

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

# **КОГНІТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СКЛАДНИХ СИСТЕМ ПРОЄКТУВАННЯ ТА АНАЛІЗ КОГНІТИВНИХ МОДЕЛЕЙ**

Рекомендовано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
як навчальний посібник для здобувачів ступеня магістра  
за освітніми програмами «Системний аналіз і управління», «Системний аналіз фінансового  
ринку»  
спеціальності F4 «Системний аналіз та наука про дані»

Укладач: Ю.Л. Мілявський

Електронне мережеве навчальне видання

Київ  
КПІ ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО  
2025

УДК 303.732

Укладач: *Мілявський Юрій Леонідович*, д.т.н.

Рецензент *Статкевич В.М.*, к.ф.-м.н., науковий співробітник відділу прикладного нелінійного аналізу ННК "ІПСА"

Відповідальний редактор *Просянкіна-Жарова Т.І.*, к.е.н., доцент

*Гриф надано Методичною радою КПІ ім. Ігоря Сікорського  
(протокол № 8 від 29.05.2025 р.)  
за поданням вченої ради навчально-наукового інституту прикладного системного аналізу  
(протокол № 5 від 26.05.2025 р.)*

Когнітивне моделювання складних систем. Проектування та аналіз когнітивних моделей. [Електронний ресурс] : навч. посіб. для здобувачів ступеня магістра за освітніми програмами «Системний аналіз і управління», «Системний аналіз фінансового ринку» спеціальності F4 «Системний аналіз та наука про дані» / КПІ ім. Ігоря Сікорського ; уклад.: Ю.Л. Мілявський. – Електрон. текст. дані (1 файл). – Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025. – 39 с.

У посібнику наведено методичні рекомендації до проектування, аналізу, прогнозування та керування складною системою довільної природи на основі методології когнітивного моделювання. Основну увагу приділено побудові когнітивної карти, дослідженню її стійкості, сценарному аналізу та керуванню системою за допомогою моделей імпульсних процесів у когнітивних картах. Наведено релевантні теоретичні відомості та ряд практичних інструкцій та рекомендацій до виконання самостійної роботи, що полягає у побудові та дослідженні обраної студентом складної системи за допомогою когнітивної карти в межах освітнього компоненту «Когнітивне моделювання складних систем».

Посібник призначено для здобувачів ступеня магістра спеціальності F4 «Системний аналіз та наука про дані». Буде також корисним студентам інших спеціальностей галузі знань F «Інформаційні технології» та всім, хто цікавиться когнітивним моделюванням.

УДК 303.732

Реєстр. № НП 24/25 - 538. Обсяг 1,75 авт. арк.

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
проспект Берестейський, 37, м. Київ, 03056  
<https://kpi.ua>

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів видавничої продукції ДК № 5354 від 25.05.2017 р.

© КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2025

## ЗМІСТ

ЗМІСТ .....	3
ВСТУП.....	4
1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ.....	6
2. ПРОЦЕС ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ В ХОДІ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ...	24
3. ПРЕЗЕНТАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ.....	35
КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ .....	36
ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ.....	38
ДОДАТОК А. ПРИКЛАДИ ТЕМ РОБОТИ.....	39

## ВСТУП

Когнітивне моделювання – один із сучасних підходів до аналізу складних систем як у статиці, так і в динаміці. В рамках освітнього компоненту «Когнітивне моделювання складних систем», що викладається в КПІ ім. Ігоря Сікорського для здобувачів магістерського рівня освіти по спеціальності F4 «Системний аналіз та наука про дані», розглядаються переважно математичні аспекти, пов'язані з таким базовим інструментом аналізу як когнітивна карта (КК). Вона дозволяє описувати і моделювати економічні, соціальні, політичні, психологічні, фінансові, біологічні та інші процеси, які раніше важко піддавались кількісному аналізу. Метою освітнього компоненту «Когнітивне моделювання складних систем» є формування знань і набуття досвіду з побудови КК, їх аналізу, прогнозування, керування та застосування до вирішення практичних задач. Предметом цієї навчальної дисципліни є когнітивні моделі, зокрема, КК, та їхнє застосування для вирішення широкого кола практичних задач, а саме аналізу складних систем різної природи, які можна описати та дослідити за допомогою моделей, методів і засобів, що відомі як когнітивні.

Згідно силабусу, для більш поглибленого засвоєння матеріалу протягом навчального семестру студенти проводять самостійну роботу з когнітивного аналізу вибраних ними складних систем. Студенти досліджують систему, будують КК, аналізують її властивості, моделюють динаміку її імпульсного процесу при різних початкових збуреннях, керують імпульсним процесом за допомогою обраного методу, роблять висновки по результатах свого дослідження. Ця робота виконується студентами в межах годин, виділених для самостійної роботи студентів, а також частково на семінарських заняттях. Публічне представлення результатів з цієї роботи (захист) є модульною контрольною роботою. Саме виконання та захист цієї самостійної роботи, згідно рейтингової системи оцінювання, є основним джерелом рейтингових балів для семестрового контролю.

Цей навчальний посібник покликаний допомогти студентам при виконанні самостійної роботи з проектування та аналізу складної системи за допомогою когнітивної карти. У стислому викладі він містить усю найважливішу інформацію, потрібну студентам для цієї роботи. Основна частина посібника складається з трьох розділів. У першому розділі наведено короткі теоретичні відомості, що виділяють найважливіші для самостійної роботи блоки інформації, що викладаються на лекційних заняттях. Другий

розділ складається з шести підрозділів, які відповідають шести основним етапам виконання самостійної роботи. А саме, це вибір теми роботи і побудова чернетки КК, опис вершин та ребер КК, аналіз стійкості, сценарний аналіз, керування імпульсним процесом та написання висновків. У кожному з цих підрозділів зібрані найважливіші з практичної точки зору вказівки, рекомендації та зауваження стосовно відповідної частини самостійної роботи. Ці вказівки та рекомендації є результатом узагальнення практичного досвіду виконання аналогічних робіт укладачем та студентами в минулі роки. Третій розділ посібника коротко описує вимоги до захисту роботи. Також наявний перелік літератури і один додаток.

В цілому, посібник може бути корисним не лише студентам відповідного освітнього компонента, а й усім спеціалістам-практикам, зацікавленим у когнітивному моделюванні складних систем.

# 1. КОРОТКІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Одним з підходів до вирішення складноструктурованих слабоформалізованих задач є когнітивне моделювання. Когнітивне моделювання [1] – це розділ когнітивної науки, що займається моделюванням ментальних процесів та вирішенням прикладних задач людиною за допомогою спрощених (графових чи інших) моделей, що можуть бути комп'ютеризовані і автоматизовані. Це міждисциплінарна галузь, що знаходиться на стику системного аналізу, комп'ютерних наук, математики, когнітивної психології та інших галузей прикладної когнітології.

Згідно [2, 3], когнітивна карта (КК) - це орієнтований граф, вершини (вузли) якого відображають деякі чинники (поняття, сутності, концепти), а ребра - зв'язки між цими факторами. Вперше поняття «когнітивна карта» з'явилося у психології в роботі Е. Толмена [4] і означало власне карту місцевості, але не реальну, а уявну, що формується в голові у людини чи тварини. Р. Аксельрод [2] використав поняття КК у політології і першим почав розглядати їх у звичній нам математичній формі орієнтованого графа з плюсами і мінусами над ребрами. Знак "плюс" над ребром з вершини А в вершину Б означає, що збільшення значення в вершині А веде до збільшення значення в вершині Б, а знак "мінус" означає, що збільшення в А веде до зменшення в Б. Далі, Ф. Робертс [3] розробляв математичний апарат теорії графів для вирішення соціально-економічних завдань і запровадив математичний формалізм при описі КК, ввів поняття імпульсного процесу та зваженої КК, коли над ребрами надписуються не знаки, а числа, які характеризують ступінь впливу фактора А на фактор Б.

Очевидно, що класичні КК мають ряд обмежень. Згідно [6], виділимо такі:

- 1) Моделям КК не вистачає запізнь у взаємодії між вершинами.
- 2) Ваги ребер лінійні.
- 3) КК не можуть представляти логічні оператори (І, АБО, НЕ та XOR) між вхідними вершинами.
- 4) КК не можуть моделювати багатозначні («сірі») середовища.
- 5) КК не охоплюють багатостанові (квантові) концепції.
- 6) КК не може обробляти більше ніж один зв'язок між вершинами.
- 7) Багато реальних причинно-наслідкових зв'язків не є ні симетричними, ні монотонними, як у моделі КК.
- 8) Динаміка КК має перший порядок, де наступний стан залежить тільки від попереднього.

Тому в наш час закордонні вчені приділяють багато уваги вивченню нечітких когнітивних карт та їхніх численних модифікацій. Нечіткі КК (НKK) були вперше запропоновані Б. Коско [5]. Основна відмінність нечітких КК від чітких полягає в тому, що концепти розглядаються як нечіткі множини, над якими можна здійснювати операції нечіткої логіки. Імпульсний процес у нечітких КК описується дещо іншим рівнянням, що враховує ці особливості. В західному світі нечіткі КК набули великої популярності через те, що на практиці більшість вершин КК та ваг ребер між ними складно виміряти чи обчислити точно, а нечіткі множини і операції дозволяють квантифікувати неточні експертні оцінки. Звичайно ж, модель Коско не була універсальною, тому з часом виникло дуже багато модифікацій. Серед них можна виділити НKK на основі правил виведення, розширені НKK, «сірі» НKK, інтуїтивістські НKK, динамічні когнітивні мережі, динамічні випадкові НKK, еволюційні НKK, НKK з урахуванням часу, НKK на основі автоматів та багато інших, розроблених такими науковцями, як Aguilar J., Hagiwara M., Calais G., Stylios C., Parageorgiou E., Carvalho J. тощо. Тим не менше, у подальшому в посібнику будуть розглядатись переважно чіткі зважені КК, більш складні види когнітивних моделей виносяться за межі розгляду.

Під когнітивним моделюванням часто розуміють вирішення взаємозалежних системних задач когнітивного аналізу і синтезу [1]. Когнітивний аналіз включає в себе такі етапи: розробка когнітивної моделі; аналіз шляхів і циклів когнітивної моделі; аналіз спостережуваності і керованості системи; аналіз стійкості і можливості катастроф; сценарний аналіз; аналіз складності і зв'язності системи; аналіз чутливості; аналіз можливостей адаптації та самоорганізації; прогнозування; прийняття рішень експертом.

На основі даних когнітивного аналізу здійснюється вирішення задач когнітивного синтезу - декомпозиції і композиції моделі, оптимізація, синтез системи з заданими властивостями з простих когнітивних структур шляхом декомпозиції або добудовування вихідної структури; прийняття рішень.

Основною особливістю прогнозування та його результату - прогнозу, отриманого за допомогою когнітивної моделі, є те, що він характеризує тенденцію розвитку процесів у системі, точніше, різні можливі тенденції розвитку, при гіпотетичних змінах факторів або їх комбінацій в модельованому майбутньому, а не значення чисельних показників, які отримані шляхом обробки даних про процеси, що вже відбулися. Таке прогнозування швидше

можна назвати науковим передбаченням, відповіддю на питання «а що буде, якщо?». Але завдання прогнозування за допомогою когнітивних моделей може бути поставлене по-іншому, якщо при побудові когнітивної моделі в основному спиратися на чисельно представлені результати спостережень над об'єктом (статистичні дані). Тоді можна зіставляти і порівнювати результати прогнозів, отриманих статистичними методами і методом імпульсного моделювання на КК.

Дотримуючись підходу, який можна вважати загальним при побудові будь-якої моделі і використання її в якості прогнозованої, пропонується діяти за нижченаведеною схемою:

1. Розробка когнітивної моделі відповідно до наявної кількісної і якісної інформації.

2. Моделювання сценаріїв (методом імпульсного моделювання) на основі розробленої когнітивної моделі, що відображають можливий розвиток ситуацій в системі, - прогнозування розвитку ситуацій.

3. Порівняння результатів моделювання з даними спостережень.

4. Синтез іншої когнітивної структури, якщо спостерігаються розбіжності між результатами спостережень і прогнозованими значеннями.

Щодо когнітивного синтезу, може бути два основні підходи до побудови системи із заданими властивостями. Систему можна конструювати з деяких більш простих елементів (з простих когнітивних структур) і шляхом декомпозиції або добудовування вже існуючої структури (за результатами аналізу чутливості системи). Схема дій при першому підході така:

1. Задання властивостей системи у вигляді бажаної тенденції розвитку (імпульсного процесу) і бажаних топологічних властивостей (властивостей зв'язності), які характеризують і інші властивості системи (стійкість, адаптованість і ін.).

2. Вибір критеріїв відповідності синтезованої структури бажаним властивостям.

3. Вибір простих когнітивних структур, з яких конструюється більш складна структура.

4. «Склеювання» вершинами, ребрами, гранями простих структур за певними правилами, що впливають з їхніх властивостей.

5. Аналіз чутливості отриманої моделі до варіацій параметрів, внутрішніх і зовнішніх впливів, імпульсне моделювання, порівняння з бажаними характеристиками, прийняття рішень.

Розглянемо докладніше процес побудови КК для заданої складної системи. На основі [1] виділимо такі етапи.

*I етап.* Когнітивний аналіз складної ситуації (занурення в проблему, ідентифікація проблеми) складається з ряду дій: 1) формулювання завдання і цілей дослідження, вивчення поточної ситуації або процесу (наприклад, соціально-економічного) з позиції поставленої мети; 2) збір, систематизація, аналіз існуючої статистичної та якісної інформації з проблем; 3) виділення основних характеристичних ознак досліджуваного процесу (досліджуваної ситуації) і виявлення взаємозв'язків між ними; 4) визначення дій основних об'єктивних законів (економічних, соціальних, політичних, екологічних) розвитку досліджуваної ситуації, що дозволить виділити об'єктивні залежності і тенденції в процесах, що відбуваються в цих ситуаціях; 5) визначення властивих досліджуваній ситуації вимог, умов, обмежень; 6) виділення основних соціально-політичних суб'єктів, пов'язаних із ситуацією, визначення їх суб'єктивних інтересів у розвитку даної ситуації, що дозволить визначити можливі зміни в об'єктивному розвитку ситуації, виділити чинники, на які реально можуть впливати суб'єкти ситуації; 7) визначення шляхів, механізмів дії, реалізації економічних і політичних інтересів основних соціально-політичних суб'єктів, що дозволить в подальшому визначити стратегії поведінки і запобігання небажаним наслідкам розвитку ситуації.

*II етап.* Побудова когнітивної моделі проблемної ситуації складається з таких дій: 1) виділення факторів, що на думку експертів характеризують проблемну ситуацію; 2) групування факторів по блоках; об'єднуються в один блок фактори, що характеризують дану сферу проблеми і визначають процеси в цій сфері. Виділення в блоці групи інтегральних показників (чинників), по зміні яких можна робити висновки про загальні тенденції в даній сфері, виділення в блоці показників, що характеризують тенденції і процеси в цій сфері; 3) визначення зв'язків між факторами: визначення зв'язків і взаємозв'язків між блоками факторів, що дозволить виявити основні напрямки впливу факторів різних блоків один на одного, визначення безпосередніх зв'язків факторів всередині блоку, визначення напряму впливів і взаємовпливів між факторами, визначення позитивності впливу (позитивний «+», негативний «-») і ступеня впливу («сильно», «слабо»), визначення зв'язків між факторами різних блоків; 4) побудова КК.

*III етап.* Моделювання і перевірка адекватності моделі. 1) Визначення початкових умов, тенденцій, що характеризують розвиток ситуацій на даному етапі. 2) Задання цільових бажаних напрямків (збільшення, зменшення) і сили

(слабо, сильно) зміни тенденцій процесів у ситуації. 3) Вибір комплексу заходів, визначення їх можливої і бажаної сили і спрямованості впливів (заходів, чинників) на ситуацію, силу і спрямованість яких необхідно визначити. 4) Вибір спостережуваних факторів (індикаторів), що характеризують розвиток ситуації; здійснюється в залежності від цілей аналізу і бажання користувача. Додатково до цих традиційних завдань когнітивного моделювання в процес моделювання можуть бути включені і ряд інших. Перевірка адекватності моделі здійснюється шляхом зіставлення отриманих результатів з характеристиками системи, які при тих же початкових умовах були в минулому.

Поширені такі методи побудови КК.

*1-й метод.* КК будує сама людина, що приймає рішення (ЛПР), на основі своїх знань і уявлень без залучення експертів і довідкових матеріалів. Перевага методу: швидкість побудови КК. Недолік: адекватність когнітивної карти сильно залежить від кваліфікації ЛПР, її знань і вмінь відчувати характер відносин між концептами.

*2-й метод.* Побудова КК експертами на основі вивчення документів. Перевага: метод зручний і дозволяє використовувати дані, що використовуються самою ЛПР. Недолік: вивчення документів експертами - тривалий і трудомісткий процес.

*3-й метод.* Побудова когнітивної карти на основі опитування групи експертів, що мають можливість оцінювати причинно-наслідкові зв'язки. Перевага: можливість агрегувати індивідуальні думки та базування на більшому діапазоні оцінок, ніж можна отримати з досліджуваних документів. Недолік: трудомісткість.

*4-й метод.* Побудова КК на основі відкритих опитувань. Переваги: метод може бути використаний для побудови порівняльних КК, крім того, досліднику надається можливість вести активний діалог із джерелами інформації. Недолік: трудомісткість.

При побудові когнітивних карт можна застосовувати поєднання цих методів.

В процесі функціонування складної системи з імпульсним характером поведінки під впливом різних збурень координати КК з часом змінюються. При цьому кожна вершина КК  $l_i$  набуває значення  $Y_i(k)$  в дискретні моменти часу  $k=0,1,2,\dots$ . На кожному періоді дискретизації значення  $Y_i(k+1)$  визначається величиною  $Y_i(k)$  та інформацією про те, як збільшили або зменшили свої

значення інші вершини  $l_j$ , що є суміжними з  $l_i$ , у момент часу  $k$ . Зміна координати  $l_j$  в момент часу  $k$  називається імпульсом згідно [3] та позначається  $P_j(k)$  і задається різницею  $P_j(k) = Y_j(k) - Y_j(k-1)$  при  $k > 0$ . Імпульс  $P_j(k)$ , що надходить на одну з вершин  $l_j$ , буде поширюватись по ребрах КК на решту вершин, підсилюючись або затухаючи. В подальшому у роботі прийнято таке рівняння, що описує процес поширення збурень по вершинах класичної зваженої КК [3]

$$Y_i(k+1) = Y_i(k) + \sum_{j=1}^n a_{ij} P_j(k), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (1)$$

де  $a_{ij}$  — ваговий коефіцієнт дуги (ребра) орієнтованого графа, що з'єднує  $j$ -у вершину з  $i$ -ю у зваженій чіткій КК. Якщо дуга від вершини  $l_j$  до вершини  $l_i$  відсутня, то відповідний коефіцієнт  $a_{ij} = 0$ .

Правило зміни значень координат вершин КК (1) прийнято формулювати у вигляді різницевого рівняння першого порядку у приростах змінних:

$$\Delta Y_i(k+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta Y_j(k), \quad (2)$$

яке описує імпульсний процес у КК. При цьому перша різниця  $\Delta Y_i(k) = Y_i(k) - Y_i(k-1), i = 1, 2, \dots, n$ .

У векторній формі вираз (2) набуває вигляду:

$$\Delta \bar{Y}(k+1) = A \Delta \bar{Y}(k), \quad (3)$$

де  $A$  — транспонована вагова матриця суміжності, а  $\Delta \bar{Y}(k)$  — вектор приростів координат вершин  $Y_i$  КК при  $i = 1, 2, \dots, n$ . З точки зору теорії керування, модель (3) описує динаміку багатовимірної системи у дискретному часі при вільному русі координат вершин КК.

Звичайно ж, можна визначити імпульсний процес і у більш загальному випадку. Зокрема, у функціональному графі аналог рівняння (1) запишеться так:

$$Y_i(k+1) = Y_i(k) + \sum_{j=1}^n f(x_i, x_j, e_{ij}) P_j(k) + Q_i(k+1),$$

де  $Q_i(k+1)$  - зовнішнє збурення. А у найзагальнішому випадку модель імпульсного процесу - це кортеж  $\langle \Phi, Q, PR \rangle$ , де  $\Phi$  - КК,  $Q = Q(k)$  - послідовність зовнішніх збурень,  $PR$  - правило зміни параметрів (координат) вершин КК в часі.

Загальноприйнято назвати імпульсний процес *автономним*, якщо відсутні зовнішні впливи чи будь-які додаткові впливи не в початковий момент часу,

тобто якщо імпульсний процес забезпечується лише початковим імпульсом у перший момент часу. Автономний імпульсний процес називають *простим*, якщо в перший момент часу усі, крім однієї, координати вектора приростів є нульовими, тобто якщо імпульсний процес ініціюється зміною лише у одній вершині.

Очевидно, що для імпульсного процесу (динамічної системи) постає питання стійкості у сенсі, як її розуміють у математиці та теорії керування. Є багато визначень стійкості імпульсних процесів у КК. Виділимо за [3] два основні поняття. Перше відноситься до значень величин  $Y_i(k)$ , - координат вершин КК. Це поняття *стійкості за значенням* і воно вимагає, щоб значення  $Y_i(k)$  вершини не було занадто великим за абсолютною величиною. Друге стосується величин імпульсів  $P_i(k)$ , що подаються на вершини КК. Це поняття *імпульсної стійкості* і відповідно до нього зміна значення  $Y_i(k)$ , тобто імпульс  $P_i(k)$  не повинен бути занадто великим по абсолютній величині. Більш строго, вершина  $l_i$  називається *імпульсно стійкою* в імпульсному процесі, якщо послідовність  $\{|P_i(k)|, k=1,2,\dots\}$  - обмежена. Вершина  $l_i$  називається *стійкою за значенням* в імпульсному процесі, якщо послідовність  $\{|Y_i(k)|, k=1,2,\dots\}$  - обмежена. КК називається *стійкою* (за імпульсом чи за значенням), якщо цю властивість має кожна її вершина (в кожному імпульсному процесі). Легко показати, що зі стійкості за значенням випливає імпульсна стійкість, але не навпаки.

Для встановлення стійкості імпульсного процесу в КК можуть застосовуватись структурні та алгебричні методи. Структурні методи включають в себе пошук різних контурів у КК і виявлення структурно нестійких елементів графу. Наприклад, структурно нестійким є парний контур, тобто такий, добуток ваг ребер якого є додатним, а структурно стійким – непарний контур, добуток ваг ребер якого є від'ємним. Дійсно, парний цикл є контуром додатного зворотного зв'язку, а непарний – від'ємного.

Розглянемо для прикладу згадуваний вище тип структурного аналізу стійкості, що ґрунтується на понятті «рози» (rosette) [3]. Назвемо КК *розою*, якщо вона (як орграф) складається із центральної вершини  $x$  та контурів, що не перетинаються, які виходять з  $x$ . Більш загальне поняття - *узагальнена роза*; це сильно зв'язний орграф, центральна вершина  $x$  якого належить усім його контурам, при цьому  $x$  - єдина спільна вершина усіх контурів. Очевидно, що кожна роза є узагальненою розою, але не навпаки.

Нехай  $c_i$  - сума знаків контурів довжини  $i$ , якщо плюс рахується  $+1$ , а мінус рахується  $-1$ . І нехай  $s$  є таким найбільшим цілим, що  $c_s \neq 0$ . Якщо  $c_i = 0$  при всіх  $i$ , покладемо  $s = 0$ . У цьому випадку КК є стійкою за значенням. Якщо  $s > 0$ , то властивості стійкості повністю визначаються «пелюстковою послідовністю»  $(c_1, c_2, \dots, c_s)$ . У [3] сформульовано такі теореми.

**Теорема 1.** Якщо дві узагальнені рози мають однакові пелюсткові послідовності, то вони імпульсно (абсолютно) стійкі для усіх простих імпульсних процесів одночасно.

**Теорема 2.** Нехай дано узагальнену розу з пелюстковою послідовністю  $(c_1, c_2, \dots, c_s)$ ,  $s > 0$ . Якщо вона імпульсно стійка для всіх простих імпульсних процесів, то

- 1)  $c_s = \pm 1$ ;
- 2)  $c_i = -c_s c_{s-i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, s-1$ .

**Теорема 3.** Нехай КК являє собою узагальнену розу з пелюстковою послідовністю  $(c_1, c_2, \dots, c_s)$ ,  $s > 0$  і вона імпульсно стійка для всіх простих імпульсних процесів. Тоді вона буде також стійкою за значенням для всіх простих імпульсних процесів тоді і тільки тоді, коли  $\sum_{i=1}^s c_i \neq 1$ .

Але нас цікавитимуть переважно алгебричні методи встановлення стійкості імпульсних процесів, що ґрунтуються на власних числах матриці суміжності КК  $A$ . Ключовими тут є такі теореми [3].

**Теорема 4.** Якщо КК імпульсно стійка, то всі власні числа матриці суміжності не перевищують за модулем одиницю.

**Теорема 5.** Нехай всі ненульові власні числа матриці суміжності КК різні і не перевищують за модулем одиниці. Тоді КК є імпульсно стійкою.

Більш сильним варіантом цієї теореми є така:

**Теорема 6.** Такі твердження еквівалентні:

- 1) КК імпульсно стійка для всіх автономних імпульсних процесів;
- 2) КК імпульсно стійка для всіх простих імпульсних процесів;
- 3) Кожне власне число не перевищує за модулем одиницю, а кожне власне число, зв'язане у жордановій формі матриці суміжності цієї КК, за модулем менше від одиниці.

**Теорема 7.** Такі твердження еквівалентні:

- 1) КК стійка за значенням для всіх автономних імпульсних процесів;
- 2) КК стійка за значенням для всіх простих імпульсних процесів;

3) КК є імпульсно стійкою для всіх простих імпульсних процесів і серед власних чисел матриці суміжності немає рівного одиниці.

З цих теорем є ряд наслідків для знакових КК (а також зважених КК з цілочисельними вагами).

**Наслідок 1.** Якщо знакова або цілочисельна КК імпульсно стійка, то кожне ненульове власне число дорівнює за модулем одиниці.

**Наслідок 2.** Такі твердження еквівалентні для знакової чи цілочисельної КК:

- 1) КК імпульсно стійка для всіх автономних імпульсних процесів;
- 2) КК імпульсно стійка для всіх простих імпульсних процесів;
- 3) Кожне власне число не перевищує за модулем одиницю, а відмінні від нуля власні числа зв'язані у жордановій формі матриці зв'язності.
- 4) Кожне ненульове власне число дорівнює за модулем одиниці, а відмінні від нуля власні числа зв'язані у жордановій формі.

Основне призначення когнітивної моделі полягає в допомозі експерту у генерації правильного управлінського рішення [7]. Тому вони використовуються в системах підтримки прийняття рішень. Когнітивна модель візуалізує і впорядковує інформацію про обстановку, задум, мету і дії. При цьому візуалізація відіграє важливу когнітивну функцію, ілюструючи не тільки результати дій суб'єкта керування, а й підказуючи йому способи аналізу і генерування варіантів рішень. Когнітивна модель пояснює, на який чинник або взаємозв'язок факторів необхідно впливати, з якою силою і в якому напрямку, щоб отримати бажану зміну цільових факторів, тобто щоб досягти мети керування з найменшими витратами. Керуючі впливи можуть бути короткочасними (імпульсними) або тривалими (безперервними), що діють аж до досягнення мети.

При досягненні заданої мети відразу ж постає завдання утримання ситуації в досягнутому сприятливому стані до тих пір, поки не з'явиться нова мета. В принципі, завдання утримання ситуації в необхідному стані не відрізняється від завдання досягнення мети. Комплекс взаємопов'язаних керуючих дій, їх логічна послідовність складають цілісну стратегію керування – модель керування. Застосування різних моделей керування може привести до різних результатів. Тут важливо вміти передбачити, до яких наслідків призведе та чи інша управлінська стратегія. Для розробки такого роду прогнозів використовується сценарний підхід (сценарне моделювання) в рамках когнітивного аналізу. Іноді сценарне моделювання називають «динамічне

імітаційне моделювання». Сценарний підхід являє собою «розігрування» різних варіантів розвитку подій в залежності від обраної моделі керування і поведінки непередбачуваних факторів. Для кожного сценарію будується тріада «вихідні передумови – вплив на ситуацію – отриманий результат». Когнітивна модель в цьому випадку сприяє врахуванню всього комплексу ефектів для різних факторів, динаміку факторів та їх взаємозв'язків при різних умовах. Таким чином, виявляються всі можливі варіанти розвитку системи і генеруються пропозиції щодо оптимальної стратегії керування для реалізації бажаного сценарію з можливих. Етапи сценарного аналізу можна представити таким чином [7]:

- 1) формування мети керування (бажаної зміни цільових факторів);
- 2) розробка сценаріїв розвитку ситуації при застосуванні різних стратегій керування;
- 3) визначення досяжності поставленої мети;
- 4) перевірка оптимальності вже наміченої стратегії керування (якщо така є);
- 5) вибір оптимальної стратегії, відповідної найкращому, з точки зору поставленої мети, сценарію;
- б) конкретизація оптимальної управлінської моделі – розробка конкретно-практичних рекомендацій керівникам.

Ця конкретизація включає в себе виявлення керуючих факторів (за допомогою яких можна впливати на розвиток подій), визначення сили і спрямованості керуючих дій, передбачення ймовірних кризових ситуацій внаслідок впливу непередбачуваних зовнішніх чинників і т.п. Етапи сценарного моделювання можуть змінюватися в залежності від об'єкта дослідження і керування. На початковому етапі моделювання може бути достатньо якісної інформації, яка не має точного числового значення і відображає суть ситуації. При переході до моделювання конкретних сценаріїв все більш значущим стає використання кількісної інформації, що представляє собою числові оцінки значень будь-яких показників. Основними класами сценаріїв є сценарії, що моделюють зовнішні впливи та сценарії, що моделюють цілеспрямований (керований) розвиток ситуації.

Таким чином, ситуаційний аналіз є потужним інструментом розробки стратегії розвитку системи (ситуації, процесу тощо). Існуюча теоретична база когнітивного аналізу, хоча і вимагає уточнень і розвитку, дозволяє різним суб'єктам керування зайнятися розробкою власних когнітивних моделей,

оскільки передбачається, що для кожної проблеми складаються специфічні моделі.

Таким чином, когнітивна модель сприяє:

- 1) дослідженню проблем, що виникають в слабкоструктурованих об'єктах, системах, середовищах, які складно або взагалі не піддаються вивченню за допомогою математичного моделювання;
- 2) врахуванню змін зовнішнього середовища і самого об'єкта керування;
- 3) систематизації та верифікації уявлень експерта про об'єкт керування та його зовнішнє середовище;
- 4) плануванню майбутнього з урахуванням наявних перспектив, ресурсів, коштів;
- 5) використанню в своїх інтересах об'єктивно сформованих тенденцій розвитку ситуації щодо складної системи;
- 6) прогнозуванню наслідків відповідних управлінських рішень щодо розвитку складної системи;
- 7) розробці оптимальних стратегій керування системою з урахуванням впливу різноманітних видів тенденцій та чинників.

Проблема керування імпульсними процесами КК, де керування розуміється у сенсі теорії автоматичного керування, досі лишається дуже мало дослідженою. Найчастіше у прикладних задачах керування КК зводиться або до перебудови її структури при можливості, або до підбору початкових імпульсів на основі сценарного аналізу. Однак це не може вважатись достатнім у тих випадках, коли необхідно здійснювати постійне (не одноразове) керування системою протягом певного часу для досягнення конкретних цілей керування системою (виведення координат вершин КК на задані рівні) або для її стабілізації.

Введемо декілька загальних принципів керування імпульсними процесами КК. *Перший принцип* полягає у формуванні зовнішнього вектора керування на основі варіювання координат вершин КК складної системи. Для цього необхідно сформулювати рівняння вимушеного руху при імпульсному процесі системи:

$$\Delta Y_i(k+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta Y_j(k) + b_i \Delta U_i(k),$$

де  $\Delta U_i(k) = U_i(k) - U_i(k-1)$  — приріст керуючого сигналу. У векторній формі це рівняння можна записати так:

$$\Delta\bar{Y}(k+1) = A\Delta\bar{Y}(k) + B\Delta\bar{U}(k), \quad (4)$$

де  $\Delta\bar{Y}$  — вектор приростів координат вершин КК, а  $\Delta\bar{U}$  — вектор приростів керувань.

Реалізація вимушеного руху (4) можлива тоді, коли серед вершин КК є такі, якими людина, що приймає рішення (ЛПР), може ззовні варіювати (змінювати) в дискретні моменти часу шляхом зміни наявних ресурсів. В загальному випадку для різних КК складних систем різної природи це можуть бути фінансові, енергетичні, інтелектуальні, інформаційні, економічні, технологічні, адміністративні, оборонні, соціальні, наукові, політичні, освітні, екологічні та інші ресурси, які можна змінювати на кожному періоді дискретизації шляхом формування зовнішніх керуючих дій, що будуть діяти безпосередньо на вершини КК. Зовнішні керування  $U_i$  повинні мати однакоvu фізичну природу з вершинами КК, на як вони діють. Матриця  $B$  у (4) формується проєктувальником системи керування і складається звичайно з одиниць і нулів. При цьому елементи  $B$ , відповідні керуючим сигналам у векторі  $\bar{U}$ , будуть дорівнювати одиниці.

Таким чином, при формуванні вектора  $\Delta\bar{U}$  необхідно вибирати координати вершин КК, на які може впливати ЛПР шляхом зміни наявних ресурсів. Наприклад, для складної системи соціоекономічного типу в ролі керувань можуть виступати

- 1) фінансові витрати (капіталовкладення);
- 2) підвищення рівня наукових досліджень;
- 3) зміна часу для виконання певної роботи;
- 4) освоєння нових видів продукції;
- 5) варіювання цін на різні товари;
- 6) задоволення потреб співробітників різних сфер діяльності.

*Другий принцип* полягає в реалізації замкненої системи керування, до складу якої входить багатовимірний дискретний регулятор, синтезований на основі методів теорії автоматичного керування. Регулятор формує вектор керуючих сигналів  $\bar{U}$ , що діє безпосередньо на вершини КК як на вихідні керовані координати складної системи.

*Третій принцип* передбачає використання можливості варіювання вагових коефіцієнтів  $a_{ij}$  в (4) при реалізації керуючих впливів в замкнутій системі керування. Цей принцип необхідно застосовувати в тих випадках, коли небажано або неможливо при формуванні  $\Delta\bar{U}$  варіювати координати вершин КК (ресурси) відповідно до першого і другого принципів. Варіювання вагового коефіцієнта можливо тоді, коли можна змінювати ступінь чутливості до впливу

однієї вершини КК на іншу. ЛПР може реалізувати цей принцип шляхом зміни коефіцієнтів передачі адміністративних, наукових, фінансових, політичних, освітніх, інформаційних взаємодій на координати складної системи, представлені вершинами КК. При управлінні імпульсним процесом КК шляхом варіювання вагових коефіцієнтів  $a_{ij}$  змінюється ступінь впливу на координату  $\Delta Y_i$  інших координат  $\Delta Y_j$ . При цьому величина керуючого впливу формується не за рахунок зміни ресурсів  $\Delta Y_j$ , що безпосередньо впливають на вершину  $\Delta Y_i$ , а за рахунок зміни впливу інших координат  $\Delta Y_j$  на вершину  $\Delta Y_i$ .

Для реалізації трьох вищенаведених принципів необхідно точно вимірювати (фіксувати) усі координати вершин КК. Але часто вершини КК неможливо вимірювати в реальному масштабі часу. До них можна віднести, наприклад,

- 1) конкурентоспроможність продукції;
- 2) захищеність кордонів держави;
- 3) рівень розвитку технологій;
- 4) тіньові зв'язки політики з бізнесом;
- 5) рівень демократії в державі тощо.

Для цього випадку пропонується *четвертий принцип* керування імпульсними процесами КК, який полягає в декомпозиції КК на дві частини. Перша частина КК формується для вимірюваних координат вершин вихідної КК, а друга частина – для невимірюваних координат вершин. Тоді для першої частини КК складається перша модель, що описує імпульсний процес вимірюваних координат:

$$\Delta Y_i(k+1) = \sum_{j=1}^p a_{ij} \Delta Y_j(k) + \sum_{\mu=p+1}^n a_{i\mu} \Delta Y_\mu(k), \quad (5)$$

де  $Y_i, i=1,2,\dots,p$  — вимірювані координати у реальному масштабі часу, а  $Y_\mu, \mu=p+1,\dots,n$  — невимірювані координати вершин вихідної КК.

Друга модель призначена для опису імпульсного процесу невимірюваних вершин КК, а саме

$$\Delta Y_\mu(k+1) = \sum_{j=p+1}^n a_{\mu j} \Delta Y_j(k) + \sum_{i=1}^p a_{\mu i} \Delta Y_i(k).$$

При цьому невимірювані координати  $\Delta Y_\mu(k)$  у (5) розглядаються як збурення у першій моделі, а вимірювані  $\Delta Y_i(k)$  - у другій.

Розглянемо докладніше взаємозв'язок між імпульсним процесом у КК та класичною моделлю динаміки системи у просторі станів у загальному випадку.

Імпульсний процес у КК за наявності зовнішніх керувань, що діють на деякі вершини, та за наявності груп вимірюваних і невимірюваних координат, можна записати у вигляді класичної моделі у просторі стану

$$\begin{aligned}\Delta\bar{X}(k+1) &= A\Delta\bar{X}(k) + B\Delta\bar{U}(k), \\ \Delta\bar{Y}(k) &= C\Delta\bar{X}(k),\end{aligned}\tag{6}$$

де вектор приростів координат вершин  $\Delta\bar{X}$  виступає в ролі вектора змінних стану, його вимірювана підмножина  $\Delta\bar{Y}$  – у ролі вектора вимірювань,  $\Delta\bar{U}$  – вектор (приростів) зовнішніх управлінь,  $A$  – транспонована матриця суміжності КК,  $B, C$  формуються очевидним шляхом з нулів та одиниць.

Розглянемо далі, як представити динаміку імпульсного процесу КК в іншій традиційній для теорії керування формі – у формі «вхід – вихід». Нагадаємо, що покоординатно імпульсний процес без зовнішніх впливів записується як

$$\Delta Y_i(k+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta Y_j(k).\tag{7}$$

Тут припускається (для простоти), що всі координати вимірюються, тобто  $\bar{Y} = \bar{X}$ ,  $a_{ij}$  – відповідні елементи матриці суміжності КК. За допомогою оператора зворотного зсуву  $q^{-1}$  формулу (7) можна представити як

$$\Delta Y_i(k) = \sum_{j=1}^n a_{ij} \Delta Y_j(k-1) = \sum_{j=1}^n a_{ij} q^{-1} \Delta Y_j(k), \quad i = 1, \dots, n.$$

У розгорнутій формі це можна записати так:

$$\begin{pmatrix} 1 - a_{11}q^{-1} & -a_{12}q^{-1} & \dots & -a_{1n}q^{-1} \\ -a_{21}q^{-1} & 1 - a_{22}q^{-1} & \dots & -a_{2n}q^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1}q^{-1} & -a_{n2}q^{-1} & \dots & 1 - a_{nn}q^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta Y_1(k) \\ \Delta Y_2(k) \\ \dots \\ \Delta Y_n(k) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}.$$

При запровадженні матричного поліному  $A(q^{-1})$  відносно оператора  $q^{-1}$

$$A(q^{-1}) = \begin{pmatrix} 1 - a_{11}q^{-1} & -a_{12}q^{-1} & \dots & -a_{1n}q^{-1} \\ -a_{21}q^{-1} & 1 - a_{22}q^{-1} & \dots & -a_{2n}q^{-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ -a_{n1}q^{-1} & -a_{n2}q^{-1} & \dots & 1 - a_{nn}q^{-1} \end{pmatrix}$$

це записується як

$$A(q^{-1})\Delta\bar{Y}(k) = 0.\tag{8}$$

Очевидно, що якщо корені рівняння  $\det A(q^{-1}) = 0$  будуть за модулем більші за одиницю, то система (8) буде нестійкою.

Тепер нехай на систему діють зовнішні сили (керування), як припускалось вище. Тоді рівняння вимушеного руху в імпульсному процесі запишеться так

$$(I - Aq^{-1})\Delta\bar{Y}(k) = B(q^{-1})\Delta\bar{U}(k), \quad (9)$$

де  $I - Aq^{-1} = A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1}) = Bq^{-1}$ . Коефіцієнти матриці  $A$  формуються з коефіцієнтів (7):

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}.$$

При цьому для формування зовнішніх управлінь, які будуть впливати на вершини КК, діагональну матрицю  $B$  можна в загальному випадку вибрати в формі одиничної матриці.

Приріст кожної координати вершини КК  $Y_i(k)$  визначається як

$$\Delta Y_i(k) = a_{ii}\Delta Y_i(k-1) + \sum_{j=1, j \neq i}^n a_{ij}\Delta Y_j(k-1) + b_{ii}\Delta U_i(k-1), \quad (i=1, \dots, n, j=1, \dots, n). \quad (10)$$

Також запишемо (9) у повних координатах (не в приростах):

$$[I - (I + A)q^{-1} + Aq^{-2}]\bar{Y}(k) = Bq^{-1}\Delta\bar{U}(k). \quad (11)$$

Застосуємо для стабілізації імпульсного процесу КК методи синтезу модального регулятора стану. За основу візьмемо рівняння (6) і припустимо для простоти, що всі координати вимірюються  $C = I$ . Будемо шукати керування у формі регулятора стану

$$\Delta\bar{U}(k) = -K\Delta\bar{X}(k). \quad (12)$$

Тоді рівняння замкненої системи буде мати вигляд

$$\Delta\bar{X}(k+1) = (A - BK)\Delta\bar{X}(k).$$

Задамо бажаний спектр цієї замкненої системи  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ , де всі  $|\lambda_i| < 1, i=1, \dots, n$ . Розглянемо спочатку найпростіший випадок, коли на систему діє тільки одне керування. Це може означати, що особа, яка приймає рішення, має можливість здійснювати безпосередній вплив тільки на одну з вершин КК, тобто  $B$  є вектором-стовпцем, тільки одна з координат якого дорівнює одиниці, а решта - нулю. Якщо система (6) нестійка, але керована, то навіть за допомогою тільки одного керування, що безпосередньо діє тільки на одну вершину, її можливо стабілізувати. Більше того, коли система керована і має скалярне керування, задача модального керування вирішується однозначно. Для цього необхідно розв'язати відносно коефіцієнтів вектора-рядка  $K = (k_n \ k_{n-1} \dots \ k_1)$  рівняння

$$\det(zI - A + BK) = z^n + M_1 z^{n-1} + \dots + M_{n-1} z + M_n,$$

де  $z^n + M_1 z^{n-1} + \dots + M_{n-1} z + M_n = 0$  – бажаний характеристичний поліном замкненої системи (що має задані корені  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ ). Це можна зробити шляхом прирівнювання коефіцієнтів при однакових степенях  $z$ , в результаті чого отримаємо систему  $n$  рівнянь з  $n$  невідомими, яка розв'язується однозначно.

Утім, зазвичай таке керування виявляється дуже важким для практичної реалізації (занадто великий діапазон змін). Тому далі розглянемо більш загальний випадок, коли  $1 < m = \dim \bar{U} < n = \dim \bar{X}$ . Для простоти виберемо бажані власні числа дійсними і різними (не кратними). Введемо до розгляду  $\bar{R}_j$ ,  $j=1, \dots, n$ , – власні вектори матриці стану замкненої системи  $A - BK$ , тобто вектори, для яких виконується співвідношення

$$(A - BK)\bar{R}_j = \lambda_j \bar{R}_j.$$

Цю рівність можна записати у вигляді

$$(A - \lambda_j I)\bar{R}_j = BK\bar{R}_j = B\bar{P}_j, \quad (13)$$

де вектори-стовпці  $\bar{P}_j = K\bar{R}_j$ ,  $j=1, \dots, n$ , мають розмірність  $m$ .

Задамо довільну матрицю  $P$  розмірності  $m \times n$  таким чином, щоб вона мала повний ранг та не мала нульових стовпців,  $P = (\bar{P}_1 \ \bar{P}_2 \ \dots \ \bar{P}_n)$ . Тоді з (13) можна знайти  $n$  векторів  $\bar{R}_j = (A - \lambda_j I)^{-1} B\bar{P}_j$ ,  $j=1, \dots, n$ , і сформувати з них матрицю  $R = (\bar{R}_1 \ \bar{R}_2 \ \dots \ \bar{R}_n)$  розмірності  $n \times n$ , яка буде невивроженою. Тоді, оскільки  $\bar{P}_j = K\bar{R}_j$ , можна знайти матрицю зворотного зв'язку модального регулятора

$$K = PR^{-1}, \quad (14)$$

яка за побудовою забезпечує бажаний набір мод (коренів характеристичного рівняння) замкненої системи. Вибір матриці  $P$  впливає на характер керувань (12), але спектр замкненої системи залишається інваріантним відносно  $P$ .

Даний підхід можливий, якщо  $(A - \lambda_j I)^{-1}$  існує, тобто якщо серед  $\lambda_j$  немає власних значень матриці  $A$ . Якщо для деякої моди  $\lambda_j$  вказана умова не виконується, то у ролі  $\bar{R}_j$  можна взяти власний вектор матриці  $A$ , що відповідає власному числу  $\lambda_j$ , а замість  $\bar{P}_j$  можна взяти нульовий вектор. В будь-якому разі матриця зворотного зв'язку модального регулятора (12) буде визначатись по формулі (14).

Розглянемо тепер два квадратичні критерії оптимальності керування для стохастичного імпульсного процесу:

$$\Delta \bar{Y}_1(k+1) = A_{11} \Delta \bar{Y}_1(k) + B \Delta \bar{U}(k) + \bar{\xi}(k), \quad (15)$$

де  $\bar{\xi}(k)$  – вплив невимірюваних координат вершин КК.

Ці критерії мають сенс, якщо система стійка та якщо можна зробити припущення  $E\bar{\xi}(k) = 0$ , тобто прирости збурень або невимірюваних координат у стані, наближеному до сталого, коливаються навколо нуля. Нехай мета полягає у прискореному (порівняно з вільним рухом системи) приведенні приростів вимірюваних координат до нуля, причому прирости управляючих впливів не мають бути дуже великими. Для цього сформулюємо критерій оптимальності у вигляді узагальненої дисперсії так [8]:

$$J_1(k+1) = E\{\Delta \bar{Y}_1^T(k+1) \Delta \bar{Y}_1(k+1) + \Delta \bar{U}^T(k) R \Delta \bar{U}(k)\} \rightarrow \min, \quad (16)$$

де  $R > 0$  – вагова матриця, задана особою, що приймає рішення (проектувальником системи керування). Підставимо (15) у (16), візьмемо похідну, розкриємо математичне сподівання та прирівняємо до нуля:

$$\frac{\partial J_1(k+1)}{\partial \Delta \bar{U}(k)} = 2B^T (A_{11} \Delta \bar{Y}_1(k) + B \Delta \bar{U}(k)) + 2R \Delta \bar{U}(k) = 0.$$

Тоді отримаємо такий закон керування

$$\Delta \bar{U}(k) = -(B^T B + R)^{-1} B^T A_{11} \Delta \bar{Y}_1(k). \quad (17)$$

Якщо метою керування є приведення координат вимірюваних вершин КК до певних бажаних рівнів, сформулюємо критерій оптимальності так:

$$J_2(k+1) = E\{(\bar{Y}_1(k+1) - \bar{G})^T (\bar{Y}_1(k+1) - \bar{G}) + \Delta \bar{U}^T(k) R \Delta \bar{U}(k)\} \rightarrow \min, \quad (18)$$

де  $\bar{G}$  – вектор бажаних значень вимірюваних координат вершин КК. Для синтезу керування за цим критерієм запишемо (15) у повних координатах вершин:

$$\bar{Y}_1(k+1) = (I + A_{11} - A_{11}q^{-1})\bar{Y}_1(k) + B \Delta \bar{U}(k) + \bar{\xi}(k), \quad (19)$$

де  $q^{-1}$  – оператор зворотного зсуву на один період дискретизації. Підставимо (19) у (18), диференціюємо, розкриємо оператор математичного сподівання та прирівняємо до нуля:

$$\frac{\partial J_2(k+1)}{\partial \Delta \bar{U}(k)} = 2\mathbf{B}^T((I + A_{11} - A_{11}q^{-1})\bar{Y}(k) + \mathbf{B}\Delta \bar{U}(k) - \bar{\mathbf{G}}) + 2R\Delta \bar{U}(k) = 0,$$

звідки отримаємо закон керування

$$\Delta \bar{U}(k) = -(\mathbf{B}^T \mathbf{B} + R)^{-1} \mathbf{B}^T ((I + A_{11} - A_{11}q^{-1})\bar{Y}_1(k) - \bar{\mathbf{G}}). \quad (20)$$

## **2. ПРОЦЕС ВИКОНАННЯ ЗАВДАННЯ В ХОДІ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ**

### **2.1. Вибір теми роботи, побудова чернетки когнітивної карти**

Першою задачею студентів є вибір теми для роботи, тобто вибір деякої складної системи, в якій студент(ка) може виступити, перш за все, в експертній ролі. Взагалі кажучи, це може бути довільна система – будь-яка економічна, фінансова, політична, воєнна, соціальна, психологічна, екологічна, технічна чи інша складна система чи проблема. Однак вона має задовольняти ряду умов:

- 1) Висока складність, тобто наявність численних складових факторів (концептів, компонентів, координат), що взаємодіють між собою, бажано в неочевидний спосіб.
- 2) Наявність проблемного поля, тобто необхідність щось покращити, стабілізувати, перевести на нові рівні, прискорити тощо.
- 3) Наявність факторів (концептів), які можуть варіюватись (змінюватись) за власним бажанням (у певних межах) людиною, що приймає рішення, за допомогою управлінських чи інших рішень.
- 4) Можливість чисельного опису для всіх факторів (концептів). Під чисельним описом може розумітись квантифікація якісної змінної за допомогою деякої шкали (від -1 до 1, від 0 до 10 тощо).
- 5) Наявність зворотних зв'язків (контурів у графі) при побудові КК.
- 6) Студент(ка) має або володіти предметною областю на рівні, достатньому для того, щоб якісно побудувати та проаналізувати когнітивну карту, або мати можливість залучити до цього процесу сторонніх експертів.

Після обрання і затвердження викладачем теми роботи, слід почати з побудови чернетки КК. Для цього слід визначити початковий перелік вершин і нарисувати взаємозв'язки між ними у вигляді орієнтованих ребер КК. У першій версії можна побудувати знакову КК, тобто таку, ребра якої мають ваги лише «+1» і «-1», які відповідають позитивному чи негативному впливу однієї вершини на іншу відповідно. Переконайтесь, що КК задовольняє вимогам 1, 3, 4, 5 з переліку вище.

### **2.2. Докладний опис вершин та ребер когнітивної карти**

Слід дати назву і короткий опис фізичного сенсу кожної із запропонованих вершин. При цьому слід визначити:

- 1) чи можливо цю вершину описати чисельно в будь-який спосіб. Якщо ні, ця вершина не підходить. Наприклад, якщо вершина визначається набором невпорядкованих категорій (вершина «фінансова операція» зі значеннями «відкриття кредиту», «відкриття депозиту», «зняття готівки» тощо), вона не підходить для КК у даній постановці;
- 2) чи є вершина вимірюваною (обчислюваною, оцінюваною), і якщо так – в яких одиницях вимірювання чи безрозмірних величинах, якщо ні - чи доцільно її включати (можливо, але не обов'язково, її варто розглядати як зовнішнє невимірюване збурення);
- 3) чи існують історичні відомості про зміну цієї вершини в минулому, її діапазон значень, закони і закономірності, що описують її динаміку, чи є у неї верхня і нижня межі (якщо так – врахувати в подальшому);
- 4) чи доцільно розглядати дану вершину в її природних одиницях вимірювання (визначених вище), чи простіше і ефективніше вимірювати її координату за деякою умовною шкалою. Якщо буде прийнято рішення вимірювати координату вершини за умовною шкалою, вказати діапазон цієї шкали (від 0 до 100, від -1 до 1 тощо) і її сенс. Наприклад, вершина «зручність додатку у використанні» за шкалою від 0 до 10: 0 – зовсім незручний, 10 – дуже зручний. Якщо всі чи більшість вершин вирішено вимірювати за умовною шкалою, доцільно вибрати цю шкалу однаковою для всіх вершин;
- 5) чи можливо і чи доцільно змінювати цю вершину (варіювати її ресурсами) безпосередньо як результат управлінських рішень, які приймає особа, що приймає рішення, іншими словами, чи можна розглядати цю вершину як потенційне керування;
- 6) чи можливо і чи доцільно розглядати цю вершину як невідконтрольну особі, що приймає рішення, ні прямо, ні опосередковано, і як таку, яка може раптово змінитись при зміні навколишнього середовища, тобто чи можна розглядати цю вершину як потенційне зовнішнє збурення (навіть якщо воно вимірюване і не стохастичне);
- 7) чи можливо і чи доцільно розглядати цю вершину як кінцеву мету керування або як фінальний індикатор, що відображає «якість» системи чи нашу задоволеність функціонуванням системи, тобто чи можна її розглядати як цільову вершину;
- 8) чи є у цієї вершини власна динаміка, незалежна від дії інших вершин, тобто «петля» в КК. «Петля» означає, що якщо на попередньому кроці дана вершина змінилась, то вона зміниться й на поточному кроці

(більше, менше або так само), навіть якщо на неї не діятиме жодна інша вершина чи збурення.

Для кожного ребра КК визначити і описати:

1) його логіку, тобто яким саме чином зміна вхідної вершини впливає через це ребро на зміну вихідної вершини і чому. Не забувати, що при моделюванні на основі рівняння Робертса нас цікавить саме вплив зміни (приросту) однієї вершини на приріст (зміну) іншої, а не самі абсолютні значення. Іншими словами, нас цікавить не закономірність типу «якщо вершина  $X$  велика, то і вершина  $Y$  велика», а закономірність типу «якщо вершина  $X$  зросла, то вершина  $Y$  зросте, причому сильно (чи слабо)»;

2) ваговий коефіцієнт ребра. Це один з найскладніших етапів. Якщо вирішено залишити вершини КК в їхніх природних одиницях вимірювання, то ваговий коефіцієнт має бути таким (в такому діапазоні), що рівняння Робертса мало сенс в цих одиницях. Якщо обрано простіший варіант, при якому вершини вимірюють по умовній шкалі, в такому разі вага ребра має відображати напрямок (знак) та ступінь (модуль) впливу однієї вершини на іншу, наприклад, від 0 до 0,3 – слабкий вплив, від 0,3 до 0,7 – середній, від 0,7 до 1 – сильний. Ваговий коефіцієнт може бути і більший за одиницю, якщо це має сенс, але слід пам'ятати, що це підвищує шанси, що система в цілому виявиться нестійкою.

Найкращим (але і найскладнішим) способом вибору вагових коефіцієнтів ребер КК є математична ідентифікація (метод найменших квадратів, метод виділеного підпростору тощо). Але це можливо лише в тому разі, якщо є чисельні дані щодо того, як змінювались координати вершин КК в часі (хоча б для частини вершин, але краще для усіх). І цих даних має бути досить багато, щоб результат ідентифікації був якісним. Оскільки на практиці часто такі дані отримати складно, математична ідентифікація не вимагається в даній роботі. Іншим підходом є експертне оцінювання, при якому декілька експертів відповідають на запитання щодо впливу одних вершин на інші (можливо, в декілька раундів), а потім їхні оцінки зважуються за допомогою математичних методів (наприклад, методу аналізу ієрархій). Зрозуміло, що ці методи незастосовні, якщо експерт лише один (розробник КК). Оскільки в більшості випадків при виконанні даної навчальної роботи експерт лише один, то очікується, що саме ця людина (студент) і надасть вагові коефіцієнти на свій розсуд.

### 2.3. Аналіз стійкості когнітивної карти

Аналіз стійкості слід розпочати одразу після побудови першої версії КК з ваговими коефіцієнтами ребер і повторювати після кожної зміни КК в процесі удосконалення. Рекомендовано почати з перевірки стійкості на основі власних чисел матриці суміжності, які легко знаходяться програмним шляхом. У більшості практичних випадків, для КК з ваговими коефіцієнтами ребер (тобто не знакових КК), власні числа, за модулем строго рівні одиниці, не зустрічаються, таким чином, теореми про стійкість зводяться до простого правила: *якщо всі власні числа за модулем менші від одиниці, то система є стійкою за імпульсом і за значенням; якщо хоча б одне власне число за модулем перевищує одиницю, то система є нестійкою за імпульсом і за значенням.* Слід бути особливо пильними у випадку, якщо обчислювальна програма повертає хоча б одне власне число, за модулем дуже близьке до одиниці, хоч і формально менше від одиниці (наприклад, 0,9997). Це може означати, що або насправді власне число трохи більше за модулем від одиниці, але «здається» меншим внаслідок обчислювальної похибки, тобто насправді система нестійка, або система «на межі стійкості». Під останнім слід розуміти ситуацію, коли математично система є стійкою, але на практиці вона повертається до усталеного стану дуже повільно (незадовільно на практиці), і крім того, в процесі моделювання обчислювальна похибка може призвести до того, що імпульсний процес виглядатиме як нестійкий. До того ж, це означає, що система дуже чутлива до ваг ребер, і якщо ми оцінили деякі з них неточно, то моделювання надасть нам недостовірну інформацію, і якщо захочемо їх трошки змінити, то отримаємо зовсім іншу картину. З цього випливає, що в разі виникнення такої ситуації (з власним числом дуже близьким за модулем до одиниці) слід поводитись майже так само, як у разі виявлення, що система є нестійкою.

В залежності від специфіки предметної області можливі дві стратегії поведінки у разі, якщо система виявилась нестійкою. У частині випадків це може відповідати дійсності, і тоді в подальшому необхідно переходити до стабілізації системи на основі керування (п. 2.5), оскільки сценарний аналіз для нестійкої системи зазвичай не дуже осмислений. Але у деяких випадках з експертної точки зору (чи з позицій «здорового глузду») зрозуміло, що реальна система, скоріш за все, не може поводитись нестійко, або принаймні нестійкий режим її поведінки є екстраординарним і планів щодо його моделювання з самого початку не було. В такому разі, найімовірніше, слід шукати помилку у КК. Найпростіша ситуація – це коли якісь ваги ребер занадто великі (за

модулем), це часто призводить до нестійкості. Рекомендовано переглянути всі ребра і вирішити, можливо, якісь із них можна зменшити. Після цього можна перерахувати власні числа знов і повторювати доти, доки не отримаємо стійку систему. Звісно, такий підхід має певні обмеження і небезпеки. Зокрема, можна пропустити якусь іншу помилку при побудові КК (нестачу якогось ребра чи вершини) і «досягти» стійкості суто формальним шляхом. Крім того, є ризик надмірного заниження ваг ребер там, де це не потрібно і не відповідає законам предметної області. До всього, цей підхід може зайняти багато часу і зусиль і не призвести до бажаного результату. Отже, ним слід користуватись з обережністю, доповнюючи або замінюючи іншими, більш ретельними підходами. Наприклад, можна переглянути логіку побудови КК, або здійснити моделювання і спробувати зрозуміти, що саме породжує нестійкість, яка вершина чи ребро. Науково обґрунтованим також є підхід, пов'язаний з дослідженням структурної стійкості, а саме, з виявленням у КК замкнених контурів (циклів) і знаходженням добутоків їх ваг ребер. Як відомо, додатні цикли, особливо з добутком ваг ребер більшим за одиницю, призводять до нестійкості. Тому рекомендовано знайти кількість додатних та від'ємних циклів і зрозуміти, чи дійсно всі додатні цикли мають місце в системі. Або, можливо, пропущені якісь від'ємні (стабілізуючі) цикли. У окремому випадку, якщо КК виявиться узагальненою розою, можна провести також аналіз на основі пелюсткової послідовності і встановити, що можна змінити зі структурної точки зору для досягнення стійкості. Зрештою, в результаті аналізу може виявитись, що нестійкість дійсно має місце, а наші початкові припущення про стійкість були невірними.

#### **2.4. Сценарний аналіз, перевірка адекватності моделі**

Сценарний аналіз виконується за допомогою комп'ютерного моделювання на основі рівняння Робертса (3) в довільному середовищі (рекомендовано – Python, Matlab/Octave). Сценарії розрізняються в першу чергу вхідними імпульсами, на які вершини та якого знаку (і в меншій мірі – якої величини) вони подаються. Рекомендовано провести таку серію чисельних експериментів (приблизна схема):

- 1) подавати в початковий момент часу імпульси по черзі на кожну з вершин, які вважаються зовнішніми збуреннями, того знаку, який інтуїтивно має призводити до негативних наслідків з точки зору

- цільових вершин (окремий сценарій для кожного простого імпульсного процесу з вершинами-збуреннями);
- 2) розглянути не прості імпульсні процеси, коли в початковий момент часу імпульс подається на декілька (2 чи 3) вершин-збурень одночасно. Збурення можуть бути як однонаправлені (обидва «негативні» по смислу), так і різнонаправлені (одне «негативне» і одне «позитивне»);
  - 3) подавати в початковий момент часу імпульси по черзі на кожну з вершин, які вважаються керуваннями, того знаку, який інтуїтивно має призводити до позитивних наслідків з точки зору цільових вершин (окремий сценарій для кожного простого імпульсного процесу з вершинами-керуваннями);
  - 4) розглянути не прості імпульсні процеси, коли в початковий момент часу імпульс подається на декілька (2 чи 3) вершин-керувань одночасно, усі «позитивні» по смислу;
  - 5) розглянути імпульсний процес, при якому одночасно в початковий момент виникло негативне збурення і подано позитивне керування (одне або два);
  - б) при бажанні можна розглянути сценарії, коли збурення і/чи керування подаються не лише у початковий момент часу, а і далі впродовж певного періоду часу.

Слід вибрати період часу (точніше, кількість періодів дискретизації, зазвичай безрозмірних), протягом яких проводити моделювання (горизонт моделювання). Він не має бути ні занадто коротким, ні занадто довгим. При занадто короткому горизонті ми не побачимо суттєвих змін, які можуть відбутись після його закінчення. При надто довгому горизонті більшість графіків координат вершин КК при стійкому імпульсному процесі будуть виглядати як горизонтальні лінії протягом більшості часу, а деталі перехідних процесів не будуть помітними. Очевидно, що горизонт слід підбирати експериментально, і він має бути однаковий для всіх вершин і всіх сценаріїв.

Те саме стосується і меж по осі ординат при виведенні графіків у пояснювальній записці. Їх слід підбирати з аналогічних міркувань (при надто широкому діапазоні зміни будуть погано помітні), при цьому особливо важливо, щоб цей діапазон був однаковим для всіх вершин при всіх сценаріях, інакше їх буде дуже важко порівнювати між собою (навіть якщо через це в деяких вершинах і сценаріях будуть втрачатись окремі деталі).

Окрім основних своїх завдань функції (аналізу та прогнозування), ще однією важливою функцією сценарного моделювання є перевірка адекватності

моделі. У даному контексті адекватність означає відповідність результатів моделювання законам (аксіомам) предметної області, здоровому глузду та очікуванням експертів. Якщо в результаті моделювання ми бачимо десь невідповідність, це має викликати питання - в чому проблема:

а) помилка при моделюванні (наприклад, забули транспонувати матрицю суміжності або провели моделювання в повних координатах замість приростів, або переплутали початкові значення вершин і початкові імпульси тощо), чи

б) помилка в КК (неправильні ваги ребер, зайві ребра чи навпаки їх нестача, не враховані якісь вершини тощо), чи

в) імпульсний процес просто не описується рівнянням Робертса через суттєву нелінійність, запізнення, нечіткість, більш складну динаміку, що не описується рівнянням другого порядку, тощо, чи

г) можливо, помиляються якраз експерти, коли очікують те чи інше, а не когнітивна модель?

Не існує алгоритму для виявлення причини неадекватності. Перевіряти можливі причини варто в порядку, як вони вказані вище. Рекомендовано прорахувати декілька тактів моделювання «вручну», щоб побачити механізм, який призводить до того явища, яке видається неадекватним, і зрозуміти, чи дійсно це так працює в реальності. Якщо так – скоріше за все це варіант (г), в протилежному разі треба вибрати між (б) і (в). Якщо в результаті аналізу ви переконались, що це випадок (в), можливо, варто змінити тему роботи (якщо ще не пізно), або задати якісь обмеження, наприклад, припустити, що ми моделюємо лише деяку підмножину сценаріїв чи поведінку системи лише в певних межах, в яких рівняння Робертса мають сенс. При бажанні можна застосувати інші когнітивні моделі (наприклад, нечіткі когнітивні карти чи їхні узагальнення, функціональні векторні параметричні графи, КК із запізненнями тощо).

## **2.5. Керування імпульсним процесом у когнітивній карті**

Спочатку слід поставити задачу керування. Якщо система є нестійкою, то першочерговою задачею є стабілізація системи. Якщо система є стійкою, тоді метою керування зазвичай буває або прискорення повернення системи у положення рівноваги після дії імпульсних збурень (та інші зміни в перехідному процесі, як-от прибирання коливань), або переведення окремих координат вершин КК на нові рівні, які є кращими з точки зору закладеної в них бізнес-логіки. Іноді можна сформулювати й інші задачі керування, наприклад, приглушення зовнішніх збурень, що постійно діють на систему, або

відслідковування змін задавальної дії з боку іншої системи (вищого рівня ієрархії), або забезпечення заданих співвідношень між координатами вершин КК тощо. Але ми сфокусуємось на простіших задачах.

Керування будемо здійснювати на основі рівняння (4). Важливе питання, від якого буде залежати вибір методу керування: чи можете ви керувати всіма вершинами КК безпосередньо, тобто чи існують управлінські рішення, що дозволяють безпосередньо варіювати ресурсами усіх вершин? У більшості випадків відповідь на це питання негативна, але у деяких фізичних та фінансових системах, де всі вершини підконтрольні особам, які приймають рішення, це буває можливим. У цьому випадку можна застосувати методи керування за допомогою еталонної моделі.

Інше важливе питання – чи всі координати вершин КК вимірюються або оцінюються? У випадку, коли всі вершини вимірюються по умовній шкалі, питання все одно лишається в силі: чи для всіх вершин у кожен момент часу можливо сказати, на якому вони рівні? Важливість цього питання в тому, що практично всі основні (найпростіші) методи керування, які рекомендовано застосовувати у роботі, вимагають зворотного зв'язку, тобто знання значень (приростів) координат вихідного вектора (тобто усіх вершин КК). Отже, якщо ви вирішили, що якісь вершини є принципово не вимірюваними, і припустити протилежне не виглядає можливим, але прибрати їх без великої шкоди для адекватності моделі не можна, тоді слід декомпонувати систему на вимірювану і невимірювану підсистеми і розглядати вплив невимірюваної підсистеми на вимірювану як «збурення» згідно (5). В такому разі доведеться застосовувати методи керування для стохастичного середовища або робастного керування (приглушення не стохастичних збурень). Це ускладнює задачу керування.

У більшості випадків, якщо всі вершини вимірюються чи оцінюються, але керувати можна не всіма вершинами, доцільно застосовувати метод модального керування (12) – (14). Він підходить як для стійких, так і для нестійких КК, але не підходить, якщо потрібно переводити вершини на наперед задані нові рівні, оскільки його метою є лише стабілізація (зведення приростів координат вершин до нуля). Тим не менше, при моделюванні і налаштуванні регулятора слід звертати увагу на те, на яких рівнях установлюються координати вершин КК, тому що якщо вони зовсім незадовільні з практичної точки зору, потрібно щось змінювати в параметрах або застосовувати інший метод.

Метод є достатньо гнучким, оскільки дозволяє вибирати, по-перше, кількість керувань (зазвичай бажано використовувати для керування якомога більше вершин, але можна поекспериментувати), по-друге, допоміжну матрицю

$R$ , якщо керувань більше одного (її вплив, наскільки нам відомо, досі не досліджений), і по-третє, власні числа (спектр) замкненої системи керування. Саме власні числа (моди) бажаної замкненої (тобто вже керованої) системи є найважливішими параметрами настройки регулятора. У методі модального керування рекомендовано вибирати їх за модулем меншими за одиницю, дійсними, різними (не кратними) і відмінними від мод матриці суміжності КК. Я би також радив (незалежно від конкретного методу керування) не обирати від'ємні власні числа, бо це вносить непотрібні коливання (те саме стосується і комплексних мод). Також не рекомендовано вибирати власні числа надто близькі до 1, про що сказано вище. Якщо ж говорити про решту спектру, то загальний принцип тут такий: чим більше власне число, тим повільніше буде стабілізуватись імпульсний процес в КК, але тим менші за амплітудою і частотою потрібні керування. Тому якщо вибрати всі власні числа близькими до нуля, можна дуже швидко стабілізувати систему, але дуже «дорогою ціною», тобто ціною практично нереалізовуваних керувань. І навпаки, якщо вибрати їх надто великими, стабілізація може виявитись надто повільною з точки зору практичних вимог, і тоді (особливо для стійких систем) втрачається сенс у керуванні взагалі. Потрібно експериментувати і шукати «золоту середину».

У випадку, якщо система стійка і метою керування є переведення певних координат вершин КК на нові (задані) рівні, рекомендовано застосувати метод керування на основі квадратичного критерію оптимальності, що на кожному кроці мінімізує квадрат норми похибки керування (різниці між бажаними і реальними значеннями координат вершин) на кожному наступному періоді дискретизації (18) – (20). У критерій включено також матрицю  $R$ , яка є основним параметром настройки регулятора: чим вона більша, тим більша вага керувань у критерії оптимальності, тобто тим сильніше ми намагаємось зменшити амплітуду керувань (ціною зменшення швидкодії і точності встановлення вершин на заданих рівнях). І навпаки, чим менша  $R$ , тим швидше буде досягатись основна мета керування, але ціною дуже великої амплітуди керувань. На практиці матрицю  $R$  слід завжди обирати не просто додатно визначеною, а діагональною з додатними елементами на головній діагоналі. Якщо з точки зору практики за якимсь конкретним керуванням треба особливо стежити, щоб воно не було надто великим, саме відповідний йому діагональний елемент матриці  $R$  і слід робити найбільшим. У решті ж випадків можна брати всі елементи діагоналі однаковими.

Неминучим недоліком цього методу є те, що він дозволяє встановити координати лише тих вершин КК на заданих рівнях, на які є можливість безпосереднього керування. Тобто ідеально цей метод працює тільки коли всі вершини керовані. Але й в іншому разі його можна застосовувати, пам'ятаючи при цьому, що вершини, на які керування не діє безпосередньо, будуть встановлюватись на інших рівнях, не тих, які були задані. Тим не менше, часто ці нові рівні є практично задовільними, тому якщо вдалось налаштувати систему керування таким чином, що навіть для безпосередньо некерованих вершин нові рівні є «кращими» за початкові, можна вважати, що метод спрацював успішно.

Рекомендовано виводити графіки не лише перехідних процесів координат вершин КК, а й власне керувань, щоб зрозуміти їх характер та оцінити реалістичність їх застосування.

Дана робота може бути виконана без застосування жодного методу керування, але в такому разі отримання максимального балу є неможливим.

## **2.6. Написання висновків**

До висновків з даної роботи слід підійти уважно і відповідально, а не формально. Хоча вони можуть бути короткими, їхня суть не в констатації факту проведення роботи (побудували модель, дослідили властивості, здійснили моделювання), а у практичному значенні отриманих результатів. В основі всієї роботи мала бути якась проблема, яку слід вирішити, і висновком з роботи мають бути саме шляхи її вирішення, на основі проведеного аналізу (в першу чергу – сценарного аналізу і аналізу застосування керування). Рекомендовано побудувати висновки як словесний узагальнений опис основних сценаріїв розвитку ситуації: при дії імпульсів-збурень, при дії початкових «керованих» імпульсів та (якщо досліджувалось) при постійній дії керувань на основі теорії керування. Слід описати тільки найважливіше і практично найбільш значуще: як змінюються цільові вершини при зміні вершин-керувань та вершин-збурень, чи стабілізується система, яким чином, на яких рівнях, кращих чи гірших за початкові, з якою швидкістю, шляхом яких дій з боку осіб, що приймають рішення, наскільки реалістичними є ці дії тощо. Іншими словами, в кінці висновків має сформуватись загальна картина ситуації: які проблеми і ризики стоять перед складною системою і яким чином можна покращити ситуацію.

Окрему увагу у висновках слід приділити взаємозв'язкам між результатами математичного моделювання і логікою складної системи (бізнес-логікою, «здоровим глуздом», аксіомами предметної області). Тобто слід

пояснити, чому саме ті чи інші дії призводять до тих чи інших наслідків. Це водночас і підтверджує адекватність моделі, і підвищує довіру до отриманих результатів моделювання, і дає краще розуміння особливостей системи, що досліджується. Найкраще, коли математичне моделювання дає неочевидні з першого погляду результати, підказки, «інсайти», але при цьому після ретельного обмірковування виявляється, що ці результати узгоджуються з глибинною логікою процесу.

### 3. ПРЕЗЕНТАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ

Окрім написання пояснювальної записки з докладним описом проведеної роботи, передбачено також публічний захист роботи на семінарському занятті у вигляді представлення основних результатів у форматі презентації та відповідей на запитання викладача й інших студентів. Презентація має містити такі елементи:

- 1) тема роботи
- 2) опис вершин КК
- 3) рисунок КК
- 4) аналіз стійкості
- 5) графіки основних сценаріїв при сценарному моделюванні
- 6) опис методу керування
- 7) графіки керованого процесу
- 8) графіки керувань
- 9) висновки

Доповідь має бути розрахована на 5-10 хвилин. Під час доповіді студенти мають продемонструвати володіння предметною областю, розуміння КК та сенсу графіків імпульсних процесів при різних зовнішніх впливах, практичного сенсу отриманих результатів.

## КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

- 1) Що таке когнітивна карта (КК)? Яке її математичне представлення?
- 2) Які можливості має когнітивна карта для дослідження складних систем?
- 3) В чому полягає ідея імпульсного процесу зваженого орієнтованого графу (когнітивної карти) для опису динаміки процесів у складних системах?
- 4) Які є методи побудови когнітивних карт складних систем?
- 5) Сформулюйте етапи в процесі побудови когнітивних карт складних систем.
- 6) Які недоліки мають класичні когнітивні карти для застосування їх при дослідженні складних систем?
- 7) Які є можливості для реалізації зовнішніх керуючих дій при проектуванні системи керування на основі моделей імпульсних процесів у когнітивних картах?
- 8) В чому полягає схожість і відмінність моделі динаміки системи у просторі стану  $\bar{x}(k+1) = A\bar{x}(k)$  і моделі імпульсного процесу когнітивної карти  $\Delta\bar{Y}(k+1) = A\Delta\bar{Y}(k)$ ?
- 9) Чим відрізняється дослідження імпульсної стійкості динамічної моделі зваженого орієнтованого графу (когнітивної карти) від стійкості за значенням?
- 10) При якій умові динамічна модель когнітивної карти  $\Delta\bar{Y}(k+1) = A\Delta\bar{Y}(k)$  буде імпульсно стійкою?
- 11) Як формується вимушений рух імпульсних процесів в когнітивних картах складних систем?
- 12) Які критерії оптимальності використовуються при проектуванні замкнених систем стабілізації нестійких імпульсних процесів?

13) В чому полягає критерій оптимальності при проектуванні системи стабілізації нестійких імпульсних процесів на основі методу модального керування?

14) При якій умові матриця  $R$  в модальному керуванні, яка складається з власних векторів  $\bar{R}_j$  матриці стану проєктованої замкненої системи керування, буде невиродженою?

## ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Мілявський Ю.Л. Ідентифікація та керування складними системами на основімоделей імпульсних процесів когнітивних карт: дис. ... докт. техн. наук : 01.05.04.Київ, 2021. 297 с. (<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/43829>)
2. Axelrod R. The Structure of Decision: Cognitive Maps of Political Elites. – Princeton University Press, 1976. – 404 p.
3. Roberts F. Discrete Mathematical Models with Applications to Social, Biological, and Environmental Problems. – Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1976. – 559 p.
4. Tolman E.C. Cognitive maps in rats and men // Psychological Review. – 1948. - 55 (4). – P. 189–208.
5. Kosko B. Fuzzy Cognitive Maps // International Journal of Man-Machine Studies. – 1986. – 24. – P. 65 – 75.
6. E. Papageorgiou, J. Salmeron. A Review of Fuzzy Cognitive Maps Research During the Last Decade // IEEE transactions on fuzzy systems, vol. 21, no. 1, 2013, p. 66-79.
7. Ткаченко О. Когнітивне моделювання складних систем // Цифрова платформа: інформаційні технології в соціокультурній сфері. – 2019. – Том 2, № 117. – С. 11–19.
8. В. Д. Романенко, Ю. Л. Мілявський. Теорія керування і прогнозування у складних системах: підручник – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Вид-во «Політехніка», 2024. – 404 с. (<https://ela.kpi.ua/handle/123456789/67937>)
9. V. Romanenko, V. Gubarev, Yu. Milyavsky. Stages and main problems of the century-long control theory and system identification development. Part 5. Principles and problems in control and identification of complex systems of various nature based on cognitive maps impulse processes models // Міжнародний науково-технічний журнал «Проблеми керування та інформатики». – 2024. – № 3. – С. 5-32. (<https://jais.net.ua/index.php/files/article/view/235/315>)

## ДОДАТОК А. ПРИКЛАДИ ТЕМ РОБОТИ

Нижче наведено перелік тем, які обирались студентами в минулі роки. Його не потрібно розглядати як перелік тем для вибору, а лише як набір прикладів для натхнення і кращого розуміння, наскільки різноманітними можуть бути когнітивні моделі.

- 1) Транспортна система міста.
- 2) Запуск власного бренду одягу.
- 3) Мобільний додаток для турботи про здоров'я.
- 4) Розвиток квантових комп'ютерів.
- 5) Шанси країни на перемогу у війні.
- 6) Аграрний сектор держави.
- 7) Демографічні проблеми регіону.
- 8) Вплив штучного інтелекту на систему освіти
- 9) Глобальне потепління і його вплив на довкілля.
- 10) Пошук першої роботи студентом.
- 11) Дослідження зовнішньої політики держави.
- 12) Аналіз сфери кіберспорту.
- 13) Вплив дискримінації за статтю на суспільство.
- 14) Оцінка факторів які впливають на вибір споживачем безалкогольних напоїв.
- 15) Безпритульні тварини в екосистемі міста.