

УДК 519.2: 621.391

## МЕТОД ПРОВЕРКИ ГИПОТЕЗЫ О СРЕДНЕМ ЗНАЧЕНИИ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЯ В ПРОСТРАНСТВЕ С ПОРОЖДАЮЩИМ ЭЛЕМЕНТОМ

С. В. ЗАБОЛОТНЫЙ, С. С. МАРТЫНЕНКО, С. В. САЛЫПА

*Черкасский государственный технологический университет,  
Украина, Черкассы, 18006, бул. Шевченко, 460*

**Аннотация.** Предложен нестандартный метод проверки статистических гипотез о значении среднего случайных величин. Этот метод основан на аппарате стохастических степенных полиномов Кунченко и вероятностном описании с помощью статистик высших порядков (моментов и/или кумулянтов). Представлены аналитические выражения, которые позволяют оптимизировать решающие правила по определенному качественному критерию и рассчитывать вероятности ошибок принятия решения. Показано, что полиномиальные решающие правила при степени полинома  $S=1$  совпадают с классическим линейным решающим правилом, которое используется для сравнительного анализа. Полученные путем многократных статистических испытаний (методом Монте-Карло) результаты на примере использования критерия Неймана-Пирсона показывают, что предложенные полиномиальные решающие правила характеризуются повышенной точностью (уменьшением вероятности ошибок 2-го рода) по сравнению с линейной обработкой. Эффективность метода возрастает с увеличением порядка стохастического полинома и ростом степени отличия распределения случайных величин от гауссовского закона распределения вероятностей.

**Ключевые слова:** статистическая гипотеза; стохастические полиномы; породный элемент; статистики высших порядков

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что параметрический подход к решению задач проверки статистических гипотез, позволяющий получать оптимальные решения, базируется на формировании функционала правдоподобия, который вычисляется по эмпирическим данным. Однако практическая реализация такого подхода сопровождается рядом проблем информационного и вычислительного характера. В частности, необходимым условием их применимости является наличие априорной информации о законе распределения статистических данных. Кроме того, параметрические методы, могут характеризоваться существенной сложностью и громоздкостью, что значительно усложняет как их ал-

горитмическую реализацию, так и анализ эффективности получаемых решений.

Это приводит к тому, что в реальных прикладных задачах все большую популярность приобретают методы непараметрической статистики, основным достоинством которых является их расчетная простота и отсутствие привязки к конкретному виду распределений. Очевидной платой «не учета» вероятностных свойств статистических данных является снижение мощности непараметрических критериев по сравнению с оптимальными параметрическими решениями.

Одним из компромиссных подходов к решению статистических задач является построение вероятностных моделей на основе

DOI: [10.20535/S0021347018050060](https://doi.org/10.20535/S0021347018050060)

© С. В. Заболотный, С. С. Мартыненко, С. В. Салыпа, 2018

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Nikias, C. L.; Mendel, J. M. "Signal processing with higher-order spectra," *IEEE Signal Processing Mag.*, Vol. 10, No. 3, P. 10-37, 1993. DOI: [10.1109/79.221324](https://doi.org/10.1109/79.221324).
2. Красильников, А. И.; Берегун, В. С. "Применение метода ортогональных представлений для нахождения плотностей вероятности типовых моделей флуктуационных сигналов," *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 54, № 11, С. 13-21, 2011. URI: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347011110021>.
3. Palahin, V.; Juhar, J. "Joint signal parameter estimation in non-Gaussian noise by the method of polynomial maximization," *J. Electrical Engineering*, Vol. 67, No. 3, P. 217-221, 2016. DOI: [10.1515/jee-2016-0031](https://doi.org/10.1515/jee-2016-0031).
4. Giannakis, G. B.; Mendel, J. M. "Identification of nonminimum phase systems using higher order statistics," *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, Vol. 37, No. 3, P. 360-377, 1989. DOI: [10.1109/29.21704](https://doi.org/10.1109/29.21704).
5. Mendel, J. M. "Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: Theoretical results and some applications," *Proc. IEEE*, Vol. 79, No. 3, P. 278-305, 1991. DOI: [10.1109/5.75086](https://doi.org/10.1109/5.75086).
6. Montfort, K.; Mooijaart, A.; Leeuw, J. "Regression with errors in variables: estimators based on third order moments," *Statistica Neerlandica*, Vol. 41, No. 4, P.

223-238, 1987. DOI: [10.1111/j.1467-9574.1987.tb01215.x](https://doi.org/10.1111/j.1467-9574.1987.tb01215.x).

7. Dagenais, M. G.; Dagenais, D. L. "Higher moment estimators for linear regression models with errors in the variables," *J. Econometrics*, Vol. 76, No. 1-2, P. 193-221, 1997. DOI: [10.1016/0304-4076\(95\)01789-5](https://doi.org/10.1016/0304-4076(95)01789-5).

8. Cragg, J. G. "Using higher moments to estimate the simple errors-in-variables model," *RAND J. Economics*, Vol. 28, P. 71-91, 1997. URI: <http://www.jstor.org/stable/3087456>.

9. Lokajčec, T.; Klíma, K. "A first arrival identification system of acoustic emission (AE) signals by means of a high-order statistics approach," *Meas. Sci. Technol.*, Vol. 17, No. 9, P. 2461, 2006. DOI: [10.1088/0957-0233/17/9/013](https://doi.org/10.1088/0957-0233/17/9/013).

10. Берегун, В. С.; Красильников, А. И. "Исследование чувствительности коэффициента эксцесса диагностических сигналов для контроля состояния электротехнического оборудования," *Техническая электродинамика*, №. 4, С. 79-85, 2017. DOI: [10.15407/techne2017.04.079](https://doi.org/10.15407/techne2017.04.079).

11. Zabolotnii, S. W.; Warsza, Z. L. "Semi-parametric estimation of the change-point of parameters of non-Gaussian sequences by polynomial maximization method," In: Szewczyk R., Zieliński C., Kaliczyńska M. (eds.) *Challenges in Automation, Robotics and Measurement Techniques. Advances in Intelligent Systems and Computing*, Vol. 440. Cham: Springer, 2016, P. 903-919. DOI: [10.1007/978-3-319-29357-8\\_80](https://doi.org/10.1007/978-3-319-29357-8_80).

12. Кендалл, М.; Стюарт, А. *Статистические выводы и связи*. М.: Наука, 1973. 899 с.

13. Бендат, Дж.; Пирсол, А. *Прикладной анализ случайных данных*. М.: Мир, 1989. 540 с.

14. Левин, Б.Р. *Теоретические основы статистической радиотехники*. М.: Радио и связь, 1989. 656 с.

15. Скляр, Б. *Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение*. М.: Вильямс, 2003. 1104 с.

16. Johnson, N. L. "Systems of frequency curves generated by methods of translation," *Biometrika*, Vol. 36, No. 1/2, P. 149-176, 1949. URI: <http://www.jstor.org/stable/2332539>.

17. Абдрашитов, В.Г.; Рыжов, В.В. "Аппроксимация унимодальных распределений функциями системы Пирсона," *Математическое моделирование*, Т. 8, №. 7, С. 74-80, 1996. URI: <http://mi.mathnet.ru/mm1602>.

18. Ord, J. K. "On a system of discrete distributions," *Biometrika*, Vol. 54, No. 3/4, P. 649-656, 1967. DOI: [10.2307/2335056](https://doi.org/10.2307/2335056).

19. D'Agostino, R. B. "Transformation to normality of the null distribution of  $g_1$ ," *Biometrika*, Vol. 57, No. 3, P. 679-681, 1970. URI: <http://www.jstor.org/stable/2334794>.

20. Jarque, C. M.; Bera, A. K. "A test for normality of observations and regression residuals," *Int. Statistical Rev.*, Vol. 55, No. 2, С. 163-172, 1987. URI: <http://www.jstor.org/stable/1403192>.

21. Warsza, Z. L.; Zabolotnii, S. W. "A polynomial estimation of measurand parameters for samples of non-Gaussian symmetrically distributed data," In: Szewczyk R., Zieliński C., Kaliczyńska M. (eds.) *Automation 2017. ICA 2017. Advances in Intelligent Systems and Computing*, Vol. 550. Cham: Springer, 2017, P. 468-480. DOI: [10.1007/978-3-319-54042-9\\_45](https://doi.org/10.1007/978-3-319-54042-9_45).

22. Warsza, Z. L.; Zabolotnii, S. W. "Estimation of measurand parameters for data from asymmetric distributions by polynomial maximization method," In: Szewczyk R., Zieliński C., Kaliczyńska M. (eds.) *Automation 2018. AUTOMATION 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing*, Vol. 743. Cham: Springer, 2018, P. 746-757. DOI: [10.1007/978-3-319-77179-3\\_74](https://doi.org/10.1007/978-3-319-77179-3_74).

23. Kunchenko, Y. P. *Polynomial Parameter Estimations of Close to Gaussian Random Variables*. Aachen: Shaker Verlag, 2002.

24. Кунченко, Ю.П. *Стохастические полиномы*. К.: Наук. думка, 2006. 275 с.

25. Кунченко, Ю.П. *Полиномы приближения в пространстве с порождающим элементом*. К.: Наук. думка, 2003. 243 с.

26. Заболотний, С.В.; Чепинога, А.В.; Салыпа, С.В. "Спосіб генерації випадкових величин," Декларативний патент України на корисну модель МПК G06F7/58/, № 57092; Заявл. 16.07.2010; Опубл. 10.02.2011, *Бюл. Изобр.*, № 3.

Поступила в редакцию 20.04.2015

После переработки 27.03.2018