k — ємність біологічного середовища;

p — відсоток для внесення мальків.

Дана модель досліджує динаміку популяцій, а також, з урахуванням модифікацій моделює процеси у риболовстві, але доволі часто моделі, які застосовуються в біології можна також застосувати і для опису соціологічних процесів. Модель, отримана в рівнянні (1.6) не виключення, адже за допомогою модифікацій моделі Рікера виконаних у роботі [2] можна показати динаміку зміни кількості інформаційних повідомлень, які будуть застосовуватися для впливу на думки громадськості.

1.4 Базові поняття про рейтинг політичних діячів

Виборчий процес є невід'ємною частиною політичного життя для будь-якої демократичної країни і являє собою низку логічних стадій та процедур, що взаємопов'язані між собою. Тобто загалом можна сказати, що виборчий процес — це система заходів і процедур, які використовуються для обрання представників уряду чи прийняття рішень певною групою людей. Важливість цього процесу полягає у тому, що це є основою демократії, тобто дозволяє громадянам обирати собі владу і впливати на прийняття важливих суспільних рішень. За допомогою виборчих процесів громадяни можуть висловлювати свої погляди та інтереси шляхом голосування, що сприяє розвитку інститутів демократії.

У роботі буде оглянуто один із важливих факторів виборчого процесу, а саме рейтинг політичного діяча. Політичний рейтинг — це результат рейтингового електорального дослідження, що виявляє шанси на перемогу на парламентських чи президентських виборах певних кандидатів під час різних етапів виборчої кампанії [6]. Зазвичай даний рейтинг визначається шляхом проведення опитувань серед кола виборців.

Політичні рейтинги дають інформацію для прогнозів виборчої активності і результатів голосування. Дослідженнями політичного рейтингу можуть займатися як всередині штабів кандидатів і такі дослідження є ексклюзивними, а є випадки, коли опитування роблять інститути або на замовлення ЗМІ і результати стають доступними для всіх громадян.

В електоральній соціології розрізняють різні види політичних рейтингів, але в даній роботі розглядатимуться такі поняття як «рейтинг довіри» та «антирейтинг» політичних діячів.

Рейтинг довіри — оцінка виборців країни, регіону чи виборчого округу рівня довіри до певного політичного діяча чи певної політичної організації [6].

Антирейтинг – це негативна оцінка діяльності, що базується на результатах соціологічного опитування. Виражається у відсотках опитаних, не готових голосувати за кандидата за жодних обставин. Слід підкреслити, що для більш точне значення антирейтингу кандидата, під час опитування можна отримати, коли респондент має можливість висловити недовіру до кількох кандидатів [7].

1.5 Проведення опитування

Сучасна політична арена характеризується постійними змінами та динамічними перетвореннями. Аналіз електоральних настроїв громадян є важливим інструментом для розуміння політичних перспектив, виборчих уподобань та суспільної підтримки різних політичних сил.

Тож дослідження соціальних опитувань є одним з ключових аспектів поставленої у роботі задачі тому важливо розуміти як вони працюють. Такі опитування спрямованні на вивчення електоральних настроїв суспільства. Через призму аналізу результатів опитувань відкриваються різні аспекти сучасних політичних настроїв, що дозволяє зрозуміти динаміку виборчих уподобань, мотивацій та факторів, що впливають на політичні переваги у виборі громадян.

Дослідження електоральних настроїв є актуальним завданням у контексті пошуку шляхів політичної стабільності та розвитку демократії. Враховуючи складні виклики, з якими стикається країна, розуміння глибинних та масових настроїв громадян стає невід'ємною складовою успішного політичного управління та розвитку.

Під час проведення опитування найчастіше застосовуються такі чотири види як:

- CATI (Computer Assisted Telephone Interviewing);
- F2F (Face to face);
- CAWI (Computer Assisted Web Interviewing);
- змішаний.

Метод CATI — це телефонне опитування або анкетування по телефону, що застосовуються для збору даних, як від населення в цілому, так і від конкретної цільової групи. У процесі такого опитування спеціально підготовлені інтерв'юери використовують бази номерів для збору інформації від респондентів [8].

Метод F2F — це анкетне опитування в формі особистісного інтерв'ю (дослівно можна перекласти як віч-на-віч) з використанням електронних носіїв. Такі опитування зазвичай займають більше часу і ресурсів, але при цьому вважаються найбільш точними серед усіх існуючих методів, адже при такому методі вплив третіх сторін на вибір респондента відсутній [8].

Метод CAWI — це кількісний метод збору інформації, найсучасніший спосіб отримання і обробки даних. Основними плюсами онлайн-дослідження є швидкість отримання даних і низька в порівнянні з традиційними техніками ціна [8].

Змішаний метод — це метод, що являє собою комбінацію двох чи більше різних методів опитування, наприклад: телефонного опитування і методу F2F або онлайн опитувань тощо.

Кожне опитування, що показує нам рейтинг довіри до політиків чи партій або до управлінських інституцій має доволі чітку методологію, ознайомившись з якою, ми можемо зрозуміти наскільки вона варта довіри і наскільки є наближеною до реальної ситуації. Тож зазвичай при публікації досліджень окрім самих результатів вказують також такі фактори:

- 1) хто проводив опитування;
- 2) аудиторія, серед якої проводилось опитування;
- 3) кількість респондентів;
- 4) яким методом проводилось інтерв'ю;
- 5) помилка репрезентивності дослідження;
- 6) терміни проведення опитування.

Також зазвичай в результатах ілюструють не тільки загальну картину настроїв, а також вибірки, що згруповані за віком, статтю, регіонами і типом поселення тощо.

А також очевидно, що опитують повнолітніх респондентів, бо для результатів важливі ті, хто вже мають право віддавати голос під час виборів.

Висновки до розділу 1

У цьому розділі розглянуто дві популярні моделі — модель динаміки чисельності виборців для двопартійної системи, а також модель зростання популяції. Саме їх обрано за основу для створення моделі відповідно до поставленої задачі.

Оскільки в роботі досліджується рейтинг довіри, то у розділі було наведено базові терміни, про це поняття, а також розглянуто, як цей показник обраховується за допомогою соціальних опитувань та методи проведення опитувань.

2 ПОБУДОВА МОДЕЛІ

2.1 Постановка задачі

У даній роботі розглядається задача, завданням якої є побудова математичної моделі на основі двох інших вже відомих моделей. Створена модель буде відображати динаміку зміни чисельності людей, які підтримують кандидата або є його противниками, тобто формують для нього рейтинг та антирейтинг відповідно.

Під час моделювання основним завданням буде дослідження перерозподілу множини тих, хто має нейтральну позицію щодо кандидата. Тобто робиться припущення, що нейтральна позиція з часом змінюється на підтримку або несхвалення кандидата. Особливістю створеної моделі буде можливість впливати на коефіцієнти, які відповідають за перехід людей між множинами рейтингу, антирейтингу і нейтральних за допомогою моделі розповсюдження інформаційних повідомлень.

Для того, щоб схилити виборців у потрібний нам бік буде змінюватися величина коефіцієнту z , який відповідає за відсоток інформаційних повідомлень, що втратили актуальність.

2.2 Опис моделі

Нехай N — загальна кількість людей, що складають рейтинг довіри до кандидата. Будемо вважати, що ця величина не змінюється з часом, а тільки переходить з однієї множини в іншу, тобто $N = \text{const}$. Припускаємо, що загалом думки виборців поділяються на три категорії і чисельність кожної з них є непостійною, тобто змінюється з часом.

Наведемо опис цих трьох категорій:

V — ті, хто мають нейтральну позицію (нейтральні);

B — ті, хто підтримують кандидата (рейтинг);

C — ті, хто проти кандидата (антирейтинг).

Для поставленої задачі будемо вважати, що перехід між множинами можливий наступним чином:

- 1) з множини нейтральних у рейтинг ($V \rightarrow B$);
- 2) з множини нейтральних у антирейтинг ($V \rightarrow C$);
- 3) з множини рейтингу у антирейтинг ($B \rightarrow C$);
- 4) з множини антирейтингу у рейтинг ($C \rightarrow B$).

А переходи з множини антирейтингу у нейтральні та з рейтингу у нейтральні вважатимемо неможливими.

Для подальших обчислень модифікуємо модель представлену у рівнянні (1.1). Перш за все змінимо позначення згідно поставленої задачі, а також приберемо не потрібні нам коефіцієнти, зокрема коефіцієнт μ і пов'язані з ним доданки у моделі. Після модифікацій модель набуде наступного вигляду:

$$\begin{aligned}\frac{dV}{dt} &= -\beta_1 V \frac{B}{N} - \beta_2 V \frac{C}{N}, \\ \frac{dB}{dt} &= \beta_1 V \frac{B}{N} - \theta_1 B \frac{C}{N} + \theta_2 C \frac{B}{N}, \\ \frac{dC}{dt} &= \beta_2 V \frac{C}{N} + \theta_1 B \frac{C}{N} - \theta_2 C \frac{B}{N},\end{aligned}\tag{2.1}$$

де $N = V + B + C$, а також маємо наступні позначення

$$\begin{aligned}\beta_1 V \frac{B}{N} &- \text{швидкість переходу з } V \rightarrow B; \\ \beta_2 V \frac{C}{N} &- \text{швидкість переходу з } V \rightarrow C; \\ \theta_1 B \frac{C}{N} &- \text{швидкість переходу з } B \rightarrow C;\end{aligned}$$

$$\theta_2 C \frac{B}{N} - \text{швидкість переходу з } C \rightarrow B.$$

Враховуючи всі можливі переходи між множинами можемо зробити висновок, що V з часом може лише зменшуватися. Отож множина нейтральних є головним джерелом для зростання рейтингу чи антирейтингу кандидата.

З моделі (2.1) видно, що за вплив на динаміку рейтингу відповідають коефіцієнти β_1 та θ_2 , а за вплив на антирейтинг відповідно коефіцієнти β_2 і θ_1 . У задачі будемо здійснювати вплив на множину рейтингу, тобто припустимо, що метою є максимальне збільшення показника рейтингу, а показник антирейтингу повинен рости повільніше або зменшуватися. Для цього припустимо, що $\beta_1 = f(x_t)$, а $\theta_2 = g(x_t)$, причому $0 \leq \beta_1 \leq 1$ і $0 \leq \theta_2 \leq 1$.

Величина x_t — це кількість інформаційних повідомлень в момент часу t , які розраховуються згідно з формулою (1.6). Тобто за допомогою моделі (1.6) розглядається інформаційний вплив на множини нейтральних та антирейтингу, який змушує змінити їх думку в бік рейтингу кандидата, тобто задля збільшення множини B . Інформаційний вплив, що змушує змінити думку в бік підтримки антирейтингу (збільшується множина C) буде вважатися незмінним з часом, отже, коефіцієнт $\beta_2 = \text{const}$ і $\theta_1 = \text{const}$.

Також, в моделі Рікера (1.6) потрібно змінити позначення відповідно до ситуації, що розглядається:

- z — відсоток інформаційних повідомлень, що втратили актуальність;
- r — швидкість розповсюдження інформації;
- k — максимальна кількість інформаційних повідомлень;
- p — відсоток нових інформаційних повідомлень.

Тепер більш детально розглянемо функції $f(x_t)$ та $g(x_t)$. Так як функція $f(x_t)$ відповідає за зміну параметра β_1 , тобто за перехід із множини V , то можемо припустити, що думки цієї групи будуть мінятися більш різко. Тому будемо здійснювати вплив за припущенням $f(x_t) = \cos(x_t)$. У свою

чергу люди, які вже мали чітку позицію (в даному випадку в бік підтримки рейтингу), будуть змінювати свою думку повільніше або взагалі її не змінять. У такому випадку, щоб показати зміну параметра θ_2 нам потрібна функція, що буде зростати досить повільно. Тож будемо вважати, що $g(x_t) = 1/\pi \cdot \arctg(x_t)$.

Для спрощення подальших обчислень зробимо нормування чисельності множин рейтингу, антирейтингу та нейтральних у спосіб подібний (1.2):

$$v(t) = \frac{V}{N}, \quad b(t) = \frac{B(t)}{N}, \quad c(t) = \frac{C(t)}{N}. \quad (2.2)$$

Також нормовану величину $v(t)$ можна записати так

$$v(t) = 1 - b(t) - c(t).$$

Далі введемо поняття вектора нормованих чисельностей множин $G(t)$. Тобто значення цього вектора будуть показувати нормовану кількість виборців, що знаходиться в момент часу t в кожній з груп.

$$G(t) = [v(t), b(t), c(t)]. \quad (2.3)$$

Введемо матрицю переходів між множинами, яка матиме наступний вигляд:

$$M = \begin{pmatrix} 0 & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & a_{23} \\ 0 & a_{32} & 0 \end{pmatrix}.$$

У матриці елементи $a_{11} = 0$, $a_{22} = 0$, $a_{33} = 0$, так як перехід із однієї позиції в ту ж саму позицію неможливий. Елементи a_{21} та a_{31} також рівні нулю, бо переходи типу $B \rightarrow V$ та $C \rightarrow V$ у поставленій задачі вважаються неможливими, як уже зазначалося раніше.

Елементи в матриці переходів еквівалентні тим коефіцієнтам, що були представлені в системі (2.1), а саме:

$$a_{12} = \beta_1; \quad a_{13} = \beta_2; \quad a_{23} = \theta_1; \quad a_{32} = \theta_2.$$

Додатково зауважимо, що вектор G є функцією часу, так як кожен елемент в ньому залежить від часу. Будемо вважати, що за проміжок часу в розрахунках проходить один день. Отже, сумарна кількість виборців, що перейдуть із множини нейтральних V у множини B або C , у нормованій формі буде дорівнювати

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) \cdot \beta_1 \cdot b(t) - v(t) \cdot \beta_2 \cdot c(t). \quad (2.4)$$

У рівнянні (2.4) в правій частині всі члени є від'ємними, бо у задачі розглядаються випадки, при яких спостерігається виток виборців з множини V , а приріст вважається відсутнім.

Тепер розглянемо перетворення в інших двох рівняннях, що відповідають за динаміку змін нормованої чисельності груп рейтингу та антирейтингу. Вони матимуть наступний вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{db}{dt} &= v(t) \cdot \beta_1 \cdot b(t) - b(t) \cdot \theta_1 \cdot c(t) + c(t) \cdot \theta_2 \cdot b(t); \\ \frac{dc}{dt} &= v(t) \cdot \beta_2 \cdot c(t) + b(t) \cdot \theta_1 \cdot c(t) - c(t) \cdot \theta_2 \cdot b(t). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Таким чином, системи рівнянь (2.5), разом з виразами (2.4) та (1.6) і функції $f(x_t)$ та $g(x_t)$ утворюють остаточний вид моделі:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -f(x_t) \cdot v(t) \cdot b(t) - \beta_2 \cdot v(t) \cdot c(t); \\ \frac{db}{dt} &= f(x_t) \cdot v(t) \cdot b(t) - \theta_1 \cdot b(t) \cdot c(t) + g(x_t) \cdot c(t) \cdot b(t); \\ \frac{dc}{dt} &= \beta_2 \cdot v(t) \cdot c(t) + \theta_1 \cdot b(t) \cdot c(t) - g(x_t) \cdot c(t) \cdot b(t). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Модель використовує наступні позначення:

$$x_{t+1} = x_t \cdot (1 - z) \cdot e^{r(1 - \frac{x_t}{k})} + p \cdot x_t; \quad f(x_t) = \cos(x_t); \quad g(x_t) = \arctg(x_t).$$

Висновки до розділу 2

У цьому розділі було побудовано математичну модель, яка описує динаміку зміни чисельності трьох груп: рейтингу, антирейтингу та нейтральних. Для цього використовувалися диференціальні рівняння, які враховують взаємодію між цими групами через різні параметри та функції.

Модель показує, що, показник нейтрально налаштованих постійно зменшується. Це досягається через припущення, що ті, хто визначилися з думкою не можуть знову прийняти нейтральну позицію. Показники рейтингу та антирейтингу змінюються в залежності від взаємодії з групою нейтральних та від взаємодії між собою.

Побудована модель може бути використана для прогнозування зміни показників рейтингу довіри з часом при зміні параметрів моделі, а також наявних початкових значень.

3 РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЕЛЬНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ

3.1 Завдання чисельних експериментів

У даному розділі представлено результати чисельних експериментів, що проводяться для оцінки ефективності запропонованої математичної моделі. Основна мета цих експериментів полягає у вивченні динаміки змін у моделі у відповідь на різні початкові умови та значення коефіцієнтів.

Чисельний експеримент проводиться у кілька етапів, а саме:

- 1) визначення початкових умов та параметрів моделі;
- 2) реалізація чисельного алгоритму для вирішення диференціальних рівнянь, що описують систему;
- 3) візуалізація отриманих результатів у вигляді графіків для спрощення аналізу динаміки процесів;

3.2 Вхідні дані

Даний чисельний експеримент місцями базується на припущеннях, тож його результати є умовними. Але для ілюстрації ситуації, що наближена до реальної, було взято статистичні дані про рейтинги та антирейтинги наведені у [5]. Також слід зазначити, що всі розрахунки ведуться у нормованому вигляді згідно зі створеною моделлю (2.6). Диференціальні рівняння у цій моделі розв'язані чисельними методами, за допомогою програм на мові Python. Тексти програм наведені у додатках А та Б.

У чисельному експерименті в двох етапах буде розглянуто наступні можливі ситуації:

- 1) кандидат має високий рейтинг порівняно з антирейтингом;
- 2) кандидат має високий антирейтинг порівняно з рейтингом;
- 3) високий показник "нейтрально";
- 4) збільшена кількість негативного інформаційного впливу (β_2, θ_1)

Тепер задамо початкові параметри моделі, які не будуть змінюватися залежно від ситуації:

$$x_0 = 5; \quad k = 100.0; \quad r = 2.5; \quad p = 0.5; \quad z = 0.5.$$

Також слід вказати константи β_2 і θ_1 так як для перших трьох експериментів вони також є незмінними

$$\beta_2 = 0.2, \quad \theta_1 = 0.3.$$

Такі початкові параметри були обрані шляхом аналізу досліджень інших робіт, а також за допомогою тестування з довільними початковими даними. Завдяки цьому було обрано найбільш оптимальні параметри для дослідження вище наведених ситуацій.

3.3 Перший етап моделювання

Перший етап моделювання заключається в тому, щоб провести експеримент з побудованою моделлю без спрощення. Тобто на цьому етапі вектор нормованих чисельностей множин (2.3) міститиме у собі всі три нормовані множини (2.2).

Всі подальші розрахунки для цього етапу виконані за допомогою програми, що наведена в додатку А. Тож розглянемо першу ситуацію, коли кандидат має високий показник рейтингу довіри і значно нижчий показник антирейтингу і його вектор початкових значень G_0 матиме наступний вигляд

$$G_0 = [0.386, 0.388, 0.226].$$

Графік нормованої динаміки зміни рейтингу та антирейтингу довіри для ситуації з високим початковим рейтингом показано на рис.3.1. Як і припускалося множина нейтральних $v(t)$ з часом спадає і наближається до нуля,

для зручності вважатиметься, якщо $v(t) < 0.1$, то з цього моменту вона пуста, тобто виборці з нейтральною позицією відсутні або ж їх кількість є несуттєвою. Для цієї ситуації такий момент настає при $t \geq 10$.

Для множини $c(t)$ у цьому експерименті спочатку характерний невелике зростання, але починаючи з моменту $t = 5$ антирейтинг має тенденцію до поступового зменшення.

Для множини $b(t)$ у цій ситуації спочатку можна побачити нестабільну поведінку, різкі зростання або спадання, але паралельно з початком спадання антирейтингу, показник рейтингу доволі стрімко починає зростати. Такі результати є позитивними, адже забезпечують максимальні шанси на успіх, бо підтримка кандидата зростає, в той час як відсоток противників зменшується.

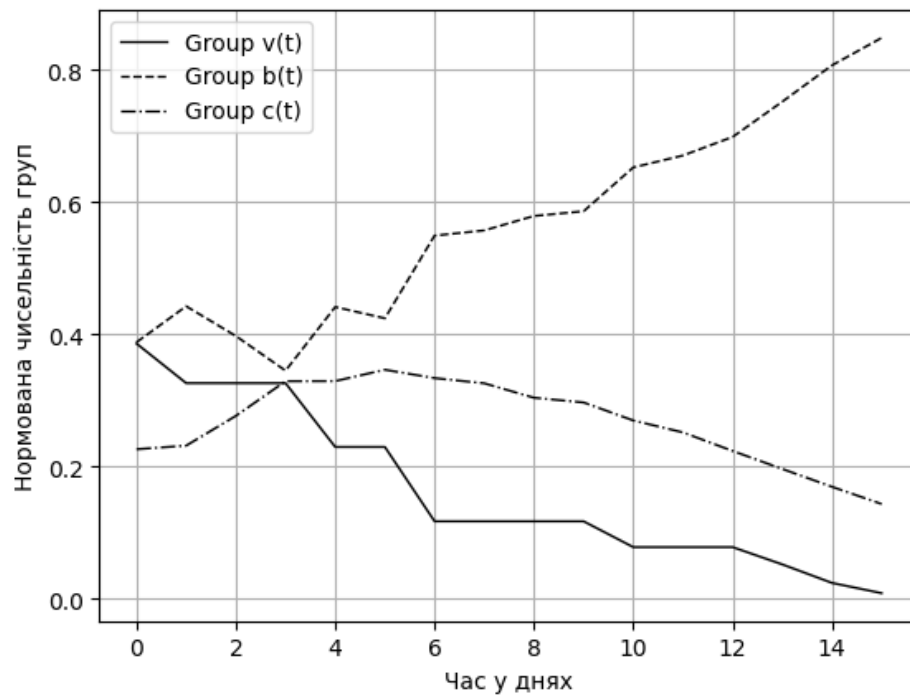


Рисунок 3.1 – Графік динаміки при високому рейтингу

Тепер розглянемо ситуацію, коли початковий показник антирейтингу кандидата значно більший за рейтинг. У цьому випадку вектор початкових значень буде мати наступний вигляд

$$G_0 = [0.238, 0.154, 0.608].$$

Після обчислень можна побачити наступні результати на рис.3.2: множина нейтральних $v(t)$ поводить себе аналогічно до попереднього експерименту. Для множин $b(t)$ і $c(t)$ передбачувано результати помітно відрізняються. Показник антирейтингу $c(t)$ у перші 4 дні злегка зростає, але далі помітна тенденція до спадання.

При цьому показник рейтингу $b(t)$ стрімко зростає, за рахунок множини нейтральних. Як наслідок в момент часу $t = 13$ показники рейтингу та антирейтингу стають рівними. Таку ситуацію не можна назвати виграною, адже відсоток противників все ще залишається доволі високим, але шанси на успіх такого кандидата будуть більшими, якщо вибори будуть проведені у два тури.

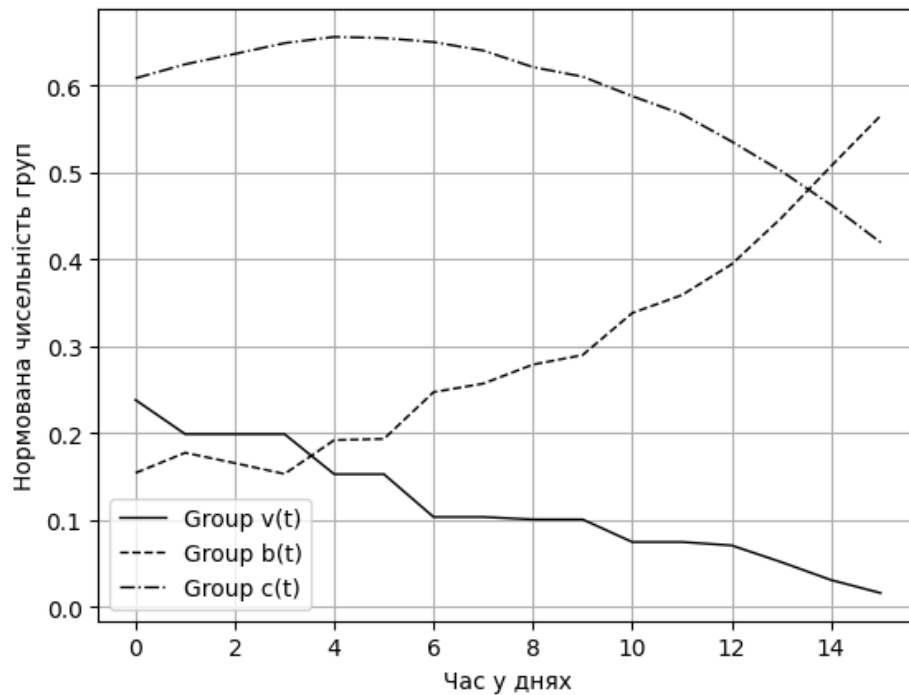


Рисунок 3.2 – Графік динаміки при високому антирейтингу

Далі розглянемо третій випадок, коли більшість виборців мають нейтральне відношення до кандидата. У цьому випадку вектор початкових значень буде мати наступний вигляд

$$G_0 = [0.579, 0.216, 0.205].$$

Графік динаміки для цієї ситуації зображений на рис.3.3. Аналізуючи зображене на рисунку, перш за все помітно, що часу на зменшення множини $v(t)$ до значення, коли її можна вважати порожньою, знадобилося більше, що очевидно через те, що її показник і був вищий.

Щодо показників рейтингу та антирейтингу маємо наступне: множина $b(t)$ поводить себе нестабільно, то різко зростаючи, то йдучи на спад. Підсумовуючи можна сказати, що показник рейтингу не суттєво зросте відносно початкового значення. Натомість множина $c(t)$ поступово і помітно зростає, значно перевищуючи величину $b(t)$. Отже, така початкова ситуація майже напевне є програшною для кандидата і для її покращення потрібно змінити стратегію інформаційного впливу.

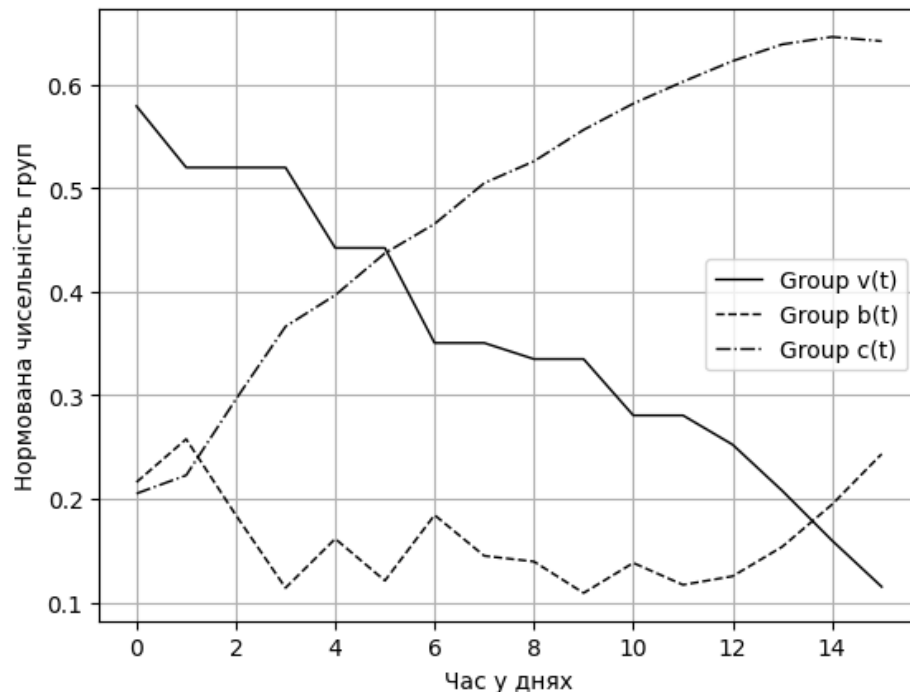


Рисунок 3.3 – Графік динаміки при великій кількості нейтральних

Насамкінець розглянемо ситуацію, в якій негативний інформаційний вплив буде вищим ніж в попередніх трьох експериментах. Для нього змінимо початкові значення констант β_2 та θ_1 і введемо вектор G_0 .

$$G_0 = [0.386, 0.388, 0.226], \quad \beta_2 = 0.5, \quad \theta_1 = 0.5.$$

За результатами на рис.3.4 видно, що збільшення негативного інформаційного впливу провокує зростання антирейтингу, тобто множини $c(t)$. Тобто в цьому випадку більша частина нейтрально налаштованих виборців піддається негативному впливу і стає противниками кандидата.

Показник рейтингу $b(t)$ у цій ситуації може трохи зростати, але потім різко падає і, починаючи з моменту $t = 6$ залишається незмінним. Тож збільшення негативного інформаційного впливу здатне знищити початково перспективні результати кандидата, а тому таких ситуацій слід по можливості уникати.

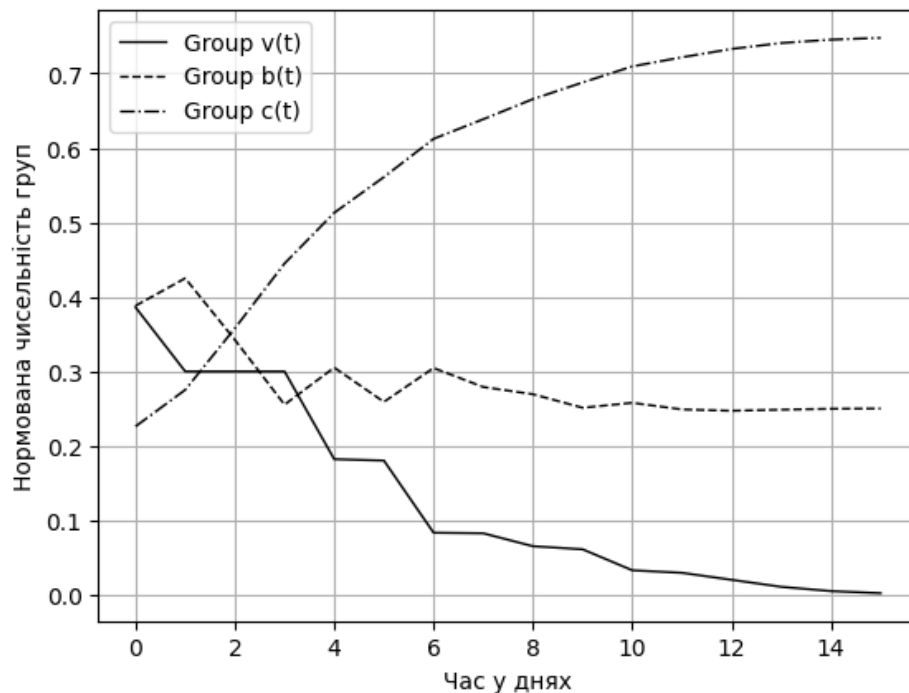


Рисунок 3.4 – Графік динаміки при збільшенні констант β_2 , θ_1

3.4 Другий етап моделювання

На другому етапі моделювання відбувається певне спрощення, а саме множина нейтральних $v(t)$ стає порожньою, тобто вважається, що $v(t) = 0$. Щоб почати моделювання потрібно взяти результати з попереднього етапу, а саме значення множин у той момент t , коли множина нейтральних стає рівною або майже рівною нулю.

Проаналізувавши малюнки (3.1 — 3.4), можна зробити висновок, що цей момент настає при значеннях $10 \leq t \leq 14$. Тож врахуємо це при розрахунках за допомогою програми, що наведена в додатку Б. Тепер вектор нормованих чисельностей множин G_1 буде мати вигляд

$$G_1 = [b(t), c(t)].$$

Тож тепер розглядатиметься перерозподіл виборців між двома множинами $b(t)$ і $c(t)$. Ситуації, що моделюватимуться аналогічні тим, що були у першому етапі тільки починаючи з моменту часу $t = 10$. Таке значення часу взяте тому що у всіх чотирьох випадках значення $v(t)$ стає несуттєвим або нульовим як цього і вимагає поставлена задача.

Початкові параметри для ситуації з високим початковим рейтингом будуть наступними

$$G_1 = [0.653, 0.270].$$

Графік цієї ситуації зображений на рис.3.5. На графіку видно, що результати в цілому збігаються з тим, що було отримано на першому етапі.

Для множини $b(t)$ помітне хоч невелике, але поступове зростання. Натомість множина $c(t)$ продовжує спадати, що робить різницю між рейтингом і антирейтингом настільки великою, що показник антирейтингу стає несуттєвим. Ця ситуація є найбільш вигірною для кандидата, але треба враховувати її малоймовірність в реальних передвиборчих перегонках, так як зазвичай у виборах бере участь велика кількість кандидатів.

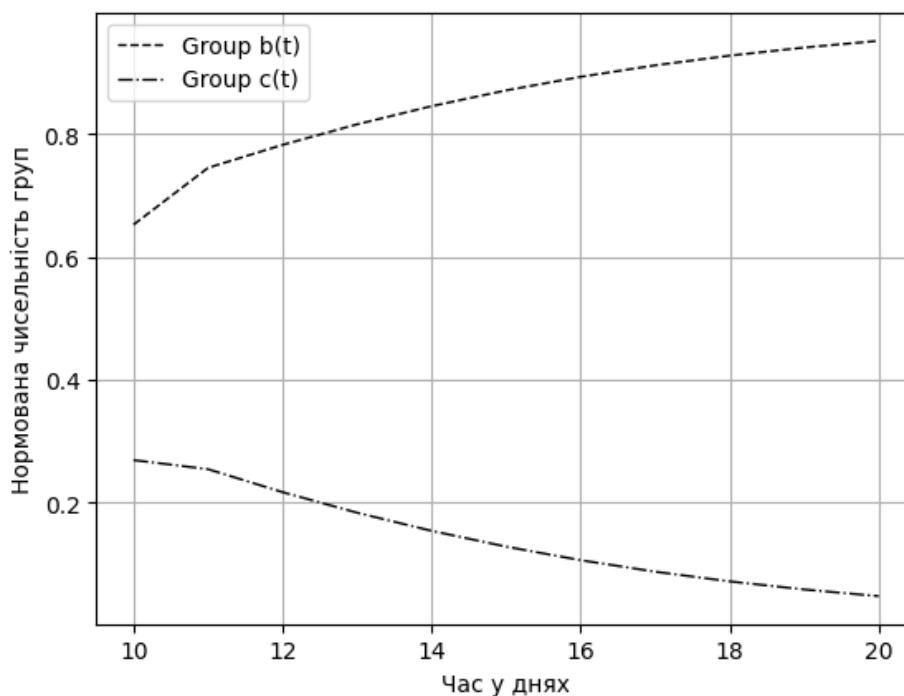


Рисунок 3.5 – Другий етап при високому початковому рейтингу

Далі розглянемо другий випадок з високим початковим антирейтингом. Вектор нормованої чисельності у цьому випадку має значення

$$G_1 = [0.338, 0.587].$$

Після обчислень можна побачити результати на рис.3.6. Результати загалом є доволі втішними, адже після досягнення рівності показників рейтингу та антирейтингу на першому етапі зміни відбуваються виключно в кращий бік.

Якщо точніше для множини $b(t)$ можна спостерігати лінійне зростання, що помітно збільшує початковий показник рейтингу. У свою чергу для множини $c(t)$ спостерігається лінійне спадання. Такі результати роблять кандидата конкурентноспроможним навіть при виборах в один тур. Але слід зауважити, що ситуація може помітно погіршитися, якщо зросте негативний вплив із боку противників.

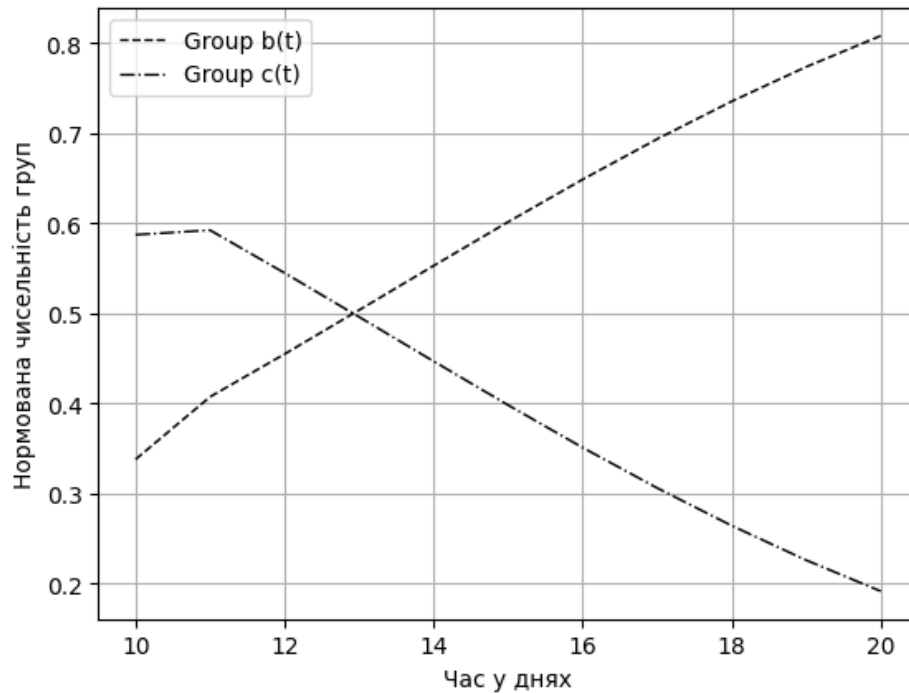


Рисунок 3.6 – Другий етап при високому початковому антирейтингу

Тепер змодельюємо ситуації, де було високе початкове значення нейтрально налаштованих виборців. Отже, в цьому випадку на початку обчислень маємо такі значення

$$G_1 = [0.297, 0.626].$$

За результатами на рис.3.7 можемо зробити наступні висновки: на момент часу $t = 11$ значення антирейтингу $c(t)$ досягає свого піку, після чого починає зменшуватися.

Для показника рейтингу $b(t)$ характерне поступове зростання. І найголовніше в момент часу $t = 18$ значення рейтингу та антирейтингу стають рівними, після чого $b(t)$ продовжує збільшуватися, а $c(t)$ зменшуватися. Такий результат є загалом позитивною динамікою для кандидата, але знову ж таки менш ймовірний в реальній ситуації з великою кількістю суперників, а також у випадку, коли є суперник із значної початковою підтримкою.

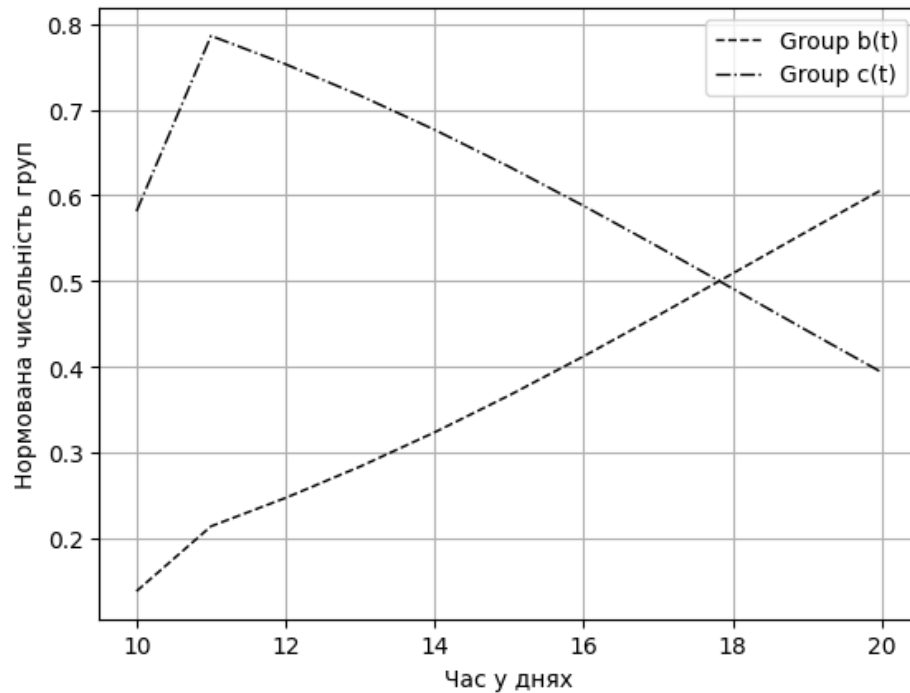


Рисунок 3.7 – Другий етап при великій кількості нейтральних

Останньою розглянемо ситуацію із збільшеним негативним інформаційним впливом. У цьому випадку значення констант β_2 та θ_1 і вектор G_1 будуть мати наступні значення

$$G_1 = [0.305, 0.612], \quad \beta_2 = 0.5, \quad \theta_1 = 0.5.$$

Графік нормованої динаміки зміни рейтингу та антирейтингу довіри для ситуації зі збільшеним негативним інформаційним впливом показано на рис.3.8. Після проведених обчислень очевидно, що результати не мають особливих відмінностей порівняно з проведеними на першому етапі моделювання.

На графіку ми бачимо, що показник рейтингу залишається доволі низьким, а показник антирейтингу високим, тобто наближено маємо

$$b(t) \approx 0.2, \quad c(t) \approx 0.8.$$

І як видно на рис.3.8 з часом це не змінюється. Тобто за результатами двох етапів можна сказати, що високий негативний інформаційний вплив

майже напевне гарантує кандидату поразку. Тобто таку ситуацію треба уникати, роблячи більшу кількість інформаційних впливу для підтримки або кандидатам треба пересвідчитись у тому, що їх репутація відповідає очікуванням виборців до початку передвиборчих перегонів.

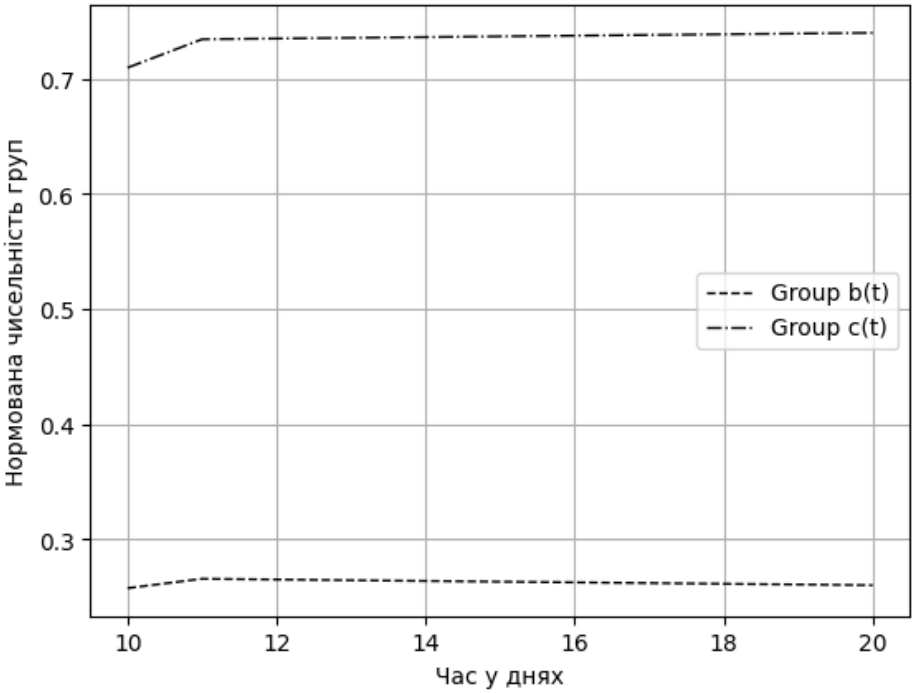


Рисунок 3.8 – Другий етап при збільшенні констант β_2, θ_1

Тож підсумовуючи усі проведені експерименти, можна зробити висновок, що найвигіднішою є ситуація, коли кандидат має високий початковий рейтинг порівняно з антирейтингом, бо саме при таких початкових даних множина $b(t)$ завжди має більшу чисельність ніж $c(t)$ і вони не стають рівними в жодний з моментів часу.

Висновки до розділу 3

У цьому розділі було проведено чисельний експеримент для оцінки коректності роботи створеної моделі.

Для початку було введено початкові параметри, які не змінювалися впродовж обох етапів моделювання, ці параметри були підібрані шляхом попереднього аналізу та тестування на довільних даних. Далі на основі статистичних даних минулих виборів було обрано вхідні дані для кожної з описаних ситуацій.

Розроблена програма для проведення обчислень і візуалізації результатів у виді графіків. Проведені розрахунки для чотирьох описаних ситуацій у два етапи.

Проаналізовано отримані результати чисельного експерименту на предмет відповідності реальним виборчим ситуаціям.

ВИСНОВКИ

У даній роботі було досягнуто таких результатів: проведено аналіз опублікованих джерел за тематикою досліджень, що стосується математичного моделювання соціально-політичних процесів. Обрано дві найбільш відповідні поставленій задачі моделі — Кумара Мізри та Рікера.

Розроблено математичну модель для аналізу динаміки рейтингів довіри політичних діячів, яка враховує взаємодію трьох груп населення: прихильників, противників та нейтрально налаштованих, а також враховує інформаційний вплив, що здійснюється на виборців. Модель базується на системі диференціальних рівнянь, що описують зміну чисельності цих груп у часі.

Проведено чисельні експерименти для різних початкових умов та параметрів моделі. Досліджено вплив інформаційних повідомлень на зміну рейтингу довіри до політичного діяча. Результати показали, що ефективність кампанії значно залежить від початкових умов та параметрів моделі, таких як коефіцієнти переходу між множинами.

Аналіз результатів чисельних експериментів показав, що: високий початковий рейтинг значно знижує ефективність негативних інформаційних впливів. Велика кількість нейтральних громадян може значно змінити кінцевий результат у залежності від напрямку їхньої активізації.

Таким чином, результати даної роботи дозволяють краще зрозуміти механізми формування та зміни рейтингів довіри політичних діячів, а також розробити ефективні стратегії інформаційних кампаній для впливу на громадську думку. Проведені дослідження можуть бути застосовані під час передвиборчих перегонів для прогнозування шансів кандидата на успіх, а також стратегічних кроків, які треба здійснити.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Копась, І. М. Диференціальні рівняння. 2018. <http://eir.zntu.edu.ua/handle/123456789/3376>.
2. Саакян К.А., Математичні моделі в біології: дипломна робота ... бакалавра: 124 Системний аналіз, Київ, 2021, 95 с., <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/45274>.
3. Misra A.K., A simple mathematical model for spread of two political parties, *Nonlinear Anal. Model. Control* **17** (2012), no. 3, 343–354.
4. Ricker W.E., Stock and recruitment, *J. Fisheries Res. Board Canada* **11** (1954), no. 5, 559–623.
5. Суспільно-політичні настрої населення України: січень-лютий 2019 р. [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://www.kiis.com.ua/?lang=ukr&cat=reports&id=823&page=1&y=2019&m=2>
6. Політичний рейтинг. [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%96%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%B9_%D1%80%D0%B5%D0%B9%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%B3
7. Антирейтинги політиків та кандидатів у президенти України. [Електронний ресурс] / Режим доступу: https://ukraine-elections.com.ua/uk/socopros/politicians_antirating
8. Центр прикладних досліджень. [Електронний ресурс] / Режим доступу: <https://cpd.com.ua/uk/>

ДОДАТОК А ТЕКСТИ ПРОГРАМ

А.1 Етап 1

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Кількість днів
t = 14

# Початкові умови
v = np.zeros(t+1)
b = np.zeros(t+1)
c = np.zeros(t+1)
x = np.zeros(t+1)

# Початкові значення для v(t), b(t), c(t), x_t
v[0] = 0.386
b[0] = 0.388
c[0] = 0.226
x[0] = 5.0

# Визначення функцій
def f(xt):
    return np.cos(xt)

def g(xt):
    return 1 / np.pi * np.arctan(xt)

# Параметри константи
beta_2 = 0.2
theta_1 = 0.3
```

```

# Параметри моделі для  $x_{t+1}$ 
r = 2.5
p = 0.5
z = 0.5
k = 100.0

# Ітерації за часом
for i in range(t):
    xt = x[i]
    vt = v[i]
    bt = b[i]
    ct = c[i]

    # Оновлення  $v(t)$ : лише зменшення
    v_new = vt - f(xt) * vt * bt - beta_2 * vt * ct
    if v_new < 0:
        v_new = 0 # Слідкуємо, щоб v не стало від'ємним
    elif v_new > vt:
        v_new = vt # Слідкуємо, щоб v не збільшувалося

    # Оновлення  $b(t)$  та  $c(t)$ 
    b_new = bt + f(xt) * vt * bt -
        theta_1 * bt * ct + g(xt) * ct * bt
    c_new = ct + beta_2 * vt * ct +
        theta_1 * bt * ct - g(xt) * ct * bt

    # Нормалізація, щоб  $v + b + c = 1$ 
    remaining = 1 - v_new
    total = b_new + c_new
    b[i+1] = b_new / total * remaining
    c[i+1] = c_new / total * remaining

```

```
v[i+1] = v_new

# Оновлення x(t)
x[i+1] = xt * (1 - z) * np.exp(1 - xt / k) + p * xt

# Побудова графіка
time = np.arange(0, t+1, 1)
plt.plot(time, v, "k-", linewidth=1, label='Group v(t)')
plt.plot(time, b, "k--", linewidth=1, label='Group b(t)')
plt.plot(time, c, "k-.", linewidth=1, label='Group c(t)')

plt.xlabel('Час у днях')
plt.ylabel('Нормована чисельність груп')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()
```


ДОДАТОК Б ТЕКСТИ ПРОГРАМ

Б.1 Етап 2

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Кількість днів
t = 20

# Початкові умови
v = np.zeros(t+1)
b = np.zeros(t+1)
c = np.zeros(t+1)
x = np.zeros(t+1)

# Початкові значення для v(t), b(t), c(t), x_t
v[0] = 0.386
b[0] = 0.388
c[0] = 0.226
x[0] = 5.0

# Визначення функцій
def f(xt):
    return np.cos(xt)

def g(xt):
    return 1 / np.pi * np.arctan(xt)

# Параметри константи
beta_2 = 0.5
theta_1 = 0.5
```

```

# Параметри моделі для  $x_{t+1}$ 
r = 2.5
p = 0.5
z = 0.5
k = 100.0

# Ітерації за часом до  $t = 10$ 
for i in range(10):
    xt = x[i]
    vt = v[i]
    bt = b[i]
    ct = c[i]

    # Оновлення  $v(t)$ : лише зменшення
    v_new = vt - f(xt) * vt * bt - beta_2 * vt * ct
    if v_new < 0:
        v_new = 0 # Слідкуємо, щоб  $v$  не стало від'ємним
    elif v_new > vt:
        v_new = vt # Слідкуємо, щоб  $v$  не збільшувалося

    # Оновлення  $b(t)$  та  $c(t)$ 
    b_new = bt + f(xt) * vt * bt - theta_1 * bt * ct +
        g(xt) * ct * bt
    c_new = ct + beta_2 * vt * ct + theta_1 * bt * ct -
        g(xt) * ct * bt

    # Нормалізація, щоб  $v + b + c = 1$ 
    remaining = 1 - v_new
    total = b_new + c_new
    b[i+1] = b_new / total * remaining
    c[i+1] = c_new / total * remaining

```

```

v[i+1] = v_new

# Оновлення x(t)
x[i+1] = xt * (1 - z) * np.exp(1 - xt / k) + p * xt

# Значення на t=10
b_start = b[10]
c_start = c[10]
x_start = x[10]

# Масиви для нових значень
b_new = np.zeros(t-10+1)
c_new = np.zeros(t-10+1)
x_new = np.zeros(t-10+1)

# Початкові значення для нових масивів
b_new[0] = b_start
c_new[0] = c_start
x_new[0] = x_start

# Ітерації за часом від t = 10 до t = 20
for i in range(t-10):
    xt = x_new[i]
    bt = b_new[i]
    ct = c_new[i]

    # Оновлення b(t) та c(t)
    b_next = bt - theta_1 * bt * ct +
        g(xt) * ct * bt
    c_next = ct + theta_1 * bt * ct -
        g(xt) * ct * bt

```

```

# Нормалізація, щоб  $b + c = 1$ 
total = b_next + c_next
b_new[i+1] = b_next / total
c_new[i+1] = c_next / total

# Оновлення  $x(t)$ 
x_new[i+1] = xt * (1 - z) * np.exp(1 - xt / k) + p * xt

# Побудова графіка
time_new = np.arange(10, t+1, 1)
plt.plot(time_new, b_new, "k--", linewidth=1, label='Group b(t)')
plt.plot(time_new, c_new, "k-.", linewidth=1, label='Group c(t)')

plt.xlabel('Час у днях')
plt.ylabel('Нормована чисельність груп')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.show()

```