

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ

**КУРСОВА РОБОТА
РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ**

Навчальний посібник

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
як навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра
за освітньою програмою
«Інжиніринг зварювання, лазерних та споріднених технологій»
спеціальності G9 «Прикладна механіка»

Укладач: О.В. Прохоренко

Електронне мережеве навчальне видання

2-ге видання, перероблене і доповнене

Київ
КПІ ім. Ігоря Сікорського
2026

УДК 624.014.078.45.044(075.8)
П84

Укладач *Прохоренко Одарка Володимирівна, канд. техн. наук, доц.*

Рецензент *Коваль В.В., канд. техн. наук, доц., КПІ ім. Ігоря Сікорського*

Відповідальний
редактор *Перепічай А.О., канд. техн. наук*

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського
(протокол №7 від 08.05.2026 р.)
за поданням вченої ради Навчально-наукового інституту матеріалознавства
та зварювання імені Є. О. Патона
(протокол №03/26 від 08.04.2026 р.)*

Прохоренко О. В.

П84 **Механіка матеріалів і конструкцій. Курсова робота [Електронний ресурс] :**
рекомендації до виконання : навч. посіб. для здобувачів ступеня бакалавра за
освіт. програмою «Інжиніринг зварювання, лазерних та споріднених
технологій» спеціальності G9 Прикладна механіка / О.В. Прохоренко ; КПІ ім.
Ігоря Сікорського. – Електрон. текст. дані (1 файл: 1,85 Мбайт). – Київ : КПІ
ім. Ігоря Сікорського, 2026. – 124 с.

У навчальному посібнику викладені мета і задачі курсової роботи. Сформульовано загальні вимоги і тематика курсової роботи, її склад, обсяг і структура. Наведений узагальнений зміст і методичні пояснення до виконання розділів курсової роботи. Надані рекомендації до виконання пояснювальної записки: структура, вимоги до оформлення тексту, розрахунків та додатків. Викладений порядок захисту і критерії оцінювання роботи. У додатках наведені приклади оформлення титульного аркушу і завдання на курсову роботу, а також особливості визначення розмірів пластичних зон для зварних з'єднань зі стиковими і кутовими швами і приклад розрахунків поздовжнього скорочення, залишкових зварювальних напружень і розмірів зон пластичних деформацій скорочення у зварній балці, розрахунки параметрів теплової правки для різних технологічних варіантів її виконання. Рекомендовано для студентів спеціальності G9 «Прикладна механіка» за освітньою програмою «Інжиніринг зварювання, лазерних та споріднених технологій».

УДК 624.014.078.45.044(075.8)

Реєстр. № НП 25/26-332. Обсяг 5,64 авт. арк.
Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів
і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2026

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
1. МЕТА І ЗАДАЧІ КУРСОВОЇ РОБОТИ.....	6
2. ЗАВДАННЯ І ТЕМАТИКА КУРСОВОЇ РОБОТИ	7
3. СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ	8
4. ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	10
5. ЗАХИСТ І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ.....	15
6. УЗАГАЛЬНЕНИЙ ЗМІСТ РОЗДІЛІВ КУРСОВОЇ РОБОТИ	16
6.1. Визначення геометричних характеристик поперечного перерізу зварної балки	16
6.2. Визначення залишкового прогину балки від зварювання поздовжніх швів.....	17
6.3. Розрахунок параметрів теплової правки прогину поздовжньої осі зварної балки	18
7. МЕТОДИЧНІ ПОЯСНЕННЯ ДО РОЗДІЛІВ КУРСОВОЇ РОБОТИ.....	20
7.1. Методичні пояснення до розділу 1	20
7.2. Методичні пояснення до розділу 2	25
7.3. Методичні пояснення до розділу 3	31
7.3.1. Задача теплової правки типу I.....	31
7.3.2. Задача теплової правки типу II.....	36
7.3.3. Задача теплової правки типу III.....	43
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	47
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ	48
Додаток А Приклад оформлення титульного аркуша	49
Додаток Б Приклад завдання на курсову роботу	50
Додаток В Залежності для обчислення коефіцієнту k_2	51
Додаток Г Приклад розрахунку розмірів зон пластичних поздовжніх деформацій скорочення у зварній балці за методом Трочуна	52

Додаток Д Особливості розрахунку ширини пластичної зони за методом Трочуна у різних типах зварних з'єднань.....	59
Додаток Е Приклад розрахунку розмірів зони пластичних поздовжніх деформацій скорочення у зварній балці за методом Ніколаєва	66
Додаток Ж Розрахунок параметрів теплової правки для різних технологічних схем її виконання	100

ВСТУП

Курсова робота з дисципліни «Механіка матеріалів і конструкцій» передбачена навчальним планом підготовки за спеціальністю G9 Прикладна механіка для освітньої програми «Інжиніринг зварювання, лазерних та споріднених технологій».

Основою для виконання курсової роботи є знання з освітніх компонентів «Механіка матеріалів і конструкцій. Частина 1. Опір матеріалів», «Механіка матеріалів і конструкцій. Частина 2. Напруження та деформації у зварних з'єднаннях і конструкціях» і таких фундаментальних дисциплін як «Вища математика», «Теоретична механіка», «Теоретичні основи теплотехніки».

Виконання курсової роботи формує у студентів уміння та навички самостійної роботи для вирішення інженерних питань, які пов'язані з утворенням у конструкціях під час зварювання напружень та деформацій, формує майбутнього інженера зварювального виробництва, як технолога з широким спектром теоретичних і практичних уявлень про можливості даної галузі знань, її методи, коло вирішуваних задач. Робота сприяє проявленню і розвитку творчої індивідуальності майбутнього фахівця, поглибленню його технічного мислення в області механізмів та кінетики термодеоформаційних процесів під час зварювання, розширенню загальної інженерної ерудиції. Курсова робота є важливим етапом у підготовці висококваліфікованих інженерних кадрів широкого профілю для зварювального виробництва, які мають відповідати високим вимогам сучасного науково-технічного прогресу і бути гнучкими у прийнятті рішень у разі зміни напрямків розвитку промисловості та господарства країни.

1. МЕТА І ЗАДАЧІ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Метою виконання курсової роботи є поглиблення, розширення, систематизація та закріплення студентами теоретичних і практичних знань з освітнього компонента «Механіка матеріалів і конструкцій. Частина 2. Напруження та деформації у зварних з'єднаннях і конструкціях», а також набуття навичок у використанні цих знань для вирішення конкретних інженерних задач з розрахунку напружено-деформованого стану зварних з'єднань або конструкцій, з розробкою заходів для зменшення залишкових напружень та деформацій, і оцінкою їх впливу на якість конструкцій.

Задачами курсової роботи є навчання студентів методиці комплексного підходу до всебічного і глибокого аналізу поставленої розрахункової задачі стосовно визначення напружень, деформацій і переміщень у зварній конструкції, методиці правильного вибору розрахункових схем на основі фізичних уявлень про механізм розвитку термодформаційних процесів під час зварювання, вибору раціональних способів розв'язання задачі, умінню користуватися і самостійно працювати з технічною літературою, сучасною обчислювальною технікою та системами математичних розрахунків.

2. ЗАВДАННЯ І ТЕМАТИКА КУРСОВОЇ РОБОТИ

Тематика курсової роботи пов'язана з розрахунком напружень, деформацій та переміщень, які утворюються після зварювання одномірних зварних конструкцій. Кожен студент виконує індивідуальний варіант завдання на курсову роботу.

Завдання складається з ескізу довгомірної конструкції з усіма необхідними розмірами і позначеннями місць виконання зварних швів, наведений режим зварювання, матеріал, перелік питань для розробки. Робота оформляється відповідно до вимог, викладених у даному навчальному посібнику. В окремих випадках, за бажанням студента йому може бути видане оригінальне завдання на курсову роботу, пов'язане з науково-дослідною роботою кафедри за госпдоговірною або держбюджетною тематикою тощо. Зміст роботи в залежності від варіанта завдання може включати розгляд певних питань, орієнтовно з такого переліку: розрахунок деформацій у площині зварюваних конструктивних листових елементів одномірної конструкції; в окремих випадках розрахунок деформацій із площини зварюваних листів (кутові деформації); розрахунок деформацій поздовжнього скорочення та прогинів одномірної конструкції від зварювання поздовжніх і поперечних швів; розрахункову оптимізацію за критерієм нульового залишкового прогину погонної енергії зварюванні швів другої черги; розрахунок параметрів термічної правки одномірної конструкції локальним нагрівом; розрахунок напружень в основних елементах одномірної конструкції. Керівник роботи видає завдання на роботу, графік її виконання, надає студенту методичну допомогу в розробці окремих питань, рекомендує необхідну літературу, консультує за розкладом, контролює хід виконання роботи і перевіряє її якість.

3. СТРУКТУРА КУРСОВОЇ РОБОТИ

Курсова робота складається з наступних елементів, розміщених у заданій послідовності:

- титульний аркуш (приклад див. у [додатку А](#));
- завдання на курсову роботу (приклад див. у [додатку Б](#));
- зміст;
- перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів;
- основна частина, яка поділена на розділи і підрозділи;
- висновки;
- перелік джерел посилання;
- додатки (рисунки, епюри, кресленики).

Зміст курсової роботи. Зміст подають на початку курсової роботи. Він містить найменування та номери початкових сторінок усіх розділів і підрозділів роботи, висновків, переліку посилань, додатків. Назви розділів не повинні повторювати назву роботи, а назви підрозділів не повинні збігатися з назвами розділів.

Перелік скорочень, умовних познач, одиниць і термінів. Перелік умовних позначень, символів, одиниць, термінів і аббревіатур може бути поданий у вигляді окремого списку, який розміщують перед основною частиною після змісту. Перелік умовних скорочень друкують у дві колонки: ліворуч за абеткою наводять використані позначення, праворуч - їх повну розшифровку.

Основна частина курсової роботи. Основна частина курсової роботи складається з трьох (у випадку індивідуального завдання можлива і більша кількість) розділів, кожен з яких поділяється на декілька підрозділів. Містить необхідні теоретичні положення, графіки, розрахунки тощо.

Висновки. У висновках коротко, в кількох окремих пунктах сформулювати, які питання були вивчені, наголосити на якісних та кількісних показниках здобутих результатів, обґрунтувати достовірність результатів дослідження, викласти рекомендації щодо їх використання для виготовлення одномірних зварних конструкцій. Висновки нумерують і розміщують безпосередньо після викладення тексту, починаючи з нової сторінки.

Перелік джерел посилання. Оформлення переліку джерел посилання виконують згідно ДСТУ 8302:2015 [1]. Перелік джерел посилання складають безпосередньо за друкованим текстом роботи. Перелік джерел посилання повинен мати наскрізну нумерацію має бути сформований у порядку появи відповідного посилання у тексті. Під час написання курсової роботи доцільно використовувати перший спосіб. Для посилання в тексті на першоджерела необхідно вказати у квадратних дужках порядковий номер, який відповідає переліку джерел посилання.

Додатки. Додатки оформлюють як продовження курсової роботи, розміщуючи їх у порядку появи посилань на них у тексті роботи. Кожен додаток починають з нової сторінки. Їм дають заголовки, надруковані вгорі малими літерами з першої великої симетрично стосовно тексту сторінки. Посередині рядка над заголовком малими літерами з першої великої друкується слово «Додаток ____» і велика літера, що позначає додаток. Додатки позначаються послідовно великими літерами української абетки, за винятком літер Ґ, Є, І, Ї, Й, О, Ч, Ъ, наприклад, додаток А, додаток Б і т. і. Якщо в роботі тільки один додаток, то його позначають як «Додаток А». У даний розділ включають такі допоміжні матеріали: опис комп'ютерних програм; розрахункові алгоритми; додаткові ілюстрації або таблиці допоміжних даних, епюри, креслення тощо [2].

4. ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Загальні вимоги. Курсову роботу виконують державною мовою і оформлюють згідно викладених у цьому розділі вимог. Велику увагу потрібно приділяти загальній мовній грамотності викладення матеріалу. В роботі повинні зберігатись загальноприйняті назви одиниць вимірювання, система позначення різних величин, а також правила складання бібліографії.

Робота, зазвичай, виконується з використанням персонального комп'ютера. Як виняток, робота може бути оформлена в рукописному варіанті.

Текст роботи друкують з одного боку на аркушах білого паперу формату А4 (210х297 мм), з полями таких розмірів: ліве - 30 мм, верхнє і нижнє - 20 мм праве - 10 мм. Абзацний відступ - 12,5 мм. Шрифт друку – «Arial» або «Calibri», кегль – 14, міжрядковий інтервал – 1,5. Шрифт друку повинен бути чітким, чорного кольору, середньої жирності, а щільність тексту роботи однаковою.

Під час друку неприпустимо переносити на нову сторінку чи залишати на попередній один рядок абзацу, що складається з декількох рядків.

Друкарські помилки, графічні неточності можна виправляти зафарбовуванням коректором.

Заголовки структурних частин курсової роботи «ЗМІСТ», «ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ, УМОВНИХ ПОЗНАК, ОДИНИЦЬ І ТЕРМІНІВ» «ВИСНОВКИ», «ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ», «ДОДАТКИ» та «НАЗВИ РОЗДІЛІВ» друкують великими літерами, напівжирним шрифтом розміру 14, посередині рядка, без крапки в кінці назви і відокремлюють від тексту роботи зверху і знизу одним міжрядковим

інтервалом. Заголовки і назви розділів не можна підкреслювати і переносити. Починати новий розділ необхідно з нового аркуша [2].

Назви підрозділів друкують з великої літери шрифтом розміру 14, з абзацу в підбір до основного тексту роботи. В кінці назви підрозділу крапка не ставиться [2].

Таблиці і рисунки слід розміщувати після їх першого згадування безпосередньо після тексту, де вони згадуються вперше або на наступній сторінці так, щоб їх можна було читати без повороту переплетеного блоку роботи або з поворотом за годинниковою стрілкою.

Нумерація. Нумерацію сторінок виконують арабськими цифрами без знаку “№” і без крапки в кінці. Номер ставиться зверху сторінки праворуч.

«Титульний аркуш», «Завдання» не нумеруються, але їм присвоюють першу і другу сторінки відповідно, і враховують у загальному обсязі роботи.

Нумерацію розділів виконують арабськими цифрами без знаку “№”, без крапки після цифри, наприклад:

«РОЗДІЛ 2 ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО ПРОГИНУ БАЛКИ ВІД ЗВАРЮВАННЯ ПОЗДОВЖНІХ ШВІВ» - назва другого розділу роботи.

Підрозділи нумеруються додатково арабськими цифрами в межах даного розділу і без крапки в кінці, наприклад:

1.3 Визначення поздовжнього скорочення балки - третій підрозділ першого розділу.

Аналогічно нумерують формули, рисунки, таблиці. Наприклад: **(3.2)** - друга формула третього розділу.

Нумерувати слід лише ті формули, на які є посилання в наступному тексті. Порядкові номери позначають арабськими цифрами

у круглих дужках біля правого берега сторінки на рівні відповідної формули.

Ілюстрації. Основними видами ілюстративного матеріалу в курсовій роботі є креслення, технічний рисунок, схема, діаграма і графік. Їх кількість визначається змістом роботи і повинна бути такою, щоб надати тексту конкретності і чіткості.

Кожна ілюстрація повинна мати назву, яка розміщується під ілюстрацією центровано, без крапки в кінці назви !

Назва ілюстрації починається зі слова «Рисунок» і своєю повнотою повинна відповідати на питання «що? де? коли?», наприклад:

Рисунок 1.1 – Кінетика температурних деформацій у поперечному
перерізі конструкції на стадії нагрівання

Не варто оформлювати посилання на ілюстрації як самостійні фрази, в яких лише повторюється те, що міститься у підписі. У тому місці, де викладається тема, пов'язана з ілюстрацією, і де читачеві треба вказати на неї, розміщують посилання виду: (рис. 2.1) або звороту типу: «...як це видно з рис. 2.1» або «...як це показано на рис. 2.1».

Як правило, ілюстрації виконують за допомогою комп'ютера. Для кращої наочності представлених графіків і діаграм доцільно використовувати кольоровий друк на принтері.

Таблиці. Кожна таблиця повинна мати назву і номер, яку розміщують над таблицею і друкують симетрично до тексту. Крапка в кінці назви таблиці не ставиться. Номер таблиці повинен складатися з номера розділу і порядкового номера таблиці, між якими ставиться крапка, наприклад:

Таблиця 1.2 – Параметри режиму зварювання поясних швів балки»

Струм, А	Напруга, В	Швидкість зварювання, мм/с	Коефіцієнт корисної дії
450	28	10	0,8

Якщо необхідно перенести частину таблиці на іншу сторінку слово «Таблиця» і її номер вказують один раз по центру рядка над першою частиною таблиці, а над іншими частинами пишуть слова «Продовження таблиці» і вказують її номер.

Всі дані у таблиці мають бути відцентровані за висотою і шириною. Заголовки граф таблиці повинні починатись з великої літери.

Формули. Для запису формул необхідно дотримуватися певних техніко-орфографічних правил. Набір формул здійснюють лише у відповідних формульних редакторах. Довгі та громіздкі формули, які мають у складі знаки суми, добутку, диференціювання, інтегрування розміщують на окремих рядках і виділяють з тексту вільними рядками. Це стосується також і всіх нумерованих формул. Короткі, однотипні формули, відокремлені від тексту, можна подати в одному рядку, а не одну під одною. Формули, що не мають самостійного значення, вписують всередині рядків тексту.

Групи рівнянь, що складають систему, об'єднують за допомогою парантезу (фігурна дужка), вістря якого знаходиться посередині групи формул і звернене в бік номера.

Перенесення у формулі здійснюють тільки на математичних знаках дій. Пояснення символів до формул наводять безпосередньо під ними в тій послідовності, в якій вони зустрічаються у формулі. Значення кожного символу і числового коефіцієнта подають з нового рядка.

Перший рядок пояснення починається зі слова «де» без двокрапки. Порядковий номер формули у кожному розділі поміщають на

рівні формули в круглих дужках. Номер формули при її перенесенні розміщують на рівні останнього рядка. Номер формули з дробом розміщують на рівні основної горизонтальної риски. Номер групи формул, об'єднаних парантезом, ставиться проти його вістря в кінці рядка.

Для представлення результатів розрахунків спочатку подають формулу у символічному вигляді, потім замість символів у тому ж порядку підставляють числові дані, далі записують відповідь і вказують розмірність обчисленого параметру.

5. ЗАХИСТ І КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Оформлену і перевірену курсову роботу здобувач представляє до захисту. Захист курсової роботи проводиться у встановлений термін, на засіданні комісії, яка створена розпорядженням завідувача кафедри і складається з керівника роботи та викладача відповідного профілю. Курсова робота, яка виконана несамотійно не приймається до захисту.

Під час оцінювання курсової роботи враховують послідовність і рівень мовної культури викладення матеріалу, оформлення і виконання роботи згідно графіка, змістовність доповіді і відповідей на запитання під час захисту курсової роботи, творчий підхід студента до застосування розрахункових методів, правильність виконаних розрахунків, ступінь самотійності у виконанні роботи, правильність оформлення роботи. Порушення вимог оформлення і графіка виконання роботи негативно впливає на стартову складову рейтингової системи оцінювання курсової роботи.

Рейтингова система оцінювання та критерії нарахування балів за курсову роботу наведені у силабусі до освітнього компонента «Механіка матеріалів і конструкцій. Курсова робота» на поточний навчальний рік.

У випадку невиконання роботи у встановлений термін студент повинен отримати дозвіл деканату на виконання роботи згідно новому завданню і виконати його за новим індивідуальним графіком.

6. УЗАГАЛЬНЕНИЙ ЗМІСТ РОЗДІЛІВ КУРСОВОЇ РОБОТИ

6.1. Визначення геометричних характеристик поперечного перерізу зварної балки

У першому розділі курсової роботи необхідно розрахувати геометричні характеристики поперечного перерізу зварної балки у такій послідовності:

- виконати прив'язку поперечного перерізу конструкції до осей довільної системи координат ξ, η , та зробити розбивку перерізу на прямокутні елементи;
- визначити площі поперечного перерізу всієї конструкції F та поперечного перерізу його прямокутних елементів F_i ;
- розрахувати координати ξ_i, η_i центрів прямокутних елементів поперечного перерізу конструкції;
- обчислити статичні моменти S_{ξ_i}, S_{η_i} прямокутних елементів поперечного перерізу конструкції відносно осей ξ, η ;
- розрахувати координати ξ_A, η_A центра поперечного перерізу конструкції, прив'язка центральних осей X, Y до перерізу конструкції;
- розрахувати координати x_i, y_i центрів конструктивних елементів поперечного перерізу конструкції в системі центральних осей координат X, Y ;
- обчислити моменти інерції J_X, J_Y, J_{XY} поперечного перерізу конструкції відносно центральних осей X, Y ;

- визначити кут β повороту головних осей U, V перерізу конструкції відносно центральних осей X, Y (у випадку несиметричних поперечних перерізів конструкції);
- обчислити моменти інерції J_U, J_V поперечного перерізу конструкції відносно головних осей U, V .

6.2. Визначення залишкового прогину балки від зварювання поздовжніх швів

У другому розділі курсової роботи необхідно розрахувати залишковий прогин поздовжньої осі зварної балки на основі параметрів напружено-деформованого стану зварної балки, розрахованих у такій послідовності:

- розрахувати ширину зони залишкових пластичних деформацій скорочення у кожному з конструктивних елементів поперечного перерізу конструкції, які з'єднуються поздовжніми швами;
- визначити площу $F_{пл}$ поперечного перерізу сумарної зони залишкових пластичних деформацій скорочення;
- обчислити залишкові реактивні стискальні деформації ε_p у реактивній зоні поперечного перерізу конструкції;
- визначити загальну сумарну усадочну силу P_w від всіх поздовжніх швів;
- розрахувати поздовжнє скорочення конструкції після зварювання;
- визначити координати ξ_B, η_B точки B прикладення у поперечному перерізі конструкції усадочної сили P_w ;
- розрахувати кут ϕ нахилу до осі X площини дії згинального моменту сумарної усадочної сили P_w від зварювання;

- визначити ексцентриситети e_x, e_y (або e_u, e_v для несиметричних перерізів конструкції) прикладення сумарної усадочної сили відносно центральних X, Y (або головних U, V) осей координат;
- обчислити згинальні моменти M_u, M_v від сумарної усадочної сили відносно головних осей U, V ;
- обчислити залишкові прогини конструкції f_x, f_y (або f_u, f_v для несиметричних перерізів конструкції) та сумарний прогин f ;
- виконати прив'язку векторів f_u, f_v та f до площини поперечного перерізу конструкції.

6.3. Розрахунок параметрів теплової правки прогину поздовжньої осі зварної балки

У третьому розділі курсової роботи необхідно визначити параметри теплової правки залишкового прогину поздовжньої осі зварної балки у такій послідовності:

- визначити тип задачі теплової правки залишкового прогину конструкції (тип I – з матеріальною точкою і принципово відомими її координатами у поперечному перерізі конструкції, в якій має бути прикладена сумарна усадочна сила теплової правки P_{pr} ; тип II – з нематеріальною (віртуальною) точкою прикладення сумарної усадочної сили правки P_{pr} , коли слід площини дії згинального моменту сумарної усадочної сили P_w від зварювання не перетинає зі сторони центра ваги поперечного перерізу конструкції жодного з його конструктивних елементів; тип III – з матеріальною точкою прикладення усадочної сили правки P_{pr} у поперечному перерізі конструкції, але з принципово невідомою однією з її координат);

- виконати аналіз (за умови коректності припущення про відсутність вигину одномірної конструкції під час теплової правки) деформованих станів з визначенням невідомих для рухомого квазістаціонарного стану у перерізі конструкції в зоні нагріву та залишкового стану у довільному поперечному перерізі конструкції з метою їх подальшого розрахунку;
- скласти систему рівнянь для визначення згаданих невідомих;
- визначити координати X_{pr}, Y_{pr} (точка С) прикладення у поперечному перерізі конструкції усадочної сили правки P_{pr} та ексцентриситету правки e_{pr} (для випадку перетину слідом площини згинального моменту сумарної усадочної сили від зварювання швів P_w конструктивного елемента у площині поперечного перерізу конструкції);
- визначити величини усадочних сил: P_w^* - зменшеної у процесі теплової правки усадочної сили від зварювання P_w , сумарної усадочної сили правки P_{pr_c} та її складових P_{pr_d} і P_{pr_g} , якщо маємо два місця нагріву для правки у перерізі конструкції (с, d і g - точки прикладення відповідно усадочних сил P_{pr_c} , P_{pr_d} і P_{pr_g} від теплової правки. Сила P_w (або P_w^*) прикладена у точці В. Центр ваги поперечного перерізу конструкції позначено точкою А;
- розрахувати поздовжнє скорочення конструкції після теплової правки залишкового прогину;
- обчислити температуру T_{pr} нагріву зони F_p^{pr} пластичних деформацій скорочення для теплової правки;
- визначити погонну енергію джерела нагрівання для теплової правки залишкового прогину конструкції.

7. МЕТОДИЧНІ ПОЯСНЕННЯ ДО РОЗДІЛІВ КУРСОВОЇ РОБОТИ

7.1. Методичні пояснення до розділу 1

Поперечний переріз балки необхідно умовно розбити на окремі конструктивні елементи (КЕ) і пронумерувати їх у зручному порядку. Надалі ця нумерація КЕ поперечного перерізу балки збережеться до кінця роботи і її не можна змінювати у кожному розділі. Очевидно, що у показаному на [рис. 7.1](#) поперечному перерізі балки наявні 5 прямокутних КЕ.

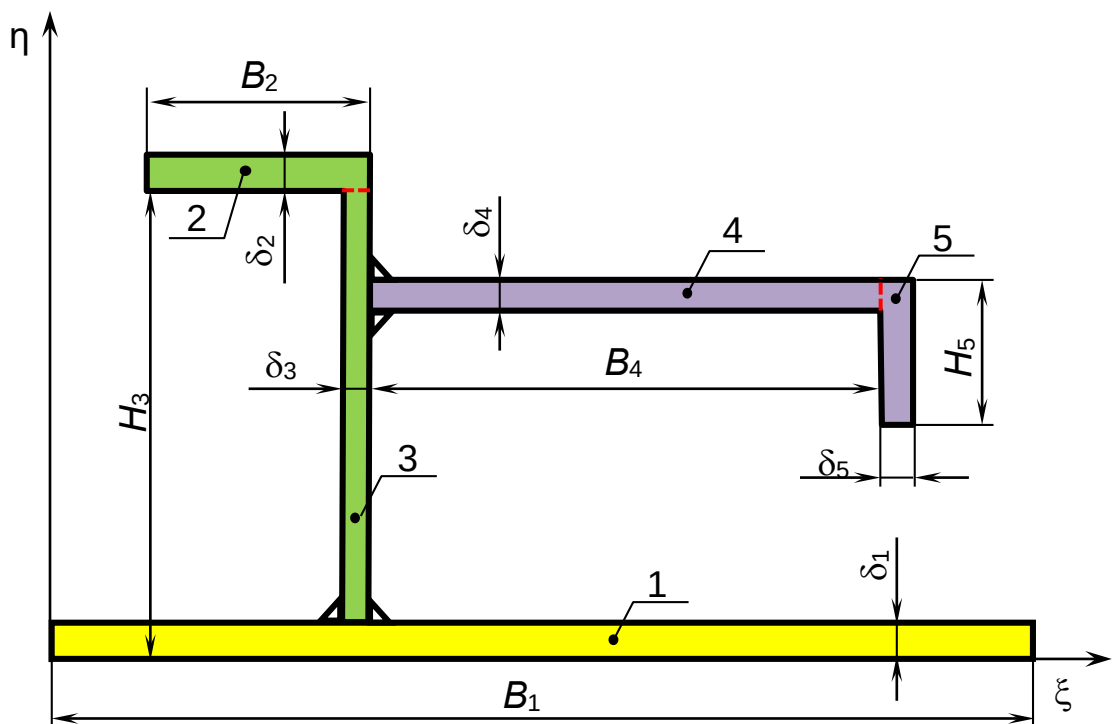


Рис. 7.1. Поперечний переріз зварної балки в довільній системі координат

Далі, виконаємо прив'язку довільної системи координат ξ, η до поперечного перерізу одномірної зварної конструкції, як показано на [рис.7.1](#). Доцільно початок системи довільної системи координат обирати таким чином, щоб переріз мав додатні координати центрів ваги

конструктивних елементів, якщо переріз несиметричний, в інших випадках початок слід розташовувати раціонально з урахуванням симетрії перерізу. Статичні моменти S_{ξ_i}, S_{η_i} прямокутних елементів поперечного перерізу конструкції відносно осей ξ, η відповідно до рис. 7.1 і 7.2 визначаються за такими залежностями:

$$S_{\eta 1} = B_1 \cdot \delta_1 \cdot \xi_1$$

$$S_{\xi 1} = B_1 \cdot \delta_1 \cdot \eta_1$$

$$S_{\eta 2} = B_2 \cdot \delta_2 \cdot \xi_2$$

$$S_{\xi 2} = B_2 \cdot \delta_2 \cdot \eta_2$$

$$S_{\eta 3} = H_3 \cdot \delta_3 \cdot \xi_3$$

$$S_{\xi 3} = H_3 \cdot \delta_3 \cdot \eta_3$$

$$S_{\eta 4} = B_4 \cdot \delta_4 \cdot \xi_4$$

$$S_{\xi 4} = B_4 \cdot \delta_4 \cdot \eta_4$$

$$S_{\eta 5} = H_5 \cdot \delta_5 \cdot \xi_5$$

$$S_{\xi 5} = H_5 \cdot \delta_5 \cdot \eta_5$$

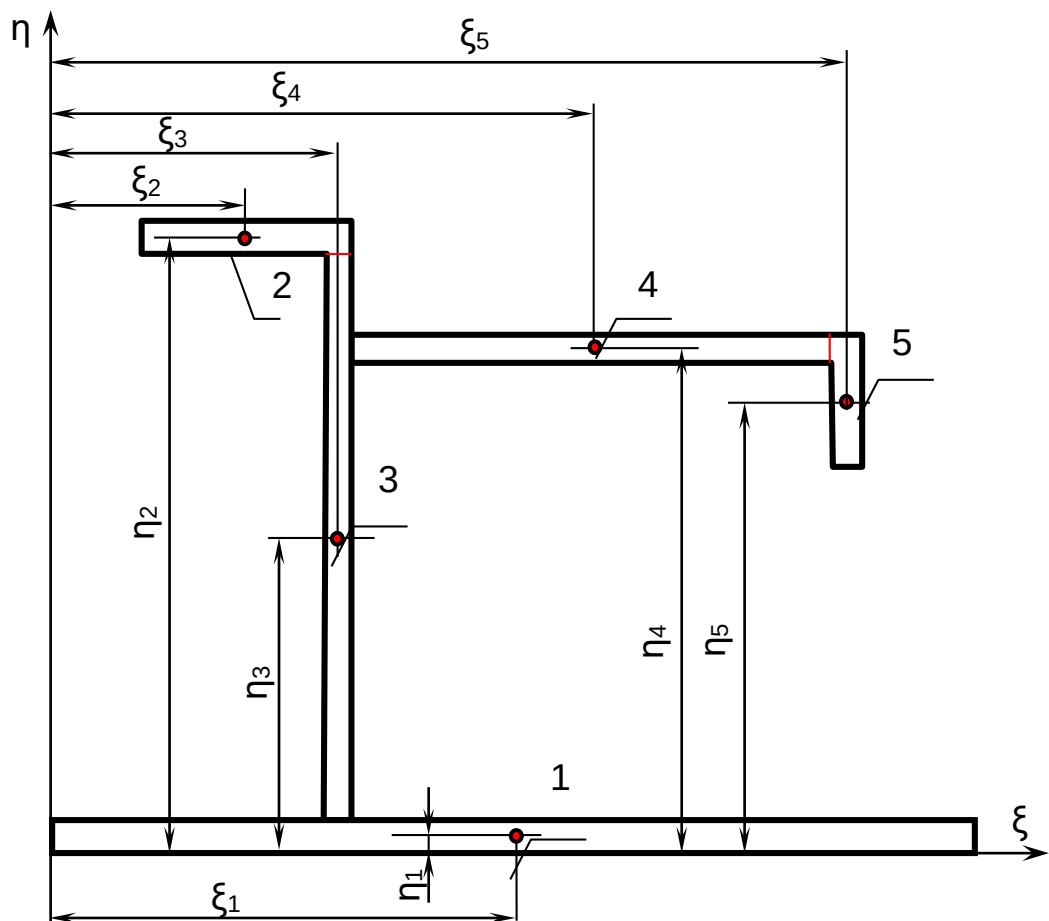


Рис. 7.2. Координати центрів ваги КЕ поперечного перерізу балки в системі довільних осей ξ, η

Далі розраховуємо сумарні статичні моменти $\Sigma S_{\xi i}$, $\Sigma S_{\eta i}$ поперечного перерізу балки. Координати ξ_A, η_A центра ваги (точка A) поперечного перерізу одновірної конструкції (рис.7.3) можна визначити за відомими розрахунковими залежностями з опору матеріалів [4].

$$\xi_A = \frac{\Sigma S_{\eta i}}{F}, \quad \eta_A = \frac{\Sigma S_{\xi i}}{F}.$$

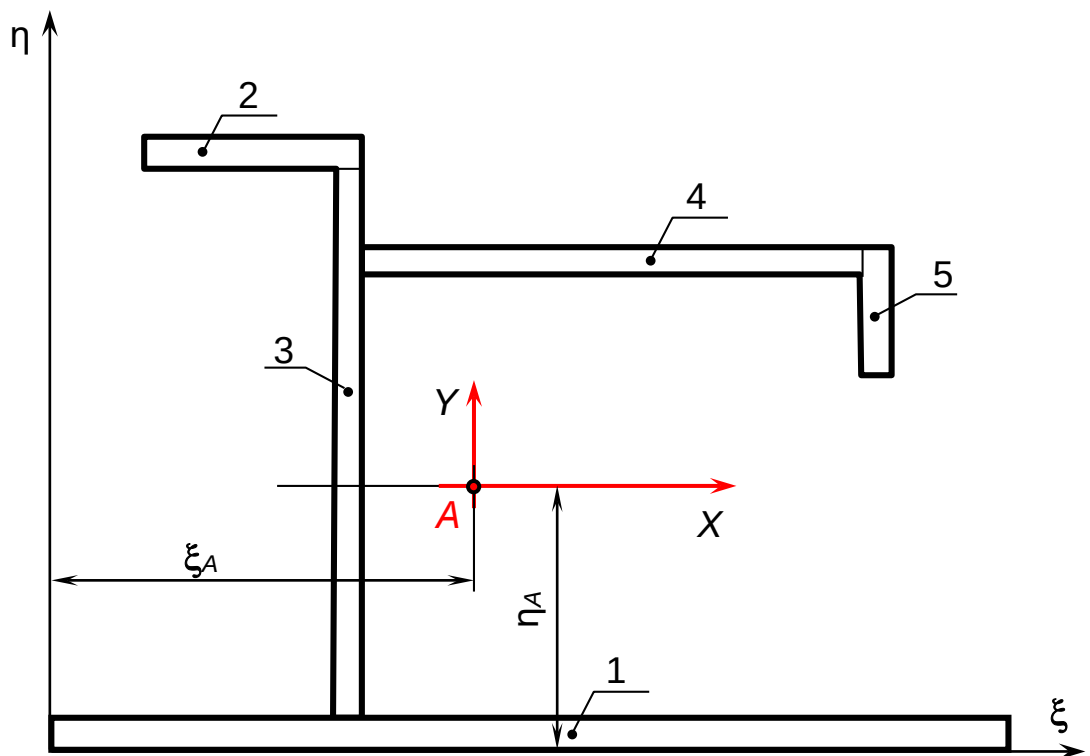


Рис. 7.3. Координати ξ_A, η_A центра ваги поперечного перерізу одновірної зварної конструкції в системі осей ξ, η

Координати x_i, y_i центрів конструктивних елементів поперечного перерізу конструкції в системі центральних осей координат X, Y [4]:

$$x_i = \xi_c - \xi_i, \quad y_i = \eta_c - \eta_i.$$

Моменти інерції J_x, J_y, J_{xy} поперечного перерізу конструкції відносно центральних осей X, Y [4]:

$$J_x = \Sigma J_{xi} = \Sigma (J_{xi} + F_i \cdot y_i^2),$$

$$J_y = \Sigma J_{yi} = \Sigma (J_{yi} + F_i \cdot x_i^2),$$

$$J_{xy} = \Sigma (F_i \cdot x_i \cdot y_i).$$

Кут β повороту головних осей U, V перерізу конструкції відносно центральних осей X, Y [4]:

$$\beta = \frac{1}{2} \cdot \arctg \frac{2 \cdot J_{xy}}{J_y - J_x}.$$

Якщо за розрахунками кут β має знак «-», то головні осі U, V необхідно повернути **за годинниковою стрілкою на кут β** відносно ортогональної системи центральних осей X, Y , в іншому випадку – при додатному значенні кута β («+»), головні осі UV необхідно повернути **проти годинникової стрілки на кут β** (рис.7.4).

Моменти інерції J_U, J_V поперечного перерізу конструкції відносно головних осей U, V [4]:

$$J_U = 0.5 \cdot \left[J_x + J_y \pm \sqrt{(J_y - J_x)^2 + 4 \cdot (J_{xy})^2} \right]$$

$$J_V = 0.5 \cdot \left[J_x + J_y \pm \sqrt{(J_y - J_x)^2 + 4 \cdot (J_{xy})^2} \right].$$

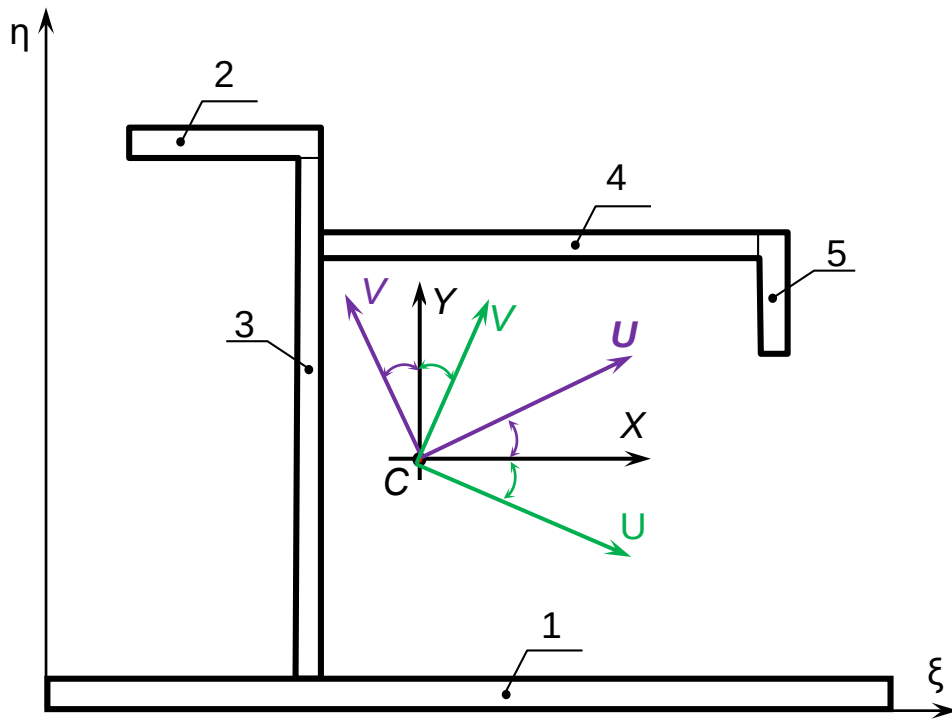


Рис. 7.4. Повернуті на кут β головні осі U, V
відносно центральних осей X, Y

Знаки «+» і «-» перед коренем слід обирати таким чином, щоб виконувались такі умови:

$$\text{якщо } J_X > J_Y, \text{ то } J_U > J_V$$

або

$$J_X < J_Y, \text{ то } J_U < J_V.$$

Для перевірки правильності розрахунків необхідно упевнитись, що:

$$J_X + J_Y = J_U + J_V.$$

7.2. Методичні пояснення до розділу 2

Ширина зони залишкових пластичних деформацій скорочення у кожному з конструктивних елементів, які з'єднуються поздовжнім швом, в одну сторону від умовно прийнятого центра введення тепла може бути наближено розрахована за інженерними методами, наведеними у [4].

1. За методом Трочуна (приклад розрахунку див. у [Додатку Г](#)):

$$bn_m = b1_m + b2_m = \frac{0.484 \cdot q_n}{\delta_o \cdot c_p \cdot 600} + \begin{cases} k_2 \cdot (\tilde{B}_m - b1_m), \text{ якщо } \tilde{B}_m < 350 \\ k_2 \cdot (350 - b1_m), \text{ якщо } \tilde{B}_m \geq 350, \end{cases}$$

де коефіцієнт k_2 визначається за графіком на [рис. 7.5](#) в залежності від питомої енергії нагріву під час зварювання шва $q_o = q_n / \delta_o$ для різних значень межі текучості σ_s матеріалу конструкції або його можна розрахувати за формулами з [Додатку В](#), отриманими на основі регресійного аналізу; $\delta_o = \sum \delta_k$ - сумарна товщина k конструктивних елементів, з'єднаних швом; $\tilde{B}_m$ - ширина конструктивного елемента зі сторони визначення bn_m ; m - кількість частин загальної площі перерізу ЗПДС $F_{пл}$, кожна з яких має площу перерізу поперечного $\tilde{F}_{плm} = bn_m \cdot \delta_m$, де δ_m - товщина m -го елемента на довжині bn_m ; c_p - об'ємна теплоємність зварюваного матеріалу (наприклад, для СтЗсп – 5,2 Дж/(см³·°C)).

Загальна площа $F_{пл}$ поперечного перерізу сумарної зони залишкових пластичних деформацій скорочення визначається за формулою:

$$F_{пл} = \sum (bn_m \cdot \delta_m).$$

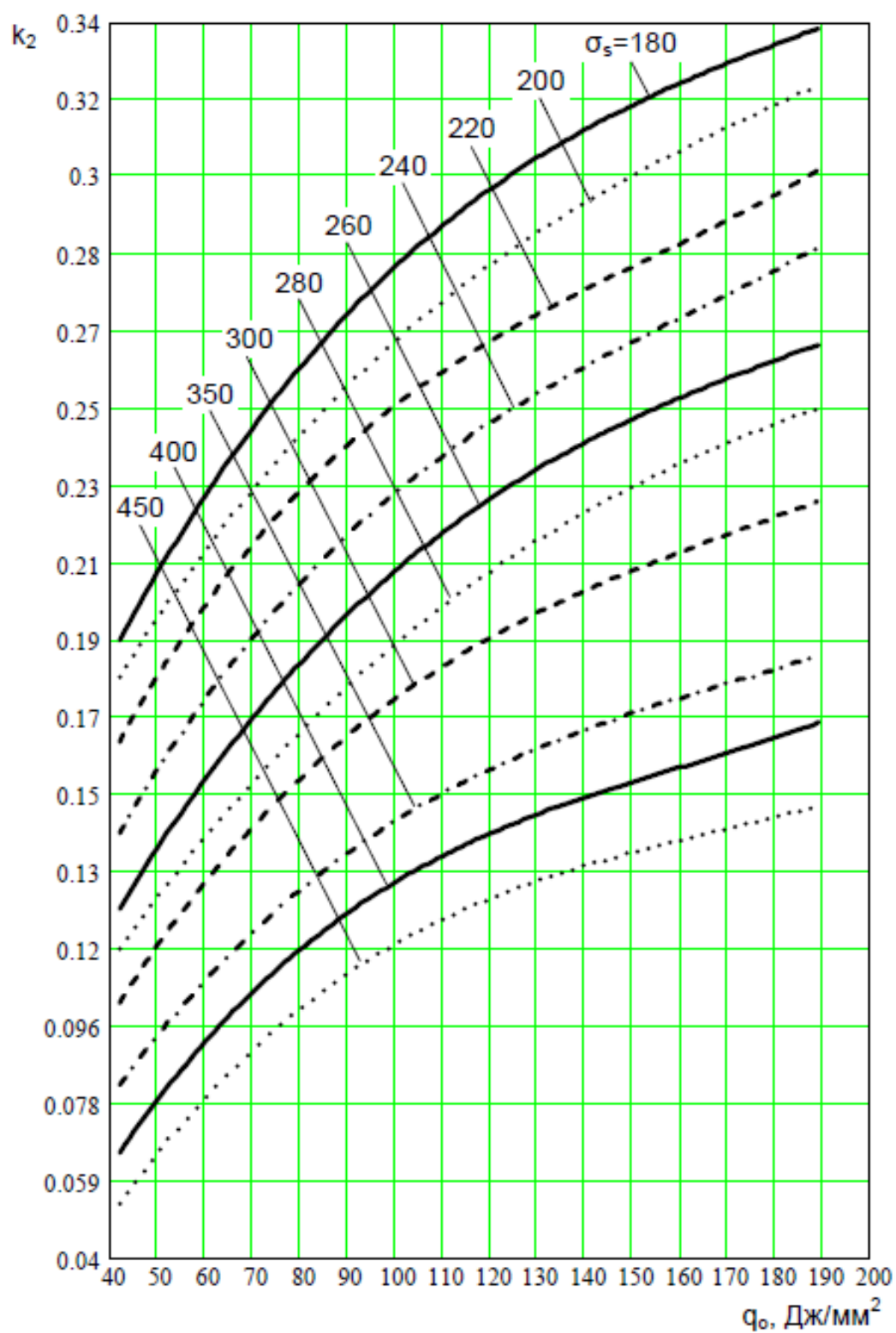


Рис. 7.5. Графіки для визначення коефіцієнту k_2 [3]

2. За методами Ніколаєва (приклад розрахунку див. у [Додатку Д](#)) та МСП (метод складних перерізів) параметри bn_m визначаються

шляхом складання і розв'язання спеціальних систем рівнянь. Усадочна сила P_w від поздовжньої усадки металу в межах площі $F_{пл}$ поперечного перерізу зони ЗПДС визначається в загальному випадку шляхом інтегрування по площі $F_{пл}$ залишкових пластичних деформацій скорочення, координати точки прикладення P_w у поперечному перерізі конструкції також визначаються інтегральним шляхом.

Залишкові реактивні стискальні деформації ϵ_p у реактивній зоні поперечного перерізу конструкції за умови зварювання без оснастки або зварювання в оснастці I-го типу (забезпечує один ступінь свободи на переміщення при нагріванні та охолодженні – лише поздовжні) визначаються за формулою [4]:

$$\epsilon_p = -\epsilon_s \cdot \frac{F_{пл}}{F - F_{пл}}$$

Загальна сумарна усадочна сила P_w від всіх поздовжніх швів за абсолютною величиною визначається:

1. За методом Трочуна [3]:

$$P_w = |\epsilon_p| \cdot E \cdot F \quad \text{або} \quad P_w = (\epsilon_s + |\epsilon_p|) \cdot E \cdot F_{пл},$$

де E - модуль пружності матеріалу конструкції,

2. За методами Ніколаєва та МСП [3] – шляхом інтегрування по площі $F_{пл}$ залишкових пластичних деформацій скорочення $\epsilon_{пл}$:

$$P_w = E \int_{(F_{пл})} \epsilon_{пл} dF.$$

Поздовжнє скорочення конструкції після зварювання визначається за формулою [3]:

$$\Delta L = \varepsilon_p \cdot L \quad \text{або} \quad \Delta L = \frac{P_w \cdot L}{E \cdot F}.$$

Координати ξ_B, η_B в системі осей ξ, η точки B прикладення у поперечному перерізі конструкції усадочної сили P_w визначаються:

1. У разі застосування методу Трочуна [3]:

$$\xi_B = \frac{\Sigma S_{\xi m}}{F_{\text{пл}}}, \quad \eta_B = \frac{\Sigma S_{\eta m}}{F_{\text{пл}}},$$

2. У разі застосування методу Ніколаєва або МСП [3]:

$$\xi_B = \frac{\int_{(F_{\text{пл}})} \varepsilon_{\text{пл}} \cdot \xi dF}{\int_{(F_{\text{пл}})} \varepsilon_{\text{пл}} dF}, \quad \eta_B = \frac{\int_{(F_{\text{пл}})} \varepsilon_{\text{пл}} \cdot \eta dF}{\int_{(F_{\text{пл}})} \varepsilon_{\text{пл}} dF},$$

Проекції e_x, e_y ексцентриситету на центральні вісі X, Y (або e_u, e_v на головні вісі U, V для конструкцій з несиметричними поперечними перерізами) прикладення сумарної усадочної сили визначаються в залежності від взаємного розташування центрів ваги поперечного перерізу конструкції і зони пластичних деформацій скорочення, а також кута повороту β головних осей [4]:

$$e_x = \xi_A - \xi_C,$$

$$e_y = \eta_A - \eta_C,$$

$$e_U = \cos(\phi - \beta) \sqrt{e_X^2 + e_Y^2},$$

$$e_V = \sin(\phi - \beta) \sqrt{e_X^2 + e_Y^2},$$

$$\phi = \arctg\left(\frac{e_Y}{e_X}\right),$$

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg \frac{2J_{XY}}{J_Y - J_X}.$$

Згинальні моменти M_X, M_Y (або M_U, M_V для несиметричних перерізів конструкції) сумарної усадочної сили відповідно відносно центральних осей X, Y (або головних осей U, V) [3]:

$$M_X = P_w e_Y,$$

$$M_Y = P_w e_X,$$

$$M_U = P_w e_U,$$

$$M_V = P_w e_V.$$

Примітка. Для обчислення згинальних моментів відносно відповідних осей необхідно пересвідчитись, що підставлені такі проєкції ексцентриситету, які є перпендикулярами до розглядуваної вісі. Тобто, $e_X \perp Y, e_Y \perp X, e_U \perp V, e_V \perp U$.

Залишкові прогини f_X, f_Y (або f_U, f_V для несиметричних перерізів конструкції) та сумарний прогин f [4]:

$$f_X = \frac{M_X L^2}{8EJ_X},$$

$$f_Y = \frac{M_Y L^2}{8EJ_Y},$$

$$f = \sqrt{f_X^2 + f_Y^2},$$

$$f_U = \frac{M_U L^2}{8EJ_U},$$

$$f_V = \frac{M_V L^2}{8EJ_V},$$

$$f = \sqrt{f_U^2 + f_V^2}.$$

Прив'язка векторів f_U, f_V та f до площини поперечного перерізу конструкції показана на [рис. 7.6](#).

Кут φ нахилу площини дії згинального моменту сумарної усадочної сили P_w від зварювання до осі X [3]:

$$\varphi = \arctg \left(\frac{|\eta_A - \eta_B|}{|\xi_A - \xi_B|} \right).$$

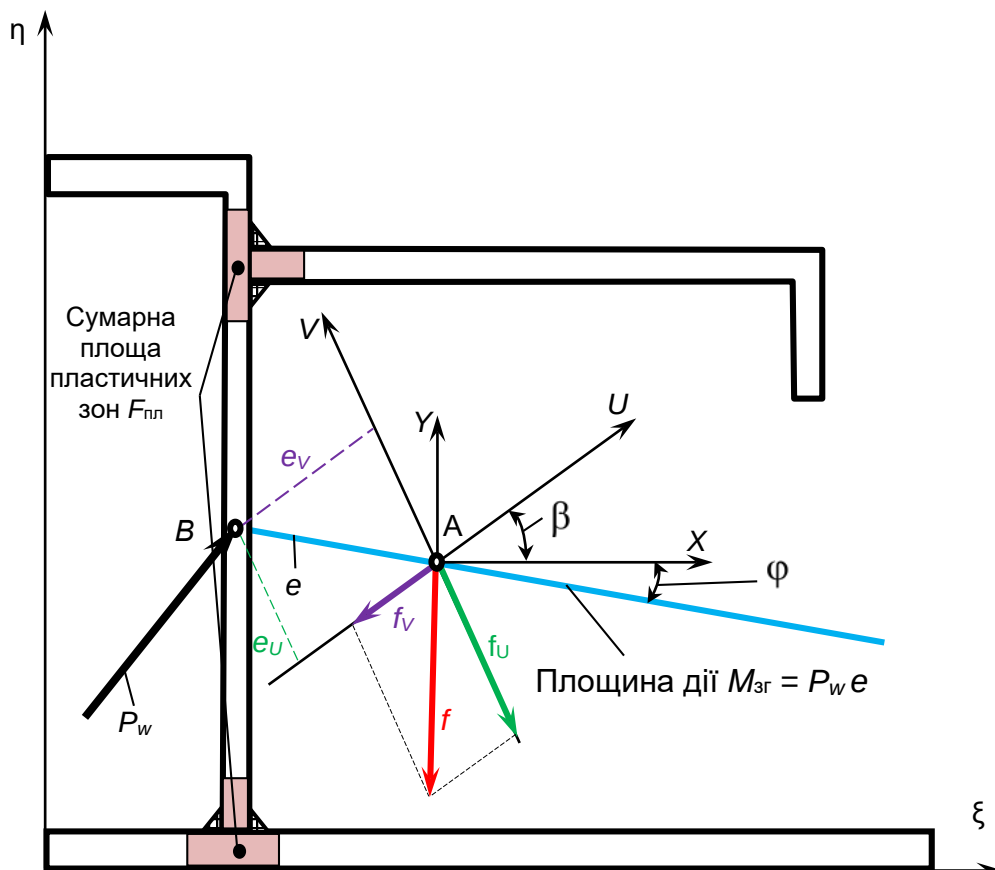


Рис. 7.6. Прив'язка векторів f_U, f_V та f до площини поперечного перерізу конструкції

7.3. Методичні пояснення до розділу 3

Загалом, можна виділити три типи задач теплової правки, в залежності від того, де саме розташована точка прикладення усадочної сили правки – вона є матеріальною чи віртуальною, і як визначаються її координати. Аналіз деформованих станів зварної балки виконаємо за умови коректності припущення про відсутність вигину одномірної конструкції під час теплової правки і з подальшим визначенням переліку невідомих, які потрібно розрахувати для рухомого квазістаціонарного стану у поперечному перерізі конструкції в зоні нагріву для теплової правки та залишкового стану у будь-якому поперечному перерізі конструкції.

7.3.1. Задача теплової правки типу I

Тип I – точка C ([рис. 7.7](#)) прикладення сумарної усадочної сили теплової правки P_{pr_c} є матеріальною і принципово є відомими з геометричних міркувань її координатами у поперечному перерізі конструкції.

Для задачі типу I слід площини згинальних моментів (лінія BAC) перетинає один з конструктивних елементів поперечного перерізу ОЗК: верхній пояс зварної двотаврової балки несиметричного поперечного перерізу. Попереднє значення (до теплової правки) сумарної усадочної сили P_w від зварювання і ексцентриситет e її прикладення відносно центра A всього перерізу ОЗК визначаються на попередньому етапі розв'язування задачі для визначення залишкового прогину. Ексцентриситет e_{pr} точки C прикладення усадочної сили теплової правки P_{pr_c} визначається з геометричних міркувань за [рис. 7.7](#).

Для коректного використання розрахункового методу Трочуна необхідно, щоб у процесі нагрівання і охолодження під час зварювання

або під час теплової правки був відсутнім вигин конструкції і, отже, напруження по ширині зони пластичних деформацій і реактивної зони розподілялись рівномірно, зазвичай будучи різними в цих зонах за величиною і знаком. Цього можна досягти, виконуючи зварювання і теплову правку після зварювання або одночасно з ним (в цих випадках будемо мати різні задачі про напружено-деформований стан) у складально-зварювальній оснастці І-го типу, яка надає конструкції лише один ступінь свободи – можливість змінювати довжину на стадіях нагрівання і охолодження без будь-якого вигину.

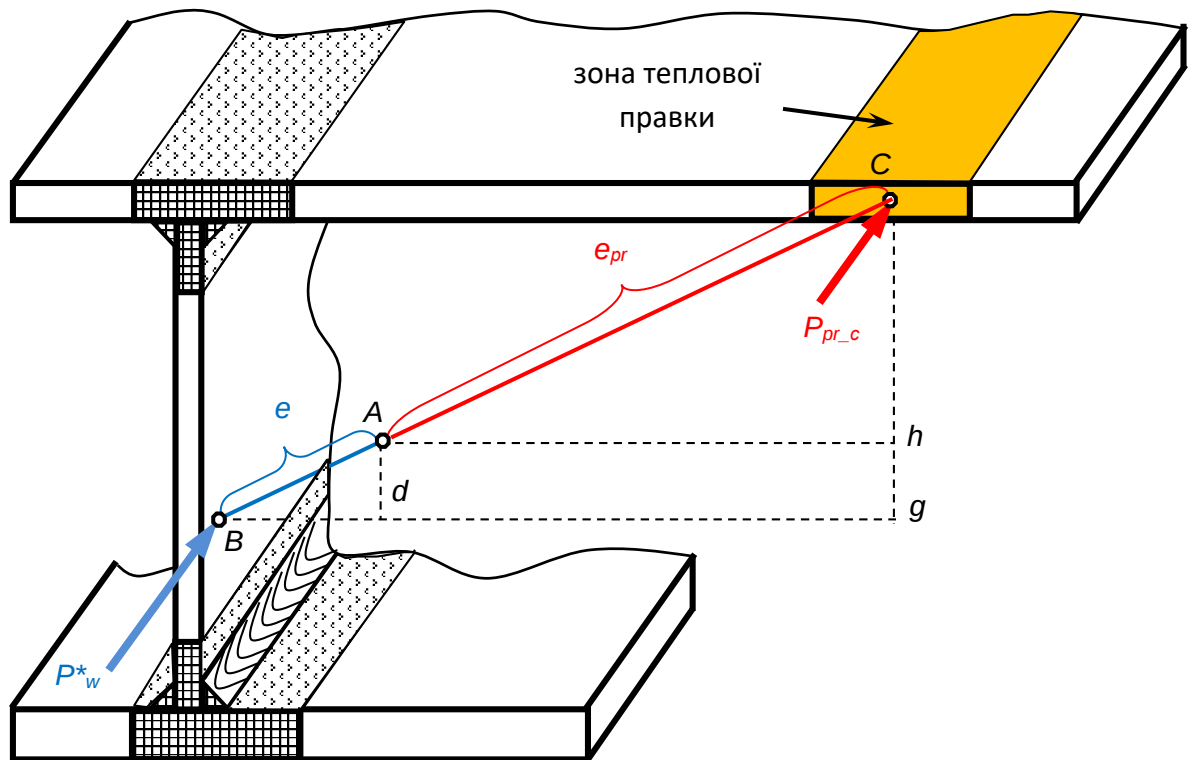


Рис. 7.7. Тип І задачі теплової правки залишкового прогину

При цьому повна поздовжня деформація поперечного перерізу одномірної конструкції (ОЗК) на стадіях нагрівання і охолодження буде відповідати гіпотезі плоских перерізів.

Проаналізуємо в якісному відношенні кінетику пружно-пластичного деформування під час нагрівання для теплової

правки поперечного перерізу ОЗК, який проходить по зоні максимального нагріву для правки. На рис. 7.8 умовно показані епюри пружних деформацій у розрахунковому поперечному перерізі ОЗК для трьох станів: залишкового після зварювання (рис. 7.8, а); максимального нагріву для правки (рис. 7.8, б); залишкового після теплової правки (рис. 7.8, в). Під час нагрівання для правки поступово збільшуються пружні деформації стиску (знак «-») у зоні пластичних деформацій скорочення від теплової правки $F_{пл}^{пр}$ і досягають максимально можливого значення $-\epsilon_s$, яке відповідає межі текучості σ_s матеріалу конструкції.

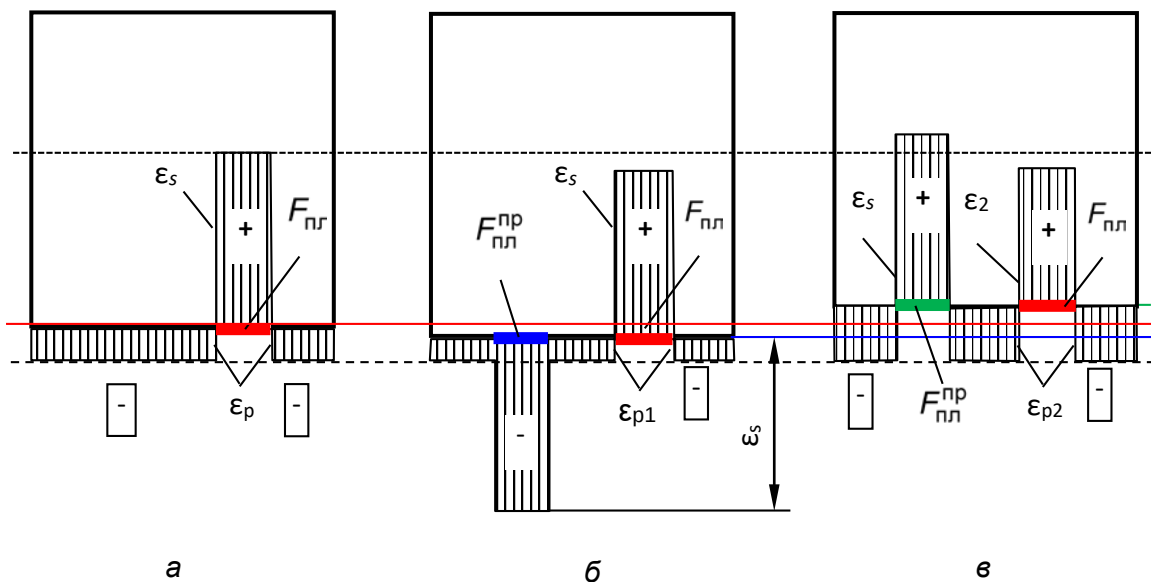


Рис. 7.8. Кінетика пружно-пластичного деформування під час теплової правки ОЗК: а – деформований стан у поперечному перерізі після зварювання поздовжніх швів; б – деформований стан у поперечному перерізі на стадії нагрівання для правки; в – залишковий деформований стан у поперечному перерізі після теплової правки

При цьому залишкові реактивні пружні деформації стиску ϵ_p , які утворились після зварювання (рис. 7.8, а) зменшуються до величини ϵ_{p1} (рис. 7.8, б). Пружні деформації розтягу (знак «+») величиною $+\epsilon_s$ в зоні

пластичних деформацій $F_{пл}$ під час зварювання залишаються без зміни, оскільки поздовжні «волокна» металу в цій зоні продовжують при цьому розтягуватись, але вже пластично на величину зменшення деформації ε_p . Загалом еюра пружних деформацій на [рис. 7.8, б](#) у перерізі ОЗК має бути зрівноваженою. Умова рівноваги має вигляд [3]:

$$\varepsilon_s \cdot F_{пл} + \varepsilon_{p1} \cdot (F - F_{пл} - F_{пл}^{np}) - \varepsilon_s \cdot F_{пл}^{np} = 0. \quad (7.1)$$

Невідомими в (7.1) є параметри ε_{p1} і $F_{пл}^{np}$.

У залишковому стані після теплової правки ([рис. 7.8, в](#)) повна деформація скорочення ε_{p2} (знак «-») поперечного перерізу ОЗК збільшується і перевищує за абсолютним значенням ε_p . У пластичній зоні $F_{пл}^{np}$ правки залишкова деформація видовження (знак «+») досягає величини ε_s , у пластичній зоні $F_{пл}$ зварювання – деформація видовження (знак «+») зменшується до величини ε_2 . Тоді

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2} = \varepsilon_s - \varepsilon_{p1}. \quad (7.2)$$

Еюра пружних деформацій на [рис. 7.8, в](#) у перерізі ОЗК має бути зрівноваженою до і після звільнення з оснастки за осьовими силами і згинальними моментами усадочних сил від зварювання P_w^* і правки P_{pr_c} . Умова рівноваги осьових сил має вигляд:

$$\varepsilon_s \cdot F_{пл}^{np} + \varepsilon_2 \cdot F_{пл} + \varepsilon_{p2} \cdot (F - F_p - F_{пл}^{np}) = 0. \quad (7.3)$$

Невідомими у (7.3) є параметри ε_2 і ε_{p2} .

Умова рівноваги згинальних моментів:

$$(\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{\text{пл}} \cdot e = e_{pr} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}}. \quad (7.4)$$

Рівняння (7.1) – (7.4) можна об'єднати в одну систему (7.5), розв'язування якої визначає невідомі параметри ε_{p1} , $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$, ε_2 і ε_{p2} :

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}} + \varepsilon_{p1} \cdot (F - F_{\text{пл}} - F_{\text{пл}}^{\text{пр}}) - \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}} &= 0, \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_{p2} &= \varepsilon_s - \varepsilon_{p1}, \\ \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}} + \varepsilon_2 \cdot F_{\text{пл}} + \varepsilon_{p2} \cdot (F - F_{\text{пл}} - F_{\text{пл}}^{\text{пр}}) &= 0, \\ (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{\text{пл}} \cdot e &= e_{pr} (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}}. \end{aligned} \right\} \quad (7.5)$$

Усадочні сили P_w^* ($P_w^* < P_w$ за рахунок пластичного видовження в зоні $F_{\text{пл}}$ на стадії нагрівання під час правки) і P_{pr_c} в залишковому стані після правки можна розрахувати за залежностями:

$$P_w^* = (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot F_{\text{пл}},$$

$$P_{pr_c} = (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}}.$$

За рахунок утворення під час теплової правки додаткової усадочної сили збільшиться залишкове поздовжнє скорочення ОЗК, яке можна визначити згідно закону Гука:

$$\Delta L = \varepsilon_{p2} \cdot L = \frac{(P_w^* + P_{pr_c}) \cdot L}{E \cdot F}.$$

Наступний етап розрахунків – визначення необхідної температури нагріву зони $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$. Як видно з [рис. 7.8, е](#), залишкова пластична деформація скорочення в зоні $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ за абсолютним значенням має бути рівною $(\epsilon_s + |\epsilon_{p2}|)$, а температурна деформація в зоні $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ має бути більшою за $(\epsilon_s + |\epsilon_{p2}|)$ на величину $(\epsilon_s - |\epsilon_{p1}|)$. Таким чином, можна записати

$$\alpha \cdot T_{pr} = (\epsilon_s + |\epsilon_{p2}|) + (\epsilon_s - |\epsilon_{p1}|) = 2 \cdot \epsilon_s + |\epsilon_{p2}| - |\epsilon_{p1}|,$$

звідки температура T_{pr} нагріву зони $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$

$$T_{pr} = \frac{2 \cdot \epsilon_s + |\epsilon_{p2}| - |\epsilon_{p1}|}{\alpha}.$$

Погонна енергія джерела нагрівання для теплової правки [\[3\]](#):

$$q_n^{pr} = c\rho \cdot T_{pr} \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}} \cdot \eta_{pr}^{-1}.$$

7.3.2. Задача теплової правки типу II

Тип II – точка C прикладення сумарної усадочної сили правки P_{pr_c} є нематеріальною (віртуальною), оскільки слід площини дії згинального моменту сумарної усадочної сили P_w від зварювання не перетинає зі сторони центра ваги поперечного перерізу конструкції жодного з його конструктивних елементів і, крім того, принципово невідомими є її координати.

Для задачі типу II слід площини згинального моменту модифікованої усадочної сили P_w^* зварювання не перетинає зі сторони

центра ваги перерізу ОЗК жодного з її конструктивних елементів, як показано на [рис. 7.9](#).

Попереднє (до теплової правки) значення сумарної усадочної сили P_w від зварювання, ексцентриситет e її прикладення відносно центра C всього перерізу ОЗК, сумарної площа $F_{пл}$ перерізу зони пластичних деформацій скорочення від зварювання та залишкові після зварювання деформації ϵ_p скорочення (знак «-») у реактивній зоні перерізу конструкції визначаються на попередньому етапі розв'язування задачі для розрахунку залишкового прогину ОЗК.

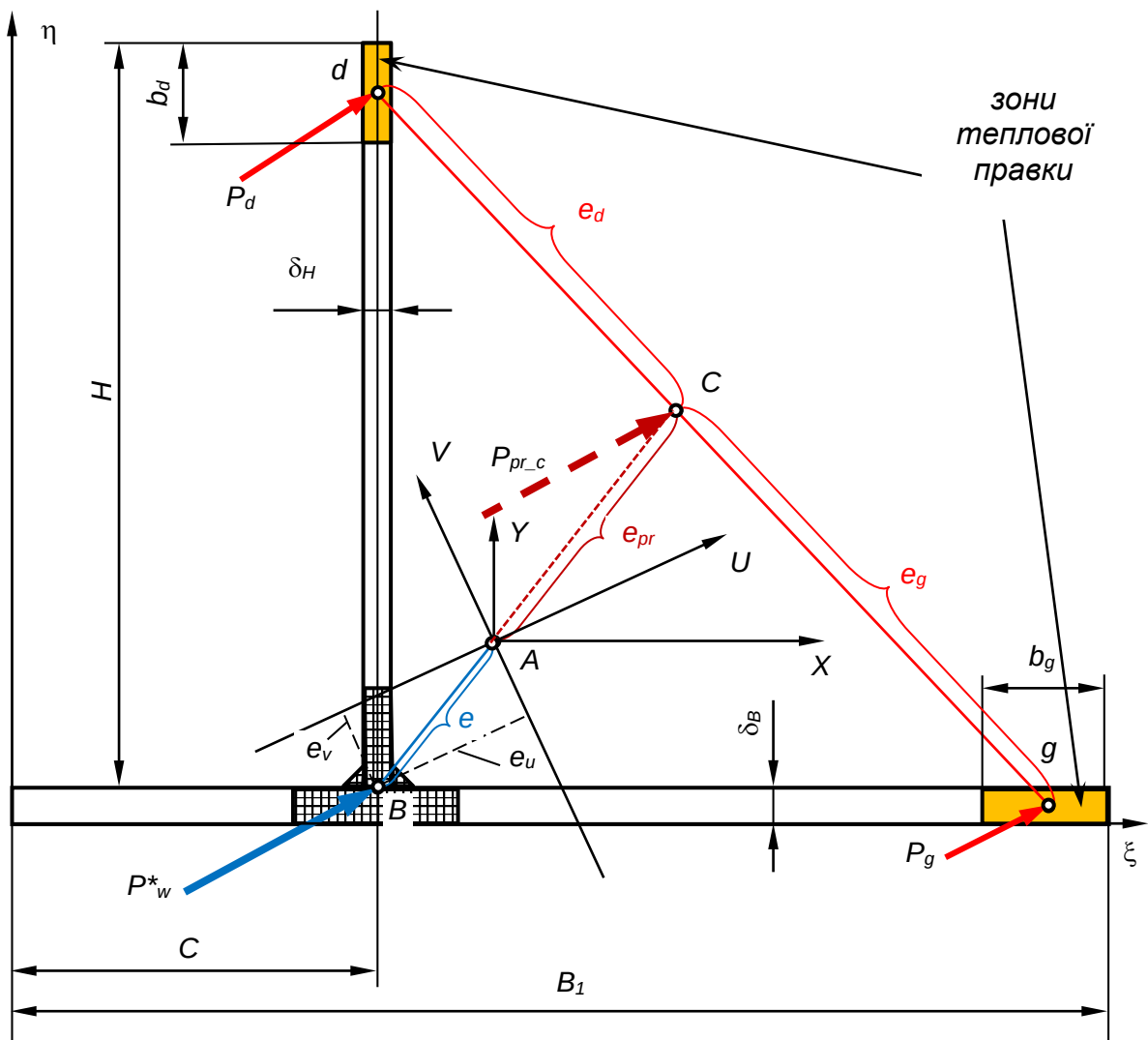


Рис. 7.9. Тип II задачі теплової правки залишкового прогину

Під час максимального нагріву в одному чи декількох місцях поперечного перерізу ОЗК для розрахункового перерізу узагальнено зберігається справедливою схема розподілу пружних деформацій, показана на [рис. 7.8, б](#), і умова рівноваги осьових сил ([7.1](#)), в якій треба замінити $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ на $\left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right]$.

Отже, умова рівноваги буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}} + \varepsilon_{p1} \cdot \left\{ F - F_{\text{пл}} - \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] \right\} - \\ - \varepsilon_s \cdot \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] = 0. \end{aligned} \quad (7.6)$$

Невідомими у ([7.6](#)) є параметри ε_{p1} , η_d , ξ_g .

Принципово зберігається і характер розподілу пружних деформацій у перерізі ОЗК в залишковому стані після теплової правки, показаний на [рис. 7.8, в](#). Повна деформація скорочення ε_{p2} у поперечному перерізі ОЗК збільшується і перевищує за абсолютним значенням ε_p .

У зоні пластичних деформацій скорочення під час теплової правки з перерізом $\left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right]$ залишкова деформація видовження (знак «+») досягає величини ε_s , у пластичній зоні $F_{\text{пл}}$ під час зварювання – деформація видовження (знак «+») зменшується до величини ε_2 . При цьому відповідно до гіпотези плоских перерізів

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2} = \varepsilon_s - \varepsilon_{p1}. \quad (7.7)$$

Епюра пружних деформацій у перерізі ОЗК має бути зрівноваженою як до, так і після звільнення з оснастки. По перше, це означає рівність нулю осьової сили, а по-друге – рівність нулю згинальних моментів зменшеної усадочної сили від зварювання P_w^* і віртуальної усадочної сили правки P_{pr_c} (рис. 7.9), а також згинальних моментів усадочних сил правки P_d і P_g на ексцентриситетах e_d і e_g . Таким чином, умови рівноваги мають вигляд

$$\begin{aligned} \varepsilon_s \cdot \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] + \varepsilon_2 \cdot F_{\text{пл}} + \\ + \varepsilon_{p2} \cdot \left\{ F - F_{\text{пл}} - \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] \right\} = 0, \end{aligned} \quad (7.8)$$

$$\begin{aligned} (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{\text{пл}} \cdot e - e_{pr} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \times \\ \times \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] = 0, \end{aligned} \quad (7.9)$$

$$\begin{aligned} (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot 2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H \cdot e_d - \\ - (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \cdot e_g = 0. \end{aligned} \quad (7.10)$$

Невідомими у (7.8) – (7.10) є параметри ε_2 , ε_{p2} , η_d , ξ_g .

Рівняння (7.6) – (7.10) можна об'єднати в систему (7.11) з п'яти рівнянь, невідомими якої є параметри ε_{p1} , ε_2 , ε_{p2} , η_d , ξ_g .

З метою визначення ексцентриситетів e_{pr} , e_d , e_g (рис. 7.9) знайдемо координати точки С, в якій перетинаються прямі ВАС та dCg. Рівняння прямих ВАС та dCg, як функцій $\eta(\xi)_{acb}$ та $\eta(\xi)_{dbg}$ в системі координат ξ, η , представлені залежностями (7.12) та (7.13). Рівняння прямих ВАС та dCg, як функцій $\xi(\eta)_{BAC}$ та $\xi(\eta)_{dCg}$ в системі координат η, ξ , представлені залежностями (7.14) та (7.15).

$$\left. \begin{aligned}
& \varepsilon_s \cdot F_{nn} + \varepsilon_{p1} \cdot \left\{ F - F_{nn} - \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] \right\} - \\
& - \varepsilon_s \cdot \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] = 0, \\
& (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) - (\varepsilon_s - \varepsilon_{p1}) = 0, \\
& \varepsilon_s \cdot \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] + \varepsilon_2 \cdot F_{nn} + \\
& + \varepsilon_{p2} \cdot \left\{ F - F_{nn} - \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] \right\} = 0, \\
& (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{nn} \cdot e - e_{pr} \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \times \\
& \times \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right] = 0, \\
& (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot 2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H \cdot e_d - \\
& - (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \cdot e_g = 0.
\end{aligned} \right\} \quad (7.11)$$

$$\eta(\xi)_{BAC} = \frac{\eta_A - \eta_B}{\xi_A - \xi_B} \cdot (\xi - \xi_B) + \eta_B, \quad (7.12)$$

$$\eta(\xi)_{dCg} = \frac{\eta_g - \eta_d}{\xi_g - \xi_d} \cdot (\xi - \xi_d) + \eta_d. \quad (7.13)$$

$$\xi(\eta)_{BAC} = \frac{\xi_A - \xi_B}{\eta_A - \eta_B} \cdot (\eta - \eta_B) + \xi_B, \quad (7.14)$$

$$\xi(\eta)_{dCg} = \frac{\xi_g - \xi_d}{\eta_g - \eta_d} \cdot (\eta - \eta_d) + \xi_d. \quad (7.15)$$

Для визначення координат ξ_C та η_C точки С необхідно розв'язати в аналітичному вигляді два рівняння, які отримаємо, прирівнюючи праві частини (7.12) та (7.13), а також (7.14) та (7.15):

$$\frac{\eta_A - \eta_B}{\xi_A - \xi_B} \cdot (\xi - \xi_B) - \frac{\eta_g - \eta_d}{\xi_g - \xi_d} \cdot (\xi - \xi_d) + \eta_B - \eta_d = 0, \quad (7.16)$$

$$(\eta - \eta_B) \cdot \frac{\xi_A - \xi_B}{\eta_A - \eta_B} - (\eta - \eta_d) \cdot \frac{\xi_g - \xi_d}{\eta_g - \eta_d} + \xi_B - \xi_d = 0. \quad (7.17)$$

Розв'язок рівнянь (7.16) і (7.17) відповідно дає залежності для визначення координат ξ_C і η_C точки C перетину прямих BAC та dCg :

$$\xi_C = \frac{\eta_d \cdot \xi_g \cdot w + \xi_g \cdot r + t}{\eta_d \cdot w + \xi_g \cdot s + u},$$

$$\eta_C = \frac{\eta_d \cdot \xi_g \cdot s + \eta_d \cdot r + k}{\eta_d \cdot w + \xi_g \cdot s + u},$$

$$\text{де } w = \xi_B - \xi_A,$$

$$r = \eta_B \cdot \xi_C - \eta_A \cdot \xi_B,$$

$$t = \xi_d \cdot \xi_A \cdot (\eta_g - \eta_B) + \xi_B \cdot \xi_d \cdot (\eta_A - \eta_g),$$

$$k = \eta_B \cdot \eta_g \cdot (\xi_A - \xi_d) + \eta_A \cdot \eta_g \cdot (\xi_d - \xi_B),$$

$$s = \eta_B - \eta_A,$$

$$u = \xi_d \cdot (\eta_A - \eta_B) + \eta_g \cdot (\xi_A - \xi_B).$$

Залежності для ексцентриситетів e , e_{pr} , e_d , e_g очевидні:

$$e = \sqrt{(\xi_A - \xi_B)^2 + (\eta_A - \eta_B)^2}, \quad (7.18)$$

$$e_{pr} = \sqrt{(\xi_C - \xi_A)^2 + (\eta_C - \eta_A)^2}, \quad (7.19)$$

$$e_d = \sqrt{(\xi_C - \xi_d)^2 + (\eta_C - \eta_d)^2}, \quad (7.20)$$

$$e_g = \sqrt{(\xi_g - \xi_C)^2 + (\eta_g - \eta_C)^2}. \quad (7.21)$$

Вирази (7.18) – (7.21) для ексцентриситетів необхідно підставити у систему (7.11). Система (7.11) миттєво розв'язується в обчислювальному середовищі MathCAD за допомогою символної

директиви Given [5]. Результатом розв'язання системи (7.11) є значення параметрів ε_{p1} , ε_2 , ε_{p2} , η_d і ξ_g .

Усадочні сили P_w^* , P_d і P_g в залишковому стані після правки можна розрахувати за формулами:

$$\begin{aligned} P_w^* &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot F_{\text{пл}}, \\ P_d &= (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot 2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H, \\ P_g &= (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B. \end{aligned}$$

За рахунок утворення під час теплової правки додаткової усадочної сили збільшиться залишкове поздовжнє скорочення ОЗК, яке можна визначити за законом Гука:

$$\Delta L = \varepsilon_{p2} \cdot L = \frac{(P_w^* + P_d + P_g) \cdot L}{E \cdot F}.$$

Наступний етап розрахунків – визначення температури нагріву зони пластичних деформацій скорочення під час теплової правки $F_{\text{пл}}^{\text{пр}} = \left[2 \cdot (H + \delta_B - \eta_d) \cdot \delta_H + 2 \cdot (B_1 - \xi_g) \cdot \delta_B \right]$. Як видно з [рис. 7.8, в](#), залишкова пластична деформація скорочення в зоні $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ за абсолютним значенням має бути рівною $(\varepsilon_s + |\varepsilon_{p2}|)$, а температурна деформація в зоні $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ має бути більшою за $(\varepsilon_s + |\varepsilon_{p2}|)$ на величину $(\varepsilon_s - |\varepsilon_{p1}|)$. Таким чином, можна записати

$$\alpha \cdot T_{pr} = (\varepsilon_s + |\varepsilon_{p2}|) + (\varepsilon_s - |\varepsilon_{p1}|) = 2 \cdot \varepsilon_s + |\varepsilon_{p2}| - |\varepsilon_{p1}|,$$

звідки температура нагріву зони $F_{\text{пл}}^{\text{np}}$

$$T_{pr} = \frac{2 \cdot \varepsilon_s + |\varepsilon_{p2}| - |\varepsilon_{p1}|}{\alpha}. \quad (7.22)$$

Погонна енергія джерела нагрівання для теплової правки

$$q_n^{pr} = c\rho \cdot T_{pr} \cdot F_{\text{пл}}^{\text{np}} \cdot \eta_{pr}^{-1}, \quad (7.23)$$

де η_{pr} – коефіцієнт корисної дії джерела нагрівання для правки.

7.3.3. Задача теплової правки типу III

Тип III – точка C прикладення усадочної сили правки P_{pr_c} у поперечному перерізі конструкції є матеріальною, але з принципово невідомою однією з її координат).

Для задачі типу III характерним є те, що це є порівняно простий випадок теплової правки з невизначеною координатою η_c центра (точки c) зони нагріву для правки ([рис. 7.10](#)). Для прийнятих на [рис. 7.10, а](#) позначень площа перерізу стержня $F = B_1 \cdot \delta_B + H \cdot \delta_H$.

Площу перерізу ЗПДС після зварювання кутових швів позначимо $F_{\text{пл}}$, а під час нагріву для правки: $F_{\text{пл}}^{\text{np}} = b_{pr_c} \cdot \delta_H = 2 \cdot (\delta_B + H - \eta_d) \cdot \delta_H$.

В системі координат ξ, η координати η_A і η_B відповідно центрів ваги поперечних перерізів тавра (точка A) і ЗПДС під час зварювання кутових швів (точка B) можна визначити за такими залежностями:

$$\eta_A = \frac{B_1 \cdot \delta_B \cdot 0,5 \cdot \delta_B + H \cdot \delta_H \cdot (\delta_B + 0,5 \cdot H)}{F},$$

$$\eta_B = \frac{2 \cdot bn \cdot \delta_B \cdot 0,5 \cdot \delta_B + bn \cdot \delta_H \cdot (\delta_B + 0,5 \cdot bn)}{F_{\text{пл}}},$$

де bn - характерний розмір ([рис. 7.10, а](#)) ЗПДС від зварювання, яка має поперечний переріз $F_{\text{пл}} = bn \cdot (2 \cdot \delta_B + \delta_H) = bn \cdot \delta_o$. Розмір bn визначається на попередній стадії розрахунку залишкового прогину тавра від зварювання кутових швів.

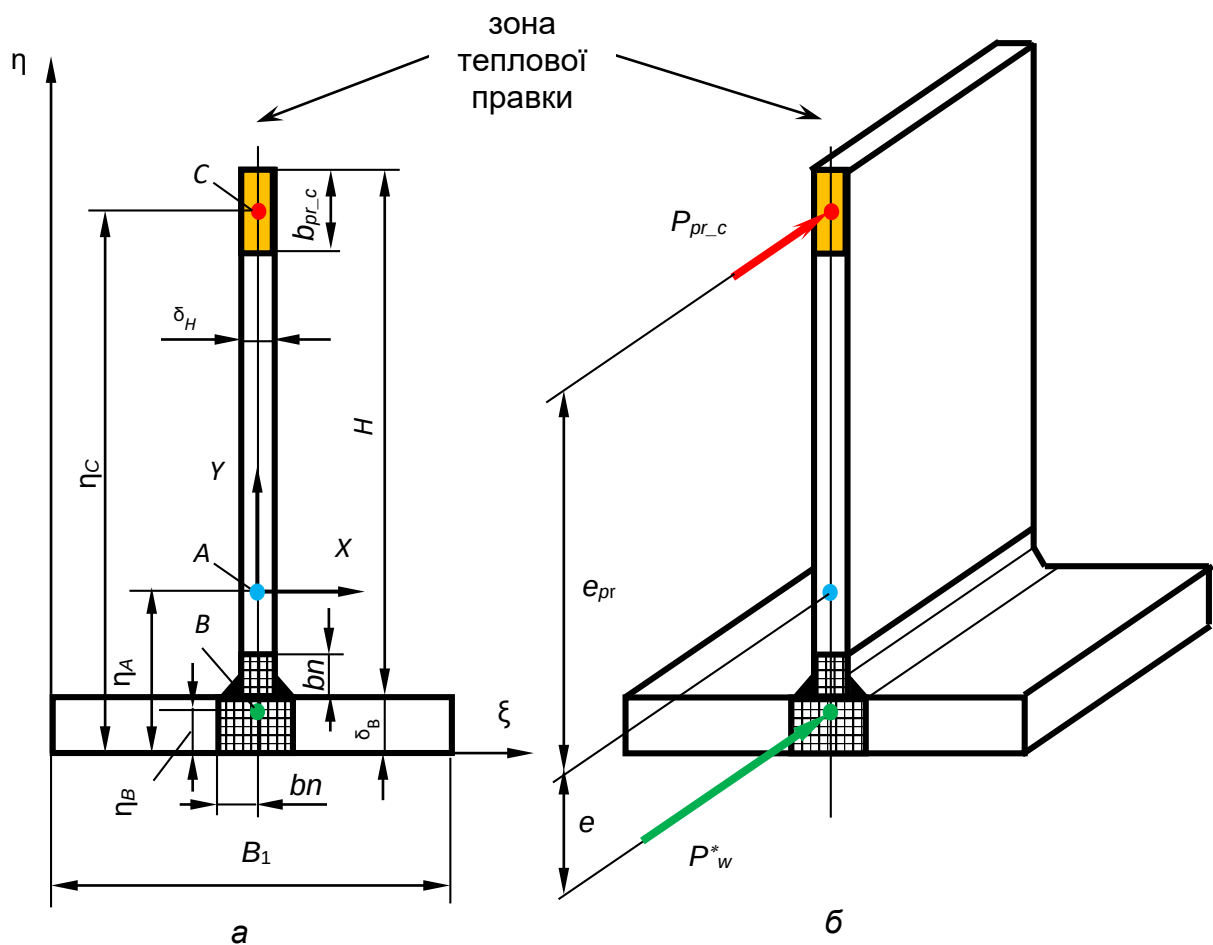


Рис. 7.10. Тип III задачі теплової правки залишкового прогину:
а - поперечний переріз зварного таврового стержня; б - схема прикладення усадкових сил від зварювання і теплової правки

Ексцентриситети e і e_{pr} ([рис. 7.10, б](#)) відповідно прикладення модифікованої усадочної сили P_w^* від зварювання і усадочної сили P_{pr_c} від теплової правки будуть визначатись залежностями

$$e = \eta_A - \eta_B,$$

$$e_{pr} = \eta_C - \eta_A.$$

Для процесу теплової правки напружено-деформований стан розрахункового поперечного перерізу тавра необхідно розглядати для двох стадій: максимального нагріву під час правки у поперечному перерізі ОЗК, який проходить через ЗПДС правки з поперечним перерізом $F_{пл}^{np} = 2 \cdot (\delta_B + H - \eta_d) \cdot \delta_H$ і залишкового стану після повного охолодження. Позначивши межу текучості матеріалу тавра – ε_s , пружні деформації скорочення (знак «-») в реактивній зоні тавра на стадії нагрівання для правки – ε_{p1} і в залишковому стані – ε_{p2} , а також пружні деформації видовження (знак «+») в ЗПДС від зварювання в залишковому стані після правки – ε_2 (зауважимо, що $|\varepsilon_2| < \varepsilon_s$), можна записати в загальному вигляді визначальну систему рівнянь для розв'язання термомеханічної задачі теплової правки ОЗК по визначенню невідомих ε_{p1} , ε_{p2} , ε_2 і η_d , необхідних для подальшого розрахунку таких технологічних параметрів теплової правки як ширина b_{pr_c} зони нагріву ребра тавра, температура T_{pr} нагріву зони правки з поперечним перерізом $F_{пл}^{np}$ та погонної енергії правки q_n^{pr} .

Система буде мати такий вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}} + \varepsilon_{p1} \cdot (F - F_{\text{пл}} - F_{\text{пл}}^{\text{пр}}) - \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}} &= 0, \\ \varepsilon_2 \cdot F_{\text{пл}} + \varepsilon_{p2} \cdot (F - F_{\text{пл}} - F_{\text{пл}}^{\text{пр}}) + \varepsilon_s \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}} &= 0, \\ (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) - (\varepsilon_s - \varepsilon_{p1}) &= 0, \\ (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot F_{\text{пл}} \cdot (\eta_A - \eta_B) - \\ - (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot 2 \cdot (\delta_B + H - \eta_C) \cdot \delta_H \cdot (\eta_C - \eta_A) &= 0, \end{aligned} \right\}$$

в якій перше рівняння визначає рівновагу осьової сили у поперечному перерізі тавра на стадії нагрівання для правки, друге – те ж саме для залишкового стану, третє – справедливість гіпотези плоских перерізів для повних деформацій тавра на стадії нагрівання і в залишковому стані, четверте – рівновагу у залишковому стані згинальних моментів усадочної сили від зварювання (модифікованої в результаті теплової правки до величини P_w^*) і усадочної сили P_{pr_c} від правки.

Величини усадочних сил: P_w^* та P_{pr_c} , визначаються за формулами

$$P_w^* = (\varepsilon_2 - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot F_{\text{пл}},$$

$$P_{pr_c} = (\varepsilon_s - \varepsilon_{p2}) \cdot E \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}},$$

залишкове поздовжнє скорочення після правки за формулою

$$\Delta L = \varepsilon_{p2} \cdot L = \frac{(P_w^* + P_{pr_c}) \cdot L}{E \cdot F}.$$

Температура та погонна енергія нагріву зони правки визначаються залежностями (7.22) і (7.23).

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. В. М. Прохоренко Напруження та деформації у зварних з'єднаннях і конструкціях [Текст]: навч. посіб./ В. М. Прохоренко, О. В. Прохоренко. – К.: НТУУ «КПІ», 2009. – 268 с. – Бібліогр.: с.267
2. Напруження та деформації при зварюванні і паянні : Підручник / [Л. М. Лобанов, Г. В. Єрмолаєв, В. В. Квасницький та ін.] ; за заг. ред. Л. М. Лобанова. – Миколаїв : НУК, 2016. – 246 с.
3. Механіка матеріалів і конструкцій. Частина 1. Просте навантаження [Електронний ресурс]: Навч. посіб. / [А. Є. Бабенко, О. О. Боронко, С. М. Шукаєв та ін.] // КПІ ім. Ігоря Сікорського. – 2023. – Режим доступу до ресурсу: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/57016> .
4. Писаренко Г. С. Опір матеріалів: підруч. / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський; За ред. Г. С. Писаренка. – 2-ге вид., допов. і перероб. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
5. Кундрат А. М. Науково-технічні обчислення засобами MathCAD та MS Excel : навч. посіб. / А. М. Кундрат, М. М. Кундрат. – Рівне : НУВГП, 2014. – 252 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/1760>
6. ДСТУ 3008:2015 – «Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання». – [На заміну ДСТУ 3008-95 ; чинний від 2015-06-22]. – Вид. офіц. – Київ : УкрНДНЦ, 2016. – 31 с.
7. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання. – Чинний від 2016-07-01. – Вид. офіц. – Київ : [б. в.], 2017. – 16 с.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні положення та правила складання. Чинний від 2016-07-01. Вид. офіц. Київ, 2017. 16 с.
2. ДСТУ 3008:2015. Інформація та документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура та правила оформлювання. На заміну ДСТУ 3008-95 ; чинний від 2015-06-22. Вид. офіц. Київ, 2016. 31 с.
3. Прохоренко В., Прохоренко О. Напруження та деформації у зварних з'єднаннях і конструкціях : навч. посіб. Київ : НТУУ «КПІ», 2009. 268 с.
4. Писаренко Г., Квітка О., Уманський Е. Опір матеріалів : підручник /За ред. Г. Писаренко. 2-ге вид. Київ : Вища шк., 2004. 655 с.
5. Кундрат А., Кундрат М. Науково-технічні обчислення засобами MathCAD та MS Excel : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2014. 252 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/1760> (дата звернення: 02.03.2025).
6. Теорія процесів зварювання. Розрахунково-графічна робота [Електронний ресурс] : навч. посіб. / уклад.: О. Сливінський, В. Коперсак. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 62 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/56154> (дата звернення: 02.12.2025).

Додаток А
Приклад оформлення титульного аркуша

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

Кафедра зварювального виробництва

**МЕХАНІКА МАТЕРІАЛІВ І КОНСТРУКЦІЙ.
КУРСОВА РОБОТА**

на тему:

«Розрахунок параметрів залишкового напружено-деформованого
стану зварної балки»

Виконав (-ла): студент (-ка) II курсу, група НЗ - 51

Петрусенко Андрій Володимирович

Керівник: к.т.н., доц. Прохоренко О.В.

Оцінка: _____

Кількість балів: _____

Київ – 2026

Додаток Б

Приклад завдання на курсову роботу

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО
КАФЕДРА ЗВАРЮВАЛЬНОГО ВИРОБНИЦТВА

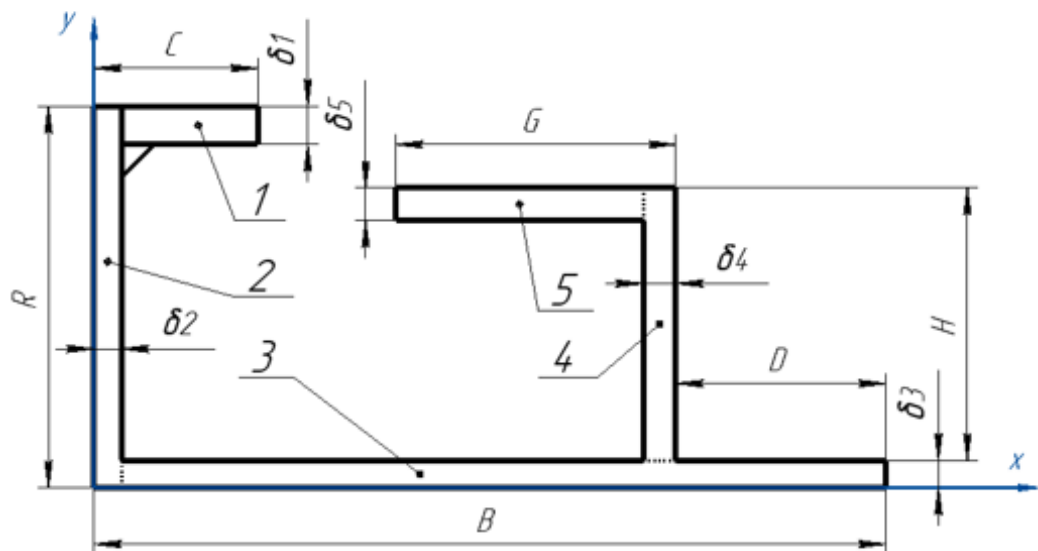
ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ
з дисципліни «Механіка матеріалів і конструкцій»
тема: Розрахунок параметрів залишкового
напружено-деформованого стану зварної балки

Варіант № XX

Для зварної балки, яка виготовлена з низьковуглецевої сталі (границя текучості 245 МПа) завдовжки L розрахувати інженерними методами Трочуна та Ніколаєва ширину пластичних зон від зварювання поздовжніх швів і визначити параметри залишкового напружено-деформованого стану (НДС). Визначити величину поздовжнього скорочення балки, рівень залишкових зварювальних напружень, усадкову силу, прогин поздовжньої осі. Розрахувати параметри теплової правки для зменшення залишкового прогину поздовжньої осі зварної балки.

**Коментар до технології виготовлення балки
і основні розрахункові припущення**

Балку виготовляють з окремих конструктивних елементів (полиць, стінок, ребер тощо). Зварні шви виконують автоматичним дуговим зварюванням. Теплову правку виконують після зварювання. Повні поздовжні деформації відповідають гіпотезі плоских перерізів, НДС балки є лінійним, прихватки не впливають на залишковий НДС балки, всі шви виконані одночасно.



Геометричні розміри поперечного перерізу балки, мм						Режим зварювання	
$\delta_1=12$	$\delta_2=10$	$\delta_3=8$	$\delta_4=12$	$\delta_5=10$	$L=12000$	$I = 455 \text{ A}$	$\eta = 0,7$
$C=150$	$R=285$	$B=450$	$H=110$	$G=100$	$D=85$	$U = 34 \text{ B}$	$v_{зв} = 18 \text{ м/год}$

Виконав: студент групи _____

прізвище, ініціали

підпис

Керівник: доцент Прохоренко О. В.

Додаток В

Залежності для обчислення коефіцієнту k_2

$$k_{2_180} = 2,536 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,46 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 3,231 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,078$$

$$k_{2_200} = 1,936 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,123 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,693 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,086$$

$$k_{2_220} = 4,063 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,865 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 3,407 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,052$$

$$k_{2_240} = 3,218 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,579 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 3,153 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,036$$

$$k_{2_260} = 2,1 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,236 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,832 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,026$$

$$k_{2_280} = 1,118 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 8,017 \cdot 10^{-6} \cdot q_0^2 + 2,238 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,034$$

$$k_{2_300} = 2,699 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,393 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,82 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 5,952 \cdot 10^{-3}$$

$$k_{2_320} = 2,836 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,443 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,801 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 - 2,548 \cdot 10^{-3}$$

$$k_{2_350} = 2,4 \times 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,242 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,488 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 - 2,714 \cdot 10^{-3}$$

$$k_{2_400} = 3,163 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,52 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,784 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 - 0,027$$

$$k_{2_450} = 2,863 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,431 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 2,664 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 - 0,036$$

Примітки:

1. Коефіцієнт k_2 розраховується на основі питомої енергії зварювального нагріву q_0 (Дж/мм²) для відомої межі текучості сталі (МПа).

2. Якщо жодна з вище наведених формул не підходить, то слід скористатись залежністю для перерахунку коефіцієнту k_2 для вказаної у завданні межі текучості сталі.

Наприклад, розрахуємо коефіцієнт k_2 для межі текучості 590 МПа попередньо визначивши k_{2_240} для заданого q_0 за формулою наведеною вище:

$$k_{2_590} = \frac{k_{2_240} \cdot 240}{590}.$$

Додаток Г

Приклад розрахунку розмірів зон пластичних поздовжніх деформацій скорочення у зварній балці за методом Трочуна

Завдання: для зварної балки (рис. Г.1), яка виготовлена з низьковуглецевої сталі С235 (аналогом є сталь Ст3сп), розрахувати за методом Трочуна границі зон поздовжніх пластичних деформацій скорочення у зварюваних конструктивних елементах і визначити поздовжнє скорочення після зварювання.

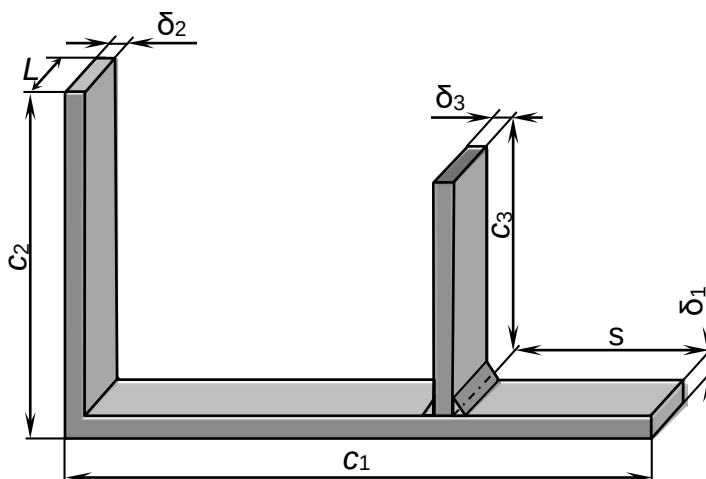


Рис. Г.1. Зварна балка з несиметричним поперечним перерізом

Вихідні дані для розрахунку наведені у табл. Г.1- Г.4.

Таблиця Г.1. Габаритні розміри зварної балки і параметри режиму зварювання

Ширина і висота конструктивних елементів, мм				Товщини конструктивних елементів, мм			Довжина балки, мм
C_1	C_2	C_3	S	δ_1	δ_2	δ_3	L
360	300	250	100	8	6	5	2500

Таблиця Г.2. Параметри режиму зварювання швів балки

Зварювальний струм I , А	Напруга на дузі U , В	Коефіцієнт корисної дії дуги η	Швидкість зварювання, v , мм/с
550	34	0,8	8

Таблиця Г.3. Механічні властивості сталі Ст3сп

Модуль пружності E , МПа	Границя текучості σ_s , МПа	Границя текучості за деформаціями ϵ_s
$2 \cdot 10^5$	240	$12 \cdot 10^{-4}$

Таблиця Г.4 Теплофізичні властивості сталі Ст3сп

Об'ємна теплоємність c_p , Дж/($^{\circ}\text{C} \cdot \text{мм}^3$)	Коефіцієнт лінійного розширення матеріалу α , $1/^{\circ}\text{C}$
$5,2 \cdot 10^{-3}$	$12 \cdot 10^{-6}$

Поперечний переріз балки (ППБ) умовно розб'ємо на окремі конструктивні елементи і пронумеруємо, як показано на рис. Г.2:

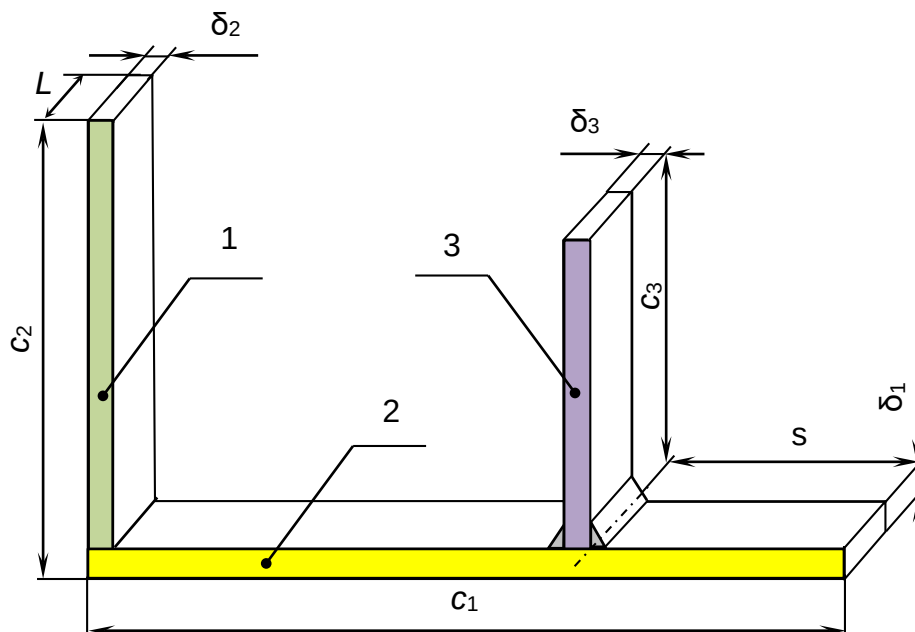


Рис. Г.2. Конструктивні елементи поперечного перерізу балки

Зони пластичних деформацій утворюються у зварюваних між собою 2 і 3 КЕ: b_{nL} , b_{nR} та b_{nV} відповідно. Оскільки поперечний переріз балки (ППБ) несиметричний, то границі пластичних зон b_{nL} і b_{nR} у 2 КЕ ліворуч і праворуч від кутових швів будуть відрізнятися за розмірами.

Для заданого ППБ за методом Трочуна [3] ширину пластичних зон необхідно визначати на стадії нагрівання за такими залежностями:

$$b_{nL} = b_1 + b_{2L},$$

$$b_{nR} = b_1 + b_{2R},$$

$$b_{nV} = b_1 + b_{2V},$$

де b_1 – зона, в якій на стадії нагрівання утворюються тільки температурні і пластичні деформації скорочення, а отже температура металу більше 600 °С;

b_{2L} , b_{2R} , b_{2V} – границі зон пружно-пластичних деформацій, в яких температура металу менше 600 °С.

Оскільки температура металу в цих зонах на стадії нагрівання не перевищувала 600 °С, то на стадії нагрівання в цих зонах розвиваються не тільки температурні та пластичні деформації, а й пружні також.

1. Розраховуємо приведену товщину зварюваних листів: кутовими швами зварені 2 і 3 КЕ, отже:

$$\delta_0 = 2 \cdot \delta_1 + \delta_3 = 2 \cdot 8 + 5 = 21 \text{ мм.}$$

2. Визначаємо питому енергію тепловкладення від двох заварених одночасно поясних швів:

$$q_0 = \frac{2 \cdot q}{\delta_0 \cdot v} = \frac{2 \cdot U \cdot I \cdot \eta}{(2 \cdot \delta_1 + \delta_3) \cdot v} = \frac{2 \cdot 34 \cdot 550 \cdot 0,8}{(2 \cdot 8 + 5) \cdot 8} = 178,095 \frac{\text{Дж}}{\text{мм}^2}.$$

3. Обчислюємо границі зони b_1 на основі спрощеної формули М.М. Рикаліна для максимальних температур у заданій точці:

$$b_1 = \frac{0,484 \cdot q_0}{c_p \cdot T^{**}} = \frac{0,484 \cdot 178,095}{5,2 \cdot 10^{-3} \cdot 600} = 27,628 \text{ мм.}$$

4. Розраховуємо k_2 для границі текучості 240 МПа за формулою з [Додатку В](#) на основі визначеної питомої енергії тепловкладення q_0 :

$$\begin{aligned} k_{2_240} &= 3,218 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,579 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 3,153 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,036 = \\ &= 3,218 \cdot 10^{-8} \cdot 178,095^3 - 1,579 \cdot 10^{-5} \cdot 178,095^2 + 3,153 \cdot 10^{-3} \cdot 178,095 + \\ &+ 0,036 = 0,278 \end{aligned}$$

5. Визначаємо границі зон пружно-пластичних деформацій у 2-му КЕ - b_{2L} і b_{2R} і 3-му КЕ - b_{2V} :

$$\begin{aligned} b_{2L} &= k_{2_240} \cdot (c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3 - b_1) = \\ &= 0,278 \cdot (360 - 100 - 0,5 \cdot 5 - 27,628) = 63,905 \text{ мм;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_{2R} &= k_{2_240} \cdot (s + 0,5 \cdot \delta_3 - b_1) = \\ &= 0,278 \cdot (100 + 0,5 \cdot 5 - 27,6) = 20,815 \text{ мм;} \end{aligned}$$

$$b_{2V} = k_{2_240} \cdot (c_3 - b_1) = 0,278 \cdot (250 - 27,6) = 61,82 \text{ мм.}$$

6. Обчислюємо границі пластичних зон у зварюваних елементах:

$$b_{nL} = b_1 + b_{2L} = 27,628 + 63,905 = 91,532 \approx 92 \text{ мм},$$

$$b_{nR} = b_1 + b_{2R} = 27,628 + 20,815 = 48,442 \approx 49 \text{ мм},$$

$$b_{nV} = b_1 + b_{2V} = 27,628 + 61,82 = 89,447 \approx 90 \text{ мм}.$$

Покажемо на рис. Г.3, як розташовані у ППБ обчислені границі зон поздовжніх пластичних деформацій скорочення.

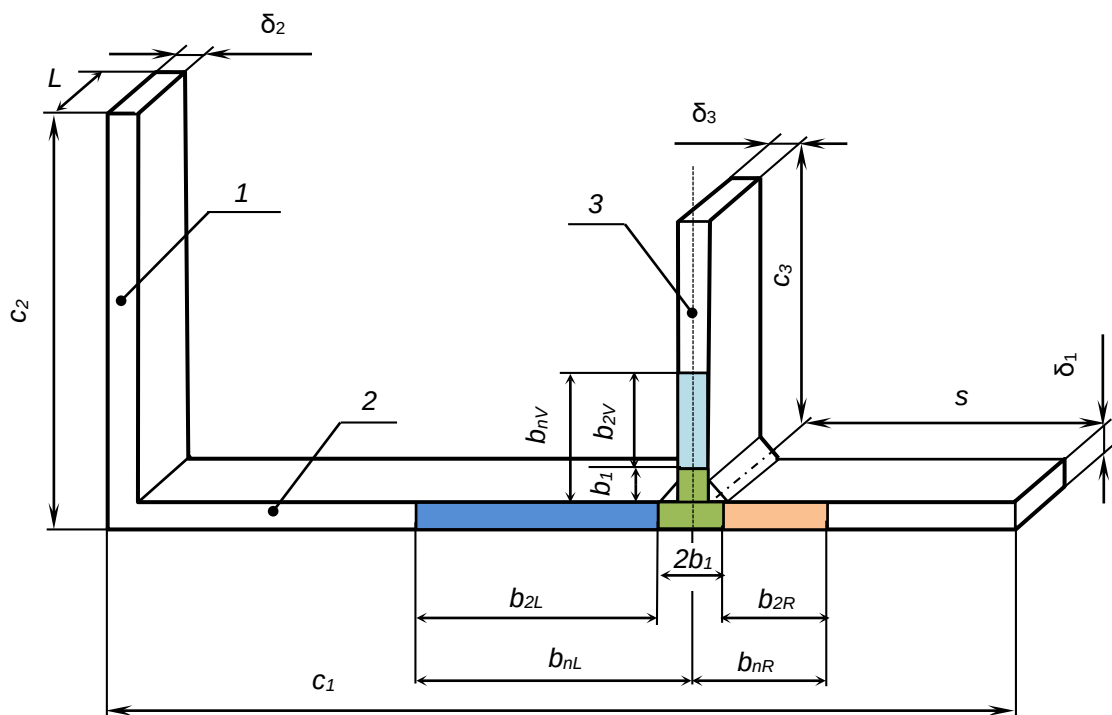


Рис. Г.3. Границі зон залишкових поздовжніх пластичних деформацій скорочення у поперечному перерізі балки

7. Обчислюємо площі поперечного перерізу пластичних зон у зварюваних елементах:

$$F_{\text{пл.3}_L} = b_{nL} \cdot \delta_1 = 92 \cdot 8 = 736 \text{ мм}^2,$$

$$F_{\text{пл.3}_R} = b_{nR} \cdot \delta_1 = 49 \cdot 8 = 392 \text{ мм}^2,$$

$$F_{\text{пл.3}_V} = b_{nV} \cdot \delta_3 = 90 \cdot 5 = 450 \text{ мм}^2.$$

8. Визначаємо сумарну площу поперечного перерізу зони пластичних деформацій у зварюваних елементах:

$$F_{\text{пл.3}} = F_{\text{пл.3}_L} + F_{\text{пл.3}_R} + F_{\text{пл.3}_V} = 736 + 392 + 450 = 1578 \text{ мм}^2.$$

9. Розраховуємо залишкові зварювальні напруження у реактивній зоні поперечного перерізу балки.

З умови рівноваги внутрішніх зусиль у зварній конструкції виводимо необхідну формулу:

$$\begin{aligned} P_a + P_p &= 0 \\ \sigma_S \cdot F_{\text{пл.3}} + \sigma_P \cdot F_p &= 0 \\ \sigma_P &= -\sigma_S \frac{F_{\text{пл.3}}}{F_p} = -\sigma_S \frac{F_{\text{пл.3}}}{F_6 - F_{\text{пл.3}}}. \end{aligned}$$

Очевидно, що для розрахунку реактивних напружень необхідно попередньо визначити площу поперечного перерізу балки, яка з урахуванням розбивки ППБ на три КЕ буде розрахована так:

$$\begin{aligned} F_6 &= F_1 + F_2 + F_3 = (c_2 - \delta_1) \cdot \delta_2 + c_1 \cdot \delta_1 + c_3 \cdot \delta_3 = \\ &= (300 - 8) \cdot 6 + 360 \cdot 8 + 250 \cdot 5 = 1752 + 2880 + 1250 = 5882 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Тоді залишкові реактивні напруження будуть становити:

$$\sigma_P = -\sigma_S \cdot \frac{F_{пл.3}}{F_6 - F_{пл.3}} = -240 \cdot \frac{1578}{5882 - 1578} = -240 \cdot \frac{1578}{4304} = -87,99 \approx 88 \text{ МПа.}$$

10. Розрахуємо залишкове поздовжнє скорочення зварної балки:

$$\Delta L = \frac{\sigma_P}{E} \cdot L = \frac{-88}{2 \cdot 10^5} \cdot 2500 = 1,1 \text{ мм.}$$

Додаток Д

Особливості розрахунку ширини пластичної зони за методом Трочуна у різних типах зварних з'єднань

Д.1. Симетричне стикове зварне з'єднання.

Випадок $B \geq 350$ мм

У даному випадку (рис. Д.1) ширина пластичної зони b_n буде однаковою для лівої і правої частин стикового з'єднання внаслідок його симетрії:

$$b_n = b_1 + b_2,$$

де b_1 – ширина зони тільки пластичних деформацій на стадії нагрівання;
 b_2 – ширина зони пружно-пластичних деформацій на стадії нагрівання.

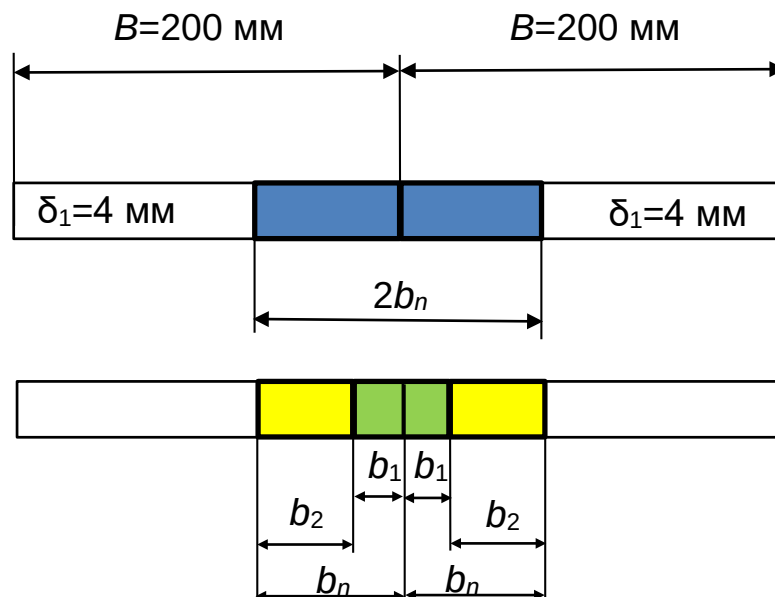


Рис. Д.1. Зони пластичних деформацій скорочення у симетричному стиковому зварному з'єднанні (випадок $B < 350$ мм)

Для розрахунку ширини зони b_1 застосуємо залежність [3]:

$$b_1 = \frac{0,484 \cdot q_0}{c_p \cdot T^{**}},$$

де $q_0 = \frac{I \cdot U \cdot \eta}{v_{зв} \cdot \delta_0}$ – питома потужність тепловкладення у зварне з'єднання,
Дж/мм²;

I – зварювальний струм, А;

U – напруга на дузі, В;

η – коефіцієнт корисної дії зварювальної дуги;

$\delta_0 = \delta_1 + \delta_2$ – зведена товщина зварюваних листів, мм;

c_p – об'ємна теплоємність, Дж/(мм³ · °С) (для низьковуглецевих сталей – $5,2 \times 10^{-3}$, для алюмінієвих сплавів – $2,7 \times 10^{-3}$, для титанових сплавів – $2,3 \times 10^{-3}$);

T^{**} – температура, за якої метал втрачає пружні властивості (для низьковуглецевих сталей становить 600 °С; для алюмінієвих сплавів складає ≈ 300 °С).

Для розрахунку ширини зони b_2 застосуємо залежність [3]:

$$b_2 = k_2^{240\text{МПа}} \cdot (B - b_1), \text{ так як } B = 200 < 350 \text{ мм},$$

де $k_2^{240\text{МПа}} = 3,218 \cdot 10^{-8} \cdot q_0^3 - 1,579 \cdot 10^{-5} \cdot q_0^2 + 3,153 \cdot 10^{-3} \cdot q_0 + 0,036$ – коефіцієнт, який залежить від питомої потужності тепловкладення і визначається за поліноміальними залежностями для заданої границі текучості (див. [додаток В](#));

B – ширина пластини, мм.

Д.2. Симетричне стикове зварне з'єднання. Випадок $B \geq 350$ мм

У цьому випадку (рис. Д.2) ширина пластичної зони b_n буде також однаковою для лівої і правої частин стикового з'єднання внаслідок його симетрії:

$$b_n = b_1 + b_2.$$

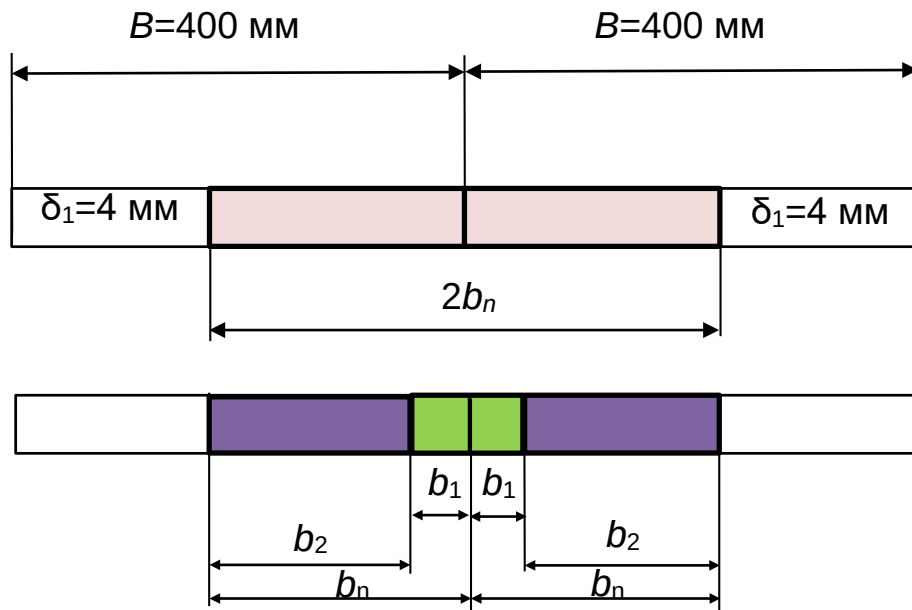


Рис. Д.2. Зони пластичних деформацій скорочення у симетричному стиковому зварному з'єднанні (випадок $B \geq 350$ мм)

Для розрахунку ширини зони b_1 застосуємо залежність [3]:

$$b_1 = \frac{0,484 \cdot q_0}{c_p \cdot T^{**}}.$$

Оскільки експериментальним шляхом було встановлено, що ширина зони b_2 не залежить від ширини пластини B , якщо $B \geq 350$ мм, то для цього випадка розраховуємо ширину зони b_2 таким чином:

$$b_2 = k_2^{240 \text{ МПа}} \cdot (350 - b_1), \text{ так як } B = 400 > 350 \text{ мм}.$$

Примітка. Для визначення параметрів q_0 і $k_2^{240 \text{ МПа}}$ дивись приклад у [пункті Д.1](#)

Д.3. Несиметричне стикове зварне з'єднання

Для такого з'єднання (рис. Д.3) ширина пластичної зони b_n буде також різною для лівої і правої частин стикового з'єднання внаслідок його асиметрії, і, очевидно, що ширина пластичної зони праворуч буде більшою, ніж ліворуч:

$$b_{n_лів} = b_1 + b_{2лів},$$

$$b_{n_прав} = b_1 + b_{2прав}.$$

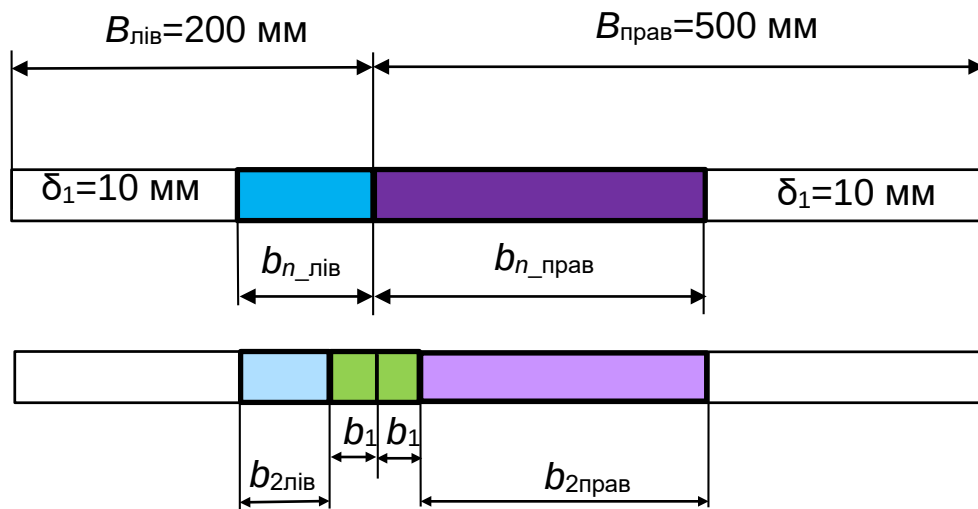


Рис. Д.3. Зони пластичних деформацій скорочення у несиметричному стиковому зварному з'єднанні

Тоді, для розрахунку ширини зони b_1 застосуємо залежність [3]:

$$b_1 = \frac{0,484 \cdot q_0}{c_p \cdot T^{**}},$$

а ширину зон b_2 у лівій і правій пластинах обчислимо з урахуванням їх ширини за такими залежностями [3]:

$$b_{2лів} = k_2^{240\text{МПа}} \cdot (B_{лів} - b_1), \text{ так як } B_{лів} = 200 < 350 \text{ мм}$$

$$b_{2прав} = k_2^{240\text{МПа}} \cdot (350 - b_1), \text{ так як } B_{прав} = 500 \geq 350 \text{ мм}$$

Примітка. Для визначення параметрів q_0 і $k_2^{240 \text{ МПа}}$ дивись приклад у [пункті Д.1](#)

Д.4. Кутове зварне з'єднання

Для кутового з'єднання (рис. Д.4) ширина пластичної зони b_n буде різною для кожної зі зварюваних пластин, а її розмір залежатиме від ширини C та H з'єднуваних пластин:

$$b_{n_C} = b_1 + b_{2C},$$

$$b_{n_H} = b_1 + b_{2H}.$$

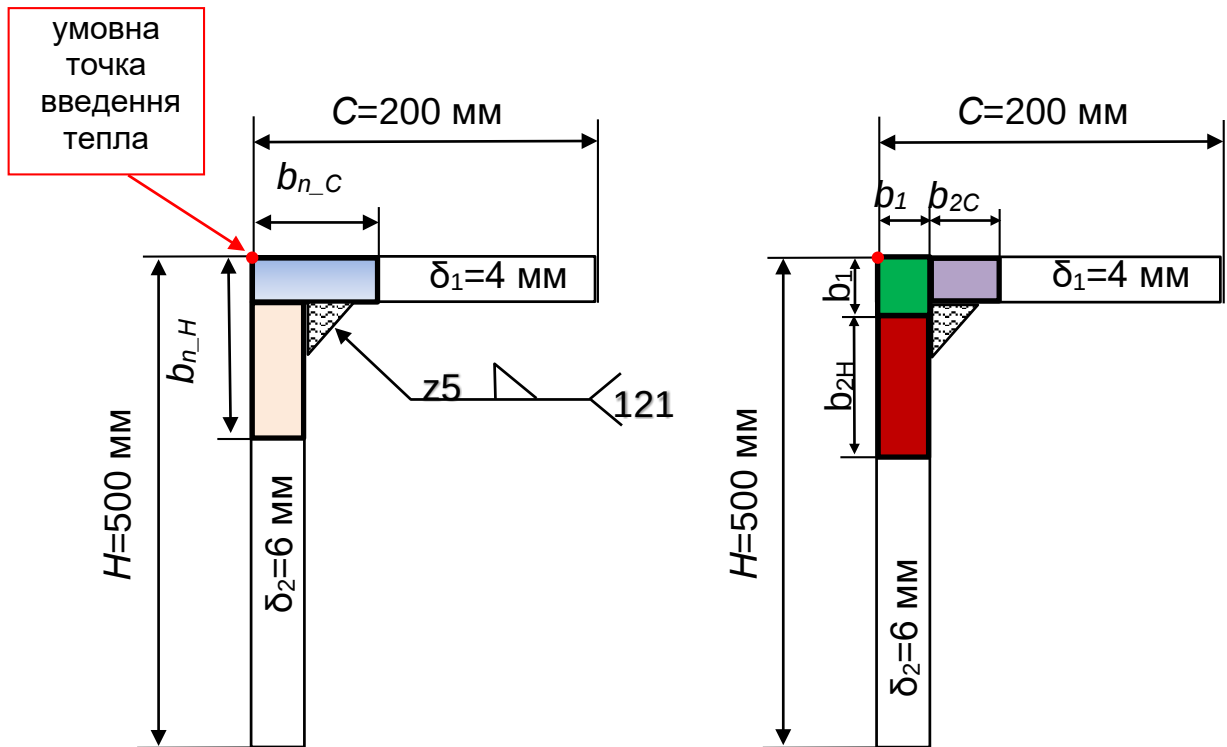


Рис. Д.4. Зони пластичних деформацій скорочення у кутовому зварному з'єднанні

Для розрахунку ширини зони b_1 застосуємо залежність [3]:

$$b_1 = \frac{0,484 \cdot q_0}{c\rho \cdot T^{**}},$$

а ширину зон b_2 у зварюваних пластинах обчислимо згідно [3]:

$$b_{2C} = k_2^{240\text{МПа}} \cdot (C - b_1), \text{ так як } C = 200 < 350 \text{ мм}$$

$$b_{2H} = k_2^{240\text{МПа}} \cdot (350 - b_1), \text{ так як } H = 500 \geq 350 \text{ мм}$$

Примітка. Визначення параметрів q_0 і $k_2^{240\text{МПа}}$ дивись у прикладі [пункту Д.1](#)

Д.5. Таврове зварне з'єднання з двома кутовими швами

Для таврового з'єднання з двома кутовими швами (рис. Д.5) пластичні зони b_n утворюються у трьох напрямках від умовної точки введення тепла: ліворуч - b_{nD} , праворуч - b_{nC} і зверху - b_{nH} , а їх розмір залежатиме від ширини D , C і H з'єднуваних пластин:

$$b_{n_D} = b_1 + b_{2D},$$

$$b_{n_C} = b_1 + b_{2C},$$

$$b_{n_H} = b_1 + b_{2H}.$$

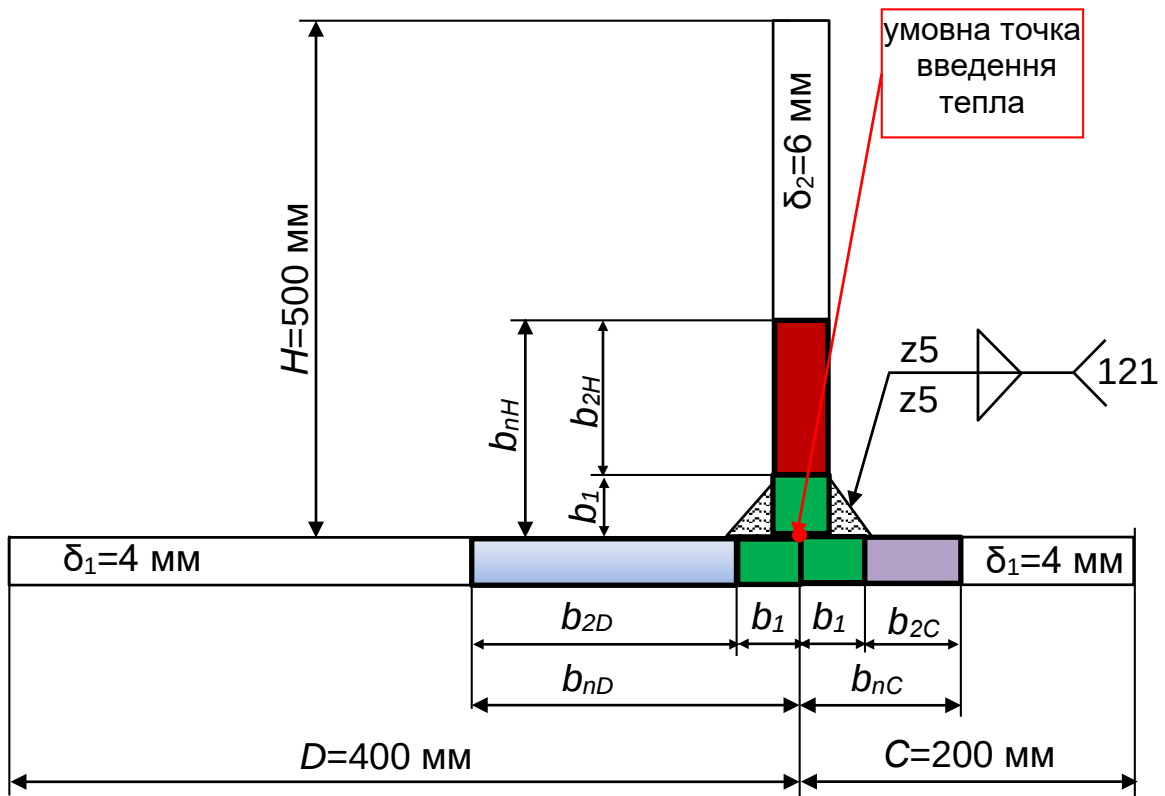


Рис. Д.5. Зони пластичних деформацій скорочення у тавровому зварному з'єднанні з двома кутовими швами

Для розрахунку ширини зони b_1 застосуємо залежність [3]:

$$b_1 = \frac{0,484 \cdot q_0}{c\rho \cdot T^{**}},$$

де $q_0 = \frac{2 \cdot I \cdot U \cdot \eta}{v_{зв} \cdot \delta_0}$ – питома потужність тепловкладення у з'єднання від

зварювання **двох** кутових швів, Дж/мм² ;

$\delta_0 = 2 \cdot \delta_1 + \delta_2$ – сума всіх товщин, в які розповсюджується тепло під час зварювання кутових швів, мм.

Ширину зон b_2 у зварюваних пластинах обчислимо з урахуванням їх ширини за такими залежностями [3]:

$$b_{2D} = k_2^{240 \text{ МПа}} \cdot (350 - b_1), \text{ так як } D = 400 \geq 350 \text{ мм,}$$

$$b_{2C} = k_2^{240 \text{ МПа}} \cdot (C - b_1), \text{ так як } C = 200 < 350 \text{ мм,}$$

$$b_{2H} = k_2^{240 \text{ МПа}} \cdot (350 - b_1), \text{ так як } H = 500 \geq 350 \text{ мм.}$$

Примітка. Для визначення параметра $k_2^{240 \text{ МПа}}$ дивись приклад у [пункті Д.1](#)

Додаток Е

Приклад розрахунку розмірів зони пластичних поздовжніх деформацій скорочення у зварній балці за методом Ніколаєва

Завдання: для зварної балки (рис. Е.1), яка виготовлена зі сталі класу С245 (аналог Ст3сп5), розрахувати за методом Ніколаєва границі зон поздовжніх пластичних деформацій скорочення у зварюваних конструктивних елементах, величину усадкової сили і побудувати розподіл складових повної деформації у поперечному перерізі балки на стадії нагрівання та у залишковому стані. Схема нагрівання - потужне швидкодіюче лінійне джерело.

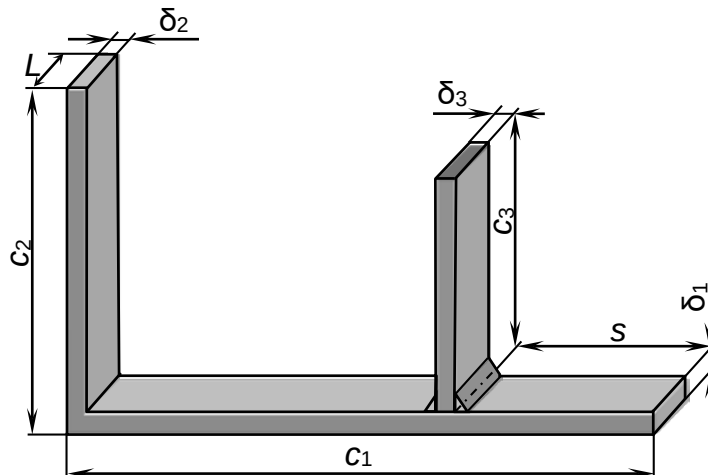


Рис. Е.1. Зварна балка з несиметричним поперечним перерізом

Вихідні дані для розрахунку наведені у табл. Е.1- Е.4.

Таблиця Е1. Габаритні розміри зварної балки і параметри режиму зварювання

Ширина і висота конструктивних елементів, см				Товщини конструктивних елементів, см			Довжина балки, см
c_1	c_2	c_3	s	δ_1	δ_2	δ_3	L
36	30	25	10	0,8	0,6	0,5	250

Таблиця Е2. Параметри режиму зварювання швів балки

Зварювальний струм I , А	Напруга на дузі U , В	Коефіцієнт корисної дії дуги η	Швидкість зварювання, v , см/с
550	34	0,8	0,8

Таблиця Е3. Механічні властивості сталі класу С255

Модуль пружності E , МПа	Границя текучості σ_s , МПа	Границя текучості за деформаціями ϵ_s
$2,1 \cdot 10^5$	245	$11,67 \cdot 10^{-4}$

Таблиця Е4. Теплофізичні властивості сталі класу С245 [6]

Об'ємна теплоємність c_p , Дж/(°С·см³)	4,8
Коефіцієнт лінійного розширення матеріалу α , 1/°С	$12 \cdot 10^{-6}$
Коефіцієнт теплопровідності λ , Вт/см·К	0,419
Коефіцієнт температуропровідності a , см²/с	$8,7 \cdot 10^{-2}$
Коефіцієнт поверхневої тепловіддачі α_t , Вт/см²·К	$6 \cdot 10^{-3}$
Коефіцієнт температуровіддачі b , 1/с	$1,19 \cdot 10^{-3}$

Стадія нагрівання. Для визначення границь ЗПДС і побудови графіків розподілу деформацій на стадії нагрівання необхідно скласти і розв'язати у математичному пакеті «MathCAD» систему нелінійних інтегральних рівнянь для силових факторів (поздовжня сила, згинальні моменти, граничні умови для пружної деформації) на стадії нагрівання. Причому система складається для поперечного перерізу зварної конструкції, в якому набуває максимальної ширини ізотерма T^{**} (600 °С для низьковуглецевих і низьколегованих сталей). Для складання системи необхідно для заданої схеми джерела нагрівання записати, як визначається температура у кожному конструктивному елементі (КЕ)

поперечного перерізу конструкції, записати закони зміни повної деформації у КЕ конструкції і, з урахуванням розподілу температур у перерізі записати зміну пружної деформації у КЕ на стадії нагрівання.

1. Визначення температурних полів у КЕ поперечного перерізу зварної конструкції.

На основі залежності Рикаліна М.М. температура у точці нескінченної площини на відстані x від осі шва через час t після перетину дугою поперечного перерізу, в якому знаходиться точка (відбиття теплових потоків від бокових сторін не враховується) визначається [3]:

$$T(x,t) = \frac{q_n}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t\right), \quad (E.1)$$

де $q_n = \frac{2 \cdot I \cdot U \cdot \eta}{v_{зв} \cdot \delta_0}$ – погонна енергія тепловкладення від зварювання двох

кутових швів, Дж/см²;

I – зварювальний струм, А;

U – напруга на дузі, В;

η – коефіцієнт корисної дії зварювальної дуги;

$\delta_0 = 2 \cdot \delta_1 + \delta_3$ – зведена товщина зварюваних листів, см;

λ – коефіцієнт теплопровідності сталі, Вт/см·К;

c_p – об'ємна теплоємність, Дж/см³·°С;

a – коефіцієнт температуропровідності, см²/с;

$b = \frac{2 \cdot \alpha_T}{\delta_0 \cdot c_p}$ – коефіцієнт температуровіддачі, 1/с.

Також необхідно врахувати той факт, що зварюванні 2 і 3 КЕ утворюють таврове зварне з'єднання, а отже погонна енергія тепловкладення у полицю (2-й КЕ) q_n^n і ребро (3-й КЕ) q_n^p має бути розподілена пропорційно зварюваним товщинам полиці δ^n і ребра δ^p і обчислена за такими залежностями [3]:

$$q_n^n = k_q^n \cdot q_n = \frac{2\delta^n}{\delta^p + 2 \cdot \delta^n} \cdot q_n, \quad (E.2)$$

$$q_n^p = k_q^p \cdot q_n = \frac{\delta^p}{\delta^p + 2 \cdot \delta^n} \cdot q_n. \quad (E.3)$$

Далі для визначення температури у полиці використовуємо залежність (E.1), в якій замінюємо q_n на (E.2) і δ_0 на $\delta_0^n = 2 \cdot \delta^n$, а для ребра в залежності (E.1) замінюємо q_n на (E.3) і δ_0 на $\delta_0 = \delta^p$ і враховуємо, що для ребра (3-й КЕ) змінною координатою є y :

$$\begin{aligned} T(x,t) &= \frac{\frac{2\delta^n}{\delta^p + 2\delta^n} \cdot q_n}{2\delta^n \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t\right) = \\ &= \frac{q_n}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t\right), \end{aligned} \quad (E.4)$$

$$\begin{aligned} T(y,t) &= \frac{\frac{\delta^p}{\delta^p + 2\delta^n} \cdot q_n}{\delta^p \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t\right) = \\ &= \frac{q_n}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot t}} \cdot \exp\left(-\frac{y^2}{4 \cdot a \cdot t} - b \cdot t\right). \end{aligned} \quad (E.5)$$

Визначимо час t , який минув з моменту проходження зварювальною дугою поперечного перерізу I-I (максимум ширини ізотерми T^{**}) до настання у його точках максимальної температури. Для цього продиференціюємо по t залежність (Е.4) (аналогічно і буде і для (Е.5)) і прирівняємо нулю. В результаті математичних перетворень отримаємо час t :

$$t = \frac{1}{\omega} \cdot \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot x^2} - a \right),$$

де $\omega = 4 \cdot b \cdot a$.

Підставляємо t у залежності для температур (Е.4) або (Е.5) і отримуємо рівняння для максимальних температур у точці на відстані x або у від осі шва [3]:

$$T(x) = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot x^2} - a \right)}} \cdot \exp \left(\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot x^2}{\sqrt{a^2 + \omega \cdot x^2} - a} \right)$$

$$T(y) = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot \left(\sqrt{a^2 + \omega \cdot y^2} - a \right)}} \cdot \exp \left(\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot y^2}{\sqrt{a^2 + \omega \cdot y^2} - a} \right).$$

Тепер можна визначити температурні поля у всіх КЕ балки на стадії нагрівання.

Приймемо, що початок системи координат $хоу$ суміщений з джерелом нагрівання. Розглядаємо «*стоншений*» поперечний переріз балки (рис. Е.2) для подальшого спрощення запису границь інтегрування силових факторів.

Як видно з [рис. E.2](#), 1-ий КЕ – вертикальний і має змінну координату «у», і, крім того, він зміщений ліворуч від початку системи координат на відстань « $c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3$ », тому температура в ньому визначатиметься:

$$T1(y) = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot (\sqrt{a^2 + \omega \cdot (y + c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3)^2} - a)}} \cdot \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (y + c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3)^2}{\sqrt{a^2 + \omega \cdot (y + c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3)^2} - a}\right). \quad (E.6)$$

2-й КЕ – горизонтальний і змінною координатою в ньому є «х». Відносно початку системи координат має координати з «-» і «+», тому температура в ньому визначатиметься:

$$T2(x) = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot (\sqrt{a^2 + \omega \cdot (x)^2} - a)}} \cdot \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (x)^2}{\sqrt{a^2 + \omega \cdot (x)^2} - a}\right). \quad (E.7)$$

3-й КЕ – вертикальний і змінною координатою в ньому є «у». З [рис. E.2](#) видно, що елемент проходить через початок системи координат і не зміщений відносно осі «у», тому температура в ньому визначається:

$$T3(y) = \frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c \rho \cdot (\sqrt{a^2 + \omega \cdot (y)^2} - a)}} \cdot \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (y)^2}{\sqrt{a^2 + \omega \cdot (y)^2} - a}\right). \quad (E.8)$$

Для заданого режиму зварювання побудуємо у MathCAD розподіл максимальних температур у кожному КЕ поперечного перерізу балки на стадії нагрівання.

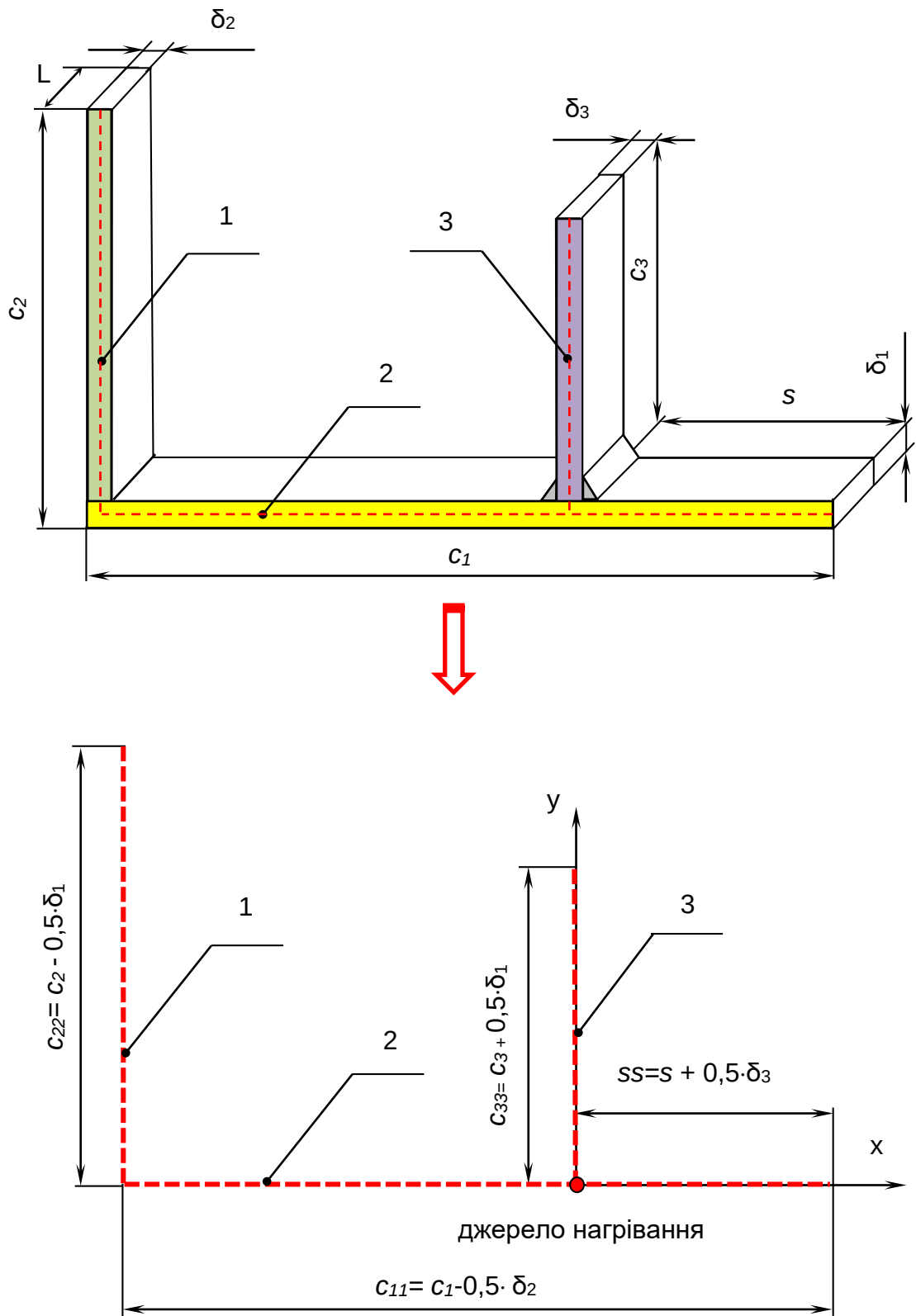


Рис. Е.2. Перехід до стоншеного поперечного перерізу балки

Для 1-го КЕ задаємо межі зміни координати y : $y:=0..c_2$ і за допомогою меню «*Insert → Graph → X-Y Plot*» вставляємо шаблон для побудови графіка, в якому вздовж вісі ординат записуємо функцію температури $T1(y)$ згідно (E.6), а вздовж вісі абсцис записуємо змінну координату y , як показано на [рис. E.3, а](#).

Для 2-го КЕ задаємо змінний x : $x:= -(c_1-s-0,5\cdot\delta_3)..(s+0,5\cdot\delta_3)$ і вставляємо новий шаблон для побудови графіка, в якому вздовж вісі ординат записуємо функцію температури $T2(x)$ згідно (E.7), а вздовж вісі абсцис записуємо змінну координату x , як показано на [рис. E.3, б](#).

Для 3-го КЕ задаємо межі зміни координати y : $y:=0..c_3$ і вставляємо ще один шаблон для побудови графіка, в якому вздовж вісі ординат записуємо функцію температури $T3(y)$ згідно (E.8), а вздовж вісі абсцис записуємо змінну координату y , як показано на [рис. E.3, в](#).

Загальний вид розподілу температур у поперечному перерізі зварної балки показано на [рис. E.4](#).

2. Визначимо в загальному виді залежності для повної деформації у КЕ зварної конструкції на стадії нагрівання.

Повна деформація для несиметричного поперечного перерізу задається законом площини виду:

$$\varepsilon_{пов}^{наг}(x,y) = g \cdot x + k \cdot y + d ,$$

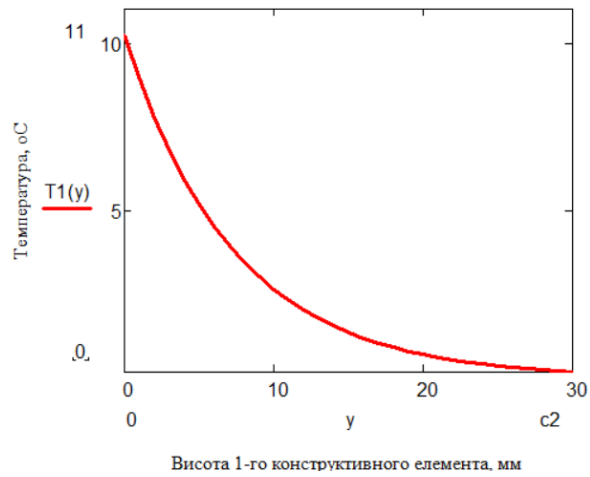
де g, k, d – безрозмірні коефіцієнти, які відповідають за поворот і переміщення поперечного перерізу у просторі.

Тоді залежності для повної деформації для заданого поперечного перерізу балки на стадії нагрівання матимуть такий вид:

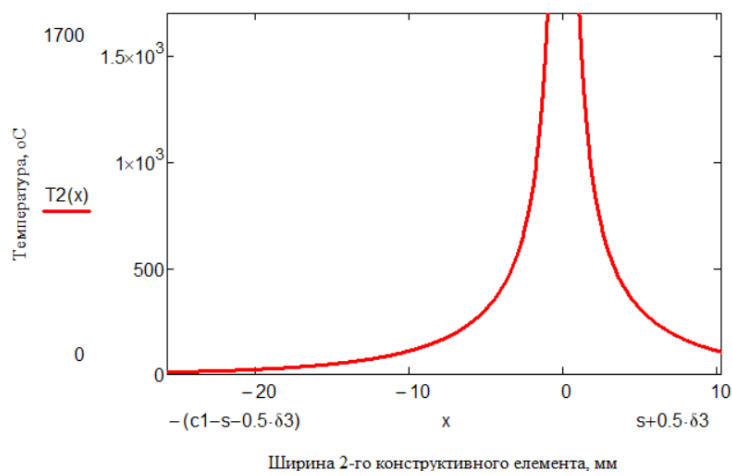
$$\text{для 1-го КЕ: } \varepsilon_{пов1}^{наг}(y) = g \cdot -(c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + k \cdot y + d$$

$$\text{для 2-го КЕ: } \varepsilon_{пов1}^{наг}(x) = g \cdot x + k \cdot 0 + d = g \cdot x + d$$

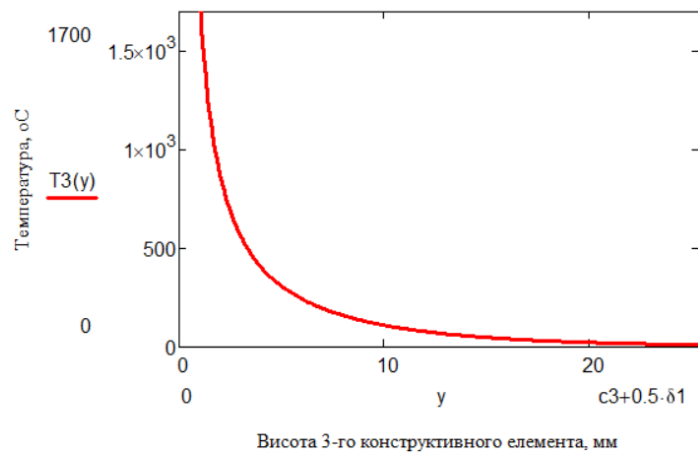
$$\text{для 3-го КЕ: } \varepsilon_{пов3}^{наг}(y) = g \cdot 0 + k \cdot y + d = k \cdot y + d$$



а



б



в

Рис. Е.3. Розподіл максимальних температур у конструктивних елементах поперечного перерізу зварної балки на стадії нагрівання:

а – у 1-му КЕ; **б** – у 2-му КЕ; **в** – у 3-му КЕ

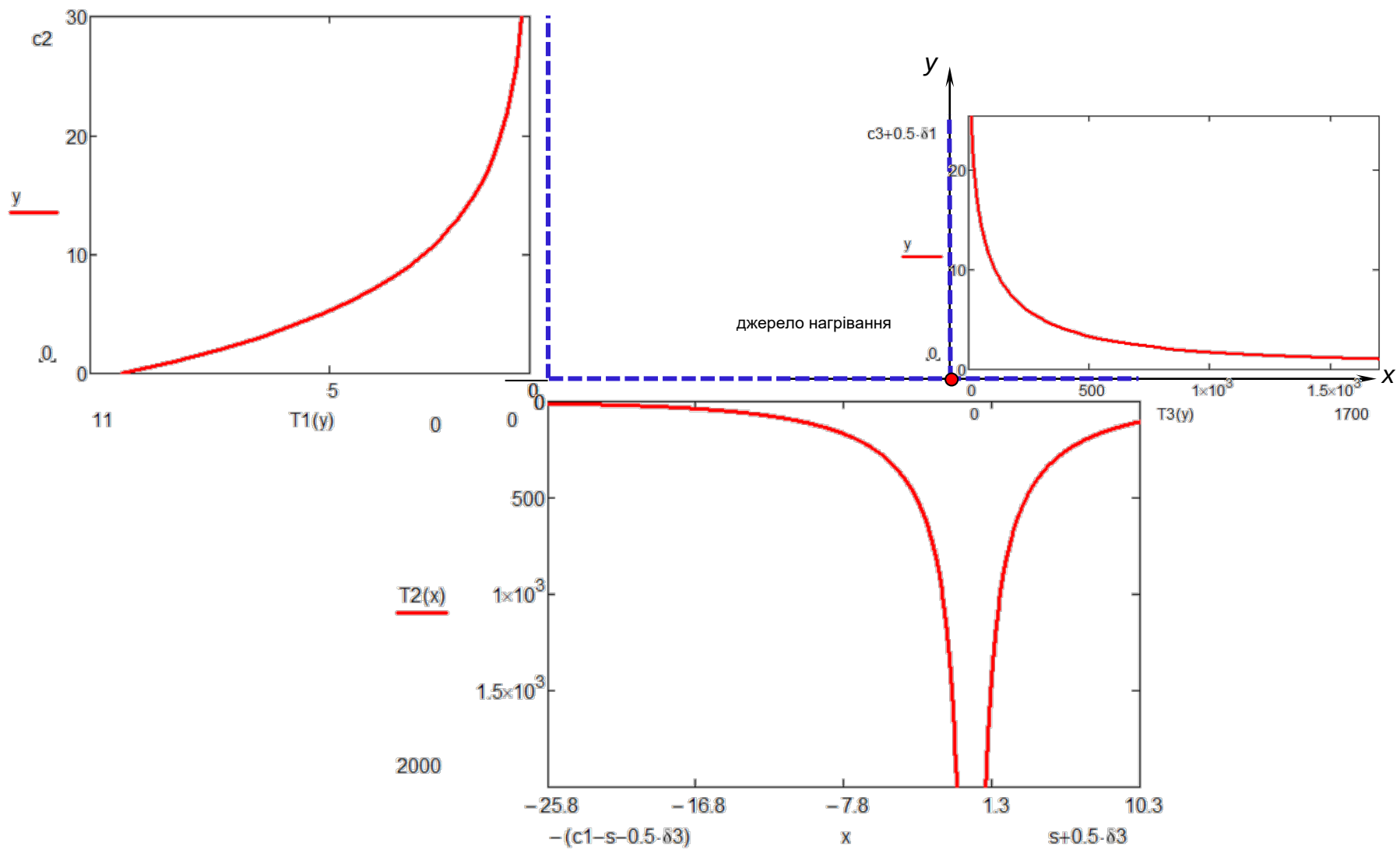


Рис. Е.4. Розподіл максимальних температур у поперечному перерізі балки на стадії нагрівання

3. Запишемо систему рівнянь рівноваги силових факторів і граничні умови на стадії нагрівання в загальному виді.

Оскільки поперечний переріз зварної конструкції несиметричний, то на стадії нагрівання діють такі силові фактори: поздовжня розпирна сила $N^{\text{наг}}$, згинальні моменти $M_x^{\text{наг}}, M_y^{\text{наг}}$.

Також необхідно пам'ятати про граничні умови для пружної деформації на стадії нагрівання на границях зон пластичних деформацій скорочення у відповідних КЕ.

$$\left. \begin{aligned} N^{\text{наг}} &= 0 \\ M_x^{\text{наг}} &= 0 \\ M_y^{\text{наг}} &= 0 \\ \varepsilon_{\text{пр2}}^{\text{наг}}(x = -bnL) &= -\varepsilon_s \\ \varepsilon_{\text{пр2}}^{\text{наг}}(x = bnR) &= -\varepsilon_s \\ \varepsilon_{\text{пр3}}^{\text{наг}}(y = bnV) &= -\varepsilon_s \end{aligned} \right\} \quad (\text{E.9})$$

4. Виконаємо алгебризацію системи рівнянь для стадії нагрівання.

Для алгебризації системи рівнянь (E.9) необхідно попередньо визначити характерні відстані $s1$ і $s2$.

Враховуємо, що зварюють 2 шва одночасно, тому у q_n підставляємо подвоєну енергію ($2q$) тепловкладення від зварювальної дуги.

$s1$ – відстань від осі шва до максимально віддаленої точки на ізотермі 600°C знаходимо шляхом розв'язування у MathCAD рівняння:

$$s1 := 1$$

Given

$$\frac{q_n \cdot \sqrt{\omega}}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot (\sqrt{a^2 + \omega \cdot (s1)^2} - a)}} \cdot \exp\left(\frac{1}{2} - \frac{2 \cdot b \cdot (s1)^2}{\sqrt{a^2 + \omega \cdot (s1)^2} - a}\right) = 600 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$s1 := \text{Find}(s1) = 2,835 \text{ см}$$

Знаходимо час $t1$, що минув від моменту перетину дугою поперечного перерізу по максимальній ширині ізотерми $600 \text{ } ^\circ\text{C}$ до настання в ньому максимальних температур:

$$t1 = \frac{1}{\omega} \cdot (\sqrt{a^2 + \omega \cdot s1^2} - a) = 41,999 \approx 42 \text{ сек,}$$

$$\text{де } \omega = 4 \cdot b \cdot a.$$

Далі визначимо $s2$ – відстань від осі шва до точки на ізотермі $500 \text{ } ^\circ\text{C}$, яка знаходиться у поперечному перерізі з максимальною шириною ізотерми $600 \text{ } ^\circ\text{C}$. Визначаємо також у MathCAD з урахуванням $t1$ і відповідної ізотерми:

$$s2 := 1$$

Given

$$\frac{q_n}{\delta_0 \sqrt{\pi \cdot \lambda \cdot c_p \cdot t1}} \cdot \exp\left(-\frac{s2^2}{4 \cdot a \cdot t1} - b \cdot t1\right) = 500 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$s2 := \text{Find}(s2) = 3,272 \text{ см}$$

Запис алгебризованої системи рівнянь виконуємо з урахуванням відомих залежностей для повних і температурних деформацій у точці відповідно:

$$\varepsilon_{\text{пов}}^{\text{наг}} = \varepsilon_t^{\text{наг}} + \varepsilon_{\text{пружна}}^{\text{наг}} + \varepsilon_{\text{пластична}}^{\text{наг}}$$

$$\varepsilon_t^{\text{наг}} = \alpha \cdot T.$$

Тоді у 1-му КЕ:

$$\varepsilon_{\text{пов1}}^{\text{наг}}(y) = g \cdot -(c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + k \cdot y + d;$$

$$\varepsilon_{t1}^{\text{наг}}(y) = \alpha \cdot T1(y);$$

у 2-му КЕ:

$$\varepsilon_{\text{пов2}}^{\text{наг}}(x) = g \cdot x + d;$$

$$\varepsilon_{t2}^{\text{наг}}(x) = \alpha \cdot T2(x);$$

у 3-му КЕ:

$$\varepsilon_{\text{пов3}}^{\text{наг}}(y) = k \cdot y + d;$$

$$\varepsilon_{t3}^{\text{наг}}(y) = \alpha \cdot T3(y).$$

Далі записуємо повну алгебризовану систему з 6 рівнянь для визначення параметрів повної деформації g , k , d і розмірів пластичних зон bnL , bnR , bnV у зварюваних 2 і 3 конструктивних елементах поперечного перерізу балки.

Початкові умови $g := 1$ $k := 1$ $d := 1$ $bnL := 1$ $bnR := 1$ $bnV := 1$

Given

Рівняння поздовжньої осьової сили $N^{\text{нар}}$:

$$\begin{aligned}
 & \delta 2 \cdot \left[\int_0^{c22} [g \cdot -(c11 - ss) + k \cdot y + d - \alpha \cdot T1(y)] dy \right] + \\
 & + \delta 1 \cdot \left[\int_{-(c11-ss)}^{-bnL} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] dx + \int_{-bnL}^{-s2} -\epsilon s dx + \int_{-s2}^{-s1} -\epsilon s \frac{|x| - s1}{s2 - s1} dx + \int_{-s1}^{s1} 0 dx + \right. \\
 & \left. + \int_{s1}^{s2} -\epsilon s \frac{x - s1}{s2 - s1} dx + \int_{s2}^{bnR} -\epsilon s dx + \int_{bnR}^{ss} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] dx \right] + \\
 & + \delta 3 \cdot \left[\int_0^{s1} 0 dy + \int_{s1}^{s2} -\epsilon s \frac{y - s1}{s2 - s1} dy + \int_{s2}^{bnV} -\epsilon s dy + \int_{bnV}^{c33} [k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y)] dy \right] = 0
 \end{aligned}$$

Рівняння згинального моменту $M_x^{\text{нар}}$:

$$\begin{aligned}
 & \delta 2 \cdot \left[\int_0^{c22} [g \cdot -(c11 - ss) + k \cdot y + d - \alpha \cdot T1(y)] \cdot y dy \right] + \\
 & + \delta 1 \cdot \left[\int_{-(c11 - ss)}^{-bnL} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] \cdot 0 dx + \int_{-bnL}^{-s2} -\epsilon s \cdot 0 dx + \int_{-s2}^{-s1} -\epsilon s \frac{|x| - s1}{s2 - s1} \cdot 0 dx + \int_{-s1}^{s1} 0 \cdot 0 dx + \right. \\
 & \left. + \int_{s1}^{s2} -\epsilon s \frac{x - s1}{s2 - s1} \cdot 0 dx + \int_{s2}^{bnR} -\epsilon s \cdot 0 dx + \int_{bnR}^{ss} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] \cdot 0 dx \right] + \\
 & + \delta 3 \cdot \left[\int_0^{s1} 0 \cdot y dy + \int_{s1}^{s2} -\epsilon s \frac{y - s1}{s2 - s1} \cdot y dy + \int_{s2}^{bnV} -\epsilon s \cdot y dy + \int_{bnV}^{c33} [k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y)] \cdot y dy \right] = 0
 \end{aligned}$$

Рівняння згинального моменту $M_y^{\text{нар}}$:

$$\begin{aligned}
 & \delta 2 \cdot \left[\int_0^{c22} [g \cdot -(c11 - ss) + k \cdot y + d - \alpha \cdot T1(y)] \cdot [-(c11 - ss)] dy \right] + \\
 & + \delta 1 \cdot \left[\int_{-(c11 - ss)}^{-bnL} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] \cdot x dx + \int_{-bnL}^{-s2} -\epsilon s \cdot x dx + \int_{-s2}^{-s1} -\epsilon s \frac{|x| - s1}{s2 - s1} \cdot x dx + \int_{-s1}^{s1} 0 \cdot x dx + \right. \\
 & \left. + \int_{s1}^{s2} -\epsilon s \frac{x - s1}{s2 - s1} \cdot x dx + \int_{s2}^{bnR} -\epsilon s \cdot x dx + \int_{bnR}^{ss} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] \cdot x dx \right] + \\
 & + \delta 3 \cdot \left[\int_0^{s1} 0 \cdot 0 dy + \int_{s1}^{s2} -\epsilon s \frac{y - s1}{s2 - s1} \cdot 0 dy + \int_{s2}^{bnV} -\epsilon s \cdot 0 dy + \int_{bnV}^{c33} [k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y)] \cdot 0 dy \right] = 0
 \end{aligned}$$

Граничні умови для пружних деформацій на границях ЗПДС у зварюваних між собою конструктивних елементах:

$$g \cdot (-bnL) + d - \alpha \cdot T2(|-bnL|) = -\varepsilon s$$

$$g \cdot (bnR) + d - \alpha \cdot T2(bnR) = -\varepsilon s$$

$$k \cdot bnV + d - \alpha \cdot T3(bnV) = -\varepsilon s$$

Результатом розв'язку системи в MathCAD є матриця відповідей:

$$z := \text{Find}(g, k, d, bnL, bnR, bnV) = \begin{pmatrix} 5,629 \times 10^{-5} \\ -3,88 \times 10^{-5} \\ 1,905 \times 10^{-3} \\ 6,314 \\ 5,374 \\ 6,123 \end{pmatrix}$$

Для подальших розрахунків у MathCAD необхідно виконати присвоєння результатів розв'язку системи параметрам повної деформації на стадії нагрівання (g , k , d - безрозмірні коефіцієнти) та ширині (в см) зон пластичних деформацій скорочення bnL , bnR , bnV , звернувшись до відповідної позиції в матриці відповідей:

$$g := z_0 = 5,629 \times 10^{-5}$$

$$k := z_1 = -3,88 \times 10^{-5}$$

$$d := z_2 = 1,905 \times 10^{-3}$$

$$bnL := z_3 = 6,314$$

$$bnR := z_4 = 5,374$$

$$bnV := z_5 = 6,123$$

5. На основі отриманого розв'язку алгебризованої системи рівнянь запишемо залежності і побудуємо графіки розподілу для повної, температурної пружної і пластичної деформацій на стадії нагрівання для кожного конструктивного елемента (рис. Е.5 - Е.7).

Для 1-го КЕ повна деформація визначається рівнянням: $\varepsilon_{fh1}(y) = g \cdot -(c1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + k \cdot y + d$; температурна деформація залежністю - $\varepsilon_{t1}(y) = \alpha \cdot T1(y)$; пружна деформація рівнянням - $\varepsilon_{eh1}(y) = \varepsilon_{fh1}(y) - \varepsilon_{t1}(y)$, а пластична деформація у 1 КЕ відсутня, тобто $\varepsilon_{ph1}(y) = 0$, оскільки пружні деформації у цьому елементі на стадії нагрівання не досягають границі текучості матеріалу ε_s .

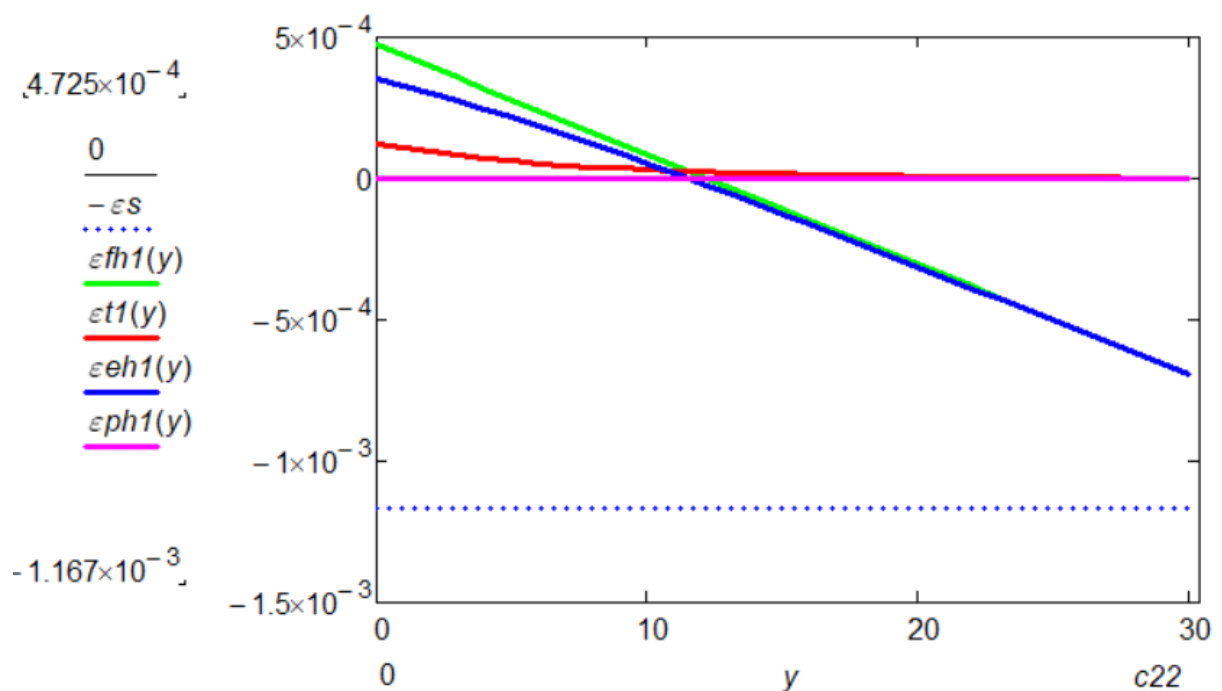


Рис. Е.5. Розподіл повної $\varepsilon_{fh1}(y)$, температурної $\varepsilon_{t1}(y)$, пружної $\varepsilon_{eh1}(y)$ і пластичної $\varepsilon_{ph1}(y)$ деформацій на стадії нагрівання у 1-му конструктивному елементі

З урахуванням того, що 2 КЕ піддається високотемпературному впливу від зварювання, то потрібно записати рівняння для визначення температурної, пружної і пластичної деформацій на різних ділянках 2-го КЕ.

При цьому повна деформація у 2-му КЕ визначається рівнянням: $\epsilon_{fh2}(x) = g \cdot x + d$. Температурну деформацію на інтервалі від $-s1$ до $+s1$ обмежуємо температурою $T^{**}=600$ °C (температура знеміцнення матеріалу і втрати історії навантаження), оскільки це не впливає на залишковий напружено-деформований стан конструкції, а на інших інтервалах визначаємо за такими залежностями:

$$\epsilon_{t2}(x) := \begin{cases} \alpha \cdot T2(x) & \text{if } -(c11 - ss) \leq x \leq -s1 \\ \alpha \cdot 600 & \text{if } -s1 \leq x \leq s1 \\ \alpha \cdot T2(x) & \text{if } s1 \leq x \leq ss \end{cases}$$

Пружну деформацію також визначаємо з урахування характерних ділянок, які утворюються у 2 КЕ під час нагрівання:

$$\epsilon_{eh2}(x) := \begin{cases} [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] & \text{if } -(c11 - ss) \leq x \leq -bnL \\ -\epsilon_s & \text{if } -bnL \leq x \leq -s2 \\ -\epsilon_s \frac{|x| - s1}{s2 - s1} & \text{if } -s2 \leq x \leq -s1 \\ 0 & \text{if } -s1 \leq x \leq s1 \\ -\epsilon_s \frac{x - s1}{s2 - s1} & \text{if } s1 \leq x \leq s2 \\ -\epsilon_s & \text{if } s2 \leq x \leq bnR \\ [g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x)] & \text{if } bnR \leq x \leq ss \end{cases}$$

Пластичну деформацію на різних ділянках 2 КЕ визначаємо за такими залежностями:

$$\varepsilon_{ph2}(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } -(c11-ss) \leq x \leq -bnL \\ \left[g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\varepsilon s) \right] & \text{if } -bnL \leq x \leq -s2 \\ \left[g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - \left(-\varepsilon s \frac{|x| - s1}{s2 - s1} \right) \right] & \text{if } -s2 \leq x \leq -s1 \\ \left[g \cdot x + d - \alpha \cdot 600 \right] & \text{if } -s1 \leq x \leq s1 \\ \left[g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - \left(-\varepsilon s \frac{x - s1}{s2 - s1} \right) \right] & \text{if } s1 \leq x \leq s2 \\ \left[g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\varepsilon s) \right] & \text{if } s2 \leq x \leq bnR \\ 0 & \text{if } bnR \leq x \leq ss. \end{cases}$$

Розподіл деформацій у 2-му конструктивному елементі на стадії нагрівання з урахуванням характерних ділянок показано на рис. Е.6.

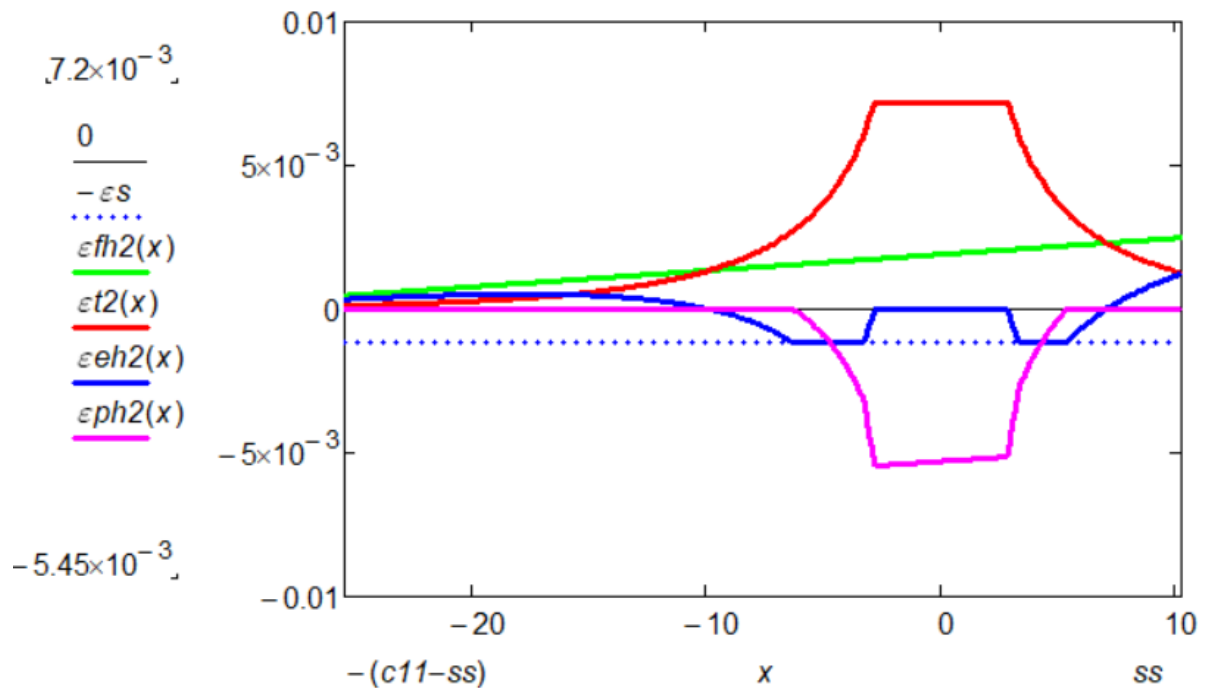


Рис. Е.6. Розподіл повної $\varepsilon_{fh2}(x)$, температурної $\varepsilon_{t2}(x)$, пружної $\varepsilon_{eh2}(x)$ і пластичної $\varepsilon_{ph2}(x)$ деформацій на стадії нагрівання у 2-му конструктивному елементі

У 3-му КЕ розвиток термдеформаційних процесів подібний до 2 - го КЕ, тому повна деформація визначається рівнянням: $\varepsilon_{fh3}(y) = k \cdot y + d$, а температурну деформацію з урахуванням високотемпературного інтервалу від 0 до $+s1$ визначаємо за такими залежностями:

$$\varepsilon_{t3}(y) := \begin{cases} \alpha \cdot 600 & \text{if } 0 \leq y \leq s1 \\ \alpha \cdot T3(y) & \text{if } s1 \leq y \leq c33 \end{cases}$$

Пружну деформацію також визначаємо з урахування характерних ділянок, які утворюються у 3 КЕ під час зварювання кутових швів:

$$\varepsilon_{eh3}(y) := \begin{cases} 0 & \text{if } 0 \leq y \leq s1 \\ -\varepsilon_s \frac{y - s1}{s2 - s1} & \text{if } s1 \leq y \leq s2 \\ -\varepsilon_s & \text{if } s2 \leq y \leq bnV \\ [k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y)] & \text{if } bnV \leq y \leq c33. \end{cases}$$

Пластичну деформацію на різних ділянках 3 КЕ визначаємо за такими залежностями:

$$\varepsilon_{ph3}(y) := \begin{cases} [g \cdot x + d - \alpha \cdot 600] & \text{if } 0 \leq y \leq s1 \\ \left[k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - \left(-\varepsilon_s \frac{y - s1}{s2 - s1} \right) \right] & \text{if } s1 \leq y \leq s2 \\ [k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - (-\varepsilon_s)] & \text{if } s2 \leq y \leq bnV \\ 0 & \text{if } bnV \leq y \leq c33. \end{cases}$$

Розподіл деформацій у 3 КЕ на стадії нагрівання з урахуванням характерних ділянок показано на рис. Е.7.

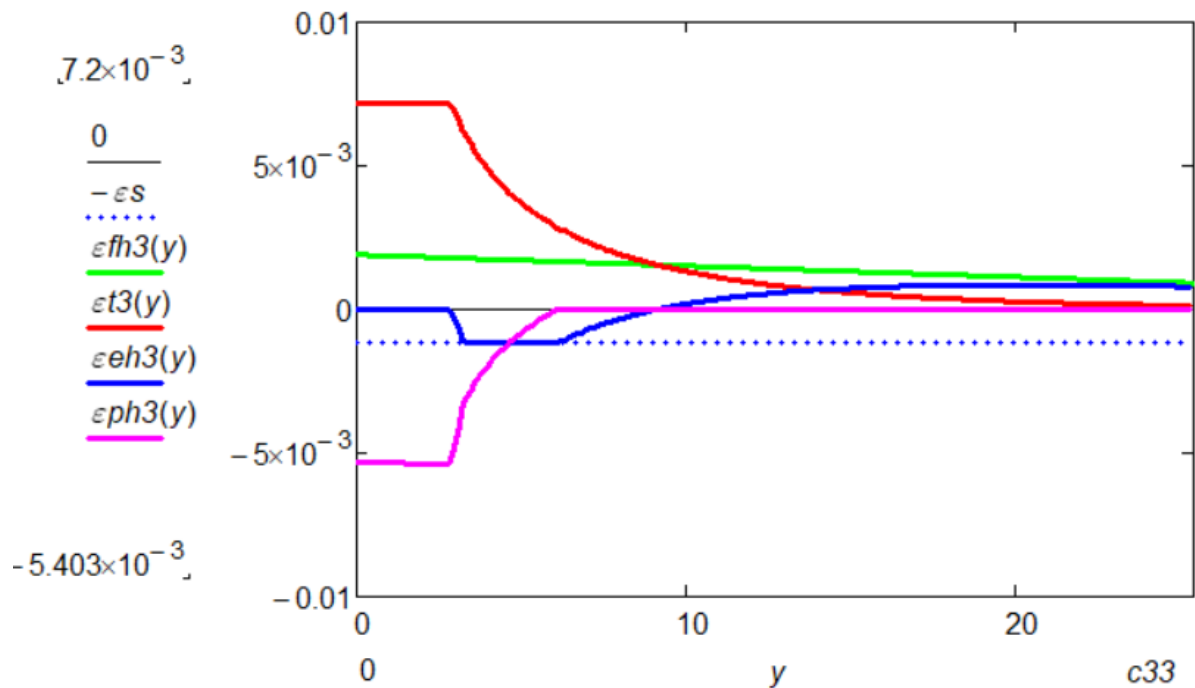


Рис. Е.7. Розподіл повної $\varepsilon_{fh3}(y)$, температурної $\varepsilon_{t3}(y)$, пружної $\varepsilon_{eh3}(y)$ і пластичної $\varepsilon_{ph3}(y)$ деформацій на стадії нагрівання у 3-му конструктивному елементі

Залишковий стан. Для розрахунку величини усадкової сили необхідно знати площу епюри залишкових поздовжніх пластичних деформацій скорочення в межах пластичних зон - тобто знати характер розподілу залишкових пластичних деформацій у зварюваних конструктивних елементах, що неможливо зробити без побудови графіків розподілу інших залишкових деформацій.

Отже, необхідно скласти і розв'язати у математичному пакеті «MathCAD» систему нелінійних інтегральних рівнянь для силових факторів (поздовжня сила, згинальні моменти, граничні умови для пружної деформації) у залишковому стані. Причому система складається для будь-якого поперечного перерізу зварної конструкції, оскільки в залишковому стані всі перерізи є однаковими.

Для складання системи необхідно записати закони зміни повної залишкової деформації у КЕ конструкції і, з урахуванням особливостей

перебігу термодетформаційних процесів на стадії нагрівання, які вплинули на величину пружних деформацій, записати пружні і пластичні деформації у КЕ для залишкового стану після зварювання.

1. Визначимо в загальному виді залежності для повної деформації у КЕ зварної конструкції для залишкового стану.

Повна деформація для несиметричного поперечного перерізу задається законом площини виду:

$$\varepsilon_{\text{пов}}^{\text{зал}}(x, y) = m \cdot x + n \cdot y + r,$$

де m, n, r – безрозмірні коефіцієнти, які відповідають за поворот і переміщення поперечного перерізу у просторі.

Тоді залежності для повної деформації для заданого поперечного перерізу балки у залишковому стані матимуть такий вид:

$$\text{для 1-го КЕ: } \varepsilon_{\text{пов1}}^{\text{зал}}(y) = m \cdot -(c1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + n \cdot y + r$$

$$\text{для 2-го КЕ: } \varepsilon_{\text{пов2}}^{\text{зал}}(x) = m \cdot x + n \cdot 0 + r = m \cdot x + r$$

$$\text{для 3-го КЕ: } \varepsilon_{\text{пов3}}^{\text{зал}}(y) = m \cdot 0 + n \cdot y + r = n \cdot y + r$$

2. Запишемо систему рівнянь рівноваги силових факторів і граничні умови у залишковому стані в загальному виді.

Оскільки поперечний переріз зварної конструкції несиметричний, то у залишковому стані діють такі силові фактори: поздовжня стискальна сила $N^{\text{зал}}$, згинальні моменти $M_x^{\text{нал}}, M_y^{\text{нал}}$.

Також необхідно пам'ятати про граничні умови для пружної деформації у залишковому стані на границях зон пластичних деформацій видовження у відповідних КЕ. Всі 6 рівнянь разом формують систему (Е.10):

$$\left. \begin{aligned} N^{\text{зал}} &= 0 \\ M_x^{\text{зал}} &= 0 \\ M_y^{\text{зал}} &= 0 \\ \varepsilon_{\text{пр2}}^{\text{зал}}(x = -snL) &= \varepsilon_s \\ \varepsilon_{\text{пр2}}^{\text{зал}}(x = snR) &= \varepsilon_s \\ \varepsilon_{\text{пр3}}^{\text{зал}}(y = snV) &= \varepsilon_s \end{aligned} \right\} \quad (\text{E.10})$$

3. Виконаємо алгебризацію системи рівнянь (E.10) для залишкового стану.

Запис алгебризованої системи рівнянь виконуємо з урахуванням відомих залежностей для повних залишкових деформацій у точці:

$$\varepsilon_{\text{пов}}^{\text{зал}} = \varepsilon_t^{\text{зал}} + \varepsilon_{\text{пружна}}^{\text{зал}} + \varepsilon_{\text{пластична}}^{\text{зал}},$$

де $\varepsilon_t^{\text{зал}} = 0$, оскільки це залишковий стан.

Тоді у 1-му КЕ:

$$\varepsilon_{\text{пов1}}^{\text{зал}}(y) = m \cdot -(c1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + n \cdot y + r;$$

у 2-му КЕ:

$$\varepsilon_{\text{пов2}}^{\text{зал}}(x) = m \cdot x + r;$$

у 3-му КЕ:

$$\varepsilon_{\text{пов3}}^{\text{зал}}(y) = n \cdot y + r.$$

Далі записуємо повну алгебризовану систему з 6 рівнянь для визначення параметрів повної деформації m , n , r і розмірів зон пластичних деформацій видовження snL , snR , snV у зварюваних 2 і 3 конструктивних елементах поперечного перерізу балки.

Початкові умови $m := 1$ $n := 1$ $r := 1$ $snL := 1$ $snR := 1$ $snV := 1$

Given

Рівняння поздовжньої осьової сили $N^{\text{зал}}$:

$$\begin{aligned}
 & \delta 2 \cdot \left[\int_0^{c22} [m \cdot -(c11 - ss) + n \cdot y + r] dy \right] + \\
 & + \delta 1 \cdot \left[\int_{-(c11 - ss)}^{-bnL} (m \cdot x + r) dx + \int_{-bnL}^{-snL} [(m \cdot x + r) - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon s))] dx + \int_{-snL}^{snR} \epsilon s dx + \right. \\
 & \left. + \int_{snR}^{bnR} [(m \cdot x + r) - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon s))] dx + \int_{bnR}^{ss} (m \cdot x + r) dx \right] + \\
 & + \delta 3 \cdot \left[\int_0^{snV} \epsilon s dy + \int_{snV}^{bnV} [(n \cdot y + r) - (k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - (-\epsilon s))] dy + \int_{bnV}^{c33} (n \cdot y + r) dy \right] = 0
 \end{aligned}$$

Рівняння згинального моменту $M_x^{\text{згл}}$:

$$\begin{aligned}
 & \delta 2 \cdot \left[\int_0^{c22} [m \cdot -(c11 - ss) + n \cdot y + r] \cdot y \, dy \right] + \\
 & + \delta 1 \cdot \left[\int_{-(c11 - ss)}^{-bnL} (m \cdot x + r) \cdot 0 \, dx + \int_{-bnL}^{-snL} [(m \cdot x + r) - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon s))] \cdot 0 \, dx + \int_{-snL}^{snR} \epsilon s \cdot 0 \, dx + \right. \\
 & \left. + \int_{snR}^{bnR} [(m \cdot x + r) - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon s))] \cdot 0 \, dx + \int_{bnR}^{ss} (m \cdot x + r) \cdot 0 \, dx \right] + \\
 & + \delta 3 \cdot \left[\int_0^{snV} \epsilon s \cdot y \, dy + \int_{snV}^{bnV} [(n \cdot y + r) - (k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - (-\epsilon s))] \cdot y \, dy + \int_{bnV}^{c33} (n \cdot y + r) \cdot y \, dy \right] = 0
 \end{aligned}$$

Рівняння згинального моменту $M_y^{\text{згл}}$:

$$\begin{aligned}
 & \delta 2 \cdot \left[\int_0^{c22} [m \cdot -(c11 - ss) + n \cdot y + r] \cdot (-(c11 - ss)) dy \right] + \\
 & + \delta 1 \cdot \left[\int_{-(c11 - ss)}^{-bnL} (m \cdot x + r) \cdot x dx + \int_{-bnL}^{-snL} [(m \cdot x + r) - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon s))] \cdot x dx + \int_{-snL}^{snR} \epsilon s \cdot x dx + \right. \\
 & \left. + \int_{snR}^{bnR} [(m \cdot x + r) - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon s))] \cdot x dx + \int_{bnR}^{ss} (m \cdot x + r) \cdot x dx \right] + \\
 & + \delta 3 \cdot \left[\int_0^{snV} \epsilon s \cdot 0 dy + \int_{snV}^{bnV} [(n \cdot y + r) - (k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - (-\epsilon s))] \cdot 0 dy + \int_{bnV}^{c33} (n \cdot y + r) \cdot 0 dy \right] = 0
 \end{aligned}$$

Граничні умови для пружних залишкових деформацій на границях зон пластичних деформацій видовження у зварюваних між собою конструктивних елементах мають вид:

$$\begin{aligned} & \left[(m \cdot (-snL) + r) - (g \cdot (-snL) + d - \alpha \cdot T2(|-snL|) - (-\epsilon S)) \right] = \epsilon S \\ & \left[(m \cdot (snR) + r) - (g \cdot snR + d - \alpha \cdot T2(snR) - (-\epsilon S)) \right] = \epsilon S \\ & \left[(n \cdot (snV) + r) - (k \cdot snV + d - \alpha \cdot T3(snV) - (-\epsilon S)) \right] = \epsilon S \end{aligned}$$

Результатом розв'язку алгебризованої системи (E.10) в MathCAD є матриця відповідей параметрів повної залишкової деформації (m , n , r - безрозмірні коефіцієнти) та ширина (в см) зон пластичних деформацій видовження snL , snR , snV :

$$zz := Find(m, n, r, snL, snR, snV) = \begin{pmatrix} -2,012 \times 10^{-5} \\ 1,643 \times 10^{-5} \\ -6,623 \times 10^{-4} \\ 4,209 \\ 3,787 \\ 4,139 \end{pmatrix}$$

Для подальших розрахунків у MathCAD необхідно виконати присвоєння результатів розв'язку системи, звернувшись до відповідної позиції в матриці відповідей:

$$m := zz_0 = -2,012 \times 10^{-5}$$

$$n := zz_1 = 1,643 \times 10^{-5}$$

$$r := zz_2 = -6,623 \times 10^{-4}$$

$$snL := zz_3 = 4,209$$

$$snR := zz_4 = 3,787$$

$$snV := zz_5 = 4,139$$

5. На основі отриманого розв'язку алгебризованої системи рівнянь запишемо залежності і побудуємо графіки розподілу для повної, пружної і пластичної деформацій у залишковому стані для кожного конструктивного елемента (рис. Е.8 - Е.10).

Для 1-го КЕ повна залишкова деформація визначається рівнянням: $\varepsilon_{fr1}(y) = m \cdot -(c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + n \cdot y + r$; температурна деформація - відсутня; пружна деформація дорівнює повній деформації, оскільки у 1-му КЕ не утворюється пластична зона на стадії нагрівання і визначається, як $\varepsilon_{er1}(y) = \varepsilon_{fr1}(y) = m \cdot -(c_1 - s - 0,5 \cdot \delta_3) + n \cdot y + r$.

Пластична залишкова деформація у 1-му КЕ відсутня, тобто $\varepsilon_{pr1}(y) = 0$, оскільки пружні деформації у цьому елементі на стадії нагрівання не досягають границі текучості матеріалу ε_s .

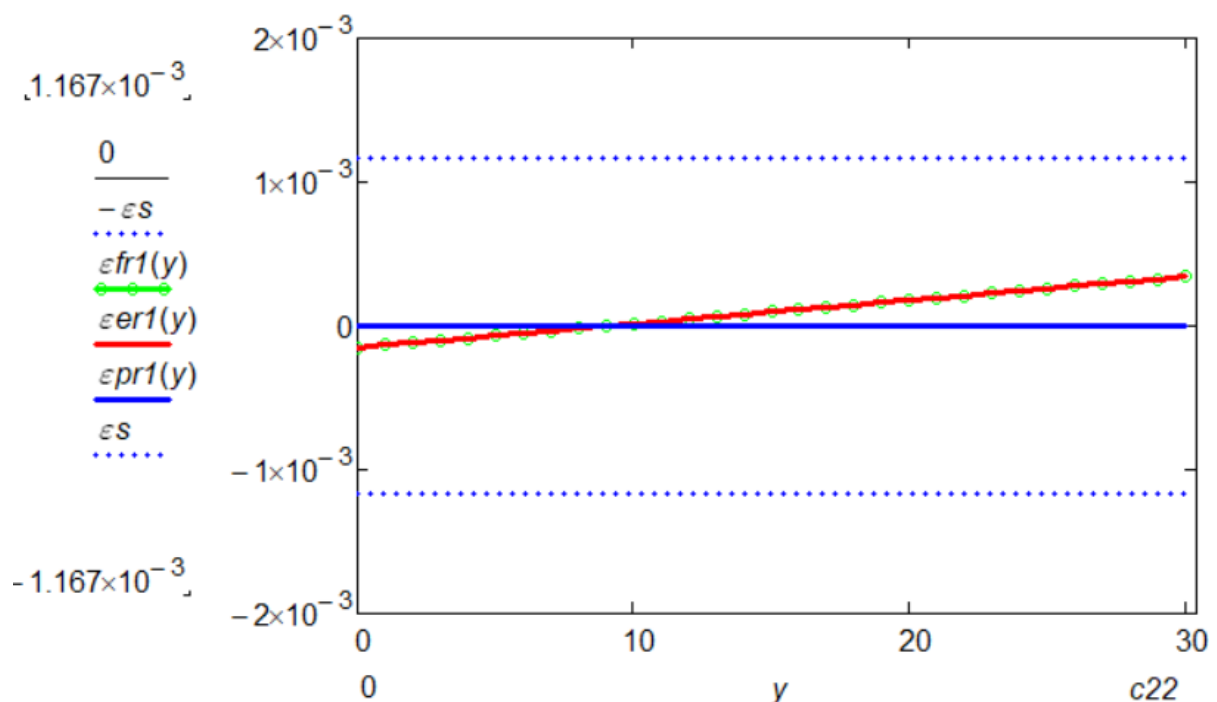


Рис. Е.8. Розподіл залишкових деформацій у 1-му конструктивному елементі: повна $\varepsilon_{fr1}(y)$, пружна $\varepsilon_{er1}(y)$, пластична $\varepsilon_{pr1}(y)$

З урахуванням того, що 2-ге КЕ піддається високотемпературному впливу від зварювання, то потрібно коректно записати рівняння для визначення залишкових пружної і пластичної деформацій на різних ділянках 2-го КЕ.

При цьому повна залишкова деформація у 2-му КЕ визначається рівнянням: $\epsilon_{fr2}(x) = m \cdot x + r$, а температурна деформація у залишковому стані відсутня.

Залишкову пластичну деформацію на різних ділянках 2-го КЕ визначаємо за такими залежностями:

$$\epsilon_{pr2}(x) := \begin{cases} 0 & \text{if } -(c11 - ss) \leq x \leq -bnL \\ (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon_s)) & \text{if } -bnL \leq x \leq -snL \\ m \cdot x + r - \epsilon_s & \text{if } -snL \leq x \leq snR \\ (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon_s)) & \text{if } snR \leq x \leq bnR \\ 0 & \text{if } bnR \leq x \leq ss \end{cases}$$

Пружну залишкову деформацію також визначаємо на основі відомих залежностей для залишкових повних і пластичних деформацій з урахуванням характерних ділянок, які утворюються під час нагрівання у 2-му КЕ:

$$\epsilon_{er2}(x) := \begin{cases} m \cdot x + r & \text{if } -(c11 - ss) \leq x \leq -bnL \\ m \cdot x + r - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon_s)) & \text{if } -bnL \leq x \leq -snL \\ \epsilon_s & \text{if } -snL \leq x \leq snR \\ m \cdot x + r - (g \cdot x + d - \alpha \cdot T2(x) - (-\epsilon_s)) & \text{if } snR \leq x \leq bnR \\ m \cdot x + r & \text{if } bnR \leq x \leq ss. \end{cases}$$

Розподіл деформацій у 2-ге КЕ на стадії нагрівання з урахуванням характерних ділянок показано на рис. Е.9.

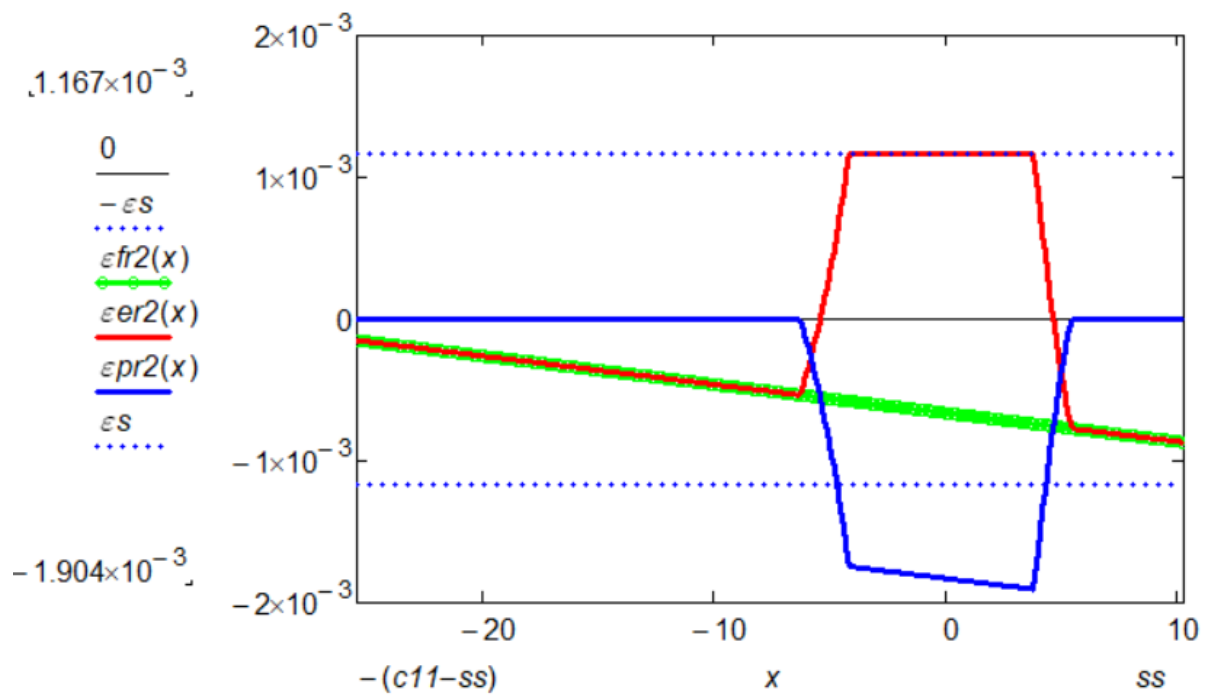


Рис. Е.9. Розподіл залишкових деформацій у 2-му конструктивному елементі: повна $\varepsilon_{fr2}(x)$, пружна $\varepsilon_{er2}(x)$, пластична $\varepsilon_{pr2}(x)$

У 3-му КЕ розвиток термодеоформаційних процесів подібний до 2-го КЕ, тому для пружні деформації визначаємо з урахуванням характерних ділянок, які утворюються у з'єднанні під час охолодження:

$$\varepsilon_{er3}(y) := \begin{cases} \varepsilon_s & \text{if } 0 \leq y \leq snV \\ n \cdot y + r - (k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - (-\varepsilon_s)) & \text{if } snV \leq y \leq bnV \\ n \cdot y + r & \text{if } bnV \leq y \leq c33. \end{cases}$$

Повна залишкова деформація визначається рівнянням: $\varepsilon_{fr3}(y) = n \cdot y + r$, температурна деформація відсутня, а пластичну залишкову деформацію визначаємо, як різницю між повною і пружною залишковими деформаціями:

$$\varepsilon_{pr3}(y) := \begin{cases} n \cdot y + r - \varepsilon_s & \text{if } 0 \leq y \leq snV \\ (k \cdot y + d - \alpha \cdot T3(y) - (-\varepsilon_s)) & \text{if } snV \leq y \leq bnV \\ 0 & \text{if } bnV \leq y \leq c33. \end{cases}$$

Розподіл деформацій у 3-му конструктивному елементі у залишковому стані з урахуванням характерних ділянок показано на рис. Е.10.

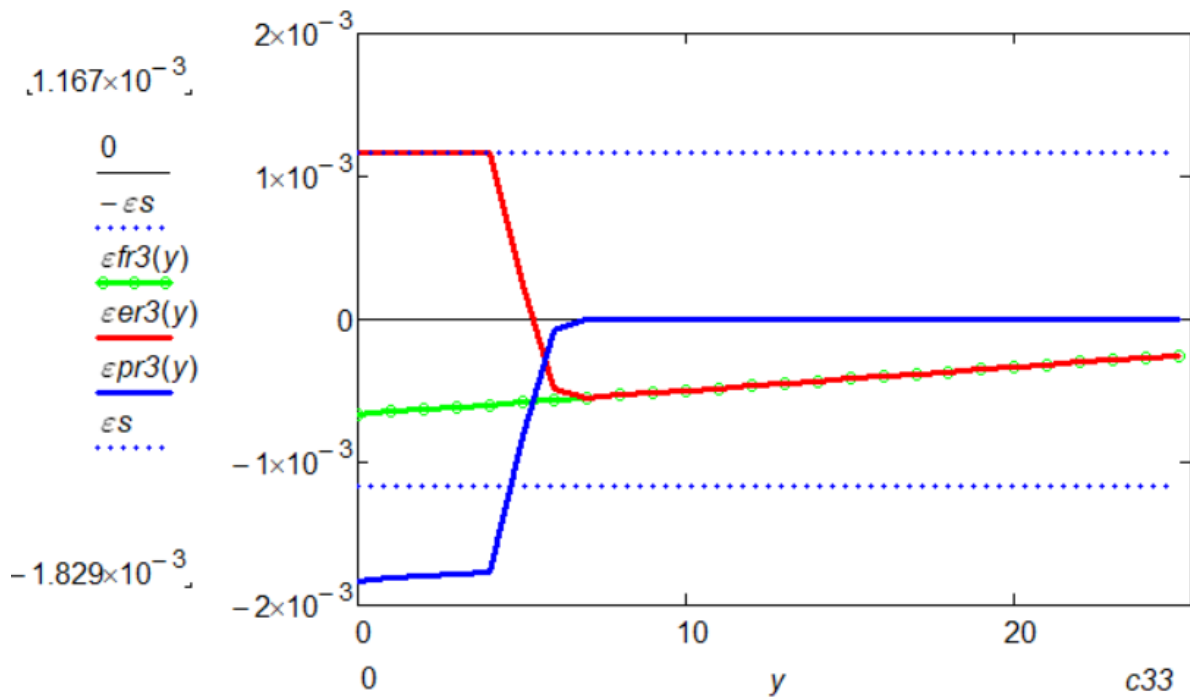


Рис. Е.10. Розподіл залишкових деформацій у 3-му конструктивному елементі: повна $\varepsilon_{fr3}(y)$, пружна $\varepsilon_{er3}(y)$, пластична $\varepsilon_{pr3}(y)$

6. Розрахунок відносного об'єму поздовжнього пластичного скорочення V зварної конструкції.

Проінтегруємо площі епюр залишкових поздовжніх пластичних деформацій скорочення (рис. Е.9 - Е.10) у зварюваних конструктивних елементах і розрахуємо величину відносного об'єму (рис. Е.11) поздовжнього пластичного скорочення зварної конструкції за такою залежністю [3]:

$$\begin{aligned}
 V &= \delta_2 \cdot \int_{-bnL}^{bnR} \varepsilon_{pr2}(x) dx + \delta_3 \cdot \int_0^{bnV} \varepsilon_{pr3}(y) dy = \\
 &= 0,6 \cdot \int_{-6,314}^{5,374} \varepsilon_{pr2}(x) dx + 0,5 \cdot \int_0^{6,123} \varepsilon_{pr3}(y) dy = -0,015 \text{ см}^2.
 \end{aligned}$$

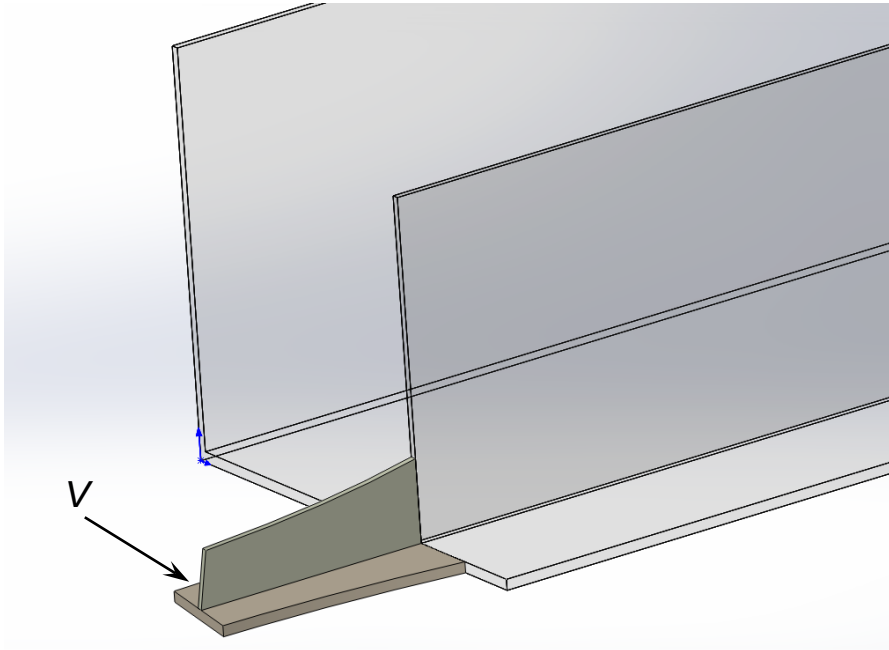


Рис. Е.11. Відносний об'єм V залишкового поздовжнього пластичного скорочення зварної балки

7. Обчислення величини усадкової сили P_{yc} .

Як відомо, величина усадкової сили є пропорційною відносному об'єму поздовжнього пластичного скорочення V зварної конструкції і може бути обчислена за такою залежністю [3]:

$$P_{yc} = V \cdot E = -0,015 \cdot 2,1 \cdot 10^7 = -314711,57 \text{ Н.}$$

8. Формуємо зведену таблицю результатів розрахунку.

Стан	Параметри повної деформації	Границі зон пластичних деформацій скорочення, см	Границі зон пластичних деформацій видовження, см	Усадкова сила, Н
Нагрів	$g = 5,629 \cdot 10^{-5}$	$bnL = 6,314$	-	-
	$k = -3,88 \cdot 10^{-5}$	$bnR = 5,374$	-	-
	$d = 1,905 \cdot 10^{-3}$	$bnV = 6,123$	-	-
Залишковий	$m = -2,012 \cdot 10^{-5}$	-	$snL = 4,209$	-314711,57
	$n = 1,643 \cdot 10^{-5}$	-	$snR = 3,787$	
	$r = -6,623 \cdot 10^{-4}$	-	$snV = 4,139$	

Додаток Ж

Розрахунок параметрів теплової правки для різних технологічних схем її виконання

У переважній більшості випадків під час зварювання балок центр ваги поперечного перерізу зони пластичних деформацій не співпадає з центром ваги поперечного перерізу балки. В таких випадках усадочна сила, яка прикладена до балки в центрі ваги зони пластичних деформацій, створює на ексцентриситеті по відношенню до центра ваги перерізу балки згинальний момент, який і створює вигин поздовжньої осі балки. З метою виправлення вигину балки застосовують технологічну операцію термічної правки балки.

Ідея термічної правки полягає в тому, щоб в площині дії згинаючого моменту від зварювання створити за рахунок додаткового нагрівання деякої площі поперечного перерізу вздовж всієї балки нову усадочну силу, яка б на відповідному ексцентриситеті в площині дії згинаючого моменту від зварювання створила згинаючий момент від правки такий же за величиною як і від зварювання, але протилежного напрямку.

Параметри теплової правки балки мають бути розрахованими. Методика розрахунку розглядається нижче. Балка може бути виготовлена як із застосуванням спеціальної складально-зварювальної оснастки, так і без неї. Вважаємо, що осьова лінія системи «оснастка – балка» не викривляється під час зварювання і термічній правці. Це означає, що центри ваги поперечних перерізів балки і оснастки співпадають, або моменти інерції системи «оснастка – балка» є дуже великими і тому деформації вигину відсутні.

Введемо такі основні позначення: площа поперечного перерізу оснастки - $F_{осн}$, площа поперечного перерізу балки - $F_б$, площа

поперечного перерізу зони пластичних деформацій від зварювання - $F_{\text{пл}}$, площа поперечного перерізу зони пластичних деформацій від теплової правки - $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$, усадочна сила від зварювання - $P_{\text{ус}}$, усадочна сила від теплової правки - $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$, ексцентриситет прикладення $P_{\text{ус}}$ по відношенню до центра ваги балки - e , ексцентриситет прикладення $P_{\text{ус}}^{\text{пр}}$ по відношенню до центра ваги балки - $e^{\text{пр}}$, згинальний момент від зварювання - $M^{\text{зв}} = P_{\text{ус}} \cdot e$, згинальний момент від теплової правки - $M^{\text{пр}} = P_{\text{ус}}^{\text{пр}} \cdot e^{\text{пр}}$, безрозмірні параметри - $k = F_{\text{очн}} / F_6$, $a = F_{\text{пл}} / F_6$, $a^{\text{пр}} = F_{\text{пл}}^{\text{пр}} / F_6$, $m = e / e^{\text{пр}}$.

Ж.1. Зварювання без оснастки. Теплова правка виконується після зварювання

Після зварювання у поперечному перерізі балки мають місце врівноважені по перерізу пружні деформації, епюра яких показана на [рис. Ж.1, а](#).

В процесі нагрівання для правки в зоні нагріву утворюються додаткові стискаючі напруження і відповідні їм пружні деформації скорочення, які на площі $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ досягають величини ε_s з подальшим перетворенням надлишку температурної деформації видовження від правки у пластичні деформації скорочення в зоні $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$.

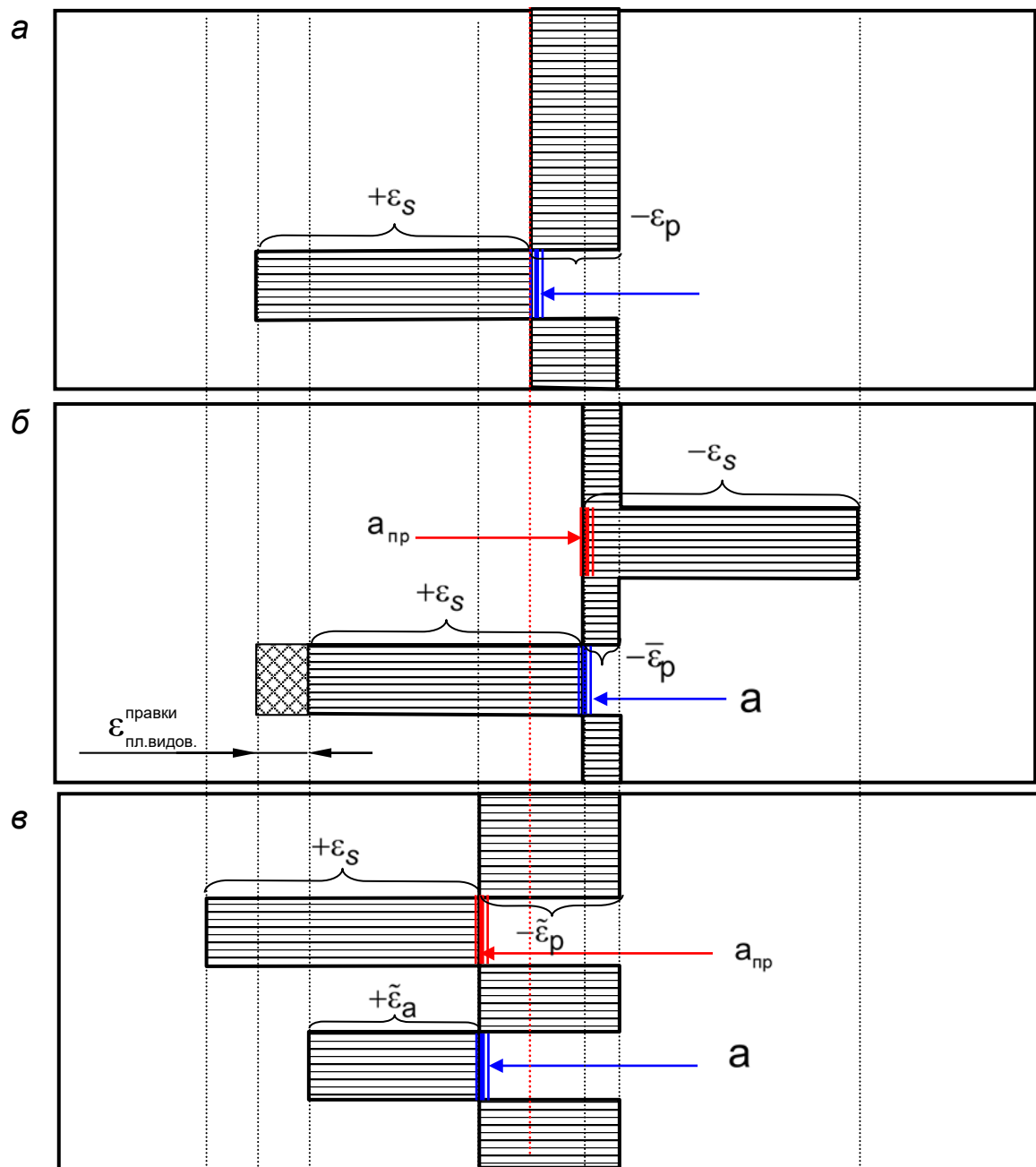


Рис.Ж.1. Схема послідовної зміни пружних деформацій зварної балки на різних етапах технологічного процесу виготовлення: а – в стані після зварювання; б – в стані максимальної повної деформації видовження в поперечному перерізі балки під час нагріву для правки; в – в стані повного охолодження балки після правки

У квазістаціонарному стані температурного поля нагріву для теплової правки змінюється еюра пружних деформацій у поперечному перерізі балки, як показано на [рис. Ж.1, б](#). Збереження

гіпотези плоских перерізів та виконання умови рівноваги епюри пружних деформацій у балці в будь-який момент її нагрівання чи охолодження вимагає переміщення нульової лінії на епюрі пружних деформацій вправо порівняно зі станом після зварювання, що і показано на [рис. Ж.1, б](#). Звертаємо увагу на важливий момент такого процесу переміщення нульової лінії. При цьому формально нібито повинна була б збільшуватись деформація розтягу в зоні $F_{\text{пл}}$, але ж вона вже там має величину ε_s і, відповідно до моделі пружно-пластичного тіла, не може бути більшою. Отже, в зоні $F_{\text{пл}}$ повинна відбуватись пластична деформація видовження деякої величини, що необхідно враховувати під час утворення епюри пружних деформацій в залишковому стані.

В процесі охолодження після правки в пластичній зоні правки $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ за таким же механізмом, як і під час зварювання утворюються залишкові пружні деформації видовження ε_s . В перерізі балки встановлюється нова врівноважена епюра пружних деформацій. Процес перерозподілу деформацій здійснюється шляхом переміщення нульової лінії на епюрі пружних деформацій вліво порівняно з квазістаціонарним станом нагріву під час теплової правки ([рис. Ж.1, в](#)). При цьому відбувається зменшення від рівня ε_s пружних деформацій видовження в зоні $F_{\text{пл}}$ на величину переміщення нульової лінії вліво. Пластичне видовження в зоні $F_{\text{пл}}$ під час нагріву для теплової правки зменшує там пластичне скорочення від зварювання, об'єм поздовжнього пластичного скорочення і відповідно усадочну силу від зварювання $P_{\text{ус}}$. Це повинно бути враховано.

На першому етапі розрахунку параметрів теплової правки необхідно визначити потрібну величину площі поперечного перерізу пластичної зони правки $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$. На основі $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ подальшими

розрахунками можна визначити необхідну величину питомої енергії нагріву для правки $q_0^{\text{пр}}$.

Згинальні моменти від зварювання і теплової правки врівноважують один одного, тобто

$$M^{\text{зв}} = M^{\text{пр}}. \quad (\text{Ж.1.1})$$

Вираз (Ж.1.1) можна переписати у вигляді

$$(\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot E \cdot F_{\text{пл}} \cdot e = (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot E \cdot F_{\text{пл}}^{\text{пр}} \cdot e^{\text{пр}}. \quad (\text{Ж.1.2})$$

З урахуванням прийнятих вище позначень на підставі (Ж.1.2) запишемо:

$$a^{\text{пр}} = a \cdot m \cdot \frac{\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p}{\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p} \quad (\text{Ж.1.3})$$

Отже, як бачимо з (Ж.1.3), завдання зводиться до визначення деформацій $\tilde{\varepsilon}_a$ та $\tilde{\varepsilon}_p$.

Починаючи із стану після зварювання (рис.Ж.1, а), визначимо поетапно деформації ε_p , $\bar{\varepsilon}_p$, $\tilde{\varepsilon}_p$ та $\tilde{\varepsilon}_a$.

Умова рівноваги епюри пружних деформацій в стані після зварювання ([рис.Ж.1, а](#))

$$\varepsilon_s \cdot a + \varepsilon_p \cdot (1 - a) = 0. \quad (\text{Ж.1.4})$$

З умови (Ж.1.4) маємо

$$\varepsilon_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a}{1 - a} \quad (\text{Ж.1.5})$$

Умова рівноваги епюри пружних деформацій у квазістаціонарному стані нагрівання для правки ([рис.Ж.1, б](#)):

$$\varepsilon_s \cdot (a - a^{np}) + \bar{\varepsilon}_p \cdot (1 - a - a^{np}) = 0. \quad (\text{Ж.1.6})$$

З умови (Ж.1.6) маємо

$$\bar{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a - a^{np}}{1 - a - a^{np}}. \quad (\text{Ж.1.7})$$

За умови виконання гіпотези плоских перерізів під час переходу балки з квазістаціонарного стану нагрівання під час теплової правки ([рис.Ж.1, б](#)) у залишковий стан ([рис.Ж.1, в](#)) зберігається справедливою рівність:

$$\varepsilon_s - \bar{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p \quad (\text{Ж.1.8})$$

Далі запишемо умову рівноваги епюри пружних деформацій у залишковому стані

$$\varepsilon_s \cdot a^{np} + \tilde{\varepsilon}_a \cdot a + \tilde{\varepsilon}_p \cdot (1 - a - a^{np}) = 0. \quad (\text{Ж.1.9})$$

Деформацію $\tilde{\varepsilon}_a$ в залежності (Ж.9) замінимо її значенням з (Ж.8):

$$\varepsilon_s \cdot a^{np} + (\varepsilon_s - \bar{\varepsilon}_p + \tilde{\varepsilon}_p) \cdot a + \tilde{\varepsilon}_p \cdot (1 - a - a^{np}) = 0. \quad (\text{Ж.1.10})$$

Деформацію $\bar{\varepsilon}_p$ в залежності (Ж.1.10) замінимо її значенням з (Ж.1.7):

$$\varepsilon_s \cdot a^{np} + \left(\varepsilon_s + \varepsilon_s \cdot \frac{a - a^{np}}{1 - a - a^{np}} + \tilde{\varepsilon}_p \right) \cdot a + \tilde{\varepsilon}_p \cdot (1 - a - a^{np}) = 0. \quad (\text{Ж.1.11})$$

Розв'язуючи (Ж.1.11) відносно $\tilde{\varepsilon}_p$, отримаємо

$$\tilde{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a + a^{np} \cdot (1 - 3 \cdot a) - (a^{np})^2}{(1 - a^{np}) \cdot (1 - a - a^{np})}. \quad (\text{Ж.1.12})$$

Підставляючи (Ж.1.12) у (Ж.1.8) і враховуючи (Ж.1.7), знайдемо

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_s \cdot \frac{3 \cdot a^{np} - 1}{a^{np} - 1}. \quad (\text{Ж.1.13})$$

Підставляючи (Ж.1.12) і (Ж.1.13) у (Ж.1.3), отримаємо квадратне рівняння відносно a^{np} :

$$(a^{np})^2 \cdot [2 \cdot a \cdot (1 + m) + 1] - a^{np} \cdot (1 + 3 \cdot a \cdot m) + a \cdot m = 0. \quad (\text{Ж.1.14})$$

Розв'язок рівняння (Ж.1.14) має вигляд

$$a_{1,2}^{np} = \frac{1 + 3 \cdot a \cdot m \pm \sqrt{1 + 2 \cdot a \cdot m + a^2 \cdot m^2 - 8 \cdot a^2 \cdot m}}{2 \cdot [2 \cdot a \cdot (1 + m) + 1]}. \quad (\text{Ж.1.15})$$

З визначених згідно залежності (Ж.1.15) двох коренів для a^{np} треба вибрати другий (зі знаком «-» перед радикалом) тому, що перший (зі знаком «+») є більшим за одиницю, чого не може бути, бо

тоді площа поперечного перерізу пластичної зони правки буде більшою за площу поперечного перерізу балки.

Отже, остаточно відносну площу зони пластичних деформацій від теплової правки визначаємо за (Ж.1.16):

$$a^{пр} = \frac{1 + 3 \cdot a \cdot m - \sqrt{1 + 2 \cdot a \cdot m + a^2 \cdot m^2 - 8 \cdot a^2 \cdot m}}{2 \cdot [2 \cdot a \cdot (1 + m) + 1]}. \quad (Ж.1.16)$$

Знайдене значення $a^{пр}$ дає можливість визначити $F_{пл}^{пр}$ (Ж.1.17)

$$F_{пл}^{пр} = F_6 \cdot a^{пр}. \quad (Ж.1.17)$$

Усадочні сили від зварювання, правки і сумарна визначаємо за (Ж.1.18) - (Ж.1.20):

$$P_{yc} = (\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл} \cdot E \quad (Ж.1.18)$$

$$P_{yc}^{пр} = (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл}^{пр} \cdot E \quad (Ж.1.19)$$

$$P_{yc}^{\Sigma} = (\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл} \cdot E + (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл}^{пр} \cdot E \quad (Ж.1.20)$$

Ж.2. Зварювання без оснастки. Теплова правка виконується одночасно зі зварюванням

Даний випадок є найпростішим. В залишковому стані у пластичних зонах зварювання і правки, тобто на відносних площах a і $a^{пр}$, за відомим [3] механізмом утворення залишкових деформацій і напружень формуються пружні деформації видовження на рівні $+\varepsilon_s$, в

реактивній зоні – пружні деформації скорочення ε_p , які можна визначити з умови рівноваги

$$\varepsilon_s \cdot (a + a^{np}) + \varepsilon_p \cdot (1 - a - a^{np}) = 0. \quad (\text{Ж.2.1})$$

Із залежності (Ж.2.1) маємо величину пружних деформацій в реактивній зоні після зварювання і теплової правки (Ж.2.2):

$$\varepsilon_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a + a^{np}}{1 - a - a^{np}}. \quad (\text{Ж.2.2})$$

Умова рівноваги згинаючих моментів від зварювання і правки

$$(\varepsilon_s - \varepsilon_p) \cdot F_{\text{пл}} \cdot E \cdot e = (\varepsilon_s - \varepsilon_p) \cdot F_{\text{пл}}^{np} \cdot E \cdot e^{np}. \quad (\text{Ж.2.3})$$

Тоді, на підставі (Ж.2.3) відносна площа правки визначатиметься:

$$a^{np} = a \cdot m. \quad (\text{Ж.2.4})$$

Таким чином, остаточно з урахуванням (Ж.2.4) площа правки визначатиметься за (Ж.2.5):

$$F_{\text{пл}}^{np} = F_6 \cdot a^{np} = F_6 \cdot a \cdot m = F_{\text{пл}} \cdot \frac{e}{e^{np}}. \quad (\text{Ж.2.5})$$

Ж.3. Зварювання в оснастці. Теплова правка виконується одночасно зі зварюванням

Для варіанту одночасного виконання зварювання і теплової правки балки в оснастці в залишковому стані до звільнення з оснастки

будемо мати характер розподілу залишкових пружних деформацій подібний до випадку одночасного зварювання і правки балки без оснастки. Умова рівноваги епюри пружних деформацій в поперечному перерізі системи «балка – оснастка» в безрозмірних параметрах має вигляд:

$$\varepsilon_s \cdot (a + a^{np}) + \varepsilon_p \cdot (1 + k - a - a^{np}) = 0. \quad (\text{Ж.3.1})$$

З умови (3.1) пружні деформації в реактивні зоні визначаються за (Ж.3.2):

$$\varepsilon_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a + a^{np}}{1 + k - a - a^{np}}. \quad (\text{Ж.3.2})$$

Умова рівноваги згинаючих моментів від зварювання і правки:

$$(\varepsilon_s - \varepsilon_p) \cdot F_{пл} \cdot E \cdot e = (\varepsilon_s - \varepsilon_p) \cdot F_{пл}^{np} \cdot E \cdot e^{np}. \quad (\text{Ж.3.3})$$

З урахуванням прийнятих вище позначень на підставі (3.3) запишемо

$$a^{np} = a \cdot m. \quad (\text{Ж.3.4})$$

Таким чином, площа поперечного перерізу пластичної зони від теплової правки з урахуванням (3.4) визначається за (Ж.3.5):

$$F_{пл}^{np} = F_6 \cdot a^{np} = F_6 \cdot a \cdot m = F_{пл} \cdot \frac{e}{e^{np}}. \quad (\text{Ж.3.5})$$

Після звільнення балки з оснастки рівновага згинаючих моментів не порушується і балка залишається виправленою. Епюра пружних деформацій, яка мала місце в системі «оснастка – балка» змінюється. Частина сумарної усадочної сили, яка пропорційна площі поперечного перерізу оснастки, тепер (після звільнення з оснастки) повинна бути перекладена на площу поперечного перерізу балки. В результаті балка отримає додаткове скорочення.

Епюра пружних деформацій в перерізі балки перерозподілиться до встановлення нового рівноважного стану відповідно до гіпотези плоских перерізів. Пружні деформації видовження в пластичних зонах зварювання і правки зменшаться від рівня $+\varepsilon_s$, а пружні деформації скорочення в реактивній зоні балки збільшаться від рівня ε_p на однакову величину:

$$|\Delta\varepsilon| = \frac{\Delta P_{yc}^{\Sigma}}{F_6 \cdot E} = \frac{|\varepsilon_p| \cdot E \cdot F_{осн}}{F_6 \cdot E} = |\varepsilon_p| \cdot k.$$

Таким чином, у пластичних зонах від зварювання і теплової правки залишкові пружні деформації визначатимуться за формулою (Ж.3.6), а в реактивній зоні за (Ж.3.7):

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_s + \varepsilon_s \cdot \frac{(a + a^{np}) \cdot k}{1 + k - a - a^{np}} = \varepsilon_s \cdot \frac{1 + k - (1 - k) \cdot (a + a^{np})}{1 + k - (a + a^{np})}. \quad (\text{Ж.3.6})$$

$$\tilde{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{(a + a^{np}) \cdot (1 + k)}{1 + k - a - a^{np}}. \quad (\text{Ж.3.7})$$

Пластичні деформації залишаються без зміни, оскільки після звільнення з оснастки повна деформація балки є деформацією

скорочення і тому пластичні зони пластично не видовжуються. Це означає, що не змінюються після звільнення з оснастки об'єми пластичного скорочення у пластичних зонах, і, відповідно, не змінюється величина сумарної усадочної сили.

Ж.4. Зварювання в оснастці. Теплова правка виконується після зварювання до звільнення з оснастки

Для даного технологічного варіанту зварювання і правки в стані після зварювання в поперечному перерізі системи «оснастка – балка» будемо мати традиційну врівноважену епюру пружних деформацій, показану на [рис. Ж.4, а](#). Зона пластичних деформацій пружно розтягнена до $+\varepsilon_s$, а реактивна зона пружно стиснена до ε_p . Формально даний технологічний варіант подібний до варіанту зварювання без оснастки і правки після зварювання, описаного в [пункті Ж.1](#). Необхідно лише у залежності (Ж.1.4) – (Ж.1.7) та (Ж.1.9) – (Ж.1.16) внести зміни, пов'язані з наявністю оснастки (площі її поперечного перерізу, яка входить до умови рівноваги внутрішніх сил в системі «оснастка – балка»).

На відміну від (Ж.1.4) умова рівноваги епюри пружних деформацій після зварювання в оснастці має вигляд

$$\varepsilon_s \cdot a + \varepsilon_p \cdot (1 + k - a) = 0. \quad (\text{Ж.4.1})$$

Тоді, з (Ж.4.1) величина пружних деформацій в реактивній зоні буде визначатись згідно (Ж.4.2):

$$\varepsilon_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a}{1 + k - a}. \quad (\text{Ж.4.2})$$

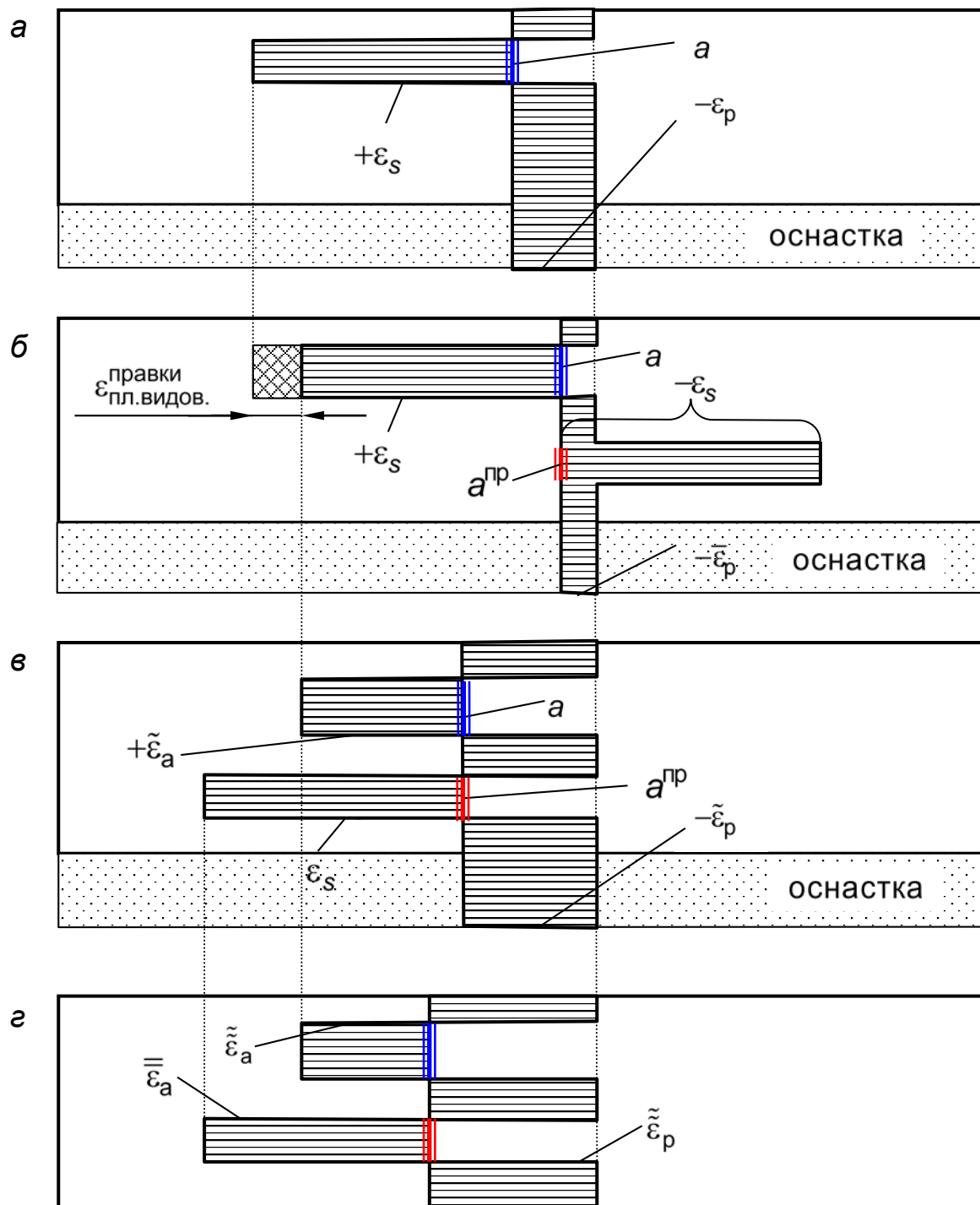


Рис. Ж.4. Схема послідовної зміни пружних деформацій зварної балки на різних етапах технологічного процесу виготовлення: *а* – після зварювання; *б* – в стані максимальної повної деформації видовження в поперечному перерізі балки під час нагріву для правки; *в* – залишковий стан балки після теплової правки; *г* – після звільнення балки з оснастки

Умова рівноваги епюри пружних деформацій у квазістаціонарному стані нагрівання для теплової правки ([рис. Ж.4, б](#)) має вигляд

$$\varepsilon_s \cdot (a - a^{\text{пр}}) + \bar{\varepsilon}_p \cdot (1 + k - a - a^{\text{пр}}) = 0. \quad (\text{Ж.4.3})$$

З умови (Ж.4.3) маємо

$$\bar{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a - a^{\text{пр}}}{1 + k - a - a^{\text{пр}}}. \quad (\text{Ж.4.4})$$

За умови виконання гіпотези плоских перерізів під час переходу балки з квазістаціонарного стану нагріву під час теплової правки ([рис. Ж.4, б](#)) у залишковий стан ([рис. Ж.4, в](#)) зберігається справедливою рівність

$$\varepsilon_s - \bar{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p. \quad (\text{Ж.4.5})$$

Далі запишемо умову рівноваги епюри пружних деформацій у залишковому стані

$$\varepsilon_s \cdot a^{\text{пр}} + \tilde{\varepsilon}_a \cdot a + \tilde{\varepsilon}_p \cdot (1 + k - a - a^{\text{пр}}) = 0. \quad (\text{Ж.4.6})$$

Із залежності (Ж.4.6)

$$\tilde{\varepsilon}_p = -\frac{\tilde{\varepsilon}_a \cdot a + \varepsilon_s \cdot a^{\text{пр}}}{1 + k - a - a^{\text{пр}}}. \quad (\text{Ж.4.7})$$

З іншого боку із залежності (Ж.4.5) з урахуванням (Ж.4.4)

$$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_a - \varepsilon_s \cdot \frac{1+k-2 \cdot a^{np}}{1+k-a-a^{np}}. \quad (\text{Ж.4.8})$$

Прирівнюючи праві частини (Ж.4.7) і (Ж.4.8) і розв'язуючи отримане рівняння відносно $\tilde{\varepsilon}_a$, будемо мати:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_s \cdot \frac{1+k-2 \cdot a^{np}}{1+k-a-a^{np}}. \quad (\text{Ж.4.9})$$

Підставляючи (Ж.4.9) у (Ж.4.8), знайдемо

$$\tilde{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{(1+k-2 \cdot a^{np}) \cdot (1+k-a^{np}) - (1+k-3 \cdot a^{np}) \cdot (1+k-a-a^{np})}{(1+k-a^{np}) \cdot (1+k-a-a^{np})}. \quad (\text{Ж.4.10})$$

Умова рівноваги згинаючих моментів від зварювання і правки

$$a^{np} = a \cdot m \cdot \frac{\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p}{\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p}. \quad (\text{Ж.4.11})$$

Підставляючи (Ж.4.9) і (Ж.4.10) в (Ж.4.11), будемо мати квадратне рівняння (Ж.4.12) відносно a^{np} :

$$\begin{aligned} (a^{np})^2 \cdot [2a \cdot (1+m) + 1+k] - a^{np} \cdot [3a \cdot m \cdot (1+k) + (1+k)^2] + \\ + (1+k)^2 \cdot a \cdot m = 0 \end{aligned} \quad (\text{Ж.4.12})$$

Аналітичний розв'язок рівняння (Ж.4.12) має вигляд згідно (Ж.4.13):

$$a_{1,2}^{\text{пр}} = \frac{(1+k) \cdot \left(1 + 3a \cdot m + k \pm \sqrt{(1+2a \cdot m + k) \cdot (1+k) + a^2 \cdot m^2 - 8a^2 \cdot m}\right)}{2 \cdot [2a(1+m) + 1+k]}. \quad (\text{Ж.4.13})$$

Як бачимо із залежностей даного пункту, вони формально співпадають з аналогічними залежностями [п. Ж.1.](#) Якщо коефіцієнт жорсткості оснастки $k = 0$, тобто зварювання виконують без оснастки з тепловою правкою після зварювання, то всі залежності даного пункту в точності співпадут з аналогічними залежностями [п. Ж.1.](#) Тому, скоріше за все, із визначених за залежністю (Ж.4.13) двох коренів для $a^{\text{пр}}$ також треба відібрати другий (із знаком «-» перед радикалом), як і в залежності (Ж.1.15), хоча на даний час це питання повною мірою не досліджено.

Отже, остаточно вважаємо, що відносна площа правки визначається за (Ж.4.14):

$$a^{\text{пр}} = \frac{(1+k) \cdot \left(1 + 2am + k - \sqrt{(1+2am + k) \cdot (1+k) + a^2 m^2 - 8a^2 m}\right)}{2 \cdot [2a(1+m) + 1+k]}. \quad (\text{Ж.4.14})$$

Знайдене значення $a^{\text{пр}}$ дає можливість визначити $F_{\text{пл}}^{\text{пр}}$ за (Ж.4.15):

$$F_{\text{пл}}^{\text{пр}} = F_{\text{б}} \cdot a^{\text{пр}}. \quad (\text{Ж.4.15})$$

Усадочні сили від зварювання, теплової правки і сумарну визначаємо за (Ж.4.16) - (Ж.4.18) відповідно:

$$P_{\text{ус}} = (\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{\text{пл}} \cdot E \quad (\text{Ж.4.16})$$

$$P_{yc}^{np} = (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл}^{np} \cdot E \quad (Ж.4.17)$$

$$P_{yc}^{\Sigma} = (\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл} \cdot E + (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot F_{пл}^{np} \cdot E \quad (Ж.4.18)$$

Після звільнення балки з оснастки величина сумарної усадочної сили не змінюється, оскільки не змінюються об'єми поздовжнього пластичного деформування в пластичних зонах зварювання і правки, а площа поперечного перерізу, на яку діє сумарна усадочна сила, зменшується на величину площі поперечного перерізу оснастки. З цієї причини зростають реактивні пружні деформації скорочення $\tilde{\varepsilon}_p$ ([рис. Ж.4, г](#)), скорочення всієї балки і дещо зменшуються пружні деформації видовження в пластичних зонах зварювання і правки. Нульова лінія на епюрі пружних деформацій із стану після правки ([рис. Ж.4, в](#)) зміщується вліво після звільнення балки з оснастки ([рис. Ж.4, г](#)).

Визначимо остаточні залежності для пружних деформацій. Сумарну усадочну силу можна визначити, як через пружні реактивні деформації після правки і площу поперечного перерізу системи «оснастка – балка», так і через пружні реактивні деформації після звільнення з оснастки і площу поперечного перерізу балки.

Прирівнюючи ці вирази

$$\tilde{\varepsilon}_p \cdot E \cdot (F_{осн} + F_{з'ед}) = \tilde{\varepsilon}_p \cdot E \cdot F_{з'ед},$$

можна визначити залишкові пружні деформації $\tilde{\varepsilon}_p$ в реактивній зоні після звільнення з оснастки за (Ж.4.19)

$$\tilde{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_p \cdot (1 + k). \quad (Ж.4.19)$$

Із врахуванням (Ж.4.19) різниця між деформаціями $\tilde{\tilde{\epsilon}}_p$ і $\tilde{\epsilon}_p$ становить

$$\tilde{\tilde{\epsilon}}_p - \tilde{\epsilon}_p = \tilde{\epsilon}_p \cdot k. \quad (\text{Ж.4.20})$$

На таку величину (Ж.4.20) зменшуються пружні деформації в пластичних зонах зварювання $\tilde{\tilde{\epsilon}}_a$ і правки $\overline{\tilde{\epsilon}}_a$, які з урахуванням (Ж.4.20) остаточно визначають за (Ж.4.21) і (Ж.4.22) відповідно:

$$\tilde{\tilde{\epsilon}}_a = \tilde{\epsilon}_a + \tilde{\epsilon}_p \cdot k. \quad (\text{Ж.4.21})$$

$$\overline{\tilde{\epsilon}}_a = \epsilon_s + \tilde{\epsilon}_p \cdot k. \quad (\text{Ж.4.22})$$

Ж.5. Зварювання в оснастці. Теплова правка виконується після зварювання і звільнення з оснастки

Звільнення балки з оснастки після зварювання веде до перерозподілу епюри пружних деформацій ([рис. Ж. 5.1, а](#)). В реактивній зоні збільшуються деформації скорочення, а в пластичній – зменшуються від рівня $+\epsilon_s$ деформації видовження ([рис. Ж. 5.1, б](#)). Реактивні деформації ϵ_p після зварювання визначаються згідно залежності ([Ж. 4.2](#)). Пружні деформації після звільнення з оснастки $\tilde{\epsilon}_p$ можна визначити з системи рівнянь рівноваги і сумісності деформацій (Ж.5.1):

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\epsilon}_a \cdot a + \tilde{\epsilon}_p \cdot (1 + k - a) &= 0 \\ \tilde{\epsilon}_a - \tilde{\epsilon}_p &= \epsilon_s - \epsilon_p. \end{aligned} \right\} \quad (\text{Ж.5.1})$$

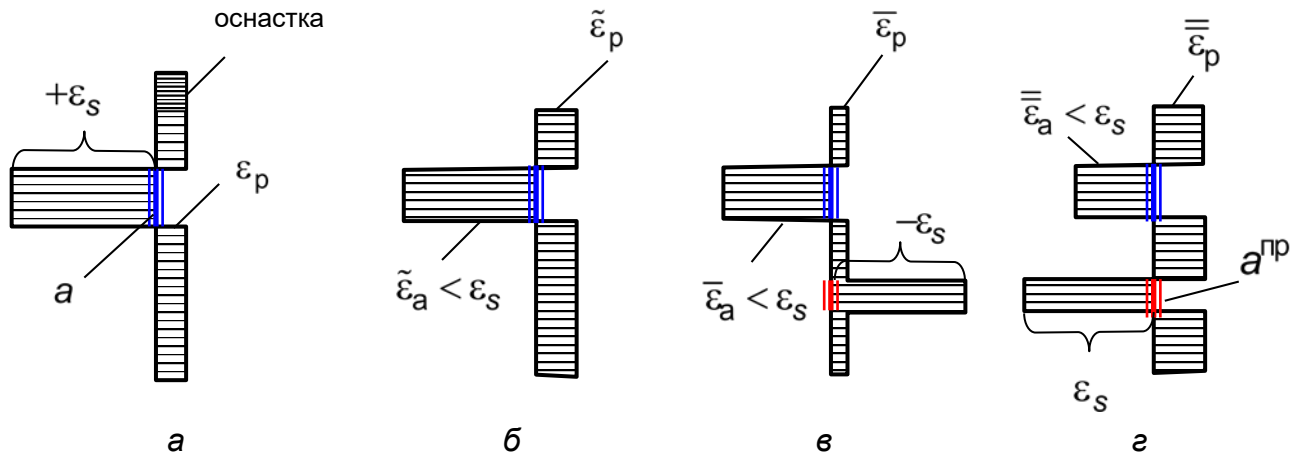


Рис. Ж.5.1. Схема послідовної зміни пружних деформацій зварної балки на різних етапах технологічного процесу виготовлення: а – після зварювання; б – після звільнення з оснастки; в – в стані максимальної повної деформації видовження в поперечному перерізі балки під час нагріву для теплової правки (випадок 1); г – залишковий стан балки після теплової правки

Розв'язуючи систему (Ж.5.1) з урахуванням (Ж.4.2), отримаємо для стану після звільнення з оснастки величину пружних деформацій в пластичній зоні від зварювання $\tilde{\epsilon}_a$ (Ж.5.2) і в реактивній зоні $\tilde{\epsilon}_p$ (Ж.5.3):

$$\tilde{\epsilon}_a = \epsilon_s \cdot \frac{(1+k) \cdot (1-a)}{1+k-a} \quad (\text{Ж.5.2})$$

$$\tilde{\epsilon}_p = -\epsilon_s \cdot \frac{(1+k) \cdot a}{1+k-a}. \quad (\text{Ж.5.3})$$

Під час нагрівання балки для правки утворюються додаткові пружні деформації скорочення в зоні нагріву і це веде до перерозподілу епюри пружних деформацій шляхом переміщення нульової лінії на епюрі пружних деформацій ([рис. Ж.5.1, в](#)) вправо. При цьому будуть збільшуватись пружні деформації видовження в зоні пластичних деформацій від зварювання. Далі можливі такі два

випадки: 1) якщо $m \leq 1$, то $|\bar{\varepsilon}_p| \geq 0$ і пластична деформація видовження в зоні пластичних деформацій від зварювання під час теплової правки не має місця, пружні деформації видовження в цій зоні $\bar{\varepsilon}_a \leq \varepsilon_s$; 2) якщо $m > 1$, то на стадії нагрівання для правки пружні деформації скорочення існують тільки в зоні a^{np} , рівномірно розподілені пружні деформації видовження $\bar{\varepsilon}_p < \varepsilon_s$ мають місце за межами пластичних зон зварювання і правки (тобто в зоні $(1 - a - a^{np})$), пружні деформації видовження на рівні $+\varepsilon_s$ в зоні a , в якій під час нагрівання для правки відбуваються деформації пластичного видовження. Величина пластичного видовження в зоні a повинна бути розрахована, оскільки вона зменшує об'єм пластичного скорочення в цій зоні, що впливає на величину усадочної сили від зварювання, на рівновагу згинаючих моментів від зварювання і правки і відповідно на величину a^{np} .

Розглянемо перший випадок ($m \leq 1$). Поетапна зміна епюр пружних деформацій в поперечному перерізі балки показана на [рис. Ж. 5.1](#). З системи рівнянь рівноваги і сумісності деформацій (Ж.5.4) визначимо для квазістаціонарного стану нагрівання під час теплової правки пружні деформації видовження $\bar{\varepsilon}_a \leq \varepsilon_s$ (Ж.5.5.) в зоні a пластичної деформації від зварювання і пружні деформації скорочення $\bar{\varepsilon}_p$ (Ж.5.6) в реактивній зоні $(1 - a - a^{np})$ ([рис. Ж. 5.1, в](#)).

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_a \cdot (a - a^{np}) + \bar{\varepsilon}_p \cdot (1 - a - a^{np}) &= 0; \\ \bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p = \varepsilon_s - \varepsilon_p = \varepsilon_s \cdot \frac{1+k}{1+k-a} \end{aligned} \right\} \quad (\text{Ж.5.4})$$

Розв'язок системи (Ж.5.4) має вигляд:

$$\bar{\varepsilon}_a = \varepsilon_s \cdot \frac{(1+k) \cdot (1-a-a^{np})}{(1+k-a) \cdot (1-2a)} \quad (\text{Ж.5.5})$$

$$\bar{\varepsilon}_p = \varepsilon_s \cdot \frac{(1+k) \cdot (1-a^{np})}{(1+k-a) \cdot (1-2a)}. \quad (\text{Ж.5.6})$$

В процесі охолодження балки після теплової правки в зоні a^{np} пружні деформації видовження досягають величини $+\varepsilon_s$, в зоні a вони $\bar{\varepsilon}_a < \varepsilon_s$, пружне скорочення в реактивній зоні $(1-a-a^{np})$ досягає залишкового стану $\bar{\varepsilon}_p$. Система рівнянь рівноваги і сумісності деформацій в залишковому стані має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_a \cdot a + \varepsilon_s \cdot a^{np} + \bar{\varepsilon}_p \cdot (1-a-a^{np}) &= 0; \\ \bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_p = \bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_p = \tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p = \varepsilon_s - \varepsilon_p = \varepsilon_s \cdot \frac{1+k}{1+k-a}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{Ж.5.7})$$

Розв'язок системи (Ж.5.7) дозволяє визначити залишкові пружні деформації після теплової правки в ЗПДС від зварювання $\bar{\varepsilon}_a$ і в реактивній зоні $\bar{\varepsilon}_p$ ([рис. Ж.5.1, г](#)):

$$\bar{\varepsilon}_a = \varepsilon_s \cdot \left(\frac{(1+k) \cdot (1-a-a^{np})}{(1+k-a) \cdot (1-a^{np})} - \frac{a^{np}}{1-a^{np}} \right) \quad (\text{Ж.5.8})$$

$$\bar{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \left(\frac{(1+k) \cdot a}{(1+k-a) \cdot (1-a^{np})} - \frac{a^{np}}{1-a^{np}} \right). \quad (\text{Ж.5.9})$$

Умова рівноваги згинаючих моментів від зварювання і від теплової правки має вигляд:

$$(\bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_p) \cdot a \cdot m = (\varepsilon_s - \bar{\varepsilon}_p) \cdot a^{np}. \quad (\text{Ж.5.10})$$

З умови (Ж.5.10) з урахуванням залежностей (Ж.5.8) і (Ж.5.9) будемо мати:

$$a^{np} = a \cdot m \cdot \frac{1+k}{(1+k) \cdot (1+a) - a \cdot (1-m)}. \quad (\text{Ж.5.11})$$

Після правки і повного охолодження балки усадочні сили від зварювання, правки і сумарна сила будуть визначатись залежностями (Ж.5.12), (Ж.5.13) і (Ж.5.14) відповідно:

$$P_{yc} = (\bar{\varepsilon}_a - \bar{\varepsilon}_p) \cdot E \cdot F_{пл} = \sigma_s \cdot F_6 \cdot \frac{(1+k) \cdot a}{1+k-a} \quad (\text{Ж.5.12})$$

$$P_{yc}^{np} = (\varepsilon_s - \bar{\varepsilon}_p) \cdot E \cdot F_{пл}^{np} = \sigma_s \cdot F_6 \cdot \frac{[(1+k) \cdot (1+a) - a] \cdot a^{np}}{(1+k-a) \cdot (1-a^{np})} \quad (\text{Ж.5.13})$$

$$P_{yc}^{\Sigma} = \sigma_s \cdot F_6 \cdot \frac{(1+k) \cdot (a + a^{np}) - a \cdot a^{np}}{(1+k-a) \cdot (1-a^{np})}. \quad (\text{Ж.5.14})$$

Розглянемо другий випадок ($m > 1$). Поетапна зміна епюр пружних деформацій в поперечному перерізі балки показана на [рис. Ж.5.2](#). В даному випадку на етапі нагрівання для правки в зоні пластичних деформацій від зварювання (на площі a) пружні деформації видовження від рівня $\tilde{\varepsilon}_a < \varepsilon_s$ ([рис. Ж.5.2, б](#)) збільшуються і досягають рівня ε_s ([рис. Ж.5.2, в](#)) для деякого проміжного значення приросту повної деформації $\Delta_{пов} < \Delta_{пов}^{max}$. За умови подальшого зростання $\Delta_{пов}$ до $\Delta_{пов}^{max}$ в зоні a відбувається пластичне видовження. Величина пластичного видовження $\varepsilon_{пл.видов.}$ дорівнює величині

пружного видовження $\tilde{\varepsilon}$ за межами пластичних зон зварювання і правки, яке з'являється тут відповідно до рівноваги епюри пружних деформацій ([рис. Ж.5.2, в](#)).

Пружне видовження $\tilde{\varepsilon}$ визначаємо з рівноваги епюри пружних деформацій:

$$\varepsilon_s \cdot a + \tilde{\varepsilon} \cdot (1 - a - a^{np}) = \varepsilon_s \cdot a^{np}. \quad (\text{Ж.5.15})$$

З (Ж.5.15) остаточно величина пружного видовження $\tilde{\varepsilon}$ буде (Ж.5.16):

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_s \cdot \frac{a^{np} - a}{1 - a - a^{np}}. \quad (\text{Ж.5.16})$$

Після повного охолодження від теплової правки епюра пружних деформацій показана на [рис. Ж.5.2, г](#). Пружні деформації розтягу $\tilde{\varepsilon}_a$ на площі a і реактивні деформації скорочення $\tilde{\varepsilon}_p$ на площі $(1 - a - a^{np})$ можна визначити з рівняння рівноваги і рівняння сумісності деформації. Система цих рівнянь для залишкового стану має вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_a \cdot a + \varepsilon_s \cdot a^{np} + \tilde{\varepsilon}_p \cdot (1 - a - a^{np}) &= 0 \\ \tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p &= \varepsilon_s \end{aligned} \right\} \quad (\text{Ж.5.17})$$

Розв'язок системи (Ж.5.17) має вигляд:

$$\tilde{\varepsilon}_a = \varepsilon_s \cdot \frac{1 - a - 2 \cdot a^{np}}{1 - a^{np}} \quad (\text{Ж.5.18})$$

$$\tilde{\varepsilon}_p = -\varepsilon_s \cdot \frac{a + a^{np}}{1 - a^{np}}. \quad (\text{Ж.5.19})$$

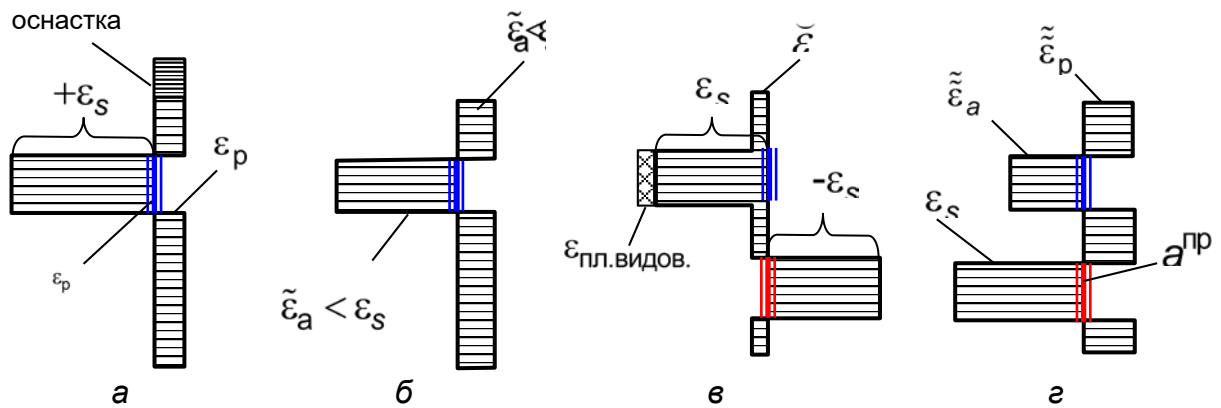


Рис. Ж.5.2. Схема послідовної зміни пружних деформацій зварної балки на різних етапах технологічного процесу виготовлення: а – в стані після зварювання; б – в стані після звільнення з оснастки; в – в стані максимальної повної деформації видовження в поперечному перерізі балки під час нагріву для правки (випадок 2); г – залишковий стан балки після теплової правки

Умова рівноваги згинаючих моментів від зварювання і теплової правки має вигляд:

$$a \cdot m \cdot (\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) = a^{\text{пр}} \cdot (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p). \quad (\text{Ж.5.20})$$

Підставляючи в (Ж.5.20) залежності для пружних деформацій з (Ж.5.18) і (Ж.5.19), будемо мати вираз для визначення відносної площі правки (Ж.5.21):

$$a^{\text{пр}} = a \cdot m \cdot \frac{1 - a^{\text{пр}}}{1 + a}. \quad (\text{Ж.5.21})$$

З (Ж.5.21) отримаємо остаточну залежність (Ж.5.22) для визначення відносної площі правки:

$$a^{np} = \frac{a \cdot m}{[1 + a \cdot (1 + m)]}. \quad (\text{Ж.5.22})$$

Після правки і повного охолодження балки усадочні сили від зварювання, правки і сумарна сила будуть визначатись залежностями (Ж.5.23), (Ж.5.24) і (Ж.5.25) відповідно:

$$P_{yc} = (\tilde{\varepsilon}_a - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot E \cdot F_{пл} = \sigma_s \cdot F_6 \cdot a; \quad (\text{Ж.5.23})$$

$$P_{yc}^{np} = (\varepsilon_s - \tilde{\varepsilon}_p) \cdot E \cdot F_{пл}^{np} = \sigma_s \cdot F_6 \cdot \frac{(1 + a) \cdot a^{np}}{(1 - a^{np})}; \quad (\text{Ж.5.24})$$

$$P_{yc}^{\Sigma} = \sigma_s \cdot F_6 \cdot \frac{a + a^{np}}{1 - a^{np}}. \quad (\text{Ж.5.25})$$