

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

До захисту допущено:
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
(підпис)
«__» _____ 2021 р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Розробка елементів модернізованого приводу установки ІД-5П з
двигуном 4А63А6УЗ для дослідження довготривалої міцності металів при
високих температурах»

Виконав: студент ІV курсу групи МП-71 Давиденко Дмитро Миколайович _____
(підпис)

Керівник: д.т.н., проф. Харченко Валерій Володимирович _____
(підпис)

Консультант з деталей машин: к.т.н., доц. Лавренко Ярослав Іванович _____
(підпис)

Консультант з теорії мех. і машин: к.т.н., доц. Заховайко Олександр Панасович _____
(підпис)

Консультант з будівельної механіки: д.т.н., проф. Пискунов Сергій Олегович _____
(підпис)

Консультант з теорії пружності: д.т.н., проф. Бабенко Андрій Єлісейович _____
(підпис)

Консультант з чисельних методів: д.т.н., проф. Рудаков Костянтин Миколайович _____
(підпис)

Консультант з теорії коливань: д.т.н., проф. Боронко Олег Олександрович _____
(підпис)

Рецензент: д.т.н., проф. Данильченко Юрій Михайлович _____
(підпис)

Засвідчую, що у цій дипломній роботі немає запозичень
з праць інших авторів без відповідних посилань.
Студент (-ка) _____
(підпис)

Київ – 2021 рік

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ

(підпис)

«__» _____ 2021 р.

ЗАВДАННЯ

на дипломну роботу студенту

Давиденку Дмитру Миколайовичу

1. Тема роботи «Розробка елементів модернізованого приводу установки ІД-5П з двигуном 4А63А6У3 для дослідження довготривалої міцності металів при високих температурах», керівник роботи Харченко Валерій Володимирович, д.т.н., проф., затверджені наказом по університету від 18.05.2021 р. № 1203-с.
2. Термін подання студентом роботи 08.06.2021 р.
3. Вихідні дані до роботи Установка ІД-5П для дослідження механічних властивостей металів за статичного навантаження, максимальна осьова сила на захваті – 80 кН, швидкість робочого ходу активного захвата – 8 мм/хв.
4. Зміст роботи Вибір двигуна, розрахунок і проектування передач та валів редуктора, проектування корегованого евольвентного зачеплення, розрахунок круглої ступінчатої пластини, розрахунок конструктивного елемента методами теорії пружності, чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка, визначення власних частот та відповідних власних форм коливань вала, оригінальна частина.
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням презентацій тощо) 10 слайдів у презентації, записка містить 119 сторінок, 36 ілюстрації, 12 таблиці, 2 додатки та 20 джерел використаної літератури.

6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Деталі машин	Лавренко Я.І., доц.		
Теорія механізмів і машин	Заховайко О.П., доц..		
Будівельна механіка	Пискунов С.О., проф.		
Теорія пружності	Бабенко. А.Є., проф.		
Чисельні методи	Рудаков К.М., проф.		
Теорія коливань	Боронко О.О., проф.		

7. Дата видачі завдання 01.10.2020 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Огляд літератури	01.12.2020 р.	
2	Виконання 1-2 розділів	01.02.2021 р.	
3	Виконання 3-4 розділів	01.04.2021 р.	
4	Виконання 5-7 розділів	01.06.2021 р.	
5	Передзахист	09.06.2021 р.	
6	Захист дипломної роботи	16.06.2021 р.	

Студент

Дмитро ДАВИДЕНКО

Керівник

Валерій ХАРЧЕНКО

Анотація

Дана бакалаврська робота присвячена модифікації привода випробувальної установки ІД-5П для дослідження механічних властивостей металів за статичного навантаження.

В даній роботі проведено модифікацію приводу і редуктора установки шляхом вибору оптимальних вузлів та умов роботи. Спроековано усі елементи приводу, за показниками якості зачеплення з використанням програмного забезпечення PROF-Z було оптимізовано зубчасту передачу для підвищення її ефективності. Плиту, на якій фіксується дана установка було розраховано на міцність і жорсткість. Методами теорії пружності проведено розрахунки напружено-деформованого стану при стисканні кулі силою направленою вздовж осі. За допомогою методу скінченних елементів та програмного комплексу Femap досліджено напружено-деформований стан трубчастого зразка для випробувань на розтяг. Методами теорії коливань визначено власні частоти та форми коливань проміжного валу редуктора. В оригінальній частині було проведено експериментальну оцінку неоднорідності характеристик міцності і дефектності поверхні елементів флоат-скла. Сформульовані загальні висновки по роботі.

Записка містить 119 сторінок, 36 рисунки, 12 таблиці, 2 додатки.

Ключові слова: *ІД-5П, випробувальна установка, редуктор, кінематична схема, гвинт-гайка, черв'ячна передача, розрахунок валів, підшипники, трубчастий зразок, напружено-деформований стан, опорна плита, куля, коливання, власні частоти, власні форми, флоат-скло.*

Робота складається з текстової та графічної частини, містить додаток зі специфікаціями до креслень.

Abstract

This bachelor work is devoted to the modification of the drive of the ID-5P test rig to study the mechanical properties of metals under static load.

In this work, the modification of the drive and gearbox installation by selecting the optimal components and operating conditions. All elements of the drive were designed, and the gear train was improved via PROF-Z software. Machine base plate strength and rigidity was calculated. The methods of the theory of elasticity were used to calculate the stress-strain state during compression of a sphere by a force directed along the axis. The stress-strain state of the tubular specimen for tensile tests was investigated using the finite element method and the Femap software package. Intermediate shaft oscillation normal modes were determined with the help of oscillation theory methods. In the original part, an experimental assessment of the heterogeneity of the strength characteristics and surface defects of float glass elements was performed. General conclusions were formulated.

The note contains 119 pages, 36 figures, 12 tables, 2 an application.

Keywords: *ID-5P, test rig, reducer, kinematic scheme, screw-nut, worm gear, calculation of shafts, bearings, tubular specimen, stress-strain state, base plate, ball, oscillations, natural frequencies, natural forms, float glass.*

The work consists of a text and graphic part, contains an application with drawings` specifications.

ЗМІСТ

Вступ.....	9
1. Проектування і розрахунок привода випробувальної установки ІД-5П.....	10
1.1 Опис прототипу та кінематична схема привода.....	10
1.2 Вибір двигуна.....	11
1.3 Кінематичний і силовий розрахунок привода.....	13
1.4 Розрахунок передачі гвинт-гайка(підбір різьби).....	14
1.5 Розрахунок черв'ячної передачі (4-х західна).....	16
1.5.1 Параметри навантаження.....	16
1.5.2 Матеріали для виготовлення черв'яка і колеса.....	17
1.5.3 Допустимі напруження на контактну втому.....	17
1.5.4 Проектний розрахунок передачі.....	17
1.5.5 Попередні значення деяких параметрів передачі.....	19
1.5.6 Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість...	19
1.5.7 Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність під дією максимального навантаження.....	20
1.5.8 Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині.....	20
1.5.9 Перевірка на міцність зубців при згині, при перевантаженні.....	21
1.5.10 Розрахунок параметрів черв'ячної передачі.....	21
1.5.11 Сили у зачепленні черв'ячної передачі.....	22
1.5.12 ККД черв'ячної передачі.....	23
1.5.13 Перевірка черв'яка на жорсткість.....	23
1.6 Розрахунок черв'ячної передачі (2-х західна).....	24
1.6.1 Параметри навантаження.....	24
1.6.2 Матеріали для виготовлення черв'яка і колеса.....	25
1.6.3 Допустимі напруження на контактну втому.....	25
1.6.4 Проектний розрахунок передачі.....	25
1.6.5 Попередні значення деяких параметрів передачі.....	27
1.6.6 Розрахунок зубців черв'ячного колеса на контактну витривалість...	28

1.6.7	Розрахунок активних поверхонь зубців черв'ячного колеса на контактну міцність під дією максимального навантаження	28
1.6.8	Розрахунок зубців черв'ячного колеса на міцність при згині	29
1.6.9	Перевірка на міцність зубців при згині, при перевантаженні	29
1.6.10	Розрахунок параметрів черв'ячної передачі	30
1.6.11	Сили у зачепленні черв'ячної передачі	31
1.6.12	ККД черв'ячної передачі	31
1.6.13	Перевірка черв'яка на жорсткість	31
1.7	Розрахунок вхідного валу	32
1.7.1	Проектний розрахунок і конструювання валу	32
1.8	Розрахунок проміжного валу	32
1.8.1	Проектний розрахунок і конструювання валу	32
1.8.2	Перевірка статичної міцності валу	33
1.8.3	Розрахунок валу на втомну міцність	35
1.9	Розрахунок тихохідного валу	36
1.9.1	Проектний розрахунок і конструювання валу	36
1.10	Аналіз умов навантаження та вибір типу, розмірів підшипників для проміжного валу	37
2.	Проектування корегованого евольвентного зачеплення	39
2.1	Мета проведення корегування	39
2.2	Розрахунок деяких параметрів циліндричної передачі	39
2.3	Вибір коефіцієнтів зміщення	42
2.4	Розрахунок параметрів некорегованої передачі	43
2.5	Розрахунок параметрів корегованої передачі	46
2.6	Висновок	51
3.	Розрахунок круглї ступінчатої пластини	53
3.1	Визначення основних параметрів	53
3.2	Перший розрахунок	56
3.3	Другий розрахунок	56

3.4	Визначення параметрів стану пластини	58
4.	Розрахунок конструктивного елемента методами теорії пружності	62
4.1	Постановка розв'язку задачі.....	62
4.2	Розв'язання задачі.....	66
5.	Чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального зразка.....	70
5.1	Вибір випробувального зразка та його розрахункової моделі	70
5.2	Постановка крайової задачі пружності.....	72
5.3	Метод скінченних елементів	74
5.4	Створення скінченно-елементної моделі випробувального зразка.....	77
5.5	Результати розрахунків та їх аналіз	78
6.	Числові розрахунки власних частот та відповідних власних форм	80
6.1	Крутильні коливання систем з двома ступенями вільності.....	80
6.2	Визначення власних частот методом сил	85
6.3	Визначення першої власної частоти методом Релея.....	89
6.4	Визначення першої власної частоти методом Донкерлі.....	90
7.	Експериментальна оцінка неоднорідності характеристик міцності і дефектності поверхні елементів листового флоат- скла при згині	91
7.1	Оцінка міцності листового скла з урахуванням поверхневих дефектів	91
7.2	Експериментальне дослідження міцності листового флоат-скла	99
	Загальний висновок.....	112
	Список літератури.....	114
	Додатки	116

ВСТУП

Випускна атестаційна робота є комплексним технічним завданням, що підтверджує освітньо-кваліфікаційний рівень бакалавра за напрямом 0902 – Інженерна механіка.

Завдання та його зміст потребують вмінь, які сформовані на базі вивчення фундаментальних та загальноінженерних дисциплін. Виконання завдання передбачає застосування знань математики, теоретичної механіки та опору матеріалів, теорії машин та механізмів, деталей машин, матеріалознавства та основних фахових дисциплін.

Випускна атестаційна робота складається з текстової та графічної частин і може бути виконана з застосуванням сучасних програмних засобів на ПЕОМ. В ході виконання роботи необхідно реалізувати стандартні алгоритми розв'язування типових завдань, а в окремих випадках необхідно самостійно вдосконалювати відомі алгоритми та на їх основі розв'язувати конкретні задачі.

1. ПРОЕКТУВАННЯ І РОЗРАХУНОК ПРИВОДА ВИПРОБУВАЛЬНОЇ УСТАНОВКИ ІД-5П

1.1 ОПИС ПРОТОТИПУ ТА КІНЕМАТИЧНА СХЕМА ПРИВОДА

Кінематична схема випробувальної установки ІД-5П є частиною вихідних даних для проектування, метою якого є модернізація даної машини. На рис.1.1. зображена кінематична схема установки ІД-5П.

Технічні характеристики машини:

Максимальна осьова сила –80 кН.

Швидкість переміщення захвату –8мм/хв

Установка ІД-5П призначена для дослідження механічних властивостей металів за статичного навантаження.

Машина ІД-5П має наступні основні вузли і механізми (див. Рисунок 1.1)

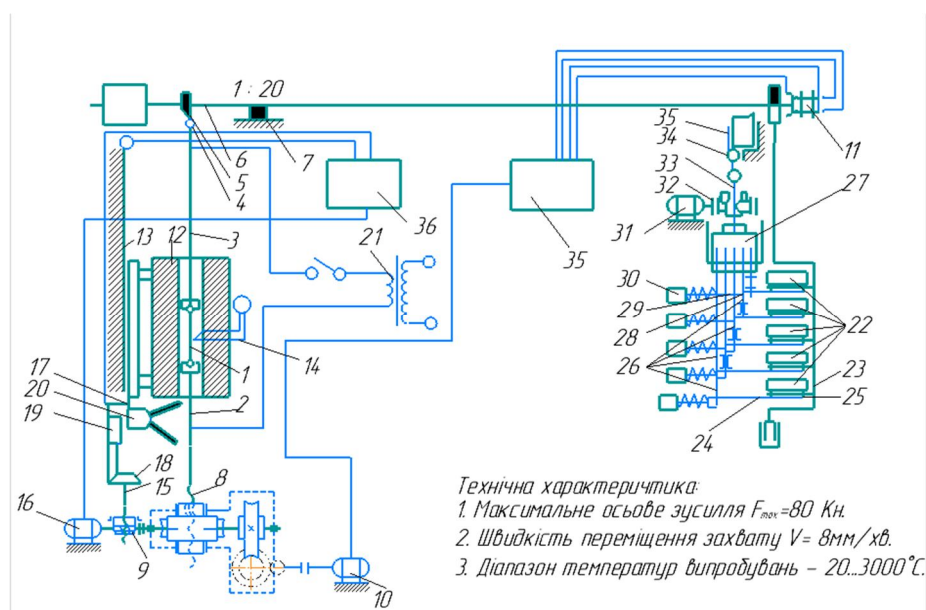


Рисунок 1.1. Ескіз установки ІД-5П-1:1 – зразок; 2 – тяга; 3 – тяга; 4 – муфта; 5 – серга; 6 – зовнішній важіль; 7 – призма; 8 – гвинт; 9 – редуктор; 10 – електродвигун; 11 – контакти; 12 – електропіч; 13 – напрямні; 14 – термопара; 15 – редуктор; 16 – електродвигун; 17 – наконечники; 18 – упор; 19 – клапан; 20 – охолоджувальний прилад; 21 – трансформатор; 22 – вантажі; 23 – навантажувальна рамка; 24 – полиці; 25 – штифти; 26 – тяги; 27 – рамка; 28 – напрямні; 29 – електромагнітні затискувачі; 30 – електромагніти; 31 –

електродвигун; 32 – редуктор; 33 – гвинт; 34 – орієнтир; 35 – напрямні; 36 – регулятор; 37 – регулятор.

Установка створює осьове навантаження наступним чином: крутний момент від двигуна через циліндричну передачу передається на черв'як, черв'ячне колесо обертає вал з черв'яком, який в свою чергу з'єднаний з черв'ячним колесом, який передає оберти на ведений вал із встановленою у ньому передачею гвинт-гайка. На гвинт передається крутний момент, який зумовлює його рух і відповідно розтяг зразка силою F . Кінематична схема редуктора наведена на (див. Рисунок 1.2.)

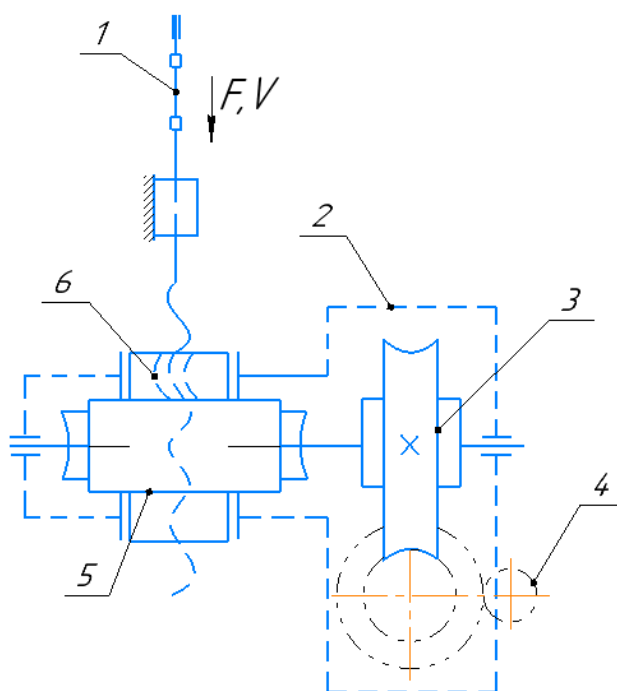


Рисунок 1.2. Кінематична схема приводу: 1 – зразок; 2 – корпус; 3 – черв'ячна передача; 4 – циліндрична передача; 5 – черв'ячна передача; 6 – передача гвинт-гайка.

1.2 ВИБІР ДВИГУНА

Необхідну потужність електродвигуна, розрахуємо за номінальною потужністю, яка необхідна для забезпечення заданої швидкості деформування зразка.

$$P_1 = \frac{P_n}{\eta}. \quad (1.2.1)$$

Де η – коефіцієнт корисної дії приводу

$$\eta = \eta_{\text{цв}} \cdot \eta_{\text{чп2}} \cdot \eta_{\text{чп4}} \cdot \eta_{\text{гг}} \cdot \eta_0^3, \quad (1.2.2)$$

$\eta_{\text{цв}}$ – ККД циліндрична відкрита передачі, $\eta_{\text{чп}}$ – ККД черв'ячної передачі(2), $\eta_{\text{чп4}}$ – ККД черв'ячної передачі(4), $\eta_{\text{гг}}$ – ККД передачі гвинт-гайка, η_0 – ККД однієї пари підшипників.

Обчислимо ККД: $\eta_{\text{цв}} = 0,94$, $\eta_{\text{чп2}} = 0,75$, $\eta_{\text{чп4}} = 0,87$, $\eta_{\text{гг}} = 0,383$, $\eta_0 = 0,995$, кількість пар підшипників – 3.

$$\eta = \eta_{\text{цв}} \cdot \eta_{\text{чп2}} \cdot \eta_{\text{чп4}} \cdot \eta_{\text{гг}} \cdot \eta_0^3 = 0,94 \cdot 0,75 \cdot 0,87 \cdot 0,383 \cdot 0,995^3 = 0,231.$$

Обчислимо потужність

$$P_{\text{н}} = F \cdot V = (80 \cdot 10^3) \cdot \left(8 \cdot \frac{1000}{60}\right) = 10,6.$$

Обчислимо передатне відношення

$$i' = i'_{\text{чп2}} \cdot i'_{\text{чп4}} \cdot i'_{\text{цв}}, \quad (1.2.3)$$

де $i'_{\text{чп2}}(i1)$, $i'_{\text{чп4}}(i2)$, $i'_{\text{цв}}(i3)$ – передатні відношення передач

$$i'_{\text{чп2}} = 18, i'_{\text{чп4}} = 16, i'_{\text{цв}} = 4,6;$$

$$i' = i'_{\text{чп2}} \cdot i'_{\text{чп4}} \cdot i'_{\text{цв}} = 18 \cdot 16 \cdot 4,6 = 1324,8.$$

Орієнтована частота обертання вала двигуна

$$n'_{\text{дв}} = n \cdot i', \quad (1.2.4)$$

де n – частота обертання гайки

$$n = \frac{V}{p \cdot z}; \quad (1.2.5)$$

$$n = \frac{8}{12 \cdot 1} = 0,667,$$

де V (мм/хв) – задана лінійна швидкість захвата; p (мм) – крок різьби гвинта; z – число заходів різьби

$$n'_{\text{дв}} = 1324,8 \cdot 0,667 = 883,2.$$

За необхідною частотою і потужністю підбираємо електродвигун 4А63А6У3: $P = 180$ Вт, $n = 885$ хв⁻¹.

Уточнення значення передатного відношення приводу

$$i = \frac{n_{\text{дв}}}{n}; \quad (1.2.6)$$

$$i = \frac{885}{0,667} = 1327,5;$$

$$i'_{\text{чп2}} = 18, i'_{\text{чп4}} = 16, i'_{\text{цп}} = 4,6.$$

1.3 КІНЕМАТИЧНИЙ І СИЛОВИЙ РОЗРАХУНОК ПРИВОДА

Обчислимо кутові швидкості валів

$$\omega_1 = \omega_{\text{дв}} = \frac{\pi \cdot n}{30} = 92,36; \quad (1.3.1)$$

$$\omega_i = \frac{\omega_1}{i_i}; \quad (1.3.2)$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i_1} = 20,14;$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_2}{i_3} = 1,12;$$

$$\omega_4 = \frac{\omega_3}{i_3} = 0,07.$$

Визначаємо потужності та обертові моменти

$$P_k = P_{k-1} \cdot \eta_{k-1} \quad (1.3.3)$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_1 = 43,34;$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_2 = 32,51;$$

$$P_4 = P_3 \cdot \eta_3 = 28,28;$$

Крутний момент

$$T_k = \frac{P_k}{\omega_k}; \quad (1.3.4)$$

$$T_1 = \frac{P_1}{\omega_1} = 0,5;$$

$$T_2 = \frac{P_2}{\omega_2} = 2,15;$$

$$T_3 = \frac{P_3}{\omega_3} = 29,06;$$

$$T_4 = \frac{P_4}{\omega_4} = 404,45.$$

Результати розрахунків занесемо до таблиці 1.1

Таблиця 1.1. Кінематичні та силові характеристики привода.

	Одиниці вим.	Вали				
		I	II	III	IV	
P	кВт	46,106	43,340	32,505	28,279	
T	Н*м	0,498	2,152	29,055	404,450	
η		0,94	0,75	0,87	0,383	
i		4,6	18	16		
ω	с ⁻¹	92,630	20,137	1,119	0,070	
N	Об/хв	885	192,3913043	10,6884058	0,6680253623	

1.4 РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ ГВИНТ-ГАЙКА(ПІДБІР РІЗЬБИ)

Вибір матеріалу: гайка – бронза Бр01Ф1 ($\sigma_B = 230$ МПа, $\sigma_T = 140$ МПа),
гвинт – сталь 40Х ($\sigma_B = 1000$ МПа, $\sigma_T = 800$ МПа, $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа).

Визначення середнього діаметру гвинта, вибір різьби, проектний розрахунок

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}}, \quad (1.4.1)$$

де, $F_a = 80 \cdot 10^3$ Н; $[p] = 15$ МПа.

Приймаємо $\psi_H = 1,2$; $\psi_h = 0,5$

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{F_a}{\pi \cdot \psi_H \cdot \psi_h \cdot [p]}} = \sqrt{\frac{80000}{\pi \cdot 1,2 \cdot 0,5 \cdot 0,5}} = 53,21.$$

За ГОСТ 24737-81 підбираємо трапецеїдальну різьбу з найближчими параметрами – Трап 54×2.

Для гвинта: середній діаметр $d_2=54$ мм; зовнішній діаметр $d=60$ мм;
внутрішній діаметр $d_1=47$ мм; крок $P=12$ мм; висота робочого профілю $h=6,5$ мм.

$$H = \psi_H \cdot d_2 = 1,2 \cdot 54 = 65, \quad (1.4.2)$$

$$z_B = \frac{H}{p} = \frac{65}{12} = 5,417 \leq z_{max} = 12. \quad (1.4.3)$$

Кут підйому гвинтової лінії

$$\varphi = \arctg \frac{p}{\pi \cdot d_2} = \arctg \frac{12}{\pi \cdot 54} = 4,05^\circ; \quad (1.4.4)$$

$$\varphi' = \arctg \frac{f}{\cos \delta} = \arctg \frac{0,1}{15} = 5,91^\circ. \quad (1.4.5)$$

Зведений кут тертя у різьбі при коефіцієнті тертя $f = 0,1$ та кут нахилу робочої сторони профілю різьби $\delta = 15^\circ$.

Оскільки $\varphi' > \varphi$, умова самогальмування різьбової пари виконується.

Визначення розмірів гайки.

Окрім висоти гайки H обчислюють зовнішній діаметр гайки D , діаметр фланця D_ϕ ; товщину δ опорного фланця $\beta = 1,3$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{s} = \frac{140}{3,5} = 40 \text{ МПа}. \quad (1.4.6)$$

$$D \geq \sqrt{\frac{4 \cdot \beta \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma]} + (d')^2} = 83,86 \text{ мм}. \quad (1.4.7)$$

Приймаємо $D = 84$ мм.

$$[\sigma]_{3M} = 40 \text{ МПа},$$

$$D_\phi \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_a}{\pi \cdot [\sigma]_{3M}} + D^2} = 97,9 \text{ мм}. \quad (1.4.8)$$

Приймаємо $D_\phi = 98$ мм.

1.5 РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ (4-Х ЗАХІДНА)

Схему передачі наведено на (див.Рисунок 1.3).

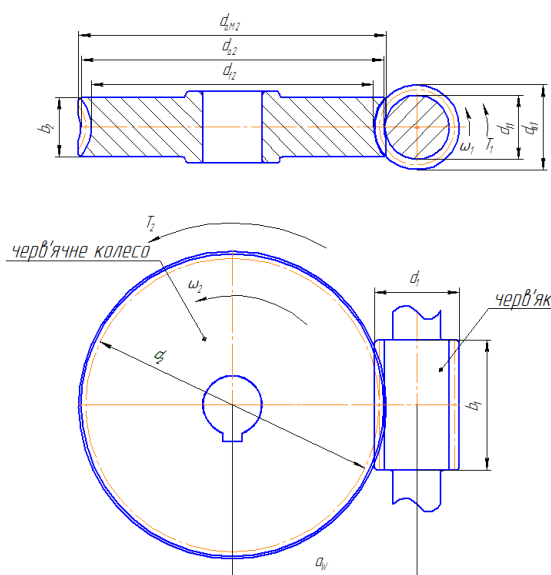


Рисунок. 1.3. Кінематична схема черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертовий момент на валу черв'яка: $T_1 = 2,15 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Обертовий момент на валу колеса: $T_2 = 29,06 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Кутова швидкість: $\omega_1 = 20,14 \text{ с}^{-1}$.

Передатне відношення: $i = 16$.

Передача реверсивна, режим навантаження – легкий, перевантаження – 150% , $h=10000$ год.

1.5.1 ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ

Кутова швидкість веденого вала

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i} = 1,23 \text{ с}^{-1}. \quad (1.5.1)$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу

$$T_{2max} = 1,5 \cdot T_2 = 43,58 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (1.5.2)$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega_1}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T_2} = 0,25 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (1.5.3)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega_2}{\pi} \cdot h = 7214673,91. \quad (1.5.4)$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0,01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців

$$N_{FE} = K_{FE} N_{FE} = 7,21 \cdot 10^4. \quad (1.5.5)$$

1.5.2 МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА І КОЛЕСА

Для черв'яка беремо леговану сталь 40Х, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45...55. Робочі поверхні витків шліфовані.

Для черв'ячного колеса при $V_s = 0,28$ м/с вибираємо бронзу БРА9Ж3А $\sigma_B = 500$ МПа, $\sigma_T = 230$ МПа.

1.5.3 ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ НА КОНТАКТНУ ВТОМУ

Для бази випробувань 106 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_{Fo} = 0,08\sigma_B + 0,25\sigma_T = 0,08 \cdot 500 + 0,25 \cdot 230 = 97,5 \text{ МПа}. \quad (1.5.6)$$

Коефіцієнт довговічності $K_{FL} = 1$.

Враховуючи обмеження $0,54 < K_{FL} < 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_F \cdot K_{KF} = 97,5 \cdot 1 = 97,5 \text{ МПа}. \quad (1.5.7)$$

Допустиме граничне напруження згину

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8 \cdot \sigma_B = 0,8 \cdot 500 = 400 \text{ МПа}. \quad (1.5.8)$$

1.5.4 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ

Визначаємо міжосьову відстань з умови на контактну міцність

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$.

Число заходів черв'яка $z_1 = 4$.

Число зубців колеса $z_2 = 64$.

Коефіцієнт діаметра черв'яка

$$q \geq 0,212 \cdot z_2 = 13,568.$$

Вибираємо $q = 14$.

Коефіцієнт деформації черв'яка $\theta = 120$.

Коефіцієнт x при легкому режимі навантаження $x = 0,31$.

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{vmin} = K_\alpha \left(\frac{z_2}{q} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = \quad (1.5.9)$$

$$310 \cdot \left(\frac{64}{14} + 1 \right)^3 \sqrt{\frac{29,055 \cdot 1,1046 \cdot 14^2}{(64 \cdot 293)^2}} = 45,09 \text{ мм.}$$

Визначимо модуль черв'ячної передачі

$$m' = \frac{2 \cdot a_{vmin}}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 45,08}{64 + 14} = 1,16 \text{ мм.} \quad (1.5.10)$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення $m = 1,5 \text{ мм}$, $q = 14$.

Тоді ділительний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 1,5 \cdot 14 = 21 \text{ мм.} \quad (1.5.11)$$

Ділительний кут підйому лінії витків черв'яка

$$\text{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{4}{14} = 0,2857, \quad (1.5.12)$$

тоді $\gamma = 15,95^\circ$.

Швидкість ковзання в зачепленні

$$V_S = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{20,137 \cdot 21 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(15,945^\circ)} = 0,22 \text{ м/с.} \quad (1.5.13)$$

Для черв'ячного колеса допустиме контактне напруження

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_S = 300 - 25 \cdot 0,22 = 294,50 \text{ МПа.} \quad (1.5.14)$$

1.5.5 ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

а) Ділильні діаметри

$$d_i = m \cdot q; \quad (1.5.15)$$

$$d_1 = m \cdot q = 1,5 \cdot 14 = 21\text{мм};$$

$$d_2 = m \cdot z_1 = 1,5 \cdot 64 = 96\text{мм}.$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{ai} = d_i + 2 \cdot m; \quad (1.5.16)$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 21 + 2 \cdot 1,5 = 24\text{мм};$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 96 + 2 \cdot 1,5 = 99\text{мм}.$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_\omega = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5 \cdot (21 + 96) = 58,5\text{мм}. \quad (1.5.17)$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса:

$$b_2 \leq 0,67 \cdot d_{a1} = 0,67 \cdot 24 = 16,08\text{мм}. \quad (1.5.18)$$

Приймаємо 16 мм.

За рекомендаціями (черв'як із твердістю $H < 350\text{НВ}$, колесо нарізають довільним способом) ступінь точності передачі обираємо 9.

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{64}{\cos^2(15,945^\circ)} = 71,99. \quad (1.5.19)$$

д) Колова сила, що діє на зубці колеса

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 29,055}{96 \cdot 10^{-3}} = 605,32\text{Н}. \quad (1.5.20)$$

1.5.6 РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВИТРИВАЛІСТЬ

Попередньо визначимо деякі коефіцієнти:

Коефіцієнт, що враховує властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса, для пари сталі – бронза $Z_m = 210\text{МПа}$.

Коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків і зубців $Z_n = 1,8$.

Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні $Z_e = 0,75$.

З попередніх розрахунків $K_{H\beta} = 1,10$.

Коефіцієнт динамічного навантаження для швидкості ковзання

$V_s = 0,22$ м/с.

Питома колова сила:

$$\omega_{Ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{605,32}{16} \cdot 1,1 \cdot 1,25 = 52,24 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (1.5.21)$$

Розрахункове контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_E \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \sqrt{\frac{52,24077922}{96}} = 209 \text{МПа}. \quad (1.5.22)$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки

$$\sigma_H = 209 \text{МПа} < [\sigma_H] = 294 \text{МПа}.$$

1.5.7 РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПІД ДІЄЮ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \cdot \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 209,13 \cdot \sqrt{\frac{43,583}{29,055}} = 256,13 \text{МПа}. \quad (1.5.23)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки

$$\sigma_{Hmax} = 256,13 \text{МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460 \text{МПа}.$$

1.5.8 РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА МІЦНІСТЬ ПРИ ЗГІНІ

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{W_{Ft}}{m}. \quad (1.5.24)$$

Деякі необхідні для розрахунку коефіцієнти, визначаємо з таблиці:

Коефіцієнт, що враховує форму зуба, береться з таблиць в залежності від еквівалентного числа зубців черв'яка $Y_f = 1,34$.

Коефіцієнт, що враховує перекриття (береться з таблиць) $Y_e = 0,75$.

Коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців $Y_b = 0,95$.

Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{fy} = K_{hv} = 1,25$.

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині $K_{fb} = K_{hb} = 1,10$.

Питома колова сила

$$\omega_{FT} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{605,32}{16} \cdot 1,10 \cdot 1,25 = 52,24 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (1.5.25)$$

Розрахункове напруження згину

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_e \cdot Y_\beta \cdot \frac{w_{Ft}}{m} = 1,34 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \cdot \frac{52,24}{1,5} = 33,25 \text{МПа}. \quad (1.5.26)$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, оскільки

$$\sigma_F = 33,25 \text{МПа} < [\sigma_F] = 97,5 \text{МПа}.$$

1.5.9 ПЕРЕВІРКА НА МІЦНІСТЬ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГИНІ, ПРИ ПЕРЕВАНТАЖЕННІ

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \cdot \left(\frac{T_{3max}}{T_3} \right) = 33,25 \cdot \left(\frac{43,58}{29,06} \right) = 256,13 \text{МПа}. \quad (1.5.27)$$

Міцність зубців забезпечується, оскільки

$$\sigma_{Fmax} = 256,13 \text{МПа} < [\sigma_{Fmax}] = 460 \text{МПа}.$$

1.5.10 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса:

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 1,5 \text{мм}. \quad (1.5.28)$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_F = 1,2 \cdot m = 1,2 \cdot 1,5 = 1,8 \text{мм}. \quad (1.5.29)$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2,2 \cdot m = 2,2 \cdot 1,5 = 3,3\text{мм.} \quad (1.5.30)$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 1,5 = 2,36\text{мм.} \quad (1.5.31)$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 21\text{мм}; d_2 = 96\text{мм.}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 24\text{мм}; d_{a2} = 99\text{мм.}$$

в) Діаметри западин

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 21 - 2,4 \cdot 1,5 = 17,4\text{мм}; \quad (1.5.32)$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 96 - 2,4 \cdot 1,5 = 92,4\text{мм.} \quad (1.5.33)$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + m = 99 + 1,5 = 100,5\text{мм.} \quad (1.5.34)$$

д) Довжина нарізаної частини черв'яка

$$\begin{aligned} b_1 &\geq (12,5 + 0,09 \cdot z_2) \cdot m + 25 = & (1.5.35) \\ &= (12,5 + 0,09 \cdot 64) \cdot 1,5 + 25 = 52,39\text{мм.} \end{aligned}$$

Вибираємо 53мм.

е) Ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 16\text{мм.}$

є) Міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{\omega} = 0,5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 1,5 \cdot (14 + 64) = 58,5\text{мм.} \quad (1.5.36)$$

1.5.11 СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі

$$F_{t2} = F_{a1} = 605,32\text{Н.} \quad (1.5.37)$$

б) Радіальна сила на колесі

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 605,32 \cdot \operatorname{tg} 20^\circ = 220,32 \text{ Н.} \quad (1.5.38)$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \operatorname{tg} \gamma = 605,32 \cdot \operatorname{tg} 15,95^\circ = 172,95 \text{ Н.} \quad (1.5.39)$$

1.5.12 ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

$$\eta = (0.95 \dots 0.96) \cdot \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,73. \quad (1.5.40)$$

1.5.13 ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{220,31^2 + 172,94^2} = 280,09 \text{ Н.} \quad (1.5.41)$$

Осьовий момент інерції черв'яка

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 17,4^4}{64} = 5330 \text{ мм}^4. \quad (1.5.42)$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 96 = 76,8 \text{ мм.} \quad (1.5.43)$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{280,09 \cdot 76,8^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 5330,07} = 0,002361 \text{ мм.} \quad (1.5.44)$$

Допустима стріла прогину

$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 1,5 = 0,015 \text{ мм.} \quad (1.5.45)$$

Жорсткість черв'яка забезпечується, оскільки

$$y = 0,0023 \text{ мм} \leq [y] = 0,015 \text{ мм.}$$

1.6 РОЗРАХУНОК ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ (2-Х ЗАХІДНА)

Схему передачі наведено на (див.Рисунок 1.4).

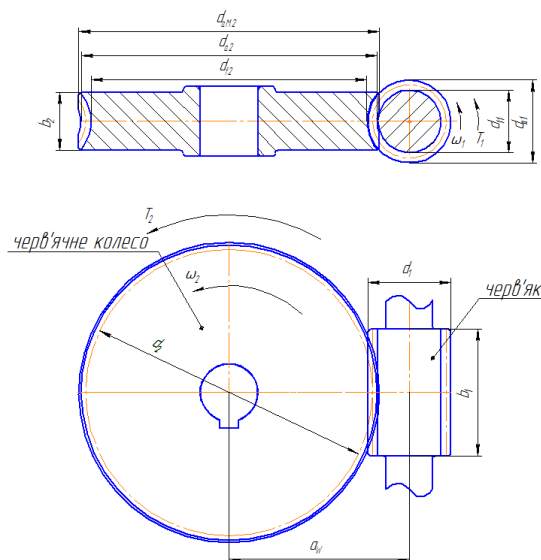


Рисунок. 1.4. Кінематична схема черв'ячної передачі

Вихідні дані:

Обертний момент на валу черв'яка $T_1 = 29,06 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Обертний момент на валу колеса $T_2 = 404,45 \text{ Н} \cdot \text{м}$.

Кутова швидкість $\omega_1 = 1,12 \text{ с}^{-1}$.

Передатне відношення $i = 18$.

Передача реверсивна, режим навантаження – легкий, перевантаження – 150%, $h=10000$ год.

1.6.1 ПАРАМЕТРИ НАВАНТАЖЕННЯ

Кутова швидкість веденого вала

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i} = 0,062 \text{ с}^{-1}. \quad (1.6.1)$$

Під час коротко часового перевантаження максимальний момент на веденому валу

$$T_{2max} = 1,5 \cdot T_2 = 606,68 \text{ Н} \cdot \text{м}. \quad (1.6.2)$$

Визначимо орієнтовну швидкість ковзання в зачепленні

$$V_s = \frac{4 \cdot \omega_1}{10^3} \cdot \sqrt[3]{T_2} = \frac{0,033 \text{ м}}{\text{с}}. \quad (1.6.3)$$

Сумарне число циклів навантаження зубців колеса за строк служби

$$N_{\Sigma 2} = 1800 \cdot \frac{\omega_2}{\pi} \cdot h = 356280,19. \quad (1.6.4)$$

Для середнього нормального режиму навантаження при коефіцієнті інтенсивності $K_{FE} = 0,01$ еквівалентне число циклів навантаження зубців

$$N_{FE} = K_{FE} N_{FE} = 3,56 \cdot 10^3. \quad (1.6.5)$$

1.6.2 МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ВИГОТОВЛЕННЯ ЧЕРВ'ЯКА І КОЛЕСА

Для черв'яка беремо леговану сталь 40 X, термообробка – гартування із відпусканням, твердість HRC 45...55.

Для черв'ячного колеса при $V_s = 0,033$ м/с вибираємо бронзу БРА9Ж3А $\sigma_B = 500$ МПа, $\sigma_T = 230$ МПа.

1.6.3 ДОПУСТИМИ НАПРУЖЕННЯ НА КОНТАКТНУ ВТОМУ

Для бази випробувань 106 та нереверсивного навантаження допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_{F0} = 0,08\sigma_B + 0,25\sigma_T = 0,08 \cdot 500 + 0,25 \cdot 230 = 97,5 \text{ МПа}. \quad (1.6.6)$$

Коефіцієнт довговічності $K_{FL} = 1$.

Враховуючи обмеження $0,54 < K_{FL} < 1$, беремо $K_{FL} = 1$. Тоді для зубців черв'ячного колеса допустиме напруження на втому при згині

$$[\sigma]_F = [\sigma]_{F0} \cdot K_{FL} = 97,5 \cdot 1 = 97,5 \text{ МПа}. \quad (1.6.7)$$

Допустиме граничне напруження згину

$$[\sigma]_{Fmax} = 0,8 \cdot \sigma_B = 0,8 \cdot 500 = 400 \text{ МПа}. \quad (1.6.8)$$

1.6.4 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК ПЕРЕДАЧІ

Визначаємо міжосьову відстань з умови на контактну міцність

$$a_{\omega min} = K_a \cdot \left(\frac{z_2}{q} + 1\right)^3 \sqrt{\frac{T_{2H} \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma_H])^2}}. \quad (1.6.9)$$

Допоміжний коефіцієнт $K_a = 310 \text{ МПа}^{1/3}$.

Число заходів черв'яка $z_1 = 2$.

Число зубців колеса $z_2 = 36$.

Коефіцієнт діаметра черв'яка

$$q \geq 0,212 \cdot z_2 = 7,63. \quad (1.6.10)$$

Вибираємо $q = 8$.

Коефіцієнт деформації черв'яка $\theta = 57$.

Коефіцієнт x при легкому режимі навантаження $x = 0,31$.

Мінімальна міжосьова відстань черв'ячної передачі

$$a_{\omega min} = K_a \left(\frac{z_2}{q} + 1\right)^3 \sqrt{\frac{T_2 \cdot K_{H\beta} \cdot q^2}{(z_2 \cdot [\sigma]_H)^2}} = \quad (1.6.11)$$

$$310 \cdot \left(\frac{36}{8} + 1\right)^3 \sqrt{\frac{404,45 \cdot 1,17 \cdot 8^2}{(36 \cdot 299)^2}} = 109,09 \text{ мм.}$$

Визначимо модуль черв'ячної передачі

$$m' = \frac{2 \cdot a_{\omega min}}{z_2 + q} = \frac{2 \cdot 109,09}{36 + 8} = 4,96 \text{ мм.} \quad (1.6.12)$$

Виберемо стандартний модуль зачеплення $m = 5 \text{ мм}$, $q = 8$.

Тоді ділительний діаметр

$$d_1 = m \cdot q = 5 \cdot 8 = 40 \text{ мм.} \quad (1.6.13)$$

Ділительний кут підйому лінії витків черв'яка

$$\text{tg} \gamma = \frac{z_1}{q} = \frac{2}{8} = 0,25, \quad (1.6.14)$$

приймаємо $\gamma = 14,04^\circ$.

Швидкість ковзання в зачепленні

$$V_S = \frac{\omega_1 \cdot d_1}{2 \cos \gamma} = \frac{1,12 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{2 \cos(14,04^\circ)} = 0,023 \text{ м/с.} \quad (1.6.15)$$

Для черв'ячного колеса допустиме контактне напруження

$$[\sigma]_H = [\sigma]_{H0} = 300 - 25V_S = 300 - 25 \cdot 0,023 = 299,42 \text{ МПа.} \quad (1.6.16)$$

1.6.5 ПОПЕРЕДНІ ЗНАЧЕННЯ ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАЧІ

а) Ділильні діаметри

$$d_i = m \cdot q; \quad (1.6.17)$$

$$d_1 = m \cdot q = 5 \cdot 8 = 40 \text{ мм,}$$

$$d_2 = m \cdot z_1 = 5 \cdot 36 = 180 \text{ мм.}$$

б) Діаметр вершин витків черв'яка та зубців колеса

$$d_{ai} = d_i + 2 \cdot m; \quad (1.6.18)$$

$$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot m = 40 + 2 \cdot 5 = 50 \text{ мм.}$$

$$d_{a2} = d_2 + 2 \cdot m = 180 + 2 \cdot 5 = 190 \text{ мм.}$$

в) Міжосьова відстань передачі

$$a_\omega = 0,5(d_1 + d_2) = 0,5 \cdot (40 + 180) = 110 \text{ мм.} \quad (1.6.19)$$

г) Ширина вінця черв'ячного колеса

$$b_2 \leq 0,75 \cdot d_{a1} = 0,75 \cdot 50 = 37,5 \text{ мм.} \quad (1.6.20)$$

За рекомендаціями (черв'як із твердістю $H < 350\text{HV}$, колесо нарізають довільним способом) ступінь точності передачі обираємо 9.

е) Еквівалентне число зубців черв'ячного колеса

$$z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^2 \gamma} = \frac{36}{\cos^2(14,04^\circ)} = 39,43. \quad (1.6.21)$$

д) Колова сила, що діє на зубці колеса

$$F_{t2} = \frac{2T_2}{d_2} = \frac{2 \cdot 404,45}{180 \cdot 10^{-3}} = 4493,89 \text{ Н.} \quad (1.6.22)$$

1.6.6 РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ ВІТРИВАЛІСТЬ

Попередньо визначимо деякі коефіцієнти:

Коефіцієнт, що враховує властивості матеріалів черв'яка і вінця колеса, для пари сталі – бронза $Z_m = 210\text{МПа}$.

Коефіцієнт форми спряжених поверхонь витків і зубців $Z_n = 1,8$.

Коефіцієнт сумарної довжини контактних ліній у зачепленні $Z_e = 0,75$.

З попередніх розрахунків $K_{hb} = 1,1738$.

Коефіцієнт динамічного навантаження для швидкості ковзання

$$V_s = 0,023\text{м/с}.$$

Питома колова сила

$$\omega_{Ht} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{H\beta} \cdot K_{HV} = \frac{4493,89}{37,5} \cdot 1,17 \cdot 1,25 = \frac{175,84\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (1.6.23)$$

Розрахункове контактне напруження

$$\sigma_H = Z_M \cdot Z_H \cdot Z_\epsilon \sqrt{\frac{\omega_{Ht}}{d_2}} = 210 \cdot 1,8 \cdot 0,75 \sqrt{\frac{175,84}{180}} = 280,21\text{МПа}. \quad (1.6.24)$$

Стійкість зубців проти заїдання і втомного викришування забезпечується, оскільки

$$\sigma_H = 280,20\text{МПа} < [\sigma_H] = 294\text{МПа}.$$

1.6.7 РОЗРАХУНОК АКТИВНИХ ПОВЕРХОНЬ ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА КОНТАКТНУ МІЦНІСТЬ ПІД ДІЄЮ МАКСИМАЛЬНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

$$\sigma_{Hmax} = \sigma_H \cdot \sqrt{\frac{T_{2max}}{T_2}} = 280,20 \cdot \sqrt{\frac{606,68}{404,45}} = 343,18\text{МПа}. \quad (1.6.25)$$

Контактна міцність зубців забезпечується, оскільки

$$\sigma_{Hmax} = 343,18\text{МПа} < [\sigma]_{Hmax} = 460\text{МПа}.$$

1.6.8 РОЗРАХУНОК ЗУБЦІВ ЧЕРВ'ЯЧНОГО КОЛЕСА НА МІЦНІСТЬ ПРИ ЗГІНІ

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{W_{Ft}}{m}. \quad (1.6.26)$$

Деякі необхідні для розрахунку коефіцієнти, визначаємо з таблиці:

Коефіцієнт, що враховує форму зуба, береться з таблиць в залежності від еквівалентного числа зубців черв'яка $Y_f = 1,55$.

Коефіцієнт, що враховує перекриття (береться з таблиць) $Y_e = 0,75$.

Коефіцієнт, що враховує кут нахилу зубців $Y_b = 0,95$.

Коефіцієнт динамічного навантаження $K_{fy} = K_{hv} = 1,25$.

Коефіцієнт, що враховує розподіл навантаження по ширині $K_{fb} = K_{hb} = 1,1738$.

Питома колова сила

$$\omega_{Ft} = \frac{F_{t2}}{b_2} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{FV} = \frac{4493,89}{37,5} \cdot 1,17 \cdot 1,25 = 175,84 \frac{\text{Н}}{\text{мм}}. \quad (1.6.27)$$

Розрахункове напруження згину

$$\sigma_F = Y_F \cdot Y_\varepsilon \cdot Y_\beta \cdot \frac{W_{Ft}}{m} = 1,55 \cdot 0,75 \cdot 0,95 \cdot \frac{175,84}{5} = 38,84 \text{МПа}. \quad (1.6.28)$$

Втомна міцність зубців при згині забезпечується, оскільки

$$\sigma_F = 38,84 \text{МПа} < [\sigma_F] = 97,5 \text{МПа}.$$

1.6.9 ПЕРЕВІРКА НА МІЦНІСТЬ ЗУБЦІВ ПРИ ЗГІНІ, ПРИ ПЕРЕВАНТАЖЕННІ

$$\sigma_{Fmax} = \sigma_F \cdot \left(\frac{T_2^{max}}{T_2} \right) = 38,84 \cdot \left(\frac{606,68}{404,45} \right) = 58,26 \text{МПа}. \quad (1.6.29)$$

Міцність зубців забезпечується, оскільки

$$\sigma_{Fmax} = 58,26 \text{МПа} < [\sigma_{Fmax}] = 460 \text{МПа}.$$

1.6.10 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

1) Розміри елементів витків черв'яка та зубців черв'ячного колеса

а) Висота головки витка черв'яка та зубців колеса

$$h_a = m = 5\text{мм.} \quad (1.6.30)$$

б) Висота ніжки витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h_f = 1,2 \cdot m = 1,2 \cdot 5 = 6\text{мм.} \quad (1.6.31)$$

в) Висота витка черв'яка та зубця черв'ячного колеса

$$h = 2,2 \cdot m = 2,2 \cdot 5 = 11\text{мм.} \quad (1.6.32)$$

г) Розрахункова товщина витка

$$s = 0,5\pi \cdot m = 0,5\pi \cdot 5 = 7,85\text{мм.} \quad (1.6.33)$$

2) Розміри вінців черв'яка та черв'ячного колеса

а) Ділильні діаметри

$$d_1 = 40\text{мм}; d_2 = 180\text{мм.}$$

б) Діаметри вершин

$$d_{a1} = 50\text{мм}; d_{a2} = 190\text{мм.}$$

в) Діаметри западин

$$d_{fi} = d_i - 2,4 \cdot m; \quad (1.6.34)$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,4 \cdot m = 40 - 2,4 \cdot 5 = 28\text{мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,4 \cdot m = 180 - 2,4 \cdot 5 = 168\text{мм.}$$

г) Найбільший діаметр черв'ячного колеса

$$d_{am2} \leq d_{a2} + 1,5m = 190 + 5 \cdot 1,5 = 197,5\text{мм.} \quad (1.6.35)$$

д) Довжина нарізуваної частини черв'яка

$$b_1 \geq (11 + 0,06 \cdot z_2) \cdot m + 25 = \quad (1.6.36)$$

$$= (11 + 0,06 \cdot 36) \cdot 5 + 25 = 90,8\text{мм.}$$

Вибираємо 91мм.

е)Ширина вінця черв'ячного колеса $b_2 = 37,5\text{мм.}$

є)Міжосьова відстань

$$a_{\omega} = 0,5 \cdot m \cdot (q + z_2) = 0,5 \cdot 5 \cdot (8 + 36) = 110\text{мм.} \quad (1.6.37)$$

1.6.11 СИЛИ У ЗАЧЕПЛЕННІ ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Компоненти сил у зачепленні:

а) Колова сила на колесі

$$F_{t2} = F_{a1} = 4493,89\text{Н.} \quad (1.6.38)$$

б) Радіальна сила на колесі

$$F_{r2} = F_{r1} = F_{t2} \cdot \text{tg}\alpha = 4493,89 \cdot \text{tg}20^\circ = 1635,64\text{Н.} \quad (1.6.39)$$

в) Осьова сила на колесі

$$F_{a2} = F_{t1} = F_{t2} \cdot \text{tg}\gamma = 4493,89 \cdot \text{tg}14,04^\circ = 1123,47\text{Н.} \quad (1.6.40)$$

1.6.12 ККД ЧЕРВ'ЯЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

$$\eta = (0.95 \dots 0.96) \cdot \frac{\text{tg}\gamma}{\text{tg}(\gamma + \varphi')} = 0,72. \quad (1.6.41)$$

1.6.13 ПЕРЕВІРКА ЧЕРВ'ЯКА НА ЖОРСТКІСТЬ

Рівнодійна колової та радіальної сил на черв'яку

$$F = \sqrt{F_{t1}^2 + F_{r1}^2} = \sqrt{1635,64^2 + 1123,47^2} = 1984,32\text{Н.} \quad (1.6.42)$$

Осьовий момент інерції черв'яка

$$J_0 = \frac{\pi \cdot d_{f1}^4}{64} = \frac{3,14 \cdot 28^4}{64} = 35741,11\text{мм}^4. \quad (1.6.43)$$

Беремо наближено відстань між опорами черв'яка

$$l \approx 0,8 \cdot d_2 = 0,8 \cdot 180 = 144\text{мм.} \quad (1.6.44)$$

За модуля пружності для сталі розрахункова стріла прогину черв'яка

$$y = \frac{F \cdot l^3}{48 \cdot E \cdot J_0} = \frac{1984,32 \cdot 144^3}{48 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \cdot 35741,11} = 0,0164\text{мм.} \quad (1.6.45)$$

Допустима стріла прогину

$$[y] = 0,01 \cdot m = 0,01 \cdot 5 = 0,05\text{мм.} \quad (1.6.46)$$

$y = 0,01644\text{мм} \leq [y] = 0,05\text{мм}$, тому жорсткість забезпечується.

1.7 РОЗРАХУНОК ВХІДНОГО ВАЛУ

1.7.1 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45, для якої $\sigma_T = 363\text{МПа}$, а $\sigma_B = 598\text{МПа}$.

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'як, попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25\text{МПа}$ і маємо

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2,152}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 7,6\text{мм}. \quad (1.7.1)$$

Приймаємо $d = 10\text{мм}$ згідно ГОСТ 12080-66.

Вал можна представити у вигляді (див. Рисунок 1.5)

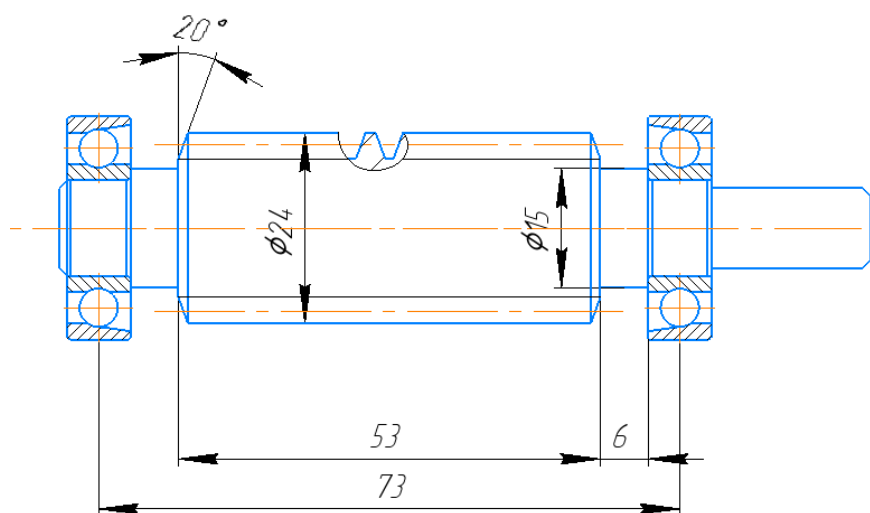


Рисунок 1.5. Вхідний вал

1.8 РОЗРАХУНОК ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

1.8.1 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Для виготовлення вала призначаємо сталь 50ХН, для якої $\sigma_T = 1100\text{МПа}$, а $\sigma_B = 900\text{МПа}$.

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо, попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25\text{МПа}$ і маємо

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 29,055}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 18,09 \text{ мм.} \quad (1.8.1)$$

Приймаємо $d = 22 \text{ мм}$ згідно ГОСТ 12080-66

Вал можна представити у вигляді (див. Рисунок 1.6)

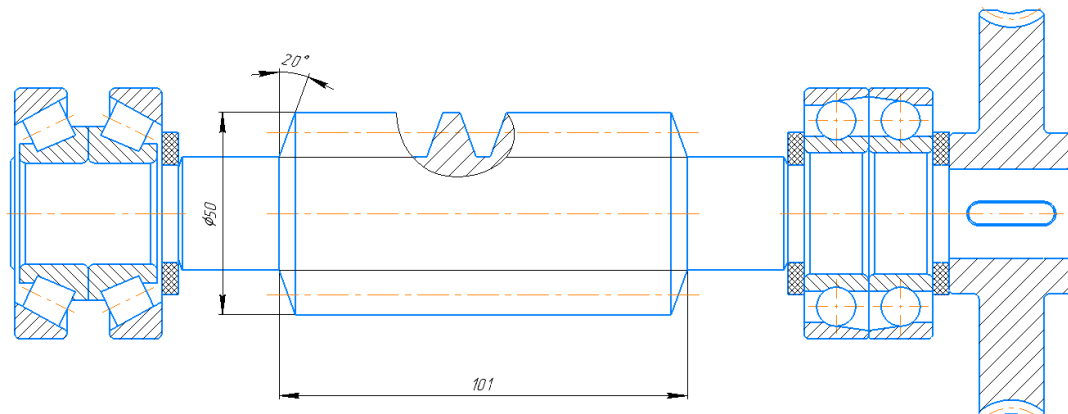


Рисунок 1.6. Проміжний вал

1.8.2 ПЕРЕВІРКА СТАТИЧНОЇ МІЦНОСТІ ВАЛУ

Сили у зачепленні візьмемо із попередніх розрахунків передач. Таким чином

$$F_{t1} = 1123,47 \text{ Н}, F_{r1} = 1635,64 \text{ Н}, F_{a1} = 4493,89 \text{ Н}, T = 29,055 \text{ Нм},$$

$$F_{t2} = 605,32 \text{ Н}, F_{r2} = 220,32 \text{ Н}, F_{a2} = 172,95 \text{ Н},$$

$$M_{a1} = F_{a1} \cdot \frac{d_1}{2} = 89877,88 \text{ Н} \cdot \text{мм}; \quad (1.8.2)$$

$$M_{a2} = F_{a2} \cdot \frac{d_2}{2} = 8301,53 \text{ Н} \cdot \text{мм}. \quad (1.8.3)$$

Реакції опор:

$$R_{Az} = -1185 \text{ Н};$$

$$R_{Bz} = -671 \text{ Н};$$

$$R_{By} = -125 \text{ Н};$$

$$R_{Ay} = 643,1 \text{ Н}.$$

Будуємо розрахункову схему (див. Рисунок 1.7)

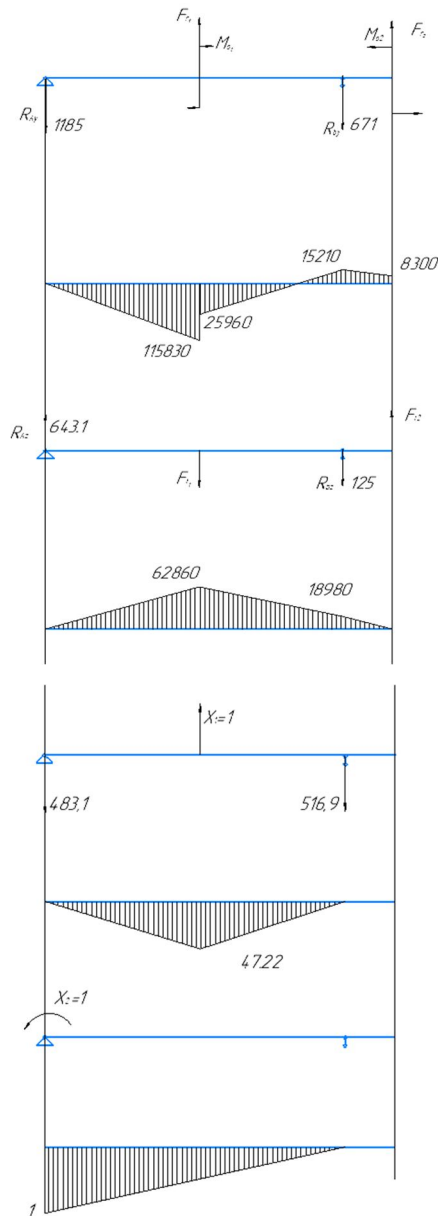


Рисунок 1.7. Схема валу та епюри навантажень
Небезпечний переріз по $\sigma_{3\Gamma}$ - переріз С.

$$M_{3\Gamma} = \sqrt{(M_y^{\max})^2 + (M_z^{\max})^2} = \quad (1.8.4)$$

$$= \sqrt{(115830^2 + (62860)^2)} = 131787,59 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

$$\sigma_{3\Gamma} = \frac{M_{3\Gamma}}{W_0} = \frac{32M_{3\Gamma}}{\pi d_{r1}^3} = \frac{32 \cdot 131787,59}{3.14 \cdot 22^3} = 126,13 \text{ МПа}; \quad (1.8.5)$$

$$\sigma_c = \frac{4 \cdot F_{a2}}{\pi d_{r1}^2} = \frac{4 \cdot 4493,89}{3.14 \cdot 22^2} = 11,83 \text{ МПа}; \quad (1.8.6)$$

$$\sigma_c = \frac{16 \cdot T}{\pi d_{r1}^3} = \frac{16 \cdot 29,055}{3.14 \cdot 22^3} = 13,9 \text{ МПа}; \quad (1.8.7)$$

$$\sigma_e = \sqrt{(\sigma_{3r} + \sigma_c)^2 + 4\tau^2} =$$

$$= \sqrt{(126,13 + 11,827)^2 + 13,90^2} = 140,74 \text{ МПа}; \quad (1.8.8)$$

$$\sigma_{E_{\max}} = \sigma_e \cdot K_{\Pi} = 140,74 \cdot 2,2 = 309,62 \text{ МПа}. \quad (1.8.9)$$

Перевіримо, чи виконується умова статичної міцності

$$\sigma_{E_{\max}} \leq [\sigma]$$

$$\sigma_{E_{\max}} = 309,62 \text{ МПа} \leq [\sigma] = 720 \text{ МПа}.$$

Статична міцність вала забезпечена.

1.8.3 РОЗРАХУНОК ВАЛУ НА ВТОМНУ МІЦНІСТЬ

Границі втоми матеріалу вала

$$\sigma_{-1} = 0,45\sigma_B = 0,45 \cdot 1100 = 495 \text{ МПа}; \quad (1.8.10)$$

$$\tau_{-1} = 0,25\sigma_B = 0,25 \cdot 1100 = 275 \text{ МПа}. \quad (1.8.11)$$

Перевіримо вал на втомну міцність в перерізі С.

Амплітуди нормальних і дотичних напружень

$$\sigma_a = 149,56 \text{ МПа};$$

$$\sigma_m = 13,3 \text{ МПа};$$

$$\tau_a = 7,54 \text{ МПа}.$$

Ефективні коефіцієнти концентрації напружень: $K_{\sigma} = 1,77$; $K_{\tau} = 2,22$.

Коефіцієнти, що враховують вплив асиметрії циклу напружень

$$\psi_{\sigma} = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4}\sigma_B = 0,02 + 2 \cdot 10^{-4} \cdot 1100 = 0,24; \quad (1.8.12)$$

$$\psi_{\tau} = 0,5 \cdot \psi_{\sigma} = 0,12. \quad (1.8.13)$$

Коефіцієнт масштабного фактора $K_d = 0,86$.

Коефіцієнти запасу міцності за нормальними і дотичними напруженнями

$$S_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{K_{\sigma}}{K_d}\sigma_a + \psi_{\sigma}\sigma_m} = \frac{495}{\frac{1,77}{0,86}149,5057 + 0,24 \cdot 13,297} = 1,59; \quad (1.8.14)$$

$$S_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{K_{\tau}}{K_d} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m} = \frac{275}{\frac{2,22}{0,86} 7,5416 + 0,12 \cdot 7,5416} = 13,5. \quad (1.8. 15)$$

Сумарний коефіцієнт запасу:

$$S = \frac{S_{\sigma} S_{\tau}}{\sqrt{S_{\sigma}^2 + S_{\tau}^2}} = \frac{1,59217 \cdot 13,498}{\sqrt{1,59217^2 + 13,498^2}} = 1,581 > [S] = 1,5. \quad (1.8. 16)$$

Втомна міцність вала в перерізі С забезпечена.

1.9 РОЗРАХУНОК ТИХОХІДНОГО ВАЛУ

1.9.1 ПРОЕКТНИЙ РОЗРАХУНОК І КОНСТРУЮВАННЯ ВАЛУ

Для виготовлення вала призначаємо сталь 45, для якої $\sigma_T = 598$ МПа, а $\sigma_B = 363$ МПа.

Діаметр ділянки вала, на якій насаджується черв'ячне колесо,

попередньо визначимо з умови на кручення. Визначимо діаметр за заниженим $[\tau] = 25$ МПа і маємо

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 404,450}{3,14 \cdot 25 \cdot 10^6}} = 43,52 \text{ мм}. \quad (1.9. 1)$$

Приймаємо $d = 60$ мм згідно ГОСТ 12080-66

Вал можна представити у вигляді (див. Рисунок 1.8)

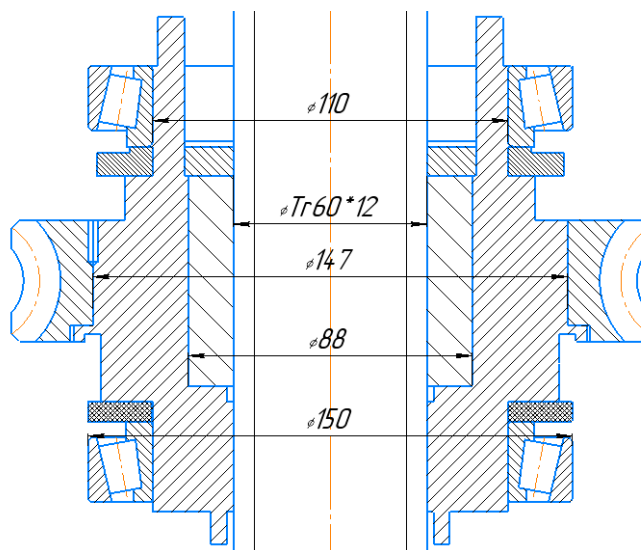


Рисунок 1.8. Вихідний вал

1.10 АНАЛІЗ УМОВ НАВАНТАЖЕННЯ ТА ВИБІР ТИПУ, РОЗМІРІВ ПІДШИПНИКІВ ДЛЯ ПРОМІЖНОГО ВАЛУ

Радіальні навантаження на підшипники на опорі А

$$R_A = \sqrt{R_{Ay}^2 + R_{Az}^2} = \sqrt{1185^2 + 643^2} = 1348,21\text{Н}; \quad (1.10.1)$$

$$R_B = \sqrt{R_{By}^2 + R_{Bz}^2} = \sqrt{671^2 + 125^2} = 682,54\text{Н}. \quad (1.10.2)$$

Вибираємо роликові конічні підшипники 1027305А ГОСТ 27365-87

для якого $C_r = 35800\text{Н}$.

Вихідні дані:

надійність – 90%;

перевантаження – 200%;

температура < 125 °С.

$$L_h = 10000\text{год};$$

$$\omega = 1,119\text{с}^{-1}.$$

Розрахункове навантаження

$$R = (X \cdot V \cdot R_r + Y \cdot R_a) \cdot K_\sigma \cdot K_T, \quad (1.10.3)$$

де коефіцієнт безпеки $K_\sigma = 1,5$, температурний коефіцієнт $K_T = 1$.

Для визначення X і Y з таблиць знаходимо

$$e = 0,795.$$

Знайдемо співвідношення осевого і радіального навантаження

$$\frac{F_a}{R_a} = \frac{1635,643693}{1348,211408} = 1,21. \quad (1.10.4)$$

Оскільки $e \leq \frac{F_a}{R_a}$ то: $X = 0,4$; $Y = 0,752$.

Розрахункове навантаження

$$R = 808,93\text{Н}.$$

Еквівалентне розрахункове навантаження

$$R_E = R \cdot K_E = 808,93 \cdot 0,57 = 461,09\text{Н}. \quad (1.10.5)$$

Розрахуємо довговічність підшипника

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C_r}{R_E}\right)^p. \quad (1.10.6)$$

Для звичайних умов експлуатації стандартних роликових конічних підшипників

$a_{23} = 0,6$, при 90% надійності $a_1 = 1$. Для роликових степінь $p = \frac{10}{3}$.

$$L = a_1 \cdot a_{23} \cdot \left(\frac{C_r}{R_E}\right)^p = 1 \cdot 0.6 \cdot \left(\frac{35800}{461,0883015}\right)^{\frac{10}{3}} = 1198066,691 \text{об.} \quad (1.10.7)$$

Довговічність в годинах

$$L_h = \frac{1745 \cdot L}{\omega} = \frac{1745 \cdot 1198066,691}{1,119} = 1868298816 \text{год.} > 10000 \text{год.} \quad (1.10.8)$$

Підшипник витримає навантаження.

2. ПРОЕКТУВАННЯ КОРЕГОВАНОГО ЕВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЧЕПЛЕННЯ

2.1 МЕТА ПРОВЕДЕННЯ КОРЕГУВАННЯ

Дана циліндрична зубчаста передача входить до складу силового привода установки ІД-5П, оскільки передає крутний момент від двигуна.

Колеса передбачалося нарізати без зміщення інструменту, не корегованими. При цьому показники якості зачеплення не досліджувались. Завдання полягає в тому, щоб провести перевірку показників якості спроектованої передачі, та разі необхідності, не змінюючи міжосьової відстані, знайденої з умови контактної міцності зуба, також незмінними мають залишитися модуль і кількість зубців коліс. Подальша робота спрямована на проектування оптимальної передачі, за допомогою показників якості зачеплення, шляхом вибору раціональних значень коефіцієнтів зміщення.

2.2 РОЗРАХУНОК ДЕЯКИХ ПАРАМЕТРІВ ЦИЛІНДРИЧНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Оскільки дана передача не входить до складу редуктора, тому попередній розрахунок відсутній, наведемо повний розрахунок передачі.

Вихідні дані:

- обертовий момент на ведучому валу $T_1 = 0,498 \text{ Н} \cdot \text{м}$;
- кутова швидкість ведучого вала $\omega_1 = 92,630 \text{ с}^{-1}$;
- передатне відношення передачі $i = 4,6$;
- передача реверсивна, режим роботи – легкий, можливі перевантаження 200% $h = 20000 \text{ год}$.

Для шестерні – сталь 40 Х з термообробкою – поліпшення. Механічні характеристики: $H_1 = 280 \text{ НВ}$, $\sigma_{B1} = 900 \text{ МПа}$, $\sigma_{T1} = 750 \text{ МПа}$. Для колеса – сталь 40 Х з термообробкою – поліпшення. Механічні характеристики: $H_2 = 245 \text{ НВ}$, $\sigma_{B2} = 790 \text{ МПа}$, $\sigma_{T2} = 640 \text{ МПа}$.

Попередньо беремо коефіцієнт ширини вінця беремо $\psi_{ba} = 0,2$ і відповідно

$$\psi_{bd} = 0,5\psi_{ba}(i + 1) = 0,5 \cdot 0,4 \cdot (4,6 + 1) = 0,56. \quad (2.2.1)$$

З таблиць залежно від ψ_{bd} для несиметричного розміщення коліс визначаємо $K_{H\beta} = 1$. Для сталевих косозубих коліс $K_a = 360 \text{ МПа}^{1/3}$.

Мінімальна міжосьова відстань

$$a_{\omega min} = K_a (u + 1) \sqrt[3]{\frac{T_{1H} \cdot K_{H\beta}}{u \cdot \psi_{ba} \cdot [\sigma_H]^2}} = \quad (2.2.2)$$

$$= 360(4,6 + 1) \sqrt[3]{\frac{0,498 \cdot 1}{4,6 \cdot 0,2 \cdot 486,82^2}} = 26,55 \text{ мм.}$$

Приймаємо $a_w = 50 \text{ мм}$. Кут нахилу лінії зубців попередньо беремо $\beta = 15^\circ$. Попередньо беремо $z_1 = 17$,

$$z_2 = i \cdot z_1 = 4,6 \cdot 17 = 78,2. \quad (2.2.3)$$

Приймаємо $z_2 = 80$.

Фактичне передатне число

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{80}{17} = 4,7. \quad (2.2.4)$$

Модуль зубців

$$m' = \frac{2 \cdot a_w \cdot \cos \beta}{(z_1 + z_2)} = \frac{2 \cdot 50 \cdot \cos 15^\circ}{(17 + 80)} = 0,99 \text{ мм.} \quad (2.2.5)$$

Вибираємо $m = 1 \text{ мм}$.

Щоб зберегти прийняту міжосьову відстань, обчислимо нове значення кута нахилу лінії зубців

$$\cos \beta = \frac{m_n (z_1 + z_2)}{2 a_w} = \frac{1 \cdot (17 + 80)}{2 \cdot 50} = 0,97, \quad (2.2.6)$$

визначаємо кут $\beta = 14,069^\circ$.

1) Ділильні діаметри шестерні та колеса

$$d_i = \frac{m_n \cdot z_i}{\cos \beta}; \quad (2.2.7)$$

$$d_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{\cos \beta} = \frac{1 \cdot 17}{0,97} = 17,53 \text{ мм;}$$

$$d_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{\cos\beta} = \frac{1 \cdot 80}{0,97} = 82,47\text{мм.}$$

2) Ширина зубчатих вінців

$$b_2 = \psi_{ba} a_\omega = 0,2 \cdot 50 = 10\text{мм}; \quad (2.2.8)$$

$$b_1 = 10 + 2 = 12\text{мм.}$$

3) Колова швидкість зубчатих коліс

$$v = 0,5\omega_2 d_1 = 0,5 \cdot 92,630 \cdot 17,53 \cdot 10^{-3} = 0,812 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (2.2.9)$$

Еквівалентні числа зубців

$$Z_{V1} = \frac{z_1}{\cos^3\beta}; \quad (2.2.10)$$

$$Z_{V1} = \frac{z_1}{\cos^3\beta} = \frac{17}{0,97^3} = 18,63\text{мм};$$

$$Z_{V2} = \frac{z_2}{\cos^3\beta} = \frac{80}{0,97^3} = 87,65\text{мм.}$$

1) Розміри елементів зубців:

а) Висота головки зубця

$$h_a = m = 1\text{мм.} \quad (2.2.11)$$

б) Висота ніжки зубця

$$h_f = 1,25m = 1,25 \cdot 1 = 1,25\text{мм.} \quad (2.2.12)$$

в) Висота зуба

$$h = h_a + h_f = 2,25m = 2,25 \cdot 1 = 2,25\text{мм.} \quad (2.2.13)$$

г) Кут профілю зубців

$$\alpha_n = 20^\circ.$$

2) Розміри вінців зубчатих коліс:

а) Ділильні діаметри $d_1 = 17,53\text{мм}$, $d_2 = 82,47\text{мм}$.

б) Діаметри вершин зубців

$$d_{ai} = d_i + 2m; \quad (2.2.14)$$

$$d_{a1} = d_1 + 2m = 17,53 + 2 \cdot 1 = 19,53\text{мм};$$

$$d_{a2} = d_2 + 2m = 82,47 + 2 \cdot 1 = 84,47\text{мм.}$$

в) Діаметри впадин

$$d_{fi} = d_i - 2,5m; \quad (2.2. 15)$$

$$d_{f1} = d_1 - 2,5m = 17,53 - 2,5 \cdot 1 = 15,03\text{мм};$$

$$d_{f2} = d_2 - 2,5m = 82,47 - 2,5 \cdot 1 = 79,97\text{мм}.$$

г) Між осьова відстань передачі

$$a_\omega = \frac{0,5m(z_1 + z_2)}{\cos\beta} = \frac{0,5 \cdot 1 \cdot (17 + 80)}{0,97} = 50\text{мм}. \quad (2.2. 16)$$

2.3 ВИБІР КОЕФІЦІЄНТІВ ЗМІЩЕННЯ

До показників якості належать

- коефіцієнт торцевого перекриття ε_α ;
- коефіцієнт питомого ковзання λ ;
- коефіцієнт питомого тиску θ ;

Слід також враховувати коефіцієнт товщини зубця у вершині, оскільки надмірне загострення зубця може призвести до неприпустимого зменшення його міцності у вершині у перший момент контакту.

Загострення зубця характеризується коефіцієнтом товщини зубця, граничні значення якого визначаються структурою матеріалу і видом термообробки. Для термообробки поліпшення маємо

$$S_a^* \geq 0,25..0,3. \quad (2.3. 1)$$

Коефіцієнт торцевого перекриття контролюється для того, щоб зачеплення було неперервним. Для даної передачі, яка є косозубою при будь якого ступеня точності

$$\varepsilon_\alpha \geq 1. \quad (2.3. 2)$$

Коефіцієнт питомого ковзання характеризує ступінь ковзання коліс у процесі зачеплення. При розрахунку у програмі PROF-Z будемо вибирати такі коефіцієнти зміщення шестерні і колеса за яких спостерігаються найбільш близькі за значеннями коефіцієнти питомого ковзання.

$$\lambda_1 \approx \lambda_2. \quad (2.3. 3)$$

Коефіцієнт питомого тиску враховує вплив кривини профілів зубців на контактні напруження.

З допомогою програми PROF-Z можна визначити коефіцієнти зміщення також і при заданій міжосьовій відстані. При виборі коефіцієнтів зміщення в першу чергу мають виконуватись такі умови: відсутність підрізання зубців та загострення їх вершин, неперервність зачеплення. Робота програми аналогічна, лише накладена додаткова умова

$$x_{\Sigma} = x_1 + x_2. \quad (2.3.4)$$

Тут x_{Σ} – сумарний коефіцієнт зміщення; x_1 – коефіцієнт зміщення шестерні; x_2 – коефіцієнт зміщення колеса. Користуючись умовою (2.3.5), знаходять таку комбінацію x_1 та x_2 , за якої показники якості зачеплення будуть найкращими.

2.4 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ НЕКОРЕГОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Порядок розрахунку:

1. Запуск програми PROF-Z.
2. Вводимо дані:
 - кількість зубців шестерні $z_1 = 17$;
 - кількість зубців колеса $z_2 = 80$;
 - модуль зачеплення $m = 1$;
 - кут нахилу зубця $\beta = 14,069^\circ$;
 - міжосьову відстань $a_w = 50$.
3. Задаємо діапазон зміни x_1 в межах від 0 до 0.

Отримані дані записуємо в Табл. 2.1.

Таблиця 2.1. Показники якості не корегованого зачеплення

x_1	x_2	S_{k1}	S_{k2}	ε_{α}	λ_1	λ_2	θ
0	0	0,713	0,829	1,601	7,307	0,219	0,406

$$x_{min1} = -0,063; x_{min2} = -4$$

Розрахованні коефіцієнти товщини зубця в програмі при нульовому зміщенні становить $S_{\alpha}^* = 0,735$ – для шестерні та $S_{\alpha}^* = 0,829$ – для колеса. Тобто матеріал задовольняє умову (2.3.1) не загострення зубців.

Коефіцієнт перекриття нульового зміщення випадку має значення $\varepsilon_\alpha = 1,601 > [\varepsilon_\alpha] = 1$, тобто зачеплення неперервне.

Якщо розрахувати коефіцієнти ковзання λ_1 і λ_2 спроектованої зубчастої передачі без зміщення, за допомогою програми PROF-Z, то отримуємо такі результати: $\lambda_1 = 7,307$, $\lambda_2 = 0,219$, що не задовільняють умову (2.4.1). Отже, спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься нерівномірно.

Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0$.

- Параметри з'єднання:
 - Міжосьова відстань: $a_w = 50$;
 - Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 20,567$;
 - Висота зуба: $h = 2,25$;
 - Коефіцієнт торцевого перекриття: $\varepsilon_\alpha = 1,601$;
 - Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0,406$.
- Параметри шестерні
 - Радіус ділильного кола: $r = 8,763$;
 - Радіус початковій окружності: $r_w = 8,763$;
 - Радіус кола вершин: $r_a = 9,763$;
 - Радіус кола западин: $r_f = 7,513$;
 - Радіус основного кола: $r_b = 8,204$;
 - Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0,692$;
 - Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 7,308$.
- Параметри колеса
 - Радіус ділильного кола: $r = 41,237$;
 - Радіус початковій окружності: $r_w = 41,237$;
 - Радіус кола вершин: $r_a = 42,237$;
 - Радіус кола западин: $r_f = 39,987$;
 - Радіус основного кола: $r_b = 38,609$;

- Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $s_k = 0,804$;
- Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0,219$.

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у Табл. 2.2. і Табл. 2.3.

Табл. 2.2. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,323	7,391
2	Прхд	1,092	7,503
3	Прхд	0,966	7,666
4	Прхд	0,909	7,828
5	Прхд	0,887	7,99
6	Прхд	0,89	8,159
7	Евлв	0,891	8,177
8	Евлв	0,891	8,211
9	Евлв	0,89	8,261
10	Евлв	0,885	8,327
11	Евлв	0,875	8,408
12	Евлв	0,859	8,505
13	Евлв	0,836	8,616
14	Евлв	0,804	8,742
15	Евлв	0,762	8,881
16	Евлв	0,708	9,033
17	Евлв	0,642	9,198
18	Евлв	0,562	9,374
19	Евлв	0,467	9,56
20	Евлв	0,356	9,756

Табл. 2.3. Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,504	39,955
2	Прхд	1,308	40,013
3	Прхд	1,199	40,107
4	Прхд	1,145	40,187
5	Прхд	1,116	40,253

6	Прхд	1,098	40,31
7	Евлв	1,066	40,426
8	Евлв	1,031	40,545
9	Евлв	0,994	40,668
10	Евлв	0,955	40,794
11	Евлв	0,914	40,924
12	Евлв	0,869	41,056
13	Евлв	0,822	41,193
14	Евлв	0,773	41,332
15	Евлв	0,72	41,475
16	Евлв	0,665	41,621
17	Евлв	0,607	41,77
18	Евлв	0,546	41,922
19	Евлв	0,482	42,077
20	Евлв	0,414	42,235

2.5 РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ КОРЕГОВАНОЇ ПЕРЕДАЧІ

Проведемо корегування даної передачі. Для цього межі зміни коефіцієнта зміщення шестерні задаємо від 0 до 1. Отримані дані записуємо в (див.Табл. 2.4)

Табл. 2.4. Показники якості корегованого зачеплення при $0 \leq x_1 \leq 1$

№	x_1	x_2	S_{k1}	S_{k2}	ε_α	λ_1	λ_2	θ
1	0	0	0,713	0,829	1,601	7,307	0,219	0,406
2	0,1	-0,1	0,673	0,838	1,579	4,227	0,24	0,406
3	0,2	-0,2	0,629	0,846	1,555	2,769	0,262	0,406
4	0,3	-0,3	0,58	0,853	1,528	1,919	0,284	0,406
5	0,4	-0,4	0,528	0,859	1,5	1,362	0,306	0,406
6	0,5	-0,5	0,473	0,864	1,469	0,969	0,328	0,406
7	0,6	-0,6	0,413	0,867	1,436	0,676	0,351	0,406
8	0,7	-0,7	0,349	0,87	1,401	0,45	0,374	0,406
9	0,8	-0,8	0,282	0,871	1,363	0,27	0,397	0,406
10	0,9	-0,9	0,211	0,87	1,324	0,122	0,421	0,406
11	1	-1	0,137	0,869	1,282	0	0,445	0,406

$$x_{min1} = -0,063; x_{min2} = -4.$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається в діапазоні $x_1 = 0,7 - 0,8$. Отже в наступному розрахунку будемо використовувати межі коефіцієнту зміщення x_1 від 0,7 до 0,8. Отримані дані представлено в (див. Табл. 2.5).

Табл. 2.5 Показники якості корегованого зачеплення при $0,7 \leq x_1 \leq 0,8$

№	x_1	x_2	S_{k1}	S_{k2}	ε_α	λ_1	λ_2	θ
1	0,7	-0,7	0,349	0,87	1,401	0,45	0,374	0,406
2	0,71	-0,71	0,343	0,87	1,397	0,43	0,376	0,406
3	0,72	-0,72	0,336	0,87	1,394	0,411	0,379	0,406
4	0,73	-0,73	0,33	0,87	1,39	0,392	0,381	0,406
5	0,74	-0,74	0,323	0,87	1,386	0,373	0,383	0,406
6	0,75	-0,75	0,316	0,87	1,382	0,355	0,385	0,406
7	0,76	-0,76	0,309	0,87	1,379	0,337	0,388	0,406
8	0,77	-0,77	0,303	0,87	1,375	0,32	0,39	0,406
9	0,78	-0,78	0,296	0,87	1,371	0,303	0,392	0,406
10	0,79	-0,79	0,289	0,871	1,367	0,286	0,395	0,406
11	0,8	-0,8	0,282	0,871	1,363	0,27	0,397	0,406

$$x_{min1} = -0,063; x_{min2} = -4.$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання λ_1 і λ_2 відбувається в діапазоні $x_1 = 0,73 - 0,74$. Отже в наступному розрахунку будемо використовувати межі коефіцієнту зміщення x_1 від 0,73 до 0,74. Отримані дані представлено в (див. Табл. 2.6).

Табл. 2.6. Показники якості корегованого зачеплення при $0,73 \leq x_1 \leq 0,74$

№	x_1	x_2	S_{k1}	S_{k2}	ε_α	λ_1	λ_2	θ
1	0,73	-0,73	0,33	0,87	1,39	0,392	0,381	0,406
2	0,731	-0,731	0,329	0,87	1,389	0,39	0,381	0,406
3	0,732	-0,732	0,328	0,87	1,389	0,388	0,381	0,406
4	0,733	-0,733	0,328	0,87	1,389	0,386	0,382	0,406
5	0,734	-0,734	0,327	0,87	1,388	0,384	0,382	0,406
6	0,735	-0,735	0,326	0,87	1,388	0,382	0,382	0,406
7	0,736	-0,736	0,326	0,87	1,388	0,38	0,382	0,406
8	0,737	-0,737	0,325	0,87	1,387	0,379	0,382	0,406
9	0,738	-0,738	0,324	0,87	1,387	0,377	0,383	0,406

10	0,739	-0,739	0,324	0,87	1,387	0,375	0,383	0,406
11	0,74	-0,74	0,323	0,87	1,386	0,373	0,383	0,406

$$x_{min1} = -0,063; x_{min2} = -4.$$

Вирівнювання коефіцієнтів ковзання відбувається при $x_1 = 0,735$.

Розрахований в програмі коефіцієнт товщини зубця при такому зміщенні становить $S_\alpha^* = 0,326$ – для шестерні та $S_\alpha^* = 0,87$ – для колеса. Тобто матеріал задовольняє умову не загострення зубців. Коефіцієнт перекриття в цьому випадку має значення $\varepsilon_\alpha = 1,388 > [\varepsilon_\alpha] = 1$ – зачеплення неперервне. А коефіцієнти ковзання λ_1 і λ_2 спроектованої зубчастої передачі зі зміщенням будуть $\lambda_1 = \lambda_2 = 0,382$. Отже спрацювання колеса та шестерні відбуватиметься рівномірно і сумарний ресурс передачі збільшується.

Далі розраховуємо інші параметри передачі, прийнявши коефіцієнт зміщення шестерні $x_1 = 0,735$.

- Параметри з'єднання:
 - Міжосьова відстань: $a_w = 50$;
 - Кут зачеплення (град): $\alpha_{tw} = 20,567$;
 - Висота зуба: $h = 2,25$;
 - Коефіцієнт торцевого перекриття: $\varepsilon_\alpha = 1,388$;
 - Коефіцієнт тиску в полюсі: $\theta = 0,406$.
- Параметри шестерні
 - Радіус ділильного кола: $r = 8,763$;
 - Радіус початковій окружності: $r_w = 8,763$;
 - Радіус кола вершин: $r_\alpha = 10,498$;
 - Радіус кола западин: $r_f = 8,248$;
 - Радіус основного кола: $r_b = 8,204$;
 - Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0,326$;
 - Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0,382$.
- Параметри колеса
 - Радіус ділильного кола: $r = 41,237$;

- Радіус початкової окружності: $r_w = 41,237$;
- Радіус кола вершин: $r_a = 41,502$;
- Радіус кола западин: $r_f = 39,252$;
- Радіус основного кола: $r_b = 38,609$;
- Коефіцієнт товщини по окружності вершин: $sk = 0,87$;
- Коефіцієнт питомого ковзання: $\lambda = 0,382$.

Обчислюємо за допомогою програми координати двадцяти точок профілю зубців шестерні та колеса і записуємо відповідно у (див. Табл. 2.7 і Табл. 2.8).

Табл. 2.7. Координати точок профілю зубця шестерні

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,456	8,137
2	Прхд	1,28	8,217
3	Прхд	1,193	8,314
4	Прхд	1,157	8,386
5	Прхд	1,142	8,434
6	Прхд	1,135	8,469
7	Евлв	1,12	8,561
8	Евлв	1,099	8,662
9	Евлв	1,071	8,774
10	Евлв	1,037	8,894
11	Евлв	0,994	9,024
12	Евлв	0,944	9,163
13	Евлв	0,884	9,309
14	Евлв	0,814	9,464
15	Евлв	0,734	9,625
16	Евлв	0,643	9,794
17	Евлв	0,54	9,968
18	Евлв	0,424	10,147
19	Евлв	0,297	10,331
20	Евлв	0,155	10,519

Табл. 2.8 Координати точок профілю зубця колеса

№	Т-д	x	y
1	Прхд	1,476	39,197
2	Прхд	1,253	39,265

3	Прхд	1,119	39,384
4	Прхд	1,044	39,504
5	Прхд	0,996	39,621
6	Прхд	0,963	39,745
7	Евлв	0,941	39,844
8	Евлв	0,916	39,947
9	Евлв	0,89	40,054
10	Евлв	0,861	40,165
11	Евлв	0,83	40,28
12	Евлв	0,797	40,398
13	Евлв	0,761	40,52
14	Евлв	0,723	40,646
15	Евлв	0,682	40,776
16	Евлв	0,638	40,909
17	Евлв	0,592	41,046
18	Евлв	0,542	41,186
19	Евлв	0,49	41,33
20	Евлв	0,435	41,477

За розрахованими програмою координатами точок профілів зубців шестерні і колеса на рис. 2.1 та рис. 2.2 зображуємо відповідно кореговані та не кореговані профілі зубців.



Рисунок 2.1. कोरोгований та не कोरोгований профіль зубця шестерні

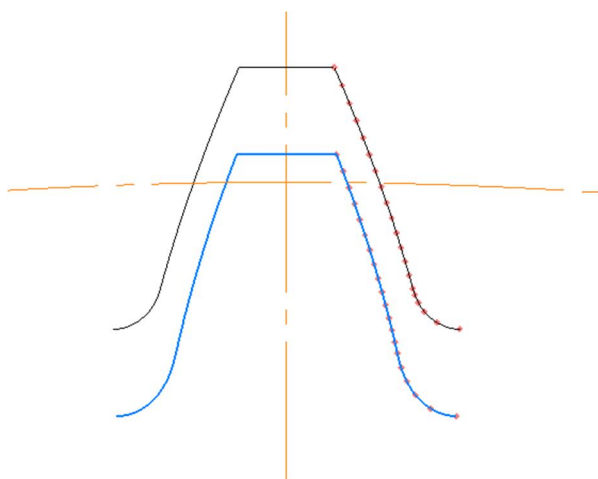


Рисунок 2.2. कोरोгований та не कोरोгований профіль зубця колеса

2.6 ВИСНОВОК

В результаті проведеного कोरोгування профілю зубців шестерні та колеса були визначені коефіцієнти зміщення при яких основні геометричні показники зубчастої передлачі отримали оптимальні значення

$$x_1 = 0,735; \quad x_2 = -0,735.$$

Показники якості передачі:

- Розраховані коефіцієнти товщини зубця становлять $S_a^* = 0,326$ — для шестерні та $S_a^* = 0,87$ — для колеса, задовольняють умову не загострення зубців.

- Коефіцієнт перекриття становить $\varepsilon_\alpha = 1,388 > 1$, тобто зачеплення неперервне.
- Коефіцієнти ковзання, які дорівнюють $\lambda_1 = 0,382$ та $\lambda_2 = 0,382$ задовольняють умову $\lambda_1 \approx \lambda_2$.
- Підрізання зубців не відбувається, оскільки

$$x_1 = 0,735 > x_{min1} = -0,063; \quad x_2 = -0,735 > x_{min2} = -4.$$

Отже, спрацювання шестерні та колеса при такому зміщенні буде відбуватися рівномірно і строк служби передачі буде більшим.

3. РОЗРАХУНОК КРУГЛОЇ СТУПІНЧАТОЇ ПЛАСТИНИ

3.1 ВИЗНАЧЕННЯ ОСНОВНИХ ПАРАМЕТРІВ

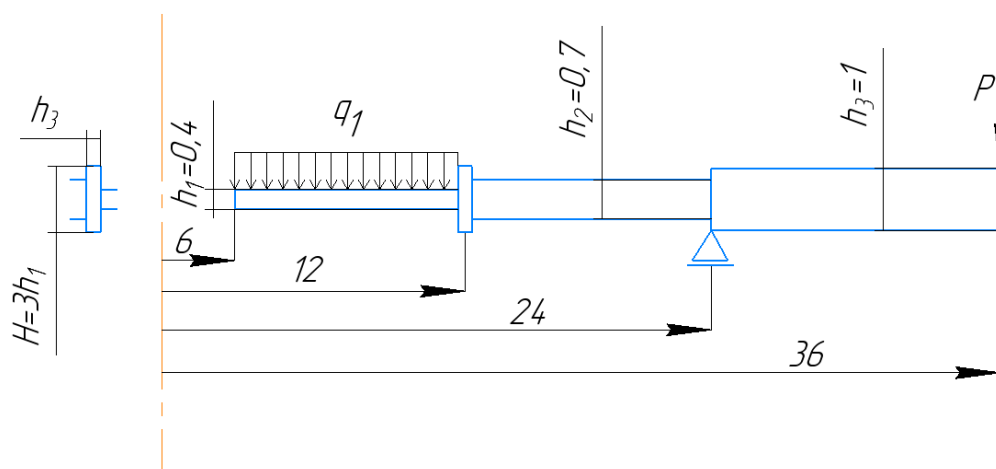


Рисунок 3.1. Схема навантаження пластини

Дано:

$$a = 3\text{см}, k_1 = 2, k_2 = 4, k_3 = 8, k_4 = 12, h_1 = 0,4, h_2 = 0,7, h_3 = 1,$$

$$q = 2q, P = 18q, H = 3h_1[\sigma] = 160\text{МПа}, E = 2 \cdot 10^5\text{МПа}, \mu = 0,3.$$

Для колової ступінчатої пластини потрібно розрахувати допустимі навантаження та побудувати епюри внутрішніх зусиль, прогинів та визначити допустиме навантаження використовуючи 4 теорію міцності. Розв'яжемо цю задачу методом двох розрахунків для симетричних пластин східчасто-змінної товщини. Перший розрахунок проводиться по формулі $\bar{X}_{i2} = L_i \bar{X}_{i1}$. Другий розрахунок по формулі $\bar{\bar{X}}_{i2} = L_i \bar{\bar{X}}_{i1} + R_i$. Вектор напружено деформованого стану знаходимо по формулі $X = C\bar{X} + \bar{\bar{X}}$, де стала C знаходиться із граничних умов на кінці пластинки.

Пластина складається з трьох ділянок, для яких можемо визначити безрозмірну характеристику ділянок $\lambda_i \lambda_i$

$$\lambda_i = \frac{r_{i1}}{r_{i2}}; \quad (3.1.1)$$

$$\lambda_1 = \frac{0,06}{0,12} = 0,5;$$

$$\lambda_2 = \frac{0,12}{0,24} = 0,5;$$

$$\lambda_3 = \frac{0,24}{0,34} = 0,667.$$

Знайдемо циліндричну жорсткість ділянок пластини

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \mu^2)}; \quad (3.1.2)$$

$$D_1 = \frac{Eh_1^3}{12(1 - \mu^2)} = 1,172 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$D_2 = \frac{Eh_2^3}{12(1 - \mu^2)} = 6,282 \cdot 10^3 \text{ Н} \cdot \text{м};$$

$$D_3 = \frac{Eh_3^3}{12(1 - \mu^2)} = 1,832 \cdot 10^4 \text{ Н} \cdot \text{м},$$

співвідношення жорсткостей

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{h_2^3}{h_1^3} = 0,187; \quad \frac{D_2}{D_1} = \frac{h_1^3}{h_2^3} = 5,36; \quad \frac{D_3}{D_1} = \frac{h_1^3}{h_3^3} = 15,63; \quad \frac{D_1}{D_3} = \frac{h_3^3}{h_1^3} = 0,064.$$

Момент інерції ребра відносно осі x

$$I_x = \frac{bh_c^3}{12}; \quad (3.1.3)$$

$$I_x = \frac{bh_c^3}{12} = 1,27 \cdot 10^{-9} \text{ м}^4.$$

Визначимо матрицю переходу через ділянки пластини

$$L_i = \begin{pmatrix} \psi_{\theta\theta}(\lambda_i) & \frac{D_i}{D_1} \psi_{\theta m}(\lambda_i) \\ \frac{D_i}{D_1} \psi_{r\theta}(\lambda_i) & \psi_{rm}(\lambda_i) \end{pmatrix} \quad (3.1.4)$$

З урахуванням числових значень отримаємо

$$L_1 = \begin{pmatrix} 0,513 & 0,375 \\ 0,341 & 0,738 \end{pmatrix};$$

$$L_2 = \begin{pmatrix} 0,513 & 0,07 \\ 1,829 & 0,738 \end{pmatrix};$$

$$L_3 = \begin{pmatrix} 0,639 & 0,018 \\ 3,95 & 0,806 \end{pmatrix}.$$

Матриця переходу через ребро

$$LR = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{(E \cdot Jx)}{R \cdot D1} & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1.806 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вектори навантаження для ділянки визначають за формулою

$$R_i = \begin{pmatrix} \frac{P_{i1}}{D_i} \psi_{\theta\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_i} \psi_{\theta q}(\lambda_i) \\ \frac{P_{i1}}{D_1} \psi_{r\rho}(\lambda_i) + \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \psi_{r q}(\lambda_i) \end{pmatrix}. \quad (3.1.5)$$

З урахуванням, що сили прикладені по колу, сила на початку ділянок

$$P_{11} = 0;$$

$$P_{21} = q_1 \cdot \pi \cdot (r_{12}^2 - r_{11}^2) = -0,068q;$$

$$P_{31} = -P = 18q.$$

Рзподілене навантаження на всіх ділянках має такі значення

$$q_1 = 2q; \quad q_2 = 0; \quad q_3 = 0.$$

Знаходимо вектори навантаження для всіх ділянок пластини

$$R_1 = \begin{pmatrix} \frac{P_{11}}{D_1} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_1) + \frac{(q_1 \cdot r_{12}^2)}{D_1} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_1) \\ \frac{P_{11}}{D_1} \cdot \psi_{r P}(\lambda_1) + \frac{(q_1 \cdot r_{12}^2)}{D_1} \cdot \psi_{r q}(\lambda_1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3.752 \cdot 10^{-7} \\ -2.215 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q;$$

$$R_2 = \begin{pmatrix} \frac{P_{21}}{D_2} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_2) + \frac{(q_2 \cdot r_{22}^2)}{D_2} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_2) \\ \frac{P_{21}}{D_1} \cdot \psi_{r P}(\lambda_2) + \frac{(q_2 \cdot r_{22}^2)}{D_1} \cdot \psi_{r q}(\lambda_2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2.735 \cdot 10^{-7} \\ -5.361 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q;$$

$$R_3 = \begin{pmatrix} \frac{P_{31}}{D_3} \cdot \psi_{\theta P}(\lambda_3) + \frac{(q_3 \cdot r_{32}^2)}{D_3} \cdot \psi_{\theta q}(\lambda_3) \\ \frac{P_{31}}{D_1} \cdot \psi_{r P}(\lambda_3) + \frac{(q_3 \cdot r_{32}^2)}{D_1} \cdot \psi_{r q}(\lambda_3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9.986 \cdot 10^{-6} \\ 8.817 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q.$$

3.2 ПЕРШИЙ РОЗРАХУНОК

Знайдемо вектори стану пластини, які характеризують напружений і деформований стан на кожній ділянці

$$X = \bar{X}C + \bar{X}, \quad (3.2.1)$$

де C – не визначений коефіцієнт.

З початку знайдемо вектор \bar{X} , який розраховується без врахування зовнішніх навантажень.

Ділянка №1

$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ так як внутрішній край вільний. Використавши матрицю переходу, отримаємо

$$\bar{X}_{12} = [L]_1 \{\bar{X}\}_{11} = \begin{pmatrix} 0,513 & 0,375 \\ 0,341 & 0,738 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,341 \end{pmatrix};$$

Ділянка №2

Використовуємо матрицю переходу через ребро

$$\bar{X}_{21} = [L]_R \{\bar{X}\}_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1,806 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,513 \\ 0,341 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,513 \\ 1,267 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{22} = [L]_2 \{\bar{X}\}_{21} = \begin{pmatrix} 0,513 & 0,07 \\ 1,829 & 0,738 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,513 \\ 1,267 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,351 \\ 1,872 \end{pmatrix}.$$

Ділянка №3

$$\bar{X}_{31} = \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} 0,351 \\ 1,871 \end{pmatrix};$$

$$\bar{X}_{32} = [L]_3 \{\bar{X}\}_{31} = \begin{pmatrix} 0,639 & 0,018 \\ 3,95 & 0,806 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,351 \\ 1,871 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,258 \\ 2,895 \end{pmatrix}.$$

3.3 ДРУГИЙ РОЗРАХУНОК

Оскільки внутрішній контур не навантажена моментом, можемо визначити вектор стану в початковій точці у вигляді

$$\bar{X}_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Вектори стану другого розв'язку визначаються за формулою

$$\begin{aligned}\bar{X}_{12} &= L_1 \bar{X}_{11} + R_1 = \begin{pmatrix} -3,752 \cdot 10^{-7} \\ -2,215 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q; \\ \bar{X}_{21} &= LR \bar{X}_{12} = \begin{pmatrix} -3,752 \cdot 10^{-7} \\ -2,893 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q \text{ --перехід через ребро}; \\ \bar{X}_{22} &= L_2 \bar{X}_{21} + R_2 = \begin{pmatrix} -6,682 \cdot 10^{-7} \\ -8,181 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q; \\ \bar{X}_{31} &= \bar{X}_{22} = \begin{pmatrix} -6,682 \cdot 10^{-7} \\ -8,181 \cdot 10^{-6} \end{pmatrix} q; \\ \bar{X}_{32} &= L_3 \bar{X}_{31} + R_3 = \begin{pmatrix} 9,414 \cdot 10^{-6} \\ 8,725 \cdot 10^{-4} \end{pmatrix} q.\end{aligned}$$

Сталу C необхідно вибрати так, щоб задовольнялись граничні умови на зовнішньому контурі, а саме

$$r = r_{32}; \frac{M_r}{D} = 0; r = r_{32}; \frac{M_r}{D} = 0 \quad (3.3.1)$$

тобто вільний.

$$X_{32} = \bar{X}_{32} C + \bar{X}_{32} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{r} \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{\theta} \\ \bar{r} \end{pmatrix}_{32} \\ \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D} \end{pmatrix}_{32} C + \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D} \end{pmatrix}_{32} \end{pmatrix}. \quad (3.3.2)$$

Так з граничних умов (3.3.1) визначаємо

$$\begin{pmatrix} M_r \\ D_1 \end{pmatrix}_{32} = \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}_{32} \cdot C + \begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}_{32}.$$

Звідси

$$C = \frac{-\begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}_{32}}{\begin{pmatrix} \bar{M}_r \\ \bar{D}_1 \end{pmatrix}_{32}} = \frac{-(8,725 \cdot 10^{-4})q}{(2,895)} = -3,014 \cdot 10^{-4}q.$$

Тепер ми маємо змогу знайти сумарний вектор стану на кожній ділянці

$$\begin{aligned}\{X\}_{11} &= \{\bar{X}\}_{11} C + \{\bar{X}\}_{11} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} - 3,014 \cdot 10^{-4} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} -3,014 \cdot 10^{-4} \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{12} &= \{\bar{X}\}_{12}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{12} = \begin{Bmatrix} 0,513 \\ 0,341 \end{Bmatrix} - 3,014 \cdot 10^{-4} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} -3,752 \cdot 10^{-7} \\ -2,215 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} -1,548 \cdot 10^{-4} \\ -1,051 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{21} &= \{\bar{X}\}_{21}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{21} = \begin{Bmatrix} 0,513 \\ 1,267 \end{Bmatrix} - 3,014 \cdot 10^{-4} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} -3,752 \cdot 10^{-7} \\ -2,893 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} -1,548 \cdot 10^{-4} \\ -3,847 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{22} &= \{\bar{X}\}_{22}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{22} = \begin{Bmatrix} 0,351 \\ 1,872 \end{Bmatrix} - 3,014 \cdot 10^{-4} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} -6,682 \cdot 10^{-7} \\ -8,181 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} -1,065 \cdot 10^{-4} \\ -5,722 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{31} &= \{\bar{X}\}_{31}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{31} = \begin{Bmatrix} 0,351 \\ 1,871 \end{Bmatrix} - 3,014 \cdot 10^{-4} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} -6,682 \cdot 10^{-7} \\ -8,181 \cdot 10^{-6} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} -1,065 \cdot 10^{-4} \\ -5,722 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1};\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{X\}_{32} &= \{\bar{X}\}_{32}C + \{\bar{\bar{X}}\}_{32} = \begin{Bmatrix} 0,258 \\ 2,895 \end{Bmatrix} - 3,014 \cdot 10^{-4} \frac{qa^2}{D_1} + \begin{Bmatrix} 9,414 \cdot 10^{-6} \\ 8,725 \cdot 10^{-4} \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1} \\ &= \begin{Bmatrix} -6,825 \cdot 10^{-5} \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{qa^2}{D_1}.\end{aligned}$$

3.4 ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СТАНУ ПЛАСТИНИ

Знаходимо величину радіального і кругового згинальних моментів M_r та M_t .

З початку знайдемо величину радіального моменту

$$M_{r_{11}} = 0; \quad M_{r_{12}} = -0,123q;$$

$$M_{r_{21}} = -0,451q; \quad M_{r_{22}} = -0,671q;$$

$$M_{r_{31}} = -0,671q; \quad M_{r_{32}} = 0.$$

Коловий момент обчислимо за формулою

$$M_{t_{ij}} = \mu M_{r_{ij}} + \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} (1 - \mu^2) D_1; \quad (3.4.1)$$

$$\begin{aligned}
M_{t_{11}} &= 0,3 \cdot 0 - 3,014q \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 1172 = -0,321q; \\
M_{t_{12}} &= -0,3 \cdot 0,123q - 1,548q \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 1172 = -0,202q; \\
M_{t_{21}} &= -0,3 \cdot 0,451q - 1,548q \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 6282 = -1,02q; \\
M_{t_{22}} &= -0,3 \cdot 0,671q - 1,065q \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 6282 = -0,81q; \\
M_{t_{31}} &= -0,3 \cdot 0,671q - 1,065q \cdot 10^{-4} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 18320 = -1,977q; \\
M_{t_{32}} &= 0,3 \cdot 0 - 6,825q \cdot 10^{-5} \cdot (1 - 0,3^2) \cdot 18320 = -1,138q.
\end{aligned}$$

Знайдемо відповідні напруження σ_r та σ_t

$$\sigma_{r_{ij}} = \frac{6M_{r_{ij}}}{h_i^2}; \quad \sigma_{t_{ij}} = \frac{6M_{t_{ij}}}{h_i^2}; \quad (3.4.2)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{r_{11}} &= 0; \quad \sigma_{t_{11}} = -1,205 \cdot 10^5 q; \\
\sigma_{r_{12}} &= -4,618 \cdot 10^4 q; \quad \sigma_{t_{12}} = -7,578 \cdot 10^4 q; \\
\sigma_{r_{21}} &= -5,522 \cdot 10^4 q; \quad \sigma_{t_{21}} = -1,249 \cdot 10^5 q; \\
\sigma_{r_{22}} &= -8,213 \cdot 10^4 q; \quad \sigma_{t_{22}} = -9,921 \cdot 10^4 q; \\
\sigma_{r_{31}} &= -4,024 \cdot 10^4 q; \quad \sigma_{t_{31}} = -1,186 \cdot 10^5 q; \\
\sigma_{r_{32}} &= 0; \quad \sigma_{t_{32}} = -6,825 \cdot 10^4 q.
\end{aligned}$$

Тепер ми маємо можливість визначити $\sigma_{\text{екв}}^{IV}$ за 4 теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв}}^{IV} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_t^2 + \sigma_r \sigma_t}; \quad (3.4.3)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{екв } 11}^{IV} &= 1,205 \cdot 10^5 q; \quad \sigma_{\text{екв } 12}^{IV} = 6,615 \cdot 10^4 q; \\
\sigma_{\text{екв } 21}^{IV} &= 1,084 \cdot 10^5 q; \quad \sigma_{\text{екв } 22}^{IV} = 9,187 \cdot 10^4 q; \\
\sigma_{\text{екв } 31}^{IV} &= 1,045 \cdot 10^5 q; \quad \sigma_{\text{екв } 32}^{IV} = 6,825 \cdot 10^4 q.
\end{aligned}$$

Найшовши найбільше напруження, яке діє на ділянці, ми можемо визначити з умови міцності величину q

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{екв } \max}^{IV} q &\leq [\sigma]; \\
q &\leq \frac{[\sigma]}{\sigma_{\text{екв } \max}^{IV}}; \quad (3.4.4)
\end{aligned}$$

$$q \leq \frac{160 \cdot 10^6}{1,205 \cdot 10^5} = 1327 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}.$$

Знайдемо повний кут повороту θ

$$\theta_{r_{ij}} = \left(\frac{\theta}{r}\right)_{ij} r_{ij} \cdot q; \quad (3.4.5)$$

$$\theta_{11} = -1,808 \cdot 10^{-5}; \quad \theta_{12} = -1,858 \cdot 10^{-5};$$

$$\theta_{21} = -1,858 \cdot 10^{-5}; \quad \theta_{22} = -2,557 \cdot 10^{-5};$$

$$\theta_{31} = -2,557 \cdot 10^{-5}; \quad \theta_{32} = -2,457 \cdot 10^{-5}.$$

Також знайдемо переміщення W_{ij}

$$\begin{aligned} W_{i2} - W_{i1} = & -r_{i2}^2 \psi_{w\theta}(\lambda_i) \left(\frac{\theta}{r}\right)_{i1} - r_{i2}^2 \psi_{wm}(\lambda_i) \left(\frac{M_r}{D_1}\right)_{11} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) - \\ & - \left(\frac{P_{i1}}{D_1}\right) \left(\frac{D_1}{D_i}\right) r_{i2}^2 \psi_{wp}(\lambda_i) - \frac{q_i r_{i2}^2}{D_1} \left(\frac{D_1}{D_i}\right) \psi_{wq}(\lambda_i); \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

$$W_{11} = 3,654 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \quad W_{12} = 2,595 \cdot 10^{-6} \text{ м};$$

$$W_{21} = 2,595 \cdot 10^{-6} \text{ м}; \quad W_{22} = 0;$$

$$W_{31} = 0; \quad W_{32} = -3,039 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Отже, максимальне переміщення дорівнює

$$W_{max} = 3,654 \cdot 10^{-6} \text{ м}.$$

Будуємо епюри $M_r, M_t, \sigma_{\text{СКВ}}^{IV}, \theta$ та W (див. Рис)

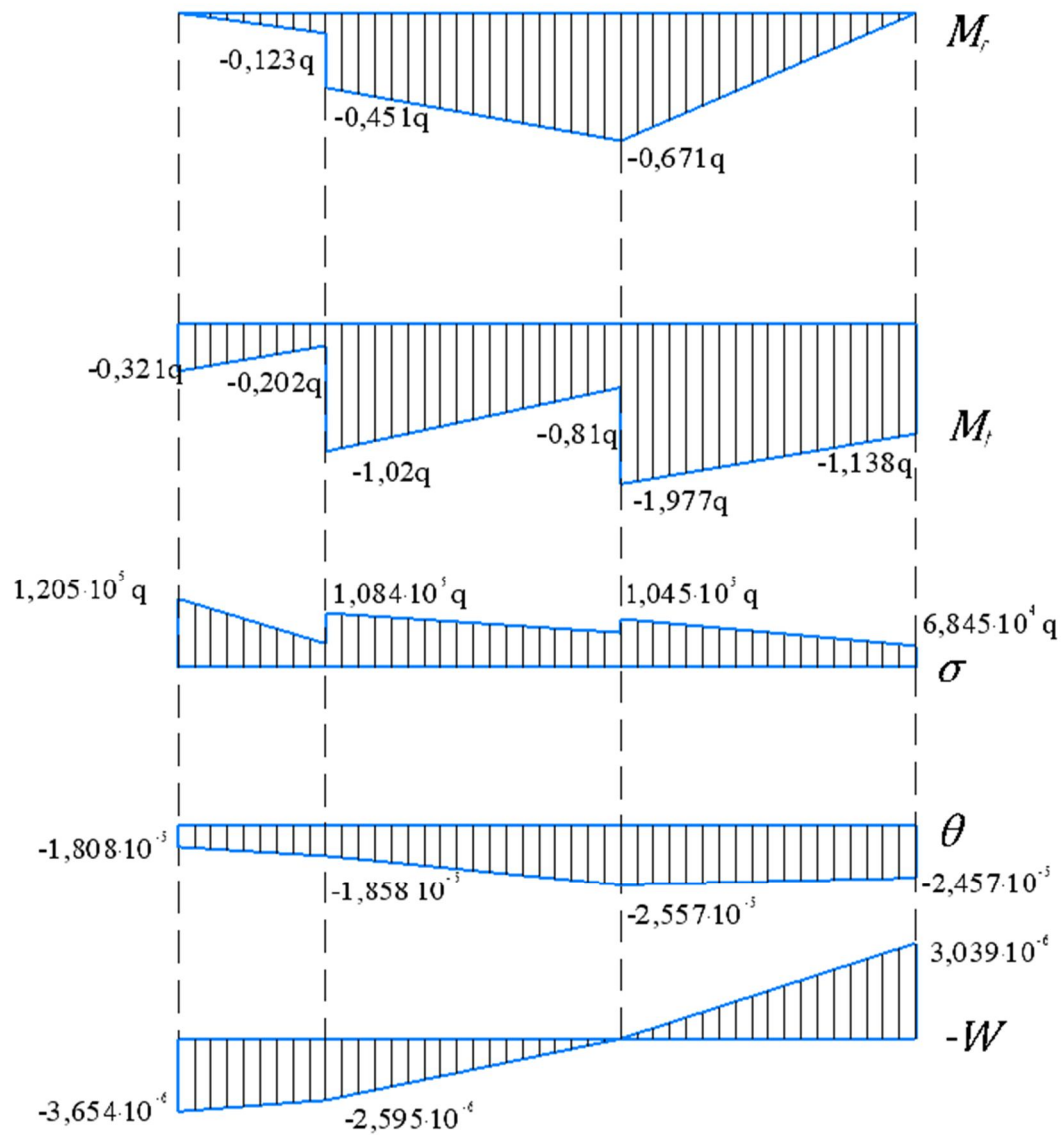


Рисунок 3.2. Епюри M_r , M_t , $\sigma_{\text{екв}}^{IV}$, θ та W

4. РОЗРАХУНОК КОНСТРУКТИВНОГО ЕЛЕМЕНТА МЕТОДАМИ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ

Визначити напружено-деформований стан при стисканні кулі силою направленою вздовж осі (див. Рисунок 4.1).

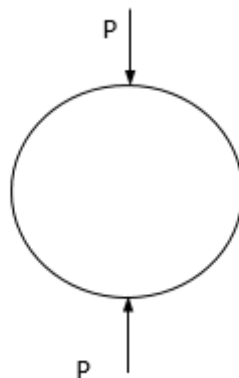


Рисунок 4.1. Куля

4.1 ПОСТАНОВКА РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧИ

Зворотня форма закону Гука

$$\left. \begin{aligned} R_r &= \lambda\theta + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ B_\beta &= \lambda\theta + \frac{2G}{r} \left(\frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial u_\beta}{\partial \beta} + u_r + u_\alpha \operatorname{ctg} \alpha \right) \\ A_\alpha &= \lambda\theta + \frac{2G}{r} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial \alpha} + u_r \right) \\ R_\beta &= \frac{G}{r} \left[\frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \beta} + r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\beta}{r} \right) \right] \\ B_\alpha &= \frac{G}{r} \left(\frac{\partial u_\beta}{\partial \alpha} + u_\beta \operatorname{ctg} \alpha + \frac{1}{\sin \alpha} \cdot \frac{\partial u_\alpha}{\partial \beta} \right) \\ A_r &= \frac{G}{r} \left[r^\varepsilon \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u_\alpha}{r} \right) + \frac{\partial u_r}{\partial \alpha} \right], \end{aligned} \right\} \quad (4.1.1)$$

Рівняння в переміщеннях

$$\left. \begin{aligned} (\lambda + 2G)r \sin \alpha \frac{\partial \theta}{\partial r} - 2G \left[\frac{\partial \omega_\alpha}{\partial \beta} - \frac{\partial}{\partial \alpha} (\omega_\beta \sin \alpha) \right] + r \sin \alpha R &= 0 \\ (\lambda + 2G) \frac{1}{\sin \alpha} \frac{\partial \theta}{\partial \beta} - 2G \left[\frac{\partial \omega_r}{\partial \alpha} - \frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\alpha) \right] + r B &= 0 \\ (\lambda + 2G) \sin \alpha \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} - 2G \left[\frac{\partial}{\partial r} (r \omega_\beta \sin \alpha) - \frac{\partial \omega_r}{\partial \beta} \right] + \\ &+ r \sin \alpha A = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1.2)$$

Розподілення силових факторів на кулі зображено на (див. Рисунок 4.2).

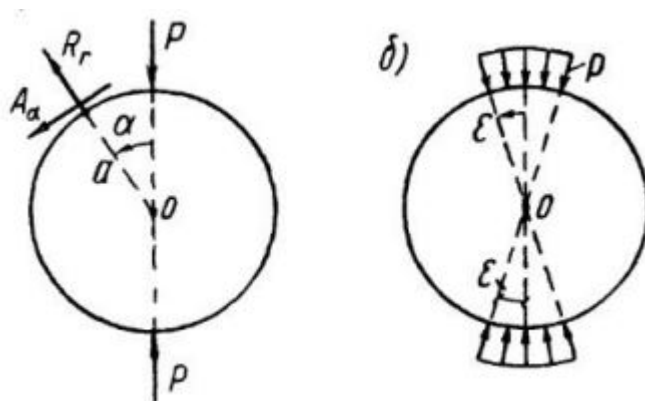


Рисунок 4.2. Зображення розподілення навантаження

При заданні зовнішніх навантажень на поверхність кулі, де $r = a$ маємо

$$R_r = \sigma(\alpha) \text{ и } A_r = \tau(\alpha). \quad (4.1.3)$$

Ці функції потрібно представити рядами

$$\begin{aligned} \sigma(\alpha) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n P_n(\mu) \\ \tau(\alpha) &= \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \frac{dP_n}{d\mu} = - \sum_{n=1}^{\infty} \tau_n \frac{dP_n}{d\alpha} \sin \alpha. \end{aligned} \quad (4.1.4)$$

Де коефіцієнти знаходяться за формулами

$$\left. \begin{aligned} \sigma_n &= \frac{2n+1}{2} \int_0^\pi \sigma(\alpha) P_n(\cos \alpha) \sin \alpha d\alpha \\ \tau_n &= \frac{2n+1}{2n(n+1)} \int_0^\pi \tau(\alpha) \frac{dP_n}{d\alpha} \sin \alpha d\alpha \end{aligned} \right\} \quad (4.1.5)$$

В даній задачі

$$\sigma(\alpha) = \begin{cases} -p & \text{при } 0 < \alpha < \varepsilon \text{ и } \pi - \varepsilon < \alpha < \pi \\ 0 & \text{при } \varepsilon < \alpha < \pi - \varepsilon \end{cases} \quad (4.1.6)$$

$$\tau(\alpha) = 0.$$

Розіб'ємо нормальне напруження на 2 частини

$$\sigma(\alpha) = \sigma^{(1)}(\alpha) + \sigma^{(2)}(\alpha)$$

$$\sigma^{(1)}(\alpha) = \begin{cases} -p & \text{при } 0 < \alpha < \varepsilon \\ 0 & \text{»} \quad \varepsilon < \alpha < \pi \end{cases} \quad (4.1.7)$$

$$\sigma^{(2)}(\alpha) = \begin{cases} -p & \text{»} \quad \pi - \varepsilon < \alpha < \pi \\ 0 & \text{»} \quad 0 < \alpha < \pi - \varepsilon \end{cases}.$$

Розглянемо перший випадок навантаження

$$\sigma^{(1)}(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n^{(1)} P_n(\cos \alpha), \quad (4.1.8)$$

де, згідно з формулами (4.1.5)

$$\begin{aligned} \sigma_n^{(1)} &= -\frac{2n+1}{2} p \int_0^{\varepsilon} P_n(\cos \alpha) \sin \alpha d\alpha = \\ &= (2n+1) P_n(\cos \alpha) = \left. \frac{dP_{n+1}}{d\mu} - \frac{dP_{n-1}}{d\mu} \right|_0^{\varepsilon} = \\ &= -\frac{p}{2} \{ [P_{n+1}(1) - P_{n+1}(\cos \varepsilon)] - [P_{n-1}(1) - P_{n-1}(\cos \varepsilon)] \} = \\ &= -\frac{p}{2} [P_{n-1}(\cos \varepsilon) - P_{n+1}(\cos \varepsilon)]. \end{aligned}$$

Оскільки сила P «розмазується» по поверхні кулі, отримаємо розподілене рівномірне навантаження p , площа якого при малому значенні кута ε , приблизно рівна $\pi a^2 \varepsilon^2$ (див. Рисунок 4.2).

Вважаючи що $\varepsilon \rightarrow 0$ та $p \pi a^2 \varepsilon^2 \rightarrow P$ отримаємо

$$\sigma_n^{(1)} = -\frac{P}{2\pi a^2} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{P_{n-1}(\cos \varepsilon) - P_{n+1}(\cos \varepsilon)}{\varepsilon^2} = \frac{-P(2n+1)}{4\pi a^2}. \quad (4.1.9)$$

Для зосередженої сили P в полюсі $\alpha = \pi$ аналогічно будемо мати

$$\sigma_n^{(2)} = -\frac{P}{2\pi a^2} \cdot \frac{2n+1}{2} P_n(-1) = -\frac{P}{4\pi a^2} (2n+1)(-1)^n \quad (4.1.10)$$

Вцілому

$$\sigma_n = \sigma_n^{(1)} + \sigma_n^{(2)} = \begin{cases} 0 & \text{при } n = 1, 3, 5, \dots \\ -\frac{P}{2\pi a^2} (2n + 1) & \text{при } n = 0, 2, 4, \dots \end{cases} \quad (4.1.11)$$

І навантаження задається рядом

$$\sigma(\alpha) = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n P_n(\mu) = -\frac{P}{\pi a^2} \sum_{n=0, 2, 4, \dots}^{\infty} \frac{2n + 1}{2} P_n(\mu) \quad (4.1.12)$$

Якій розходиться в полюсах $\alpha = 0$, та $\alpha = \pi$ і сходиться в решті точках.

Для вирішення задачі треба мати вираження напружень через поліноми Лежандра

$$\begin{aligned} R_r &= \lambda\theta + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} = \sum_{n=0, 2, 4, \dots} [(n + 1)(2Ga_n + K\lambda A_n)r^n + \\ &\quad + 2Gn(n - 1)C_n r^{n-2}] P_n(\mu) \\ A_r &= \frac{G}{r} \left(r \frac{\partial u_\alpha}{\partial r} - u_\alpha + \frac{\partial u_r}{\partial \alpha} \right) = \\ &= \sum_{n=0, 2, 4, \dots}^{\infty} G [(a_n + n\bar{A}_n)r^n + 2(n - 1)C_n r^{n-2}] P'_n(\mu). \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

Оскільки в задачі присутні тільки радіальні напруження, то $A_r = 0$.

Для знаходження постійних A_n та C_n використовуємо рівняння (4.1.3)

$$\left. \begin{aligned} (n + 1)(2Ga_n + K\lambda A_n)a^n + 2Gn(n - 1)a^{n-2}C_n &= -\frac{(2n + 1)P}{2\pi a^2}; \\ (a_n + n\bar{A}_n) + 2(n - 1)a^{-2}C_n &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (4.1.14)$$

З рівня (4.1.14) отримаємо

$$\begin{aligned} A_n &= -\frac{\frac{(2n + 3)(2n + 1)P}{\pi a^{n+2}G}}{4\{K(n + 1)^2 + 2(n + 3)(1 - n) - (2n + 3)[(n + 2) - 2(n + 1)\sigma]\}}; \\ C_n &= -\frac{a_n + n\bar{A}_n}{2(n - 1)} = \\ &= \frac{(1 + n)a^2 A_n}{2(1 - n)(2n + 3)} [K(n + 1)^2 + 2(n + 3)(n + 1) - 2(2n + 3)]. \end{aligned} \quad (4.1.15)$$

4.2 РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ

Для розв'язку поставленої задачі використовуємо програму Mathcad.

Приймаємо вхідні дані:

$$a = 0,2\text{м};$$

$$P = 5000 \text{ Н};$$

$$\lambda = 104400\text{МПа};$$

$$K = 160000\text{МНм};$$

$$\sigma = 0,28.$$

Порахуємо постійні, беремо $n = 1 \dots 5$:

$$A_{n1} = -\frac{(2 \cdot n + 3) \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot a^{(n+2)} \cdot G}\right)}{4 \cdot (K \cdot (n + 1)^2 + 2 \cdot (n + 3) \cdot (1 - n) - (2 \cdot n + 3) \cdot ((n + 2) - 2 \cdot (n + 1) \cdot \sigma))}$$

$$= -1,457 \cdot 10^{-5};$$

$$A_{n2} = -\frac{(2 \cdot n + 3) \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot a^{(n+2)} \cdot G}\right)}{4 \cdot (K \cdot (n + 1)^2 + 2 \cdot (n + 3) \cdot (1 - n) - (2 \cdot n + 3) \cdot ((n + 2) - 2 \cdot (n + 1) \cdot \sigma))}$$

$$= -7,556 \cdot 10^{-5};$$

$$A_{n3} = -\frac{(2 \cdot n + 3) \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot a^{(n+2)} \cdot G}\right)}{4 \cdot (K \cdot (n + 1)^2 + 2 \cdot (n + 3) \cdot (1 - n) - (2 \cdot n + 3) \cdot ((n + 2) - 2 \cdot (n + 1) \cdot \sigma))}$$

$$= -3,825 \cdot 10^{-1};$$

$$A_{n4} = -\frac{(2 \cdot n + 3) \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot a^{(n+2)} \cdot G}\right)}{4 \cdot (K \cdot (n + 1)^2 + 2 \cdot (n + 3) \cdot (1 - n) - (2 \cdot n + 3) \cdot ((n + 2) - 2 \cdot (n + 1) \cdot \sigma))}$$

$$= -0,002;$$

$$A_{n5} = -\frac{(2 \cdot n + 3) \cdot (2 \cdot n + 1) \cdot \left(\frac{P}{\pi \cdot a^{(n+2)} \cdot G}\right)}{4 \cdot (K \cdot (n + 1)^2 + 2 \cdot (n + 3) \cdot (1 - n) - (2 \cdot n + 3) \cdot ((n + 2) - 2 \cdot (n + 1) \cdot \sigma))}$$

$$= -0,01;$$

$$C_{n1} = 0;$$

$$C_{n2} = \frac{(1 + n) \cdot a^2 \cdot A_{n2}}{2 \cdot (1 - n) \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n + 1)^2 + 2 \cdot (n + 3) \cdot (n + 1) - 2 \cdot (2 \cdot n + 3)) = 0,933;$$

$$C_{n3} = \frac{(1+n) \cdot a^2 \cdot A_{n3}}{2 \cdot (1-n) \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+1)^2 + 2 \cdot (n+3) \cdot (n+1) - 2 \cdot (2 \cdot n + 3)) = 4,352;$$

$$C_{n4} = \frac{(1+n) \cdot a^2 \cdot A_{n4}}{2 \cdot (1-n) \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+1)^2 + 2 \cdot (n+3) \cdot (n+1) - 2 \cdot (2 \cdot n + 3)) = 23,314;$$

$$C_{n5} = \frac{(1+n) \cdot a^2 \cdot A_{n5}}{2 \cdot (1-n) \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+1)^2 + 2 \cdot (n+3) \cdot (n+1) - 2 \cdot (2 \cdot n + 3)) = 128,229.$$

Напруження знаходимо за формулою

$$R_r = \lambda\theta + 2G \frac{\partial u_r}{\partial r} = \sum_{n=0,2,4,\dots}^{\infty} [(n+1)(2Ga_n + K\lambda A_n)r^n + 2Gn(n-1)C_n r^{n-2}] P_n(\mu). \quad (4.2.1)$$

Де

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_n \quad (4.2.2)$$

Розв'язок рівняння для напружень буде існувати лише при $n = 1, 2, 3$ (для даного випадку), тому

Поліноми Лежандра

$$P_1 = \cos(\alpha \text{ deg});$$

$$P_3 = \frac{1}{8} \cdot (5 \cdot \cos(3 \cdot \alpha \text{ deg}) + 3 \cdot \cos(\alpha \text{ deg}));$$

$$P_5 = \frac{1}{128} \cdot (63 \cdot \cos(5 \cdot \alpha \text{ deg}) + 36 \cdot \cos(3 \cdot \alpha \text{ deg}) + 30 \cdot \cos(\alpha \text{ deg})).$$

Кут α будемо приймати при $\alpha = 0$, $\alpha = \pi/2$ та $\alpha = \pi$.

$$1) \alpha = 0$$

$$n = 1;$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n1} = -1.399;$$

$$P_1 = \cos(\alpha_1 \text{ deg}) = 1;$$

$$R_{r1} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n1}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n1} \cdot r^{n-2}) \cdot P_1 = -1.869 \cdot 10^5.$$

$$n = 3$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n3} = -68;$$

$$P_3 = \frac{1}{8} \cdot (5 \cdot \cos(3 \cdot \alpha_1 \text{deg}) + 3 \cdot \cos(\alpha_1 \text{deg})) = 1;$$

$$R_{r3} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n3}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n3} \cdot r^{n-2}) \cdot P_3 = 2.83 \cdot 10^5.$$

$$n = 5$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n5} = -2.493 \cdot 10^3;$$

$$P_5 = \frac{1}{128} \cdot (63 \cdot \cos(5 \cdot \alpha_1 \text{deg}) + 36 \cdot \cos(3 \cdot \alpha_1 \text{deg}) + 30 \cdot \cos(\alpha_1 \text{deg})) = 1.008;$$

$$R_{r5} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n5}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n5} \cdot r^{n-2}) \cdot P_5 = 2.225 \cdot 10^6.$$

$$R_\tau = 2.321 \cdot 10^6.$$

$$2) \alpha = \pi/2$$

$$n = 1$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n1} = -1.399;$$

$$P_1 = \cos(\alpha_2 \text{deg}) = 0;$$

$$R_{r1} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n1}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n1} \cdot r^{n-2}) \cdot P_1 = 0.$$

$$n = 3$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n3} = -68;$$

$$P_3 = \frac{1}{8} \cdot (5 \cdot \cos(3 \cdot \alpha_2 \text{deg}) + 3 \cdot \cos(\alpha_2 \text{deg})) = 0;$$

$$R_{r3} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n3}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n3} \cdot r^{n-2}) \cdot P_3 = 0.$$

$$n = 5$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n5} = -2.493 \cdot 10^3;$$

$$R_{r5} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n5}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n5} \cdot r^{n-2}) \cdot P_5 = 0;$$

$$R_\tau = 0;$$

$$P_5 = \frac{1}{128} \cdot (63 \cdot \cos(5 \cdot \alpha_2 \text{deg}) + 36 \cdot \cos(3 \cdot \alpha_2 \text{deg}) + 30 \cdot \cos(\alpha_2 \text{deg})) = 0.$$

$$3) \alpha = \pi$$

$$n = 1;$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n1} = -1.399;$$

$$P_1 = \cos(\alpha_3 \text{deg}) = -1;$$

$$R_{r1} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n1}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n1} \cdot r^{n-2}) \cdot P_1 = 1.869 \cdot 10^5.$$

$$n = 3$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n3} = -68;$$

$$P_3 = \frac{1}{8} \cdot (5 \cdot \cos(3 \cdot \alpha_3 \text{deg}) + 3 \cdot \cos(\alpha_3 \text{deg})) = -1;$$

$$R_{r3} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n3}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n3} \cdot r^{n-2}) \cdot P_3 = -2.83 \cdot 10^5.$$

$$n = 5$$

$$a_n = \frac{(n+1)}{2 \cdot (2 \cdot n + 3)} \cdot (K \cdot (n+2) + 2 \cdot (n-1)) \cdot A_{n5} = -2.493 \cdot 10^3;$$

$$P_5 = \frac{1}{128} \cdot (63 \cdot \cos(5 \cdot \alpha_3 \text{deg}) + 36 \cdot \cos(3 \cdot \alpha_3 \text{deg}) + 30 \cdot \cos(\alpha_3 \text{deg})) = -1.008;$$

$$R_{r5} = ((n+1) \cdot (2 \cdot G \cdot a_n + K \cdot \lambda \cdot A_{n5}) \cdot r^n + 2 \cdot G \cdot n \cdot (n-1) \cdot C_{n5} \cdot r^{n-2}) \cdot P_5 = -2.225 \cdot 10^6;$$

$$R_\tau = 2.321 \cdot 10^6.$$

Епюра отриманих радіальних напружень (див.Рисунок 4.4).

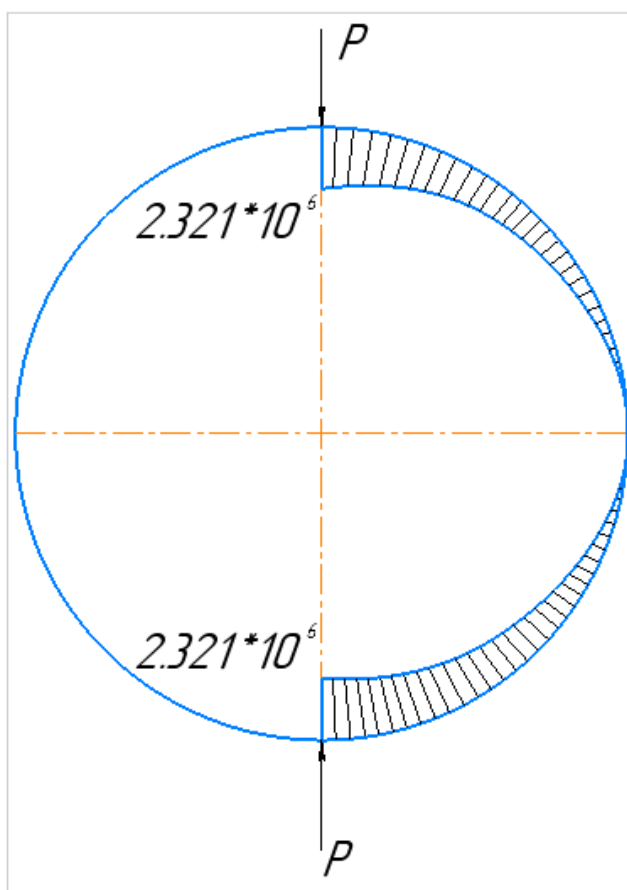


Рисунок 4.3. Епюра отриманих напружень

5. ЧИСЕЛЬНІ РОЗРАХУНКИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

5.1 ВИБІР ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА ТА ЙОГО РОЗРАХУНКОВОЇ МОДЕЛІ

Оскільки установка створює навантаження на розтяг, доцільно вибрати зразок під номером №1 [11]. Максимальна осьова сила на гвинті редуктора становить $N_{max} = 80 \text{ кН}$. Схема зразка зображена на (див. Рисунок 5.1).

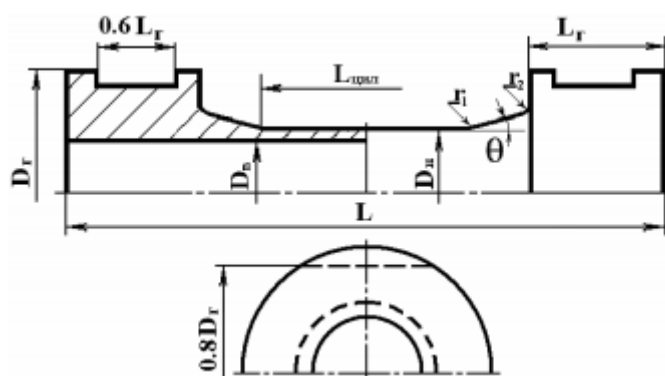


Рисунок 5.1. Тип випробувального зразка

Характеристика матеріалу ,що досліджується:

Модуль Юнга $E = 1,07 \cdot 10^5 \text{ Мпа}$.

Коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,17$.

Обчислимо необхідну площу поперечного перерізу зразка з умові міцності, враховуючи, що запас потужності устаткування $k = 3$. Умова міцності зразка

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma]; \quad (5.1.1)$$

$$N = \frac{N_{max}}{k}; \quad (5.1.2)$$

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_B}{\alpha}. \quad (5.1.3)$$

Де $\sigma_B = 800 \text{ МПа}$, $\alpha = 1,05$.

Обчислимо необхідну площу поперечного перерізу зразка

$$A \geq \frac{N_{max} \cdot \alpha}{k\sigma_s} = \frac{80000 \cdot 1,05}{3 \cdot 800} = 35 \text{ мм}^2.$$

Обчислимо необхідний зовнішній діаметр зразка прийнявши рекомендоване співвідношення

$$\frac{D}{\delta} = 20, \quad (5.1.4)$$

тоді

$$A = 20\pi\delta^2. \quad (5.1.5)$$

звідки

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{20\pi}}, \quad (5.1.6)$$

то

$$\delta = \sqrt{\frac{A}{20\pi}} = \sqrt{\frac{35}{20\pi}} = 0,75.$$

Тому, $D = 20\delta = 14,9\text{мм}$.

Маємо, що: $d_H = D + \delta = 15,7\text{мм}$; $d_B = D - \delta = 14,2\text{мм}$.

Оскільки отримаємо нестандартні розміри діаметрів, підбираємо такими ,щоб задовольняти стандартні значення та коефіцієнт запасу потужності машини.

Приймаємо $d_B = 10 \text{ мм}$; $\delta = 1\text{мм}$; $\delta = 1\text{мм}$; $d_H = d_B + 2\delta = 12\text{мм}$.

Отримаємо

$$D = d_B + \delta = 11\text{мм};$$

$$A = \pi D\delta \approx 34,56\text{мм}^2;$$

$$k = \frac{N_{max}/A}{\sigma_B/\alpha} = \frac{80000/34,56}{800/1,05} \approx 3,04,$$

тобто задовольняє.

Підбираємо розміри випробувального зразка (див. Рисунок 5.2).

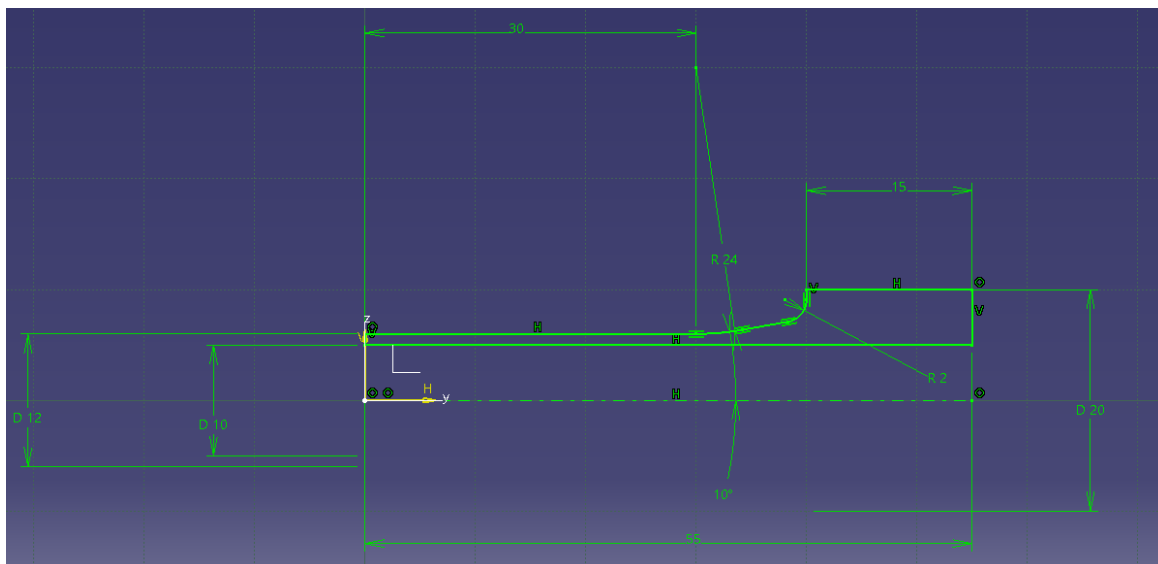


Рисунок 5.2. Ескіз зразка у комплексі Catia

З ескізу бачимо, що наступні розміри:

Діаметр голівки: $D_r = 20$ мм.

Довжина голівки: $L_r = 15$ мм.

Робоча довжина зразка: $L_{\text{цик}} = 60$ мм.

Кут нахилу перехідної частини зразка: $\theta = 10^\circ$.

Радіуси заокруглень перехідної частини зразка: $r_1 = 24$ мм, $r_2 = 2$ мм.

5.2 ПОСТАНОВКА КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ПРУЖНОСТІ

Припускаємо, що в початковий момент t_0 в розглядуваному тілі переміщення $U_i(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $(\sigma_{mn})_0 = \sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення. Далі припускаємо, що навантаження змінюється кроками (n – номер кроку); що в об'ємі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу $\Delta t = t^{n+1} - t^n$ відбудеться зміна навантажень, тобто на момент часу t^{n+1} були прикладені: $\hat{O}_m(\vec{x}, t) = \bar{\rho} \cdot \hat{F}_m(\vec{x}, t)$ – об'ємні сили ($\hat{F}(\vec{x}, t)$ – вектор масової сили), $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$ – зосереджені сили в деяких точках; відбулися переміщення $\hat{U}_i(\vec{x}, t)$ – на S_U . Тоді для визначення в кожній точці (її однорідного околу) тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ –

деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень, а також інших, похідних від них, маємо наступну крайову задачу [12]:

рівняння рівноваги як окремий випадок рівняння руху в узагальненому вигляді:

$$\nabla_n \sigma_{mn} + \hat{O}_m = 0; \quad (5.2.1)$$

геометричні (для малих деформацій), в узагальненому вигляді:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i U_j + \nabla_j U_i); \quad (5.2.2)$$

Наявність тільки пружних деформацій:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e; \quad (5.2.3)$$

фізичні рівняння:

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e \quad \text{або} \quad \varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}, \quad (5.2.4)$$

де E_{mnij} та C_{ijmn} – матеріальні тензори модулів пружності та жорсткості відповідно.

Крім статичних, геометричних і фізичних рівнянь додатково залучаються ГУ на S_U (1-го роду) і S_P (природні):

$$U_i|_{S_U} = \hat{U}_i; \quad (5.2.5)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \hat{P}_m; \quad (5.2.6)$$

Для розв'язування крайової задачі чисельними методами зручніше мати її варіаційну постановку. Для цього використовуються співвідношення (5.2.1), (5.2.2) і (5.2.6), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Остроградського-Гауса. В підсумку можна отримати наступний функціонал відносно варіацій переміщень і зв'язаних із ними деформацій [2,3]

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_P} \hat{P}_m \delta U_m dS - \sum_{i=1}^{N_P} (\hat{P}_m \delta U_m)_i = 0, \quad (5.2.7)$$

який в поєднанні з кінематичними ГУ (5.2.5) на поверхні S_U визначає незліченну множину можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсний НДС є одним з віртуальних, але він додатково задовольняє фізичним

рівнянням зв'язків σ_{mn} та ε_{ij} , а також геометричним рівнянням зв'язків ε_{ij} з U_m . Цей функціонал не містить фізичних та геометричних рівнянь, тому він є придатним для будь-яких моделей матеріалів: лінійних та нелінійних.

5.3 МЕТОД СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Для компонентів вектору переміщень $U_i = U_i(\vec{x}, t)$, $j = 1, 2, 3$ при $\vec{x} \in \Omega^e$ вводяться вектори (матриці-стовпці) [12,13]

$$\{U\} = \{U_1, U_2, U_3\}^T. \quad (5.3.1)$$

Наближення будь-якої величини f у скінченному елементі представляється апроксимаційною формулою

$$f = \sum_{m=1}^{M_e} \varphi_m^e f_m, \quad (5.3.2)$$

де φ_m^e – базисні функції СЕ;

f_m – відомі вузлові значення величини f ;

M_e – кількість вузлів у СЕ.

Тому формула для обчислення вектору переміщень $\{U\}$ в будь-якій точці СЕ через відомий вектор $\{q\}_e$ переміщень вузлів СЕ має вигляд

$$\{U\} = [\phi]\{q\}_e, \quad (5.3.3)$$

де вектор переміщень вузлів СЕ

$$\{q\}_e = \{(q^1, q^2, q^3)_1, \dots, (q^1, q^2, q^3)_{M_e}\}^T = \{q_1, q_2, \dots, q_{3M_e}\}^T, \quad (5.3.4)$$

в якому q_m , $m = 1, 2, \dots, 3M_e$ - ті самі вузлові переміщення, але тепер вони мають наскрізну нумерацію. Цей вектор є результатом вибирання необхідних значень з глобального вектора переміщень у вузлах всього тіла $\{q\}$. Матриця $[\phi]$ зветься матрицею базисних функцій.

Лінійні співвідношення (5.2.2) між переміщеннями та деформаціями записуються у вигляді [12,13]

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}_e. \quad (5.3.5)$$

Тут вектори повних деформацій

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T, \quad (5.3.6)$$

мають компоненти $\gamma_{ij} = 2\varepsilon_{ij}$ або $\Delta\gamma_{ij} = 2\Delta\varepsilon_{ij}$ при $i \neq j$, а матриця $[B]$ є матрицею диференціювання компонентів переміщень або їхніх приростів по глобальним координатам.

Конкретизація матриць $[\phi]$ і $[B]$ пов'язана лише з типом СЕ і системою глобальних координат, тут несуттєва.

Лінійний закон Гука записується у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (5.3.7)$$

де $\{\varepsilon^e\}$ – вектор пружних деформацій, заповнений аналогічно (5.3.6);

$\{\sigma\}$ – вектор напружень

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T. \quad (5.3.8)$$

У відповідності до структури заповнення векторів $\{\sigma\}$ та $\{\varepsilon^e\}$ матриця модулів пружності $[D]$ у випадку ізотропного матеріалу буде мати вигляд

$$[D] = 2G \cdot \begin{pmatrix} a & b & c & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{pmatrix}, \quad (5.3.9)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0.5$;

E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуасона.

З виразу (5.2.3)

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\}. \quad (5.3.10)$$

З використанням геометричних рівнянь (5.3.5)

$$\{\varepsilon^e\} = [B]\{q\}_e. \quad (5.3.11)$$

Після застосування закону Гука (5.3.7)

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\} = [D][B]\{q\}_e. \quad (5.3.12)$$

Після розв'язання СЛАР, яку породжує МСЕ, вектор $\{q\}_e$ у (5.3.12) стає відомим, тому застосування рівняння (5.3.12) дозволяє відразу отримати значення компонентів вектора напружень $\{\sigma\}$ в будь-якій точці СЕ.

Введемо вектори: $\{\hat{O}\} = \{\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3\}^T$ – об’ємних; $\{\hat{p}\} = \{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3\}^T$ – поверхневих навантажень.

Функціонал (5.2.7) з урахуванням матричних позначень буде мати вигляд:

$$F = \int_{\Omega} \{\delta\varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Omega} \{\delta U\}^T \{\hat{O}\} d\Omega - \int_{S_p} \{\delta U\}^T \{\hat{p}\} dS - \sum_i \left(\{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0 \quad (5.3.13)$$

Врахуємо, що $\{\delta\varepsilon\} = \delta([B]\{q\}_e) = [B]\{\delta q\}_e$, $\{\delta U\} = \delta([\phi]\{q\}_e) = [\phi]\{\delta q\}_e$; $\{\delta\varepsilon\}^T = ([B]\{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [B]^T$ та $\{\delta U\}^T = ([\phi]\{\delta q\}_e)^T = \{\delta q\}_e^T [\phi]^T$, а також те, що у вузлах $\{\delta q\}_e^T [\phi]^T = \{\delta q\}_e^T$. Функціонал (5.3.13) з урахуванням цих формул, формули (5.3.12) та можливості суперпозиції по СЕ робіт зовнішніх і внутрішніх сил, зумовленої тим, що СЕ не перетинаються, записується як [12,13]

$$F = \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [B]^T [B] \{q\}_e d\Omega - \sum_e \int_{\Omega} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \sum_e \int_{S_p} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{p}\} dS - \sum_i \left(\{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0, \quad (5.3.14)$$

Позначимо:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] [B] d\Omega; \quad (5.3.15)$$

$$\{P\}_e = \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega + \int_{S_p} [\phi]^T \{\hat{p}\} dS; \quad (5.3.16)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e) - \sum_i \left(\{\delta q\}_e^T \{\hat{P}\} \right)_i = 0. \quad (5.3.17)$$

Оскільки $\{\delta q\}_e^T$ є будь-якими, то отримуємо САР вигляду [12,13]

$$[K]\{q\} = \{P\} + \{\bar{P}\}, \quad (5.3.18)$$

яка після введення до неї кінематичних ГУ (5.2.5) розв'язується відносно глобального вектора дійсних переміщень $\{q\}$ у вузлах СЕ сітки. В (5.3.18) позначено додавання за ступенями свободи вузлів:

$$[K] = \sum_e [K]_e; \quad \{P\} = \sum_e \{P\}_e; \quad \{\bar{P}\} = \sum_i (\{\hat{P}\})_i, \quad (5.3.19)$$

Тобто $\{\bar{P}\}$ збірка зосереджених сил, прикладених у вузлах скінченно-елементної сітки тіла.

Матриця $[K]_e$ зветься матрицею жорсткості СЕ, а матриця $[K]$ – матрицею жорсткості тіла. Вектор $\{P\} + \{\bar{P}\}$ зумовлюється зовнішніми силовими навантаженнями і масовими силами. Створення скінчено-елементної моделі випробувального зразка.

5.4 СТВОРЕННЯ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОЇ МОДЕЛІ ВИПРОБУВАЛЬНОГО ЗРАЗКА

Дана робота розглядає розтяг зразка, що має робочу частину у вигляді тонкостінної трубки.

Використовуючи симетрію зразка, будемо розглядати тільки його половину.

Розтягуючу силу представляємо у вигляді розподіленого навантаження, що діє на поверхні. Вузли на поверхні розсічення закріплюємо так, щоб не було повороту та переміщення перпендикулярно до площини, в циліндричній системі координат: на поверхні розсічення зразка задали в циліндричній системі координат відсутність переміщень TT та TZ .

Визначаємо силове навантаження

$$F = \frac{\sigma_B}{\alpha} \cdot A = \frac{800}{1,05} \cdot 35 \approx 26667\text{Н}.$$

Розрахункова схема трубчатого зразка матиме вигляд (див. Рисунок 5.2).

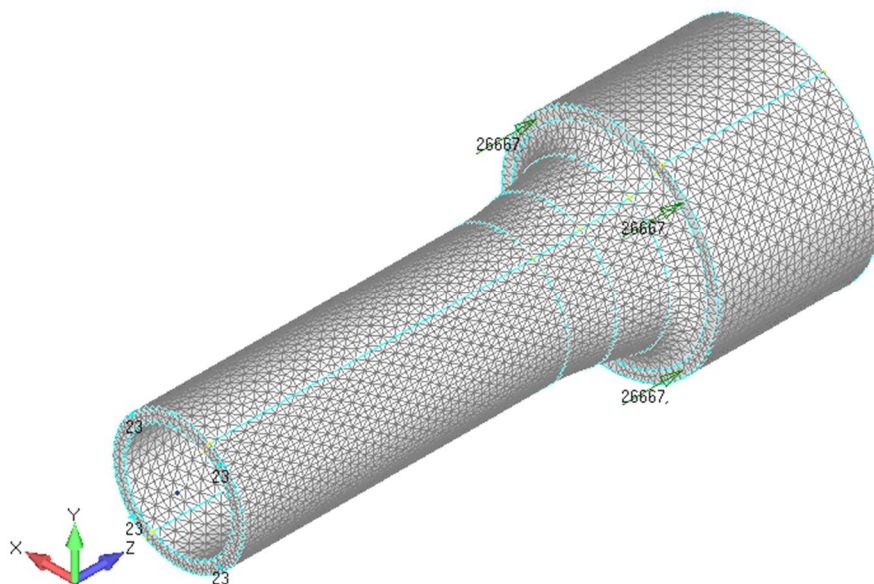


Рисунок 5.2. Розрахункова схема

5.5 РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ТА ЇХ АНАЛІЗ

За допомогою програми FEMAP отримано розв'язок задачі напружено-деформованого стану зразка в пружній області.

Зображаємо розподіл напружень від розтягуючого зусилля (див. Рисунок 5.3)

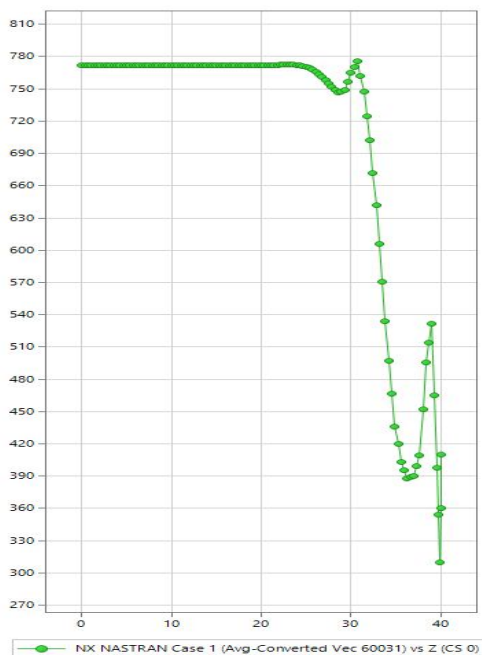


Рисунок 5.3. Графік розподілу напруження вздовж Z

Отримуємо наступні результати розрахунків (див. Рисунок 5.4).

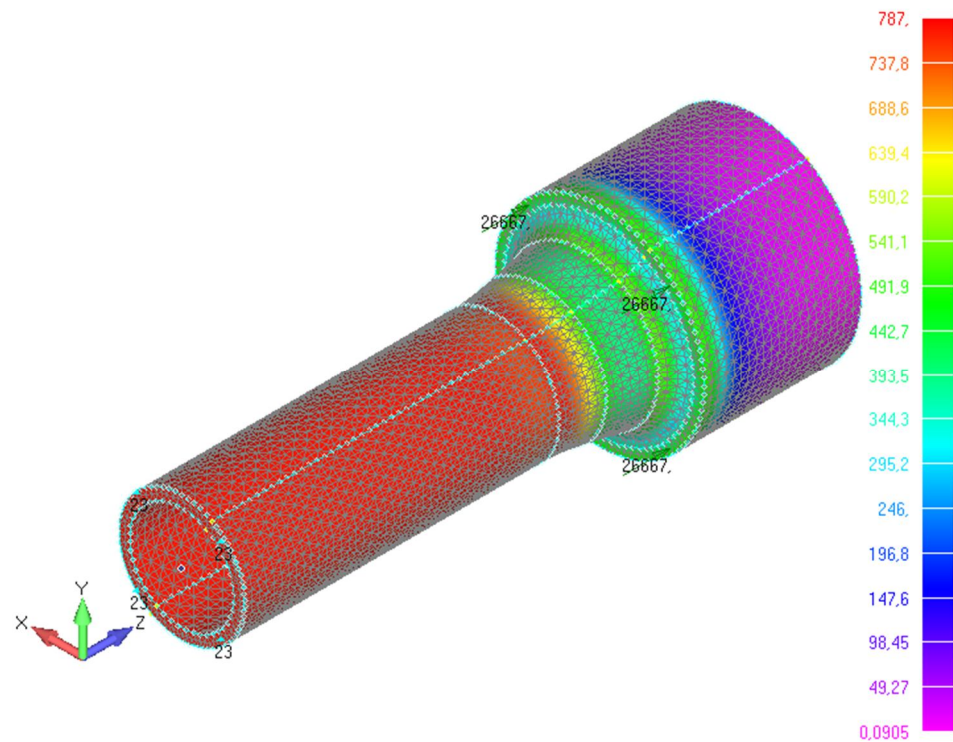


Рисунок 5.4. Розподілення напружень по Мізесу, МПа

Обчислимо коефіцієнт концентрації напружень за Мізесом для заокруглення

$$\alpha = \frac{787}{761,9} \approx 1,033 < 1,05.$$

Висновок: зразок спроектований вірно.

6. ЧИСЛОВІ РОЗРАХУНКИ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ ТА ВІДПОВІДНИХ ВЛАСНИХ ФОРМ

6.1 КРУТИЛЬНІ КОЛИВАННЯ СИСТЕМ З ДВОМА СТУПЕНЯМИ ВІЛЬНОСТІ

Проміжний вал редуктора зображено на Рисунок 6.1.

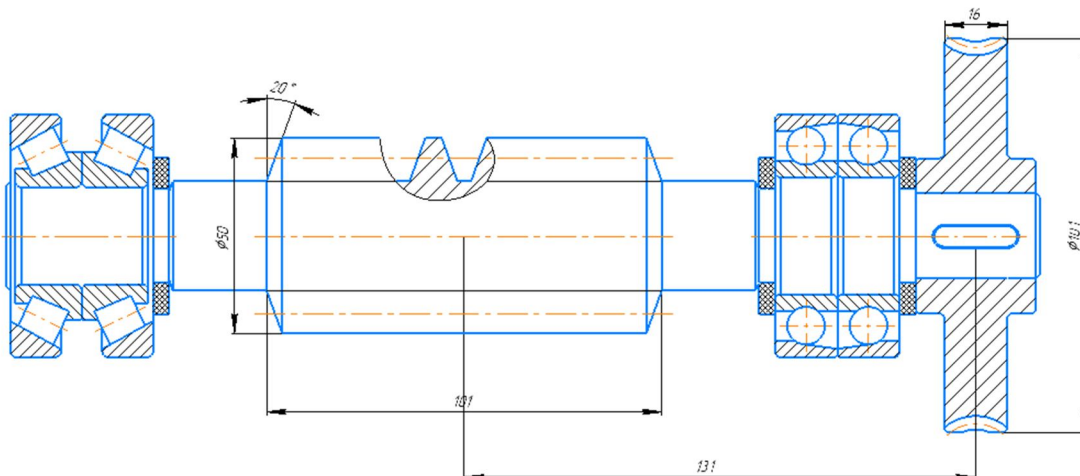


Рисунок 6.1. Проміжний вал

Зображуємо розрахункову схему валу (див. Рисунок 6.2).

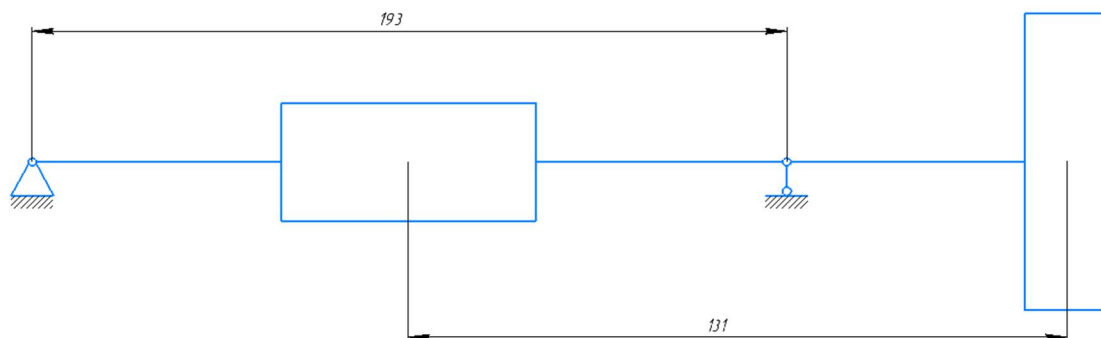


Рисунок 6.2. Розрахункова схема

φ_1, φ_2 – кути повороту відповідно черв'яка та черв'ячного колеса, які являють собою узагальнені координати;

матеріал черв'яка – сталь 40Х;

матеріал черв'ячного колеса – сталь 40Х ;

значення густини матеріалів:

для сталі $\rho_1 = 7,85 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

для обох матеріалів $G = 8 \cdot 10^4 \text{МПа}$;

жорсткість стержня визначається по формулі

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l}, \quad (6.1.1)$$

де I_P - полярний момент інерції, який знаходиться по формулою

$$I_P = \frac{\pi \cdot d^4}{32}; \quad (6.1.2)$$

$$I_P = \frac{\pi \cdot d_B^4}{32} = \frac{\pi \cdot (22 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 2,299 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4,$$

де d_B - діаметр вала.

$$k = \frac{G \cdot I_P}{l} = \frac{8 \cdot 10^{10} \cdot 0,229863 \cdot 10^{-7}}{131 \cdot 10^{-3}} = 0,02873 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Значення I_1, I_2 – осьових моментів інерції для черв'яка та черв'ячного колеса знайдемо за формулою

$$I_1 = \frac{\pi \rho_1 h_1 D_1^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 16 \cdot 10^{-3} (101 \cdot 10^{-3})^4}{32} = 0,00128314 \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м};$$

$$I_2 = \frac{\pi \rho_2 h_2 D_2^4}{32} = \frac{3,14 \cdot 7,85 \cdot 10^3 \cdot 101 \cdot 10^{-3} (50 \cdot 10^{-3})^4}{32} \\ = 0,04864 \cdot 10^{-2} \text{ Н} \cdot \text{с}^2 \cdot \text{м},$$

де D_1, D_2 – відповідно значення діаметрів черв'яка та черв'ячного колеса, h_1, h_2 – відповідно їх ширина.

Запишемо вирази для кінетичної та потенційної енергії

$$T = \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot \dot{\varphi}_1^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot \dot{\varphi}_2^2; \quad (6.1.3)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} k (\varphi_2 - \varphi_1)^2. \quad (6.1.4)$$

Підставляючи значення кінетичної і потенційної енергій до рівняння Лагранжа другого роду $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} = 0$ для двох узагальнених координат і відповідно, отримаємо систему рівнянь у вигляді

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + k\varphi_1 - k\varphi_2 = 0 \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - k\varphi_1 + k\varphi_2 = 0 \end{cases} \quad (6.1.5)$$

Складемо матриці інерції та жорсткості

$$[a] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix}; \quad [c] = \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix}. \quad (6.1.6)$$

Запишемо рівняння вільних коливань у матричному вигляді

$$\begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (6.1.7)$$

Рішення шукаємо у вигляді

$$\{\varphi\} = \{\varphi\} \cos(\omega t - \beta) \quad (6.1.8)$$

$$-\omega^2 \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Прирівнявши детермінант до нуля отримаємо

$$\det \begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} = 0;$$

$$(k - \omega^2 I_1)(k - \omega^2 I_2) - k^2 = 0;$$

$$k^2 - \omega^2 k I_1 - \omega^2 k I_2 + \omega^4 I_1 I_2 - k^2 = 0.$$

Знайдемо корені цього рівняння

$$\omega^4 I_1 I_2 - \omega^2 k (I_1 + I_2) = 0;$$

$$\omega^2 [\omega^2 I_1 I_2 - k (I_1 + I_2)] = 0;$$

$$\omega^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \end{bmatrix};$$

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0 \\ \omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} = \frac{0,02873 \cdot 10^5 (0,001283 + 0,00048)}{0,001283 \cdot 0,00048} = 81,46 \cdot 10^5 \text{ c}^{-2}. \end{cases}$$

Підставляючи значення частот матимемо:

- у першому випадку $\omega_1^2 = 0$

$$\begin{bmatrix} k - \omega^2 I_1 & -k \\ -k & k - \omega^2 I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{11} = 1 \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - k\Phi_{12} = 0 \Rightarrow \Phi_{12} = 1$$

$$\begin{Bmatrix} \Phi_{11} \\ \Phi_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

- у другому випадку $\omega_2^2 = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2}$

$$\begin{bmatrix} k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_1 & -k \\ -k & k - \left(\frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 I_2} \right) I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Phi_{21} = 1 \\ \Phi_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$k - \frac{k(I_1 + I_2)}{I_2} - k\Phi_{22} = 0 \Rightarrow \Phi_{22} = -\frac{I_1}{I_2} = -\frac{0,00128314}{0,0004864} = -2,6.$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді (див. Рисунок 6.3)

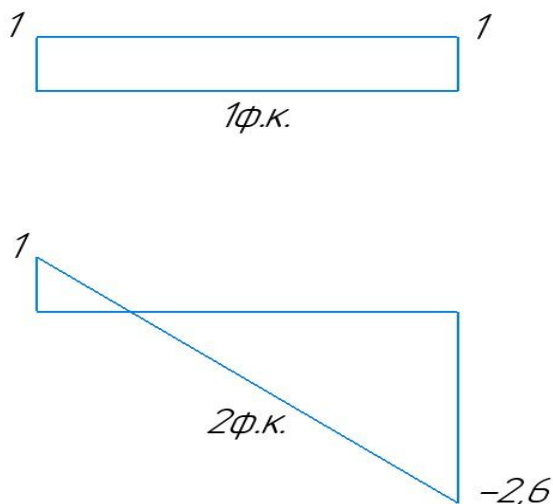


Рисунок 6.3. Форми коливань

Оскільки однією з властивостей власних форм коливань є їх ортогональність, а саме

$$\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_s = 0;$$

$$\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_s = 0.$$

-У першому випадку перевірка

$$\{1 \quad 1\} \cdot \begin{bmatrix} 0,00128314 & 0 \\ 0 & 0,0004864 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{0,00128314}{0,0004864} \end{Bmatrix} = \{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0,001283 \\ -0,001283 \end{Bmatrix} \\ = 0,001283 - 0,001283 = 0;$$

-У першому випадку перевірка $\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} =$

$$\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ -k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix} = (0,02873 \cdot 10^5 + 0,02873 \cdot 10^5 \cdot 2,64) - (0,02873 \cdot 10^5 + \\ 0,02873 \cdot 10^5 \cdot 2,64) = 0.$$

Використовуючи метод Релея знайдемо значення власних частот використовуючи формулу

$$\omega_i^2 = \frac{\{\Phi\}_i^T [c] \{\Phi\}_i}{\{\Phi\}_i^T [a] \{\Phi\}_i}; \quad (6.1.9)$$

$$\omega_1^2 = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}}{\{1 \quad 1\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{Bmatrix}} = 0;$$

$$\omega_2^2 = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ 0 & I_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}} = \frac{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} k + k \frac{I_1}{I_2} \\ k - k \frac{I_1}{I_2} \end{Bmatrix}}{\{1 \quad -\frac{I_1}{I_2}\} \begin{Bmatrix} I_1 \\ -I_1 \end{Bmatrix}} = \\ \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) + \frac{I_1}{I_2} k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{k \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right) \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1 \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)} = \frac{k \cdot \left(1 + \frac{I_1}{I_2}\right)}{I_1} = k \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right) = \frac{k(I_1 + I_2)}{I_1 \cdot I_2} = \\
&= \frac{0,02873 \cdot 10^5 \cdot (0,00128314 + 0,0004864)}{0,00128314 \cdot 0,0004864} = 81,46 \cdot 10^5 \text{ с}^{-2}.
\end{aligned}$$

Отже, $\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = \sqrt{81,46 \cdot 10^5} = 2854 \text{ с}^{-1}. \end{cases}$

6.2 ВИЗНАЧЕННЯ ВЛАСНИХ ЧАСТОТ МЕТОДОМ СИЛ

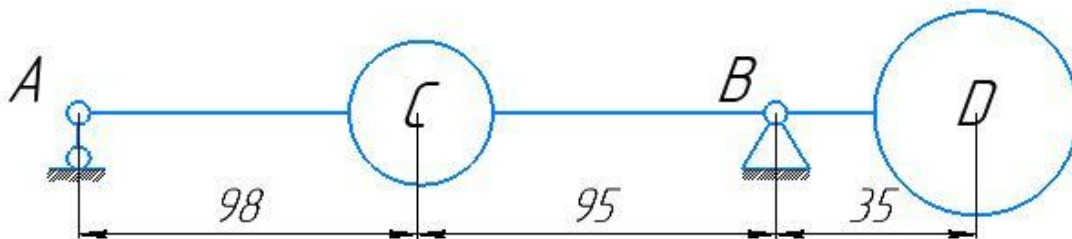


Рисунок 6.4. Система з двома ступенями вільності

Маса тіл

$$m_1 = \frac{\rho \pi D_1^2 h_1}{4} = \frac{7850 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 14 \cdot 101^2 \cdot 16}{4} = 1 \text{ кг};$$

$$m_2 = \frac{\rho \pi D_2^2 h_2}{4} = \frac{7850 \cdot 10^{-9} \cdot 3 \cdot 14 \cdot 50^2 \cdot 101}{4} = 1,557 \text{ кг}.$$

Нехай $m_1 = m$, тоді $m_2 = 1,557m$.

Знайдемо переміщення $\delta_{11}, \delta_{12}, \delta_{21}, \delta_{22}$. Побудуємо епюри (Рис. 6.5) від дії одиничних сил $\overline{X}_1 = 1, \overline{X}_2 = 1$ відповідно.

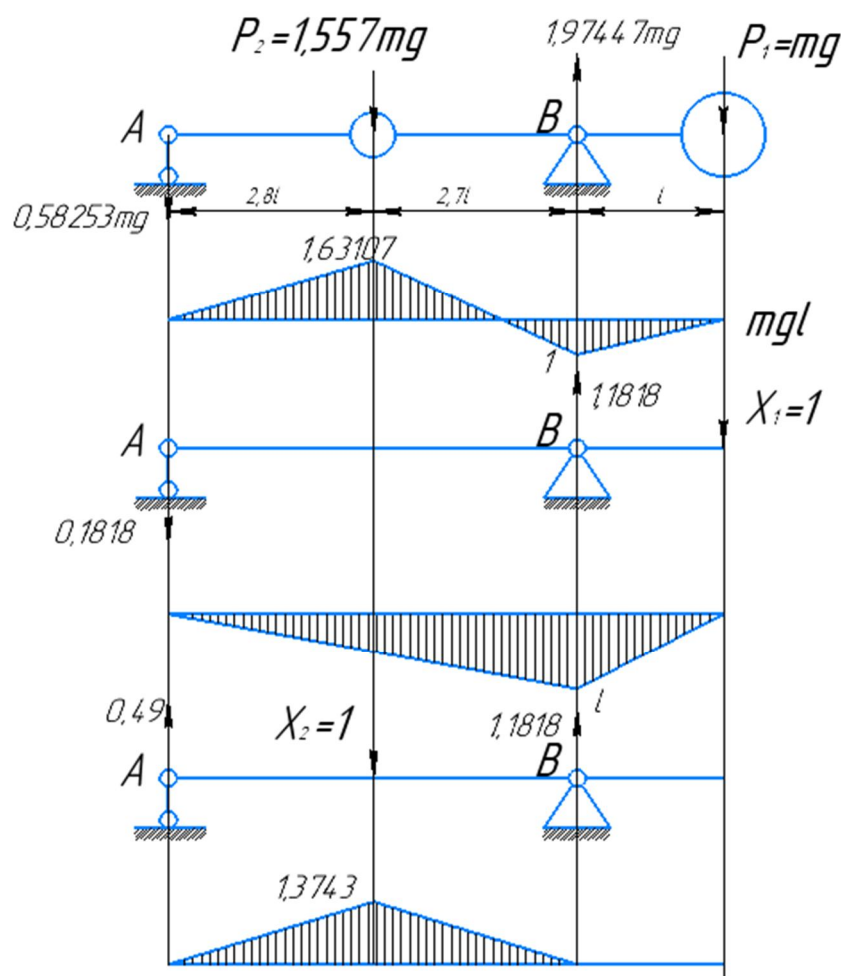


Рисунок 6.5 Епюри моментів

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot l \cdot 5,5l \cdot \frac{2}{3} \cdot l + \frac{1}{2} \cdot l \cdot l \cdot \frac{2}{3} \cdot l \right) = 2,166 \frac{l^3}{EI};$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{1}{EI} \left(-\frac{1}{2} \cdot 2,8l \cdot 0,50904l \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3743l - \frac{1,3743l \cdot 2,7l}{6} (2 \cdot 0,50904l + l) \right) \\ &= -1,9 \frac{l^3}{EI}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{22} &= \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 1,3743l \cdot 2,8l \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3743l + \frac{1}{2} \cdot 1,3743l \cdot 2,7l \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,3743l \right) \\ &= 3,4626 \frac{l^3}{EI}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \det \begin{vmatrix} 2,166 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 & -1,9 \frac{l^3}{EI} \omega^2 \cdot 1,557m \\ -1,9 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m & 3,4626 \frac{l^3}{EI} \omega^2 \cdot 1,557m - 1 \end{vmatrix} = \\
& = \begin{vmatrix} 2,166 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 & -2,9583 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m \\ -1,9 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m & 5,3912682 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 \end{vmatrix} = \\
& = \left(2,166 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 \right) \left(5,3912682 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 \right) - \\
& \left(-2,9583 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m \right) \left(-1,9 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m \right) = 0.
\end{aligned}$$

Зробимо заміну $z = \frac{ml^3}{EI} \omega^2$. Тоді

$$\begin{aligned}
& \left(2,166 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 \right) \left(5,3912682 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m - 1 \right) - \\
& \quad - \left(-2,9583 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m \right) \left(-1,9 \frac{l^3}{EI} \omega^2 m \right) = \\
& = (2,166z - 1)(5,3912682z - 1) - (-2,9583z)(-1,9z) = \\
& = (2,166z - 1) = 6,056717z^2 - 5,3912682z + 1 = 0.
\end{aligned}$$

Знайдемо корені рівняння

$$\begin{aligned}
z_1 &= \frac{5,3912682 - \sqrt{5,3912682^2 - 4 \cdot 6,056717 \cdot 1}}{2 \cdot 6,056717} = 0,2634692; \\
z_2 &= \frac{5,3912682 + \sqrt{5,3912682^2 - 4 \cdot 6,056717 \cdot 1}}{2 \cdot 6,056717} = 0,6266612.
\end{aligned}$$

Отримаємо дві частоти власних коливань

$$\begin{cases} \omega_1^2 = 0,2634 \frac{EI}{ml^3} \\ \omega_2^2 = 0,6266 \frac{EI}{ml^3} \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_1 = 0,513225 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \\ \omega_2 = 0,78905 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}} \end{cases}.$$

Оскільки кожній власній частоті існує відповідна форма коливань, то підставимо по одній з кожної пари власних частот у матричне рівняння. Тоді отримаємо дві форми коливань:

1. Перша форма коливань: $z_1 = 0,2634692$;

$$\begin{bmatrix} 2,166z_1 - 1 & -2,9583z_1 \\ -1,9z_1 & 5,3912682z_1 - 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Приймаючи, що $W_{11} = 1$ отримаємо

$$\begin{bmatrix} 2,166z_1 - 1 & -2,9583z_1 \\ -1,9z_1 & 5,3912682z_1 - 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ W_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix};$$

$$(2,166z_1 - 1) - 2,9583z_1W_{12} = 0;$$

$$W_{12} = \frac{2,166z_1}{2,9583z_1} = \frac{2,166 \cdot 0,2634692 - 1}{2,9583 \cdot 0,2634692} = -0,5508.$$

Звідки значення першої форми коливань

$$\begin{Bmatrix} W_{11} \\ W_{21} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ -0,5508 \end{Bmatrix}.$$

2. Друга форма коливань: $z_2 = 0,6266612$;

$$\begin{bmatrix} 2,166z_2 - 1 & -2,9583z_2 \\ -1,9z_2 & 5,3912682z_2 - 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}.$$

Приймаючи, що $W_{21} = 1$ отримаємо

$$\begin{bmatrix} 2,166z_2 - 1 & -2,9583z_2 \\ -1,9z_2 & 5,3912682z_2 - 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 1 \\ W_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix};$$

$$(2,166z_2 - 1) - 2,9583z_2W_{22} = 0;$$

$$W_{12} = \frac{2,166z_2}{2,9583z_2} = \frac{2,166 \cdot 0,6266612 - 1}{2,9583 \cdot 0,6266612} = 0,19276.$$

Звідки значення другої форми коливань

$$\begin{Bmatrix} W_{21} \\ W_{22} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 0,19276 \end{Bmatrix}.$$

Зобразимо знайдені значення форм коливань в графічному вигляді (див. Рисунок 6.6)

Перша форма



Друга форма



Рисунок 6.6. Власні форми коливань

6.3 ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРШОЇ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ МЕТОДОМ РЕЛЕЯ

Власні частоти в методі Релея будемо шукати за наступною формулою

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2}, \text{ де} \quad (6.3.1)$$

$$P_i = m_i \cdot g; \quad (6.3.2)$$

$$W_1 = -1,121722 \frac{mgl^3}{EI};$$

$$W_2 = 3,491 \frac{mgl^3}{EI}.$$

$$\omega_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^2 P_i \cdot W_i}{\sum_{i=1}^2 m_i \cdot W_i^2} = \frac{P_1 \cdot W_1 + P_2 \cdot W_2}{m_1 \cdot W_1^2 + m_2 \cdot W_2^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{mg \frac{-1,121722mgl^3}{EI} + 1,557mg \frac{3,491mgl^3}{EI}}{m \left(\frac{-1,1217mgl^3}{EI} \right)^2 + 1,557m \left(\frac{3,49107mgl^3}{EI} \right)^2} = \\
&= \frac{(5,69)EI}{(20,2342898)ml^3} = 0,281 \frac{EI}{ml^3}; \\
\omega_1 &= 0,53 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}.
\end{aligned}$$

Визначимо похибку

$$\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}} - \omega_{\text{реллея}}}{\omega_{\text{м.сил}}} \right| = \left| \frac{0,513 - 0,53}{0,513} \right| \cdot 100\% = 3,3\%.$$

6.4 ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРШОЇ ВЛАСНОЇ ЧАСТОТИ МЕТОДОМ ДОНКЕРЛІ

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{(\omega'_1)^2} + \frac{1}{(\omega'_2)^2}, \quad (6.4.1)$$

де

$$(\omega'_1)^2 = \frac{1}{m_1 \delta_{11}} = \frac{1}{2,166 \frac{ml^3}{EI}} = 0,461 \frac{EI}{ml^3};$$

$$(\omega'_2)^2 = \frac{1}{m_2 \delta_{22}} = \frac{1}{3,46 \frac{ml^3}{EI}} = 0,29 \frac{EI}{ml^3};$$

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{0,461 \frac{EI}{ml^3}} + \frac{1}{0,29 \frac{EI}{ml^3}} = 5,51 \frac{ml^3}{EI};$$

$$\omega = \sqrt{0,191 \frac{EI}{ml^3}} = 0,44 \sqrt{\frac{EI}{ml^3}}.$$

Визначимо похибку

$$\Delta = \left| \frac{\omega_{\text{м.сил}}^2 - \omega_{\text{Донкерлі}}^2}{\omega_{\text{м.сил}}^2} \right| = \left| \frac{0,513 - 0,44}{0,513225} \right| \cdot 100\% = 14\%.$$

7. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА ОЦІНКА НЕОДНОРІДНОСТІ ХАРАКТЕРИСТИК МІЦНОСТІ І ДЕФЕКТНОСТІ ПОВЕРХНІ ЕЛЕМЕНТІВ ЛИСТОВОГО ФЛОАТ-СКЛА ПРИ ЗГІНІ

7.1 ОЦІНКА МІЦНОСТІ ЛИСТОВОГО СКЛА З УРАХУВАННЯМ ПОВЕРХНЕВИХ ДЕФЕКТІВ

Виробництво великогабаритного листового флоат-скла забезпечило розширення сфер його застосування як прозорого конструкційного матеріалу для будівництва, транспортного скління та виробів нової техніки (рис. 7.1).

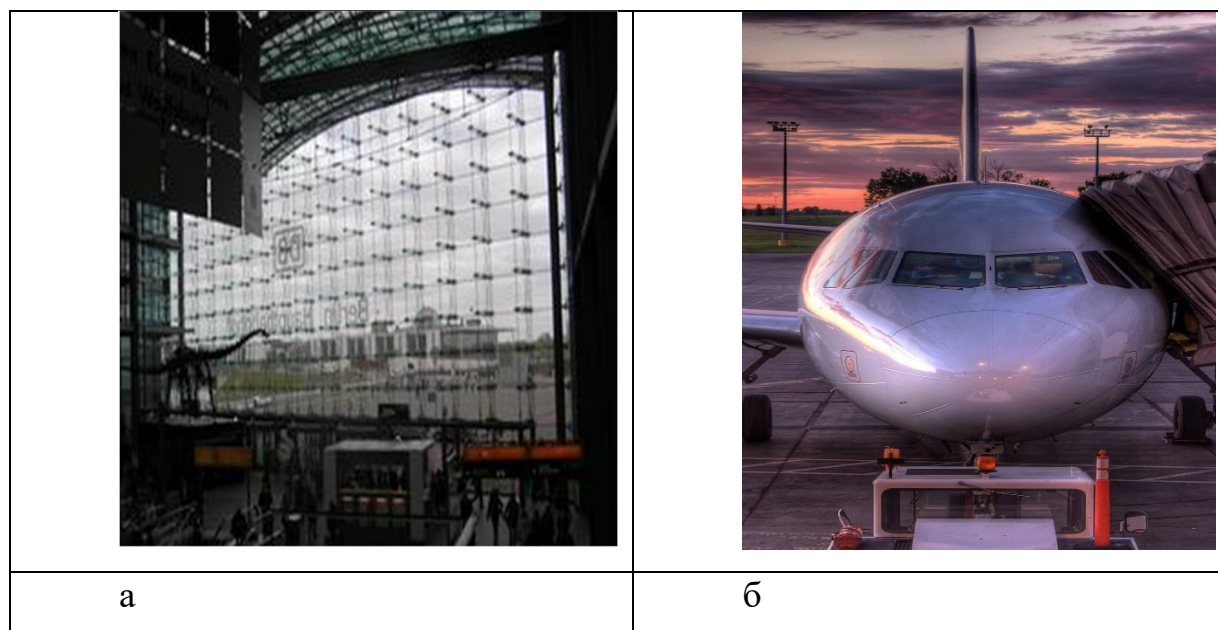


Рисунок 7.1. а- будівельне скління, б- віконні блоки літальних апаратів

Тому проблема забезпечення міцності конструкцій будівельного скління типу пластин з листового скла є актуальною, що обумовлено принциповою відмінністю його механічної поведінки при експлуатаційному навантаженні як поверхнево дефектного лінійно-пружного крихкого матеріалу у порівнянні з металами, пластиками та іншими конструкційними матеріалами. Внаслідок відсутності механізмів пластичного деформування скла при проектуванні відповідальних прозорих конструкцій необхідно більш достовірно визначати фактичний рівень міцності склоелементів з урахуванням впливу неоднорідних технологічних дефектів поверхні типу мікротріщин [16-18].

Методологічні засади оцінки конструкційної міцності скла традиційно розвивалися в Інституті проблем міцності ім. Г.С. Писаренка НАН України у працях академіка НАН України Г.С. Писаренка та вчених його школи, що стали основою створення надміцних оболонкок глибоководної техніки та виробів нової техніки для екстремальних умов експлуатації [16]. Було показано, що конструкційна міцність скла не є стабільною характеристикою, що забезпечується виробниками скла, тому що вона залежить від технології його виробництва на флоат-лініях, при виготовленні деталей і потребує урахування впливу великої кількості складно контрольованих визначальних факторів, пов'язаних з конструкцією, технологією обробки, зміцнення та умовами експлуатації кінцевих виробів.

Листове скло відноситься до крихких неметалевих матеріалів, що зберігають пружний характер деформування та руйнування при високому рівні напружень стиску – до 2000...3000 МПа [16]. Але в умовах розтягу та згину його міцність є у 10...100 разів меншою. Це є наслідком того, що за таких умов граничний стан елементів скляних конструкцій залежить від механізмів розвитку вихідних і експлуатаційних поверхневих мікротріщин, пошкоджень та низької тріщиностійкості, яка внаслідок аморфної структури і практично ідеальної пружності скла є значно меншою порівняно з іншими конструкційними матеріалами.

За відсутності пластичності та в'язкості при дії різного роду термомеханічних навантажень руйнування силових елементів зі скла реалізується переважно за механізмами розвитку мікротріщин, які є невід'ємною частиною структури поверхні деталей і утворюють специфічний тріщинуватий шар (рис. 7.2).

Середня глибина поверхневих мікротріщин сучасного флоат-скла становить біля 10мкм. Мінімальні значення міцності на згин можуть становити 40...60 МПа при глибині напів-еліптичних мікротріщин 30...40мкм. Механічний стан тріщинуватого шару, форма, орієнтація та глибина критичних тріщин і дефектів мають визначальний вплив на рівень міцності, статистичні параметри розподілу

результатів і довговічність конструкційних елементів. Але його складно контролювати оптичними приладами і традиційними методами механічних випробувань тому, що критичні джерела руйнування – мікротріщини та подібні до них дефекти поверхні виробів мають глибину не більше ніж 100 - 200 мкм.

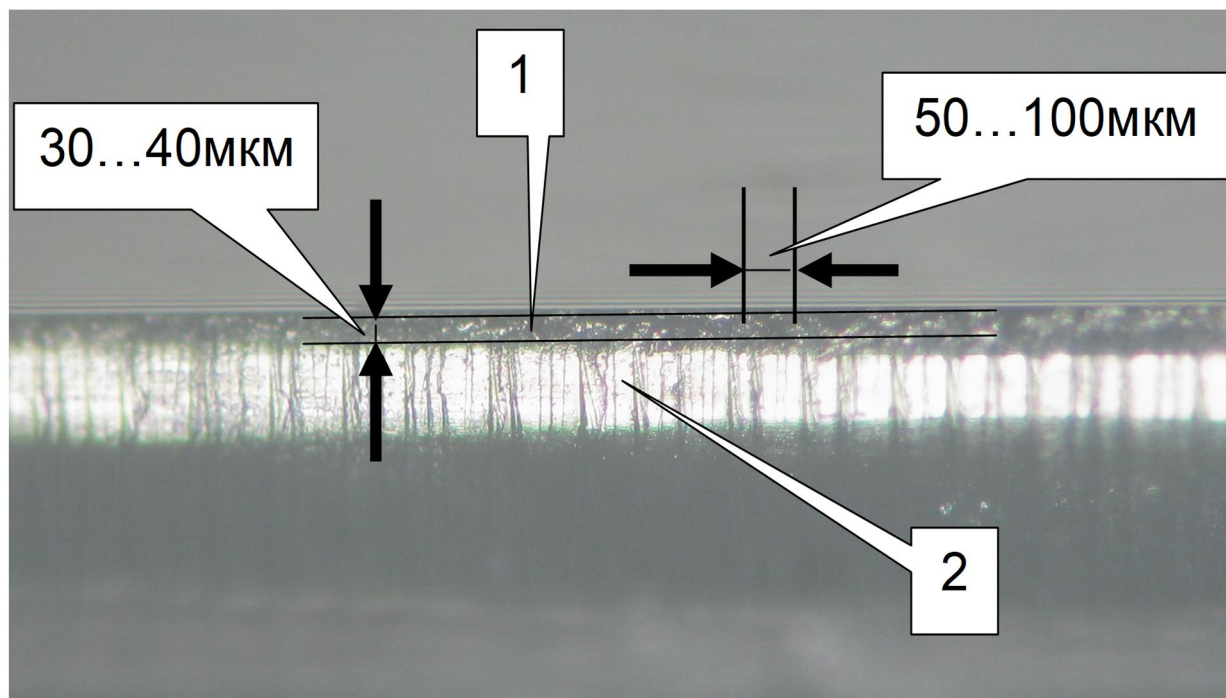


Рисунок 7.2. Поверхневий тріщинуватий шар флоат-скла

1 – мікротріщини поверхневого шару, 2 – сліди зупинки макротріщини на поверхні зламу зразка при випробуванні на згин. Глибина мікротріщин c - 30...40 мкм, довжина $2a$ - 50...100 мкм.

На рис. 7.3 наведено деякі фізико-механічні властивості та показники конструкційної міцності скла у порівнянні з іншими конструкційними крихкими матеріалами.

Значення міцності на згин та розтяг скла у вихідному стані може змінюватися від 20 МПа до 150 МПа залежно від стану дефектності поверхні [16, 18] та багато інших дефектів і пошкоджень, які формуються при виготовленні базового листового флоат-скла, його наступному обробленні та при експлуатації. На жаль, це не завжди враховується на виробництві і при оцінці міцності конструкцій скління.

За відсутності значних внутрішніх дефектів високо однорідна аморфна структура скла здатна забезпечити дуже високий рівень короточасної міцності деталей на згин – до 2000-3000 МПа, якщо поверхневі тріщини та дефекти видалено хімічним травленням або якісною механічною обробкою. Але бездефектний стан скляних елементів є дуже чутливим до механічних і корозійних пошкоджень. Тому для його збереження необхідними є захисні покриття та композитні ламіновані структури, що застосовується при виробництві відповідальних елементів конструкцій нової техніки.

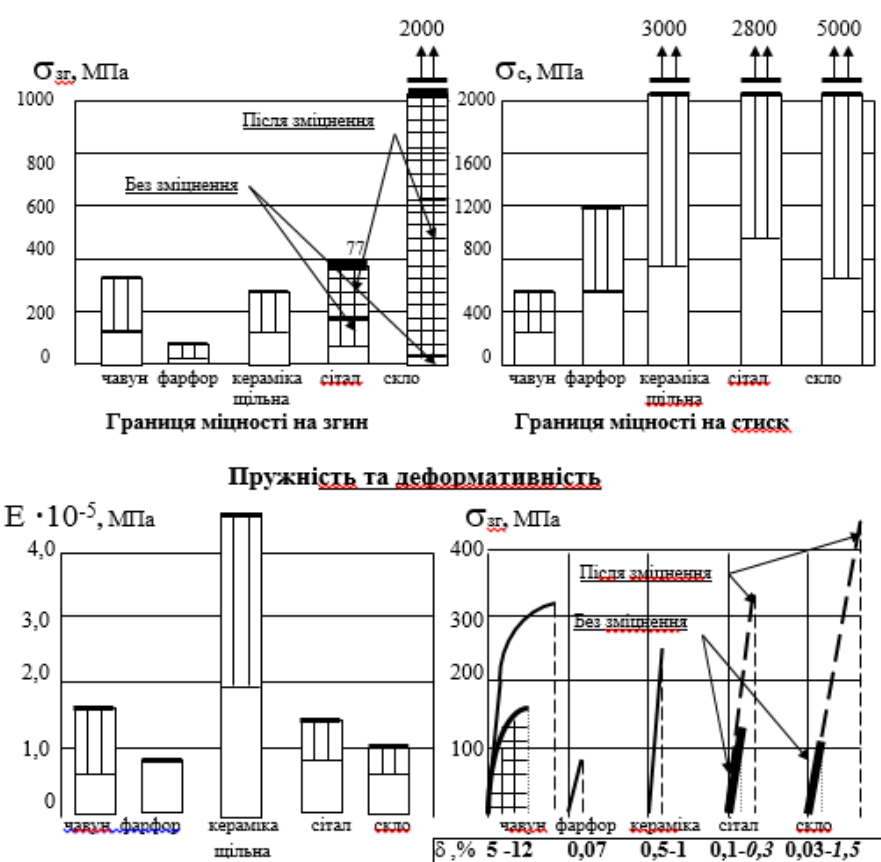


Рисунок 7.3. Особливості механічних властивостей скла та інших крихких матеріалів

Модуль пружності флоат-скла становить $(0,6 \dots 0,7) \cdot 10^5$ МПа. Гранична деформація δ при розтязі та згині є дуже малою і на порядок меншою ніж у чавуна. Це призводить до небезпечного крихкого характеру руйнування скляних конструкцій, який може бути змінений за рахунок зміцнення скла загартуванням,

іонним обміном та застосуванням багатошарових склополімерних композитів типу триплексу та броньованого скла.

Важливою характеристикою скла є опір крихкому руйнуванню або тріщиностійкість. Але вона є надто низькою – у 5...10 разів нижче ніж для інших крихких матеріалів. В'язкість руйнування або критичний коефіцієнт інтенсивності напружень в умовах розриву - K_{IC} , отриманий за різними методиками, становить 0,4...0,7 МПа $\sqrt{м}$. Тому руйнування деталей скла має місце при низькому рівні експлуатаційних напружень, носить крихкий небезпечний характер і реалізується шляхом просування мікротріщин при досягненні критичної величини K_{IC} .

При тривалому навантаженні міцність на згин суттєво зменшується і визначається механізмами докритичного росту тріщин, обумовленого у першу чергу, корозією під напруженням або статичною втомою скла. У звичайних умовах границя тривалої міцності на згин при багаторічній експлуатації становить лише 0,25 - 0,35 від рівня короткочасної міцності скла у вихідному стані.

Міцність на стиск скла є значно вищою ніж міцність на згин та розтяг - у 50...100 разів і може сягати 1000...2000 МПа. Тому руйнування скляних елементів виникає переважно у зонах поверхні, які підлягають дії напружень розтягу.

Для скла у звичайному стані характерним є значний природний розкид значень міцності на розтяг та згин зразків і елементів конструкцій, що може досягати 30...50%. Причиною цього є неоднорідність видів та розмірів джерел крихкого руйнування – технологічних та експлуатаційних дефектів і пошкоджень, що виникають переважно на поверхні скла. Зв'язок між границею міцності елементів скла в умовах розтягу σ_p і коефіцієнтом K_{IC} визначається рівнянням

$$\sigma_p = \frac{K_{IC}}{Y\sqrt{c}}, \quad (7.1.1)$$

де c – глибина мікротріщини в м, Y – безрозмірний коефіцієнт форми тріщини визначається рішеннями лінійної механіки руйнування, σ_p - МПа, K_{IC} - МПа $\sqrt{м}$.

Низька ударна в'язкість та мікротвердість є негативними факторами, що ускладнюють застосування скла для відповідальних конструкцій (Див. таблицю 1).

Таблиця 7.1. Ударна в'язкість та мікротвердість крихких матеріалів

Ударна в'язкість, кДж/м ²		Мікротвердість, МПа	
Сталь	2600 – 15000	Чавун * (*НВ)	1500 - 2700
Чавун	20 – 250	Карбід кремнія	25000 - 30000
Скло	1,5 - 2,5	Алюмокераміка	16000 - 20000
Скло загартоване	10 – 18	Сітали	8500 - 9000
		Скло листове	6000 - 6500

У таблиці 7.2 наведено узагальнені дані щодо фізико-механічних властивостей скла у порівнянні з іншими конструкційними крихкими матеріалами. Скло має стабільні характеристики щільності, модуля пружності, коефіцієнту Пуассона. Відмінності значень в'язкості руйнування K_{IC} у межах 0,4...0,7 МПа√м обумовлені особливостями застосованих методів експериментального визначення. Більші значення отримують при випробування малорозмірних полірованих зразків з штучними надрізами, гострота яких не є співставимою реальними мікротріщинами. Менші значення отримано методом фрактографічного визначення форми і розмірів реальних мікротріщин поверхні у фокусі зламу зразків при згинанні, що враховує вплив порушення цілісності скла у тріщинуватому поверхневому шарі листового флоат-скла [17].

Таблиця 7.2. Фізико-механічні властивості скла та інших крихких матеріалів

Характеристика	Скло	Фарфор	Сітал	кераміка Al ₂ O ₃	Чавун
Щільність $\gamma \times 10^4$, Н/м ³	2,5	2,2	2,5	3,7	7,0
Модуль пружності $E \times 10^{-5}$, МПа	0,7	0,7	1,0	3,1	1,2
Коефіцієнт Пуассона	0,22	0,23	0,2	0,25	0,25
Міцність на згин σ_{zg} , МПа	20...150 (100... ...3000) *	35...50	50...150 (100... ...300)*	200...30 0	120...38 0
Міцність при стисканні $\sigma_c \times 10^{-3}$, МПа	1,0...2,0	1,12	2,45	2,94	0,6
Тріщиностійкість K_{IC} , МПа√м.	0,4...0,7	0,7...1,0	0,7...1,1	2,9...3,3	7...20

*У дужках наведені дані для зміцнених матеріалів

Чим вище культура виробництва флоа-скла, поводження зі склом та технічний рівень технологічного обладнання, тим меншим є розкид значень міцності. Але він залишається значно більшим, ніж у інших конструкційних матеріалів. Тому для призначення допускних розрахункових напружень у відповідальних силових та функціональних конструкціях з скла орієнтуються на експериментально визначену нижню границю міцності із належним рівнем малої імовірності руйнування .

Для оцінки цього гарантованого рівня використовують параметри статистичного розподілу результатів оцінки конструкційної міцності, отриманих на зразках по нормальному закону або розподілу Вейбула. Імовірність руйнування для силових конструкцій приймають не більше 0,01 %. Її додатково зменшують для особливо відповідальних конструкцій і екстремальних умов експлуатації. Внаслідок цього, та враховуючи закономірності довготривалої міцності, допускні напруження для елементів з вихідного скла 5 мм при згині не перевищують 10 – 20 МПа. Це складає всього біля 20% від середнього значення його границі міцності при короткочасному навантаженні.

Масштабно-технологічний ефект, що проявляється у зменшенні рівня міцності при збільшенні розмірів деталей, має місце при випробуванні навіть вихідного скла після закінчення його формування на флоат лінії. Врахування цього ефекту є вкрай необхідним при проектуванні відповідальних конструкцій. В разі запровадження належного контролю міцності вихідного скла та оптимізації технології виготовлення деталей за параметрами дефектності поверхні, контрольованої за результатами механічних випробувань, можна підвищити міцність та врахувати вплив масштабного фактору на несучу здатність елементів конструкцій [16] .

Основою підвищення експлуатаційної надійності скляних виробів є прогрес в технології виробництва базових видів скла та розвитку сучасних засобів його технологічного та конструкційного зміцнення. На рис.7.4 наведено схему, що

демонструє потенційний і можливий для сучасного виробництва в Україні рівні міцності листового скла на згин.

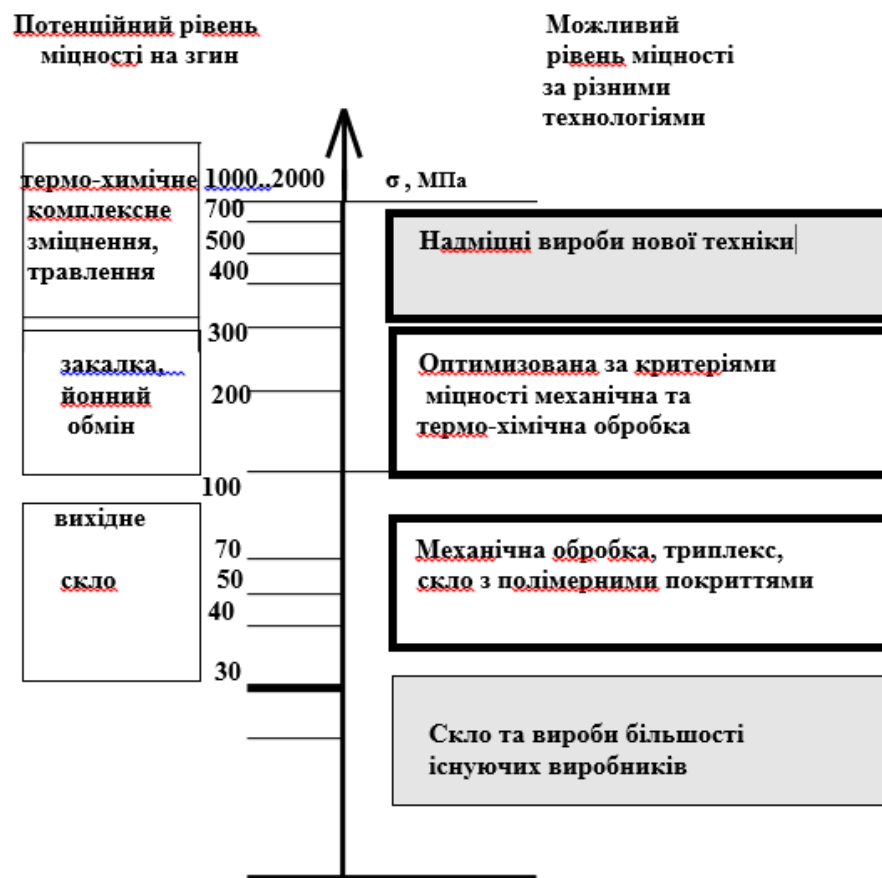


Рисунок 7.4. Технології зміцнення та рівні міцності листового скла

Результати аналізу особливостей конструкційної міцності флоат-скла показали наступне:

- конструкційна міцність листового скла не є його однозначною стабільною характеристикою, тому при її оцінці має бути визначено і враховано вплив чисельних технологічних, конструкційних та експлуатаційних факторів;

- природа скла як поверхнево-дефектного матеріалу потребує запровадження методів системного контролю дефектності врахування її впливу на параметри міцності елементів конструкцій на всіх стадіях їх розробки та виробництва;

- технологічне управління міцністю на основі запровадження методів і засобів постадійного контролю механічного стану листового скла та виробів має

бути необхідною складовою частиною робіт по забезпеченню працездатності конструкцій;

- методики випробувань міцності скла мають враховувати результати фрактографічного аналізу критичних мікротріщин в фокусі зламу зразків для достовірної оцінки впливу неоднорідності поверхневих мікротріщин на гарантовану величину границі міцності елементів при низькій імовірності руйнування.

7.2 ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ ЛИСТОВОГО ФЛОАТ-СКЛА

За результатами аналізу особливостей конструкційної міцності скла та ознайомлення з експериментальним обладнанням і методами випробувань скла з урахуванням визначальних факторів спільно з співробітниками відділу міцності конструкцій з крихких матеріалів Інституту було проведено експериментальне дослідження міцності листового флоат-скла з урахуванням технологічної дефектності поверхні.

Метою експериментальної частини роботи була оцінка ступеню неоднорідності значень границі міцності на вісесиметричний згин, параметрів статистичного розподілу результатів та особливостей розташування критичних дефектів і відповідних значень границі міцності на поверхні прямокутної пластини з флоат-скла товщиною 6мм.

Для дослідження неоднорідності значень границі міцності та розрахункових оцінок відповідних характеристик критичних поверхневих мікротріщин було проведено комплексне випробування пластини флоат-скла товщиною 6 мм з габаритами 960мм x 720мм методом вісесиметричного згину. Дослідження передбачало отримання чисельних експериментальних локальних оцінок міцності, глибини критичних дефектів-джерел руйнування, що визначають величини границі міцності скла в залежності від координат їх розташування на усій поверхні досліджуваної пластини. Для цього зразки типу квадратних пластин

довжиною сторін 120 мм у кількості 48 шт. були вирізані з досліджуваної пластини скла за схемою, показаною на рис.7.5. Курсивом виділено додаткові позначення зразків при їх вирізанні з пластини.

Принциповою новизною дослідження було не тільки визначення можливих мінімальних значень міцності на згин і оцінка глибини відповідних найбільших за розмірами критичних дефектів для дослідженої пластини флоат-скла, але і встановлення особливостей їх розташування на поверхні пластини, які можуть бути обумовлені процесом виробництва скла на флоат лінії.

1	2	3	4	5	6	7	8
<i>1.2</i>	<i>1.3</i>	<i>2.2</i>	<i>2.3</i>	<i>3.2</i>	<i>3.3</i>	<i>4.2</i>	<i>4.3</i>
9	10	11	12	13	14	15	16
<i>1.1</i>	<i>1.4</i>	<i>2.1</i>	<i>2.4</i>	<i>3.1</i>	<i>3.4</i>	<i>4.1</i>	<i>4.4</i>
17	18	19	20	21	22	23	24
<i>5.2</i>	<i>5.3</i>	<i>6.2</i>	<i>6.3</i>	<i>7.2</i>	<i>7.3</i>	<i>8.2</i>	<i>8.3</i>
25	26	27	28	29	30	31	32
<i>5.1</i>	<i>5.4</i>	<i>6.1</i>	<i>6.4</i>	<i>7.1</i>	<i>7.4</i>	<i>8.1</i>	<i>8.4</i>
33	34	35	36	37	38	39	40
<i>9.2</i>	<i>9.3</i>	<i>10.2</i>	<i>10.3</i>	<i>11.2</i>	<i>11.3</i>	<i>12.2</i>	<i>12.3</i>
41	42	43	44	45	46	47	48
<i>9.1</i>	<i>9.1</i>	<i>10.1</i>	<i>10.4</i>	<i>11.1</i>	<i>11.4</i>	<i>12.1</i>	<i>12.4</i>

960мм

740мм

Рисунок 7.5. Розташування зразків №1...48 у пластині 6мм флоат-скла.

Схему навантаження зразка двома кільцями («ring on ring») показано на рис. 7.6. Метод забезпечує утворення плоского напруженого стану двовісного розтягу на нижній поверхні зразка у його центральній частині діаметром 20мм під верхнім кільцем, до якого прикладено вертикальне зусилля P (показано стрілкою). На цій частині поверхні зразка двовісні напруження σ_{zr} є максимальними і постійними. Їх величину з урахуванням розмірів пластини, верхнього кільця з радіусом r і опорного кільця з радіусом R визначають за рівнянням (7.2.1)

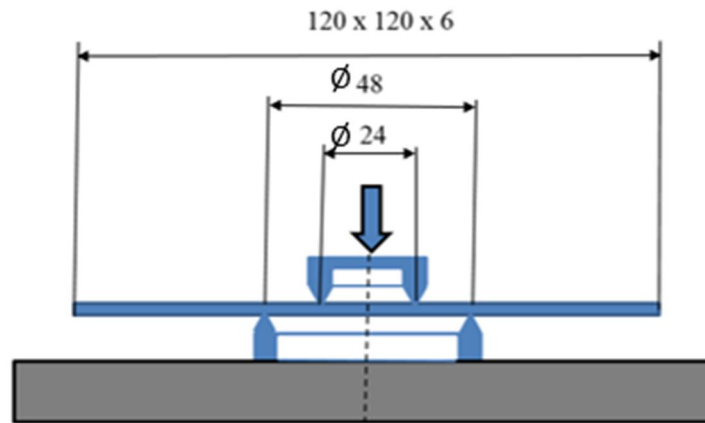


Рисунок 7.6. Схема випробувань квадратних пластин флоат-скла товщиною 6 мм на вісесиметричний згин

$$\sigma_{зг} = 1,5 \frac{P}{\pi h^2} \left[0,5(1 - \mu) \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \frac{R^2}{B^2} + (1 + \mu) \ln \frac{R}{r} \right], \quad (7.2.1)$$

де h – товщина зразка; μ – коефіцієнт Пуассона, (для силікатного флоат скла $\mu = 0,22$); $B = b(1 + \sqrt{2})/2 \approx 1,207b$ – геометричний параметр; $2b = A$ – довжина сторони квадратної пластини.

Для обраних зразків 6мм скла $B = 72,42$ мм. Співвідношення одиниць сили: $1\text{кг} \sim 9,81\text{Н}$ і $1\text{Н} \sim 0,102\text{кг}$. З урахуванням цього з рівняння (7.2.1) може бути отримано спрощену формулу для оцінки при вісесиметричному згині для обраних зразків

$$\sigma_{зг} = \frac{kP}{h^2}, \quad (7.2.2)$$

де k – розрахунковий коефіцієнт, що залежить від коефіцієнту Пуассона, розміру b пластин, радіусів верхнього кільця r та опорного кільця R . За умови вимірювання сили P у кг коефіцієнт $k_{кг} = 40,29$ і при P у Н коефіцієнт $k_{н} = 4,11$. Товщина h вимірюється у мм. Значення границі міцності $\sigma_{зг}$ отримується у МПа. Особливостями цього методу випробувань є:

Мала площа поверхні зразка, що знаходиться при максимальному рівні напружень розтягу. Для зразків скла товщиною 6 мм ця площа становить 144мм^2 або $1,44\text{см}^2$. Вона не є співставимою з площею поверхні реальних елементів конструкцій скління транспортних засобів та будівельних конструкцій зі скла.

Тому внаслідок масштабного фактору результати є значно завищеними і потребують уточнення в залежності від сфери застосування скла.

Напруження краю, кромки торців пластин є значно меншими ніж у центральній частині. Тому руйнування зразків має місце у центральній частині з максимальним рівнем напружень розтягу. Типові приклади руйнування зображенні на рис.7.7. Для оцінки міцності крайових частин пластин скла необхідні додаткові випробування за іншими схемами навантаження зразків.



Рисунок 7.7. Типовий характер руйнування зразків флоат-скла при вісесиметричному згині

Внаслідок двомірного напруженого стану робочої центральної частини зразків її руйнування реалізується з утворенням малорозмірних фрагментів скла. Тому застосування методів фрактографії для визначення форми та розмірів джерел руйнування - поверхневих мікротріщин у фокусі зламу стикається із значними труднощами.

Даний спосіб випробувань використовується переважно для оперативного контролю якості виробів та обраних режимів модифікації структурних елементів з листового скла для спеціальних виробів нової техніки, наприклад, для авіаційного скління.

Для оцінки конструкційної міцності скла з урахуванням впливу визначальних технологічних, конструкційних та експлуатаційних факторів необхідними є додаткові випробування за спеціальними вимогами.

Застосування методу випробувань на вісесиметричний згин у даній роботі обумовлено необхідністю визначення локальної міцності досліджуваної пластини зі скла у запланованих ділянках всієї її поверхні. Перевагою методики дослідження є вирізання малорозмірних зразків з фіксацією їх розташування у пластині скла, що має забезпечити вирішення поставлених задач експериментальної частини роботи.

Методика дослідження передбачала:

- визначення границі міцності на згин кожного зразка (для обраної для дослідження ділянки поверхні пластини скла);
- проведення статистичного аналізу отриманої вибірки результатів для визначення параметрів статистичного розподілу значень границі міцності та глибини критичних мікротріщин за Вейбуллом;
- розрахункову оцінку глибини мікротріщин - джерел руйнування виконували для зразків з мінімальними значеннями міцності;
- оцінку неоднорідності значень міцності і глибини критичних мікротріщин для зразків з гарантованою величиною границі міцності при малій імовірності руйнування скла та координат їх розташування на поверхні дослідженої пластини.
- випробування проведено на універсальній гідравлічній машині ZD-40 для механічних випробувань на шкалі для зусилля до 4000кг. Загальний вид машини дано на рис.7.8



а

б

Рисунок 7.8. Проведення механічних випробувань квадратних зразків скла на вісесиметричний згин – а та поперечний згин – б на гідравлічній машині ZD-40 відділу 12.

Зразок розташовано на нижній травесі машини, що пересувається до середньої траверси для встановлення навантажувальних пристроїв у вихідне положення перед навантаженням. Вимірювання зусилля виконується на відповідній шкалі пульту керування машиною. При досягненні максимального для зразка зусилля та його руйнуванні стрілка шкали фіксує величину зусилля у кг. Загальний вид розташування зразків у пластині після проведення випробувань представлений на рис. 7.9.



Рисунок 7.9. Загальний вигляд зразків, вирізаних з дослідженої пластини флоат-скла, після проведення випробувань

Результати випробувань дано у таблиці 7.3.

Таблиця 7.3. Результати випробувань листового скла 120×120×6 мм при вісесиметричному згинанні на машині ZD-40

№№ п/п	Номер зразка	P, кГ	σ_u , МПа	№№ п/п	Номер зразка	P, кГ	σ_u , МПа
1	1.1	830,0	91,3	25	7.1	652,0	71,7
2	1.2	390,0	42,9	26	7.2	448,0	49,3
3	1.3	876,0	96,4	27	7.3	936,0	102,9
4	1.4	480,0	52,8	28	7.4	726,0	79,9
5	2.1	480,0	52,8	29	8.1	1023,0	112,5
6	2.2	550,0	60,5	30	8.2	888,0	97,7
7	2.3	1240,0	136,4	31	8.3	492,0	57,4
8	2.4	930,0	102,3	32	8.4	522,0	54,1
9	3.1	822,0	90,4	33	9.1	508,0	55,9
10	3.2	400,0	44,0	34	9.2	800,0	88,0

11	3.3	460,0	50,6	35	9.3	456,0	50,2
12	3.4	860,0	94,6	36	9.4	660,0	72,6
13	4.1	930,0	102,3	37	10.1	760,0	83,6
14	4.2	874,0	96,1	38	10.2	630,0	69,3
15	4.3	756,0	83,2	39	10.3	363,0	39,9
16	4.4	884,0	90,4	40	10.4	510,0	56,1
17	5.1	440,0	48,4	41	11.1	1022,0	112,4
18	5.2	800,0	88,0	42	11.2	1320,0	145,2
19	5.3	890,0	97,9	43	11.3	-	-
20	5.4	834,0	91,7	44	11.4	458,0	50,4
21	6.1	576,0	63,4	45	12.1	970,0	106,7
22	6.2	378,0	41,6	46	12.2	580,0	63,8
23	6.3	400,0	44,0	47	12.3	330,0	36,3
24	6.4	820,0	90,2	48	12.4	954,0	104,9

У наступній таблиці 7.4 приведено результати ранжирування по мірі збільшення отриманих величин міцності та імовірності руйнування зразків, а також їх обробки з застосуванням статистики Вейбулла [20] для будування графіків статистичного розподілу отриманої вибірки результатів випробувань флоат-скла. Значення функції $Y = \ln[-\ln(1 - F)]$ при будуванні графіку статистики Вейбулла для відповідних величинах імовірності руйнування окремих зразків наведено на вертикальній вісі графіку праворуч.

Таблиця 7.4. Результати статистичної обробки даних випробувань зразків листового флоат-сткла 120×120×6 мм при вісесиметричному згинанні за розподілом Вейбулла

№№ п/п	σ_u , МПа	$Lg\sigma_u$	Імовір- ність	F(Y)	$\bar{\sigma}_u$, МПа	S, МПа	v, %
1	2	3	4	5	6	7	8
1-12.3	36,3	1,56	0,01	-4,60	76,87	26,6	34,6
2-10.3	39,9	1,60	0,03	-3,49			
3-6.2	41,6	1,62	0,05	-2,97			
4-1.2	42,9	1,63	0,07	-2,62			
5-3.2	44,0	1,64	0,09	-2,36			
6-6.3	44,0	1,64	0,12	-2,06			
7-5.1	48,4	1,68	0,14	-1,89			
8-7.2	49,3	1,69	0,16	-1,75			

9-9.3	50,2	1,70	0,18	-1,62			
10-11.4	50,4	1,70	0,20	-1,50			
11-3.3	50,6	1,71	0,22	-1,39			
12-1.4	52,8	1,72	0,24	-1,29			
13-2.1	52,8	1,72	0,26	-1,20			
14-8.4	54,1	1,73	0,29	-1,07			
15-9.1	55,9	1,75	0,31	-0,99			
16-10.4	56,1	1,75	0,33	-0,92			
17-8.3	57,4	1,76	0,35	-0,84			
18-2.2	60,5	1,78	0,37	-0,77			
19-6.1	63,4	1,80	0,39	-0,70			
20-12.2	63,8	1,80	0,41	-0,64			
21-10.2	69,3	1,84	0,44	-0,55			
22-7.1	71,7	1,85	0,46	-0,48			
23-9.4	72,6	1,86	0,48	-0,42			
24-7.4	79,9	1,90	0,50	-0,37			
25-4.3	83,2	1,92	0,52	-0,31			
26-10.1	83,6	1,92	0,54	-0,25			
27-5.2	88,0	1,94	0,56	-0,20			
28-9.2	88,0	1,94	0,58	-0,14			
29-6.4	90,2	1,95	0,61	-0,06			
30-3.1	90,4	1,96	0,63	-0,006			
31-4.4	90,4	1,96	0,65	0,05			
32-1.1	91,3	1,96	0,67	0,10			
33-5.4	91,7	1,96	0,69	0,16			
34-3.4	94,6	1,97	0,71	0,21			

Продовження таблиці

1	2	3	4	5	6	7	8
35-4.2	96,1	1,98	0,73	0,27			
36-1.3	96,4	1,98	0,75	0,33			
37-8.2	97,7	1,99	0,77	0,38			
38-5.3	97,9	1,99	0,80	0,48			
39-2.4	102,3	2,01	0,82	0,54			
40-4.1	102,3	2,01	0,84	0,61			
41-7.3	102,9	2,01	0,86	0,68			
42-12.4	104,9	2,02	0,88	0,75			
43-12.1	106,7	2,03	0,90	0,83			
44-11.1	112,4	2,05	0,92	0,93			
45-8.1	112,5	2,05	0,95	1,10			

46–2.3	136,4	2,13	0,97	1,25			
47–11.2	145,2	2,16	0,99	1,53			
48–11.3	–	–	–	–			

Встановлено, що отримані чисельні величини локальної границі міцності на згин у різних ділянках дослідженої пластини флоат-скла характеризуються великим розкидом. При середньому для вибірки з 47 зразків значенні границі міцності - 76,9 МПа, яке є типовим для флоат-скла при випробуваннях стандартних зразків листового скла, мінімальне становить 36,3 МПа. Це складає 50% від середнього значення. Максимальна величина границі міцності становила 145,2 МПа, що майже удвічі більше середнього для вибірки. Значному розсіянню результатів відповідають значення середньоквадратичного відхилення 26,6 МПа та коефіцієнту варіації – 34,6%.

Графік статистики Вейбуллу для отриманих значень локальної міцності у визначених ділянках пластини з флоат-скла бмм дано на рис.7.10. Встановлено, що він є тримодальним з трьома чітко вираженими лінійними ділянками 1 – для нижньої частини при $36\text{МПа} < \sigma_u < 55\text{МПа}$ з імовірністю руйнування відповідних ділянок пластини до 30%, 2 – для центральної частини залежності при $55\text{МПа} < \sigma_u < 80\text{МПа}$ з імовірністю руйнування від 30% до 50% та 3 – для верхньої частини залежності при $80\text{МПа} < \sigma_u < 145\text{МПа}$ з імовірністю руйнування більше 50%. Для вказаних частин залежності Вейбуллу отримано рівнянні ліній трендів, що дозволяє виконувати розрахункові оцінки границі міцності при заданій імовірності руйнування дослідженої пластини.

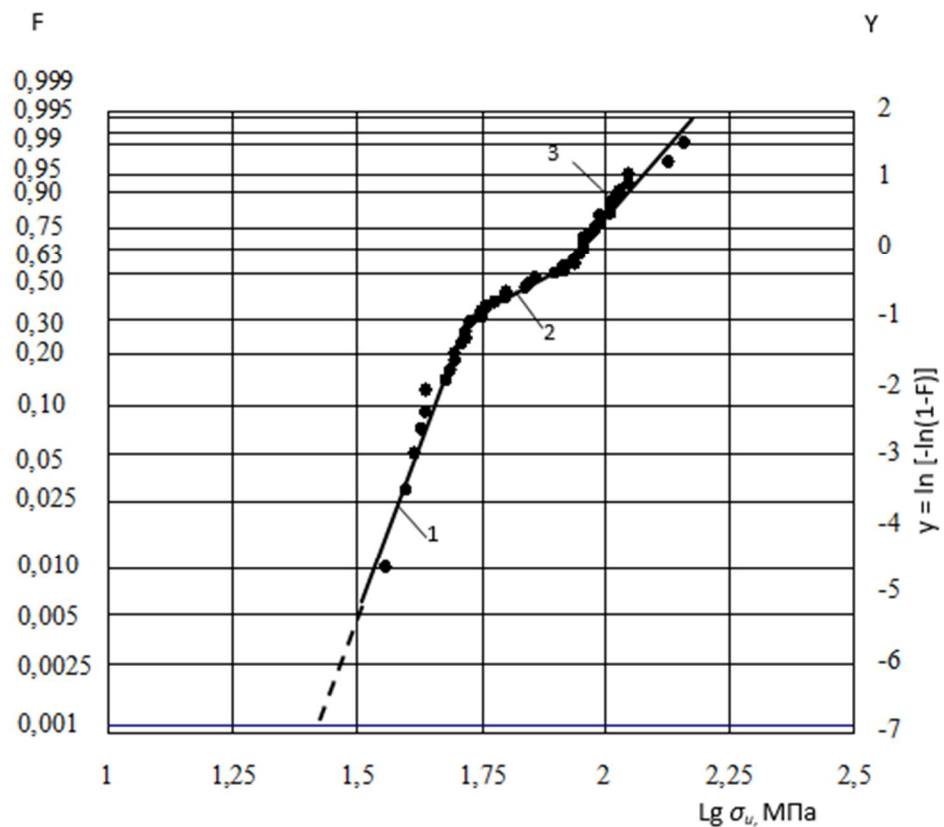


Рисунок 7.10. Емпірична функція статистичного розподілу Вейбулла для величин границі міцності на вісесиметричний згин у 47 ділянках пластини флоат скла 960 x 740 мм товщиною 6мм.

$$1 - y = 18,683x - 33,276 \text{ (рівняння лінії тренду);}$$

$$2 - y = 3,9511x - 7,8303 \text{ (рівняння лінії тренду);}$$

$$3 - y = 8,0669x - 15,694 \text{ (рівняння лінії тренду).}$$

На основі отриманих результатів визначено місця розташування мінімального і наближених до нього значень міцності дослідженої пластини. На рис.7.11 показано розташування шістьох ділянок з величинами границі міцності від мінімальної 36,3 МПа до 44 МПа при імовірності руйнування скла від 1 до 12%. Визначено тенденцію незначного підвищення мінімальних величин у верхній частині пластини. Це може бути пов'язано з деякою анізотропією листа флоат скла при його виготовленні на флоат лінії і може бути уточнено при проведенні

аналогічних досліджень локальної міцності крупногабаритних елементів з флоат-скла.

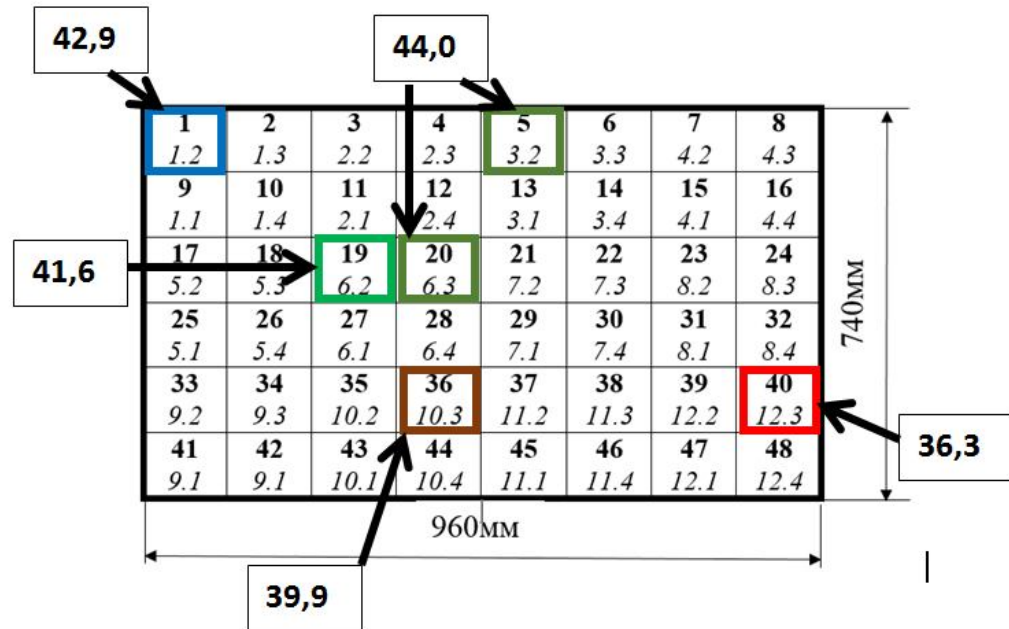


Рисунок 7.11. Схема розташування критичних ділянок з мінімальними значеннями границі міцності на поверхні пластини

За рівнянням (7.2.1) виконано розрахункову оцінку глибини критичних напівеліптичних мікротріщин джерел руйнування скла для визначених ділянок з мінімальною міцністю, а саме:

ділянка 12.3 – 81мкм; 10.3 – 67мкм; 6.2 - 62мкм; 1.2 – 58мкм и 3.2 та 6.3 – 55мкм. Таким чином, причиною низьких значень елементів конструкцій типу пластин з флоат-скла у вихідному стані є технологічна дефектність. Глибина критичних мікротріщин становить 55...80мкм.

Для відповідальних будівельних конструкцій імовірність руйнування скляних елементів має бути низькою внаслідок небезпечного і складно прогнозованого крихкого характеру руйнування скла. При імовірності руйнування 1% значення границі міцності становить 35МПа. Екстраполяція нижньої частини статистики Вейбулла для імовірності руйнування пластини 0,1% дає значення границі міцності -25МПа. Це означає що при використанні цього значення у якості

допускнуго напруження для дослідженої пластини флоат-скла, коефіцієнт запасу міцності відносно середнього для отриманої вибірки становить 3.

Відомо, що для будівельних прозорих конструкцій зі скла у вихідному стані допускане напруження приймають від 15 до 20 МПа. Що потребує відповідного збільшення товщини та ваги конструкцій. Тому в разі необхідності застосування дослідженої пластини для відповідальних елементів подібно застосувати технологію загартування скловиробів. Відповідно за цією технологією за рахунок наведення значних напружень стиску допускані напруження для виробів з листового скла можуть бути підвищені до 100МПа.

ВИСНОВКИ

Спільно з співробітниками відділу 12 відпрацьована методика, яка забезпечує достовірну оцінку конструкційної міцності елементів з флоат-скла типу пластин при дії напружень розтягу при згині з урахуванням неоднорідності дефектів поверхні.

Отримано комплексну оцінку впливу критичних технологічних мікротріщин поверхні флоат-скла на міцність дослідженої пластини товщиною 6мм, характерні параметри статистичного розподілу за Вейбуллом для значень границі міцності.

Показано необхідність застосування технологічних методів зміцнення силових елементів цього типу для відповідальних конструкцій з флоат-скла, наприклад, методом загартування.

ЗАГАЛЬНИЙ ВИСНОВОК

В першому розділі було спроектовано привід випробувальної установки, за початковими даними був підібраний двигун для забезпечення необхідної потужності установки. Зміна параметрів двигуна і редуктора призвела до зміни розмірів його елементів. Тому були проведені кінематичний та силовий розрахунки привода, проектні розрахунки передач і валів, виконані їх перевірні розрахунки, підібрані підшипники із заданим ресурсом.

В другому розділі було проведено оптимізацію циліндричної зубчастої передачі за геометричними показниками якості зачеплення шляхом корегування зубчастих коліс, тобто визначення оптимальних коефіцієнтів зміщення $x_1 = 0,735$; $x_2 = -0,735$ при яких основні геометричні показники якості зачеплення зубчастої передачі отримали оптимальні значення. Так, $\varepsilon_\alpha = 1,388 > 1$ тобто зубчасте зачеплення буде неперервним. Коефіцієнти товщини зубців у вершині мають оптимальні значення $S_\alpha^* = 0,326$ – для шестерні та $S_\alpha^* = 0,87$ – для колеса, тому надмірне загострення зубців коліс виключене. В результаті корегування відбулось вирівнювання коефіцієнтів питомого ковзання шестерні і колеса на ніжках зубців ($\lambda_1 = 0,382$ та $\lambda_2 = 0,382$), при цьому знос зубців обох коліс буде найбільш рівномірним і збільшиться загальний строк служби передачі.

В третьому розділі було проведено проектування опорної круглої плити.

Отже, пластина може витримати навантаження $q = 1327 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}$, величини максимального прогину становлять $W_{max} = 3,654 \cdot 10^{-6}$ м.

В четвертому розділі проведено аналіз напружено-деформованого стану при стисканні кулі силою направленою вздовж осі.

В п'ятому розділі було проведено чисельні розрахунки напружено-деформованого стану випробувального трубчастого зразка, який призначений для випробування на розтяг. Розрахунки проводились на основі МСЕ та використовуючи програмний пакет FEMAP.

В нашому розрахунку коефіцієнт концентрації напружень є меншим від теоретичного коефіцієнту, а саме:

$$\alpha = \frac{787}{761,9} \approx 1,033 < 1,05.$$

В шостому розділі були проведені чисельні розрахунки власних частот та відповідних власних форм крутних коливань системи з двома степенями вільності, в якості якої розглядався проміжний вал редуктора проектного приводу випробувальної установки.

В оригінальній частині була проведена експериментальна оцінка неоднорідності характеристик міцності і дефектності поверхні елементів листового флоат-скла при згині.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Метод. вказівки до виконання курсового проекту з деталей машин для студ. спец. “Динаміка і міцність машин” / Уклад.: Б.І. Ковальчук, О.П. Заховайко. – К.: НТУУ “КПІ”, 2011. – 148 с.
2. Павлице В. Т. Основи конструювання та розрахунок деталей машин: Підручник для вузів. – К.: Вищашк., 1993.
3. Киркач Н.Ф., Баласанян Р.А. Расчет и проектирование деталей машин. – Х.: Основа, 1991.
4. Цехнович Л.И., Петриченко И.П. Атлас конструкций редукторов. – К.: Вищашк., 1990.
5. Синтез циліндричного евольвентного зачеплення з використанням програмного модуля "PROF Z". Методичні вказівки до курсового проекту з дисципліни "Теорія механізмів і машин" для студентів напряму підготовки 6.050501 "Прикладна механіка" / Укл.: к.т.н., доц. О.П. Заховайко. – К.: НТУУ "КПІ", 2010. – 42 с.
6. Чемерис О.М. Методичні вказівки до розв’язування задач симетричнокруглих пластин з дисципліни „Будівельна механіка машин” для студентів спеціальності ДММ. – К.: КПІ, 1992.
7. Тимошенко С.П., Войнівський-Крігер С. Пластини і оболонки. - М.: Наука, 1966. - 636 с.
8. Опір матеріалів / Підручник. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1993. – 655с.
9. Бояршинов С.В. Основи конструктивної механіки машин. Підручник для студентів ВНЗ "Машинобудування", 456 с.
10. Рекач В.Г. Руководство к решению задач по теории упругости. – М.: Высшая школа, 1966.
11. Методичні вказівки до виконання випускної атестаційної роботи бакалавра з напряму 0902 – Інженерна механіка для спеціальності 7.090201 – Динаміка і міцність машин / Укл.: А.Є. Бабенко, О.О. Боронко, О.П. Заховайко, Б.І.

- Ковальчук, К.М. Рудаков, Ю.М. Сидоренко, О.М. Чемерис. Під загальною редакцією М.І. Бобиря. – К.: НТУУ "КПІ", 2004. – 47 с.
12. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ "КПІ", 2007. – 379 с.
 13. Рудаков К.Н. FEMAP 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. К., 2011. – 317 с. Режим доступа: <http://www.cad.dp.ua/stats/FEMAP-102.php>.
 14. Василенко Н.В. Теория колебаний. – Киев: Вища школа, 1992. – 423с.
 15. Василенко М.В., Алексейчук О.М. Теорія коливань і стійкості руху: Підручник. – Київ: Вища шк., 2004. – 525с.
 16. Конструкционная прочность хрупких неметаллических материалов / Ю.М. Родичев // Прочность материалов и конструкций, Раздел 9.2.; Под ред. В.Т. Троценко. – К.: Академперіодика, 2005 . – С. 955-992.
 17. Rodichev Yu. Fracture resistance, surface defects and structural strength of glass / Yu. Rodichev, F. Veer // Challenging Glass 2- Conference on Architectural and Structural Applications of Glass Faculty of Civil Engineering and Geosciences Delft University of Technology(Delft, Netherland, June 2010).- IOS Press,2010. –P.363 – 373.
 18. Influence of surface and internal defects on the fracture and engineering strength of glassmaterials /Rodichev Yu, Tregubov N., Veer F., Maslov V.// Proc. of Int. conf. “In-service damage of materials, its diagnostics and prediction”.-2011, Ternopil, Ukraine, 2011. – P.114-123.
 19. Ред. Китайгородский И. И. (Ред.), Справочник по производству стекла. Том 1// Государственное издательство литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам.- г. Владимир.-1963.- Стр. 244 - 245.
 20. ГОСТ Р 50779.27-2017 (МЭК 61649:2008).- НАЦИОНАЛЬНЫЙ СТАНДАРТ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ.- Статистические методы.- РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА. АНАЛИЗ ДАННЫХ.- Дата введения 2018-12-01.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Форм.	Зона	Поз.	Обозначение	Наименование	Кол.	Примеч.
				<u>Документація</u>		
			МП-71.ИД-5П.00.00.СК	Складальне креслення	1	
				<u>Деталі</u>		
		1	МП-71.ИД-5П.00.01	Зразок	1	
		2	МП-71.ИД-5П.00.02	Тягу	1	
		3	МП-71.ИД-5П.00.03	Тягу	1	
		4	МП-71.ИД-5П.00.04	Муфта	1	
		5	МП-71.ИД-5П.00.05	Серга	1	
		6	МП-71.ИД-5П.00.06	Зовнішній важіль	1	
		7	МП-71.ИД-5П.00.07	Призма	1	
		8	МП-71.ИД-5П.00.08	Гвинт	1	
		9	МП-71.ИД-5П.00.09	Редуктор	1	
		10	МП-71.ИД-5П.00.10	Електродвигун	1	
		11	МП-71.ИД-5П.00.11	Контакти	1	
		12	МП-71.ИД-5П.00.12	Електропіч	1	
		13	МП-71.ИД-5П.00.13	Напрявні	1	
		14	МП-71.ИД-5П.00.14	Термопара	1	
		15	МП-71.ИД-5П.00.15	Редуктор	1	
		16	МП-71.ИД-5П.00.16	Електродвигун	1	
		17	МП-71.ИД-5П.00.17	Наконечник	1	
		18	МП-71.ИД-5П.00.18	Упор	1	
		19	МП-71.ИД-5П.00.19	Клапан	1	
		20	МП-71.ИД-5П.00.20	Охолоджувальний прилад	1	
		21	МП-71.ИД-5П.00.21	Трансформатор	1	
				МП-71.ИД-5П.00.00.00		
Изм	Лист	№ докум.	Подп.	Дата		
Разраб.	Лавищенко Д.М.				Лит.	Лист
Пров.	Лавренко ЯІ					Листов
						1
Н. контр.					НТУУ "КПІ"	
Утв.					ММІ зр.МП-71	

