

## **АЕРОДИНАМІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ КРИЛА НЕКЛАСИЧНОЇ ФОРМИ В ПЛАНІ**

### **Вступ**

Глобальне зменшення аеродинамічного опору можливе лише за рахунок зменшення індуктивного опору. На даний момент в авіації широко використовуються такі способи зменшення негативного індуктивного впливу: використання V-подібності [1], геометричної та аеродинамічної крутки [2], використання кінцевих закінцівок, гребневих закінцівок, напливів, кінцевих аеродинамічних поверхонь (КАП), вихрегенераторів та вихрегенераторів-дефлекторів [3, 4].

Проблемою оптимізації геометрії крила, особливо питаннями щодо зменшення індуктивної складової швидкості займалися як вітчизняні, так і закордонні вчені. Наприклад, у роботах таких авторів, як Мхітарян [1] та Прицкер [2] рекомендується використовувати вихрогенератори, а в роботах закордонних вчених Уорда та Ейнфорда [3] – КАП.

Класичною роботою з даної теми є праця Шубауєра та Спангенберга [4]. У працях [5-8] наведені результати досліджень ефективності генераторів вихрів різних типів.

У відомих науково-технічних виданнях відсутні вказівки щодо використання генераторів вихрів у вигляді хвильового напливу на передній кромці, але найближчим аналогом будемо вважати працю Ударцева та Щербоноса [9], в ході досліджень якої в аеродинамічній трубі були проведені випробування моделі відсіку крила з установленими на передню кромку генераторами вихрів.

### **Постановка задачі**

На відміну від вищезазначених широковживаних способів, пропонується переведення негативної складової роботи індуктивних вихорів на підвищення аеродинамічної якості. Це досягається шляхом використання крила із хвильовою формою передньої кромки, яке наведене на рис. 1.

Наукова новизна роботи полягає в використанні нового підходу для зменшення індуктивної складової швидкості шляхом вибору змінної

геометрії крила в передній його кромці, а також в застосуванні аналітичного підходу щодо моделювання геометрії крила в плані.

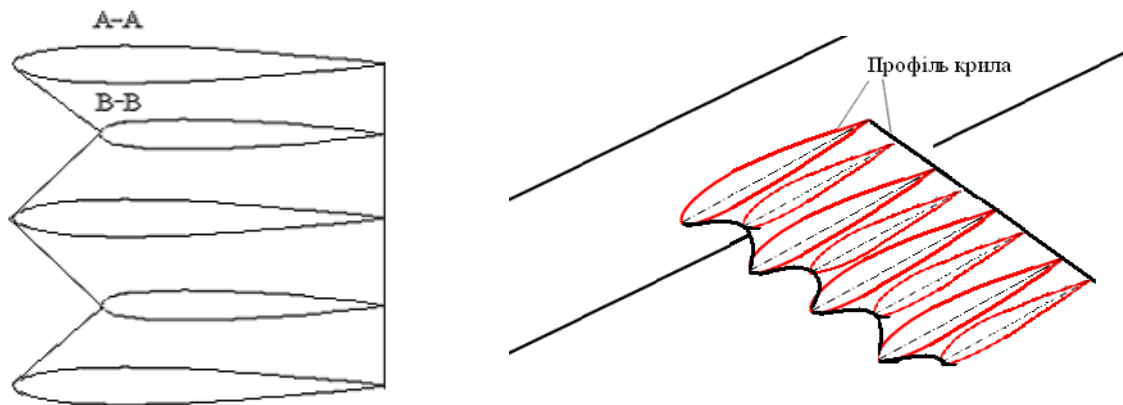


Рис. 1. Схематичне зображення моделі крила із хвиляподібною формою передньої кромки

### Опис підходу

Для досягнення вказаної мети в роботі поставлені та виконані наступні задачі:

- аналіз існуючих методів щодо боротьби із індуктивними вихорами [1-8];
- вибір та обґрунтування підходу щодо створення геометрії крила;
- геометричне проектування хвиляподібного крила;
- математичне моделювання хвиляподібного крила;
- розрахунок аеродинамічних характеристик;
- аналіз одержаних результатів та отримання математичної моделі, що дозволила б на основі аеродинамічних параметрів крила визначити його оптимальні геометричні характеристики.

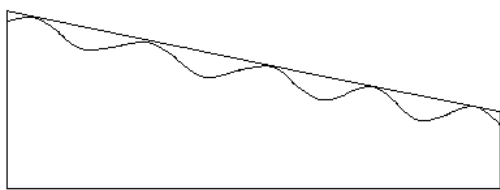
В роботі розглядаються 4 конфігурації передньої кромки в залежності від кількості хвиль:



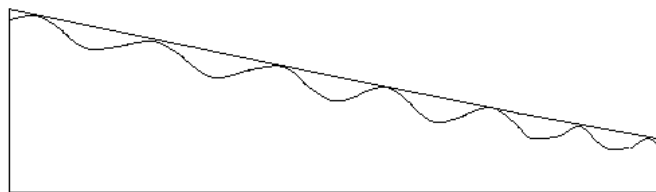
а) крило з 2-ма хвилями;



б) крило з 3-ма хвилями;



е) крило з 5-ма хвилями;



з) крило з 7-ма хвилями;

Рис. 2. Конфігурації обчислюваних моделей крила

В даній роботі обраховуватися буде лише модель с двома хвилями. Розглянемо методику визначення індуктивної швидкості через циркуляцію, оскільки вона суттєво впливає на опір.

Будемо розглядати рух навколо вихрової пелени на великій відстані позаду крила, не враховуючи швидкості потоку  $V_0$ , що в цілому відповідає дійсності в тому випадку, коли крило переміщується в нерухомому середовищі [10].

Позначимо через  $w'$  вертикальну індуковану швидкість безпосередньо на пелені; у випадку, що розглядається, вона в 2 рази більша значення ( $w' = 2w$ ) [10], визначеного за формулами індуктивної швидкості та індуктивного опору ( $w = \frac{1}{4\pi} \int_B^A \frac{d\Gamma}{dy} \cdot \frac{dy}{y - \eta}$ ,  $R = \frac{\rho}{4\pi} \int_B^A \int_B^A \Gamma \frac{d\Gamma}{dy} \cdot \frac{dy d\eta}{y - \eta}$ ) [10], тому що в цьому випадку можна прийняти пелену вільних вихрів такою, що простирається в нескінченність як вперед, так і назад.

Слід  $BA$  пелени на нормальній по відношенню до неї площини  $Oyz$  (рис. 3) являє собою лінію розриву для компоненти  $v'$  швидкості по осі  $Oy$ .

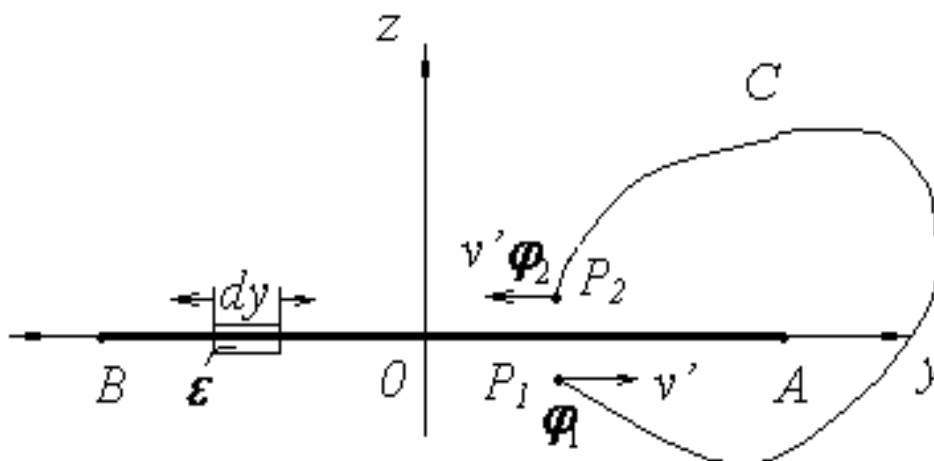


Рис. 3. Лінія розриву для компоненти  $v'$  швидкості по осі  $Oy$

Насправді, ця швидкість переходить від значення  $v'$  в точці  $P_1$  до значення  $(-v')$  в точці  $P_2$ , де точки  $P_1$  та  $P_2$  лежать відповідно на нижній та на верхній поверхнях вихрового шару (пелени) та мають одну й ту ж абсцису  $y$ . В силу симетрії ці швидкості рівні за абсолютною величиною. В тій же точці з абсцисою  $y$  вихрова напруга смужки  $dy$ , значення якої на одиницю довжини позначалось через  $\gamma$  ( $\gamma = -\frac{d\Gamma}{dy}$ ), виникає через циркуляцію навколо прямокутного елемента, висотою якого є товщина шару  $\varepsilon$ , а шириною  $dy$  (рис. 1):

$$\gamma dy = v' dy - \varepsilon w' + v' dy + \varepsilon w' = 2v' dy \quad (1)$$

отже,

$$\gamma = -\frac{d\Gamma}{dy} = 2v'. \quad (2)$$

Течія навколо плоскої пелени є плоскопаралельний безвихровий рух, тобто керований потенціалом швидкостей: позначив цей потенціал через  $\phi$ , отримаємо:

$$w' = 2w = \frac{\partial \phi}{\partial z}; \quad v' = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (3)$$

звідки видно, що похідна від  $\phi$  по  $y$  зазнає розриву при перетині відрізка  $BA$ :

$$\left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{z=-\frac{\varepsilon}{2}} = v'; \quad \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{z=\frac{\varepsilon}{2}} = -v'. \quad (4)$$

Розглянемо контур  $C$  із крайніми точками в  $P_1$  і  $P_2$ , оточуючий всі смужки від точки з координатою  $y$  до точки  $A$ . Циркуляція навколо цього контуру дорівнює  $\Gamma$ , так як загальна напруга охоплених контуром смужок дорівнює повній циркуляції навколо крила в перетині з координатою  $y$ . Приймаючи до уваги основні теореми о циркуляції, отримаємо наступну важливу рівність:

$$\Gamma = \int_C (v' dy + w' dz) = \int_C \left( \frac{\partial \phi}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi}{\partial z} dz \right) = \int_2^1 d\phi = \phi_1 - \phi_2. \quad (5)$$

Іншими словами,  $\phi$  – багатозначна функція для будь-якого контуру, який перетинає відрізок  $BA$ ; тим часом, для контуру, який оточує повністю весь слід  $BA$ ,  $\phi$  є однозначною функцією, так як циркуляція навколо цього контуру дорівнює нулю. Потенціал  $\phi$  однозначний і прямує до нуля в

нескінченності, відповідно величині  $\frac{1}{r}$ , де  $r$  – відстань від початку координат, швидкість же прямує до нуля, як  $\frac{1}{r^2}$ .

### Розподілення циркуляції при заданій індукованій швидкості

Було встановлено, що циркуляція, яка відповідає точці з координатою  $y$ , дорівнює різниці  $\phi_1 - \phi_2$  між значеннями потенціалу швидкостей (5). Отже задача полягає в тому, щоб знайти функцію  $\phi$ , регулярну у всій зовнішній області зовні відрізка  $BA$  і такою, що приймає постійне значення у нескінченності, причому її похідна повинна мати задані значення на контурі  $BA$  ( $\frac{\partial \phi}{\partial z} = w' = 2w$ ). Ми будемо вирішувати цю задачу елементарним способом, тим же методом, який застосовується при вирішенні задач, пов'язаних з рівнянням Прандтля [11]

$$(\Gamma = kcV_0(\alpha - \frac{1}{4\pi V_0} \int_B^A \frac{d\Gamma}{dy} \cdot \frac{dy}{\eta - y})).$$

Позначимо через  $b$  розмах крила і положимо, що:

$$y = -\frac{b}{2} \cos \theta. \quad (6)$$

Розкладемо вираз для циркуляції у ряд Фур'є. Так як циркуляція є непарною функцією від  $\theta$  (тобто змінює знак, коли  $\theta$  змінює знак) [10], ми можемо написати, що

$$\Gamma = 2bV_0 \sum_1^m A_n \sin n\theta; \quad \frac{d\Gamma}{d\theta} = 2bV_0 \sum_1^m nA_n \cos n\theta. \quad (7)$$

Позначимо через  $w$  індуковану швидкість в довільній точці  $\eta$  розмаху, причому координату  $\eta$  можна також представити у формі (8)

$$\eta = -\frac{b}{2} \cos \psi. \quad (8)$$

В цьому випадку значення  $w$  подається рівняннями про індуктивну швидкість і опір:

$$w = \frac{1}{4\pi} \int_B^A \frac{d\Gamma}{dy} \cdot \frac{dy}{\eta - y} = \frac{V_0}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sum nA_n \cos n\theta}{\cos \theta - \cos \psi} d\theta. \quad (9)$$

Але можна написати, що

$$\int_0^\pi \frac{\cos n\theta}{\cos \theta - \cos \psi} d\theta = \pi \frac{\sin n\psi}{\sin \psi} \quad (10)$$

звідси слідує

$$w = \frac{V_0}{\sin \psi} \sum_1^m n A_n \sin n\psi. \quad (11)$$

Таким чином, якщо  $w$  задано вздовж розмаху (рис. 4),

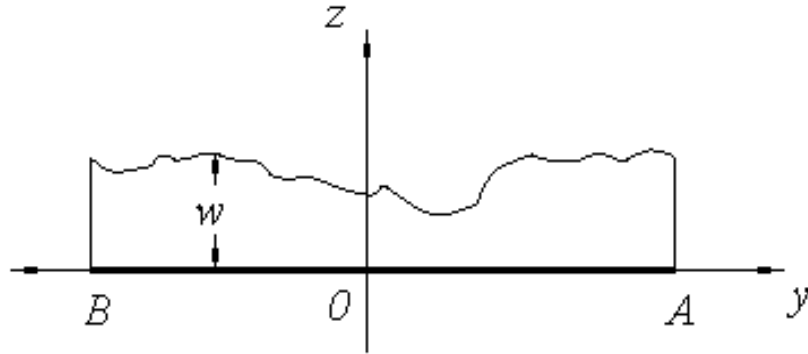


Рис. 4. Індукована швидкість вздовж розмаху крила  
то  $w \sin \psi$  треба розкласти в ряд Фур'є:

$$w \sin(\psi) = V_0 \sum_1^m B_n \sin(n\psi) \quad (12)$$

та коефіцієнти  $A_1, A_2 \dots A_m$  у виразі для  $\Gamma$  визначаються з рівностей

$$A_1 = B_1, \quad A_2 = \frac{B_2}{2} \dots A_m = \frac{B_m}{m}. \quad (13)$$

Припустимо, що індукована швидкість змінюється вздовж розмаху по параболічному закону

$$w = kV_0 \left[ 1 + \left( \frac{2\eta}{b} \right)^2 \right] = kV_0 (1 + \cos^2 \psi) = kV_0 (1,5 + 0,5 \cos(2\psi)) \quad (14)$$

звідси

$$w \sin \psi = V_0 (1,25k \sin \psi + 0,25k \sin(3\psi)). \quad (15)$$

Отже

$$A_1 = 1,25k, \quad A_3 = \frac{0,25k}{3}, \quad A_2 = A_4 = A_5 = \dots = A_m = 0. \quad (16)$$

В цьому випадку циркуляція  $\Gamma$  визначається рівністю

$$\Gamma = 2bV_0(1,25k \sin \psi + \frac{0,25}{3}k \sin 3\psi). \quad (17)$$

Якщо індукована швидкість постійна, саме  $w = w_0 = kV_0 = const$ , то можна положити, що

$$w \sin \psi = V_0 \frac{w_0}{V_0} \sin \psi \quad (18)$$

звідси слідує еліптичний закон зміни циркуляції

$$\Gamma = 2bV_0 \frac{w_0}{V_0} \sin \psi = 2bw_0 \sqrt{1 - (\frac{2\eta}{b})^2} = \Gamma_0 \sqrt{(1 - \frac{2\eta}{b})^2}. \quad (19)$$

### Умова мінімального індуктивного опору на крилі

Надзвичайно важливо визначити, як повинна змінюватися циркуляція вздовж розмаху, щоб індуктивний опір крила був мінімальним при заданій підйомній силі.

Вперше рішення цієї задачі було дано Мунком [10] методом варіаційного числення, але ми використовуємо елементарний доказ Бетца [11].

Нехай  $P$  і  $R$  – відповідно підйомна сила та опір крила

$$P = \rho V_0 \int_B^A \Gamma dy = const, \quad R = \rho V_0 \int_B^A w \Gamma dy. \quad (20)$$

Нам треба знайти при заданій повній підйомній силі таке розподілення циркуляції  $\Gamma$ , яке відповідало б мінімальному опору.

Уявимо, що нам заздалегідь відомо це оптимальне розподілення; через  $\delta P_1$  позначимо додатковий несучий елемент, який добавляється в деякій точці з координатою  $y_1$ . Щоб повна підйомна сила зберігала задане значення, необхідно додати ще інший несучий елемент  $\delta P_2$  в точці з координатою  $y_2$ , рівний за величиною першому елементу, але маючий протилежний знак:

$$\delta P_1 + \delta P_2 = 0. \quad (21)$$

Додавання цих двох елементів не змінює розподілення індукованих швидкостей далеко позаду крила, точніше, можна знехтувати зміною індукованою швидкості, як величиною другого порядку. В результаті,

позначив через  $w_1$  та  $w_2$  відповідні індуковані швидкості, отримаємо додатковий індуктивний опір, значення якого буде наступним:

$$\delta R = \frac{w_1}{V_0} \delta P_1 + \frac{w_2}{V_0} P_2 = \frac{w_1 - w_2}{V_0} \delta P_1. \quad (22)$$

Але ми заздалегідь передбачили, що розподілення циркуляції оптимально, тобто, що воно відповідає мінімальному опору. Отже, будь-яка елементарна зміна індуктивного опору відносно цього мінімального значення дорівнює нулю ( $\delta R = 0$ ), звідки слідує, що

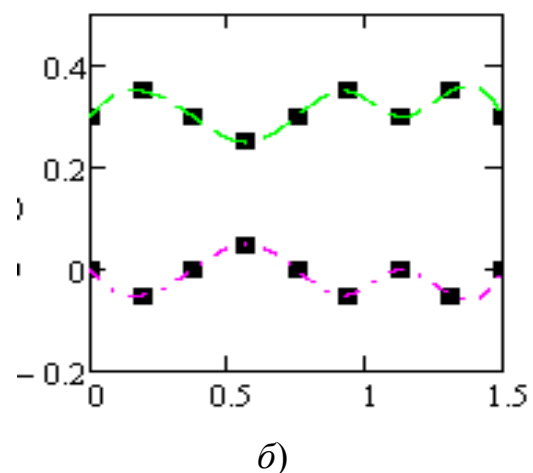
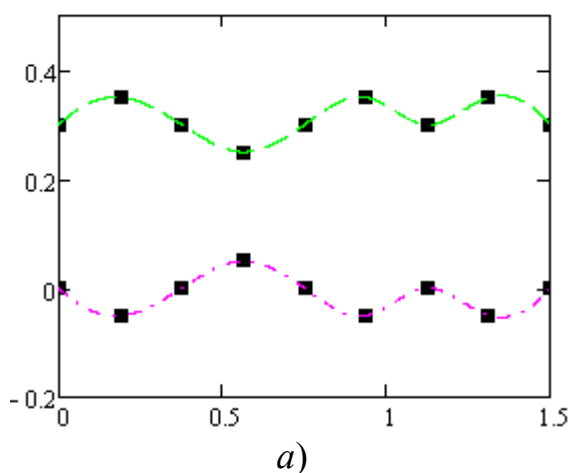
$$w_1 = w_2 = w_0 = \text{const}. \quad (23)$$

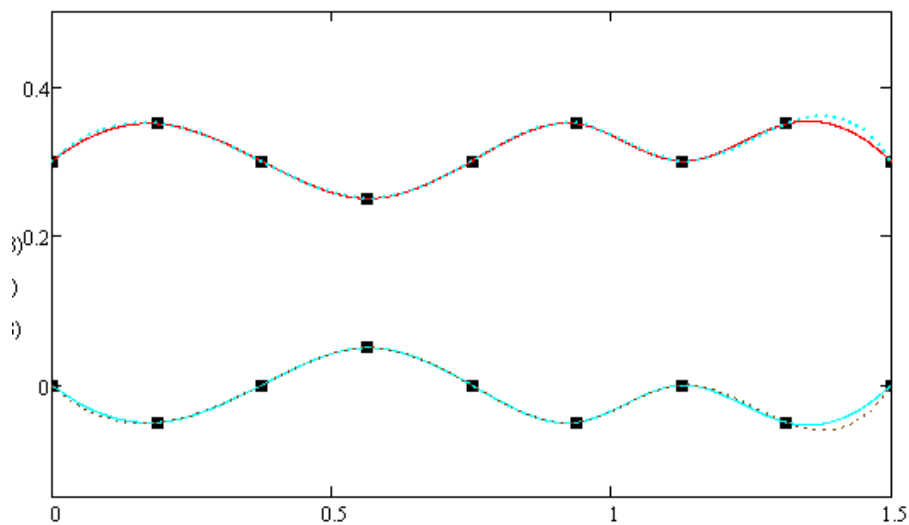
Результат: індуктивний опір крила буде мінімальним, якщо індукована швидкість постійна вздовж розмаху. З встановленого нами вище виразу (4) слідує, що  $\Gamma$  в цьому випадку змінюється за еліптичним законом:

$$\Gamma = \Gamma_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2} = 2bw_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2y}{b}\right)^2}. \quad (24)$$

Для підтвердження теоретичної частини проведемо математичний експеримент.

За допомогою програмного пакету «MathCad» задамо основні параметри та апроксимуємо модель крила двома способами: квадратичним та кубічним сплайном. Отримаємо вигляд крила в виді спереду.





в)

Рис. 5. Апроксимація моделі крила а) квадратичним сплайном; б) кубічним сплайном; в) загальна картина

Далі буде проводитися розрахунок двох видів крил – звичайного та хвилеподібного. Для всіх обчислень та розрахунків надалі розглядатимемо симетричний профіль NASA-0012. Профіль із подібною товщиною та характеристиками досить часто використовується у авіації. Даний профіль обрано для наочності, та знання точного аналітичного виразу кривої, що описує профіль крила (він буде використовуватись далі).

Розрахуємо характеристики аеродинамічного профілю NASA-0012 за допомогою програми „Profili”.

Початкові дані для розрахунку:

- швидкість потоку  $M=0.6(208\text{ м/с})$ ;
- висота польоту  $H=1000\text{ м}$ ;
- густина повітря  $1,11\text{ кг/м}^3$  (на заданій висоті);

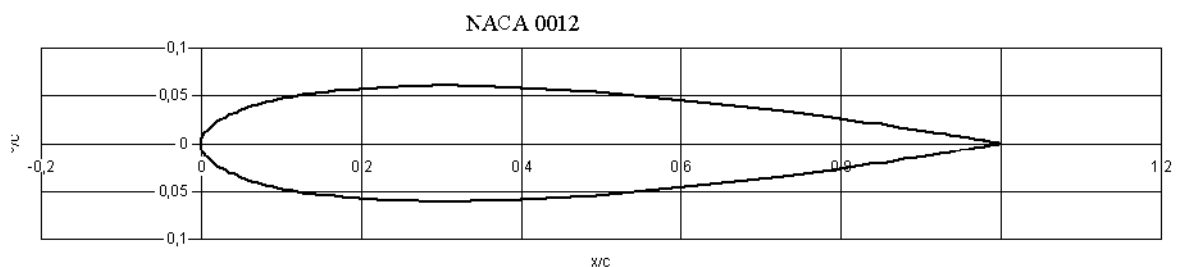


Рис. 6. Профіль NASA-0012

- геометрія крила: (коренева хорда  $l = 2787\text{ мм}$ , довжина  $b = 13560\text{ мм}$ , товщина  $\delta = 334.5\text{ мм}$ );
- число Рейнольдса  $Re = 3940000$ .

Змоделюємо один з варіантів хвилеподібного крила в аеродинамічному програмному пакеті. Апроксимуємо крило та виділимо певну кількість відсіків. За допомогою програми „Leonov” задамо характеристики крила та створимо його модель – змоделюємо 4 відсіки апроксимованого крила:

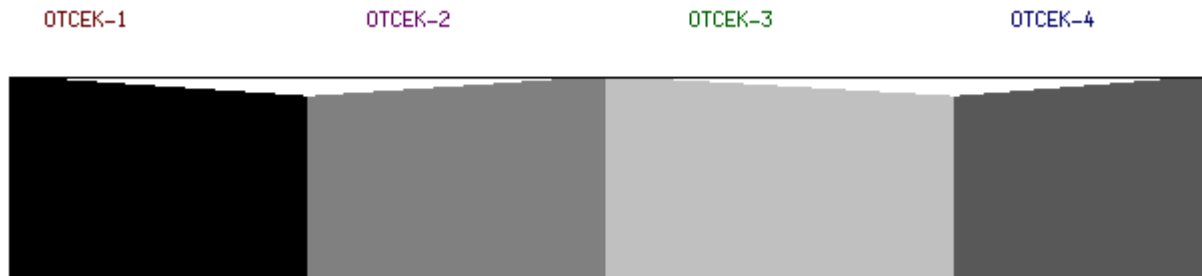


Рис. 7. Хвилеподібне крило. Розрахункова модель

Тепер знайдемо сітку розподілу коефіцієнту відносного тиску по звичайному крилу та по хвилеподібному:

Тобто у випадку звичайного крила  $P_{отн} = 5,03$ , а у випадку хвилеподібного крила  $P_{отн} = 5,3$ . Таким чином, ми можемо бачити, що перевага в розподілі тиску хвилеподібного крила над звичайним складає 6,5%.

## Висновки

Результат роботи – запропоноване крило суттєво нової геометричної форми та обґрунтування доцільності його використання, шляхом проведення математичного експерименту; тобто отримання експериментального підтвердження доцільності впровадження хвильового профілю. А також отримання моделі обтікання крила, що дозволить на основі головних параметрів крила визначити його оптимальні характеристики.

Попередній аеродинамічний розрахунок показав, що з використанням такої форми крила, що складається з двох хвилеподібних секцій, приріст  $C_p$  достатньо значний. Досліджуючи геометрію запропонованого крила і розподілення швидкостей повітряного потоку по його поверхні, робимо висновок про те, що приріст  $C_p$ , пов'язаний зі згасанням індуктивної складової швидкості, яка наявна при обтіканні повітряним потоком крила скінченного розмаху та використання цієї циркуляції для покращення аеродинамічних характеристик. Хвилеподібна форма передньої форми крила ефективно затулює відрив потоку та значно збільшує надкритичні значення  $C_y$ .

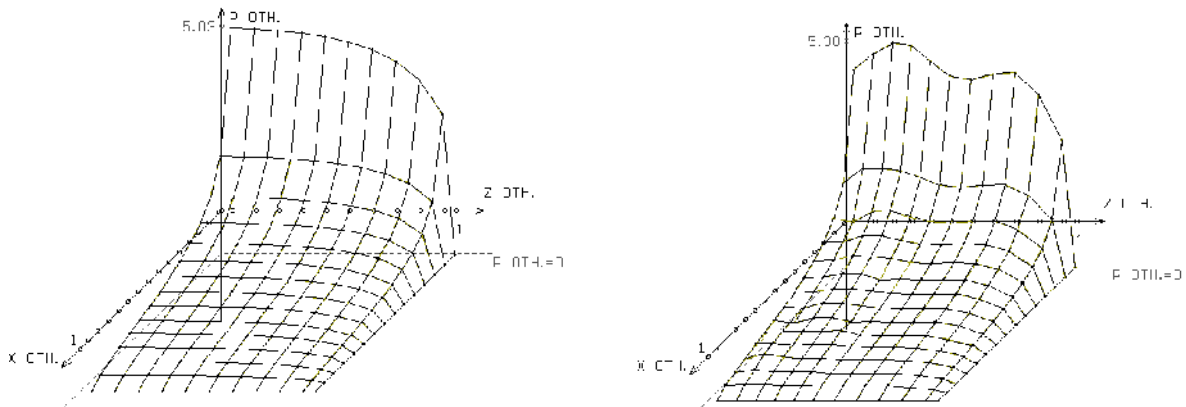


Рис. 8. Графік розподілу тиску по профілю прямого та хвилюподібного крил

### Практичне значення одержаних результатів

Отримані результати роботи можуть бути застосовані конструкторськими бюро для створення крил (або лопатей) із покращеними аеродинамічними характеристиками. Крім того ці результати можуть бути використані як рекомендації щодо модифікації методики розрахунку суттєво нових видів крил.

### Список використаної літератури

1. Мхитарян, А.М. Аэродинамика. [Текст] / А. М. Мхитарян //- М.: Машиностроение, 1976. - 448 с.
2. Прицкер, Д.М. Аэродинамика. [Текст] / Д. М. Прицкер, Г. И. Сахаров //- М.: Машиностроение, 1968. – 252.
3. T. D. Ward "Design Parameters for Flow Energizers" [Text] / T. D. Ward and R. S. Einford //J. Aircraft, vol. 22, N 6, 1995.
4. Schubauer, G. Forced mixing in boundary layers [Text] / G. Schubauer, W. Spangenberg //Journal of Fluid Mechanics No. 8, 1960, PP. 10-32.
5. McCullough, G.B. Preliminary investigation of the delay of turbulent flow separation by means of wedge-shaped bodies [Text] / G. B. McCullough // NACA R & MA 50L12.
6. Storms, B.L. Lift Enhancement of an Airfoil Using a Gurney Flap and Vortex Generators [Text] / B. L. Storms & C. S. Jang // Journal of Aircraft, Vol. 31, No. 3. May – June 1994, pp 542-547.
7. Lin, J.C., Howard F.G. & Selby G.V. Small Submerged Vortex Generators for Turbulent Flow Separation Control [Text] / J. C. Lin, F. G. Howard & G. V. Selby // Journal of Aircraft, Vol. 27, No. 5. Sep – Oct 1990, pp 502-507.

8. *Dayton, A.* Investigation of Vortex Generators for Augmentation of Wind Performance [Text] / A. Dayton // National Renewable Energy Laboratory 1617 Cole Blvd. Golden, CO 80401-3393. December 1996.-77p.
9. *Щербонос, А. Г.* Экспериментальное исследование крыла с генераторами вихрей. [Текст]/ А. Г. Щербонос, Е. П. Ударцев //Аэродинамика: проблемы и перспективы. Сб. научных трудов. Вып. 2. – Харьков: ХАИ, 2009, с. 194-201.
10. *Карафоли, Е.* Аэродинамика крыла самолета. [Текст] / Е. Карафоли //Е.: Изд-во АН СССР 1956: 480.
11. *Прандтль, Л.* «Гидроаэромеханика», перевод со второго немецкого издания Г.А. Вольперта [Текст]/ Л. Прандтль// Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика», 2000.